/* elice */

Divide & Conquer, and Greedy approach

2016. 11. 22.

신현규



피드백

- 수업은 어느정도 이해 되고, 솔루션도 보면 어느정도 알겠는데, 문제는 못 풀겠어요
- · 프로그래밍이 익숙하지 않아요 / 라이브러리 설명이 필요해요
- 문제가 너무 많아요. 다 풀어야 하나요?
- 문제 하나 푸는데 시간이 너무 오래걸려요
- 저 빼고 다 잘하는 것 같아요
- 수업시간을 좀 더 늘릴 수 없나요?
- · Class가 갑자기 웬말이예요?
- ICPC 수업은 왜 하는거예요?



왜 ICPC인가?

• 우리의 목적은 Data science / Machine learning



왜 ICPC인가?

- 우리의 목적은 Data science / Machine learning
- 현재 우리가 겪고 있는 어려움
 - 프로그래밍이 어렵다
 - 알고리즘이 어렵다
 - 알고리즘을 어떻게 코드로 옮겨야 하는지 모르겠다
 - 알고리즘은 알겠는데, 문제를 어떻게 풀어야 할지 모르겠다
 - 풀이까지 알겠는데 코딩을 못하겠다

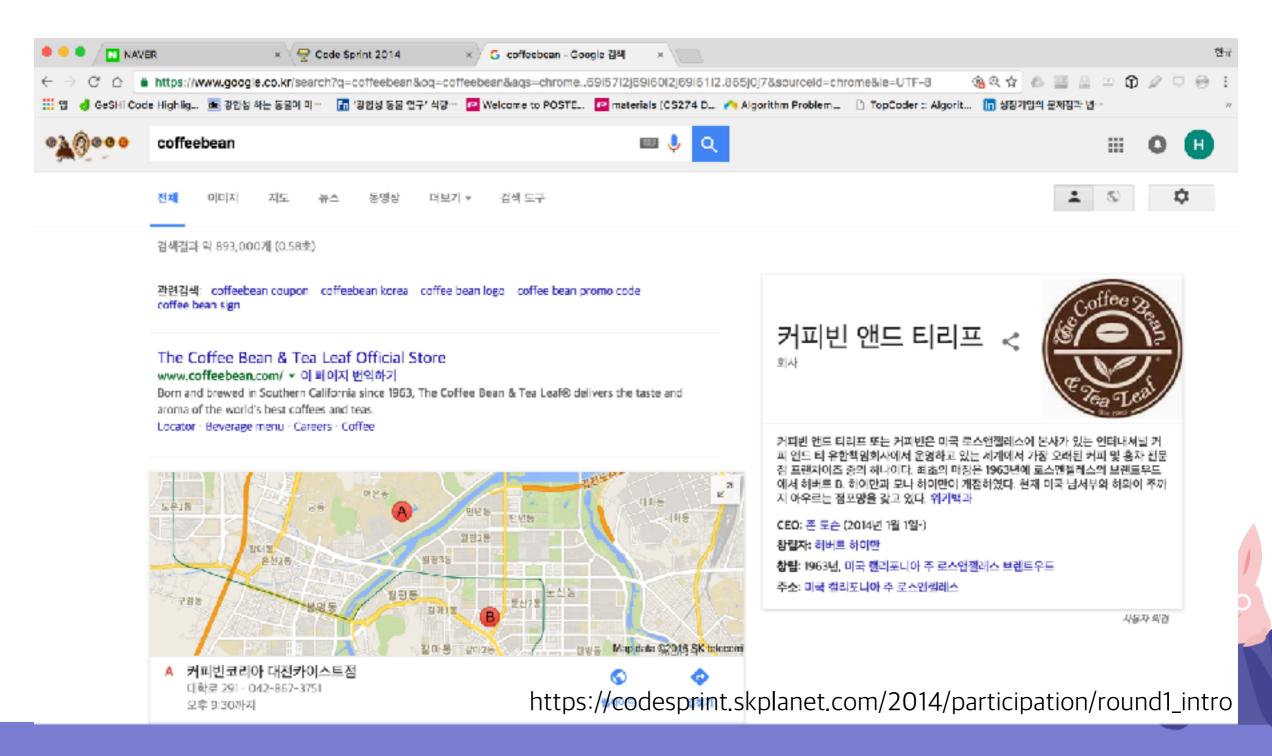


왜 ICPC인가?

- · 우리의 목적은 Data science / Machine learning
- 현재 우리가 겪고 있는 어려움
 - 프로그래밍이 어렵다
 - 데이터 분석 알고리즘이 어렵다
 - 데이터 분석 알고리즘을 어떻게 코드로 옮겨야 하는지 모르겠다
 - 데이터 분석 알고리즘은 알겠는데, 문제를 어떻게 풀어야 할지 모르겠다
 - 풀이까지 알겠는데 코딩을 못하겠다



Example (SK Code Sprint 14)



Example (SK Code Sprint 14)

- 검색어가 주어졌을 때, 사용자의 의도대로 정확히 잘라라
 - "coffeebean" —> "coffee bean"
- Training set 으로 컴퓨터를 학습시켜 test set의 정답을 최대한 많이 맞히는 사람이 승리
 - Training set은 10만 문장, test set은 1만개의 string
 - Training 10분, testing 10초



문제 풀이 순서

- 1. 문제를 이해한다
- 2. 문제를 풀기 위한 알고리즘을 디자인 한다
- 3. 알고리즘이 문제를 정확히 푼다는 것을 증명한다
- 4. 알고리즘이 제한 시간 내에 정답을 낸다는 것을 증명한다
- 5. 정확하게 구현한다



문제 풀이 순서

- 1. 문제를 이해한다
- 2. 문제를 풀기 위한 알고리즘을 디자인 한다 : 굉장히 어렵다
- 3. 알고리즘이 문제를 정확히 푼다는 것을 증명한다 : 증명할 수 없음
- 4. 알고리즘이 제한 시간 내에 정답을 낸다는 것을 증명한다 : 가능은 함
- 5. 정확하게 구현한다



Machine Learning 을 배울 준비

- 알고리즘 디자인 Training 을 위해서
 - 이미 디자인 되어있는 여러 알고리즘을 배우고,
 - 이를 직접 구현해보자



Machine Learning 을 배울 준비

- 알고리즘 디자인 Training 을 위해서
 - 이미 디자인 되어있는 여러 알고리즘을 배우고,
 - 이를 직접 구현해보자
- 정확성을 증명할 수 없는 문제를 풀기 위해서
 - 일단 정답이 존재하는 문제부터 제대로 증명하고 풀어보자



Machine Learning 을 배울 준비

- 알고리즘 디자인 Training 을 위해서
 - 이미 디자인 되어있는 여러 알고리즘을 배우고,
 - 이를 직접 구현해보자
- 정확성을 증명할 수 없는 문제를 풀기 위해서
 - 일단 정답이 존재하는 문제부터 제대로 증명하고 풀어보자
- 제한시간 내에 정답을 낸다는 것을 보이기 위해서
 - 간단한 알고리즘의 시간복잡도부터 계산해보자



어려워야 정상

• 쉽지 않음. 하지만 꼭 필요한 과정이라고 생각함

• 다들 너무 열심히 듣고, 열심히 따라와 주셔서 감사합니다:)



요약

- 답이 존재하는 문제를 먼저 풀어보고, 머신러닝 배울 준비 하자
- · 6개월 뒤에는 다른 사람이 되어 있다는 것을 보장합니다



지난 시간 요약

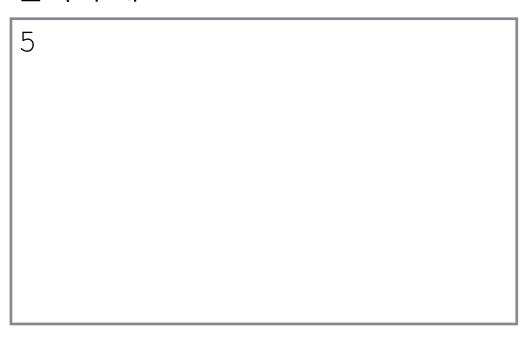
- 알고리즘의 정확성 증명
- 시간복잡도
- 자료구조
 - 스택
 - 큐
 - 트리
 - 힙



[활동문제 0] 달팽이 숫자 출력

• 아래와 같이 달팽이 모양으로 숫자를 출력

입력의 예



출력의 예

```
   1
   2
   3
   4
   5

   16
   17
   18
   19
   6

   15
   24
   25
   20
   7

   14
   23
   22
   21
   8

   13
   12
   11
   10
   9
```

커리큘럼

- 1. 재귀호출, 추상화
- 2. 시간복잡도, 알고리즘 정확성 증명, 자료구조
- 3. 분할정복법, 탐욕적 기법
- 4. 동적계획법 1
- 5. 동적계획법 2
- 6. 그래프 이론 1
- 7. 그래프 이론 2
- 8. 세계 여러 기업의 입사 인터뷰 문제 도전 (+ NP-Complete)



커리큘럼

- 1. 재귀호출, 추상화
- 2. 시간복잡도, 알고리즘 정확성 증명, 자료구조
- 3. 분할정복법, 탐욕적 기법
- 4. 동적계획법 1
- 5. 동적계획법 2
- 6. 그래프 이론 1
- 7. 그래프 이론 2
- 8. 세계 여러 기업의 입사 인터뷰 문제 도전 (+ NP-Complete)



분할정복법

• 분할된 소문제를 해결한 후, 이를 합침으로써 전체 문제를 해결

• Recursion!!!!!!



