



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
FACULTAD DE MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Ayudante: Nicholas Mc-Donnell  
Email: [namcdonnell@uc.cl](mailto:namcdonnell@uc.cl)

## Ayudantía 01

MAT1106 — Introducción al Cálculo

Fecha: 2020-08-19

### Problema 1:

Sean  $a, b$  tales que  $ab = 1$ . Demuestre que  $a^2 + b^2 \geq 2$ .

### Problema 2:

Sean  $a, b \in \mathbb{R}$

- 1) Demuestre que  $a^2 + ab + b^2 \geq 0$ , y determine cuando se cumple la igualdad.
- 2) Demuestre que  $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ .
- 3) Concluya que  $a^3 > b^3$  si y solo si  $a > b$ .

### Problema 3:

Sean  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$  tales que  $a < b$  y  $c < d$ . Pruebe que  $ad + bc < ac + bd$

### Problema 4:

Demuestre que si  $L - \varepsilon \leq M$  para todo  $\varepsilon > 0$ , entonces  $L \leq M$

### Problema 5:

Se define el mínimo entre  $a$  y  $b$  como

$$\min(a, b) = \begin{cases} a & \text{si } a \leq b \\ b & \text{si } a > b \end{cases}$$

Demuestre que  $|x| = -\text{mín}(x, -x)$ .

**Problema 6:**

Se define el máximo entre  $a$  y  $b$  como

$$\text{máx}(a, b) = \begin{cases} a & \text{si } a \geq b \\ b & \text{si } a < b \end{cases}$$

Demuestre que  $\text{máx}(a, b) = \frac{a+b}{2} + \frac{|a-b|}{2}$ .