



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
FACULTAD DE MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Ayudante: Nicholas Mc-Donnell

Email: `namcdonnell@uc.cl`

## Ayudantía 08

MAT1106 — Introducción al Cálculo

Fecha: 2020-09-15

### Problema 1:

(I6 2018) Considere  $x_n = \frac{n!}{n^n}$

(a) Demuestre que

$$\frac{x_{n+1}}{x_n} \leq \frac{1}{2}$$

(b) Demuestre que

$$0 \leq x_n \leq \frac{1}{2^{n-1}}$$

para todo  $n \in \mathbb{N}$ .

### Solución problema 1:

(a) Desglosar

(b) Usar inducción más la parte anterior

■

### Problema 2:

Demuestre que  $x_n$  es monótona si y solo si todas las subsucesiones también son monótonas.

**Solución problema 2:**  $\implies$  trivial

$\impliedby$  contrapositiva

■

**Problema 3:**

Para  $a > 0$ , se definen las funciones

$$f(x) = x^3 - 2 \quad \text{y} \quad g_a(x) = a^3 - 2 + 3a^2(x - a)$$

(a) Demuestre que

$$f(x) - g_a(x) = (x - a)^2(x + 2a)$$

y concluya que  $f(x) \geq g_a(x)$  para todo  $x \geq 0$ .

(b) Ahora, sea  $x_n$  una sucesión tal que  $x_1 = 2$  y  $x_{n+1}$  cumple

$$g_{x_n}(x_{n+1}) = 0$$

Demuestre que esta sucesión es monótona.

**Solución problema 3:**

(a) Hacer lo esperado.

(b) Ídem.

■

**Problema 4:**

Encuentre condiciones necesarias y suficientes para que una sucesión tenga una cantidad finita de subsucesiones.

**Solución problema 4:** Eventualmente constante

■