3	5	7	2	5	9	13	11	24	11	23	1	4	5	3	2



/* elice */

Merge sort

	3	5	7	2	5	9	13	11	24	11	23	1	4	5	3	2
L																



/* elice */

Merge sort

3 5	7	2	5	9	13	11	
-----	---	---	---	---	----	----	--

24 11 23 1 4 5 3 2

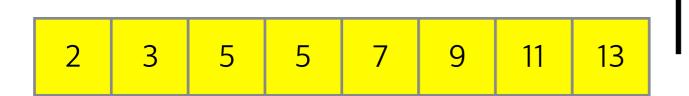




1	2	3	4	5	11	23	24	



• O(n log n) 정렬의 가장 대표적인 예



2 3	4	5	11	23	24	
-----	---	---	----	----	----	--

1



• O(n log n) 정렬의 가장 대표적인 예





1 2



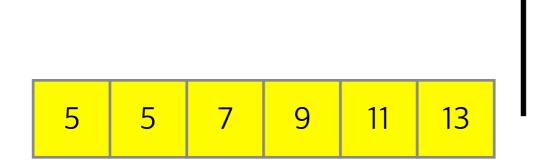
• O(n log n) 정렬의 가장 대표적인 예



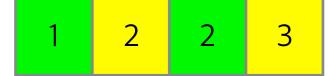
3	4	5	11	23	24	
---	---	---	----	----	----	--

1 2 2





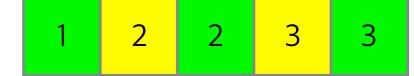




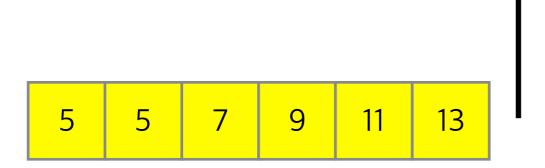




4 5 11	23	24
--------	----	----





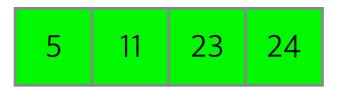


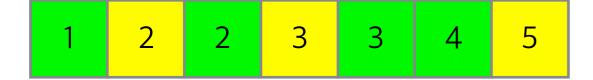
5 11	23	24
------	----	----

1	2	2	3	3	4
---	---	---	---	---	---

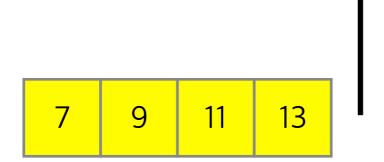








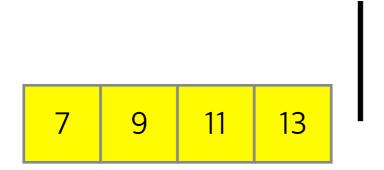




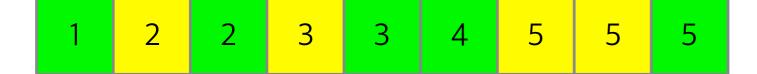


1	2	2	3	3	4	5	5

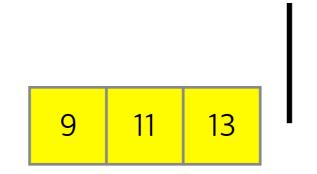




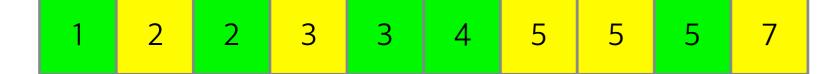




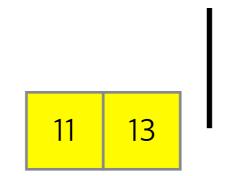


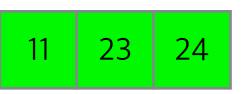






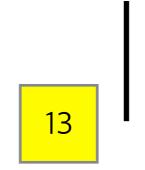






1	2	2	3	3	4	5	5	5	7	9

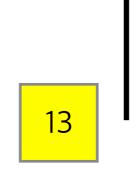


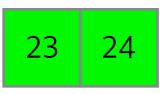




1	2	2	3	3	4	5	5	5	7	9	11

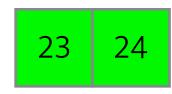


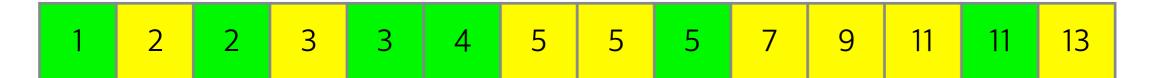




1	2	2	3	3	4	5	5	5	7	9	11	11







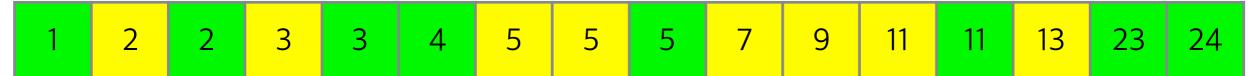


• O(n log n) 정렬의 가장 대표적인 예

24











	3	5	7	2	5	9	13	11	24	11	23	1	4	5	3	2
ı																



/* elice */

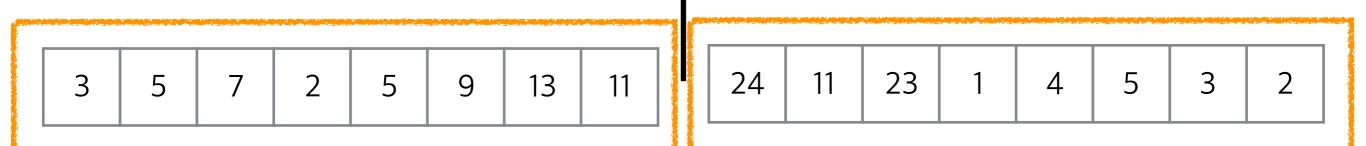
Merge sort

3 5 7	2	5	9	13	11	
-------	---	---	---	----	----	--

24	11	23	1	4	5	3	2



• O(n log n) 정렬의 가장 대표적인 예



각각을 Merge sort로 정렬!

