/* elice */

Dynamic Programming 2

2016. 12. 13.

신현규



피드백

- 자료구조를 더 배우고 싶다
- 접근 방법 토의하는 시간이 너무 짧다
- 풀이를 코드로 옮기는게 쉽지 않다
- week0와 유사한 난이도의 과제 업데이트 해달라!
- 조를 섞는건 좋은데, 체감 레벨별로 섞여있으면 좋겠다.



지난 시간 요약

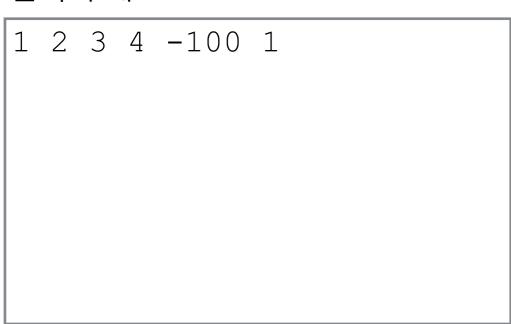
- Dynamic Programming
 - 1. Table을 정의한다
 - 2. 점화식을 구한다
 - 3. 어느 순서로 Table을 채울지 확인한다
 - 4. 정답이 어디에 있는지 찿는다
- 많은 예제를 풀어보는게 가장 좋다



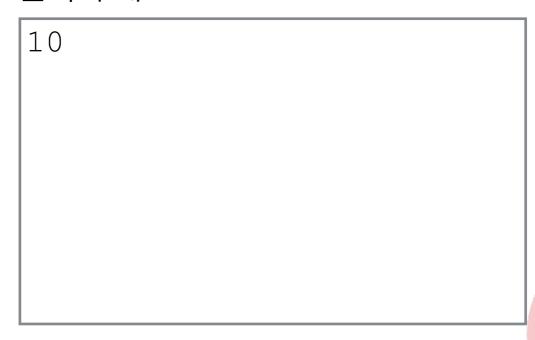
[활동문제 0] 최대구간의 합 구하기

· n개의 숫자 중에서 연속 부분 최대합을 출력

입력의 예



출력의 예



커리큘럼

- 1. 재귀호출, 추상화
- 2. 시간복잡도, 알고리즘 정확성 증명, 자료구조
- 3. 분할정복법, 탐욕적 기법
- 4. 동적계획법 1
- 5. <u>동적계획법 2</u>
- 6. 그래프 이론 1
- 7. 그래프 이론 2
- 8. 세계 여러 기업의 입사 인터뷰 문제 도전 (+ NP-Complete)



동적계획법 (Dynamic Programming)

- 부분문제를 푼 결과를 이용하여 전체문제를 푸는 방법
- 재귀호출 및 분할정복법과 느낌이 비슷합니다



동적계획법 문제풀이 순서

1. Table을 정의한다

2. 점화식을 구한다

3. 어느 순서로 Table을 구해야 하는지를 생각한다

4. 답이 어디에 있는지를 찾는다



- 1. Table을 정의한다
 - T(i) = **i번째 수를 끝으로 하는** 최대 구간의 합

data

Τ

2	1	-2	5	-10	3	2	5	-3	7	9	-10
2	3	1	6	-4	3	5	10	7	14	23	13



/* elice */

2

[연습문제] 최대

의 합 구하기

1. Table을 정의한다 ⁵ ⁻¹⁰ ³ ²

-10

5

2. 점화식 2 1 -2 5 -10 3 2

-2

data

T

2	1	-2	5	-10	3	2	5	-3	7	9	-10
2	3	1	6	-4	3	5	10	7	14	23	13

3

2

2

2

- 1. Table을 정의한다
 - T(i) = **i번째 수를 끝으로 하는** 최대 구간의 합
- 2. 점화식을 구한다
 - T(i) = max(data[i], T(i-1) + data[i])

data

Т

2	1	-2	5	-10	3	2	5	-3	7	9	-10
2	3	1	6	-4	3	5	10	7	14	23	13

- 1. Table을 정의한다
 - T(i) = **i번째 수를 끝으로 하는** 최대 구간의 합
- 2. 점화식을 구한다
 - T(i) = max(data[i], T(i-1) + data[i])
- 3. 어느 순서로 Table을 구해야 하는지를 생각한다



- 1. Table을 정의한다
 - T(i) = **i번째 수를 끝으로 하는** 최대 구간의 합
- 2. 점화식을 구한다
 - T(i) = max(data[i], T(i-1) + data[i])
- 3. 어느 순서로 Table을 구해야 하는지를 생각한다
 - i=0 —> i=n



- 4. 답은 어디에 있는지를 찾는다
 - max(T(i))

data

2	1	-2	5	-10	3	2	5	-3	7	9	-10
2	3	1	6	-4	3	5	10	7	14	23	13



• 시간복잡도는?

data T

2	1	-2	5	-10	3	2	5	-3	7	9	-10
2	3	1	6	-4	3	5	10	7	14	23	13



- · 시간복잡도는?
 - O(n)

data

Τ

2	1	-2	5	-10	3	2	5	-3	7	9	-10
2	3	1	6	-4	3	5	10	7	14	23	13



n칸의 계단이 있고, 한 번에 최대 3칸까지 오를 수 있다.
 n칸을 오르는 경우의 수는 ?

입력의	예		출력의 예
3			7
		ı	
5			13



- 1. Table을 정의한다
 - T(i) = 계단 i칸을 오를 때의 경우의 수
- 2. 점화식을 구한다
 - 계단 i칸을 오르는 경우
 - 가장 마지막에 1칸을 오르는 경우
 - · 가장 마지막에 2칸을 오르는 경우
 - 가장 마지막에 3칸을 오르는 경우



- 1. Table을 정의한다
 - T(i) = 계단 i칸을 오를 때의 경우의 수
- 2. 점화식을 구한다
 - T(i) = T(i-1) + T(i-2) + T(i-3)



