

第五章

题量: 147

考试时间: 2024-05-13 12:06 至 2024-05-13 12:12

智能分析

一. 单选题 (共 32 题)

1. (单选题) 设 A, B, C 均为 n 阶方阵, 若 $AB = C$, 且 B 可逆, 则 ()

收藏

- A. 矩阵 C 的行向量组与矩阵 A 的行向量组等价
- B. 矩阵 C 的列向量组与矩阵 A 的列向量组等价
- C. 矩阵 C 的行向量组与矩阵 B 的行向量组等价
- D. 矩阵 C 的列向量组与矩阵 B 的列向量组等价

我的答案: 正确答案: B

知识点:



2. (单选题) 设 A 为 m 行 n 列的矩阵, B 为 n 行 m 列的矩阵, 则下列结论正确的是 ()

收藏

- A. 当 $m > n$ 时, $|AB| = 0$
- B. 当 $m > n$ 时, $|AB| \neq 0$
- C. 当 $n > m$ 时, $|AB| = 0$
- D. 当 $n > m$ 时, $|AB| \neq 0$

我的答案: 正确答案: A

知识点:

5.4



3. (单选题) 已知向量组 α, β, γ 线性无关, 且向量组 α, β, δ 线性相关, 则 ()

收藏

- A. α 能被 β, γ, δ 线性表示
- B. β 不能被 α, γ, δ 线性表示
- C. δ 能被 α, β, γ 线性表示
- D. δ 不能被 α, β, γ 线性表示

一. 单选题

1

2

3

6

7

8

11

12

13

16

17

18

21

22

23

26

27

28

31

32

二. 多选题

33

三. 填空题

知识点:

4. (单选题)

收藏

\mathbf{A} 为 3×4 矩阵, 若矩阵 \mathbf{A} 的秩为 2, 则矩阵 $3\mathbf{A}^T$ 的秩等于 ()

- A. 1
B. 2
C. 3
D. 4

我的答案: 正确答案: B

知识点:



5. (单选题)

收藏

设 A 是三阶方阵, A^* 是其伴随矩阵, 如果 A 的所有二阶子式都为零, 则 ()

- A. $r(A) \leq 1, r(A^*) = 1$
B. $r(A) = 2, r(A^*) = 1$
C. $r(A) = 1, r(A^*) = 0$
D. $r(A) \leq 1, r(A^*) = 0$

我的答案: 正确答案: D

知识点:



6. (单选题)

收藏

设 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 是向量组 $\mathbf{I}: \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6, \alpha_7$ 的一个极大线性无关组, 则下述错误的是 ()

- A. $\alpha_4, \alpha_5, \alpha_6, \alpha_7$ 一定线性相关
B. $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 与 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_5$ 等价
C. 向量组 \mathbf{I} 中任意向量可由 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 线性表示
D. $\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 的秩小于 3

我的答案: 正确答案: D

知识点:



一. 单选题

1 2 3

6 7 8

11 12 13

16 17 18

21 22 23

26 27 28

31 32

二. 多选题

33

三. 填空题

设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & a \\ 2 & 6 & b \\ 1 & 4 & c \\ 4 & 8 & d \end{pmatrix}$ 的列向量组的秩为 2，则 A 的四个行向量组中（ ）

- A. 任意两个向量线性无关
- B. 存在两个向量线性相关
- C. 任意三个向量线性相关
- D. 存在三个向量线性无关

我的答案: 正确答案: C

答案解析:

知识点: 5.3



8. (单选题) 若 A 为 $m \times n$ 矩阵，且 $m < n$ ，则（ ）

收藏

- A. A 的列向量组线性无关
- B. A 的列向量组线性相关
- C. A 的行向量组线性无关
- D. A 的行向量组线性相关

我的答案: 正确答案: B

答案解析:

知识点:



9. (单选题) 设 A 是 n 阶方阵，且 A 的行列式 $|A| = 0$ ，则 A 中（ ）

收藏

- A. 任一列向量是其余列向量的线性组合
- B. 必有两列元素对应成比例
- C. 至少有一列向量是其余列向量的线性组合
- D. 必有一列元素全为零

我的答案: 正确答案: C

知识点:



一. 单选题

- 1 2 3
- 6 7 8
- 11 12 13
- 16 17 18
- 21 22 23
- 26 27 28
- 31 32

二. 多选题

- 33

三. 填空题

A. $|AB| = 0$

B. $|AB| \neq 0$

C. $|BA| = 0$

D. $|BA| \neq 0$

我的答案: 正确答案: C

知识点:



11. (单选题)

收藏

设 n 元列向量 $b_1 = a_1 + a_2 - a_3$, $b_2 = a_1 - a_2 + a_3$, $A = [a_1, a_2, a_3]$, $B = [b_1, b_2]$, 若

$P = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$, 则 ()

A. $B = AP^T$

B. $B = AP$

C. $B = P^T A$

D. $B = PA$

我的答案: 正确答案: A

知识点:



12. (单选题)

收藏

设向量组 (I) $\alpha_1, \dots, \alpha_r$ 中的每一个向量都可由向量组 (II) β_1, \dots, β_s 线性表示, 则 ()

A. 当 $r < s$ 时, (II) 线性相关

B. 当 $r > s$ 时, (II) 线性相关

C. 当 $r < s$ 时, (I) 线性相关

D. 当 $r > s$ 时, (I) 线性相关

我的答案: 正确答案: D

知识点:

5.6



一. 单选题

1

2

3

6

7

8

11

12

13

16

17

18

21

22

23

26

27

28

31

32

二. 多选题

33

三. 填空题

- A. AB 的列向量组线性无关
- B. BA 的行向量组线性无关
- C. AB 的行向量组线性相关
- D. BA 的列向量组线性相关

我的答案: 正确答案: C

知识点:



14. (单选题)

收藏

设 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ 均为 n 维向量, 那么下列结论正确的是 ()

- A. 若 $k_1\alpha_1 + k_2\alpha_2 + \dots + k_m\alpha_m = 0, k_1, k_2, \dots, k_m$ 为常数, 则 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ 线性相关;
- B. 若对任意一组不全为零的数 k_1, k_2, \dots, k_m , 都有 $k_1\alpha_1 + k_2\alpha_2 + \dots + k_m\alpha_m \neq 0$, 则 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ 线性无关;
- C. 若向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ 线性相关, 则对任意不全为零的数 k_1, k_2, \dots, k_m , 有 $k_1\alpha_1 + k_2\alpha_2 + \dots + k_m\alpha_m = 0$;
- D. 若有全为零的数 k_1, k_2, \dots, k_m , 使得 $k_1\alpha_1 + k_2\alpha_2 + \dots + k_m\alpha_m = 0$, 则 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ 线性无关

我的答案: 正确答案: B

知识点:



设三阶方阵 $A = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$, $B = (\beta_1, \beta_2, \beta_3)$, 若 $|A| \neq 0, |B| = 0$,

则下面选项正确的是 ()

15. (单选题)

收藏

- A. $\alpha_1, \alpha_2, \beta_3$ 线性无关
- B. β_1, β_2 线性相关
- C. $\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \alpha_2 \\ \beta_2 \end{pmatrix}$ 线性无关
- D. $\begin{pmatrix} \beta_1 \\ \alpha_1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \beta_2 \\ \alpha_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \beta_3 \\ \alpha_3 \end{pmatrix}$ 线性相关

我的答案: 正确答案: C



一. 单选题

- | | | |
|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 |
| 6 | 7 | 8 |
| 11 | 12 | 13 |
| 16 | 17 | 18 |
| 21 | 22 | 23 |
| 26 | 27 | 28 |
| 31 | 32 | |

二. 多选题

- | |
|----|
| 33 |
|----|

三. 填空题

知识点:

5.1

16. (单选题)

收藏

设向量组 (I) $\alpha_1, \dots, \alpha_r$ 中的每个向量都可由向量组 (II) β_1, \dots, β_s 线性表示, 则 ()

- A. 当 (II) 线性无关时, $r \leq s$
- B. 当 (II) 线性相关时, $r > s$
- C. 当 (I) 线性无关时, $r \leq s$
- D. 当 (I) 线性相关时, $r > s$

我的答案: 正确答案: C



答案解析:

知识点:

17. (单选题)

收藏

设 $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ 都是 n 元列向量, A 是 $m \times n$ 矩阵, 下列选项正确的是 ()

- A. $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ 线性相关, 则 $A\alpha_1, \dots, A\alpha_n$ 线性相关
- B. $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ 线性相关, 则 $A\alpha_1, \dots, A\alpha_n$ 线性无关
- C. $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ 线性无关, 则 $A\alpha_1, \dots, A\alpha_n$ 线性相关
- D. $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ 线性无关, 则 $A\alpha_1, \dots, A\alpha_n$ 线性无关

我的答案: 正确答案: A



答案解析:

知识点:

设 $\alpha = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$, $\beta = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$ 是线性无关的 2 元实向量组, 则 ()

收藏

18. (单选题)

- A. $\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$ 线性无关

一. 单选题

- | | | |
|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 |
| 6 | 7 | 8 |
| 11 | 12 | 13 |
| 16 | 17 | 18 |
| 21 | 22 | 23 |
| 26 | 27 | 28 |
| 31 | 32 | |

二. 多选题

33

三. 填空题

$\begin{pmatrix} 1 \\ a_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \end{pmatrix}$ 线性无关

B.

$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ 线性相关

C.

$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ 线性相关

D.

我的答案: 正确答案: A

知识点:

5.1



19. (单选题)

设 A 为 $m \times n$ 矩阵, B 为 $n \times m$ 矩阵, AB 为可逆矩阵, $m \neq n$, 则下列结论中正确的是 ()

收藏

A. A 的列向量组线性无关

B. A 的行向量组线性相关

C. B 的列向量组线性无关

D. B 的行向量组线性无关

我的答案: 正确答案: C

知识点:



20. (单选题)

收藏

设向量 $\alpha_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ c_1 \end{bmatrix}, \alpha_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ c_2 \end{bmatrix}, \alpha_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ c_3 \end{bmatrix}, \alpha_4 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ c_4 \end{bmatrix}$, 其中 c_1, c_2, c_3, c_4 为常数,

则下列向量组线性相关的是 ()

A. $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$

B. $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_4$

C. $\alpha_1, \alpha_3, \alpha_4$

D. $\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$

我的答案: 正确答案: C

知识点:

5.1



一. 单选题

1 2 3

6 7 8

11 12 13

16 17 18

21 22 23

26 27 28

31 32

二. 多选题

33

三. 填空题

收藏

设 $\alpha = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$, $\beta = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ 是线性无关的实向量组, 则 ()

21. (单选题)

A. $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} x \\ z \end{pmatrix}$ 线性无关

B. $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 线性无关

C. $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ c \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ z \end{pmatrix}$ 线性无关

D. $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} a+x \\ b+y \\ c+z \end{pmatrix}$ 线性无关

我的答案: 正确答案: C

知识点: 5.1



收藏

22. (单选题) 设 n 阶方阵 A 和 B 的秩相等, 则下列叙述 () 是正确的

A. 必存在 n 阶可逆方阵 P, Q , 使得 $PAQ = B$

B. 必存在 n 阶可逆方阵 P , 使得 $P^{-1}AP = B$

C. 必存在 n 阶可逆方阵 P , 使得 $P^TAP = B$

D. 必有 $|A| = |B|$

我的答案: 正确答案: A

答案解析:

知识点:



收藏

23. (单选题) 下列向量组中, 线性无关的是 ()

一. 单选题

1 2 3

6 7 8

11 12 13

16 17 18

21 22 23

26 27 28

31 32

二. 多选题

33

三. 填空题

- B. $(-1,0,0)^T, (2,1,0)^T, (3,-2,4)^T$
- C. $(1,1,-1)^T, (2,0,-2)^T, (3,1,-3)^T$
- D. $(1,0,0)^T, (0,1,0)^T, (0,0,1)^T, (1,0,1)^T$

我的答案: 正确答案: B

知识点:



24. (单选题) 若向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 线性无关, 则向量组 () 线性无关

收藏

- A. $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_3 + \alpha_4, \alpha_4 + \alpha_1$
- B. $\alpha_1 - \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_3 + \alpha_4, \alpha_4 + \alpha_1$
- C. $\alpha_1 - \alpha_2, \alpha_2 - \alpha_3, \alpha_3 + \alpha_4, \alpha_4 + \alpha_1$
- D. $\alpha_1 - \alpha_2, \alpha_2 - \alpha_3, \alpha_3 - \alpha_4, \alpha_4 - \alpha_1$

我的答案: 正确答案: B

答案解析:

知识点:



25. (单选题)

收藏

设 $A = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4), B = (\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4)$ 是 4 阶方阵, P 是可逆矩阵, 且 $B = PA$,

若 α_1, α_2 是 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 的极大无关组, 则下面选项错误的是 ()

- A. $\beta_2, \beta_3, \beta_4$ 线性相关
- B. $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ 线性相关
- C. β_1, β_2 线性无关
- D. β_3, β_4 线性无关

我的答案: 正确答案: D

知识点:

5.3



一. 单选题

- 1 2 3
- 6 7 8
- 11 12 13
- 16 17 18
- 21 22 23
- 26 27 28
- 31 32

二. 多选题

33

三. 填空题

以向量组 (I) $\alpha_1, \dots, \alpha_r$ 中的每一个向量都可由向量组 (II) β_1, \dots, β_s 线性表示,

且 $r > s$, 则 ()

- A. (II) 线性无关
- B. (II) 线性相关
- C. (I) 线性无关
- D. (I) 线性相关

我的答案: 正确答案: D



答案解析:

知识点:

一. 单选题

- | | | |
|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 |
| 6 | 7 | 8 |
| 11 | 12 | 13 |
| 16 | 17 | 18 |
| 21 | 22 | 23 |
| 26 | 27 | 28 |
| 31 | 32 | |

二. 多选题

- | |
|----|
| 33 |
|----|

三. 填空题

27. (单选题) 设 A, B, C 均为 n 阶方阵, 若 $AB = C$, 且 A 可逆, 则 ()

收藏

- A. 矩阵 C 的行向量组与矩阵 A 的行向量组等价.
- B. 矩阵 C 的列向量组与矩阵 A 的列向量组等价.
- C. 矩阵 C 的行向量组与矩阵 B 的行向量组等价.
- D. 矩阵 C 的列向量组与矩阵 B 的列向量组等价.

我的答案: 正确答案: C



知识点: 5.6

收藏

28. (单选题)

设向量组 $\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \beta = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \gamma = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ t \end{pmatrix}$ 线性无关, 则 ()

- A. $t = -1$
- B. $t \neq -1$
- C. $t = 1$
- D. $t \neq 1$

我的答案: 正确答案: B



答案解析:

知识点:

29. (单选题) 设矩阵 $C = AB$ ，若 C 的列向量组线性无关，则 ()

收藏

- A. B 的列向量组线性无关
 B. A 的列向量组线性无关
 C. C 的行向量组线性无关
 D. A 和 B 的列向量组都线性无关

我的答案: 正确答案: A

知识点:



30. (单选题) 若 A 与 B 均为非零矩阵，且 $AB = O$ ，则 ()

收藏

- A. A 的列向量组线性相关， B 的行向量组线性相关
 B. A 的列向量组线性相关， B 的列向量组线性相关
 C. A 的行向量组线性相关， B 的行向量组线性相关
 D. A 的行向量组线性相关， B 的列向量组线性相关

我的答案: 正确答案: A

答案解析:

知识点:



31. (单选题)

收藏

已知 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & t \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$, B 为非零三阶矩阵，且满足 $AB = O$, 则 $r(B) = ()$

- A. 当 $t = 6$ 时， $r(B)$ 必为 1
 B. 当 $t = 6$ 时， $r(B)$ 必为 2
 C. 当 $t \neq 6$ 时， $r(B)$ 必为 1
 D. 当 $t \neq 6$ 时， $r(B)$ 必为 2.

我的答案: 正确答案: C

知识点:



一. 单选题

- | | | |
|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 |
| 6 | 7 | 8 |
| 11 | 12 | 13 |
| 16 | 17 | 18 |
| 21 | 22 | 23 |
| 26 | 27 | 28 |
| 31 | 32 | |

二. 多选题

33

三. 填空题

32. (单选题) 设 A 和 B 都是 n 阶非零方阵, $AB = O$, 则 A 和 B ()

收藏

- A. 必有一个矩阵可逆
- B. 两个矩阵都是降秩阵。
- C. 至少有一个是零矩阵
- D. 只有一个奇异阵。

我的答案: 正确答案: B



答案解析:

知识点:

二. 多选题 (共 1 题)

1. (多选题)

收藏

设 $\alpha_1 = (1, 0, 0), \alpha_2 = (0, 0, 1)$, 则 $\beta = ()$ 时, β 可由 α_1, α_2 线性表示

- A. (2, 0, 0)
- B. (3, 0, 4)
- C. (1, 1, 0)
- D. (0, 1, 0)

我的答案: 正确答案: AB



知识点:

三. 填空题 (共 37 题)

1. (填空题)

收藏

设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, B 为秩等于 2 的三阶方阵, 则 AB 的秩等于_____

我的答案:

正确答案:

(1) 2

知识点:

2. (填空题)

已知 $A = \begin{bmatrix} 3 & a & c \\ 2 & -3 & b \\ 2 & -c & 2 \end{bmatrix}$ 的秩为 1, 则 $a = \underline{\hspace{1cm}}, b = \underline{\hspace{1cm}}, c = \underline{\hspace{1cm}}$

收藏

一. 单选题

- | | | |
|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 |
| 6 | 7 | 8 |
| 11 | 12 | 13 |
| 16 | 17 | 18 |
| 21 | 22 | 23 |
| 26 | 27 | 28 |
| 31 | 32 | |

二. 多选题

33

三. 填空题

正确答案:

(1) -4.5

(2) 2

(3) 3

知识点:

3. (填空题)

已知向量组 $\alpha_1 = (2, 1, 3, -1)$, $\alpha_2 = (3, -1, 2, 0)$, $\alpha_3 = (4, 2, 6, -2)$, $\alpha_4 = (4, -3, 1, 1)$, 则该向量组

的秩为_____

收藏

我的答案:

正确答案:

(1) 2

知识点:

4. (填空题)

若零向量可由向量 $(a, a, a)^T$ 唯一线性表示, 则数 a 应满足的条件是_____

收藏

我的答案:

正确答案:

(1) $a \neq 0$

知识点:

5.1

5. (填空题)

设向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关, 问 k 不等于____时, $\alpha_2 - \alpha_1$, $k\alpha_2 - \alpha_1$, $\alpha_1 - \alpha_3$ 线性无关

收藏

我的答案:

正确答案:

(1) 1

答案解析:

知识点:

6. (填空题)

向量组 $\alpha_1 = [3, 0, k]^T$, $\alpha_2 = [1, 1, 0]^T$, $\alpha_3 = [0, 1, 1]^T$ 线性无关当且仅当 k 满足_____

收藏

我的答案:

正确答案:

(1) $k \neq -3$

答案解析:

知识点:

一. 单选题

1

2

3

6

7

8

11

12

13

16

17

18

21

22

23

26

27

28

31

32

二. 多选题

33

三. 填空题

7. (填空题) 设 A 为 10 阶方阵, $\det(A)=0, A^* \neq O$, 则 $r(A^*)=$ _____

收藏

我的答案:

正确答案:

(1) 1

答案解析:

知识点:

8. (填空题)

收藏

已知向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关, $\beta_1 = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3$, $\beta_2 = -3\alpha_1 + 2\alpha_2 + \alpha_3$, $\beta_3 = \alpha_1 + 6\alpha_2 + a\alpha_3$.

若向量组 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ 线性相关, 则 $a=$ _____.

我的答案:

正确答案:

(1) 5

知识点:

5.6

9. (填空题)

收藏

已知 $A = \begin{bmatrix} ax & ay & az \\ bx & by & bz \\ cx & cy & cz \end{bmatrix} \neq O$, 则 A 的秩为_____

我的答案:

正确答案:

(1) 1

知识点:

10. (填空题)

收藏

已知矩阵 A 的等价标准形为 $\begin{pmatrix} E_3 & O \\ O & O_3 \end{pmatrix}$, 则 $r(A)=$ _____

我的答案:

正确答案:

(1) 3

知识点:

5.3

11. (填空题)

收藏

向量组 $a_1 = (1, 2, -1, 4)^T, a_2 = (9, 100, 10, 4)^T, a_3 = (-2, -4, 2, -8)^T$ 的秩为_____

我的答案:

一. 单选题

1

2

3

6

7

8

11

12

13

16

17

18

21

22

23

26

27

28

31

32

二. 多选题

33

三. 填空题

知识点:

矩阵 $\begin{bmatrix} 2 & 4 & 0 \\ -1 & 0 & -3 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ 的秩为_____

收藏

12. (填空题)

我的答案:

正确答案:

(1) 2

知识点:

13. (填空题)

向量组 $[1,1,1,k]^T$, $[1,1,k,1]^T$, $[1,k,1,1]^T$, $[k,1,1,1]^T$ 线性相关当且仅当 k 满足_____

收藏

我的答案:

正确答案:

(1) $k = 1 \text{ or } k = -3$

知识点:

14. (填空题)

已知向量组 $\alpha_1 = [1, 1, 1, 3]^T$, $\alpha_2 = [1, 3, -5, -1]^T$, $\alpha_3 = [-2, -6, 10, a]^T$,

$\alpha_4 = [4, 1, 6, a+10]^T$. 若该向量组的秩小于 4, 则 $a =$ _____,

且该向量组的一个极大无关组为_____.

收藏

我的答案:

正确答案:

(1) $a = 2$

(2) $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_4$ 或者 $\alpha_1, \alpha_3, \alpha_4$

知识点:

15. (填空题)

设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 4 \end{pmatrix}$, $\alpha = \begin{pmatrix} a \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, 若向量 $A\alpha$ 与 α 线性相关, 则 $a =$ _____

收藏

我的答案:

正确答案:

一. 单选题

1 2 3

6 7 8

11 12 13

16 17 18

21 22 23

26 27 28

31 32

二. 多选题

33

三. 填空题

16. (填空题)

收藏

向量组 $a_1 = (1, 2, 1, 3)^T, a_2 = (4, -1, -5, -6)^T, a_3 = (1, -3, -4, -7)^T$ 的秩为_____

我的答案:

正确答案:

(1) 2

知识点:

17. (填空题)

收藏

. 设 $\alpha = (1, 1, 1)^T, \beta = (1, 2, 3)^T, A = \alpha\beta^T$, 则 $r(A) =$ _____

我的答案:

正确答案:

(1) 1

知识点:

18. (填空题)

收藏

已知 3 阶方阵 A, B 的秩分别为 1 和 2, 则分块矩阵 $\begin{pmatrix} O & A \\ B & O \end{pmatrix}$ 的秩为_____

我的答案:

正确答案:

(1) 3

知识点:

5.4

19. (填空题)

收藏

设 $\alpha_1 = (2, -1, 0, 5), \alpha_2 = (-4, -2, 3, 0), \alpha_3 = (-1, 0, 1, k), \alpha_4 = (-1, 0, 2, 1),$

则 $k =$ _____时, $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 线性相关.

我的答案:

正确答案:

(1) $-\frac{5}{13}$

知识点:

5.1

一. 单选题

1

2

3

6

7

8

11

12

13

16

17

18

21

22

23

26

27

28

31

32

二. 多选题

33

三. 填空题

向量组 $\alpha_1 = (1, 2, 3, 4), \alpha_2 = (2, 3, 4, 5), \alpha_3 = (3, 4, 5, 6), \alpha_4 = (4, 5, 6, 7)$ 的一个极大线性无关

关组是_____

我的答案:

正确答案:

(1) α_1, α_2

知识点:

收藏

设 $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & k \\ 2 & 3 & 4 & 9 \\ 1 & 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$, 若 $r(B) = 2$, 则 $k =$ _____

21. (填空题)

我的答案:

正确答案:

(1) 5

知识点:

收藏

设 $\alpha = (1, 1, 1), \beta = (2, 2, 2), A = \alpha^T \beta$, 则 $r(A) =$ _____

22. (填空题)

我的答案:

正确答案:

(1) 1

知识点:

5.3

收藏

矩阵 $A = \begin{pmatrix} a & 2 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & -1 & 6 \\ -4 & -6 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ 的秩为_____

23. (填空题)

我的答案:

正确答案:

$a = 1$ 时, 2; 否则, 3

(1)

知识点:

收藏

24. (填空题)

已知向量组 α, β, γ 线性无关, 且向量组 $\alpha + 2\beta, 2\beta + k\gamma, 3\gamma + \alpha$ 线性相关,

则 $k =$ _____.

一. 单选题

1 2 3

6 7 8

11 12 13

16 17 18

21 22 23

26 27 28

31 32

二. 多选题

33

三. 填空题

正确答案:

(1) -3

知识点:

25. (填空题)

已知向量 $\beta = (k, 1, 1, 1)^T$ 可由向量组 $\alpha_1 = (1, 1, 1, k)^T, \alpha_2 = (1, 1, k, 1)^T, \alpha_3 = (1, k, 1, 1)^T$

唯一线性表示, 则 $k =$ _____

收藏

我的答案:

正确答案:

(1) -3

知识点:

5.1

26. (填空题)

已知矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 4 \end{bmatrix}$, $\alpha = \begin{bmatrix} a \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$. 若 $A\alpha$ 与 α 线性相关, 则 $a =$ _____.

收藏

我的答案:

正确答案:

(1) -1

知识点:

5.1

27. (填空题)

已知矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$, B 是三阶方阵, 则 $r(B) - r(AB) =$ _____

收藏

我的答案:

正确答案:

(1) 0

知识点:

28. (填空题)

向量组 $\alpha_1 = (1, 2, 3, 4), \alpha_2 = (2, 3, 4, 5), \alpha_3 = (3, 4, 5, 6), \alpha_4 = (4, 5, 6, 7)$ 的秩是 _____

收藏

我的答案:

正确答案:

(1) 2

知识点:

5.3

一. 单选题

1

2

3

6

7

8

11

12

13

16

17

18

21

22

23

26

27

28

31

32

二. 多选题

33

三. 填空题

已知向量组 $\alpha_1 = (1, 2, -1, 1)$, $\alpha_2 = (2, 0, t, 0)$, $\alpha_3 = (0, -4, 5, -2)$ 的秩为 2, 则 $t =$ _____

我的答案:

正确答案:

(1) 3

知识点:

收藏

向量组 $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 9 \\ 27 \end{pmatrix}$ 的线性相关性为 _____

30. (填空题)

我的答案:

正确答案:

线性无关

(1)

知识点:

5.1

收藏

31. (填空题)

已知向量组 $a_1 = (1, 2, -1, 1)^T$, $a_2 = (2, 0, t, 0)^T$, $a_3 = (0, 4, 5, 2)^T$ 的秩为 2, 则 $t =$ _____

我的答案:

正确答案:

(1) -7

知识点:

收藏

32. (填空题)

已知矩阵 $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ 2 & 4 & 5 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 2 & -4 & -6 \\ -3 & 6 & 9 \end{bmatrix}$, 则 $AB - B$ 的秩为 _____.

我的答案:

正确答案:

(1) 1

知识点:

5.3

收藏

33. (填空题)

设向量组 a_1, a_2, a_3 线性无关, $b_1 = a_1 + 3a_2$, $b_2 = a_2 + 2a_3$, $b_3 = a_1 + ka_2$, 则 k 满足条件,

_____ 时, 向量组 b_1, b_2, b_3 线性无关

一. 单选题

1

2

3

6

7

8

11

12

13

16

17

18

21

22

23

26

27

28

31

32

二. 多选题

33

三. 填空题

正确答案:

(1) $k \neq 3$

答案解析:

知识点:

34. (填空题)

收藏

若 $\alpha_1 = (1, 1, 1)^T, \alpha_2 = (a, 0, b)^T, \alpha_3 = (1, 3, 2)^T$ 线性相关, 则 a, b 应满足的关系式为_____

我的答案:

正确答案:

(1) $a = 2b$

答案解析:

知识点:

35. (填空题)

收藏

已知向量 $(1, b, 3)^T$ 可由向量组 $\alpha_1 = (1, 1, 1)^T, \alpha_2 = (0, 1, 2)^T$ 线性表示, 则 $b =$ _____

我的答案:

正确答案:

(1) 2

知识点:

5.1

36. (填空题)

收藏

设向量组 $\alpha_1 = (a, 0, c), \alpha_2 = (b, c, 0), \alpha_3 = (0, a, b)$ 线性无关, 则 a, b, c 应满足关系式为

我的答案:

正确答案:

(1) $abc \neq 0$

知识点:

37. (填空题)

收藏

矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & a & 2 \\ a & 0 & a^2 \end{pmatrix}$, 若 $r(A) < 3$, 则 $a =$ _____

我的答案:

正确答案:

(1) 0或2

知识点:

一. 单选题

1

2

3

6

7

8

11

12

13

16

17

18

21

22

23

26

27

28

31

32

二. 多选题

33

三. 填空题

1. (判断题)

收藏

n 元向量组 a_1, a_2, \dots, a_n 线性无关的充分必要条件是任一 n 元向量都可以由它们线性表示

A. 对

B. 错

我的答案: 正确答案: 对

知识点:



2. (判断题)

收藏

设 $b_1 = a_1 + a_2, b_2 = a_2 + a_3, b_3 = a_3 + a_4, b_4 = a_4 + a_1$, 则向量组 b_1, b_2, b_3, b_4 线性相关

A. 对

B. 错

我的答案: 正确答案: 对

知识点:



3. (判断题)

收藏

若向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_5$ 线性相关, 则其中每一个向量皆可由其余向量线性表出

A. 对

B. 错

我的答案: 正确答案: 错

答案解析:

知识点:



4. (判断题)

收藏

已知向量组 $\alpha_1, \dots, \alpha_m, \alpha_{m+1}$ 中, $\alpha_1, \dots, \alpha_m$ 线性无关, 且 α_{m+1} 不能由 $\alpha_1, \dots, \alpha_m$ 线性表示,

则 $\alpha_1, \dots, \alpha_m, \alpha_{m+1}$ 线性无关

A. 对

B. 错

我的答案: 正确答案: 对

知识点:

5.1



5. (判断题)

收藏

若 n 元向量 α 与 β 成比例, 则对任意 n 元向量 γ 都有 α, β, γ 线性相关

A. 对

B. 错

一. 单选题

1

2

3

6

7

8

11

12

13

16

17

18

21

22

23

26

27

28

31

32

二. 多选题

33

三. 填空题

6. (判断题) 若 $r(A)=r$, 则所有 r 阶子式都不为零

收藏

- A. 对
B. 错

我的答案: 正确答案: 错
知识点:



7. (判断题) 等价的向量组所含向量个数相等

收藏

- A. 对
B. 错

我的答案: 正确答案: 错
知识点:



8. (判断题) 若 n 元列向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ 线性无关, 当 n 阶方阵 A 可逆时, $A\alpha_1, A\alpha_2, \dots, A\alpha_n$ 才能线性无关

收藏

- A. 对
B. 错

我的答案: 正确答案: 对
知识点:



