Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
Departamento de Matemática

Ayudante: Nicholas Mc-Donnell
Email: namcdonnell@uc.cl

Ayudantía 25

MAT1106 — Introducción al Cálculo

Fecha: 2020-12-03

Problema 1:

Dado una función $f : A \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ y un $c \in A$ demuestre que las siguientes definiciones son equivalentes:

1) Para todo abierto $N(f(c)) \subseteq \mathbb{R}$ que contiene a $f(c)$ existe un abierto $N(c) \subseteq A$ que contiene a c tal que para todo $x \in N(C)$ se tiene que $f(x) \in N(f(c))$.

2) Para toda sucesión $\{x_n\}_{n\in\mathbb{N}} \subseteq A$ que converge a c se tiene que $\lim_{n\to\infty} f(x_n) = f(c)$.

3) Para todo $\varepsilon > 0$ existe un $\delta > 0$ tal que para todo $x \in D$ $|x - c| < \delta$ implica que $|f(x) - f(c)| < \varepsilon$.

Problema 2:

Dado una función $f : A \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ demuestre que las siguientes definiciones son equivalentes:

1) Para todo abierto $V \subseteq \mathbb{R}$ se tiene que $f^{-1}(V)$ es abierto.

2) Para todo cerrado $V \subseteq \mathbb{R}$ se tiene que $f^{-1}(V)$ es cerrado.

3) Para toda sucesión convergente $\{x_n\}_{n\in\mathbb{N}} \subseteq A$ se tiene que $\lim_{n\to\infty} f(x_n) = f(\lim_{n\to\infty} x_n)$.