ĐẠI HỌC VINH TRƯỜNG THPT CHUYÊN	ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2017 - 2018 MÔN: TOÁN 12 (Thời gian làm bài 90 phút)

Họ và tên thí sinh:...SBD:.....................

Mã đề thi 132

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	D	B	A	B	D	B	A	C	B	D	B	C	D	C	C	D	C	D	A	B	B	C	A	A

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	A	D	A	C	B	B	D	C	D	C	C	C	B	C	D	A	A	C	D	B	D	C	C	A

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: **[2D3-1]** Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{3x+1}$ trên khoảng $\left(-\infty;-\dfrac{1}{3}\right)$ Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $F(x)=\dfrac{1}{3}\ln(3x+1)+C$.

B. $F(x)=\dfrac{1}{3}\ln(-3x-1)+C$.-

C. $F(x)=\ln|3x+1|+C$.

D. $F(x)=\ln(-3x-1)+C$.

Lời giải

Chọn B.

$F(x)=\int\dfrac{1}{3x+1}\mathrm{d}x=\dfrac{1}{3}\ln|3x+1|+C=\dfrac{1}{3}\ln(-3x-1)+C$ (do $x\in\left(-\infty;-\dfrac{1}{3}\right)$).

Câu 2: **[2H3-1]** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;2)$ và mặt phẳng $(P):2x-y+3z+1=0$. Đường thẳng đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z+2}{3}$.

B. $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+3}{2}$.

C. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{2}$.

D. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{3}$.

Lời giải

Chọn D.

Do đường thẳng Δ cần tìm vuông góc với mặt phẳng (P) nên véctơ pháp tuyến của (P) là $\overrightarrow{n_P}=(2;-1;3)$ cũng là véctơ chỉ phương của Δ. Mặt khác Δ đi qua điểm $M(1;1;2)$ nên phương trình chính tắc của Δ là $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{3}$.

Câu 3: **[2D4-1]** Cho số phức $z=a+bi$ với a,b là các số thực bất kỳ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Phần ảo của z là bi.

B. Môđun của z^2 bằng a^2+b^2.

C. $z-\overline{z}$ không phải là số thực.

D. Số z và $\overline{z}$ có môđun khác nhau.

Lời giải

Chọn B.

$|z^2|=|z.z|=|z|.|z|=|z|^2=\left(\sqrt{a^2+b^2}\right)^2=a^2+b^2$.

Câu 4: **[2D2-2]** Phương trình $\ln\left(x-\frac{1}{2}\right).\ln\left(x+\frac{1}{2}\right).\ln\left(x+\frac{1}{4}\right).\ln\left(x+\frac{1}{8}\right)=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện: $\begin{cases} x-\frac{1}{2}>0 \\ x+\frac{1}{2}>0 \\ x+\frac{1}{4}>0 \\ x+\frac{1}{8}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>\frac{1}{2} \\ x>-\frac{1}{2} \\ x>-\frac{1}{4} \\ x>-\frac{1}{8} \end{cases} \Leftrightarrow x>\frac{1}{2}$.

Khi đó:

$$\ln\left(x-\frac{1}{2}\right).\ln\left(x+\frac{1}{2}\right).\ln\left(x+\frac{1}{4}\right).\ln\left(x+\frac{1}{8}\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \ln\left(x-\frac{1}{2}\right)=0 \\ \ln\left(x+\frac{1}{2}\right)=0 \\ \ln\left(x+\frac{1}{4}\right)=0 \\ \ln\left(x+\frac{1}{8}\right)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-\frac{1}{2}=1 \\ x+\frac{1}{2}=1 \\ x+\frac{1}{4}=1 \\ x+\frac{1}{8}=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{3}{2} \\ x=\frac{1}{2} \\ x=\frac{3}{4} \\ x=\frac{7}{8} \end{array}\right..$$

So với điều kiện, ta được tập nghiệm của phương trình là $S=\left\{\frac{3}{2};\frac{3}{4};\frac{7}{8}\right\}$. Vậy phương trình đã cho có ba nghiệm.

Câu 5: **[2H3-1]** Trong không gian $Oxyz$, một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng $(\alpha): x-2y+3z+1=0$ là

A. $\vec{u}=(3;-2;1)$. **B.** $\vec{n}=(1;-2;3)$. **C.** $\vec{m}=(1;2;-3)$. **D.** $\vec{v}=(1;-2;-3)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có nếu (α) có dạng $Ax+By+Cz+D=0$ thì (α) có một véctơ pháp tuyến là $\vec{n}=(A;B;C)$. Suy ra $(\alpha): x-2y+3z+1=0$ có một véctơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;-2;3)$.

Câu 6: **[2D1-1]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D.

x	$-\infty$		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu $f'(x)$, ta có: hàm số $f(x)$ có 4 điểm x_0 mà tại đó $f'(x)$ đổi dấu khi x qua điểm x_0.

Vậy hàm số đã cho có 4 điểm cực trị.

Câu 7: **[2D3-1]** Cho hình phẳng (D) được giới hạn bới các đường $x=0$, $x=\pi$, $y=0$ và $y=-\sin x$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay (D) xung quanh trục Ox được tính theo công thức

A. $V=\pi\int_0^{\pi}|\sin x|\mathrm{d}x$.

B. $V=\pi\int_0^{\pi}\sin^2 x\mathrm{d}x$.

C. $V=\pi\left|\int_0^{\pi}(-\sin x)\mathrm{d}x\right|$.

D. $V=\int_0^{\pi}\sin^2 x\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có thể tích của khối tròn xoay cần tính là $V=\pi\int_0^{\pi}\sin^2 x\mathrm{d}x$.

Câu 8: **[2D1-2]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=-2018$ tại bao nhiêu điểm?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$, ta có đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=-2018$ tại 2 điểm.

Câu 9: **[2D2-2]** Cho $\log_a c=x>0$ và $\log_b c=y>0$. Khi đó giá trị của $\log_{ab} c$ là

A. $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}$. **B.** $\dfrac{1}{xy}$. **C.** $\dfrac{xy}{x+y}$. **D.** $x+y$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $\log_{ab}c=\dfrac{1}{\log_c ab}=\dfrac{1}{\log_c a+\log_c b}=\dfrac{1}{\dfrac{1}{\log_a c}+\dfrac{1}{\log_b c}}=\dfrac{1}{\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}}=\dfrac{xy}{x+y}$.

Câu 10: **[2H3-2]** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M\left(-1;1;0\right)$ và $N\left(3;3;6\right)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng MN có phương trình là

A. $x+2y+3z-1=0$. **B.** $2x+y+3z-13=0$.
C. $2x+y+3z-30=0$. **D.** $2x+y+3z+13=0$.

Lời giải

Chọn B.

Mặt phẳng trung trực $\left(P\right)$ của đoạn thẳng MN đi qua điểm $I\left(1;2;3\right)$ là trung điểm của đoạn thẳng MN và có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{MN}=\left(4;2;6\right)$.

Phương trình mặt phẳng $\left(P\right)$: $4\left(x-1\right)+2\left(y-2\right)+6\left(z-3\right)=0\Leftrightarrow 2x+y+3z-13=0$.

Câu 11: **[2H1-2]** Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA=a$, $OB=2a$, $OC=3a$. Thể tích của khối tứ diện $OABC$ bằng

A. $V=\dfrac{2a^3}{3}$. **B.** $V=\dfrac{a^3}{3}$. **C.** $V=2a^3$. **D.** $V=a^3$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $V_{O.ABC}=\dfrac{1}{3}OA.S_{OBC}=\dfrac{1}{3}OA.\dfrac{1}{2}OB.OC=a^3$.

Câu 12: **[1D4-2]** Giá trị của $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x-1}{\sqrt{x^2+1}-1}$ bằng

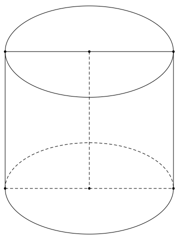
A. 0. **B.** -2. **C.** $-\infty$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x-1}{\sqrt{x^2+1}-1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x-1}{-x\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}-1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2-\dfrac{1}{x}}{-\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}-\dfrac{1}{x}}=-2$.

