Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
Departamento de Matemática

Ayudante: Nicholas Mc-Donnell
Email: namcdonnell@uc.cl

Ayudantía 24

MAT1106 — Introducción al Cálculo

Fecha: 2020-12-01

Problema 1:

Demuestre que existe una única función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que para toda función $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ se tiene que $f \circ g = g \circ f$.

Problema 2:

Demuestre las siguientes propiedades de funciones:

1) $f : A \subseteq \mathbb{R} \to B\mathbb{R}$ es una función biyectiva si y solo si tiene inversa $f^{-1} : B \subseteq \mathbb{R} \to A \subseteq \mathbb{R}$ tal que $\forall x \in B, f \circ f^{-1}(x) = x$ y $\forall x \in A, f^{-1} \circ f(x) = x$.

2) Sean $f : A \subseteq \mathbb{R} \to B \subseteq \mathbb{R}$ y $g : B \subseteq \mathbb{R} \to C \subseteq \mathbb{R}$ funciones biyectivas, entonces $g \circ f : A \subseteq \mathbb{R} \to C \subseteq \mathbb{R}$ es biyectiva.

3) Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que para toda sucesión $x_n \to x$ se tiene que $\lim_{n\to\infty} f(x_n) = f(\lim_{n\to\infty} x_n) = f(x)$, demuestre que si $A \subseteq \mathbb{R}$ es acotado entonces $f(A)$ es acotado.

Problema 3:

Demuestre que $f : A \to \mathbb{R}$ donde $f(x) = \frac{x}{(x-1)(x+1)}$ es biyectiva si A es

- $(-1, 1)$
- $\mathbb{R} \setminus [-1, 1]$