PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Ayudante: Nicholas Mc-Donnell
Email: namcdonnell@uc.cl

Ayudantía 18

MAT1106 — Introducción al Cálculo

Fecha: 2020-11-03

Problema 1:

Demuestre que los siguientes conjuntos son cerrados:

(a) $\mathbb{Z}$

(b) $\{\frac{1}{2^n} \mid n \in \mathbb{N}\} \cup \{0\}$

(c) $\bigcup_{k=1}^{n} A_k$, donde $A_1, \ldots, A_n$ finitos subconjuntos cerrados de $\mathbb{R}$.

(d) El conjunto de Cantor, $\mathcal{C} = \bigcap_{n=1}^{\infty} \mathcal{C}_n$, donde $\mathcal{C}_n = \{\frac{x}{3} \mid x \in \mathcal{C}_{n-1}\} \cup \{\frac{2}{3} + \frac{x}{3} \mid x \in \mathcal{C}_{n-1}\}$ y $\mathcal{C}_0 = [0, 1]$.

Problema 2:

Sea $A \subseteq \mathbb{R}$, se dice que A es un conjunto abierto si y solo si existe un conjunto cerrado $B \subseteq \mathbb{R}$ tal que $A = \mathbb{R} \setminus B$. Demuestre que todo intervalo abierto es abierto. Demuestre además que dado un conjunto abierto A y un $a \in A$ existe un intervalo abierto I tal que $a \in I \subseteq A$.

Problema 3:

Sean A_α una colección infinita de subconjuntos cerrados de $\mathbb{R}$. Demuestre que $\bigcap A_\alpha$ es un conjunto cerrado. Use lo anterior para demostrar que la unión arbitraria de conjuntos abiertos es abierto.