高等数学、工科数学分析基础、微积分 2019 级下学期期末试卷

1、（4 分）设函数 $f(x,\ y)$ 在点 $(0,\ 0)$ 处连续，且 $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\dfrac{f(x,y)}{\sin(x^2+y^2)}=1$，则（　　　）

(A)　点 $(0,\ 0)$ 不是 $f(x,\ y)$ 极值点.

(B)　点 $(0,\ 0)$ 是 $f(x,\ y)$ 极大值点.

(C)　点 $(0,\ 0)$ 是 $f(x,\ y)$ 极小值点.

(D)　由条件不能确定 $(0,\ 0)$ 是否为极值点.

2、（4 分）设函数 $z=z(x,y)$ 由方程 $x-2019z=\varphi(y-2020z)$ 确定，其中 φ 为可微函数，则 $2019\dfrac{\partial z}{\partial x}+2020\dfrac{\partial z}{\partial y}=$（　　　）

(A)　0.

(B)　1.

(C)　2.

(D)　3.

3、（4 分）曲面 $2z = x^2 + y^2$ 在点 $(1,1,1)$ 处的切平面方程是（　　　）

(A)　$x + y - z = 1$.

(B)　$x + y - z = 3$.

(C)　$x + y + z = 1$.

(D)　$x + y + z = 3$.

4、（4 分）曲面 $2z = x^2 + y^2$ 在点 $(1,1,1)$ 处的法线方程是（　　　）

(A)　$x = y = z$.

(B)　$\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z-1}{1}$.

(C)　$\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z-1}{-1}$.

(D)　$\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-1}{-1}$.

5、（4 分）曲线 $x=\mathrm{e}^t\cos t$， $y=\mathrm{e}^t\sin t$， $z=2\mathrm{e}^t$ 在点（1，0，2）处的切线方程是（　　）

(A) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$.

(B) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{2}$.

(C) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-2}{2}$.

(D) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-2}{-2}$.

6、（4 分）曲线 $x=\mathrm{e}^t\cos t$， $y=\mathrm{e}^t\sin t$， $z=2\mathrm{e}^t$ 在点（1，0，2）处的法平面方程是（　　）

(A) $x+y+2z=5$.

(B) $x+y-2z=5$.

(C) $x+y+2z=3$.

(D) $x+y-2z=3$.

7、（4 分）设函数 $z=x^2+y^2$，则函数 z 在点 $A(1,2)$ 处，沿从点 A 到点 $B(2,2+\sqrt{3})$ 方向的方向导数是（ ）

(A) $1+2\sqrt{3}$.

(B) $2+4\sqrt{3}$.

(C) $1+\sqrt{3}$.

(D) $1+3\sqrt{3}$.

8、（4 分）设函数 $z=f(x+y,x-y)$，其中 f 具有二阶连续偏导数，则 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=$（ ）

(A) $f''_{11}+f''_{22}$.

(B) $-f''_{11}-f''_{22}$.

(C) $f''_{11}-f''_{22}$.

(D) $f''_{22}-f''_{11}$.

9、（4 分）在以下级数中，发散的是（　　　　）

(A) $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{\ln n}{n^2}$.

(B) $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\ln n}$.

(C) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n^2+2}{n^4+3n}$.

(D) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{n^n}$.

10、（4 分）设 $f(x)$ 是周期为 2π 的周期函数，$f(x)$ 在 $[-\pi,\pi)$ 上的表达式为 $f(x)=\begin{cases}0, -\pi\le x<0\\ x,\ 0\le x<\pi\end{cases}$，$f(x)$ 的 Fourier（傅里叶）级数 $\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos nx+b_n\sin nx)$ 的和函数是 $S(x)$，则 $S(3\pi)=$（　　）

(A) $\frac{\pi}{2}$.

(B) π.

(C) 0.

(D) 3π.

11、（4 分）在以下四式中，正确的是（　　　）

(A) $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n \frac{\pi^{2n}}{(2n)!}=-1$.

(B) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{\pi^{2n+1}}{(2n+1)!}=0$.

(C) $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n+1)!}=\frac{\sin x}{x}$ $(x\in(-\infty,+\infty))$.

(D) $\ln(1+x)=\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{x^n}{n}$ $(-1<x\leqslant 1)$.

12、（2 分）判断题 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n}$ 的收敛域是 $[-1,1)$.　　　（　　　）

(A) 正确.

(B) 错误.

13、（4 分）幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n+1}$ 的和函数是（　　　）

(A) $\begin{cases}\dfrac{-\ln(1-x)}{x}-1, x\in[-1,0)\cup(0,1)\\ 0, x=0\end{cases}$.

(B) $\begin{cases}\dfrac{-\ln(1-x)}{x}-1, x\in(-1,0)\cup(0,1)\\ 0, x=0\end{cases}$.

(C) $\dfrac{-\ln(1-x)}{x}-1, x\in(-1,1)$.

(D) $\dfrac{-\ln(1-x)}{x}-1, x\in[-1,1)$.

14、（4 分）$\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{n^2}{(n^2+i^2)(n^2+j^2)}=$（　　　）

(A) $\dfrac{\pi}{2}$.

(B) $\dfrac{\pi}{4}$.

(C) $\dfrac{\pi^2}{4}$.

(D) $\dfrac{\pi^2}{16}$.

15、（4 分） $\int_0^1 \mathrm{d}y \int_y^1 \mathrm{e}^{x^2} \mathrm{d}x =$ （　　　）

(A) $\dfrac{\mathrm{e}-1}{2}$.

(B) $\dfrac{1-\mathrm{e}}{2}$.

(C) $\mathrm{e}-1$.

(D) $1-\mathrm{e}$.

16、(4 分)设积分域 $D=\{(x,y)\,|\,|x|+|y|\le 1\}$，则二重积分 $\iint\limits_D (2|x|-y)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$ (　　　)

(A)　2.

(B)　4.

(C)　$\frac{2}{3}$.

(D)　$\frac{4}{3}$.

17、(4 分)设积分域 $D=\{(x,y)\,|\,(x-1)^2+y^2\le 1\}$，则二重积分 $\iint\limits_D (x+y)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$

(　　　)

(A)　$\frac{\pi}{4}$.

(B)　$\frac{\pi}{3}$.

(C)　$\frac{\pi}{2}$.

(D)　π.

18、（4 分）设积分域$D=\{(x,y)|x^2+y^2\le 1\}$，二重积分$I_1=\iint\limits_D (x^2+y^2)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，$I_2=\iint\limits_D \sin(x^2+y^2)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，$I_3=\iint\limits_D \tan(x^2+y^2)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，则（　　）

(A)　$I_1<I_2<I_3$.

(B)　$I_2<I_1<I_3$.

(C)　$I_3<I_2<I_1$.

(D)　$I_2<I_3<I_1$.

19、（4 分）设V是由曲面$z=x^2+y^2$与平面$z=4$所围成的闭区域，则三重积分$\iiint\limits_V z\,\mathrm{d}V=$（　　）

(A)　$\dfrac{64\pi}{3}$.

(B)　$\dfrac{32\pi}{3}$.

(C)　$\dfrac{16\pi}{3}$.

(D)　$\dfrac{8\pi}{3}$.

20、（4 分）设积分域$V=\left\{(x,y,z)\middle|x^2+y^2+z^2\le 1,z\ge 0\right\}$，则三重积分

$\iiint\limits_V (x^2+y^2+z^2)\,\mathrm{d}V=$（　　　）

(A) $\dfrac{\pi}{5}$.

(B) $\dfrac{2\pi}{5}$.

(C) $\dfrac{\pi}{4}$.

(D) $\dfrac{\pi}{3}$.

21、（4 分）设V是由曲面$z=\sqrt{x^2+y^2}$与平面$z=1$所围成的闭区域，则三重积分$\iiint\limits_V z(x^2+y^2)\,\mathrm{d}V=$（　　）

(A)　$\frac{\pi}{3}$.

(B)　$\frac{\pi}{6}$.

(C)　$\frac{\pi}{9}$.

(D)　$\frac{\pi}{12}$.

22、（4 分）设曲线$L: y=x^2\ (0\le x\le\sqrt{2})$，则第一型曲线积分$\int_L x\,\mathrm{d}s=$（　　）

(A)　$\frac{7}{6}$.

(B)　$\frac{13}{6}$.

(C)　$\frac{7}{3}$.

(D)　$\frac{13}{3}$.

23、（4 分）设 $S=\{(x,y,z)|x^2+y^2+z^2=1\}$，则第一型曲面积分 $\oiint\limits_S z^2\,\mathrm{d}S=$（　　　）

(A) $\dfrac{\pi}{3}$.

(B) $\dfrac{2\pi}{3}$.

(C) π.

(D) $\dfrac{4\pi}{3}$.

24、（4 分）设 L 为曲线 $y=\sqrt{1-x^2}$ 上从点 A$(0,1)$ 到点 B$(1,0)$ 的有向弧段，则第二型曲线积分 $\int_L \dfrac{y\,\mathrm{d}x-x\,\mathrm{d}y}{\sqrt{x^2+y^2}}=$（　　　）

(A) 0.

(B) $\dfrac{\pi}{2}$.

(C) π.

(D) $\dfrac{\pi}{3}$.

25、（4 分）设 S 是锥面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ $(0\le z\le 1)$ 的下侧，则第二型曲面积分 $\iint\limits_S (x^3-xy)\,\mathrm{d}y\mathrm{d}z+(y^3-yz\sin x)\,\mathrm{d}z\mathrm{d}x-3z(x^2+y^2)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$（　　）

(A)　$\dfrac{3\pi}{2}$.

(B)　$-\dfrac{3\pi}{2}$.

(C)　2π.

(D)　-2π.

26、（2 分）判断题　若 $\lim\limits_{x\to x_0} f_x'(x,y_0)=f_x'(x_0,y_0), \lim\limits_{y\to y_0} f_y'(x_0,y)=f_y'(x_0,y_0)$，则函数 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处可微.　　　　（　　　）

(A)　正确.

(B)　错误.