9. (判断题) 设 A 是 4×5 矩阵, $r(A)=3$, 则 A 中的所有 3 阶子式都不为 0

收藏

- A. 对
B. 错

我的答案: 正确答案: 错
知识点:



10. (判断题) 若 A 是降秩矩阵, 则存在非零矩阵 B , 使得 $AB=O$

收藏

- A. 对
B. 错

我的答案: 正确答案: 对
知识点: 5.3



一. 单选题

- | | | |
|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 |
| 6 | 7 | 8 |
| 11 | 12 | 13 |
| 16 | 17 | 18 |
| 21 | 22 | 23 |
| 26 | 27 | 28 |
| 31 | 32 | |

二. 多选题

- | |
|----|
| 33 |
|----|

三. 填空题

若 A, B 都是 n 阶非零矩阵且 $AB = O$ ，则 A, B 都是降秩矩阵

收藏

11. (判断题)

A. 对

B. 错

我的答案: 正确答案: 对



答案解析:

知识点:

含有零向量的向量组一定线性相关

收藏

12. (判断题)

A. 对

B. 错

我的答案: 正确答案: 对



知识点:

一个向量组的任意两个极大无关组等价

收藏

13. (判断题)

A. 对

B. 错

我的答案: 正确答案: 对



知识点:

当 A 为方阵时， A 的行向量组和列向量组有相同的线性相关性.

收藏

14. (判断题)

A. 对

B. 错

我的答案: 正确答案: 对



知识点:

5.2

矩阵的秩是指矩阵的非零子式的最高阶数.

收藏

15. (判断题)

A. 对

B. 错

我的答案: 正确答案: 对



知识点:

一. 单选题

1

2

3

6

7

8

11

12

13

16

17

18

21

22

23

26

27

28

31

32

二. 多选题

33

三. 填空题

向量组线性无关的充要条件是向量组的秩等于向量组所含向量的个数

A. 对

B. 错

我的答案: 正确答案: 对

答案解析:

知识点:



17. (判断题)

向量组中向量的个数称为向量组的秩

收藏

A. 对

B. 错

我的答案: 正确答案: 错

知识点:



向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 可由向量组 $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_t$ 线性表示的充要条件是

收藏

对任意 $i = 1, 2, \dots, s$ 都有 $r(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_t) = r(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_t, \alpha_i)$

18. (判断题)

A. 对

B. 错

我的答案: 正确答案: 对

知识点:

5.6



19. (判断题)

设 a_1, a_2, \dots, a_n 是 n 元向量组, 已知 n 元向量 e_1, e_2, \dots, e_n 能由它们线性表示, 则 a_1, a_2, \dots, a_n 线性无关

收藏

A. 对

B. 错

我的答案: 正确答案: 对

知识点:



20. (判断题)

等价的向量组秩相等

收藏

A. 对

B. 错

我的答案: 正确答案: 对

知识点:



一. 单选题

1

2

3

6

7

8

11

12

13

16

17

18

21

22

23

26

27

28

31

32

二. 多选题

33

三. 填空题

21. (判断题)

- A. 对
- B. 错

我的答案: 正确答案: 错

知识点: 5.4

✖

22. (判断题)

一个 n 元向量 α 构成的向量组线性相关 \Leftrightarrow 它是任一 n 元向量组的线性组合

- A. 对
- B. 错

我的答案: 正确答案: 对

知识点:

✖

23. (判断题)

- A. 对
- B. 错

我的答案: 正确答案: 错

知识点: 5.2

✖

24. (判断题)

设 A 为 n 阶方阵, $r(A)=r < n$, 则在 A 的 n 个行向量中必有 r 个行向量线性无关.

- A. 对
- B. 错

我的答案: 正确答案: 对

知识点:

✖

25. (判断题)

若向量组的秩为 r , 则其中任意 $r+1$ 个向量 (如果存在的话) 都线性相关

- A. 对
- B. 错

我的答案: 正确答案: 对

知识点: 5.2

✖

一. 单选题

- 1
- 2
- 3
- 6
- 7
- 8
- 11
- 12
- 13
- 16
- 17
- 18
- 21
- 22
- 23
- 26
- 27
- 28
- 31
- 32

二. 多选题

- 33

三. 填空题

26. (判断题)

- A. 对
B. 错

我的答案: 正确答案: 对

知识点:

27. (判断题)

收藏

若向量组 a_1, a_2, \dots, a_m 是线性相关的, 则 a_1 可由 a_2, \dots, a_m 线性表示

- A. 对
B. 错

我的答案: 正确答案: 错

知识点:

28. (判断题)

收藏

向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ 线性相关且 $k_1\alpha_1 + k_2\alpha_2 + \dots + k_n\alpha_n = 0$, 则 k_1, k_2, \dots, k_n 不全为零

- A. 对
B. 错

我的答案: 正确答案: 错

知识点:

29. (判断题)

收藏

设 $\beta, \alpha_1, \alpha_2$ 线性相关, $\beta, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关, 则 $\beta, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性相关

- A. 对
B. 错

我的答案: 正确答案: 对

知识点:

30. (判断题) 等价的矩阵有相同的秩

收藏

- A. 对
B. 错

我的答案: 正确答案: 对

答案解析:

知识点:

一. 单选题

- 1 2 3
- 6 7 8
- 11 12 13
- 16 17 18
- 21 22 23
- 26 27 28
- 31 32

二. 多选题

- 33

三. 填空题

31. (判断题)

- A. 对
- B. 错

我的答案:

正确答案: 对

知识点:

✖

32. (判断题)

若 α_1, α_2 线性相关, β_1, β_2 也线性相关, 则 $\alpha_1 + \beta_1, \alpha_2 + \beta_2$ 线性相关

- A. 对
- B. 错

我的答案:

正确答案: 错

知识点:

✖

33. (判断题)

- A. 对
- B. 错

我的答案:

正确答案: 对

知识点:

✖

34. (判断题)

- A. 对
- B. 错

我的答案:

正确答案: 对

答案解析:

知识点:

✖

35. (判断题)

- A. 对
- B. 错

我的答案:

正确答案: 对

知识点:

✖

一. 单选题

- 123
- 678
- 111213
- 161718
- 212223
- 262728
- 3132

二. 多选题

- 33

三. 填空题

36. (判断题)

- A. 对
B. 错

我的答案: 正确答案: 错

知识点:

37. (判断题) 矩阵初等行变换不改变矩阵的秩

收藏

- A. 对
B. 错

我的答案: 正确答案: 对

知识点:

38. (判断题)

设 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ 是 \mathbb{R}^n 中 n 个向量, 若任意 $\beta \in \mathbb{R}^n$, 都有 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, \beta$ 线性相关, 则 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ 线性相关

收藏

- A. 对
B. 错

我的答案: 正确答案: 错

答案解析:

知识点:

39. (判断题) 若存在 $r+1$ 阶子式为零, 则有 $r(A)=r$.

