Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
Departamento de Matemática

Ayudante: Nicholas Mc-Donnell
Email: namcdonnell@uc.cl

# Guía 1

## Álgebra I - MAT2227

Fecha: 2019/10/15

1) Demuestre que los siguientes conjuntos son subanillos de $M_2(\mathbb{C})$

   (a) $\left\{\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix} : a, b \in \mathbb{C}\right\}$

   (b) $\left\{\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} : a, b \in \mathbb{Q}\right\}$

   (c) $\left\{\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix} : a, b \in \mathbb{Z}\right\}$

   (d) $\left\{\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} : a, b, c \in \mathbb{R}\right\}$

2) Encuentre todos los subanillos de los siguientes conjuntos, ¿cuáles de estos son ideales?

   (a) $\mathbb{Z}_6$

   (b) $\mathbb{Z}_7$

   (c) $\mathbb{Z}_9$

   (d) $\mathbb{Z}_p$ con $p$ primo

   (e) $\mathbb{Z}$

3) Encuentre el menor subanillo de $\mathbb{Q}$ que contiene a $\frac{1}{2}$, similarmente encuentre el menor subanillo de $\mathbb{C}$ que contiene a $i$ y a $\pi$.

4) Encuentre un anillo no unitario de 23 elementos. Encuentre un anillo unitario de 23 elementos.

5) En $\mathbb{Q}[x]$ demuestre que $(p) \cap (q) = (\text{mcm}(p, q))$.

6) Sean $I, J$ ideales de un anillo unitario $R$:

   1) Demuestre que $I \cap J$ es un ideal.

   2) Demuestre que $I + J = \{a + b : a \in I, b \in J\}$ es un ideal.

7) Demuestre que $R$ un anillo unitario es un dominio de integridad ssi para todo $a, b, c \in R$ con $a \neq 0$ si $ab = ac$ se tiene que $b = c$.

8) Sea $I$ un ideal, demuestre que $r(I) = \{r \in R : \forall x \in I \quad rx = 0\}$ es un ideal.

9) Sea $C[0,1]$ el anillo de funciones reales continuas sobre $[0,1]$, demuestre que $I = \{f \in C[0,1] : f(\frac{1}{\pi}) = 0\}$ es un ideal.

10) Sean $I \subseteq J$ ideales del anillo unitario $R$, demuestre que $J/I = \{x + I : x \in J\}$ es un ideal de $R/I$.

11) Sea $R$ un anillo y $S$ un conjunto, demuestre que las funciones de $S$ a $R$ son un anillo con la suma punto a punto y la multiplicación punto a punto.