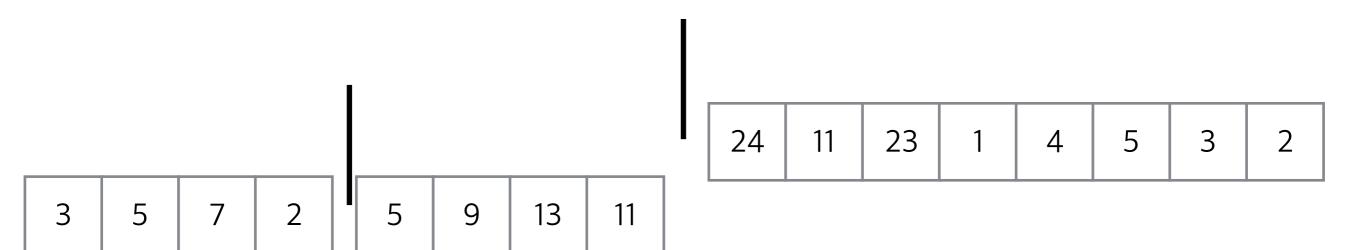


/* elice */

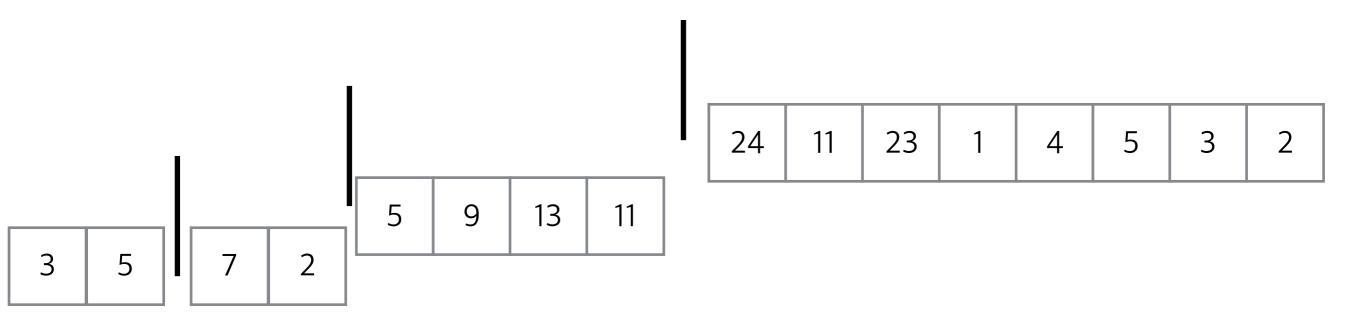
Merge sort

3	5	7	2	5	9	13	11	ı	24	11	23	1	4	5	3	2

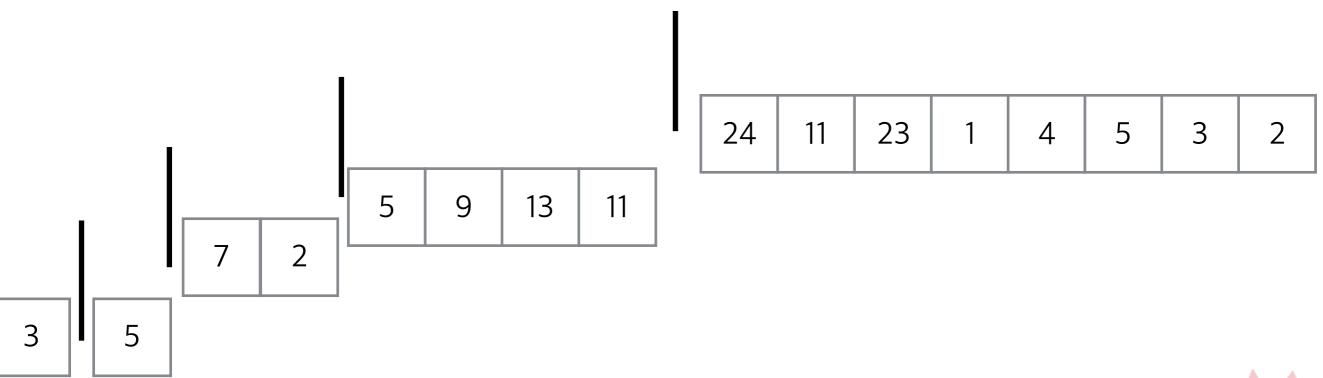




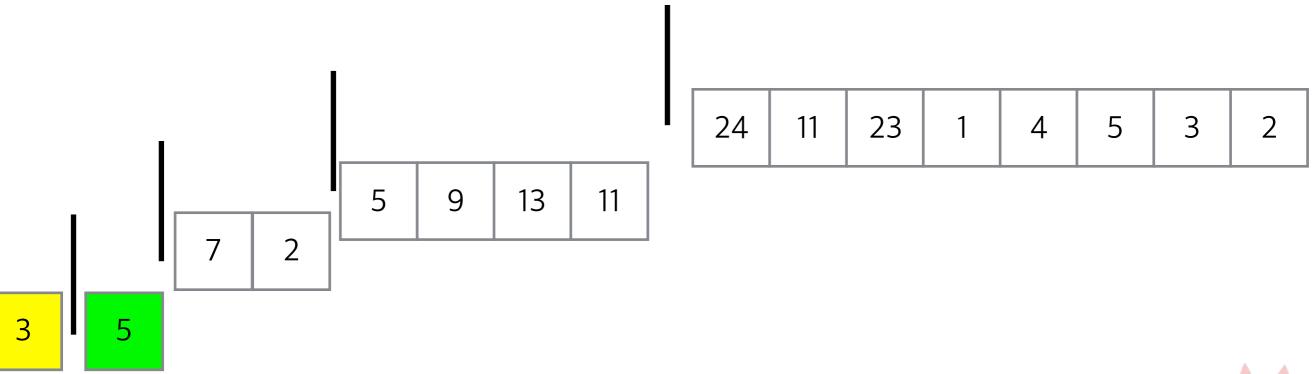




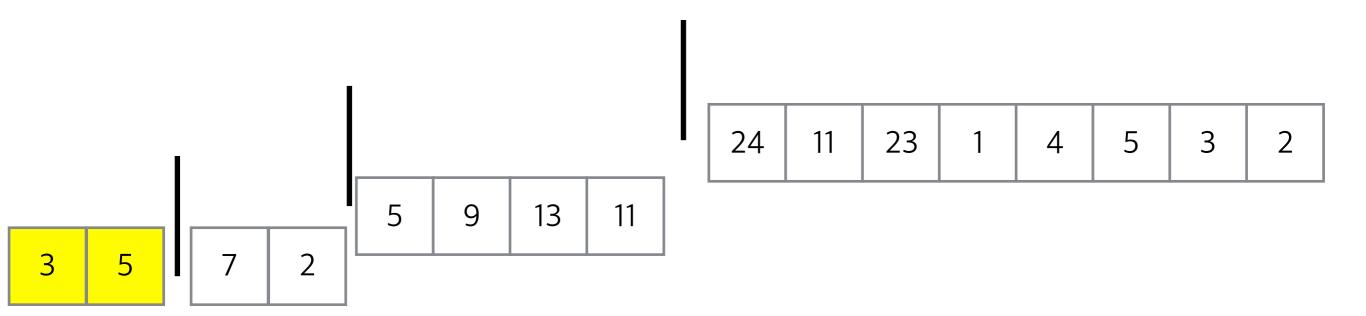




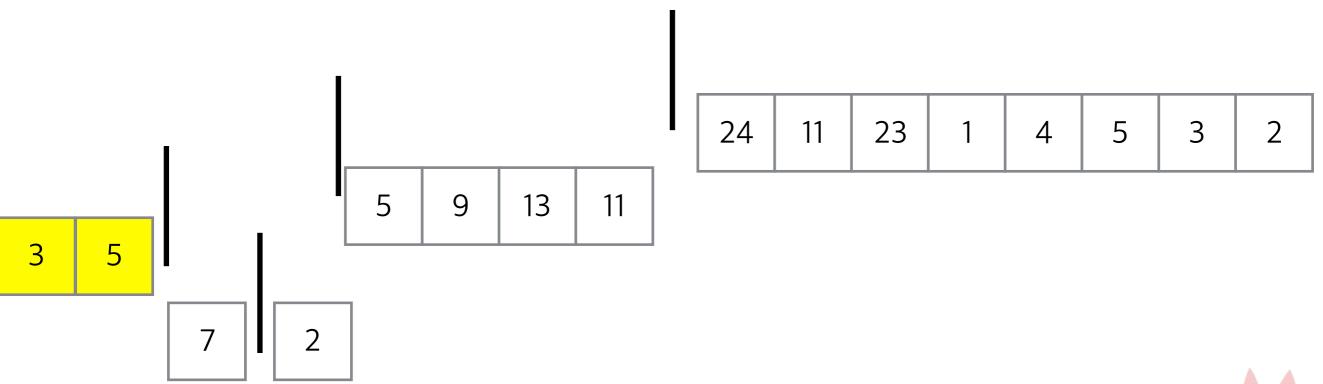




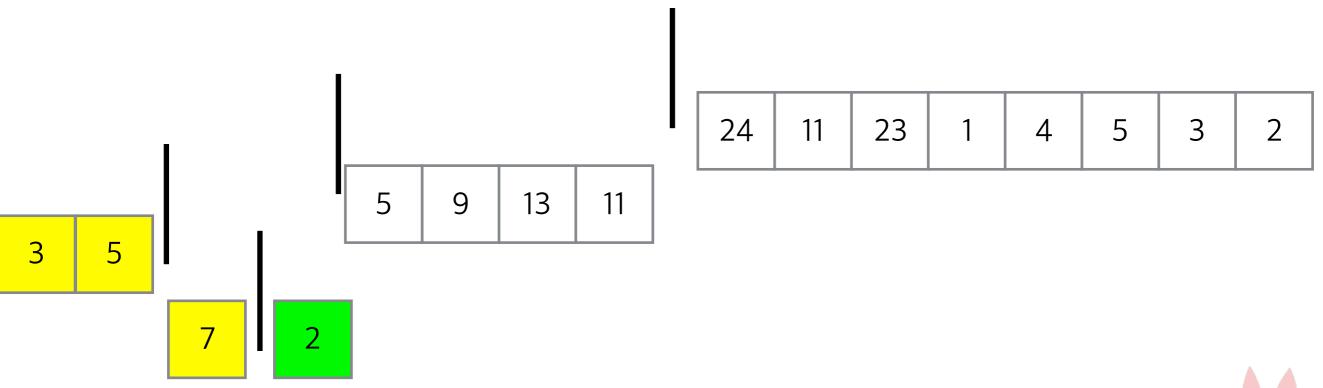




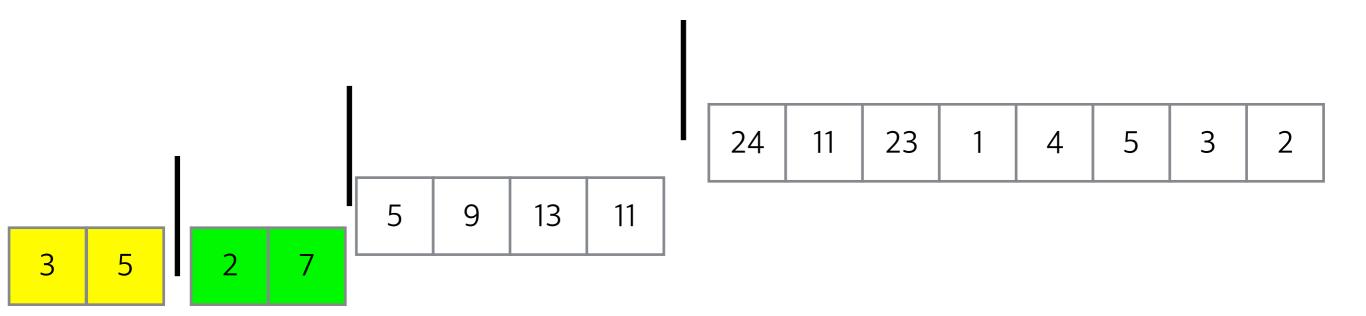




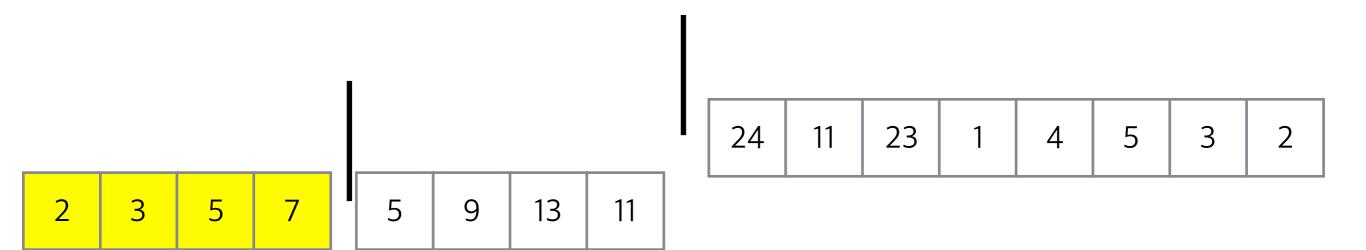




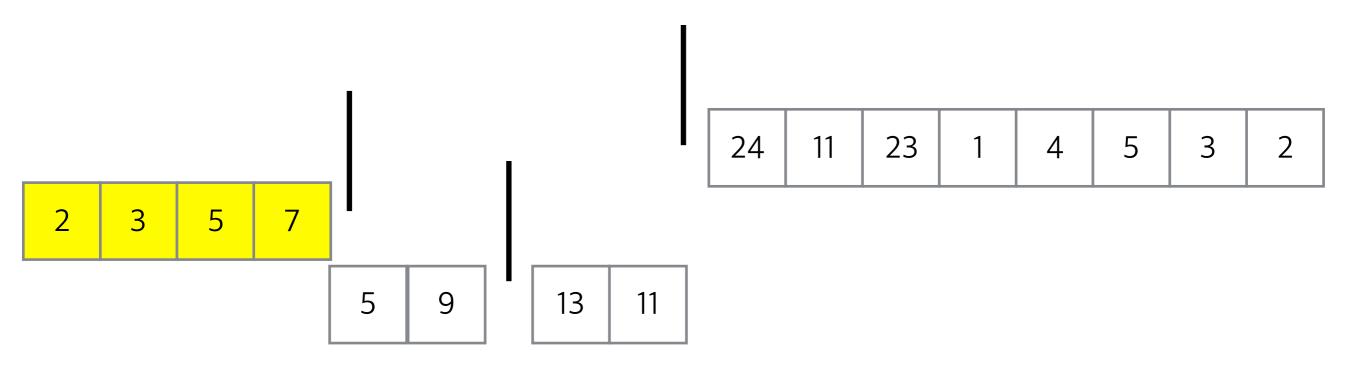




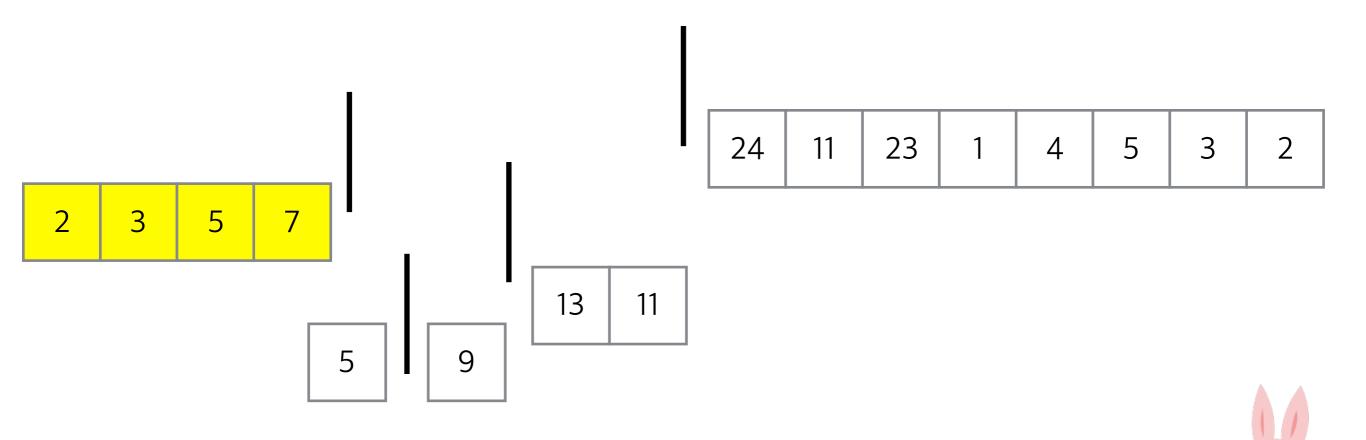


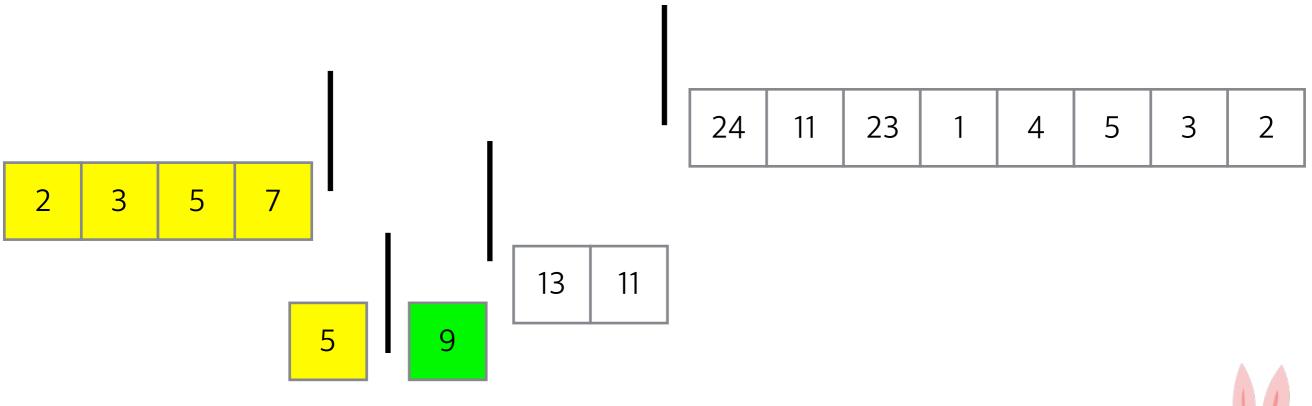


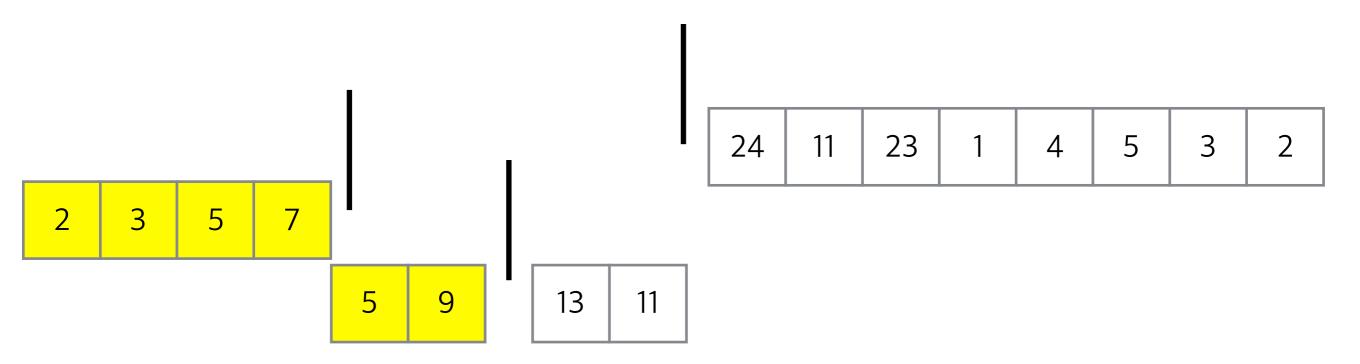




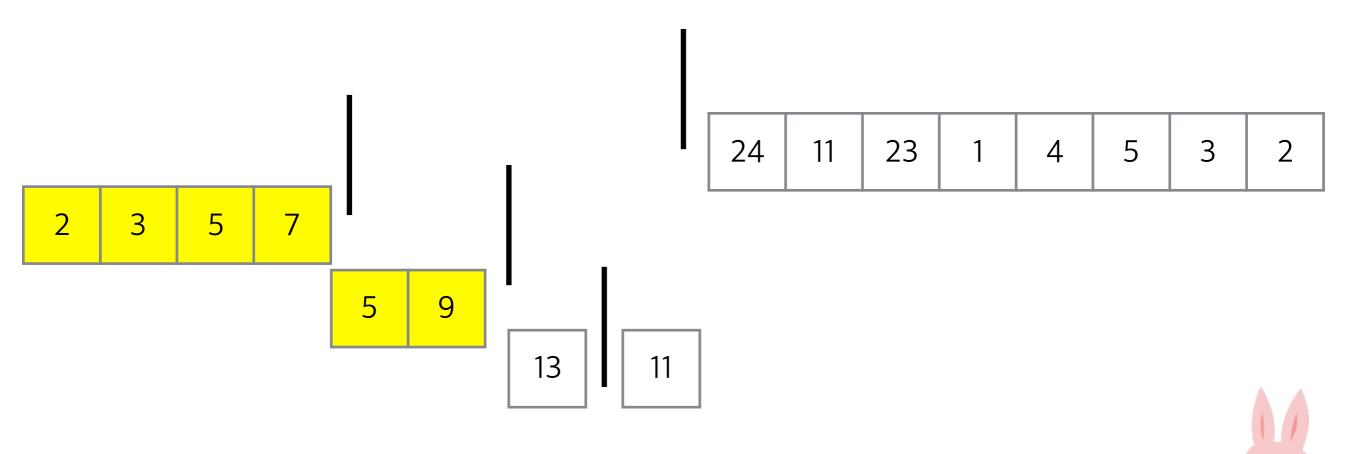


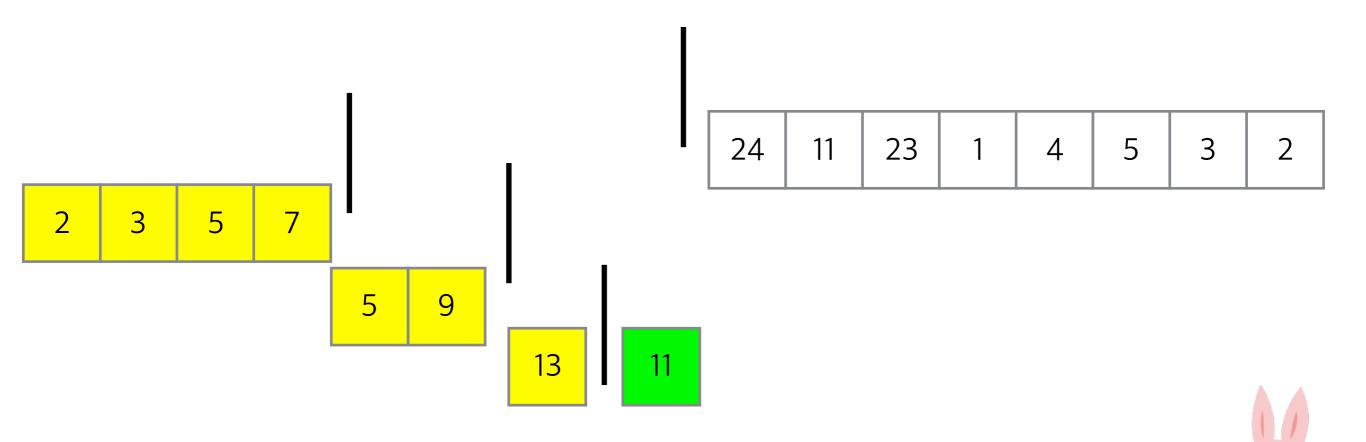


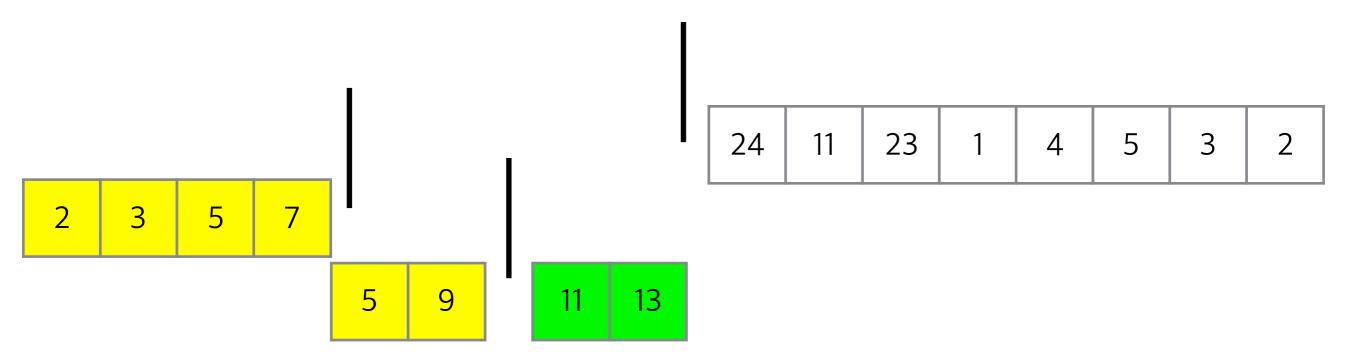




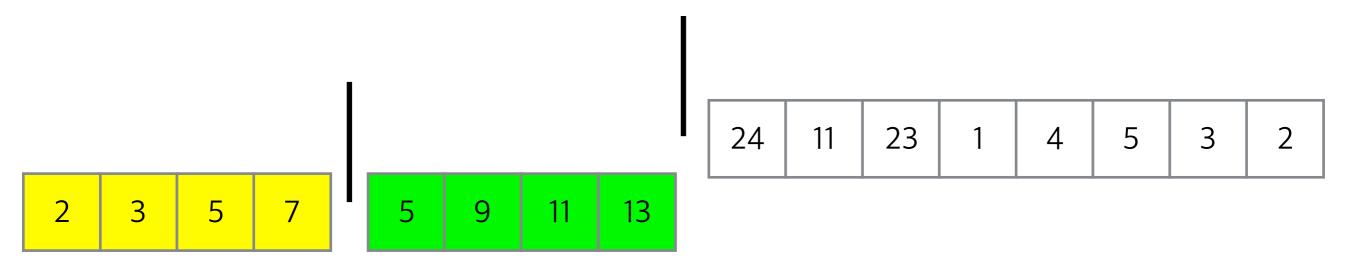






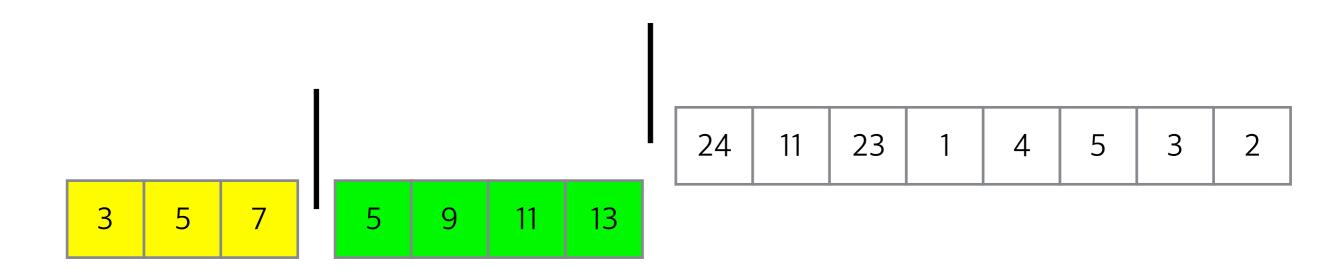






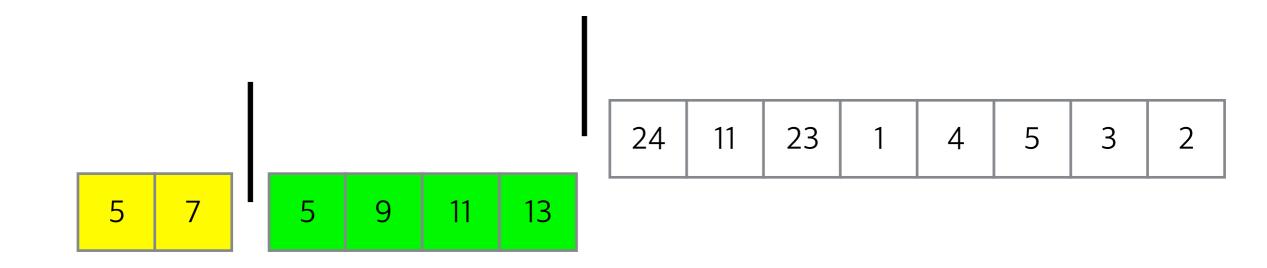


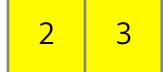