- 1. Table을 정의한다
 - T(i) = 계단 i칸을 오를 때의 경우의 수
- 2. 점화식을 구한다
 - $\cdot T(i) = T(i-1) + T(i-2) + T(i-3)$
- 3. 어느 순서로 Table을 구해야 하는지를 생각한다
 - \cdot i=0 \rightarrow i=n
- 4. 답이 어디에 있는지를 찾는다
 - T(n)



 n잔의 포도주가 있을 때, 마시는 포도주의 양을 최대화 하라 단, 연속하여 3잔을 모두 마실 수는 없다

입력의 예

```
6 10 13 9 8 1
```

출력의 예



1. Table을 정의한다



- 1. Table을 정의한다
 - T(i) = 1 ~ i 까지의 포도주가 있을 때, 마시는 최댓값

data

T

6	10	13	9	8	1

- 1. Table을 정의한다
 - T(i) = 1 ~ i 까지의 포도주가 있을 때, 마시는 최댓값

从		X
	X	1
X	8	1

data

T

6	10	13	9	8	1

- 1. Table을 정의한다
 - T(i) = 1 ~ i 까지의 포도주가 있을 때, 마시는 최댓값
- 2. 점화식을 구한다
 - T(i) = max(T(i-1), T(i-2) + data(i), T(i-3) + data(i-1) + data(i-2))

data

Τ

6	10	13	9	8	1

[연습문제] 특별한 이진수

• 길이가 n인 특별한 이진수의 개수를 구하여라 특별한 이진수 : 1로 시작하며, 1이 두 번 연속으로 나타나지 않는 이진수

입력의 예

출력의 예

1000 1001 1010

[연습문제] 특별한 이진수

- 1. Table을 정의한다
 - T(i, 0) = 길이가 i이고, 맨 끝자리가 0인 특별한 이진수의 개수
 T(i, 1) = 길이가 i이고, 맨 끝자리가 1인 특별한 이진수의 개수
- 2. 점화식을 구한다
 - T(i, 0) = T(i-1, 0) + T(i-1, 1)T(i, 1) = T(i-1, 0)
- 3. 어느 순서로 구해야 할지를 생각한다
 - i=0 —> i=n



[연습문제] 특별한 이진수

- 4. 답이 어디에 있는지를 찾는다
 - T(n, 0) + T(n, 1)
- 5. 시간복잡도
 - O(n)



[연습문제] 특별한 이진수 (다른풀이)

- 1. Table을 정의한다
 - T(i) = 길이가 i인 특별한 이진수의 개수

T 0 1 1 2



[연습문제] 특별한 이진수 (다른풀이)

- 1. Table을 정의한다
 - T(i) = 길이가 i인 특별한 이진수의 개수

	0
0	1

2

0 1



[연습문제] 특별한 이진수 (다른풀이)

- 1. Table을 정의한다
 - T(i) = 길이가 i인 특별한 이진수의 개수
- 2. 점화식을 구한다
 - T(i) = T(i-1) + T(i-2)
- 3. 어느 순서로 구해야 할지를 생각한다
 - \cdot i=0 \rightarrow i=n



• N개 중에서 R개를 고르는 경우의 수를 구하여라

입력의 예 4 2

출력의 예

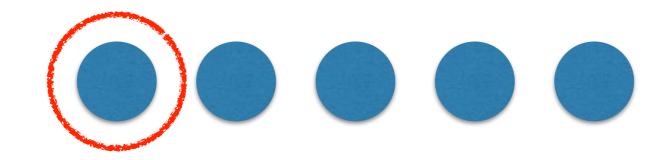


- 1. Table을 정의한다
 - T(i, j) = i개 중에서 j개를 고르는 경우의 수





- 1. Table을 정의한다
 - T(i, j) = i개 중에서 j개를 고르는 경우의 수

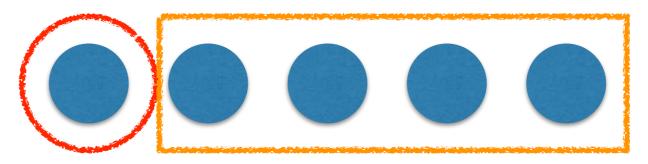


첫 번째 공을 고르는 경우와 고르지 않는 경우가 있다



- 1. Table을 정의한다
 - T(i, j) = i개 중에서 j개를 고르는 경우의 수

이 중 j-1개를 선택

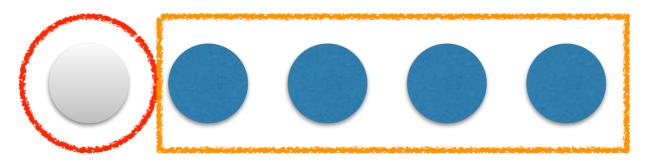


첫 번째 공을 고르는 경우와 고르지 않는 경우가 있다 고르는 경우 : T(i-1, i-1)



- 1. Table을 정의한다
 - T(i, j) = i개 중에서 j개를 고르는 경우의 수

이 중 j개를 선택



첫 번째 공을 고르는 경우와 고르지 않는 경우가 있다

고르는 경우: T(i-1, j-1)

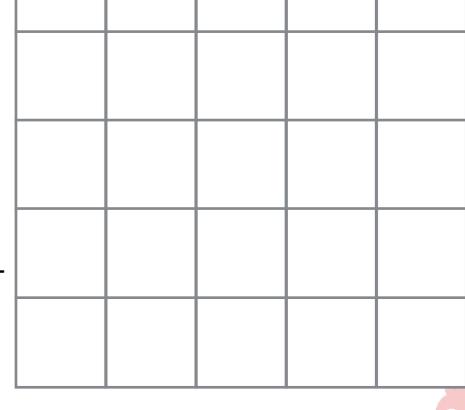
고르지 않는경우: T(i-1, j)



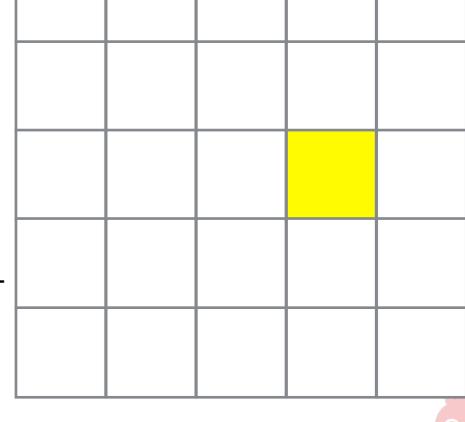
- 1. Table을 정의한다
 - T(i, j) = i개 중에서 j개를 고르는 경우의 수
- 2. 점화식을 구한다
 - T(i, j) = T(i-1, j) + T(i-1, j-1)
- 3. 어느 순서로 Table을 구해야 하는지를 생각한다



