

UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE  
Faculté de génie  
Département de génie électrique et génie informatique

## **ANNEXE PROBLÉMATIQUE APP6**

Mathématiques des signaux à temps continu  
GEN 211

Présenté à  
Jean-Philippe Gouin  
Abdelaziz Ramzi  
Roch Lefebvre

Présenté par  
Gabriel Bruneau – BRUG6146  
Nathan Lessard – LESN0137

Sherbrooke - 20 décembre 2024

# 1. FONCTION DE TRANSFERT DU PASSE-HAUT

Première équation du circuit :

$$I_{C9} = I_{R26} + I_{C10} + I_{C11}$$
$$\frac{V_e - V_x}{\frac{1}{SC_9}} = \frac{V_x - 0}{R_{26}} + \frac{V_x - V_s}{\frac{1}{SC_{10}}} + \frac{V_x - 0}{\frac{1}{SC_{11}}}$$

Deuxième équation du circuit :

$$I_{C11} = I_{R27}$$
$$\frac{V_x - 0}{\frac{1}{SC_{11}}} = \frac{0 - V_s}{R_{27}}$$
$$V_x = -\frac{V_s}{R_{27}SC_{11}}$$

Refactorisation de la première équation :

$$C_9 = C_{10} = C_{11} = C$$
$$(V_e - V_x)SC = \frac{V_x}{R_{26}} + (V_x - V_s)SC + V_xSC$$
$$V_eSC - V_xSC = \frac{V_x}{R_{26}} + V_xSC - V_sSC + V_xSC$$
$$V_eSC = \frac{V_x}{R_{26}} + 3V_xSC - V_sSC$$
$$V_e = \frac{V_x}{R_{26}SC} + 3V_x - V_s$$
$$V_e + V_s = \frac{V_x + 3V_xR_{26}SC}{R_{26}SC}$$
$$V_e + V_s = V_x \left( \frac{1 + 3R_{26}SC}{R_{26}SC} \right)$$

Substituer  $V_x$  par la deuxième équation trouvée :

$$V_e + V_s = \left( -\frac{V_s}{R_{27}SC} \right) \left( \frac{1 + 3R_{26}SC}{R_{26}SC} \right)$$

$$V_e = -\frac{V_s}{R_{27}SC} - \frac{3R_{26}SC}{R_{27}R_{26}SC} - V_s$$

$$V_e = \frac{-V_s - 3V_sR_{26}SC - V_sR_{26}R_{27}S^2C^2}{R_{26}R_{27}S^2C^2}$$

$$\frac{V_s}{V_e} = -\frac{R_{27}S^2C^2R_{26}}{R_{27}S^2C^2R_{26} + 3R_{26}SC + 1}$$

$$\frac{V_s}{V_e} = -\frac{S^2}{S^2 + \frac{3}{R_{27}}S + \frac{1}{R_{27}R_{26}C^2}}$$

## 2. FONCTION DE TRANSFERT DU PASSE-BAS

Pour les calculs du passe-bas, une démarche similaire suivant les étapes illustrées précédemment pour le passe-bas.

La formule finale devrait finalement donnée :

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{R_1R_2}{S^2 + R_2R_3C_1C_2S + R_1R_2}$$

## 3. SIGNAL AU POINT 1 À LA SORTIE DU PASSE BANDE

$$0.25 \sin(2\pi 2500t)$$

La fréquence ne change jamais, lorsqu'elle passe dans un filtre passe bande.

$$H(s) = \frac{s^2}{s^2 + 8.88s * 10^3 + 3.94 * 10^7}$$

$$s = j\omega$$

$$j^2 = -1$$

$$\omega = 2500$$

$$|H(s)| = \frac{\sqrt{\omega^2}}{\sqrt{\omega^2 + (8.88 * 10^3)^2\omega + (3.94 * 10^7)^2}}$$

$$|H(s)| = 0.16$$

$$H(s) = \frac{9.86 * 10^8}{s^2 + 4.44s * 10^4 + 9.88 * 10^8}$$

$$|H(s)| = \frac{9.86 * 10^8}{\sqrt{\omega^2 + (4.44s * 10^4)^2 \omega + (9.88 * 10^8)^2}}$$

$$|H(s)| = 0.99$$

$$G_{total} = 0.99 * 0.16$$

$$G_{total} = 0.98$$

$$0.25V * 0.98 = 0.2425V$$

La sortie sera de 0.2425 volts

$$\angle H(s) = \arctan\left(\frac{\mathbb{I}}{\mathbb{R}}\right)_{num} - \arctan\left(\frac{\mathbb{I}}{\mathbb{R}}\right)_{den}$$

$$\angle H(s) = \arctan(0) - \frac{2500 + 8.88 * 10^3}{-2500^2 + 3.94 * 10^7}$$

$$\angle H(s) = -0.75$$

$$\angle H(s) = \arctan(0) - \frac{2500 + 9.86 * 10^8}{-2500^2 + 9.86 * 10^8}$$

$$\angle H(s) = 0.59$$

$$Déphasage_{total} = -0.75 + 0.59$$

$$Déphasage_{total} = -0.16 \text{ rad}$$

## 4. SIGNAL AU POINT 2 À LA SORTIE DU PASSE HAUT

Formules Initiales :

Fonction de transfert :

Formule d'un échelon :

$$H(s) = -\frac{s^2}{s^2 + 6,22 \cdot 10^4 s + 1,93 \cdot 10^9}$$

$$x(s) = \frac{1}{s}$$

Faire la transformée de Laplace :

$$y(s) = -\frac{S^2}{S^2 + 6,22 \cdot 10^4 S + 1,93 \cdot 10^9} \cdot \frac{1}{s}$$

$$y(s) = -\frac{S}{S^2 + 6,22 \cdot 10^4 S + 1,93 \cdot 10^9}$$

Transformée inverse selon les tables :

$$\frac{AS + B}{S^2 + 2aS + c} = r e^{-at} \cos(bt + \theta) u(t)$$

$$r = \sqrt[2]{\frac{A^2 c + B^2 - ABa}{c - a^2}}$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{Aa - B}{A\sqrt[2]{c - a^2}}\right)$$

$$b = \sqrt[2]{c - a^2}$$

$$A = 1 \quad B = 0 \quad a = 3,11 \cdot 10^4 \quad c = 1,93 \cdot 10^9$$

En remplaçant les valeurs dans les formules :

$$r = \sqrt[2]{2} \quad \theta = \frac{\pi}{4} \quad b = 3,10 \cdot 10^5$$

$$y(t) = \sqrt[2]{2} e^{-3,11 \cdot 10^4 t} \cos\left(3,1 \cdot 10^4 t + \frac{\pi}{4}\right) u(t)$$

Avec cette formule on comprend que la sortie fera un pic de 1V au début et a la fin de l'impulsion et suite à ce pic une réponse impulsionnelle combinera un cosinus avec un amortie

de forme exponentielle.