• O(n log n) 정렬의 가장 대표적인 예



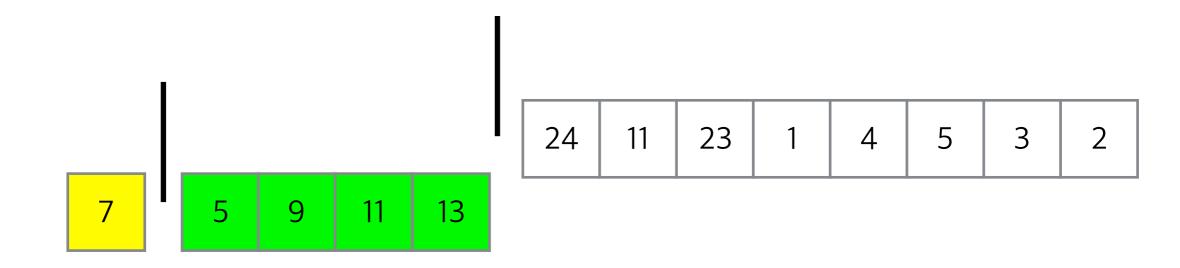
2

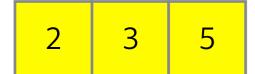




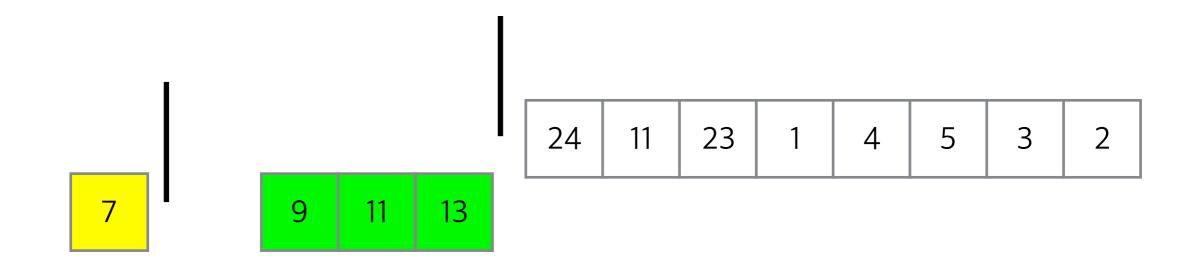






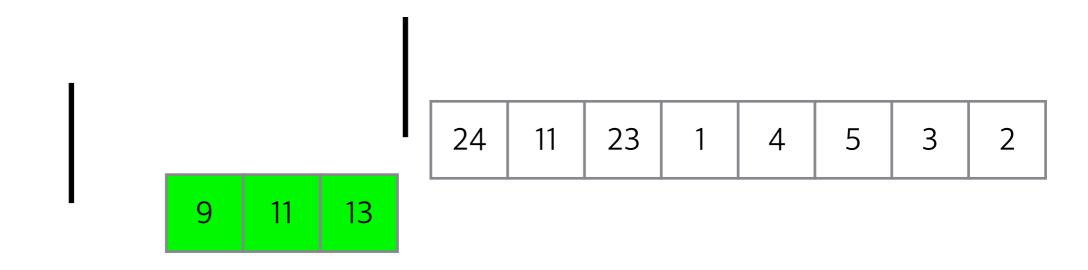






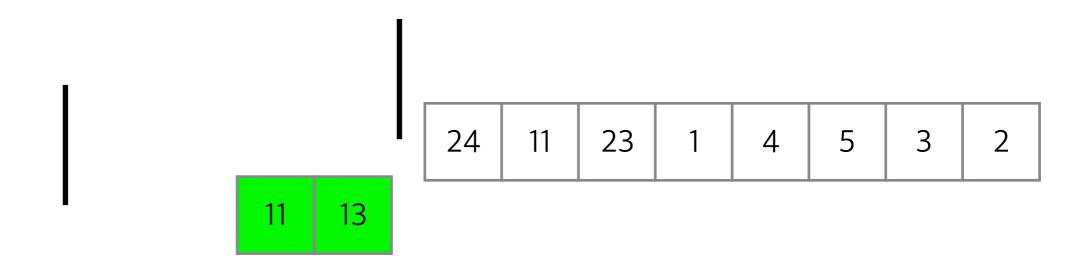
2	3	5	5





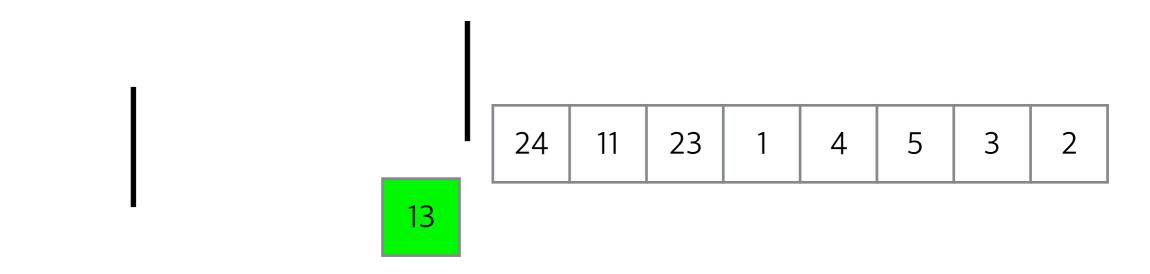
2 3 5 5 7





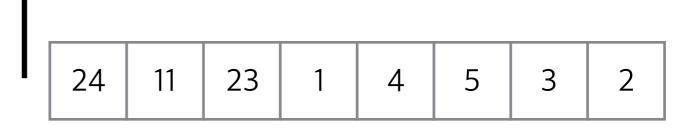
2 3	5 5	7	9
-----	-----	---	---





2 3 5 5 7 9 11





2 3 5 5	7 9 11 13
---------	-----------



/* elice */

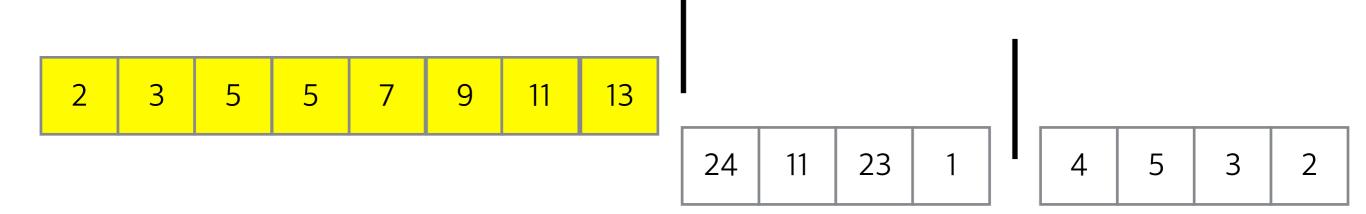
Merge sort

|--|

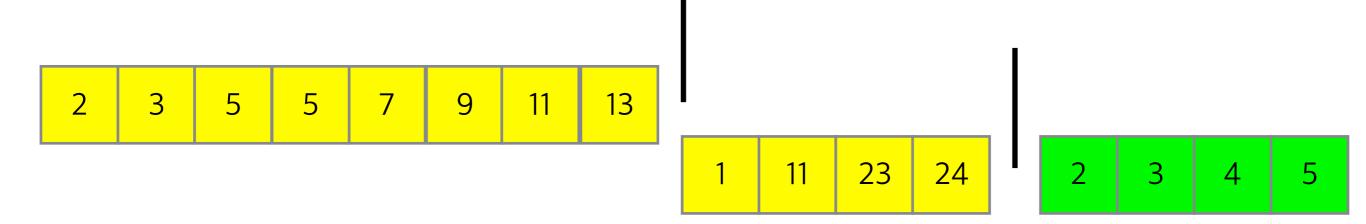


/* elice */

Merge sort









Merge sort

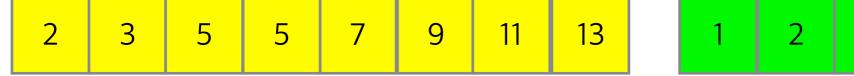
• O(n log n) 정렬의 가장 대표적인 예





Merge sort

• O(n log n) 정렬의 가장 대표적인 예







Merge sort

• O(n log n) 정렬의 가장 대표적인 예



• N개의 숫자를 정렬하는 데에 걸리는 시간을 T(N)이라 하자



• N개의 숫자를 정렬하는 데에 걸리는 시간을 T(N)이라 하자

• T(N) = 2 * T(N/2) + O(N)



• N개의 숫자를 정렬하는 데에 걸리는 시간을 T(N)이라 하자