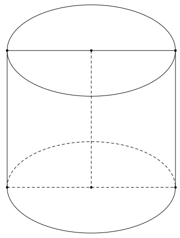
Câu 13: **[2H2-2]** Cắt một hình trụ bằng một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh $2a$. Diện tích xung quanh của hình trụ bằng



A. $2\pi a^2$. **B.** $8\pi a^2$. **C.** $4\pi a^2$. **D.** $16\pi a^2$.

Lời giải

Chọn C.



Dựa vào hình vẽ ta có bán kính và chiều cao của hình trụ lần lượt là a và $2a$.

Do đó, $S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi.a.2a = 4\pi a^2$.

Câu 14: **[1D2-1]** Một nhóm học sinh có 10 người. Cần chọn 3 học sinh trong nhóm để làm 3 công việc là tưới cây, lau bàn và nhặt rác, mỗi người làm một công việc. Số cách chọn là

A. 10^3. **B.** 3×10. **C.** C_{10}^3. **D.** A_{10}^3.

Lời giải

Chọn D.

Số cách chọn 3 em học sinh là số cách chọn 3 phần tử khác nhau trong 10 phần tử có phân biệt thứ tự nên số cách chọn thỏa yêu cầu là A_{10}^3.

Câu 15: **[2D1-2]** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-2)^3$, với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;\, 3)$. **B.** $(-1;\, 0)$. **C.** $(0;\, 1)$. **D.** $(-2;\, 0)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Đồng thời $f'(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (0;2)$ nên ta chọn đáp án theo đề bài là $(0;\, 1)$.

Câu 16: **[2D1-2]** Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}$ có tất cả bao nhiêu tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C.

Tập xác định hàm số $D = (-\infty;-1) \cup (1;+\infty)$.

Ta có $\lim\limits_{x \to +\infty} y = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{1+\dfrac{1}{x}}{\sqrt{1-\dfrac{1}{x^2}}} = 1$. Đồ thị có tiệm cận ngang $y = 1$.

Tương tự $\lim\limits_{x \to -\infty} y = -1 \Rightarrow$ đồ thị có tiệm cận ngang là $y = -1$.

Ta có: $\lim\limits_{x \to 1^+}(x+1) = 2 > 0$; $\lim\limits_{x \to 1^+}\sqrt{x^2-1} = 0$ và $\sqrt{x^2-1} > 0$, $\forall x > 1$ nên $\lim\limits_{x \to 1^+} y = +\infty$

$\Rightarrow$ đồ thị có tiệm cận đứng $x = 1$.

$\lim\limits_{x\to -1^-} y = \lim\limits_{x\to -1^-}\left(-\sqrt{\dfrac{x+1}{x-1}}\right) = 0$.

Kết luận : Đồ thị hàm số có tất cả 3 đường tiệm cận gồm tiệm cận đứng và ngang.

Câu 17: **[1D2-2]** Gieo đồng thời hai con súc sắc cân đối và đồng chất. Xác suất để tổng số chấm trên mặt xuất hiện của hai con súc sắc đó không vượt quá 5 bằng

A. $\dfrac{5}{12}$. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{2}{9}$. **D.** $\dfrac{5}{18}$.

Lời giải

Chọn D.

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = 6.6 = 36$.

Gọi A là biến cố: ‘‘Tổng số chấm xuất hiện trên mặt hai con súc sắc không vượt quá 5”.

Các phần tử của A là: $(1;1)$, $(1;2)$, $(1;3)$, $(1;4)$, $(2;1)$, $(2;2)$, $(2;3)$, $(3;1)$, $(3;2)$, $(4;1)$.

Như vậy số phần tử của A là: $n(A) = 10$.

Vậy xác suất cần tìm là: $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{5}{18}$.

Câu 18: **[2H3-2]** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1;1;6)$ và đường thẳng $\Delta : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2t \end{cases}$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên đường thẳng Δ là:

A. $N(1;3;-2)$. **B.** $H(11;-17;18)$. **C.** $M(3;-1;2)$. **D.** $K(2;1;0)$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi (α) là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với Δ tại H. Khi đó H là hình chiếu của A trên (α).

Phương trình mặt phẳng (α): $1(x+1) - 2(y-1) + 2(z-6) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 2z - 9 = 0$.

Ta có $H \in \Delta \Leftrightarrow H(2+t; 1-2t; 2t)$.

$H \in (\alpha) \Leftrightarrow 2 + t - 2(1-2t) + 4t - 9 = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

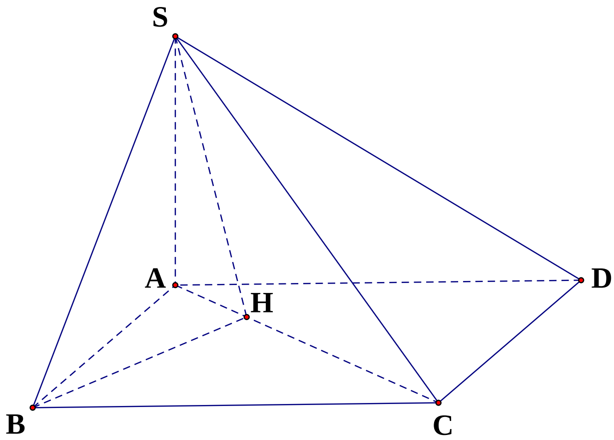
Vậy $H(3;-1;2)$ là điểm cần tìm.

Câu 19: **[1H3-2]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh $AB = a$, $AD = \sqrt{3}a$. Cạnh bên $SA = a\sqrt{2}$ và vuông góc mặt phẳng đáy. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) bằng:

A. 75°. **B.** 60°. **C.** 45°. **D.** 30°.

Lời giải

Chọn D.



Kẻ $BH \perp AC$ và $H \in AC \Rightarrow BH \perp (SAC)$.

SH là hình chiếu của BH trên mặt phẳng (SAC).

Góc giữa SB và mặt phẳng (SAC) là BSH .

Ta có $BH = \dfrac{AB.BC}{\sqrt{AB^2 + BC^2}} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, $SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = a\sqrt{3}$.

Trong tam giác vuông SBH ta có $\sin BSH = \dfrac{BH}{SB} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow BSH = 30°$.

Câu 20: **[2D2-2]** Đạo hàm của hàm số $y = (x^2 + x + 1)^{\frac{1}{3}}$ là

A. $y' = \dfrac{2x+1}{3\sqrt[3]{(x^2+x+1)^2}}$. **B.** $y' = \dfrac{1}{3}(x^2+x+1)^{\frac{2}{3}}$.

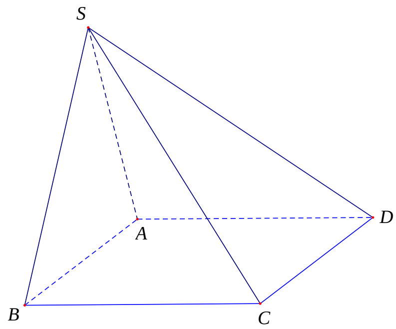
C. $y' = \dfrac{1}{3}(x^2+x+1)^{\frac{8}{3}}$. **D.** $y' = \dfrac{2x+1}{2\sqrt[3]{x^2+x+1}}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $y' = \dfrac{1}{3}(x^2+x+1)^{\frac{1}{3}-1}(x^2+x+1)' = \dfrac{2x+1}{3\sqrt[3]{(x^2+x+1)^2}}$.

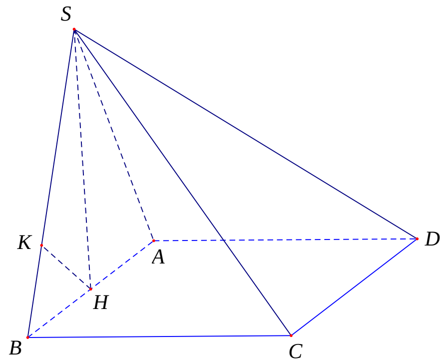
Câu 21: **[1H3-2]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên $SA = a\sqrt{5}$, mặt bên SAB là tam giác cân đỉnh S và thuộc mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách gữa hai đường thẳng AD và SC bằng



A. $\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\dfrac{4a\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{15}}{5}$. **D.** $\dfrac{2a\sqrt{15}}{5}$.