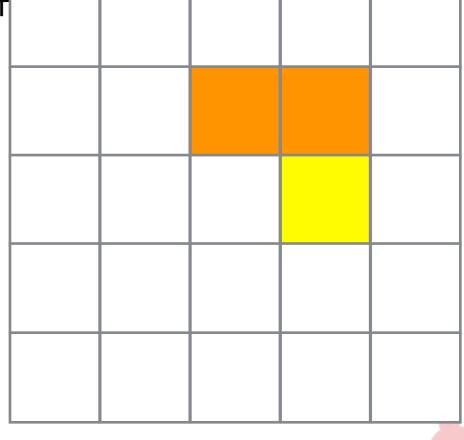
- 1. Table을 정의한다
 - T(i, j) = i개 중에서 j개를 고르는 경위
- 2. 점화식을 구한다
 - T(i, j) = T(i-1, j) + T(i-1, j-1)
- 3. 어느 순서로 Table을 구해야 하는지를



- 1. Table을 정의한다
 - T(i, j) = i개 중에서 j개를 고르는 경위
- 2. 점화식을 구한다
 - T(i, j) = T(i-1, j) + T(i-1, j-1)
- 3. 어느 순서로 Table을 구해야 하는지를



- 1. Table을 정의한다
 - T(i, j) = i개 중에서 j개를 고르는 경위
- 2. 점화식을 구한다
 - T(i, j) = T(i-1, j) + T(i-1, j-1)
- 3. 어느 순서로 Table을 구해야 하는지를



- 1. Table을 정의한다
 - T(i, j) = i개 중에서 j개를 고르는 경위
- 2. 점화식을 구한다
 - T(i, j) = T(i-1, j) + T(i-1, j-1)
- 3. 어느 순서로 Table을 구해야 하는지를



- 4. 답이 어디에 있는지를 찾는다
 - T(n, r)
- 5. 시간복잡도
 - O(n^2)



매일 짜장, 짬뽕, 볶음밥의 선호도가 다르며, 전날 먹은건 오늘 먹지 않는다. 만족도를 최대화 하라.

입력의 예

```
3
27 8 35
18 36 10
7 22 45
```

출력의 예



- 1. Table을 정의한다
 - T(i, 0) = i번째 날까지 밥을 먹으며, i번째 날에 짜장을 먹을 경우 최대 만족도
 - T(i, 1) = i번째 날까지 밥을 먹으며, i번째 날에 짬뽕을 먹을 경우 최대 만족도
 - T(i, 2) = i번째 날까지 밥을 먹으며, i번째 날에 볶음밥을 먹을 경우 최대 만족도



- 1. Table을 정의한다
 - T(i, 0) = i번째 날까지 밥을 먹으며, i번째 날에 짜장을 먹을 경우 최대 만족도
 - · T(i, 1) = i번째 날까지 밥을 먹으며, i번째 날에 짬뽕을 먹을 경우 최대 만족도
 - T(i, 2) = i번째 날까지 밥을 먹으며, i번째 날에 볶음밥을 먹을 경우 최대 만족도

2. 점화식을 구한다



1. Table을 정의한다

- T(i, 0) = i번째 날까지 밥을 먹으며, i번째 날에 짜장을 먹을 경우 최대 만족도
- T(i, 1) = i번째 날까지 밥을 먹으며, i번째 날에 짬뽕을 먹을 경우 최대 만족도
- · T(i, 2) = i번째 날까지 밥을 먹으며, i번째 날에 볶음밥을 먹을 경우 최대 만족도

2. 점화식을 구한다

- T(i, 0) = max(T(i-1, 1), T(i-1, 2)) + data(i, 0)
- T(i, 1) = max(T(i-1, 0), T(i-1, 2)) + data(i, 1)
- T(i, 2) = max(T(i-1, 0), T(i-1, 1)) + data(i, 2)



- 3. 어느 순서로 Table을 구해야 하는지를 생각한다
 - i=1 —> i=n
- 4. 답은 어디에 있는지를 찾는다
 - max(T(i))
- 5. 시간복잡도
 - O(n)

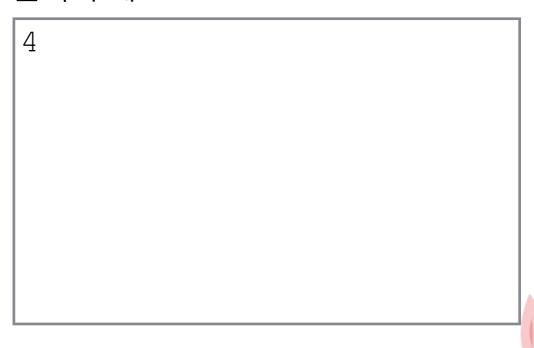


· N개의 숫자 중 최장 증가 부분 수열을 구하여라

입력의 예

5 1 4 2 3 5

출력의 예



1. Table을 정의한다



- 1. Table을 정의한다
 - T(i) = i번째 숫자를 끝으로 하는 최장 증가 부분 수열의 길이



- 1. Table을 정의한다
 - T(i) = i번째 숫자를 끝으로 하는 최장 증가 부분 수열의 길이

data

5	2	8	6	3	6	9	7



- 1. Table을 정의한다
 - T(i) = i번째 숫자를 끝으로 하는 최장 증가 부분 수열의 길이

 data
 5
 2
 8
 6
 3
 6
 9
 7

 T
 1
 1
 2
 2
 2
 3
 4
 4



- 1. Table을 정의한다
 - T(i) = i번째 숫자를 끝으로 하는 최장 증가 부분 수열의 길이
- 2. 점화식을 구한다

data

Т

5	2	8	6	3	6	9	7
1	1	2	2	2	3	4	4



- 1. Table을 정의한다
 - T(i) = i번째 숫자를 끝으로 하는 최장 증가 부분 수열의 길이
- 2. 점화식을 구한다
 - T(i) = max(T(j) + 1) if j < i && data[j] < data[i]

data

5	2	8	6	3	6	9	7
1	1	2	2	2	3	4	4



- 3. 어느 순서로 Table을 구해야 하는지를 생각한다
 - \cdot i=1 \rightarrow i=n
- 4. 답은 어디에 있는지를 찾는다
 - max(T(i))
- 5. 시간복잡도
 - O(n^2)



• 두 문자열의 최대 공통 부분 수열의 길이를 구하여라

입력의 예 aabbaa aaaabb

aabbaa aaaabb 출력의 예

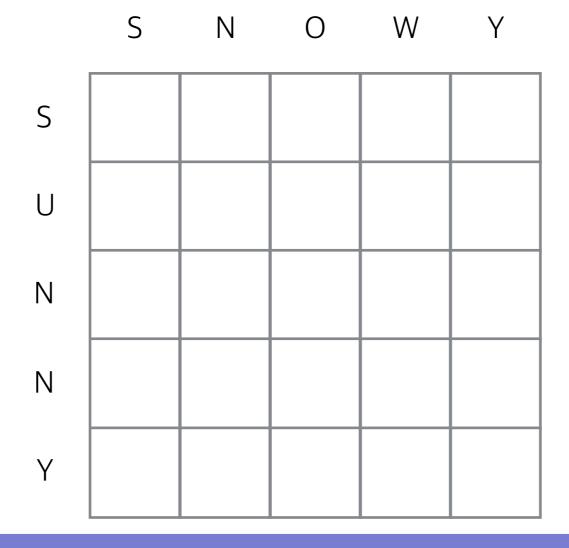
4

aaaa

- 1. Table을 정의한다
 - T(i, j) = str1의 1 ~ i, str2의 1 ~ j의 최대공통부분수열 길이



- 1. Table을 정의한다
 - T(i, j) = str1의 1 ~ i, str2의 1 ~ j의 최대공통부분수열 길이



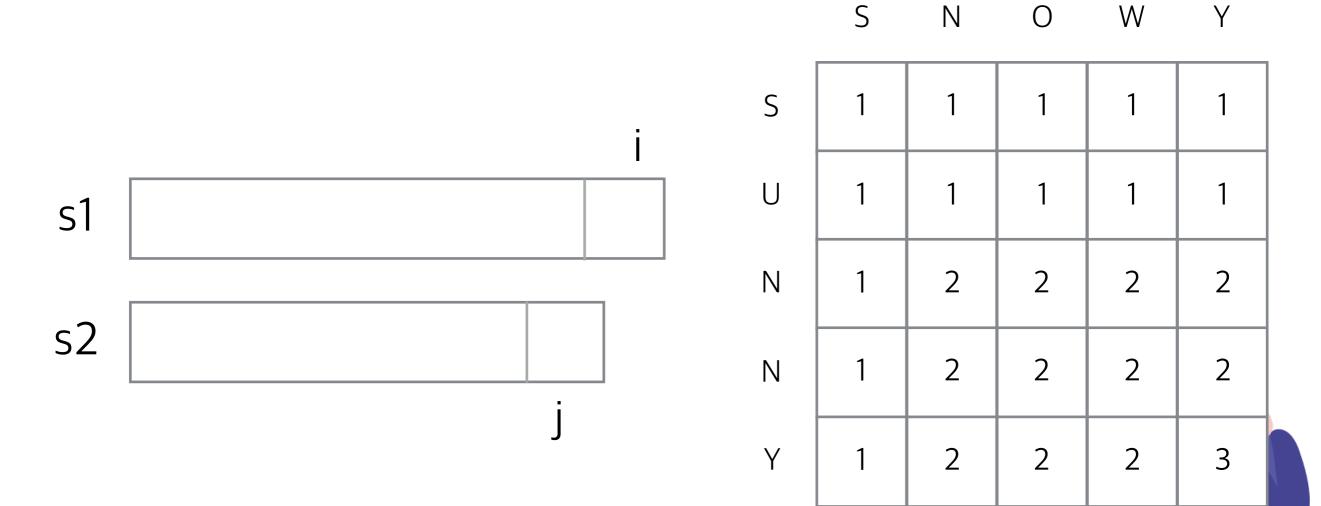


- 1. Table을 정의한다
 - T(i, j) = str1의 1 ~ i, str2의 1 ~ j의 최대공통부분수열 길이

	S	Ν	Ο	W	Υ
S	1	1	1	1	1
U	1	1	1	1	1
N	1	2	2	2	2
N	1	2	2	2	2
Υ	1	2	2	2	3



- 1. Table을 정의한다
 - T(i, j) = str1의 1 ~ i, str2의 1 ~ j의 최대공통부분수열 길이



- 1. Table을 정의한다
 - T(i, j) = str1의 1 ~ i, str2의 1 ~ j의 최대공통부분수열 길이

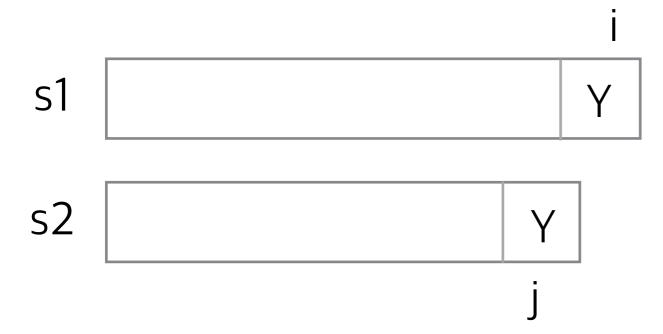
U

Ν

Ν

Y

if
$$s1[i] == s2[j]$$



5	N	O	VV	Υ

1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	2	2	2	2
1	2	2	2	2
1	2	2	2	3

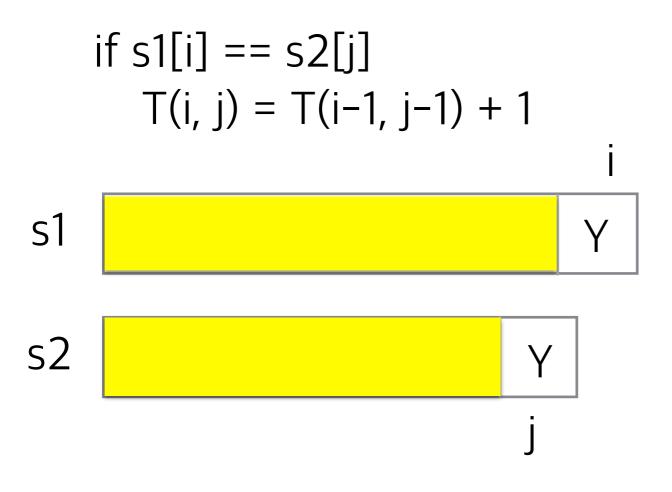
- 1. Table을 정의한다
 - T(i, j) = str1의 1 ~ i, str2의 1 ~ j의 최대공통부분수열 길이

