



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
FACULTAD DE MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Ayudante: Nicholas Mc-Donnell  
Email: [namcdonnell@uc.cl](mailto:namcdonnell@uc.cl)

## Ayudantía 15

MAT1106 — Introducción al Cálculo

Fecha: 2020-10-20

### Problema 1:

- (a) Demuestre que  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}} = 1$
- (b) Demuestre que  $\lim_{n \rightarrow \infty} \cos\left(\frac{1}{n}\right) = 1$
- (c) Demuestre que  $\lim_{n \rightarrow \infty} n \sin\left(\frac{1}{n}\right) = 1$

### Solución problema 1:



### Problema 2:

Sea  $x_n$  una sucesión convergente y  $\varepsilon > 0$ , demuestre que existe una subsucesión  $x_{n_k}$  tal que para todo  $k \in \mathbb{N}$  se tiene

$$|x_{n_k} - x_{n_{k+1}}| < \varepsilon.$$

### Solución problema 2:



### Problema 3:

Sean  $0 < a < b$  reales. Se definen las sucesiones  $x_n, y_n$  como

$$x_1 = \sqrt{ab} \quad y_1 = \frac{a+b}{2} \quad x_{n+1} = \sqrt{x_n y_n} \quad y_{n+1} = \frac{x_n + y_n}{2}.$$

Demuestre que ambas sucesiones convergen al mismo límite.

**Solución problema 3:**

■

**Problema 4:**

Sea  $x_n$  una sucesión. Definimos  $s_n = \sum_{k=1}^n x_k$ . Asuma que  $s_n \rightarrow L$  y que  $x_n$  es siempre positiva. Definimos

$$r_n = \lim_{m \rightarrow \infty} \sum_{k=n+1}^m x_k.$$

(a) Encuentre  $r_n$  de manera explícita.

(b) Demuestre que  $r_n \rightarrow 0$ .

**Solución problema 4:**

■