



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Ayudante: Nicholas Mc-Donnell
Email: namcdonnell@uc.cl

Solución Ayudantía 3

Álgebra I - MAT2227

Fecha: 2019/08/22

1) Si $a \equiv b \pmod{k}$, entonces $k \mid a - b$, por lo que $k \mid (a - b) \cdot (\sum_{i=0}^{n-1} a^i b^{n-1-i}) = (a^n - b^n)$
por lo que $a^n \equiv b^n \pmod{k}$

2) Solución para cada sistema de congruencias:

1)

$$\begin{aligned} 3x &\equiv 2 \pmod{11} && / \cdot 4 \\ 12x &\equiv 8 \pmod{11} && / \text{Reduciendo } 12 \\ x &\equiv 8 \pmod{11} \\ 2(x - 3) &\equiv 8 \pmod{11} \\ 2x - 6 &\equiv 8 \pmod{11} && / + 6 \\ 2x &\equiv 14 \pmod{11} && / \cdot 6 \\ 12x &\equiv 84 \pmod{11} && / \text{Reduciendo } 12 \text{ y } 84 \\ x &\equiv 7 \pmod{11} \end{aligned}$$

Ahora x no puede ser congruente a 7 y a 8 módulo 11, por lo que no hay solución.

2)

$$\begin{aligned} 5x - 1 &\equiv 3(4 - x) \pmod{8} \\ 5x - 1 &\equiv 12 - 3x \pmod{8} && / + 3x + 1 \\ 8x &\equiv 13 \pmod{8} && / \text{Se reducen } 8 \text{ y } 13 \\ 0 &\equiv 5 \pmod{8} \end{aligned}$$

Con esto se tiene una contradicción, no hay solución para el sistema.

3)

$$2x + 3 \equiv 4(3 - 2x) \pmod{9}$$

$$2x + 3 \equiv 12 - 8x \pmod{9} \quad / + 8x - 3$$

$$10x \equiv 9 \pmod{9} \quad \text{Reduciendo 10 y 9}$$

$$x \equiv 0 \pmod{9}$$

Por lo que hay solución.

4)

$$7 - x \equiv 5(6 + 2x) \pmod{15}$$

$$7 - x \equiv 30 + 10x \pmod{15} \quad / + x$$

$$7 \equiv 30 + 11x \pmod{15} \quad \text{Reduciendo 30}$$

$$7 \equiv 11x \pmod{15} \quad / \cdot -4$$

$$-28 \equiv -44x \pmod{15} \quad \text{Reduciendo } -28 \text{ y } -44$$

$$2 \equiv x \pmod{15}$$

Con lo que encontró la solución.

5)

$$4x \equiv 3(5 - x) \pmod{8}$$

$$4x \equiv 15 - 3x \pmod{8} \quad / + 3x$$

$$7x \equiv 15 \pmod{8} \quad \text{Reduciendo 15}$$

$$7x \equiv 7 \pmod{8} \quad / \cdot -1$$

$$-7x \equiv -7 \pmod{8} \quad \text{Reduciendo } -7$$

$$x \equiv 1 \pmod{8}$$

$$6(2 - x) \equiv 5 + x \pmod{8}$$

$$12 - 6x \equiv 5 + x \pmod{8} \quad / - 5 + 6x$$

$$7 \equiv 7x \pmod{8} \quad \text{Se recuerda el congruencia anterior}$$

$$x \equiv 1 \pmod{8}$$

Se tiene la solución.