保密★启用前

2019-2020 学年第一学期期中考试

《工科数学数学分析基础 I》A 卷

考生注意事项

1.答题前，考生须在试题册指定位置上填写考生**学号**和考生姓名；在答题卡指定位置上填写考试科目、考生姓名和考生**学号**，并涂写考生**学号**信息点。

2.选择题的答案必须涂写在答题卡相应题号的选项上，非选择题的答案必须书写在答题卡指定位置的边框区域内。超出答题区域书写的答案无效：在草稿纸、试题册上答题无效。

3.填（书）写部分必须使用黑色字迹签字笔书写，字迹工整、笔迹清楚；涂写部分必须使用 2B 铅笔填涂。

4.考试结束，将答题卡和试题册按规定交回。

（以下信息考生必须认真填写）

考生学号								
考生姓名								

一、选择题：1 一 15 小题，每小题 3 分，共 45 分，下列每题给出的四个选项中，只有一个选项是符合题目要求的，请将答案涂写在答题卡上。

1. 设 $f(x)=x\sin x$, 则

(A) 在 $(-\infty, +\infty)$ 内有界， **(B)** 当 $x\to+\infty$ 时为无穷大，

(C) 在 $(-\infty, +\infty)$ 内无界， **(D)** 当 $x\to\infty$ 时有极限。

2. 设 $f(x)$， $g(x)$ 都在 R 上一致连续，则 $f(g(x))$ 在 R 上（ ）

（A）连续且一致连续 (B)连续但不一致连续

(C) 一致连续但不连续 (D) 无法判别

3.设 $f(x)$具有二阶连续导数，且 $f'(1)=0$, $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{f''(x)}{(x-1)^2}=\dfrac{1}{2}$, 则

(A) $f(1)$是$f(x)$的极大值 **(B)** $f(1)$是$f(x)$的极小值

(C) $(1, f(1))$是曲线 $f(x)$的拐点坐标

(D) $f(1)$不是$f(x)$的极值点，$(1, f(1))$不是曲线$f(x)$的拐点坐标

4. 设 $f(x)=x^2\sin x$, 则 $f^{(2019)}(0)=$

(A) 2019； **(B)** 2018×2019； **(C)** -2018×2019； **(D)** -2019。

5. 设 $f(x)=\dfrac{1}{\arctan\frac{x-1}{x}}$ 则

(A) x=0 与 x=1 都是 $f(x)$ 的第一类间断点，

(B) x=0 与 x=1 都是 $f(x)$ 的第二类间断点 .

(C) x=0 是 $f(x)$ 的第一类间断点，x=1 是 $f(x)$的第二类间断点。

(D) x=0 是 $f(x)$ 的第二类间断点，x=1 是 $f(x)$的第一类间断点。

6.设函数 $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{1+|x|^{2n}}$, 则 $f(x)$ 在（-∞，+∞）内

(A) 处处可导　　　　　　　　(B) 恰有 1 个不可导点，
(C) 恰有 2 个不可导点　　　　(D) 至少有 3 个不可导点.

7. 设函数 $y=f(x)$ 具有二阶导数，且 $f'(x)>0$, $f''(x)>0$, Δx 为自变量 x 在点 x_0 处的增量，Δy 与 $\mathrm{d}y$ 分别为 $f(x)$ 在点 x_0 处对应的增量与微分，若 $\Delta x>0$, 则

(A) $0<\mathrm{d}y<\Delta y$　　　　(B) $0<\Delta y<\mathrm{d}y$

(C) $\Delta y<\mathrm{d}y<0$　　　　(D) $\mathrm{d}y<\Delta y<0$

8. 曲线 $y=\dfrac{(1+x)^2}{4(1-x)}$

(A)既有垂直又有水平与斜渐近线，　(B)仅有垂直渐近线，
(C)只有垂直与水平渐近线，　　　(D)只有垂直与斜渐近线.

