



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Ayudante: Nicholas Mc-Donnell

Email: namcdonnell@uc.cl

Ayudantía 02

MAT1106 — Introducción al Cálculo

Fecha: 2020-08-24

Problema 1:

Sean a, b tales que $ab = 1$. Demuestre que $a^2 + b^2 \geq 2$.

Problema 2:

Sean $a, b \in \mathbb{R}$

- 1) Demuestre que $a^2 + ab + b^2 \geq 0$, y determine cuando se cumple la igualdad.
- 2) Demuestre que $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$.
- 3) Concluya que $a^3 > b^3$ si y solo si $a > b$.

Problema 3:

Sean $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ tales que $a < b$ y $c < d$. Pruebe que $ad + bc < ac + bd$

Problema 4:

Demuestre que si $L - \varepsilon \leq M$ para todo $\varepsilon > 0$, entonces $L \leq M$

Problema 5:

Se define el mínimo entre a y b como

$$\min(a, b) = \begin{cases} a & \text{si } a \leq b \\ b & \text{si } a > b \end{cases}$$

Demuestre que $|x| = -\text{mín}(x, -x)$.

Problema 6:

Se define el máximo entre a y b como

$$\text{máx}(a, b) = \begin{cases} a & \text{si } a \geq b \\ b & \text{si } a < b \end{cases}$$

Demuestre que $\text{máx}(a, b) = \frac{a+b}{2} + \frac{|a-b|}{2}$.