U

Ν

Ν

Y



S	N	Ο	W	Y
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	2	2	2	2
1	2	2	2	2
1	2	2	2	3

- 1. Table을 정의한다
 - T(i, j) = str1의 1 ~ i, str2의 1 ~ j의 최대공통부분수열 길이

U

Ν

if s1[i] != s2[j]

s1 W
s2 Y

S N O W Y
S 1 1 1 1 1

 1
 1
 1
 1
 1

 1
 2
 2
 2
 2

N 1 2 2 2 2 Y 1 2 2 2 3

- 1. Table을 정의한다
 - T(i, j) = str1의 1 ~ i, str2의 1 ~ j의 최대공통부분수열 길이

U

Ν

Ν

Y

5	N	O	VV	Y
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	2	2	2	2
1	2	2	2	2
1	2	2	2	3

۱۸/

[실습문제 3-1] 최대 공통 부분 수열

- 1. Table을 정의한다
 - T(i, j) = str1의 1 ~ i, str2의 1 ~ j의 최대공통부분수열 길이

ς

U

Ν

Ν

Y

N

3	IN	U	VV	Y
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	2	2	2	2
1	2	2	2	2
1	2	2	2	3

- 1. Table을 정의한다
 - T(i, j) = str1의 1 ~ i, str2의 1 ~ j의 최대공통부분수열 길이
- 2. 점화식을 구한다

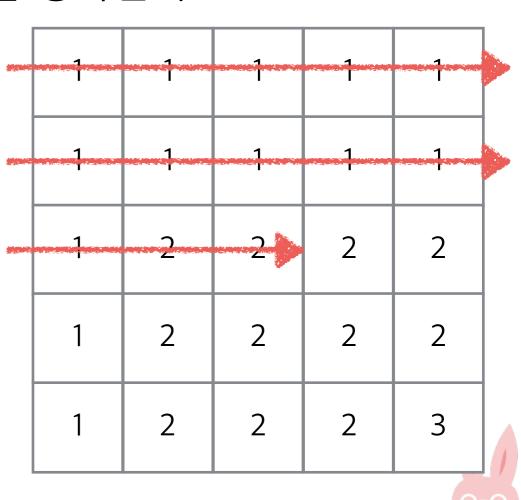
•
$$T(i, j) = max(T(i-1, j), T(i, j-1))$$
 if $s1[i] != s2[j]$

$$T(i-1, j-1) + 1$$

otherwise



- 3. 어느 순서로 Table을 구해야 하는지를 생각한다
 - \cdot i=1 \rightarrow i=n
- 4. 답은 어디에 있는지를 찾는다
 - T(n, m)
 n = len(str1), m = len(str2)
- 5. 시간복잡도
 - O(nm)



[예제] 두 문자열의 최단거리

문자열 A을 시작으로 문자열 B를 만들기 위한 최소 연산
 연산 : 한 개의 알파벳을 추가 / 제거

입력의 예

television telephone

출력의 예

7

[예제] 두 문자열의 최단거리

- { s1 LCS(s1, s2) } 는 제거하고, { s2 LCS(s1, s2) } 를 추가
- (len(s1) LCS(s1, s2)) + (len(s2) LCS(s1, s2))
- 증명?



[예제] 두 문자열의 최단거리

- { s1 LCS(s1, s2) } 는 제거하고, { s2 LCS(s1, s2) } 를 추가
- (len(s1) LCS(s1, s2)) + (len(s2) LCS(s1, s2))
- 증명?
 - 연산 순서를 강제해도 괜찮다 : 제거를 먼저 한 후, 추가를 하자
 - s1 \rightarrow s' \rightarrow s2 where s' \subseteq s1, s' \subseteq s2
 - s' 는 길수록 좋다
- O(nm) where n = len(s1), m = len(s2)



[예제] 옳은 합인지 판단하기

두 string을 merging 하여 나올 수 있는 결과인지 판단하라.
 단, merging이란 string을 앞에서부터 빼내어 합치는 것을 말한다.

입력의 예 abb babc abbabbc abb babc

babbacb

출력의 예		
Yes		

No			

[예제] 옳은 합인지 판단하기



[예제] 옳은 합인지 판단하기

1. T(i, j) = str1(1..i)와 str2(1..j)를 merge하여 str3(1..i+j)를 만들 수 있으면 1, 아니면 0

str1	a	b	b				
str2	b	а	b	С			
str3	a	b	b	a	b	b	С



1. T(i, j) = str1(1..i)와 str2(1..j)를 merge하여 str3(1..i+j)를 만들 수 있으면 1, 아니면 0

ı				ı		T/1	2) =
str1	a	b	Ь			T(1,	2) =
str2	b	а	Ь	С			
str3	а	b	b	a	b	b	С



1. T(i, j) = str1(1..i)와 str2(1..j)를 merge하여 str3(1..i+j)를 만들 수 있으면 1, 아니면 0

						T/1) -	- \(\cap{\chi}\)
str1	a	b	b			1 (1,	2) =	- 0
str2	Ь	а	Ь	С				
str3	а	b	b	а	Ь	b	С	



