2021 / 5 / 6

主题：概率统计关键公式集锦 [4.2] 方差&协方差

[4.2.1] 方差

1. $D(X)=E\{[X-E(X)]^2\}$，$\sigma_X=\sqrt{D(X)}$
2. $D(X)=E(X^2)-[E(X)]^2$

[4.2.2] 方差性质

1. $D(C)=0$，C为常数
2. $D(aX+b)=a^2D(X)$
3. $D(X+Y)=D(X)+D(Y)$，X、Y独立

[4.2.3] 常见方差和期望

1. 0-1 $E(X)=p$，$D(X)=pq$
2. $X\sim P(\lambda)$ $E(X)=\lambda$，$D(X)=\lambda$ 唯一确定
3. $X\sim G(p)$ $E(X)=\frac{1}{p}$，$D(X)=\frac{q}{p^2}$
4. $X\sim U(a,b)$，$E(X)=\frac{a+b}{2}$，$D(X)=\frac{(b-a)^2}{12}$
5. $X\sim E(\lambda)$，$E(X)=\frac{1}{\lambda}$，$D(X)=\frac{1}{\lambda^2}$ 唯一确定

[4.3] 协方差

1. $Cov(X,Y)=E[X-E(X)][Y-E(Y)]$

   $Cov(X,Y)=E(XY)-E(X)E(Y)$
2. 若X、Y独立 $Cov(X,Y)=0$；

   但 $Cov(X,Y)=0$ 只能说明X、Y无线性关系，未必
3. $D(aX+bY)=a^2D(X)+b^2D(Y)+2abCov(X,Y)$

[4.3.2] 相关系数

1. $\rho_{XY}=\frac{Cov(X,Y)}{\sqrt{D(X)}\sqrt{D(Y)}}$，$|\rho_{XY}|\le 1$
2. $\rho_{XY}=1$，正线性相关，$\rho_{XY}=-1$，负线性相关

   $\rho_{XY}=0$，不相关

总结：

日期： / /

主题： 续

3. 二维正态分布(X,Y)，X与Y独立$\Leftrightarrow \rho=0$

4. $(X,Y)\sim N(\mu_1,\mu_2,\sigma_1,\sigma_2,\rho)$，$Z=aX+bY$，$W=cX+dY$，$(Z,W)$也二维正态分布

5. $(X,Y)\sim N(\mu_1,\mu_2,\sigma_1,\sigma_2,\rho)$，$Z=aX+bY$是一维正态分布，$(Z,W)$的边际分布是一维正态分布

6. $(X,Y)\sim N(\mu_1,\mu_2,\sigma_1,\sigma_2,\rho)$ 若$Z=aX+bY$与$W=cX+dY$互不相关则Z,W独立。

7. $X^*=\dfrac{X-EX}{\sqrt{DX}}$，$EX^*=0$，$DX^*=1$

8. $\rho_{X^*Y^*}=\rho_{XY}=EX^*Y^*$

总结：

日期：　/　/

主题：概率统计关键公式集锦[第二章]

1. $\lim\limits_{h\to 0^+} F(x+h) = F(x)$

2. 离散型随机变量 $\Leftrightarrow$ 分布函数为阶梯函数

3. 离散型随机变量：

$X \sim B(n,p)$ $p(X=k) = C_n^k p^k q^{n-k}$, $k=0,1,2\dots,n$

$X \sim p(\lambda)$ $p(X=k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$, $k=0,1\dots$

$X_n \sim B(n,p_n)$, $\lim\limits_{n\to\infty} n p_n = \lambda$

$X \sim G(p)$ $p(X=k) = pq^{k-1}$, $k=1,2,\dots$

4. 连续型随机变量

$X \sim U(a,b)$ $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & a<x<b \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

$X \sim E(\lambda)$ $f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x>0 \\ 0, & x\leq 0 \end{cases}$

$F(x) = \begin{cases} 1-e^{-\lambda x}, & x>0 \\ 0, & x\leq 0 \end{cases}$

$X \sim N(\mu,\sigma^2)$ $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$

$X \sim N(0,1)$ $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$

总结：