# PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE FACULTAD DE MATEMÁTICAS DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Ayudante: Nicholas Mc-Donnell

Email: namcdonnell@uc.cl

# Ayudantía 22

MAT1106 — Introducción al Cálculo Fecha: 2020-11-17

#### Problema 1:

Demuestre que los siguientes son equivalentes:

- s es el supremo de A.
- Para todo  $\varepsilon > 0$  existe un  $a \in A$  tal que  $s \varepsilon < a \le s$ .
- s es cota superior de A y existe una sucesión  $\{x_n\}_{n\in\mathbb{N}}$  de elementos de A tal que  $x_n\to s$ .

## Solución problema 1:

Problema 2:

Sean A, B dos conjuntos de números reales no vacíos, se definen

$$A + B = \{a + b \mid a \in A \land b \in B\}$$

Demuestre que A + B tiene máximo si y solo si A tiene máximo y B tiene máximo.

#### Solución problema 2:

Problema 3:

Sea  $A \neq \emptyset$  un conjunto de números reales, y sea  $x_n$  una sucesión de cotas superiores de A que converge a  $L \in A$ .

- 1) Demuestre que L es una cota superior.
- 2) Demuestre que L es el supremo de A.

## Solución problema 3:

## Problema 4:

Sea  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$  una función, y sea X un conjunto no vacío y acotado. ¿Se puede concluir que f(X) tiene supremo o ínfimo?

## Solución problema 4: