



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Ayudante: Nicholas Mc-Donnell

Email: namcdonnell@uc.cl

Ayudantía 15

MAT1106 — Introducción al Cálculo

Fecha: 2020-10-20

Problema 1:

- (a) Demuestre que $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}} = 1$
- (b) Demuestre que $\lim_{n \rightarrow \infty} \cos\left(\frac{1}{n}\right) = 1$
- (c) Demuestre que $\lim_{n \rightarrow \infty} n \sin\left(\frac{1}{n}\right) = 1$

Problema 2:

Sea x_n una sucesión convergente y $\varepsilon > 0$, demuestre que existe una subsucesión x_{n_k} tal que para todo $k \in \mathbb{N}$ se tiene

$$|x_{n_k} - x_{n_{k+1}}| < \varepsilon.$$

Problema 3:

Sean $0 < a < b$ reales. Se definen las sucesiones x_n, y_n como

$$x_1 = \sqrt{ab} \quad y_1 = \frac{a+b}{2} \quad x_{n+1} = \sqrt{x_n y_n} \quad y_{n+1} = \frac{x_n + y_n}{2}.$$

Demuestre que ambas sucesiones convergen al mismo límite.

Problema 4:

Sea x_n una sucesión. Definimos $s_n = \sum_{k=1}^n x_k$. Asuma que $s_n \rightarrow L$ y que x_n es siempre positiva. Definimos

$$r_n = \lim_{m \rightarrow \infty} \sum_{k=n+1}^m x_k.$$

- (a) Encuentre r_n de manera explicita.
- (b) Demuestre que $r_n \rightarrow 0$.