PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Tarea 2

Teoría de Autómatas y Lenguajes Formales — IIC2223

Fecha de Entrega: 2020-09-03

Nicholas Mc-Donnell

Problema 1:

Para cada lenguaje escriba una expresión regular que lo defina. Explique su respuesta

(a) Sea $\Sigma_1 = \{0,1\}$. L_1 es el lenguaje de todas las palabras $w \in \Sigma_1^*$ tal que $w \notin \mathcal{L}(01^+(011)^*(0+1))$.

(b) Sea $\Sigma_2 = \{0,1\} \times \{0,1\}$. L_2 es el lenguaje de todas las palabras $w \in \Sigma_2^*$ tal que para cada par consecutivo (a,b) y (c,d) se tiene que $b = c$. Por ejemplo, $(0,1)(1,0) \in L_2$ pero $(1,0)(1,0) \notin L_2$.

Solución problema 1:

(a) Viendo los posibles prefijos de las palabras en $\mathcal{L}(01^+(011)^*(0+1))$ se puede deducir el complemento, para esto sea $R' = 01^+(011)^*(0+1)$

1) Si R no comparte 'prefijos' con R', se tiene que R tiene que ser $0(0+1)^*$, ya que cualquier palabra en $\mathcal{L}(R')$ comienza con 1.

2) Si R comparte el 'prefijo' 0 pero nada más tiene que ser $00(0+1)^*$, ya que toda palabra de $\mathcal{L}(R')$ comienza con 0 y continua con al menos un 1.

3) Si R comparte el 'prefijo' 01^+ hay que notar que además puede compartir el 'prefijo' 01^+0, ya que si $w \in \mathcal{L}(01^+)$ y $w \neq 01$ entonces $w \in \mathcal{L}(01^+(0+1))$, por ende se tiene que $R = 01$ o que $R = 01^+00(0+1)^*$. El primero es ya que $01 \notin \mathcal{L}(R')$, y el segundo es ya que 01^+0 es 'prefijo', pero 01^+00 no lo es.

4) Si R comparte el 'prefijo' $01^+(011)^*$ y nada más, se tiene que $R = 01^+(011)^*$. Esto es ya que para toda $w \in \mathcal{L}(R')$ se tiene que tienen un carácter después de ese prefijo.

5) Si R comparte el 'prefijo' $01^+(011)^+1$, entonces $R = 01^+(011)^+10(0+1)^*$[1].

6) Si R comparte el 'prefijo' $01^+(011)^*01$, entonces el siguiente carácter tiene que ser un 0, pero después no hay restricciones. Con esto se tiene que $R = c$.

7) Si R comparte el 'prefijo' $01^+(011)^*00$ no hay restricciones. Con esto se tiene que $R = 01^+(011)^+00(0+1)^*$.

[1]El caso donde el 'prefijo' es 01^+1se ve en el punto 3.

Por ende se junta todo lo anterior, más la palabra vacía y se tiene lo siguiente

$$
\begin{aligned}
R =& \varepsilon \\
&+0(0+1)^* \\
&+00(0+1)^* \\
&+01 \\
&+01^+00(0+1)^* \\
&+01^+(011)^* \\
&+01^+(011)^+10(0+1)^* \\
&+01^+(011)^+10(0+1)^* \\
&+01^+(011)^*00(0+1)^*
\end{aligned}
$$

(b) Se toma la siguiente expresión regular

$$
\begin{aligned}
&((1,1)+(0,1)+((0,0)+(1,0))(0,0)^*(0,1)) \\
&((1,1)+(1,0)(0,1)+(1,0)(0,0)^*(0,1))^* \\
&((1,0)(0,0)^*+\varepsilon)+\varepsilon
\end{aligned}
$$

Esta expresión regular se puede dividir naturalmente en 4 partes, el 'inicio', el 'loop', el 'final' y el 'vacío'. El 'vacío' garantiza que se acepta la palabra vacía. El 'inicio' garantiza que la primera parte acepta todo comienzo posible que termina en $(a,1)$. El 'loop' toma todas las formas posibles de rellenar de tal forma de que comiencen con $(1,a)$ y terminen con $(b,1)$, asi logrando poder 'correr' el loop de nuevo. Y por último el 'final', que da todos los posibles finales, más específicamente, que termine en $(a,1)$[2] o $(a,0)$.

■

[2]Esto corresponde al ε