• T(N) = 2 * T(N/2) + O(N)



3 5 7 2 5 9 13 11 24 11 23 1 4 5	2	5	4	1	23	11	24	11	19	9	5	2	7	5	3	
----------------------------------	---	---	---	---	----	----	----	----	----	---	---	---	---	---	---	--

$$T(N) = 2 * T(N/2) + O(N)$$



$$T(N) = 2 * T(N/2) + O(N)$$

$$T(N/2) = 2 * T(N/4) + O(N/2)$$

$$T(N/2) = 2 * T(N/4) + O(N/2)$$



$$T(N) = 2 * T(N/2) + O(N)$$

$$T(N/2) = 2 * T(N/4) + O(N/2)$$

$$T(N/2) = 2 * T(N/4) + O(N/2)$$

$$T(N/4) = \cdots + O(N/4) T(N/4) T(N/4) = \cdots + O(N/4) T(N/4) T(N/4) = \cdots + O(N/4) T(N/4) T(N/$$

· N개의 숫자를 정렬하는 데에 걸리는 시간을 T(N)이라 하자

• T(N) = 2 * T(N/2) + O(N)

• 각 층이 O(N), 총 층의 개수가 log N개 : O(N log N)



[활동문제 1] Merge Sort

• n개의 숫자를 오름차순으로 정렬

입력의 예

2 5 3 4 1

출력의 예

1 2 3 4 5

• 또 다른 O(n log n) 정렬의 대표적인 예

3	5 7	7 2	5	9	13	11	24	11	23	1	4	5	3	2	
---	-----	-----	---	---	----	----	----	----	----	---	---	---	---	---	--



• 또 다른 O(n log n) 정렬의 대표적인 예

Pivot!