Lời giải

Chọn B.



Gọi H là trung điểm của cạnh AB.

Do tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy nên $SH \perp (ABCD)$.

Theo giả thiết ta có $AB = 2a \Rightarrow AH = a$.

Mà ta lại có $SA = a\sqrt{5}$ nên $SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = 2a$

Ta có $AD \,//\, BC \Rightarrow AD \,//\, (SBC)$

$\Rightarrow d(AD, SC) = d(AD, (SBC)) = d(A, (SBC)) = 2d(H, (SBC))$.

Do mặt phẳng $(SBC) \perp (SAB)$ nên từ H kẻ $HK \perp SB$ thì $HK = d(H, (SBC))$.

Ta có $HK = \dfrac{SH.HB}{SB} = \dfrac{2a.a}{a\sqrt{5}} = \dfrac{2a\sqrt{5}}{5} \Rightarrow d(AD, SC) = 2HK = \dfrac{4a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 22: **[2D3-2]** Tính $\int\limits_0^1 3^{2x+1}\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{9}{\ln 9}$. **B.** $\dfrac{12}{\ln 3}$. **C.** $\dfrac{4}{\ln 3}$. **D.** $\dfrac{27}{\ln 9}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\int\limits_0^1 3^{2x+1}\mathrm{d}x = \dfrac{1}{2}\int\limits_0^1 3^{2x+1}\mathrm{d}(2x+1) = \dfrac{1}{2}\left.\dfrac{3^{2x+1}}{\ln 3}\right|_0^1 = \dfrac{1}{2\ln 3}(3^3 - 3) = \dfrac{12}{\ln 3}$.

Câu 23: **[2D1-2]** Hàm số $y = (x^2 - x)^2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(0; \dfrac{1}{2}\right)$. **B.** $(1; 2)$. **C.** $(-2; 0)$. **D.** $(0; 1)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $y' = 2(x^2 - x)(2x - 1)$. Giải phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow 2(x^2 - x)(2x - 1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = \dfrac{1}{2} \end{array}\right.$.

Lập bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		$\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Từ bảng biến thiên ta có hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và $\left(\frac{1}{2};1\right)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$.

Câu 24: **[2D1-2]** Ký hiệu a, A lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2+x+4}{x+1}$ trên đoạn $[0;2]$. Giá trị $a+A$ bằng

A. 7. **B.** 18. **C.** 0. **D.** 12.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $y'=\dfrac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}$. Giải phương trình $y'=0 \Leftrightarrow x^2+2x-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\in[0;2] \\ x=3\notin[0;2] \end{array}\right.$.

Do $y(0)=4$; $y(1)=3$; $y(2)=\dfrac{10}{3}$ nên $\max\limits_{[0;2]} y=y(0)=4 \Rightarrow A=4$; $\min\limits_{[0;2]} y=y(1)=3 \Rightarrow a=3$.

Vậy $A+a=7$.

Câu 25: **[2D4-2]** Cho các số phức $z_1=3+2i$, $z_2=3-2i$. Phương trình bậc hai có hai nghiệm z_1 và z_2 là

A. $z^2-6z+13=0$. **B.** $z^2+6z+13=0$. **C.** $z^2+6z-13=0$. **D.** $z^2-6z-13=0$.

Lời giải

Chọn A.

Do $z_1=3+2i$, $z_2=3-2i$ là hai nghiệm của phương trình nên

$(z-z_1)(z-z_2)=0 \Leftrightarrow (z-3-2i)(z-3+2i)=0 \Leftrightarrow (z-3)^2+4=0 \Leftrightarrow z^2-6z+13=0$.

Câu 26: **[2D3-2]** Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)=\dfrac{\ln(x+3)}{x^2}$ sao cho $F(-2)+F(1)=0$. Giá trị của $F(-1)+F(2)$ bằng

A. $\dfrac{10}{3}\ln 2-\dfrac{5}{6}\ln 5$. **B.** 0. **C.** $\dfrac{7}{3}\ln 2$. **D.** $\dfrac{2}{3}\ln 2+\dfrac{3}{6}\ln 5$.

Lời giải

Chọn A.

Tính $\displaystyle\int \frac{\ln(x+3)}{x^2}\,\mathrm{d}x$.

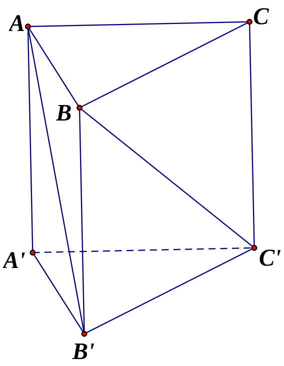
Đặt $\begin{cases} u=\ln(x+3) \\ \mathrm{d}v=\dfrac{\mathrm{d}x}{x^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u=\dfrac{\mathrm{d}x}{x+3} \\ v=-\dfrac{1}{x} \end{cases}$

Ta có $\int \frac{\ln(x+3)}{x^2}dx = -\frac{1}{x}\ln(x+3) + \int \frac{dx}{x(x+3)} = -\frac{1}{x}\ln(x+3) + \frac{1}{3}\ln\left|\frac{x}{x+3}\right| + C = F(x,C)$.

Lại có $F(-2)+F(1)=0 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{3}\ln 2 + C\right) + \left(-\ln 4 + \frac{1}{3}\ln\frac{1}{4} + C\right) = 0 \Leftrightarrow 2C = \frac{7}{3}\ln 2$.

Suy ra $F(-1)+F(2) = \ln 2 + \frac{1}{3}\ln 2 - \frac{1}{2}\ln 5 + \frac{1}{3}\ln\frac{2}{5} + 2C = \frac{10}{3}\ln 2 - \frac{5}{6}\ln 5$.

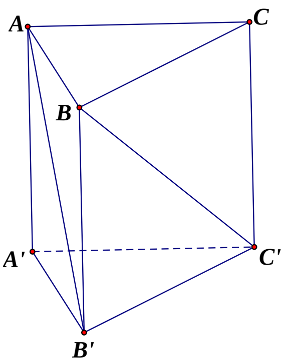
Câu 27: **[1H3-3]** Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$ và $AA' = \sqrt{2}a$. Góc giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng



A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $90°$. **D.** $30°$.

Lời giải

Chọn A.



Ta có $\overrightarrow{AB'}.\overrightarrow{BC'} = \left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB'}\right)\left(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC'}\right) = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{BB'}.\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'}.\overrightarrow{CC'}$

$= \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{BB'}.\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'}.\overrightarrow{CC'} = -\frac{a^2}{2} + 0 + 0 + 2a^2 = \frac{3a^2}{2}$.

Suy ra $\cos\left(\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{BC'}\right) = \frac{\overrightarrow{AB'}.\overrightarrow{BC'}}{\left|\overrightarrow{AB'}\right|.\left|\overrightarrow{BC'}\right|} = \frac{\frac{3a^2}{2}}{a\sqrt{3}.a\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \Rightarrow (AB', BC') = 60°$.

Câu 28: **[2D1-3]** Cho các hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên mỗi khoảng xác định của chúng và có bảng biến thiên được cho như hình vẽ dưới đây

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	||	$-$	
$g(x)$	0	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	0

Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Phương trình $f(x)=g(x)$ không có nghiệm thuộc khoảng $(-\infty;0)$.

B. Phương trình $f(x)+g(x)=m$ có 2 nghiệm với mọi $m>0$.

C. Phương trình $f(x)+g(x)=m$ có nghiệm với mọi m.

D. Phương trình $f(x)=g(x)-1$ không có nghiệm.

Lời giải

Chọn D.

Trong khoảng $(-\infty;0)$, ta có $f(x)>0, g(x)<0$ nên phương trình $f(x)=g(x)$ vô nghiệm suy ra A đúng.

Đặt $h(x)=f(x)+g(x)\Rightarrow h'(x)=f'(x)+g'(x)<0, \forall x\neq 0$. Ta có bảng biến thiên như sau. Từ bảng biến thiên ta có B, C đúng.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	||	$-$	
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	0

Xét trên khoảng $(0;+\infty)$, ta có bảng biến thiên

x	0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	
$f(x)$	y_0	$\searrow$	0

x	0		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	
$g(x)-1$	$+\infty$	$\searrow$	-1

Suy ra phương trình $f(x)=g(x)-1$ có ít nhất một nghiệm.