9. 当 $x\to 0$ 时，无穷小 $(1+x)^{x^2}-1$, $e^{x^4-2x}-1$ 和 $\sqrt{1+2x}-\sqrt[3]{1+3x}$, 的阶数分别的是：
(A) 1，2 和 3 阶，　　　(B) 3，2 和 1 阶，
(C) 3，1 和 2 阶，　　　(D) 2，3 和 1 阶

10. 设直线 $y=ax+b$ 同时与曲线 $y=x^2$ 及 $y=\dfrac{1}{x}$ 相切，则常数 a, b 应分别取：
(A) $a=-4$, $b=-4$.　　(B) $a=-3$, $b=-4$.
(C) $a=-4$, $b=-3$.　　(D) $a=-3$, $b=-3$.

11. 下列函数 $f(x)$ 中，导函数 $f'(x)$ 在 $x=0$ 处不连续的是：

(A) $f(x)=\begin{cases} x^{\frac{3}{2}}\sin\dfrac{1}{x}, & x\neq 0, \\ 0, & x=0, \end{cases}$ (B) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{\sin x}{x}, & x\neq 0, \\ 1, & x=0, \end{cases}$

(C) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{e^x-1}{x}, & x\neq 0, \\ 1, & x=0, \end{cases}$ (D) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{\ln(1+x)}{x}, & x\neq 0, \\ 1, & x=0, \end{cases}$

12. 设 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上连续，$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ 存在。则 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上

(A) 存在最大值 (B) 存在最小值

(C) 最大值和最小值至少存在一个 (D) 可能最大值和最小值均不存在

13. 设 $f(x)$ 在（-∞，+∞）有定义，则下述命题中正确的是

（A）若 $f(x)$ 在（-∞，+∞）可导且单调增加，则对一切 $x\in$（-∞，+∞），都有 $f'(x)>0$，

（B）若 $f(x)$ 在点 x_0 处取极值，则 $f'(x_0)=0$

（C）若 $f''(x_0)=0$，则 $(x_0, f(x_0))$ 是曲线 $y=f(x)$ 的拐点坐标

（D）若 $f'(x_0)=0$，$f''(x_0)=0$，$f'''(x_0)\neq 0$，则 x_0 一定不是 $f(x)$ 的极值点.

14. 摆线 $\begin{cases} x=a(t-\sin t) \\ y=a(1-\cos t) \end{cases}$ 在 $t=\dfrac{\pi}{3}$ 处的曲率为：

(A) $2a$. (B) $4a$ (C) $\dfrac{1}{2a}$. (D) $\dfrac{1}{4a}$.

15. 曲线 $y=x^3$ 的弧微分 $\mathrm{d}s$ 等于：

(A) $\sqrt{1+x^6}\,\mathrm{d}x$；(B) $\sqrt{1+x^8}\,\mathrm{d}x$；(C) $\sqrt{1+6x^4}\,\mathrm{d}x$；(D) $\sqrt{1+9x^4}\,\mathrm{d}x$

二、解答题： 16—21 小题，共 55 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

16.（本题满分 10 分）

求极限

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x-\arctan x}{\tan x-\sin x}$$

17.（本题满分 10 分）

求数列极限

$$\lim_{n\to\infty}\left(\cos\frac{a}{n\sqrt{n}}\cdot\cos\frac{2a}{n\sqrt{n}}\cdots\cos\frac{na}{n\sqrt{n}}\right)$$

18.（本题满分 10 分）

设 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 有一阶连续导数，且 $f(0)=0$，$f''(0)$ 存在．若

$$F(x)=\begin{cases}\dfrac{f(x)}{x}, & x\neq 0,\\ f'(0), & x=0,\end{cases}$$

求 $F'(x)$，并证明 $F'(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 连续。

19.（本题满分 10 分）

设可微函数 $y=f(x)$ 由方程 $x^3+y^3-3x+3y=2$ 所确定，试求 $f(x)$ 的极大与极小值。

20.（本题满分 10 分）

设 $y=\sin\left(\ln\sqrt{\dfrac{x}{1+x^2}}\right)\ (x>0)$，求 y'。

21.（本题满分 5 分）

设 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，$f(a)<0<f(b)$。证明：存在 $\xi\in(a,b)$，使得

$f(\xi)=0$，且 $f(x)>0$，当 $x\in(\xi,b]$ 时。