收藏

- A. 对
B. 错

我的答案: 正确答案: 错

知识点:

40. (判断题) 若 $r(A)=r(AB)$, 则 A 是可逆矩阵

收藏

- A. 对
B. 错

我的答案: 正确答案: 错

答案解析:

知识点:

一. 单选题

- 123
- 678
- 111213
- 161718
- 212223
- 262728
- 3132

二. 多选题

- 33

三. 填空题

A. 对

B. 错

我的答案: 正确答案: 对

知识点:



42. (判断题)

若 A 中存在 r 阶子式不等于零, 则 $r(A) \geq r$.

收藏

A. 对

B. 错

我的答案: 正确答案: 对

知识点: 5.2



43. (判断题)

若向量组的秩为 r , 则其中任意 r 个向量都线性无关

收藏

A. 对

B. 错

我的答案: 正确答案: 错

知识点: 5.2



44. (判断题)

若 A 的前 r 列线性无关, 则 A 的前 r 行也线性无关

收藏

A. 对

B. 错

我的答案: 正确答案: 错

知识点: 5.2



45. (判断题)

任意 $n+3$ 个 n 元向量必线性相关

收藏

A. 对

B. 错

我的答案: 正确答案: 对

答案解析:

知识点:



一. 单选题

1

2

3

6

7

8

11

12

13

16

17

18

21

22

23

26

27

28

31

32

二. 多选题

33

三. 填空题

以 $v_1 = a_1, v_2 = a_1 + a_2, \dots, v_r = a_1 + a_2 + \dots + a_r$, 且向量组 a_1, a_2, \dots, a_r 线性无关, 则向量组

b_1, b_2, \dots, b_r 线性无关

A. 对

B. 错

我的答案: 正确答案: 对

知识点:



47. (判断题)

收藏

若 $C = AB$, C 的列向量组线性无关, 则 A, B 的列向量组也都线性无关

A. 对

B. 错

我的答案: 正确答案: 错

答案解析:

知识点:



矩阵 A 的秩与它的转置矩阵 A^T 的秩相等

48. (判断题)

收藏

A. 对

B. 错

我的答案: 正确答案: 对

知识点:



若 A, B 都是 n 阶方阵, 则 $r(A+B) = r(A) + r(B)$.

49. (判断题)

收藏

A. 对

B. 错

我的答案: 正确答案: 错

知识点:

5.4



50. (判断题)

收藏

设 $\alpha_i = (a_{i1}, a_{i2}, a_{i3})$, $\beta_i = (a_{i1}, a_{i2}, a_{i3}, b_{i1}, b_{i2})$, $i = 1, 2$, 若 α_1, α_2 线性相关,

则 β_1, β_2 也线性相关

A. 对

B. 错

我的答案: 正确答案: 错



一. 单选题

- | | | |
|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 |
| 6 | 7 | 8 |
| 11 | 12 | 13 |
| 16 | 17 | 18 |
| 21 | 22 | 23 |
| 26 | 27 | 28 |
| 31 | 32 | |

二. 多选题

33

三. 填空题

知识点:

51. (判断题)

收藏

设 $A = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$, $B = (\beta_1, \beta_2, \beta_3)$ 是 3 阶方阵, P 是可逆矩阵, 且 $B = PA$,

若 $\alpha_1 = \alpha_2 + \alpha_3$, 则 $\beta_1 = \beta_2 + \beta_3$.

A. 对

B. 错

我的答案: 正确答案: 对



知识点:

5.3

52. (判断题)

收藏

设 $A = [a_{ij}]_{m \times n}$, $B = [b_{ij}]_{n \times m}$, 若 AB 的列向量组线性无关, 则 A 的行向量组线性无关

A. 对

B. 错

我的答案: 正确答案: 对



知识点:

53. (判断题)

收藏

若 $r+1$ 阶子式全为零, 则所有高于 $r+1$ 阶的子式全为零

A. 对

B. 错

我的答案: 正确答案: 对



知识点:

54. (判断题)

收藏

若 6 阶矩阵中 A 所有的 4 阶子式都为 0, 则 $0 \leq r(A) < 4$.

A. 对

B. 错

我的答案: 正确答案: 对



知识点:

5.3

55. (判断题)

收藏

若有不全为零的数 k_1, k_2, k_3 使得 $k_1(\alpha_1 + \beta_1) + k_2(\alpha_2 + \beta_2) + k_3(\alpha_3 + \beta_3) = 0$,

则向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性相关, $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ 也线性相关

一. 单选题

1

2

3

6

7

8

11

12

13

16

17

18

21

22

23

26

27

28

31

32

二. 多选题

33

三. 填空题

B. 错

我的答案: 正确答案: 错



答案解析:

知识点:

56. (判断题)

若 $r(A)=r$, 则 A 的 $i(1 \leq i \leq r)$ 阶子阵中至少有一个是可逆的.

收藏

A. 对

B. 错

我的答案: 正确答案: 对



知识点:

5.2

57. (判断题)

若向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 和 $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_t$ 都线性无关, 则 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_t$ 线性无关.

收藏

A. 对

B. 错

我的答案: 正确答案: 错



知识点:

五. 简答题 (共 7 题)

求矩阵 $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 & -1 & -3 \\ -4 & -3 & -4 & 3 & 7 \\ 4 & -3 & 4 & -3 & -1 \\ 2 & 4 & -3 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ 的秩.