Vậy D sai.

Câu 29: **[1D2-3]** Tìm hệ số của x^3 sau khi khai triển và rút gọn các đơn thức đồng dạng của $\left(\frac{1}{x}-x+2x^2\right)^9$, $x\neq 0$.

A. -2940. **B.** 3210. **C.** 2940. **D.** -3210.

Lời giải

Chọn A.

Ta có

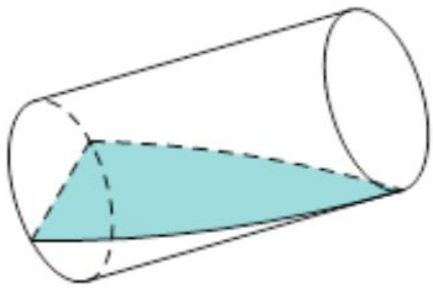
$$\left(\frac{1}{x}-x+2x^2\right)^9=\left[\frac{1}{x}+x(2x-1)\right]^9=\sum_{k=0}^{9}C_9^k\left(\frac{1}{x}\right)^{9-k}.x^k.(2x-1)^k=\sum_{k=0}^{9}\sum_{i=0}^{k}C_k^iC_9^k(-1)^{k-i}2^i.x^{2k+i-9}.$$

Theo yêu cầu bài toán ta có $2k+i-9=3\Leftrightarrow 2k+i=12$; $0\le i\le k\le 9$; $i,k\in\mathbb{N}$

Ta có các cặp $(i;k)$ thỏa mãn là: $(0;6),(2;5),(4;4)$.

Từ đó hệ số của x^3 là : $C_6^0C_9^6(-1)^{6-0}.2^0+C_5^2C_9^5(-1)^{5-2}.2^2+C_4^4C_9^4(-1)^{4-4}.2^4=-2940$.

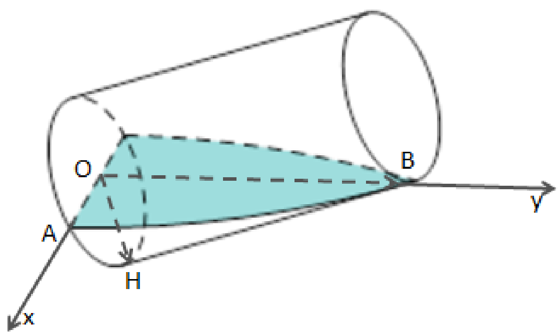
Câu 30: **[1H3-3]** Một chiếc cốc hình trụ có đường kính đáy 6 cm, chiều cao 15 cm chứa đầy nước. Nghiêng cốc cho nước chảy từ từ ra ngoài đến khi mép nước ngang với đường kính của đáy cốc. Khi đó diện tích của bề mặt nước trong cốc bằng



A. $\frac{9\sqrt{26}}{10}\pi$ cm^2. **B.** $9\sqrt{26}\pi$ cm^2. **C.** $\frac{9\sqrt{26}}{2}\pi$ cm^2. **D.** $\frac{9\sqrt{26}}{5}\pi$ cm^2.

Lời giải

Chọn C.



Ta có: $OH=3$, $OB=\sqrt{OH^2+HB^2}=3\sqrt{26}$, $\cos HOB=\frac{1}{\sqrt{26}}$.

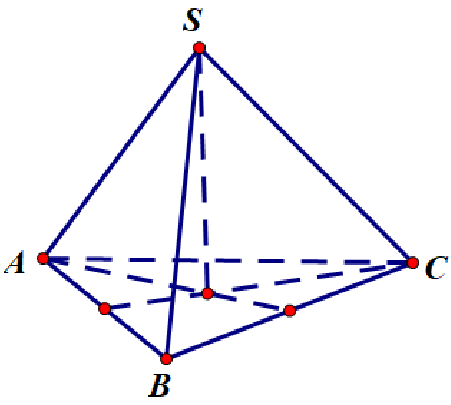
Áp dụng công thức hình chiếu về diện tích của hình phẳng ta có: $S'=S.\cos HOB$

$$\Rightarrow S=\frac{S'}{\cos HOB}=\frac{\frac{1}{2}\pi.3^2}{\frac{1}{\sqrt{26}}}=\frac{9\sqrt{26}\pi}{2}\text{ cm}^2.$$

Cách khác là dùng diện tích hình elip.

$$S=\frac{1}{2}S_{(E)}=\frac{1}{2}\pi ab=\frac{1}{2}\pi.3.\sqrt{15^2+3^2}=\frac{1}{2}\pi.3.3\sqrt{26}=\frac{9\sqrt{26}\pi}{2}\text{ cm}^2.$$

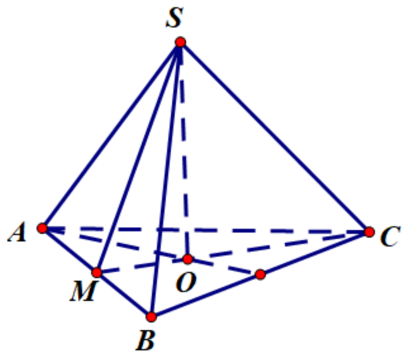
Câu 31: **[2H2-2]** Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh $AB=a$, góc tạo bởi (SAB) và (ABC) bằng $60°$. Diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S và có đường tròn đáy ngoại tiếp tam giác ABC bằng



A. $\dfrac{\sqrt{7}\pi a^2}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{7}\pi a^2}{6}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}\pi a^2}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}\pi a^2}{6}$.

Lời giải

Chọn B.



Gọi M là trung điểm AB và gọi O là tâm của tam giác ABC ta có :

$\begin{cases} AB \perp CM \\ AB \perp SO \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SCM) \Rightarrow AB \perp SM$ và $AB \perp CM$

Do đó góc giữa (SAB) và (ABC) là $SMO = 60°$.

Mặt khác tam giác ABC đều cạnh a nên $CM = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. Suy ra $OM = \dfrac{1}{3}CM = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}$.

$SO = OM.\tan 60° = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}.\sqrt{3} = \dfrac{a}{2}$.

Hình nón đã cho có chiều cao $h = SO = \dfrac{a}{2}$, bán kính đáy $R = OA = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$, độ dài đường sinh

$l = \sqrt{h^2 + R^2} = \dfrac{a\sqrt{21}}{6}$.

Diện tích xung quanh hình nón là: $S_{xq} = \pi.R.l = \pi.\dfrac{a\sqrt{3}}{3}.\dfrac{a\sqrt{21}}{6} = \dfrac{\sqrt{7}\pi a^2}{6}$

Câu 32: **[2D2-2]** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $4^x + 2^x + 4 = 3^m(2^x + 1)$ có hai nghiệm phân biệt

A. $1 < m \le \log_3 4$. **B.** $1 < m < \log_3 4$. **C.** $\log_4 3 \le m < 1$. **D.** $\log_4 3 < m < 1$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $4^x+2^x+4=3^m\left(2^x+1\right)\Leftrightarrow 4^x+\left(1-3^m\right)2^x+4-3^m=0$.

Đặt $t=2^x>0$, $n=3^m>0$ ta tìm $n>0$ để phương trình $t^2+\left(1-n\right)t+4-n=0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

Do đó $\begin{cases}\Delta>0\\ S>0\\ P>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left(1-n\right)^2-4\left(4-n\right)>0\\ n-1>0\\ 4-n>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}n^2+2n-15>0\\ n>1\\ n<4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}n<-5\\ n>3\end{array}\right.\\ 1<n<4\end{cases}\Leftrightarrow 3<n<4$

Vậy $3<3^m<4\Leftrightarrow 1<m<\log_3 4$.

Câu 33: **[2D4-3]** Cho số phức z. Gọi A, B lần lượt là các điểm trong mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ biểu diễn các số phức z và $\left(1+i\right)z$. Tính $\left|z\right|$ biết diện tích tam giác OAB bằng 8.

A. $\left|z\right|=2\sqrt{2}$. **B.** $\left|z\right|=4\sqrt{2}$. **C.** $\left|z\right|=2$. **D.** $\left|z\right|=4$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $OA=\left|z\right|$, $OB=\left|\left(1+i\right)z\right|=\sqrt{2}\left|z\right|$, $AB=\left|\left(1+i\right)z-z\right|=\left|iz\right|=\left|z\right|$.

Suy ra ΔOAB vuông cân tại A ($OA=AB$ và $OA^2+AB^2=OB^2$)

Ta có: $S_{\Delta OAB}=\dfrac{1}{2}OA.AB=\dfrac{1}{2}\left|z\right|^2=8\Leftrightarrow\left|z\right|=4$.

Câu 34: **[2H3-3]** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A\left(1;2;-1\right)$, đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $\left(P\right):x+y+2z+1=0$. Điểm B thuộc mặt phẳng $\left(P\right)$ thỏa mãn đường thẳng AB vuông góc và cắt đường thẳng d. Tọa độ điểm B là

A. $\left(3;-2;-1\right)$. **B.** $\left(-3;8;-3\right)$. **C.** $\left(0;3;-2\right)$. **D.** $\left(6;-7;0\right)$.

Lời giải

Chọn C.

Đường thẳng d có một VTCP là $\overrightarrow{u_d}=\left(2;1;-1\right)$.

Gọi $M=AB\cap d\Rightarrow M\left(1+2t;-1+t;2-t\right)\Rightarrow\overrightarrow{AM}=\left(2t;t-3;3-t\right)$.

$AB\perp d\Leftrightarrow\overrightarrow{AM}.\vec{u}=0\Leftrightarrow 4t+t-3-3+t=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow\overrightarrow{AM}=\left(2;-2;2\right)=2\left(1;-1;1\right)$

Đường thẳng AB đi qua điểm $A\left(1;2;-1\right)$, có một VTCP là $\vec{u}=\left(1;-1;1\right)$

$\Rightarrow AB:\begin{cases}x=1+t\\ y=2-t\\ z=-1+t\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$.

Ta có: $B=AB\cap\left(P\right)$ nên tọa độ của B là nghiệm của hệ $\begin{cases}x=1+t\\ y=2-t\\ z=-1+t\\ x+y+2z+1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=-1\\ x=0\\ y=3\\ z=-2\end{cases}$

$\Rightarrow B\left(0;3;-2\right)$.

Câu 35: **[2D3-3]** Cho $y=f\left(x\right)$ là hàm số chẵn và liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int\limits_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int\limits_1^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=1$. Giá trị của $\int\limits_{-2}^{2}\frac{f\left(x\right)}{3^x+1}\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D.

Do $\int\limits_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int\limits_1^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=1\Rightarrow\int\limits_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x=1$ và $\int\limits_1^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=2$

$\Rightarrow\int\limits_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_1^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\limits_0^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=3$.

Mặt khác $\int\limits_{-2}^{2}\frac{f\left(x\right)}{3^x+1}\mathrm{d}x=\int\limits_{-2}^{0}\frac{f\left(x\right)}{3^x+1}\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{2}\frac{f\left(x\right)}{3^x+1}\mathrm{d}x$ và $y=f\left(x\right)$ là hàm số chẵn, liên tục trên $\mathbb{R}$

$\Rightarrow f\left(-x\right)=f\left(x\right)\ \forall x\in\mathbb{R}$.

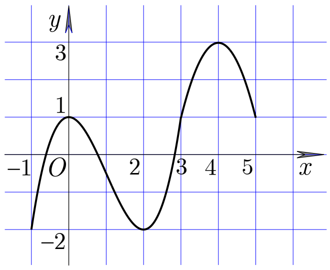
Xét $I=\int\limits_{-2}^{0}\frac{f\left(x\right)}{3^x+1}\mathrm{d}x$. Đặt $t=-x\Rightarrow dx=-dt$

$$\Rightarrow I=\int\limits_{-2}^{0}\frac{f\left(x\right)}{3^x+1}\mathrm{d}x=-\int\limits_{2}^{0}\frac{f\left(-t\right)}{3^{-t}+1}\mathrm{d}t=\int\limits_{0}^{2}\frac{f\left(-t\right)}{\frac{1}{3^t}+1}\mathrm{d}t=\int\limits_{0}^{2}\frac{3^t f\left(t\right)}{3^t+1}\mathrm{d}t=\int\limits_{0}^{2}\frac{3^x f\left(x\right)}{3^x+1}\mathrm{d}x$$

$$\Rightarrow\int\limits_{-2}^{2}\frac{f\left(x\right)}{3^x+1}\mathrm{d}x=\int\limits_{-2}^{0}\frac{f\left(x\right)}{3^x+1}\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{2}\frac{f\left(x\right)}{3^x+1}\mathrm{d}x=\int\limits_{0}^{2}\frac{3^x f\left(x\right)}{3^x+1}\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{2}\frac{f\left(x\right)}{3^x+1}\mathrm{d}x=\int\limits_{0}^{2}\frac{\left(3^x+1\right)f\left(x\right)}{3^x+1}\mathrm{d}x=$$

$\int\limits_0^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=3$.

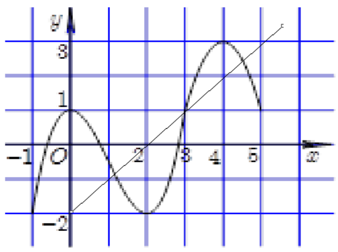
Câu 36: **[2D1-3]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị của hàm số $y=f'\left(x\right)$ được cho như hình bên. Hàm số $y=-2f\left(2-x\right)+x^2$ nghịch biến trên khoảng



A. $\left(-3;-2\right)$. **B.** $\left(-2;-1\right)$. **C.** $\left(-1;0\right)$. **D.** $\left(0;2\right)$.

Lời giải

Chọn C.



Ta có $y=-2f(2-x)+x^2 \Rightarrow y'=-(2-x)'2f'(2-x)+2x$

$y'=2f'(2-x)+2x \Rightarrow y'<0 \Leftrightarrow f'(2-x)+x<0 \Leftrightarrow f'(2-x)<(2-x)-2$.

Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng $y=x-2$ cắt đồ thị $y=f'(x)$ tại hai điểm có hoành độ nguyên liên tiếp là $\left[\begin{array}{l}1<x_1<2\\ x_2=3\end{array}\right.$ và cũng từ đồ thị ta thấy $f'(x)<x-2$ trên miền $2<x<3$ nên $f'(2-x)<(2-x)-2$ trên miền $2<2-x<3 \Leftrightarrow -1<x<0$.

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;\,0)$.

Câu 37: **[2D1-3]** Cho đồ thị $(C): y=\dfrac{x-1}{2x}$ và $d_1,\, d_2$ là hai tiếp tuyến của (C) song song với nhau. Khoảng cách lớn nhất giữa d_1 và d_2 là

A. 3. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** 2. **D.** $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C.

Do $(C): y=\dfrac{x-1}{2x}, y'(x)=\dfrac{1}{2x^2}\quad \forall x\neq 0$.

$d_1,\, d_2$ là hai tiếp tuyến của (C) song song với nhau lần lượt có các hoành độ tiếp điểm là $x_1,\, x_2\ (x_1\neq x_2)$, nên ta có $y'(x_1)=y'(x_2) \Leftrightarrow \dfrac{1}{2x_1^2}=\dfrac{1}{2x_2^2} \Rightarrow \left[\begin{array}{l}x_1=x_2\\ x_1=-x_2\end{array}\right. \Rightarrow x_1=-x_2$.

Gọi $M\left(x_1;\dfrac{x_1-1}{2x_1}\right);\, N\left(-x_1;\dfrac{x_1+1}{2x_1}\right)$.

PTTT d_1 tại $M\left(x_1;\dfrac{x_1-1}{2x_1}\right): y=\dfrac{1}{2x_1^2}(x-x_1)+\dfrac{x_1-1}{2x_1} \Leftrightarrow \dfrac{1}{2x_1^2}(x-x_1)-y+\dfrac{x_1-1}{2x_1}=0$.

Khi đó $d_{(d_1,\,d_2)}=d_{(N;d_1)}=\dfrac{\left|\dfrac{2}{x_1}\right|}{\sqrt{\dfrac{1}{4x_1^4}+1}}=\dfrac{4}{\sqrt{4x_1^2+\dfrac{1}{x_1^2}}}$.

Áp dụng BĐT Cô-Si ta có $4x_1^2+\dfrac{1}{x_1^2}\geq 2\sqrt{4x_1^2.\dfrac{1}{x_1^2}}=4 \Rightarrow d_{(d_1;\,d_2)}=\dfrac{4}{\sqrt{4x_1^2+\dfrac{1}{x_1^2}}}\leq\dfrac{4}{2}=2$.

Câu 38: **[2H3-2]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=6$ tiếp xúc với hai mặt phẳng $(P): x+y+2z+5=0$, $(Q): 2x-y+z-5=0$ lần lượt tại các điểm A, B. Độ dài đoạn AB là

A. $3\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $2\sqrt{6}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi $A(x;y;z)$ là tiếp điểm của mặt phẳng $(P): x+y+2z+5=0$ và mặt cầu (S).

Khi đó $\begin{cases} \overrightarrow{IA} = k\overrightarrow{n_P} \\ A \in (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z+1}{2} \\ x+y+2z+5=0 \end{cases} \Rightarrow A(0;1;-3)$.

Gọi $B(x';y';z')$ là tiếp điểm của mặt phẳng $(Q): 2x-y+z-5=0$ và mặt cầu (S).

Khi đó $\begin{cases} \overrightarrow{IB} = k\overrightarrow{n_Q} \\ B \in (Q) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x'-1}{2} = \dfrac{y'-2}{-1} = \dfrac{z'+1}{1} \\ 2x'-y'+z'-5=0 \end{cases} \Rightarrow B(3;1;0)$.

Độ dài đoạn $AB = 3\sqrt{2}$.

Câu 39: **[2H3-3]** Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-m}{2}$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 9$ .Tìm m để đường thẳng d cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt E, F sao cho độ dài đoạn EF lớn nhất

A. $m=1$. **B.** $m=0$. **C.** $m=-\dfrac{1}{3}$. **D.** $m=\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;2)$ và bán kính $R=3$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên d, khi đó H là trung điểm đoạn EF .

Ta có $EF = 2EH = 2\sqrt{R^2 - (d(I,(P)))^2}$. Suy ra EF lớn nhất khi $d(I,(P))$ nhỏ nhất

Đường thẳng d qua $A(1;-1;m)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (1;1;2)$.

Ta có $\overrightarrow{AI} = (0;2;2-m)$, $\left[\overrightarrow{AI}, \vec{u}\right] = (2+m;2-m;-2)$.

Suy ra $d(I,(P)) = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AI},\vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|} = \dfrac{\sqrt{2m^2+12}}{\sqrt{1+1+4}} \ge \sqrt{2}$.

Do đó $d(I,(P))$ nhỏ nhất khi $m=0$. Khi đó $EF = 2EH = 2\sqrt{R^2 - (d(I,(P)))^2} = 2\sqrt{7}$.

Câu 40: **[2D1-3]** Biết rằng giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = mx + \dfrac{36}{x+1}$ trên $[0;3]$ bằng 20. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $0 < m \le 2$. **B.** $4 < m \le 8$. **C.** $2 < m \le 4$. **D.** $m > 8$.

Lời giải

Chọn C.

$y = mx + \dfrac{36}{x+1} \Rightarrow y' = m - \dfrac{36}{(x+1)^2}$

Trường hợp 1: $m=0$, ta có $y' = -\dfrac{36}{(x+1)^2} < 0, \forall x \ne -1$ .Khi đó $\min\limits_{x\in[0;3]} y = y(3) = 9$ (loại).

Trường hợp 2: $m \ne 0$

□ Nếu $m<0$, ta có $y'<0$, $\forall x \ne -1$ Khi đó $\min\limits_{x\in[0;3]} y = y(3) \Leftrightarrow 20 = 3m+9 \Leftrightarrow m = \dfrac{11}{3}$ (loại).

□ Nếu $m>0$, khi đó $y'=0\Leftrightarrow m-\frac{36}{(x+1)^2}=0\Leftrightarrow (x+1)^2=\frac{36}{m}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{6}{\sqrt{m}}-1 \\ x=-\frac{6}{\sqrt{m}}-1\ (l) \end{array}\right.$.

□ $0<\frac{6}{\sqrt{m}}-1\le 3\Leftrightarrow \frac{4}{9}<m\le 36$, $\min\limits_{x\in[0;3]} y=y\left(\frac{6}{\sqrt{m}}-1\right)=12\sqrt{m}-m=20\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=4 \\ m=100(l) \end{array}\right.$.

□ $\frac{6}{\sqrt{m}}-1>3\Leftrightarrow m<\frac{9}{4}$, $\min\limits_{x\in[0;3]} y=y(3)\Leftrightarrow 20=3m+9\Leftrightarrow m=\frac{11}{3}(l)$.

Câu 41: **[2H3-3]** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\begin{cases} x=1+t \\ y=2-t \\ z=t \end{cases}$, $d':\begin{cases} x=2t' \\ y=1+t' \\ z=2+t' \end{cases}$. Đường thẳng Δ cắt d, d' lần lượt tại các điểm A, B thỏa mãn độ dài đoạn thẳng AB nhỏ nhất. Phương trình đường thẳng Δ là

A. $\frac{x-1}{-2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z}{3}$.

B. $\frac{x-4}{-2}=\frac{y}{-1}=\frac{z-2}{3}$.

C. $\frac{x}{2}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z+1}{-3}$.

D. $\frac{x-2}{-2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{3}$.

Lời giải

Chọn D.

$\Delta\cap d=A(1+t;2-t;t)$, $\Delta\cap d=B(2t';1+t';2+t')$.

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB}.\vec{u}=0 \\ \overrightarrow{AB}.\vec{u'}=0 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} 2t'-t-1-t'-t+1+t'-t+2=0 \\ 4t'-2t-2+t'+t-1+t'-t+2=0 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} 2t'-3t=-2 \\ 6t'-2t=1 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} t'=\frac{1}{2} \\ t=1 \end{cases}.$$

Suy ra $A(2;1;1)$, $\overrightarrow{AB}=\left(-1;\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$

AB ngắn nhất suy ra AB là đoạn vuông góc chung của d, d'.

Vậy Δ đi qua $A(2;1;1)$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}=2\overrightarrow{AB}=(-2;1;3)$ $\Rightarrow \Delta:\frac{x-2}{-2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{3}$.

Câu 42: **[2D1-3]**Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x^3-2x^2)(x^3-2x)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số $|f(1-2018x)|$ có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị?

A. 9. **B.** 2018. **C.** 2022. **D.** 11.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $f'(x)=x^3(x-2)(x^2-2)=0$ có 4 nghiệm và đổi dấu 4 lần nên hàm số $y=f(x)$ có 4 cực trị. Suy ra $f(x)=0$ có tối đa 5 nghiệm phân biệt.

Do đó $y=|f(1-2018x)|$ có tối đa 9 cực trị.

Câu 43: **[2D2-3]** Gọi a là giá trị nhỏ nhất của $f(n)=\dfrac{(\log_3 2)(\log_3 3)(\log_3 4)...(\log_3 n)}{9^n}$, với $n\in\mathbb{N}$, $n\geq 2$. Có bao nhiêu số n để $f(n)=a$?

A. 2. **B.** vô số. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $f(n+1)=f(n).\dfrac{\log_3(n+1)}{9}$, $f(n)=f(n-1).\dfrac{\log_3 n}{9}$

Do a là giá trị nhỏ nhất của $f(n)$ nên $f(n)=a \Leftrightarrow \begin{cases} f(n)\leq f(n+1) \\ f(n)\leq f(n-1)\end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f(n)\leq f(n).\dfrac{\log_3(n+1)}{9} \\ f(n-1).\dfrac{\log_3 n}{9}\leq f(n-1)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\log_3(n+1)\geq 9 \\ \log_3 n\leq 9\end{cases} \Leftrightarrow 3^9-1\leq n\leq 3^9.$$

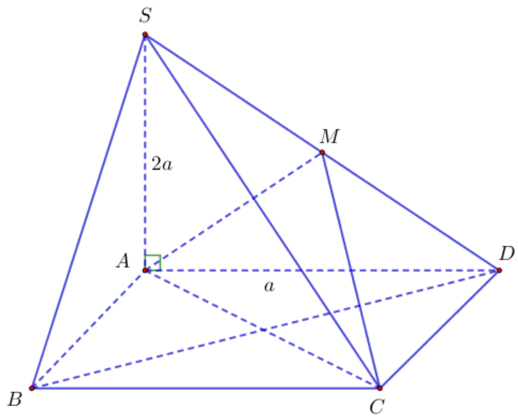
Vậy có 2 giá trị của n thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 44: **[2H1-3]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên $SA=2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm cạnh SD. Tang của góc tạo bởi hai mặt phẳng (AMC) và (SBC) bằng

A. $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn C.



Chọn hệ trục tọa độ và chuẩn hóa cho $a=1$ sao cho $A(0;0;0)$, $B(0;1;0)$, $D(1;0;0)$, $S(0;0;2)$

Ta có M là trung điểm $SD \Rightarrow M\left(\dfrac{1}{2};0;1\right)$, $C(1;1;0)$.

$\overrightarrow{AM}=\left(\dfrac{1}{2};0;1\right)$, $\overrightarrow{AC}=(1;1;0)$, $\left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AC}\right]=\left(-1;1;\dfrac{1}{2}\right)\Rightarrow(AMC)$ có một vtpt $\vec{n}=(-2;2;1)$

$\overrightarrow{SB}=(0;1;-2)$, $\overrightarrow{SC}=(1;1;-2)$, $\left[\overrightarrow{SB},\overrightarrow{SC}\right]=(0;2;1)\Rightarrow(SBC)$ có một vtpt $\vec{k}=(0;2;1)$

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (AMC) và (SBC) thì $\cos\alpha=\dfrac{|\vec{n}.\vec{k}|}{|\vec{n}|.|\vec{n}|}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

Do $\tan\alpha > 0$ nên $\tan\alpha = \sqrt{\dfrac{1}{\cos^2\alpha} - 1} = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.

Câu 45: **[2D2-4]** Biết rằng a là số thực dương sao cho bất đẳng thức $3^x + a^x \geq 6^x + 9^x$ đúng với mọi số thực x. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a \in (12;14]$. **B.** $a \in (10;12]$. **C.** $a \in (14;16]$. **D.** $a \in (16;18]$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có

$3^x + a^x \geq 6^x + 9^x$

$\Leftrightarrow a^x - 18^x \geq 6^x + 9^x - 3^x - 18^x$

$\Leftrightarrow a^x - 18^x \geq 3^x\left(2^x - 1\right) - 9^x\left(2^x - 1\right)$

$\Leftrightarrow a^x - 18^x \geq -3^x\left(2^x - 1\right)\left(3^x - 1\right) \quad (*)$.

Ta thấy $\left(2^x - 1\right)\left(3^x - 1\right) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow -3^x\left(2^x - 1\right)\left(3^x - 1\right) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

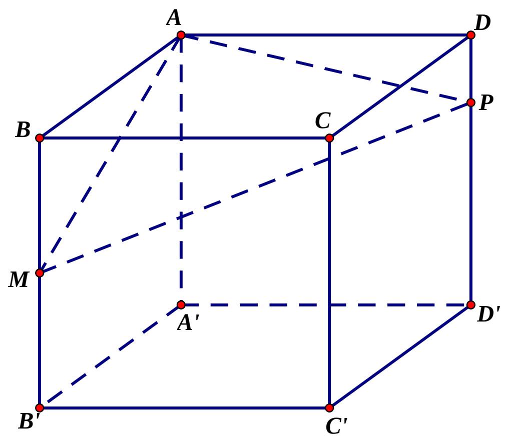
Do đó, $(*)$ đúng với mọi số thực x

$\Leftrightarrow a^x - 18^x \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \left(\dfrac{a}{18}\right)^x \geq 1, \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \dfrac{a}{18} = 1 \Leftrightarrow a = 18 \in (16;18]$.

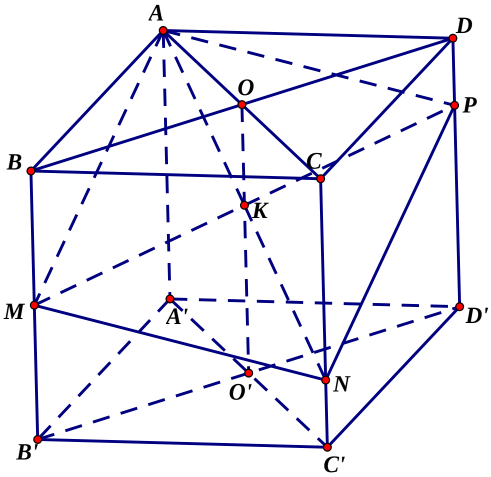
Câu 46: **[2H1-4]** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh $2a$, gọi M là trung điểm của BB' và P thuộc cạnh DD' saeo cho $DP = \dfrac{1}{4}DD'$. Mặt phẳng (AMP) cắt CC' tại N. Thể tích khối đa diện $AMNPBCD$ bằng



A. $V = 2a^3$. **B.** $V = 3a^3$. **C.** $V = \dfrac{9a^3}{4}$. **D.** $V = \dfrac{11a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn B.



Thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là $V = (2a)^3 = 8a^3$.

Gọi O, O' lần lượt là tâm hai hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$, gọi $K = OO' \cap MP$, khi đó $N = AK \cap CC'$.

Ta có $OK = \dfrac{1}{2}(DP + BM) = \dfrac{1}{2}\left(a + \dfrac{a}{2}\right) = \dfrac{3a}{4}$. Do đó $CN = 2OK = \dfrac{3a}{2}$.

Diện tích hình thang $BMNC$ là

$$S_{BMNC} = \frac{1}{2}(BM + CN).BC = \frac{1}{2}\left(a + \frac{3a}{2}\right).2a = \frac{5a^2}{2}.$$

Thể tích khối chóp $A.BMNC$ là

$$V_{A.BMNC} = \frac{1}{3}.S_{BMNC}.AB = \frac{1}{3}.\frac{5a^2}{2}.2a = \frac{5a^3}{3}.$$

Diện tích hình thang $DPNC$ là

$$S_{DPNC} = \frac{1}{2}(DP + CN).CD = \frac{1}{2}\left(\frac{a}{2} + \frac{3a}{2}\right).2a = 2a^2.$$

Thể tích khối chóp $A.DPNC$ là

$$V_{A.DPNC} = \frac{1}{3}.S_{DPNC}.AD = \frac{1}{3}.2a^2.2a = \frac{4a^3}{3}.$$

Thể tích khối đa diện $AMNPBCD$ bằng

$$V = V_{A.BMNC} + V_{A.DPNC} = \frac{5a^3}{3} + \frac{4a^3}{3} = 3a^3.$$

Câu 47: **[2D3-4]** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x) + f\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) = \sin x.\cos x$, với mọi $x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 0$. Giá trị của tích phân $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} x.f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $-\dfrac{\pi}{4}$. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{\pi}{4}$. **D.** $-\dfrac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn D.

Theo giả thiết, $f(0)=0$ và $f(x)+f\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\sin x.\cos x$ nên $f(0)+f\left(\frac{\pi}{2}\right)=0$ hay $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=0$.

Mặt khác, $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}} x.f'(x)\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\mathrm{d}\left[f(x)\right]=\left[xf(x)\right]\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}-\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x$ hay $I=-\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x$.

Mà $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{\pi}{2}} f\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\mathrm{d}x$ nên $I=-\frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left[f(x)+f\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\right]\mathrm{d}x$.

Suy ra $I=-\frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x.\cos x\mathrm{d}x=\left(\frac{1}{8}\cos 2x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=-\frac{1}{4}$.

