



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Ayudante: Nicholas Mc-Donnell
Email: `namcdonnell@uc.cl`

Ayudantía 08

MAT1106 — Introducción al Cálculo

Fecha: 2020-09-15

Problema 1:

(I6 2018) Considere $x_n = \frac{n!}{n^n}$

(a) Demuestre que

$$\frac{x_{n+1}}{x_n} \leq \frac{1}{2}$$

(b) Demuestre que

$$0 \leq x_n \leq \frac{1}{2^{n-1}}$$

para todo $n \in \mathbb{N}$.

Solución problema 1:

(a) Desglosar

(b) Usar inducción más la parte anterior

■

Problema 2:

Demuestre que x_n es monótona si y solo si todas las subsucesiones también son monótonas.

Solución problema 2: \implies Hacerlo a manito

\Leftarrow trivial

■

Problema 3:

Para $a > 0$, se definen las funciones

$$f(x) = x^3 - 2 \quad \text{y} \quad g_a(x) = a^3 - 2 + 3a^2(x - a)$$

(a) Demuestre que

$$f(x) - g_a(x) = (x - a)^2(x + 2a)$$

y concluya que $f(x) \geq g_a(x)$ para todo $x \geq 0$.

(b) Ahora, sea x_n una sucesión tal que $x_1 = 2$ y x_{n+1} cumple

$$g_{x_n}(x_{n+1}) = 0$$

Demuestre que esta sucesión es monótona.

Solución problema 3:

(a) Hacer lo esperado.

(b) Ídem.

■

Problema 4:

Encuentre condiciones necesarias y suficientes para que una sucesión tenga una cantidad finita de subsucesiones.

Solución problema 4: Eventualmente constante

■