str1	a	b	b				
str2	b	a	b	С			
str3	a	b	b	a	b	b	С

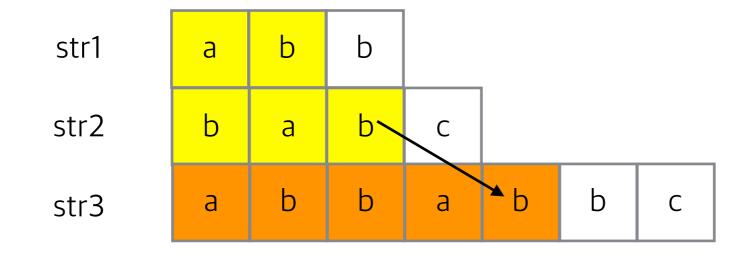


- 2. 점화식 구하기
 - T(i, j) =

str1	a	b	b				
str2	b	а	b	С			
str3	a	b	b	а	b	Ь	С



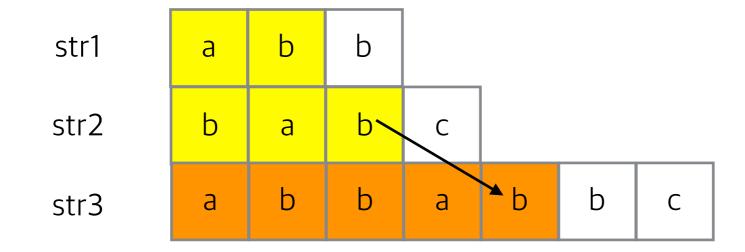
- 2. 점화식 구하기
 - T(i, j) =





•
$$T(i, j) = T(i, j-1)$$

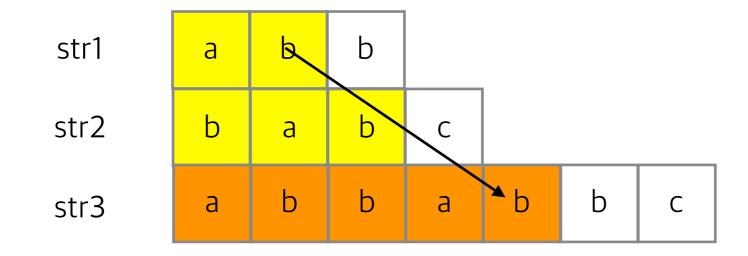
•
$$T(i, j) = T(i, j-1)$$
 if $str2(j) == str3(i+j+1)$





$$T(i, j) = T(i, j-1)$$

•
$$T(i, j) = T(i, j-1)$$
 if $str2(j) == str3(i+j+1)$



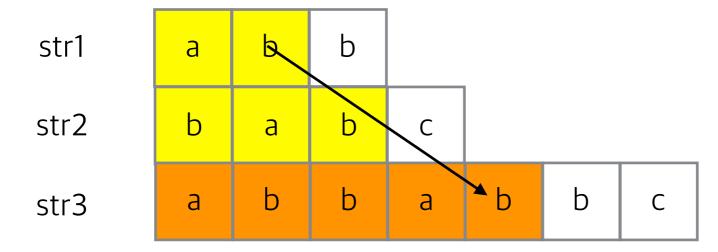


•
$$T(i, j) = T(i, j-1)$$

or $T(i-1, j)$

if
$$str2(j) == str3(i+j+1)$$

if $str1(i) == str3(i+j+1)$





1. Table 정의

• T(i, j) = str1(1..i)와 str2(1..j)를 merge하여 str3(1..i+j)를 만들 수 있으면 1, 아니면 0

•
$$T(i, j) = T(i+1, j)$$

or $T(i, j-1)$

if
$$str1(i) == data(i+j+1)$$

if $str2(j) == data(i+j+1)$



1. Table 정의

• T(i, j) = str1(1..i)와 str2(1..j)를 merge하여 str3(1..i+j)를 만들 수 있으면 1, 아니면 0

•
$$T(i, j) = T(i+1, j)$$

or $T(i, j-1)$

if
$$str1(i) == data(i+j+1)$$

if $str2(j) == data(i+j+1)$



- 3. 정답을 구하는 순서
- 4. 정답의 위치
 - T(len1-1, len2-1)



경로 출력

- Dynamic Programming에서 실제 경로는 어떻게 얻나?
- Table 정의를 잘 생각하면 크게 어렵지 않다!



[활동문제 0] 최대구간의 합구하기

• n개의 숫자 중에서 연속 부분 최대합과 <u>구간</u>을 출력

입력의 예

```
1 2 3 4 -100 1
```

출력의 예



[활동문제 0] 최대구간의 합구하기

- 1. Table을 정의한다
 - T(i) = **i번째 수를 끝으로 하는** 최대 구간의 합
- 2. 점화식을 구한다
 - T(i) = max(data[i], T(i-1) + data[i])
- 3. 어느 순서로 Table을 구해야 하는지를 생각한다
 - \cdot i=0 \rightarrow i=n



[활동문제 0] 최대구간의 합 구하기

- · 경로 출력을 위해 다른 list L을 정의한다
 - · L(i) = i번째 수를 끝으로 하는 최대 구간의 시작점

data

T

2	1	-2	5	-10	3	2	5	-3	7	9	-10
2	3	1	6	-4	3	5	10	7	14	23	13



[활동문제 0] 최대구간의 합 구하기

- · 경로 출력을 위해 다른 list L을 정의한다
 - L(i) = i번째 수를 끝으로 하는 최대 구간의 **시작점**

data

T

2	1	-2	5	-10	3	2	5	-3	7	9	-10
2	3	1	6	-4	3	5	10	7	14	23	13
0	0	0	0	0	5	5	5	5	5	5	5



[활동문제 0] 최대구간의 합구하기

- · 경로 출력을 위해 다른 list L을 정의한다
 - · L(i) = i번째 수를 끝으로 하는 최대 구간의 시작점

•
$$L(i) = L(i-1)$$
 if $T(i-1) + data(i) > data(i)$

otherwise



 n잔의 포도주가 있을 때, 마시는 양의 최댓값과, 마시는 포도주들을 출력 단, 연속하여 3잔을 모두 마실 수는 없다

입력의 예

```
6 10 13 9 8 1
```

출력의 예

```
33 6 10 9 8
```

- 1. Table을 정의한다
 - T(i) = 1 ~ i 까지의 포도주가 있을 때, 마시는 최댓값
- 2. 점화식을 구한다
 - T(i) = max(T(i-1), T(i-2) + data(i), T(i-3) + data(i-1) + data(i-2))

data

Τ

6	10	13	9	8	1

- · L을 정의한다
 - L(i) = T가 어느 값을 선택했는지를 기록

data

ı

6	10	13	9	8	1
6	10	23	28	33	33

- · L을 정의한다
 - L(i) = T가 어느 값을 선택했는지를 기록

data

T

6	10	13	9	8	1
6	10	23	28	33	33
0	0	3	3	3	1



· L(n)부터 시작해서 앞으로 따라감 data

• T(n)에 답이 있기 때문

T .

6	10	13	9	8	1
6	10	23	28	33	33
0	0	3	3	3	1





· L(n)부터 시작해서 앞으로 따라감 data

• T(n)에 답이 있기 때문

Τ

6	10	13	9	8	1
6	10	23	28	33	33
0	0	3	3	3	1





· L(n)부터 시작해서 앞으로 따라감 data

• T(n)에 답이 있기 때문

6	10	13	9	8	1
6	10	23	28	33	33
0	0	3	3	3	1





• L(n)부터 시작해서 앞으로 따라감 data

• T(n)에 답이 있기 때문

O	10	13	9	
6	10	23	28	33
0	0	3	3	3



33

[연습문제] 짜장, 짬뽕, 볶음밥

매일 짜장, 짬뽕, 볶음밥의 선호도가 다르며, 전날 먹은건 오늘 먹지 않는다. 만족도의 최댓값과, 무엇을 먹어야 하는지를 출력하라.