Câu 48: **[2D4-4]** Cho các số phức w, z thỏa mãn $|\mathrm{w}+\mathrm{i}|=\frac{3\sqrt{5}}{5}$ và $5\mathrm{w}=(2+\mathrm{i})(z-4)$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=|z-1-2\mathrm{i}|+|z-5-2\mathrm{i}|$ bằng

A. $6\sqrt{7}$. **B.** $4+2\sqrt{13}$. **C.** $2\sqrt{53}$. **D.** $4\sqrt{13}$.

Lời giải

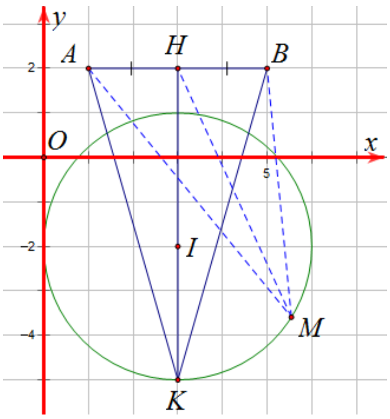
Chọn C.

Gọi $z=x+yi$, với $x,y\in\mathbb{R}$. Khi đó $M(x;y)$ là điểm biểu diễn cho số phức z.

Theo giả thiết, $5\mathrm{w}=(2+\mathrm{i})(z-4)\Leftrightarrow 5(\mathrm{w}+\mathrm{i})=(2+\mathrm{i})(z-4)+5\mathrm{i}\Leftrightarrow(2-\mathrm{i})(\mathrm{w}+\mathrm{i})=z-3+2\mathrm{i}$

$\Leftrightarrow|z-3+2\mathrm{i}|=3$. Suy ra $M(x;y)$ thuộc đường tròn $(C):(x-3)^2+(y+2)^2=9$.

Ta có $P=|z-1-2\mathrm{i}|+|z-5-2\mathrm{i}|=MA+MB$, với $A(1;2)$ và $B(5;2)$.



Gọi H là trung điểm của AB, ta có $H(3;2)$ và khi đó:

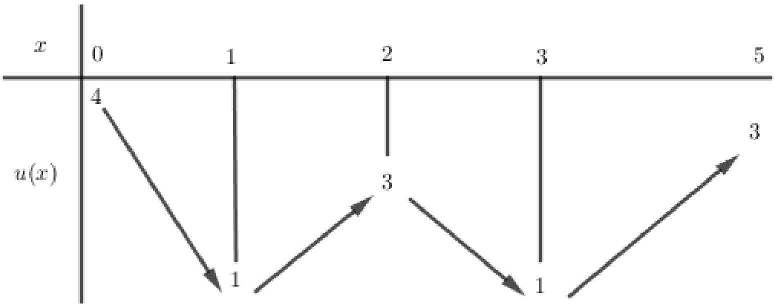
$P=MA+MB\le\sqrt{2\left(MA^2+MB^2\right)}$ hay $P\le\sqrt{4MH^2+AB^2}$.

Mặt khác, $MH\le KH$ với mọi $M\in(C)$ nên

$P\le\sqrt{4KH^2+AB^2}=\sqrt{4(IH+R)^2+AB^2}=2\sqrt{53}$.

Vậy $P_{\max}=2\sqrt{53}$ khi $\begin{cases}M\equiv K\\MA=MB\end{cases}$ hay $z=3-5\mathrm{i}$ và $\mathrm{w}=\frac{3}{5}-\frac{11}{5}\mathrm{i}$.

Câu 49: **[2D1-3]** Cho hàm số $u(x)$ liên tục trên đoạn $[0;5]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $\sqrt{3x}+\sqrt{10-2x}=m.u(x)$ có nghiệm trên đoạn $[0;5]$?



A. 6. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C.

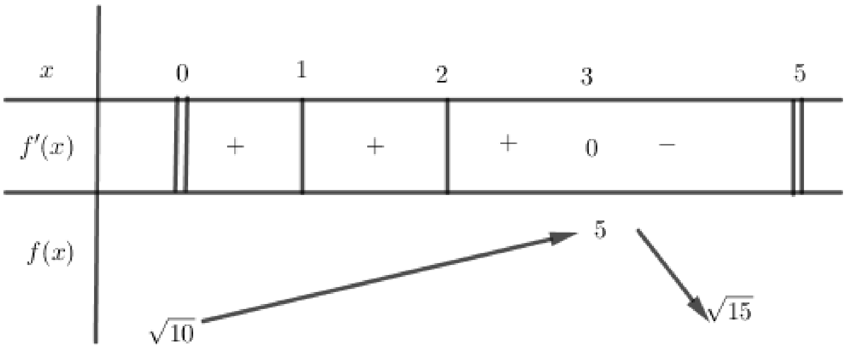
Theo bảng biến thiên ta có trên $[0;5]$ thì $1\le u(x)\le 4\ \ (1)$,

Ta có $\sqrt{3x}+\sqrt{10-2x}=m.u(x)\Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{3x}+\sqrt{10-2x}}{u(x)}=m$

Xét hàm số $f(x)=\sqrt{3x}+\sqrt{10-2x}$ trên $[0;5]$

Ta có $f'(x)=\dfrac{\sqrt{3}}{2\sqrt{x}}-\dfrac{2}{2\sqrt{10-2x}}$; $f'(x)=0\Leftrightarrow \sqrt{3}\sqrt{10-2x}=2\sqrt{x}\Leftrightarrow 3(10-2x)=4x\Leftrightarrow x=3$.

Bảng biến thiên



Do đó ta có trên $[0;5]$ thì $\sqrt{10}\le f(x)\le 5\ \ (2)$.

Từ (1) và (2) ta có $\begin{cases}\max f(x)=f(3)=5\\ \min u(x)=u(3)=1\end{cases}$ và $\begin{cases}\min f(x)=f(0)=\sqrt{10}\\ \max u(x)=u(0)=4\end{cases}$

Do đó $\dfrac{\sqrt{10}}{4}\le\dfrac{f(x)}{u(x)}\le 5$ với mọi $x\in[0;5]$.

Để phương trình $\sqrt{3x}+\sqrt{10-2x}=m.u(x)$ có nghiệm trên đoạn $[0;5]$ $\Leftrightarrow$ phương trình $\dfrac{\sqrt{3x}+\sqrt{10-2x}}{u(x)}=m$ có nghiệm trên đoạn $[0;5]\Leftrightarrow\dfrac{\sqrt{10}}{4}\le m\le 5$.

Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{1;2;3;4;5\}$.

Câu 50: **[1D2-3]** Chia ngẫu nhiên 9 viên bi gồm 4 viên màu đỏ và 5 viên màu xanh có cùng kích thước thành ba phần, mỗi phần 3 viên. Xác xuất để không có phần nào gồm 3 viên cùng màu bằng

A. $\frac{9}{14}$. **B.** $\frac{2}{7}$. **C.** $\frac{3}{7}$. **D.** $\frac{5}{14}$.

Lời giải

Chọn A.

Vì xác suất không thay đổi khi ta coi ba phần này có xếp thứ tự 1, 2, 3 .

Chia ngẫu nhiên 9 viên bi gồm 4 viên màu đỏ và 5 viên màu xanh có cùng kích thước thành ba phần, mỗi phần 3 viên như sau:

Phần 1: Chọn 3 viên cho phần 1 có C_9^3 cách.

Phần 2: Chọn 3 viên cho phần 2 có C_6^3 cách.

Phần 3: Chọn 3 viên lại cho phần 3 có 1 cách.

Do đó số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_9^3.C_6^3 = 1680$.

Gọi A là biến cố không có phần nào gồm 3 viên cùng màu, khi đó ta chia các viên bi thành 3 bộ như sau:

Bộ 1: 2 đỏ - 1 xanh: Có $C_4^2 C_5^1$ cách chọn

Bộ 2: 1 đỏ - 2 xanh: Có $C_2^1 C_4^2$ cách chọn

Bộ 3: gồm các viên bi còn lại(1 đỏ - 2 xanh).

Vì bộ 2 và 3 có các viên bi giống nhau để không phân biệt hai bộ này nên có $\frac{3!}{2!}$ sắp xếp 3 bộ vào 3 phần trên.

Do đó $n(A) = \frac{3!}{2!} C_4^2 C_5^1 C_2^1 C_4^2 = 1080$.

Ta được $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1080}{1680} = \frac{9}{14}$.