PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE FACULTAD DE MATEMÁTICAS DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Ayudante: Nicholas Mc-Donnell

Email: namcdonnell@uc.cl

Ayudantía 15

MAT1106 — Introducción al Cálculo Fecha: 2020-10-20

Problema 1:

- (a) Demuestre que $\lim_{n\to\infty} \sqrt{1-\frac{1}{n^2}}=1$
- (b) Demuestre que $\lim_{n\to\infty}\cos\left(\frac{1}{n}\right)=1$
- (c) Demuestre que $\lim_{n\to\infty} n \sin\left(\frac{1}{n}\right) = 1$

Problema 2:

Sea \boldsymbol{x}_n una sucesión, se define \boldsymbol{c}_n de la siguiente forma

$$c_n = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}.$$

Demuestre que si $x_n \to L$ entonces $c_n \to L$

Problema 3:

Sea x_n una sucesión convergente y $\varepsilon > 0$, demuestre que existe una subsucesión x_{n_k} tal que para todo $k \in \mathbb{N}$ se tiene

$$\left| x_{n_k} - x_{n_{k+1}} \right| < \varepsilon.$$

Problema 4:

Sea x_n una sucesión tal que $x_n \to L$ con $L \neq 0$, demuestre que eventualmente x_n tiene el mismo signo.