



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
FACULTAD DE MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Ayudante: Nicholas Mc-Donnell  
Email: [namcdonnell@uc.cl](mailto:namcdonnell@uc.cl)

## Ayudantía 24

MAT1106 — Introducción al Cálculo

Fecha: 2020-12-01

### Problema 1:

Demuestre que existe una única función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tal que para toda función  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  se tiene que  $f \circ g = g \circ f$ .

### Solución problema 1:

■

### Problema 2:

Demuestre las siguientes propiedades de funciones:

- 1)  $f : A \subseteq \mathbb{R} \rightarrow B \subseteq \mathbb{R}$  es una función biyectiva si y solo si tiene inversa  $f^{-1} : B \subseteq \mathbb{R} \rightarrow A \subseteq \mathbb{R}$  tal que  $\forall x \in B, f \circ f^{-1}(x) = x$  y  $\forall x \in A, f^{-1} \circ f(x) = x$ .
- 2) Sean  $f : A \subseteq \mathbb{R} \rightarrow B \subseteq \mathbb{R}$  y  $g : B \subseteq \mathbb{R} \rightarrow C \subseteq \mathbb{R}$  funciones biyectivas, entonces  $g \circ f : A \subseteq \mathbb{R} \rightarrow C \subseteq \mathbb{R}$  es biyectiva.
- 3) Sea  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tal que para toda sucesión  $x_n \rightarrow x$  se tiene que  $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = f(\lim_{n \rightarrow \infty} x_n) = f(x)$ , demuestre que si  $A \subseteq \mathbb{R}$  es acotado entonces  $f(A)$  es acotado.

### Solución problema 2:

■

### Problema 3:

Demuestre que  $f : A \rightarrow \mathbb{R}$  donde  $f(x) = \frac{x}{(x-1)(x+1)}$  es biyectiva si  $A$  es

- $(-1, 1)$
- $\mathbb{R} \setminus [-1, 1]$

**Solución problema 3:**

