

# 求极限



$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\sin(x))}{x} - 1$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \tan^n\left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{n}\right)$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} x\left(\frac{\pi}{2} - \arcsin\left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}\right)\right)$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{1 + e^{\frac{1}{x-1}}}, \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{1 + e^{\frac{1}{x-1}}}$$

# 级数求和



$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$$

$$2. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2^n}$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{x^{n+1}}{n(n+1)}$$

# 泰勒展式



1. 利用三阶泰勒公式求  $\sin 3^\circ$  的近似值
2. 利用三阶泰勒公式求  $\sqrt[3]{30}$  的近似值
3.  $\sqrt{x}$  在  $x = 4$  处的二阶泰勒公式并求  $\sqrt{4.4}$  的近似值

# 多元函数微分



1. 画出  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  在  $(1,1)$  处的切平面和法线；
2. 画出  $u(x,y) = x^2 - y^2$  和  $v(x,y) = 2xy$  在  $x, y \in [-2,2]$  的图像和等高线图，并观察特点；
3. 画出  $f(x,y) = x^4 - 8xy + 2y^2 - 3$  的等高线图，并求极值。

# 多元函数积分



1. 计算  $\iint_{|x|+|y|\leq 1} (x^2 + y^2) dx dy$  ;

2. 在球坐标系下计算三重积分  $\iiint_D (x^2 + y^2) dx dy dz$ ,  $D$  为两个

球面  $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$  和  $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$  及  $z = 0$  所围区域。

3. 求第一型曲线积分  $\int_L \sqrt{2y^2 + z^2} ds$ , 其中  $L$  是圆周  $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = a^2 \\ x = y \end{cases}$ 。

4. 求球面  $x^2 + y^2 + z^2 = 2z$  被平面  $y = \frac{a}{4}$  和  $y = \frac{a}{2}$  所截部分的面积。