

# Cálculo II

Nicholas Mc-Donnell

1er semestre 2018

## Programa

Profesor: Godofredo Iommi

Email: [giommi@mat.uc.cl](mailto:giommi@mat.uc.cl)

1. La Integral de Riemann
2. Técnicas de integración
3. Aplicaciones
4. Integrales impropias
5. Sucesiones y Series de funciones

## Bibliografía

- Calculus, 4 edición, Kitchens
- [www.mat.uc.cl/~igiommi](http://www.mat.uc.cl/~igiommi)

## Adicional

- Análise Real Vol. I, Lima
- Introduction to Calculus and Analysis, Courant y John

## Evaluaciones

I1: Jueves 5 Abril 7-8

I2: Jueves 3 Mayo 7-8

I3: Miércoles 6 Junio 7-8

Examen: Martes 26 Junio 3-4

$$NF = 0,7 \cdot \frac{(I1 + I2 + I3)}{3} + 0,3 \cdot EX$$

No hay eximición

# Índice general

I	La Integral de Riemann	3
1.	Axioma del Supremo	5



## Parte I

# La Integral de Riemann



# Capítulo 1

## Axioma del Supremo

Estructura algebraica:  $\mathbb{R}$  es un cuerpo

Estructura de orden:  $\mathbb{R}$  esta ordenado

$\mathbb{R}$  es completo ( $\mathbb{Q}$  no es completo)

**Definición 1.0.1** (Cota Superior). Sea  $A \subseteq \mathbb{R}$  un conjunto no vacío, diremos que  $a \in \mathbb{R}$  es cota superior de  $A$  si para todos  $x \in A$  se tiene que  $x \leq a$

**Definición 1.0.2** (Cota Inferior). Análogamente se define cota inferior

**Observación 1.0.1.** Las cotas superiores e inferiores no son unicas.

**Ejemplo: 1.0.1.**

$$A = \left\{ \frac{1}{n} : n \in \mathbb{N} \right\}$$

es tal que 0 es cota inferior y 2 es cota superior.

**Ejemplo: 1.0.2.**

$$A = [0, +\infty]$$

Posee cota inferior, pero no superior

**Definición 1.0.3.** Diremos que  $A \subset \mathbb{R}, A \neq \emptyset$  es acotado superiormente (resp. inferiormente) si posee cotas superiores (resp. inferiores).

Diremos que  $A$  es acotado si lo es inferior y superiormente.

**Definición 1.0.4.** Sea  $A \subset \mathbb{R}, A \neq \emptyset$  si  $a \in A$  es cota superior (resp. inferior) de  $A$  diremos que " $a$ ."es el maximo (resp. minimo) de  $A$

**Definición 1.0.5** (Supremo). Sea  $A \subset \mathbb{R}$  un conjunto no vacío, diremos que  $a \in \mathbb{R}$  es el supremo de  $A$  y anotaremos  $a = \sup A$  si satisface:

1. El numero  $a$  es cota superior de  $A$

2. Si  $b \in \mathbb{R}$  es cota superior de  $A$  entonces  $a \leq b$

**Observación 1.0.2.** El supremo es la menor de las cotas superiores de  $A$

**Observación 1.0.3.** Es posible reformular la definición de supremo. En efecto,  $a = \sup A$  si:

1.  $a$  es cota superior de  $A$
2.  $\forall \epsilon > 0 \exists x \in A : a - \epsilon < x \leq a$

**Definición 1.0.6** (Ínfimo). Análogamente el ínfimo se define con cotas inferiores y con notación  $\inf$

**Definición 1.0.7** (Axioma del Supremo). Todo conjunto  $A \subset \mathbb{R}$  acotado superiormente posee supremo.

**Observación 1.0.4.** Todo conjunto  $A \subset \mathbb{R}$  acotado inferiormente posee ínfimo.