/* elice */

Quick Sort

• 또 다른 O(n log n) 정렬의 대표적인 예

3 5 7

5 9 13 11 24 11 23

4 5

1 3 2 2



• 또 다른 O(n log n) 정렬의 대표적인 예

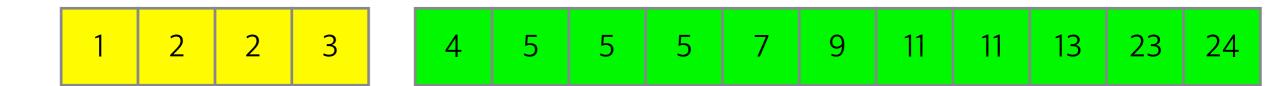
3

1 3 2 2	5 7 5	9 13 11 24	11 23 4 5
---------	-------	------------	-----------



• 또 다른 O(n log n) 정렬의 대표적인 예

3





• 또 다른 O(n log n) 정렬의 대표적인 예



• 또 다른 O(n log n) 정렬의 대표적인 예

3	5 7	7 2	5	9	13	11	24	11	23	1	4	5	3	2	
---	-----	-----	---	---	----	----	----	----	----	---	---	---	---	---	--



• 또 다른 O(n log n) 정렬의 대표적인 예

3



각각을 Quick Sort로 정렬!



Quick Sort: 시간복잡도

• N개의 숫자를 정렬하는 데에 걸리는 시간을 T(N)이라 하자

- T(N) = 2 * T(N/2) + O(N)
 (대충 절반으로 나누어진다고 가정하면)
- O(N log N)



[활동문제 2] Quick Sort

• n개의 숫자를 오름차순으로 정렬

입력의 예

2 5 3 4 1

출력의 예

1 2 3 4 5

[실습문제 3-3] 최대구간의 합 구하기 3

• n개의 숫자 중에서 연속 부분 최대합을 출력

입력의 예

1 2 3 4 -100 1

출력의 예

10

가장 단순한 방법

• O(N^3)

2	1	-2	5	-10	3	2	5	-3	7	9	-10	



- S[n]: arr[0] ~ arr[n] 까지의 합
- · S[n]을 미리 한번만 구해놓으면 구간 합은 O(1)에 가능

2	1	-2	5	-10	3	2	5	-3	7	9	-10	
---	---	----	---	-----	---	---	---	----	---	---	-----	--



- S[n]: arr[0] ~ arr[n] 까지의 합
- · S[n]을 미리 한번만 구해놓으면 구간 합은 O(1)에 가능

2	1	-2	5	-10	3	2	5	-3	7	9	-10	
---	---	----	---	-----	---	---	---	----	---	---	-----	--

S 2 3 1 6 -4 -1 1 6 3 10 19 9



- S[n]: arr[0] ~ arr[n] 까지의 합
- · S[n]을 미리 한번만 구해놓으면 구간 합은 O(1)에 가능

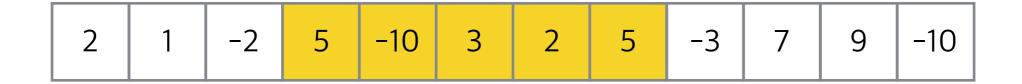
2	1	-2	5	-10	3	2	5	-3	7	9	-10
---	---	----	---	-----	---	---	---	----	---	---	-----

S 2 3 1 6 -4 -1 1 6 3 10 19 9

arr[3] ~ arr[7] 까지의 합은 ?



- S[n]: arr[0] ~ arr[n] 까지의 합
- · S[n]을 미리 한번만 구해놓으면 구간 합은 O(1)에 가능



S 2 3 1 6 -4 -1 1 6 3 10 19 9

arr[3] ~ arr[7] 까지의 합은 ? S[7] - S[2]



가장 (까진 아니지만) 단순한 방법

• O(N^2)

2	1	-2	5	-10	3	2	5	-3	7	9	-10	



2	1	-2	5	-10	3	2	5	-3	7	9	-10	
---	---	----	---	-----	---	---	---	----	---	---	-----	--

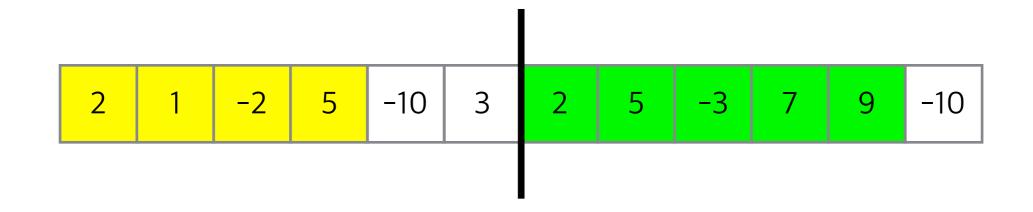


2 1 -2 5 -10 3 2 5 -3 7	7 9 -10
-------------------------	---------



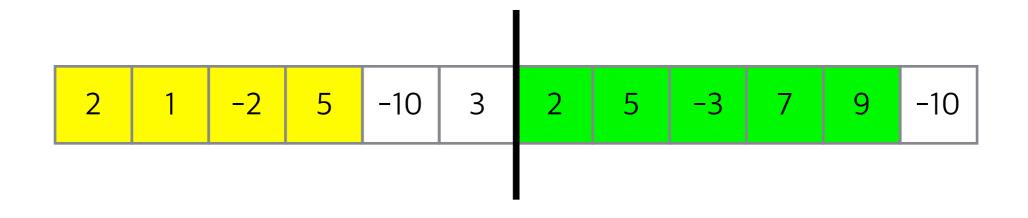
	2	1	-2	5	-10	3	2	5	-3	7	9	-10
١												





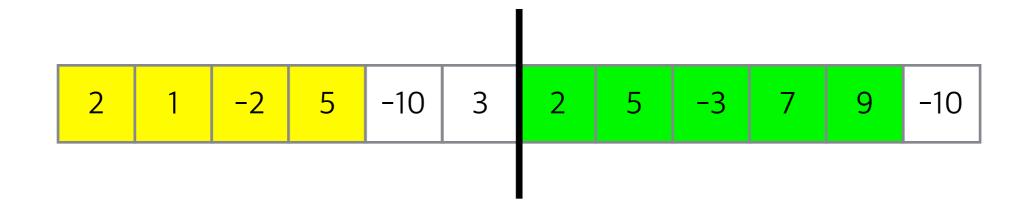


• 우선 절반으로 나누어 각각을 구해보자



• 고려하지 않은 경우는 ?

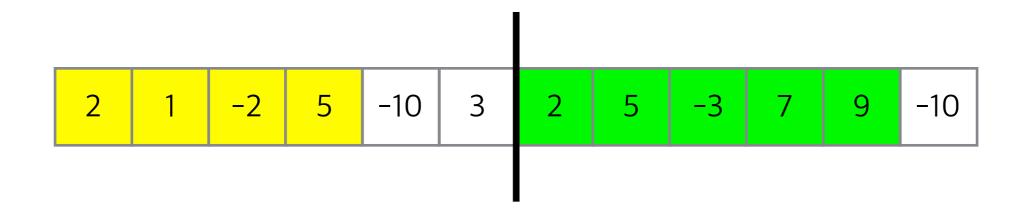




- 고려하지 않은 경우는 ?
 - 자른 지점을 포함하는 연속 부분!

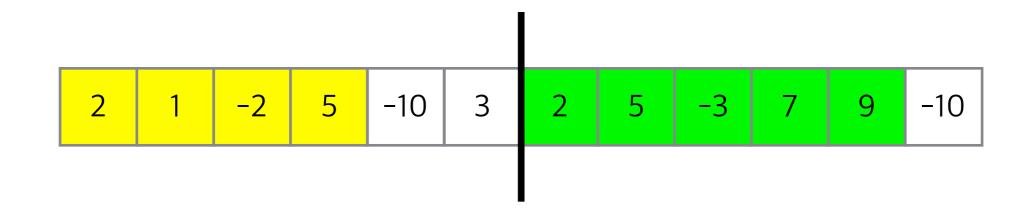


• 우선 절반으로 나누어 각각을 구해보자



• 자른 지점을 포함하는 연속 부분의 최대 합은 어떻게 구할까?





- 자른 지점을 포함하는 연속 부분의 최대 합은 어떻게 구할까?
 - Idea : 왼쪽과 오른쪽을 독립적으로 생각하자

- 우선 절반으로 나누어 각각을 구해보자
 - 왼쪽

2	1	-2	5	-10	3	2	5	-3	7	9	-10



- 우선 절반으로 나누어 각각을 구해보자
 - 왼쪽

2	1	-2	5	-10	3	2	5	-3	7	9	-10



- 우선 절반으로 나누어 각각을 구해보자
 - 왼쪽

-2

-10

2	1	-2	5	-10	3	2	5	-3	7	9	-10
			3								
		-10	3								
	5	-10	3								
-2	5	-10	3								
-2	5	-10	3]							



- 우선 절반으로 나누어 각각을 구해보자
 - 왼쪽

	2	1	-2	5	-10	3	2	5	-3	7	9	-10
'				3	3	3						
			-10	3	_	-7						
		5	-10	3	_	-2						
	-2	5	-10	3		-4						
	-2	5	-10	3	_	-3						
	-2	5	-10	3	_	1						



- 우선 절반으로 나누어 각각을 구해보자
 - 오른쪽

	_													
	2	1	-2	5	-10	3	2	5	-3	7	9	-10		
				3	3	3			2					
			-10	3	_	7			2	5				
		5	-10	3	_:	2			2	5	-3			A
	-2	5	-10	3		4			2	5	-3	7		O _x
1	-2	5	-10	3	_:	3			2	5	-3	7	9	
1	-2	5	-10	3	_	1	113		2	5	-3	7	9	-10

- 우선 절반으로 나누어 각각을 구해보자
 - 오른쪽

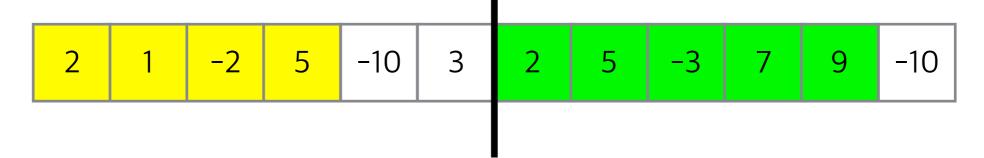
2

2 1 -2 5 -10 3 2 5 -3 7 9 -10	
3 3 2 2	
-10 3 -7 7 2 5	
5 -10 3 -2 4 2 5 -3	A A
-2 5 -10 3 -4 11 2 5 -3 7	0,00
1 -2 5 -10 3 -3 20 2 5 -3 7 9	M
2 1 -2 5 -10 3 -1 10 2 5 -3 7 9 -1	0

- 우선 절반으로 나누어 각각을 구해보자
 - 결과!