입력의 예

```
3
27 8 35
18 36 10
7 22 45
```

출력의 예

```
116
2 1 2
```

[연습문제] 짜장, 짬뽕, 볶음밥

1. Table을 정의한다

- T(i, 0) = i번째 날까지 밥을 먹으며, i번째 날에 짜장을 먹을 경우 최대 만족도
- T(i, 1) = i번째 날까지 밥을 먹으며, i번째 날에 짬뽕을 먹을 경우 최대 만족도
- T(i, 2) = i번째 날까지 밥을 먹으며, i번째 날에 볶음밥을 먹을 경우 최대 만족도

2. 점화식을 구한다

- T(i, 0) = max(T(i-1, 1), T(i-1, 2)) + data(i, 0)
- T(i, 1) = max(T(i-1, 0), T(i-1, 2)) + data(i, 1)
- T(i, 2) = max(T(i-1, 0), T(i-1, 1)) + data(i, 2)



[연습문제] 짜장, 짬뽕, 볶음밥

- · L을 정의한다
 - L(i) = i번째 날에 무엇을 먹었는지 기록
 - L(i) = 1, 2, 3 중 하나가 들어감
- · L(n)부터 뒤에서 앞으로 진행



· N개의 숫자 중 최장 증가 부분 수열의 길이와 수열을 출력하라

입력의 예



출력의 예

```
4 1 2 3 5
```

- 1. Table을 정의한다
 - T(i) = i번째 숫자를 끝으로 하는 최장 증가 부분 수열의 길이
- 2. 점화식을 구한다
 - T(i) = max(T(j) + 1) if j < i && data[j] < data[i]

data

5	2	8	6	3	6	9	7
1	1	2	2	2	3	4	4



- · L(i) = i번째 숫자를 끝으로 할 경우, 바로 앞에 오는 숫자의 index
 - L(i) = j where T(i) = T(j) + 1

 data
 5
 2
 8
 6
 3
 6
 9
 7

 T
 1
 1
 2
 2
 2
 3
 4
 4

 L
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1
 1<



- L(i) = i번째 숫자를 끝으로 할 경우, 바로 앞에 오는 숫자의 index
 - L(i) = j where T(i) = T(j) + 1

data T

L

5	2	8	6	3	6	9	7
1	1	2	2	2	3	4	4
-1	-1	0	0	1	4	5	5



data	5	2	8	6	3	6	9	7
Т	1	1	2	2	2	3	4	4
L	-1	-1	0	0	1	4	5	5



data	5	2	8	6	3	6	9	7
Т	1	1	2	2	2	3	4	4
L	-1	-1	0	0	1	4	5	5



data	5	2	8	6	3	6	9	7
Т	1	1	2	2	2	3	4	4
L	-1	-1	0	0	1	4	5	5



data	5	2	8	6	3	6	9	7
Т	1	1	2	2	2	3	4	4
L	-1	-1	0	0	1	4	5	5



[예제] 최장 증가 부분 수열

• L(m)에서 시작해서 거꾸로 돌아감. (단, T(m)이 최댓값)

data	5	2	8	6	3	6	9	7
Т	1	1	2	2	2	3	4	4
L	-1	-1	0	0	1	4	5	5



· 두 문자열의 최대 공통 부분 수열의 길이와, 그 수열을 구하여라

입력의 예 aabbaa aaaabb

aabbaa aaabb 출력의 예

4 aaaa

aaaa

- 1. Table을 정의한다
 - T(i, j) = str1의 1 ~ i, str2의 1 ~ j의 최대공통부분수열 길이
- 2. 점화식을 구한다

•
$$T(i, j) = max(T(i-1, j), T(i, j-1))$$
 if $s1[i] != s2[j]$

$$T(i-1, j-1) + 1$$

otherwise



- · L을 정의한다
 - L(i, j) = T(i, j)가 어디에서 왔는지 기록

•
$$L(i, j) = 1$$
 if $T(i, j) = T(i-1, j-1) + 1$
2 if $T(i, j) = T(i-1, j)$
3 if $T(i, j) = T(i, j-1)$



- · L을 정의한다
 - L(i, j) = T(i, j)가 어디에서 왔는지 기록

•
$$L(i, j) = 1$$
 if $T(i, j) = T(i-1, j-1) + 1$
2 if $T(i, j) = T(i-1, j)$
3 if $T(i, j) = T(i, j-1)$

- · Recursion으로 구현
 - printResult(i, j) = str1(1..i), str2(1..j)의 LCS를 return



[예제] 옳은 합인지 판단하기

두 string을 merging 하여 나올 수 있는 결과인지 판단하라.
 단, merging이란 string을 앞에서부터 빼내어 합치는 것을 말한다.

입력의 예 출력의 예 Yes abbabbc No No babc babbacb

[예제] 옳은 합인지 판단하기

1. Table 정의

• T(i, j) = str1(1..i)와 str2(1..j)를 merge하여 str3(1..i+j)를 만들 수 있으면 1, 아니면 0

2. 점화식 구하기

•
$$T(i, j) = T(i+1, j)$$

or $T(i, j-1)$

if
$$str1(i) == data(i+j+1)$$

if $str2(j) == data(i+j+1)$



[예제] 옳은 합인지 판단하기

• L을 정의한다

• L(i, j) = 1 if str1(i)을 str3(i+j+1)에 map했을 경우

otherwise

• L(len1-1, len2-1) 에서부터 거꾸로 판단해 나간다



 Palindrome을 만들기 위한 최소 추가 문자 개수를 출력하라 palindrome이란, 그냥 읽었을 때와 거꾸로 읽었을 때가 같은 문자열이다.

