



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Ayudante: Nicholas Mc-Donnell

Email: namcdonnell@uc.cl

Ayudantía 17

MAT1106 — Introducción al Cálculo

Fecha: 2020-10-29

Problema 1:

Sea x_n una sucesión de términos no cero tal que $x_n \rightarrow 0$. Sea

$$\lambda_n = \frac{(1 + x_n)^k - 1}{x_n}$$

con $k \in \mathbb{N}$ fijo. Encuentre $\lim_{n \rightarrow \infty} \lambda_n$.

Problema 2:

Sean $a_1, \dots, a_k \in \mathbb{R}$.

- (a) Demuestre que $\sqrt[n]{|a_1|^n + \dots + |a_k|^n} \leq \max\{|a_1|, \dots, |a_k|\}$.
- (b) Demuestre que $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|a_1|^n + \dots + |a_k|^n} = \max\{|a_1|, \dots, |a_k|\}$

Problema 3:

Considere $I_n = [a_n, b_n]$, donde a_n es creciente, b_n es decreciente y $a_n \leq b_n$ para todo n . Demuestre que $\bigcap_{n \in \mathbb{N}} I_n \neq \emptyset$. ¿Qué pasaría si los intervalos fueron abiertos?

Problema 4:

Sea la sucesión

$$\sqrt{k}, \sqrt{k + \sqrt{k}}, \sqrt{k + \sqrt{k + \sqrt{k}}}, \dots$$

con $k \in \mathbb{N}$.

- (a) Demuestre que si $k = 2$, la sucesión converge.
- (b) Demuestre que la sucesión está acotada para cualquier $k \in \mathbb{N}$ fijo.

- (c) Encuentre condiciones necesarias y suficientes para que la sucesión converja a un número entero.