Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
Departamento de Matemática

Ayudante: Nicholas Mc-Donnell
Email: namcdonnell@uc.cl

Ayudantía 23

MAT1106 — Introducción al Cálculo

Fecha: 2020-11-24

Extendiendo la notación vista en clase, se tiene que dada una función $f : A \to B$, conjuntos $C \subseteq A$ y $D \subseteq B$, se define $f(C) = \{b \in B \mid \exists c \in C, b = f(c)\}$ y además se define $f^{-1}(D) = \{a \in A \mid \exists d \in D, f(a) = d\}$. Además, se recuerda las siguientes definiciones dado dos conjuntos A y B

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \land x \in B\}$$
$$A \cup B = \{x \mid x \in A \lor x \in B\}$$
$$A \setminus B = \{x \mid x \in A \land x \notin B\}$$
$$A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$$

Problema 1:

Dado $f : X \to Y$, demuestre las siguientes propiedades:

1) Dado $A \subseteq B \subseteq X$ se tiene $f(A) \subseteq f(B)$.

2) Dado $A \subseteq B \subseteq Y$ se tiene $f^{-1}(A) \subseteq f^{-1}(B)$.

3) Dado $A \subseteq X$ se tiene $f^{-1}(f(A)) \supseteq A$.

4) Dado $A \subseteq Y$ se tiene $f(f^{-1}(A)) \subseteq A$.

Solución problema 1:

∎

Problema 2:

Se dice que una función $f : A \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ es creciente (estrictamente creciente, decreciente, estrictamente decreciente) si y solo si para todos $x, y \in A$ si $x < y$ entonces $f(x) \leq f(y)$ ($f(x) < f(y)$, $f(x) \geq f(y)$, $f(x) > f(y)$). Identifique si las siguientes funciones son crecientes, estrictamente crecientes, decrecientes, estrictamente decrecientes o ninguno de las anteriores.

1) $f(x) = x$
2) $f(x) = x^3$
3) $f(x) = x^2$
4) $f(x) = \sqrt{x}$
5) $f(x) = \max(0, x)$

Solución problema 2:

$\blacksquare$

Problema 3:

Se dice que una función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ es impar (correspondientemente par) si para todo $x \in \mathbb{R}$ se tiene que $f(x) = -f(-x)$ (correspondientemente $f(x) = f(-x)$). Demuestre las siguientes propiedades:

1) Dado f, g funciones pares $f + g$ es una función par.
2) Dado f, g funciones impares $f + g$ es una función impar.
3) Una función f es par e impar si y solo si es idénticamente cero ($\forall x \in \mathbb{R} f(x) = 0$).
4) Dado f, g funciones pares $f \cdot g$ es una función par.
5) Dado f, g funciones impares $f \cdot g$ es una función par.
6) Toda función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ puede escribirse como la suma de una función par y una función impar.

Solución problema 3:

$\blacksquare$