



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
FACULTAD DE MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Ayudante: Nicholas Mc-Donnell

Email: [namcdonnell@uc.cl](mailto:namcdonnell@uc.cl)

## Ayudantía 22

MAT1106 — Introducción al Cálculo

Fecha: 2020-11-17

### Problema 1:

Demuestre que los siguientes son equivalentes:

- $s$  es el supremo de  $A$ .
- Para todo  $\varepsilon > 0$  existe un  $a \in A$  tal que  $s - \varepsilon < a \leq s$ .
- $s$  es cota superior de  $A$  y existe una sucesión  $\{x_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  de elementos de  $A$  tal que  $x_n \rightarrow s$ .

### Problema 2:

Sean  $A, B$  dos conjuntos de números reales no vacíos, se definen

$$A + B = \{a + b \mid a \in A \wedge b \in B\}$$

Demuestre que  $A + B$  tiene máximo si y solo si  $A$  tiene máximo y  $B$  tiene máximo.

### Problema 3:

Sea  $A \neq \emptyset$  un conjunto de números reales, y sea  $x_n$  una sucesión de cotas superiores de  $A$  que converge a  $L \in A$ .

- 1) Demuestre que  $L$  es una cota superior.
- 2) Demuestre que  $L$  es el supremo de  $A$ .

### Problema 4:

Sea  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una función, y sea  $X$  un conjunto no vacío y acotado. ¿Se puede concluir que  $f(X)$  tiene supremo o ínfimo?