收藏

1. (简答题)

我的答案:

正确答案:

解. 对矩阵 A 进行初等变换, 得

$$A \xrightarrow{\substack{r_2+2r_1 \\ r_3-2r_1 \\ r_4-r_1}} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 & -1 & -3 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & -7 & 2 & -1 & 5 \\ 0 & 2 & -4 & 2 & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{\substack{r_3+7r_2 \\ r_4-2r_2}} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 & -1 & -3 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -12 & 6 & 12 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = B$$

B 为行阶梯矩阵, 且非零行个数为 3, 所以 $r(A) = r(B) = 3$

知识点:

一. 单选题

- | | | |
|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 |
| 6 | 7 | 8 |
| 11 | 12 | 13 |
| 16 | 17 | 18 |
| 21 | 22 | 23 |
| 26 | 27 | 28 |
| 31 | 32 | |

二. 多选题

33

三. 填空题

2. (简答题) $c_1 = [0, 0, 1, k]^T$ $c_2 = [0, k, 1, 0]^T$ $c_3 = [1, 1, 0, 0]^T$ $c_4 = [k, 0, 0, 1]^T$

我的答案:

正确答案:

当 $k=0$ 或 $k=1$ 时, 线性相关; 当 $k \neq 0$ 且 $k \neq 1$ 时线性无关

答案解析:

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & k \\ 0 & k & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ k & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = k^2 - k$$

知识点:

3. (简答题)

求向量组

$$a_1 = [1, 0, 1, -1]^T, a_2 = [1, -2, 1, 1]^T, a_3 = [3, -2, 3, -1]^T, a_4 = [0, 2, 1, 3]^T, a_5 = [6, -6, 5, -5]^T$$

的秩和一个极大无关组并将其余向量用该极大无关组线性表示

收藏

我的答案:

正确答案:

解 进行初等行变换

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 0 & 6 \\ 0 & -2 & -2 & 2 & -6 \\ 1 & 1 & 3 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & -1 & 3 & -5 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 0 & 6 \\ 0 & -2 & -2 & 2 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 0 & 6 \\ 0 & -2 & -2 & 2 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

秩为 3, 极大无关组为 a_1, a_2, a_4 , 且 $a_3 = 2a_1 + a_2, a_5 = 4a_1 + 2a_2 - a_4$.

知识点:

5.5

4. (简答题)

$$\text{设 } A = \begin{bmatrix} a & b & \cdots & b \\ b & a & \cdots & b \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b & b & \cdots & a \end{bmatrix}, \text{ 求 } A \text{ 的秩.}$$

收藏

我的答案:

正确答案:

一. 单选题

1 2 3

6 7 8

11 12 13

16 17 18

21 22 23

26 27 28

31 32

二. 多选题

33

三. 填空题

$$|A| = \begin{vmatrix} a & b & \cdots & b \\ b & a & \cdots & b \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b & b & \cdots & a \end{vmatrix} = [a + (n-1)b](a-b)^{n-1}.$$

当 $a \neq b$ 且 $a \neq (n-1)b$ 时, $r(A) = n$.

当 $a = b = 0$ 时, $r(A) = 0$.

当 $a = b \neq 0$ 时, $r(A) = 1$.

当 $a = (n-1)b \neq 0$ 时, $r(A) = n-1$.

知识点:

用初等行变换将 $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 4 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 3 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 3 & 5 & 1 \end{pmatrix}$ 化为行阶梯形矩阵和行最简形矩阵

收藏

5. (简答题)

我的答案:

正确答案:

行阶梯阵为 $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 4 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & -1 & -3 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, 行最简形为 $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 8 & 9 \\ 0 & 1 & 0 & -5 & -8 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

答案解析:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 4 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 3 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 3 & 5 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 4 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 3 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 4 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & -1 & -3 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 8 & 9 \\ 0 & 1 & 0 & -5 & -8 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

知识点:

6. (简答题)

收藏

求向量组 $a_1 = [1, 0, 2, -2]^T, a_2 = [1, -1, 4, 2]^T, a_3 = [3, -1, 8, -2]^T, a_4 = [1, 2, 4, 1]^T$ 的秩和一个极大线性无关组, 并将其余向量用该极大线性无关组线性表示.

我的答案:

正确答案:

解 进行初等行变换

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & 2 \\ 2 & 4 & 8 & 4 \\ -2 & 2 & -2 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 4 & 4 & 3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

秩为 3, 极大无关组为 $a_1, a_2, a_4, a_3 = 2a_1 + a_2$

知识点:

一. 单选题

- | | | |
|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 |
| 6 | 7 | 8 |
| 11 | 12 | 13 |
| 16 | 17 | 18 |
| 21 | 22 | 23 |
| 26 | 27 | 28 |
| 31 | 32 | |

二. 多选题

33

三. 填空题

7. (简答题) $a_1 = [0, 0, 2, k]^T$ $a_2 = [0, k, 2, 0]^T$ $a_3 = [2, 2, 0, 0]^T$ $a_4 = [k, 0, 0, 2]^T$

我的答案:

正确答案:

当 $k=0$ 或 $k=2$ 时, 线性相关; 当 $k \neq 0$ 且 $k \neq 2$ 时线性无关

答案解析:

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 2 & k \\ 0 & k & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 0 \\ k & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 4k^3 - 8k.$$

知识点:

六. 论述题 (共 13 题)

1. (论述题) 设 $B = PA$, A 的列向量组线性相关, 证明 B 的列向量组线性相关

收藏

我的答案:

正确答案:

证明 因为 A 的列向量组线性相关, 所以齐次线性方程组 $Ax = 0$ 有非零解, 设 $u \neq 0$ 是它的非零解, 则 $Au = 0$. 由 $B = PA$, 得 $Bu = 0$. 可见 $Bx = 0$ 有非零解, 所以 B 的列向量组线性相关.

知识点:

2. (论述题)

收藏

若 n 阶奇异阵 A 的任一个列向量 a_j 都能由前 k 个列向量 a_1, \dots, a_k 线性表示且表达式唯一,

则 $r(A) = k$

我的答案:

正确答案:

证明 a_1, \dots, a_k 无关, a_1, \dots, a_k 是列向量组的极大无关组, 故 $r(A) = k$.

知识点:

5.2

3. (论述题)

收藏

设线性无关的向量组 b_1, b_2, \dots, b_m 能由向量组 a_1, a_2, \dots, a_k 线性表示, 证明 $m \leq k$

我的答案:

正确答案:

证明: $(b_1, b_2, \dots, b_m) = (a_1, a_2, \dots, a_k)C_{k \times m}$, $m \leq r(C_{k \times m}) \leq k$

一. 单选题

- 1
- 2
- 3
- 6
- 7
- 8
- 11
- 12
- 13
- 16
- 17
- 18
- 21
- 22
- 23
- 26
- 27
- 28
- 31
- 32

二. 多选题

33

三. 填空题