출력의 예

입력의 예 abccdbac

	'	'	••				
2							
_							

- 1. Table 정의
 - T(i, j) = i ~ j 까지 문자열을 palindrome으로 만들기 위하여 추가해야 하는 문자 개수의 최솟값



d

b

C

1. Table 정의

b

•
$$T(i, j) =$$

_					
0	a				
=[b				
	С				
	С				
	d				
	b				
	a				
	С				

^밭 만들기 위하여



1. Table 정의

$$\cdot T(i, j) =$$

0	a				
=	b				
	С				
	С				
	d				
	b				
	a				
	С				

밭 만들기 위하여



•
$$T(i, j) =$$

_					
0	a				
=[b			1	
	С				
	С				
	d				
	b				
	а				
	С				

밭 만들기 위하여



3 🖡 만들기 위하여



3 🖡 만들기 위하여



d

if data(i) == data(j) : T(i, j) = T(i+1, j-1)

d			0	1	2	3
b				0	1	2
а					0	1
С						0

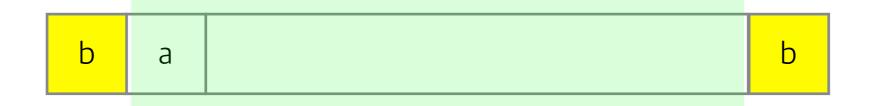


- 1. Table 정의
 - T(i, j) = i ~ j 까지 문자열을 palindrome으로 만들기 위하여 추가해야 하는 문자 개수의 최솟값

a b

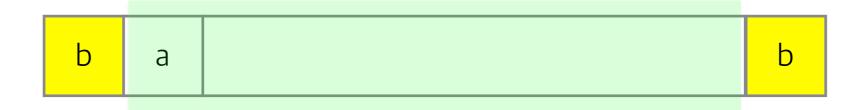


- 1. Table 정의
 - T(i, j) = i ~ j 까지 문자열을 palindrome으로 만들기 위하여 추가해야 하는 문자 개수의 최솟값





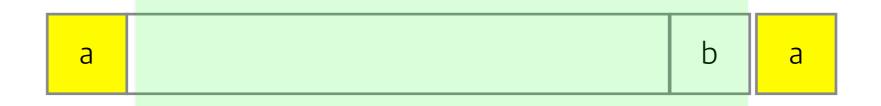
- 1. Table 정의
 - T(i, j) = i ~ j 까지 문자열을 palindrome으로 만들기 위하여 추가해야 하는 문자 개수의 최솟값



$$T(i, j-1) + 1$$



- 1. Table 정의
 - T(i, j) = i ~ j 까지 문자열을 palindrome으로 만들기 위하여 추가해야 하는 문자 개수의 최솟값



$$T(i, j-1) + 1$$

 $T(i+1, j) + 1$



b

if data(i) == data(j) : T(i, j) = T(i+1, j-1)

else : T(i, j) = min(T(i+1, j), T(i, j-1)) + 1

b			0	1	2
а				0	1
С					0



- 1. Table 정의
 - T(i, j) = i ~ j 까지 문자열을 palindrome으로 만들기 위하여 추가해야 하는 문자 개수의 최솟값
- 2. 점화식
 - T(i, j) = T(i+1, j-1) if data(i) == data(j)

min(T(i+1,j), min(i, j-1) + 1 otherwise



/* elice */

[실습문제 3-1]

3. Table을 구하는 순서

] P	a	b	С	С	d	b	a	С
a	0	1	2	2	3	2	1	2
b		0	1	1	2	1	2	3
С			0	0	1	2	3	3
С				0	1	2	3	2
d					0	1	2	3
Ь						0	1	2
а							0	1
С								0



/* elice */

[실습문제 3-1]

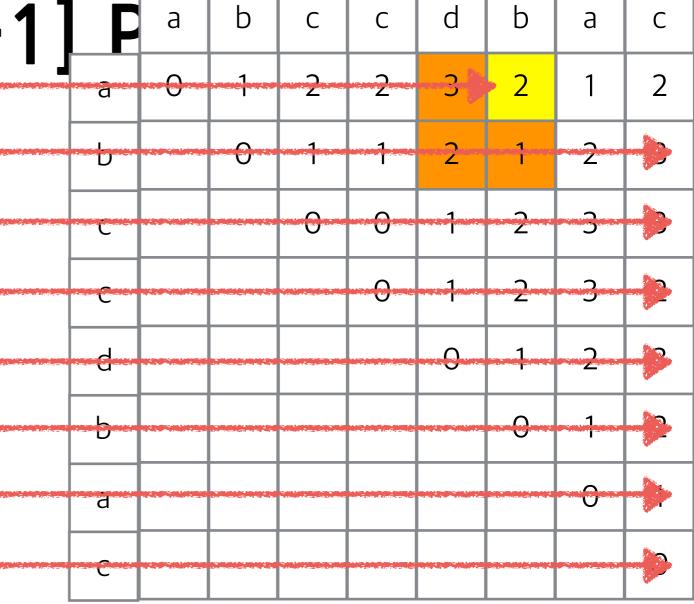
3. Table을 구하는 순서

] P	a	b	С	С	d	b	a	С
а	0	1	2	2	3	2	1	2
b		0	1	1	2	1	2	3
С			0	0	1	2	3	3
С				0	1	2	3	2
d					0	1	2	3
b						0	1	2
а							0	1
С								0



[실습문제 3-1]

3. Table을 구하는 순서





- 3. Table을 구하는 순서
- 4. 정답의 위치
 - T(0, len-1)



- 3. Table을 구하는 순서
- 4. 정답의 위치
 - T(0, len-1)
- 5. 시간복잡도
 - O(n^2)



/* elice */

[실습문제 3-1]

- 어느 문자를 추가해야 하나?
 - L(i, j) = 따라온 위치

P	a	b	С	С	d	b	a	С
a	0	1	2	2	3	2	1	2
Ь		0	1	1	2	1	2	3
С			0	0	1	2	3	3
С				0	1	2	3	2
d					0	1	2	3
b						0	1	2
а							0	1
С								0



/* elice */

[실습문제 3-1]

- 어느 문자를 추가해야 하나?
 - L(i, j) = 따라온 위치

P	a	b	С	С	d	b	a	С
a	0	1	2	2	3	2	1←	– 2
b		0	1	1	2	1	2	3
С			0	0	1	2	3	3
С				0	1	2	3	2
d					0	1	2	3
Ь						0	1	2
а							0	1
С								0



요약

- · Dynamic Programming이 컴퓨터 공학적 생각의 꽃이다
 - 전체 문제를 부분 문제로 어떻게 나눌 것인가 ?
- 많은 문제를 풀어보는 것이 관건이다
 - 풀다 보면 패턴이 조금씩 보일 수 있음



/* elice */

감사합니다!

신현규

E-mail: hyungyu.sh@kaist.ac.kr

Kakao: yougatup

Facebook: yougatup