														_	
		2	1	-2	5	-10	3	2	5	-3	7	9	-10		
					3	3	3		2	2					
				-10	3	_	7		7	2	5				
			5	-10	3	_:	2		4	2	5	-3			
		-2	5	-10	3	_,	4		11	2	5	-3	7		()// O=O
	1	-2	5	-10	3	_:	3	,	20	2	5	-3	7	9	
2	1	-2	5	-10	3	_	1	115	10	2	5	-3	7	9	-10

- 모든 경우를 고려했음
 - 왼쪽만 포함하는 경우,
 - 오른쪽만 포함하는 경우,
 - 자른 자리를 포함하는 경우



3 2 5 -3 7 9



• 최댓값!

2	1	-2	5	-10	3	2	5	-3	7	9	-10



시간복잡도

- T(N) = 2 * T(N/2) + O(N)
- O(N log N)

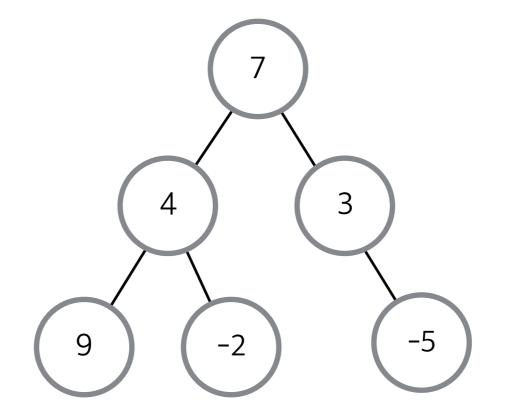


분할정복법 요약

- 고려해야 하는 경우를 줄일 수 있다
- 보통 분할정복법 문제는 어려우니, 예제 풀이는 꼭 외우자

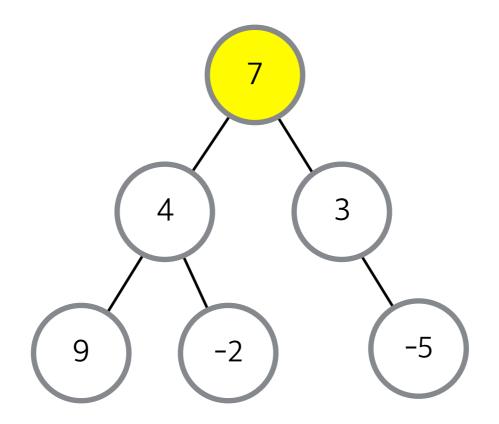


- 현재 선택할 수 있는 경우 중에서 항상 최적의 선택을 하자
- 예제 : Root에서 내려오면서, 합을 최대화 하라



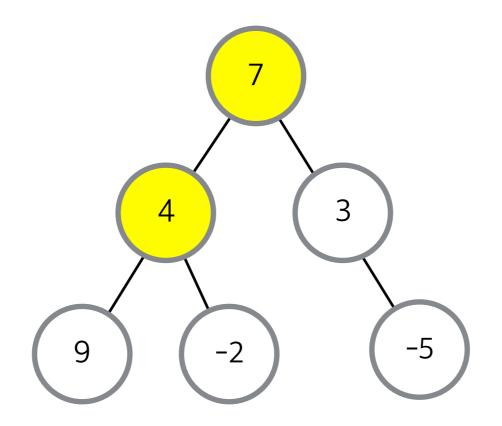


- 현재 선택할 수 있는 경우 중에서 항상 최적의 선택을 하자
- 예제 : Root에서 내려오면서, 합을 최대화 하라



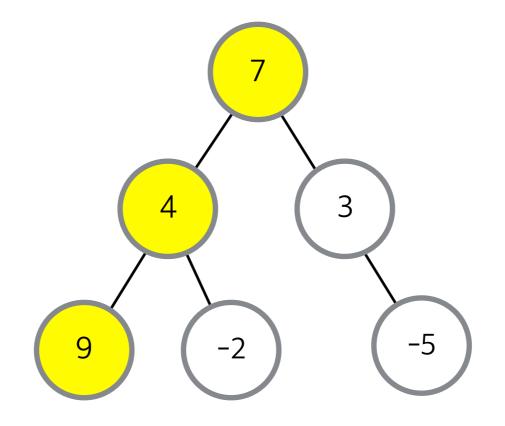


- 현재 선택할 수 있는 경우 중에서 항상 최적의 선택을 하자
- 예제 : Root에서 내려오면서, 합을 최대화 하라



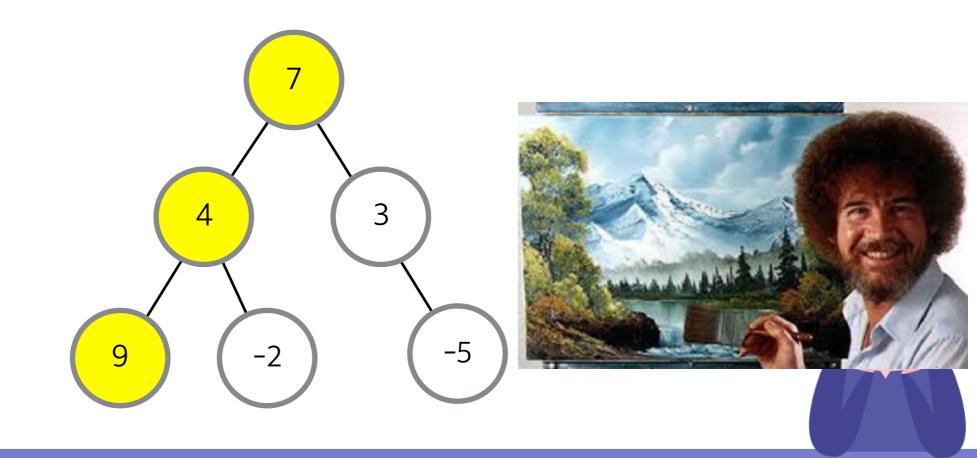


- 현재 선택할 수 있는 경우 중에서 항상 최적의 선택을 하자
- 예제 : Root에서 내려오면서, 합을 최대화 하라

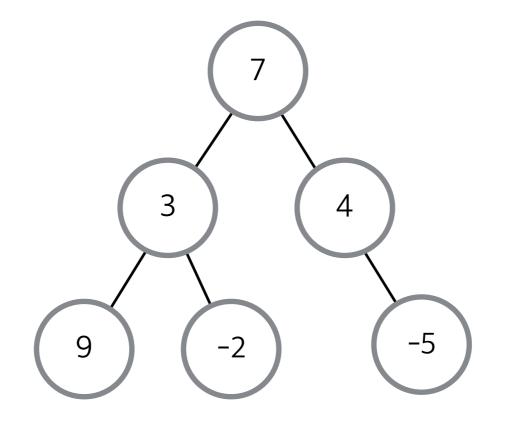




- 현재 선택할 수 있는 경우 중에서 항상 최적의 선택을 하자
- 예제 : Root에서 내려오면서, 합을 최대화 하라

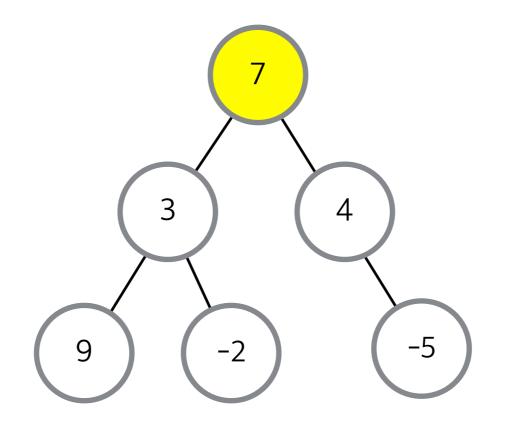


- 현재 선택할 수 있는 경우 중에서 항상 최적의 선택을 하자
- 예제 : Root에서 내려오면서, 합을 최대화 하라



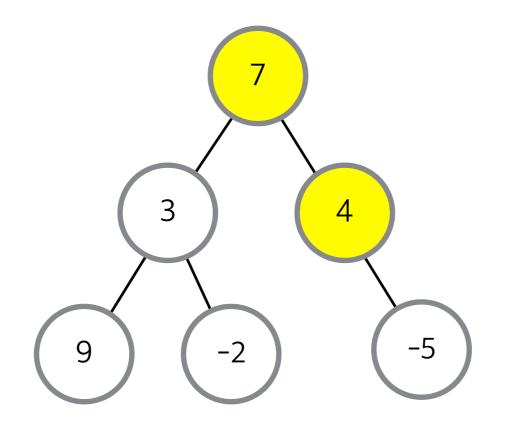


- 현재 선택할 수 있는 경우 중에서 항상 최적의 선택을 하자
- 예제 : Root에서 내려오면서, 합을 최대화 하라



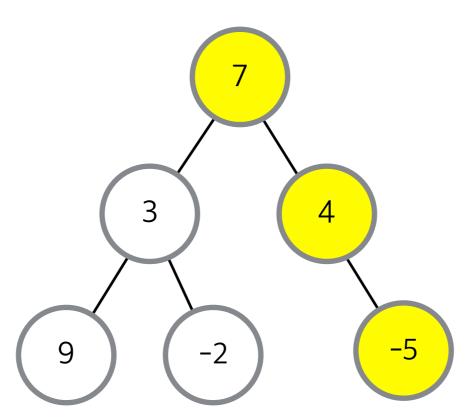


- 현재 선택할 수 있는 경우 중에서 항상 최적의 선택을 하자
- 예제 : Root에서 내려오면서, 합을 최대화 하라





- 현재 선택할 수 있는 경우 중에서 항상 최적의 선택을 하자
- 예제 : Root에서 내려오면서, 합을 최대화 하라

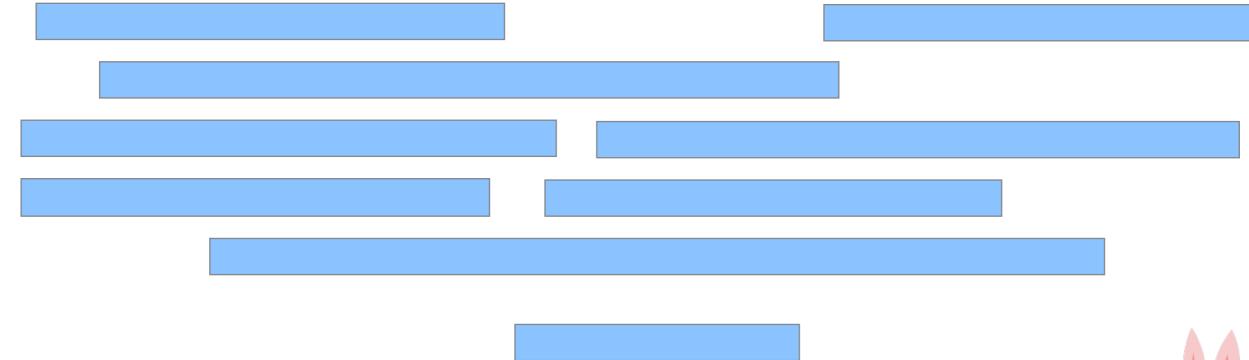




· 탐욕적 기법으로 문제가 풀린다는 것을 증명해야 함

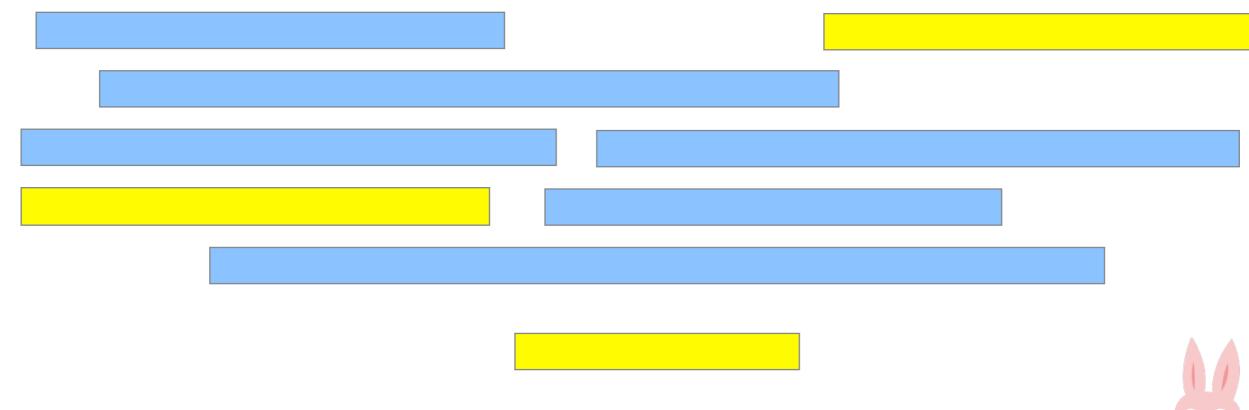


• N개의 구간 중 겹치지 않는 구간을 최대한 많이 선택하라





• N개의 구간 중 겹치지 않는 구간을 최대한 많이 선택하라





- N개의 구간 중 겹치지 않는 구간을 최대한 많이 선택하라
 - 왼쪽부터 차례대로 선택한다고 하면, 누가 가장 처음이어야 하나?



- · N개의 구간 중 겹치지 않는 구간을 최대한 많이 선택하라
 - · 왼쪽부터 차례대로 선택한다고 하면, 빨리 끝나는 구간이 무조건 좋음!



- N개의 구간 중 겹치지 않는 구간을 최대한 많이 선택하라
 - · 왼쪽부터 차례대로 선택한다고 하면, 빨리 끝나는 구간이 무조건 좋음!



- N개의 구간 중 겹치지 않는 구간을 최대한 많이 선택하라
 - · 왼쪽부터 차례대로 선택한다고 하면, 빨리 끝나는 구간이 무조건 좋음!



- N개의 구간 중 겹치지 않는 구간을 최대한 많이 선택하라
 - · 왼쪽부터 차례대로 선택한다고 하면, 빨리 끝나는 구간이 무조건 좋음!



- N개의 구간 중 겹치지 않는 구간을 최대한 많이 선택하라
 - · 왼쪽부터 차례대로 선택한다고 하면, 빨리 끝나는 구간이 무조건 좋음!



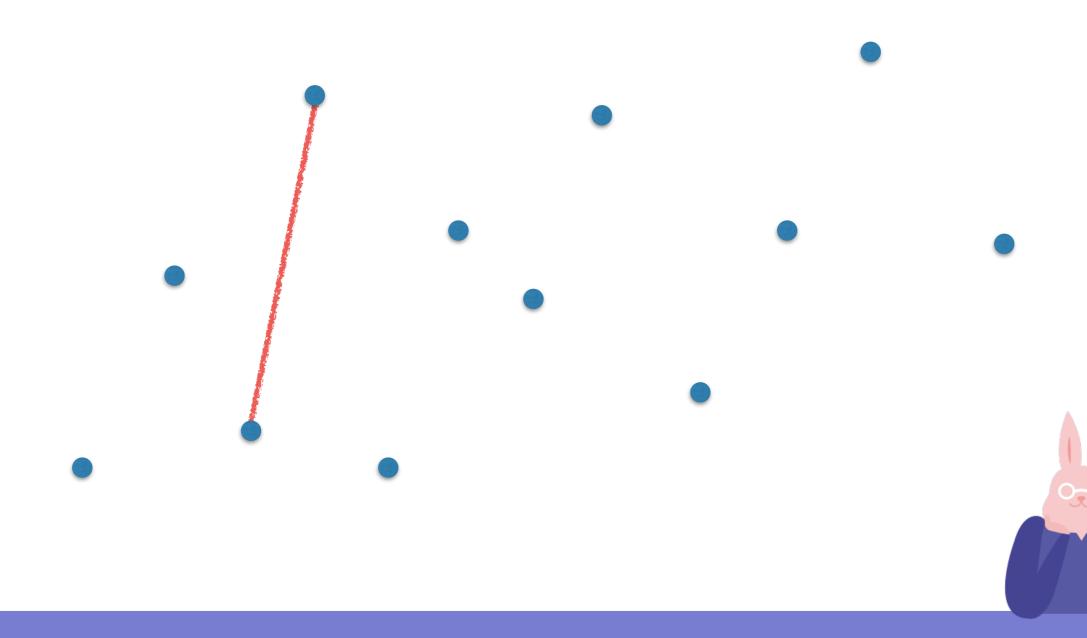
- 시간복잡도
 - 끝나는 시간 순으로 정렬 : O(n log n)



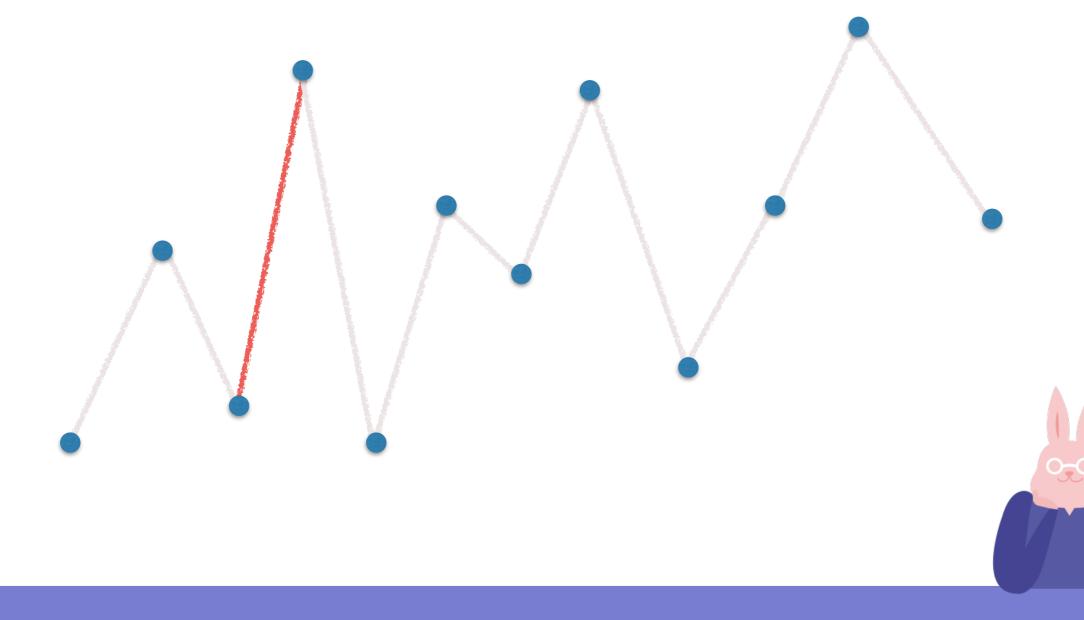
· N개의 점 중에서, 두 점을 이었을 때의 기울기의 최댓값은 ?



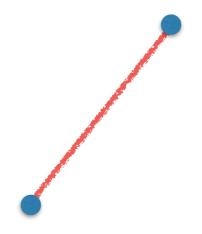
· N개의 점 중에서, 두 점을 이었을 때의 기울기의 최댓값은 ?



· x값으로 정렬 후, 인접한 두 점만 보면 충분하다

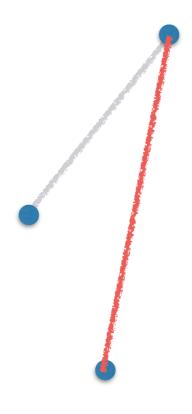


- 증명: 귀류법
 - 인접하지 않은 두 점의 기울기가 최댓값이라 가정하자



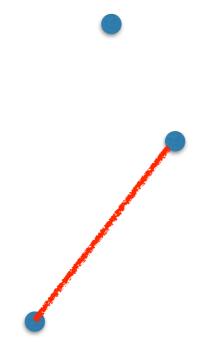


- 증명: 귀류법
 - 인접하지 않은 두 점의 기울기가 최댓값이라 가정하자
 - 그럴 리 없음!



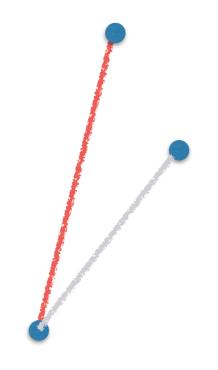


- 증명: 귀류법
 - 인접하지 않은 두 점의 기울기가 최댓값이라 가정하자
 - 그럴 리 없음!





- 증명: 귀류법
 - 인접하지 않은 두 점의 기울기가 최댓값이라 가정하자
 - 그럴 리 없음!





탐욕적 기법 요약

- 단순하게 보일 수 있으나, 증명하는 것이 쉽지 않다
- 대표적 예제를 증명까지 꼭 외워두자



/* elice */

감사합니다!

신현규

E-mail: hyungyu.sh@kaist.ac.kr

Kakao: yougatup

