



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
FACULTAD DE MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Ayudante: Nicholas Mc-Donnell

Email: [namcdonnell@uc.cl](mailto:namcdonnell@uc.cl)

## Ayudantía 25

MAT1106 — Introducción al Cálculo

Fecha: 2020-12-03

### Problema 1:

Dado una función  $f : A \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  y un  $c \in A$  demuestre que las siguientes definiciones son equivalentes:

- 1) Para todo abierto  $N(f(c)) \subseteq \mathbb{R}$  que contiene a  $f(c)$  existe un abierto  $N(c) \subseteq A$  que contiene a  $c$  tal que para todo  $x \in N(c)$  se tiene que  $f(x) \in N(f(c))$ .
- 2) Para toda sucesión  $\{x_n\}_{n \in \mathbb{N}} \subseteq A$  que converge a  $c$  se tiene que  $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = f(c)$ .
- 3) Para todo  $\varepsilon > 0$  existe un  $\delta > 0$  tal que para todo  $x \in D$   $|x - c| < \delta$  implica que  $|f(x) - f(c)| < \varepsilon$ .

### Solución problema 1:



### Problema 2:

Dado una función  $f : A \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  demuestre que las siguientes definiciones son equivalentes:

- 1) Para todo abierto  $V \subseteq \mathbb{R}$  se tiene que  $f^{-1}(V)$  es abierto.
- 2) Para todo cerrado  $V \subseteq \mathbb{R}$  se tiene que  $f^{-1}(V)$  es cerrado.
- 3) Para toda sucesión convergente  $\{x_n\}_{n \in \mathbb{N}} \subseteq A$  se tiene que  $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = f(\lim_{n \rightarrow \infty} x_n)$ .

### Solución problema 2:

