

第六章

题量: 90

考试时间: 2024-05-13 12:07 至 2024-05-13 12:13

智能分析

一. 单选题 (共 31 题)

1. (单选题)

设 α_0 是非齐次线性方程组 $AX = \beta$ 的一个解, $\alpha_1, \dots, \alpha_r$ 是齐次线性方程组 $AX = 0$ 的一个基础解系, 则 ()

- A. $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_r$ 线性相关
- B. $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_r$ 线性无关
- C. $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_r$ 的线性组合都是 $AX = \beta$ 的解
- D. $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_r$ 的线性组合都是 $AX = 0$ 的解

我的答案: 正确答案: B

答案解析:

知识点:

收藏

2. (单选题)

设 $Ax = 0$ 是齐次线性方程组, $Ax = b$ 是非齐次线性方程组, 下列结论 () 是正确的

- A. 若 $Ax = 0$ 有唯一解, 则 $Ax = b$ 有唯一解
- B. 若 $Ax = 0$ 有无穷多解, 则 $Ax = b$ 有无穷多解
- C. 若 $Ax = b$ 无解, 则 $Ax = 0$ 也无解
- D. 若 $Ax = b$ 有无穷多解, 则 $Ax = 0$ 也有无穷多解

我的答案: 正确答案: D

答案解析:

知识点:

收藏

3. (单选题)

设 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 是齐次线性方程组 $Ax = 0$ 的一个基础解系, 则 () 也是该方程组的一个基础解系

收藏

一. 单选题

1

2

3

6

7

8

11

12

13

16

17

18

21

22

23

26

27

28

31

二. 填空题

32

33

34

37

38

39

- B. $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3$
- C. $\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_3, \alpha_1 + \alpha_2 + 5\alpha_3, 4\alpha_1 + \alpha_2 - 2\alpha_3$
- D. $\alpha_1 - \alpha_2, \alpha_2 - \alpha_3, \alpha_3 - \alpha_1$

我的答案: 正确答案: C
知识点:



4. (单选题)

收藏

设 A 是 5×4 矩阵, $A = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4)$, 已知 $\eta_1 = (0, 2, 0, 4)^T$, $\eta_2 = (3, 2, 5, 4)^T$ 是 $Ax = 0$ 的基础解系, 则 ()

- A. α_1, α_3 线性无关
- B. α_2, α_4 线性无关
- C. α_1 不能被 α_3, α_4 线性表示
- D. α_4 能被 α_2, α_3 线性表示

我的答案: 正确答案: D
知识点:



5. (单选题)

收藏

设 A 是实矩阵, β 是实非零列向量, 下列结论只有 () 不正确

- A. 若 $AX = \beta$ 无解, 则 $A^T AX = A^T \beta$ 也无解
- B. 若 $AX = 0$ 有无穷解, 则 $A^T AX = A^T \beta$ 也有无穷多解
- C. 若 $AX = \beta$ 有无穷解, 则 $A^T AX = A^T \beta$ 也有无穷多解
- D. 若 $AX = \beta$ 有唯一解, 则 $A^T AX = A^T \beta$ 有唯一解

我的答案: 正确答案: A
知识点:



一. 单选题

- | | | |
|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 |
| 6 | 7 | 8 |
| 11 | 12 | 13 |
| 16 | 17 | 18 |
| 21 | 22 | 23 |
| 26 | 27 | 28 |
| 31 | | |

二. 填空题

- | | | |
|----|----|----|
| 32 | 33 | 34 |
| 37 | 38 | 39 |

齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1 + \lambda x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + \lambda x_3 = 0 \end{cases}$ 的系数矩阵记为 A ,

6. (单选题) 若存在三阶矩阵 $B \neq O$ 使得 $AB = O$, 则()

- A. $\lambda = -2$ 且 $|B| = 0$
- B. $\lambda = -2$ 且 $|B| \neq 0$
- C. $\lambda = 1$ 且 $|B| = 0$
- D. $\lambda = 1$ 且 $|B| \neq 0$

我的答案: 正确答案: C

答案解析:

知识点:



7. (单选题)

设矩阵 $A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}$. 若 A 可逆, 则方程组 $\begin{cases} a_1 x_1 + a_2 x_2 = a_3, \\ b_1 x_1 + b_2 x_2 = b_3, \\ c_1 x_1 + c_2 x_2 = c_3 \end{cases}$ ()

- A. 有唯一解
- B. 有无穷多解
- C. 无解
- D. 解的情况不能确定

我的答案: 正确答案: C

知识点:



8. (单选题)

设 A 是 $m \times n$ 矩阵, $Ax = 0$ 是齐次线性方程组, $Ax = b$ 是非齐次线性方程组, 如果 $m < n$, 则()

- A. $Ax = b$ 必有无穷多解
- B. $Ax = b$ 必有唯一解
- C. $Ax = 0$ 必有非零解
- D. $Ax = 0$ 必有唯一解

我的答案: 正确答案: C



一. 单选题

- | | | |
|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 |
| 6 | 7 | 8 |
| 11 | 12 | 13 |
| 16 | 17 | 18 |
| 21 | 22 | 23 |
| 26 | 27 | 28 |
| 31 | | |

二. 填空题

- | | | |
|----|----|----|
| 32 | 33 | 34 |
| 37 | 38 | 39 |

收藏

收藏

知识点:

9. (单选题)

收藏

设 $A = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4)$ 是 4 阶方阵, A^* 为 A 的伴随矩阵, 若 $(1, 0, 1, 0)^T$ 是方程组

$Ax = 0$ 的基础解系, 则 $A^*x = 0$ 的基础解系可为 ()

- A. α_1, α_3
- B. α_1, α_2
- C. $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$
- D. $\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$

我的答案: 正确答案: D

知识点:



10. (单选题) 设 A, B 为 n 阶方阵, O 为 n 阶零矩阵, 则下列结论错误的是 ()

收藏

- A. $r\left(\begin{bmatrix} A & O \\ O & B \end{bmatrix}\right) = r(A) + r(B)$
- B. $r\left(\begin{bmatrix} A & O \\ O & BB^T \end{bmatrix}\right) = r(A) + r(B)$
- C. $r\left(\begin{bmatrix} A & AB \\ O & B \end{bmatrix}\right) = r(A) + r(B)$
- D. $r\left(\begin{bmatrix} A & BA \\ O & B \end{bmatrix}\right) = r(A) + r(B)$

我的答案: 正确答案: D

知识点:



11. (单选题)

收藏

设 A 是 5×4 矩阵, 若非齐次线性方程组 $Ax = b$ 有解, η_1, η_2 是其两个解,

$Ax = 0$ 的基础解系是 α_1, α_2 , 则下面结论不正确的是 ()

- A. $Ax = b$ 的通解是 $k_1\alpha_1 + k_2\alpha_2 + \eta_1$

一. 单选题

- | | | |
|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 |
| 6 | 7 | 8 |
| 11 | 12 | 13 |
| 16 | 17 | 18 |
| 21 | 22 | 23 |
| 26 | 27 | 28 |
| 31 | | |

二. 填空题

- | | | |
|----|----|----|
| 32 | 33 | 34 |
| 37 | 38 | 39 |

B.

C. $Ax = b$ 的通解是 $k_1(\alpha_1 + \alpha_2) + k_2\alpha_2 + (\eta_1 + \eta_2)/2$

D. $Ax = b$ 的通解是 $k_1(\alpha_1 + \alpha_2) + k_2(\alpha_2 - \alpha_1) + 2\eta_1 - \eta_2$

我的答案: 正确答案: B

答案解析:

知识点:



12. (单选题) 若 $A = [a_{ij}]_{m \times n}$, $B = [b_{ij}]_{n \times m}$, $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$, 则 ()

收藏

A. 当 $m > n$ 时, $Bx = 0$ 有非零解

B. 当 $m > n$ 时, $Bx = 0$ 只有零解

C. 当 $m < n$ 时, $Bx = 0$ 有非零解

D. 当 $m < n$ 时, $Bx = 0$ 只有零解

我的答案: 正确答案: C

答案解析:

知识点:



13. (单选题)

收藏

设 n 阶方阵 A 的伴随矩阵 $A^* \neq O$, 且 $|A| = 0$, 则齐次线性方程组 $Ax = 0$ 的基础解系 ()

A. 不存在

B. 仅含一个非零向量

C. 含有两个线性无关的解向量

D. 含有三个线性无关的解向量

我的答案: 正确答案: B

知识点:



若 $\eta_1 = (1, -2, 1)^T, \eta_2 = (0, 1, 1)^T$ 是一个齐次线性方程组的两个解,

收藏

14. (单选题) 则该方程组的系数矩阵可能为 ()

一. 单选题

1

2

3

6

7

8

11

12

13

16

17

18

21

22

23

26

27

28

31

二. 填空题

32

33

34

37

38

39

A. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

B. $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 6 & 2 & -2 \end{pmatrix}$

C. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

D. $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

我的答案: 正确答案: B



答案解析:

知识点:

一. 单选题

- | | | |
|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 |
| 6 | 7 | 8 |
| 11 | 12 | 13 |
| 16 | 17 | 18 |
| 21 | 22 | 23 |
| 26 | 27 | 28 |
| 31 | | |

二. 填空题

- | | | |
|----|----|----|
| 32 | 33 | 34 |
| 37 | 38 | 39 |

15. (单选题)

收藏

设 $Ax = 0$ 是齐次线性方程组, $Ax = b$ 是非齐次线性方程组, 下列结论不正确的是 ()

- A. $Ax = b$ 的两解之差为 $Ax = 0$ 的解
- B. $Ax = b$ 的两解之和为 $Ax = b$ 的解
- C. $Ax = b$ 的一个解与 $Ax = 0$ 的一个解的和为 $Ax = b$ 的解
- D. $Ax = 0$ 的解的线性组合还是 $Ax = 0$ 的解

我的答案: 正确答案: B



答案解析:

知识点:

16. (单选题)

收藏

已知 $\eta_1 = (1, 0, 1)^T, \eta_2 = (1, -1, 1)^T$ 是齐次线性方程组 $Ax = 0$ 的解, 那么 A 可能为 ()

A. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

B. $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

C. $\begin{bmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$

D. $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 3 & 0 & -3 \end{bmatrix}$

我的答案: 正确答案: D

知识点: 6.1



17. (单选题) 设 A 是 $m \times n$ 矩阵, 线性方程组 $Ax = b$ 有解, 则 ()

收藏

- A. 当 $Ax = b$ 有唯一解时, $m = n$
- B. 当 $Ax = b$ 有无穷多解时, $r(A) < m$
- C. 当 $Ax = b$ 有唯一解时, $r(A) = n$
- D. 当 $Ax = b$ 有无穷多解时, $m = n$

我的答案: 正确答案: C

知识点: 6.1



18. (单选题)

收藏

当 () 时, 线性方程组 $Ax = b$ ($b \neq \theta$) 有唯一解, 其中 $\bar{A} = (A, b)$, n 是未知数个数

- A. $r(A) = r(\bar{A})$
- B. $r(A) = r(\bar{A}) - 1$
- C. $r(A) = r(\bar{A}) = n$
- D. $r(A) \neq r(\bar{A})$

我的答案: 正确答案: C

答案解析:

知识点:



19. (单选题)

收藏

设有 3 张不同的平面: $a_{i1}x + a_{i2}y + a_{i3}z = b_i$ ($i = 1, 2, 3$), 它们组成的线性方程组的

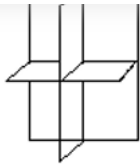
系数矩阵和增广矩阵的秩都为 3, 则 3 张平面的位置关系为 ()

一. 单选题

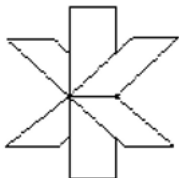
- | | | |
|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 |
| 6 | 7 | 8 |
| 11 | 12 | 13 |
| 16 | 17 | 18 |
| 21 | 22 | 23 |
| 26 | 27 | 28 |
| 31 | | |

二. 填空题

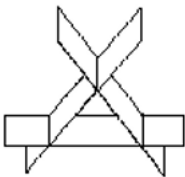
- | | | |
|----|----|----|
| 32 | 33 | 34 |
| 37 | 38 | 39 |



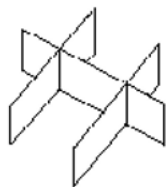
A.



B.



C.



D.

我的答案: 正确答案: A



知识点:

6.4

20. (单选题)

收藏

设矩阵 $A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}$. 若 A 不可逆, 则方程组 $\begin{cases} a_1x_1 + a_2x_2 = a_3, \\ b_1x_1 + b_2x_2 = b_3, \\ c_1x_1 + c_2x_2 = c_3 \end{cases}$ ()

- A. 有唯一解
- B. 有无穷多解
- C. 无解
- D. 解的情况不能确定

我的答案: 正确答案: D



知识点:

6.1

21. (单选题)

收藏

若齐次线性方程组 $Ax = 0$ 只有零解, 则非齐次线性方程组 $Ax = b$ ()

- A. 有唯一解

一. 单选题

1

2

3

6

7

8

11

12

13

16

17

18

21

22

23

26

27

28

31

二. 填空题

32

33

34

37

38

39

- C. 有无穷多解
- D. 无解

我的答案: 正确答案: B

答案解析:

知识点:



22. (单选题)

收藏

已知 $m \times n$ 矩阵 A 的秩为 $n-1$, α_1 和 α_2 是齐次线性方程组 $Ax=0$ 的两个不同解, k 为任意常数, 则 $Ax=0$ 通解为 ()

- A. $k\alpha_1$
- B. $k\alpha_2$
- C. $k(\alpha_1 + \alpha_2)$
- D. $k(\alpha_1 - \alpha_2)$

我的答案: 正确答案: D

知识点:



23. (单选题)

收藏

设 $A = [a_{ij}]$, $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$, 若对任一个 m 元向量 b , $Ax=b$ 都有解, 则 ()

- A. $r(A) = m$
- B. $r(A) < m$
- C. $r(A) = n$
- D. $r(A) < n$

我的答案: 正确答案: A

答案解析:

知识点:



24. (单选题)

收藏

设 A 是 $m \times n$ 矩阵, 齐次线性方程组 $Ax=0$ 仅有零解的充要条件是 $r(A)$ ()

一. 单选题

- | | | |
|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 |
| 6 | 7 | 8 |
| 11 | 12 | 13 |
| 16 | 17 | 18 |
| 21 | 22 | 23 |
| 26 | 27 | 28 |
| 31 | | |

二. 填空题

- | | | |
|----|----|----|
| 32 | 33 | 34 |
| 37 | 38 | 39 |

- B. 小于 n
- C. 等于 m
- D. 等于 n

我的答案: 正确答案: D

答案解析:

知识点:

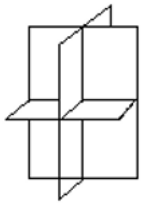


25. (单选题)

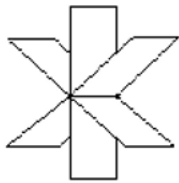
收藏

设有三张不同的平面: $a_{i1}x + a_{i2}y + a_{i3}z = b_i (i = 1, 2, 3)$, 它们组成的线性方程组的系数矩阵

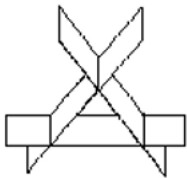
和增广矩阵的秩都为 2, 则三张平面的位置关系为 ()



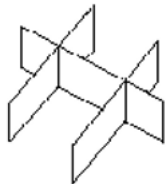
A.



B.



C.



D.

我的答案: 正确答案: B

知识点:



26. (单选题) 齐次线性方程组 $Ax = 0$ 只有零解的充分必要条件为 ()

收藏

A. A 的列向量组线性相关

一. 单选题

1

2

3

6

7

8

11

12

13

16

17

18

21

22

23

26

27

28

31

二. 填空题

32

33

34

37

38

39

B.

A 的行向量组线性相关

C.

A 的行向量组线性无关

D.

我的答案: 正确答案: B

答案解析:

知识点:



27. (单选题)

收藏

设 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 是四元非齐次线性方程组 $Ax = b$ 的三个解向量, 且 $r(A) = 3$, $\alpha_1 = (1, 2, 3, 4)^T$,

$\alpha_2 + \alpha_3 = (0, 1, 2, 3)^T$, C 表示任意常数, 则 $Ax = b$ 的通解为 ()

A. $(1, 2, 3, 4)^T + C(1, 1, 1, 1)^T$

B.

$(1, 2, 3, 4)^T + C(0, 1, 2, 3)^T$

C.

$(1, 2, 3, 4)^T + C(2, 3, 4, 5)^T$

D.

$(1, 2, 3, 4)^T + C(3, 4, 5, 6)^T +$

我的答案: 正确答案: C

知识点:



已知 $\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4$ 是齐次线性方程组 $Ax = 0$ 的基础解系,

收藏

则下面选项 () 也是该方程组的基础解系

28. (单选题)

A. $\eta_1 + \eta_2, \eta_2 + \eta_3, \eta_3 + \eta_4, \eta_4 + \eta_1$

B.

与 $\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4$ 秩相等的向量组

C.

与 $\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4$ 等价的向量组

D.

$\eta_1 + \eta_2, \eta_2 - \eta_3, \eta_3 - \eta_4, \eta_4 - \eta_1$

我的答案: 正确答案: D

答案解析:

知识点:



一. 单选题

1 2 3

6 7 8

11 12 13

16 17 18

21 22 23

26 27 28

31

二. 填空题

32 33 34

37 38 39

又 γ, δ 是非齐次线性方程组 $AX = P$ 的两个特解, $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 是 $AX = 0$ 的基础解系,

则下面叙述错误的是 ()

- A. $\alpha_1 + \gamma, \alpha_2 + \gamma, \dots, \alpha_s + \gamma$ 线性无关,
- B. $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s, \gamma$ 线性无关,
- C. γ, δ 线性无关,
- D. $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s, \gamma, \delta$ 线性无关

我的答案: 正确答案: D

知识点: 6.3



对于线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$, 下面叙述正确的是 ()

30. (单选题)

- A. 无解
- B. 只有零解
- C. 有唯一非零解
- D. 有无穷多解

我的答案: 正确答案: D

答案解析:

知识点:



31. (单选题) 设 A 为 $m \times n$ 实矩阵, $m \neq n$, 则下列结论中不正确的是 ()

- A. $Ax = 0$ 的基础解系中含 $n - r(A)$ 个向量
- B. 当 $r(A) < n$ 时, $Ax = 0$ 有非零解
- C. 当 $r(A) < m$ 时, $Ax = 0$ 有非零解
- D. 方程组 $Ax = 0$ 和 $A^T Ax = 0$ 同解

我的答案: 正确答案: C

知识点:



一. 单选题

- | | | |
|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 |
| 6 | 7 | 8 |
| 11 | 12 | 13 |
| 16 | 17 | 18 |
| 21 | 22 | 23 |
| 26 | 27 | 28 |
| 31 | | |

二. 填空题

- | | | |
|----|----|----|
| 32 | 33 | 34 |
| 37 | 38 | 39 |

收藏

收藏

$m \times n$ 非齐次线性方程组 $Ax = b$:

当 $r([A, b])$ _____ 时, $Ax = b$ 无解

当 $r([A, b])$ _____ 时, $Ax = b$ 有唯一解;

当 $r([A, b])$ _____ 时, $Ax = b$ 有无穷多个解

1. (填空题)

我的答案:

正确答案:

(1) $\neq r(A)$

(2) $= r(A) = n$

(3) $= r(A) < n$

答案解析:

知识点:

收藏

一. 单选题

1 2 3

6 7 8

11 12 13

16 17 18

21 22 23

26 27 28

31

二. 填空题

32 33 34

37 38 39

已知方程组 $\begin{pmatrix} \lambda & 1 & 1 \\ 1 & \lambda & 1 \\ 1 & 1 & \lambda \end{pmatrix} x = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ 无解, 则 $\lambda =$ _____

2. (填空题)

我的答案:

正确答案:

(1) -2

答案解析:

知识点:

收藏

方程组 $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_2 - x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$ 的通解为 _____

3. (填空题)

我的答案:

正确答案:

(1) $k_1(0 \ 1 \ 1 \ 0)^T + k_2(-1 \ -1 \ 0 \ 1)^T$

答案解析:

知识点:

收藏

$$\bar{A} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d+1 \end{bmatrix}$$

4. (填空题) 则当 $d =$ _____ 时, 方程组 $Ax = b$ 有解

我的答案:

正确答案:

(1) -1

答案解析:

知识点:

5. (填空题)

$$\text{设 } A = \begin{bmatrix} k & 3 & 3 \\ 3 & k & 3 \\ 3 & 3 & k \end{bmatrix}$$

(1) A 的列向量组线性相关当且仅当 k 满足 _____

(2) $r(A) = 2$, 则 k 满足 _____

(3) 若齐次线性方程组 $Ax = 0$ 的 基础解系 含有两个向量, 则 k 满足 _____

我的答案:

正确答案:

(1) $k = 3$ 或 $k = -6$

(2) $k = -6$

(3) $k = 3$

知识点:

6. (填空题)

$$\text{已知向量 } \alpha_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \alpha_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}, \alpha_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \beta = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ k \end{bmatrix}. \text{ 若 } \beta \text{ 可由 } \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \text{ 线性表示,}$$

则 $k =$ _____.

我的答案:

正确答案:

(1) 1

知识点:

6.1

一. 单选题

1

2

3

6

7

8

11

12

13

16

17

18

21

22

23

26

27

28

31

收藏

二. 填空题

32

33

34

37

38

39

设 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & k \\ 6 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ ，若 $r(A) = 3$ ，则得 $k = \underline{\hspace{2cm}}$ ，

当 $r(A) = 3$ 时，给出齐次线性方程组 $Ax = 0$ 的一个基础解系 $\underline{\hspace{2cm}}$

我的答案:

正确答案:

(1) $\frac{1}{2}$

(2) $(-1, 6, -2, 2)^T$

答案解析:

知识点:

一. 单选题

1 2 3

6 7 8

11 12 13

16 17 18

21 22 23

26 27 28

31

二. 填空题

32 33 34

37 38 39

8. (填空题)

收藏

设 n 元线性方程组 $Ax = b$ 有解，则当 $r(A) = \underline{\hspace{2cm}}$ 时， $Ax = b$ 有唯一解

我的答案:

正确答案:

(1) n

答案解析:

知识点:

9. (填空题)

收藏

当 $\lambda = \underline{\hspace{2cm}}$ 时，齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1 - x_2 = 0 \\ x_1 + \lambda x_2 = 0 \end{cases}$ 有非零解

我的答案:

正确答案:

(1) -1

答案解析:

知识点:

10. (填空题)

收藏

设 $A = [a_1, a_2, a_3]$ 为列分块阵， a_2, a_3 线性无关， $a_1 + 2a_2 - a_3 = 0$ ， $b = a_1 + a_2 + a_3$ ，

则线性方程组 $Ax = b$ 的通解为 $\underline{\hspace{2cm}}$

我的答案:

正确答案:

知识点:

若方程组
$$\begin{cases} kx + z = 0 \\ 2x + ky + z = 0 \\ kx - 2y + z = 0 \end{cases}$$
 仅有零解, 则 $k \neq$ _____

11. (填空题)

收藏

我的答案:

正确答案:

(1) 2

答案解析:

知识点:

12. (填空题)

已知矩阵 $A = [\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4]$, 且 $r(A) = 2$. 若 $\alpha_1 + \alpha_2 - 2\alpha_3 - \alpha_4 = 0$,

$2\alpha_1 - \alpha_2 + \alpha_3 + 3\alpha_4 = 0$, 则齐次线性方程组 $Ax = 0$ 的通解为_____.

收藏

我的答案:

正确答案:

$$k_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \\ -1 \end{bmatrix} + k_2 \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

(1)

知识点:

6.2

设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & a+2 \\ 1 & a & -2 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$, $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$

(1) 若线性方程组 $Ax = 0$ 只有零解, 则 a 满足的条件为_____

(2) 若方程组 $Ax = b$ 无解, 则 $a =$ _____

13. (填空题)

收藏

我的答案:

正确答案:

(1) $a \neq 3$ 且 $a \neq -1$

(2) -1

答案解析:

知识点:

一. 单选题

- | | | |
|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 |
| 6 | 7 | 8 |
| 11 | 12 | 13 |
| 16 | 17 | 18 |
| 21 | 22 | 23 |
| 26 | 27 | 28 |
| 31 | | |

二. 填空题

- | | | |
|----|----|----|
| 32 | 33 | 34 |
| 37 | 38 | 39 |

当 $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, 方程组
$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = a \\ x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 6x_5 = 3 \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 3x_4 - x_5 = b \end{cases}$$
 有无穷多解

我的答案:

正确答案:

(1) 0

(2) 2

答案解析:

知识点:

15. (填空题)

收藏

设 $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_s$ 为非齐次线性方程组 $Ax = b$ 的解, 若 $k_1\eta_1 + k_2\eta_2 + \dots + k_s\eta_s$ 也是

方程组 $Ax = b$ 的解, 则 k_1, k_2, \dots, k_s 应满足条件 $\underline{\hspace{2cm}}$

我的答案:

正确答案:

(1) 相加等于 1

知识点:

6.1

16. (填空题)

收藏

设 $r(A) = 2$, u_1 和 u_2 是非齐次方程组 $Ax = b$ 的两个解, 若 $2u_1 + u_2 = [3, 4, 5]^T$, ,

$u_1 + 2u_2 = [3, 2, 1]^T$, 则 $Ax = b$ 的通解为 $\underline{\hspace{2cm}}$

我的答案:

正确答案:

(1) $(1, 0, -1)^T + k(0, 2, 4)^T$

知识点:

17. (填空题)

收藏

已知方程组
$$\begin{cases} \lambda x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + \lambda x_2 + x_3 = \lambda \\ x_1 + x_2 + \lambda x_3 = \lambda^2 \end{cases}$$
, 当 $\lambda = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, 方程组有无穷多解

我的答案:

正确答案:

(1) 1

知识点:

6.1

一. 单选题

1 2 3

6 7 8

11 12 13

16 17 18

21 22 23

26 27 28

31

二. 填空题

32 33 34

37 38 39

判断方程组
$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - 2x_5 = 2 \\ 2x_1 + 2x_2 - 5x_3 + 2x_4 - x_5 = 5 \end{cases}$$
 的解的情况是：_____

18. (填空题)

我的答案:

正确答案:

(1) 无解

知识点:

设向量组 $a_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ k \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} k \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ k \\ 1 \end{bmatrix}, A = [a_1, a_2, a_3]$, 则

收藏

1) $|A| =$ _____ 2) 若 $Ax = 0$ 的基础解系为 $[1, 1, 1]^T$, 则 k 满足 _____

19. (填空题)

我的答案:

正确答案:

(1) $(2+k)(k-1)^2$;

(2) $k = -2$;

知识点:

20. (填空题)

收藏

设 A 是秩为 3 的 5×4 矩阵, $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 是非齐次线性方程组 $Ax = b$ 的三个不同的解, 若

$\alpha_1 + \alpha_2 + 2\alpha_3 = (2, 0, 0, 0)^T$, $3\alpha_1 + \alpha_2 = (2, 4, 6, 8)^T$, 方程组 $Ax = b$ 的通解为 _____

我的答案:

正确答案:

(1) $k(0, 4, 6, 8)^T + (\frac{1}{2}, 0, 0, 0)^T$

答案解析:

知识点:

21. (填空题)

收藏

设四元非齐次线性方程组的系数矩阵的秩为 3, 已知 η_1, η_2, η_3 是它的三个解向量,

且 $\eta_1 = (2, 3, 4, 5)^T$, $\eta_2 + \eta_3 = (1, 2, 3, 4)^T$, 则该方程的通解为 _____

我的答案:

正确答案:

一. 单选题

- | | | |
|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 |
| 6 | 7 | 8 |
| 11 | 12 | 13 |
| 16 | 17 | 18 |
| 21 | 22 | 23 |
| 26 | 27 | 28 |
| 31 | | |

二. 填空题

- | | | |
|----|----|----|
| 32 | 33 | 34 |
| 37 | 38 | 39 |

$$k \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

(1)

知识点:

22. (填空题)

收藏

设 $A = \begin{bmatrix} a & 1 & 1 & 2 \\ 2 & a+1 & 2a & 3a+1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$, 且存在 3 阶非零方阵 B 使 $BA = 0$, 则 $a =$ _____

我的答案:

正确答案:

(1) 1

答案解析:

知识点:

23. (填空题)

收藏

设 A 是 2×3 矩阵, $r(A) = 2$, u_1 和 u_2 是非齐次线性方程组 $Ax = b$ 的两个解, 若 $u_1 - u_2 = [3, 1, 1]^T$,

$u_1 + u_2 = [2, -2, 4]^T$, 则 $Ax = b$ 的通解为 _____

我的答案:

正确答案:

(1) $(4, 0, 3)^T + k(3, 1, 1)^T$

知识点:

24. (填空题)

收藏

已知方程组 $\begin{cases} \lambda x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + \lambda x_2 + x_3 = \lambda \\ x_1 + x_2 + \lambda x_3 = \lambda^2 \end{cases}$, 当 $\lambda =$ _____ 时, 方程组无解

我的答案:

正确答案:

(1) -2

知识点:

6.1

25. (填空题)

收藏

设 A 为六阶方阵, $r(A) = 4$, 则齐次线性方程组 $Ax = 0$ 的基础解系含有解向量的个数为 _____,

我的答案:

一. 单选题

1 2 3

6 7 8

11 12 13

16 17 18

21 22 23

26 27 28

31

二. 填空题

32 33 34

37 38 39

知识点:

一. 单选题

- 123
- 678
- 111213
- 161718
- 212223
- 262728
- 31

二. 填空题

- 323334
- 373839

三. 判断题 (共 14 题)

1. (判断题)

若 n 元齐次线性方程组 $Ax = 0$ 满足 $r(A) < n$, 则 $Ax = 0$ 有无穷多个基础解系

收藏

- A. 对
- B. 错

我的答案: 正确答案: 对

知识点:



2. (判断题)

若矩阵 A 的列向量组线性无关, 则齐次线性方程组 $Ax = 0$ 只有零解

收藏

- A. 对
- B. 错

我的答案: 正确答案: 对

答案解析:

知识点:



3. (判断题)

任意一个齐次线性方程组 $Ax = 0$ 都有基础解系

收藏

- A. 对
- B. 错

我的答案: 正确答案: 错

知识点: 6.2



4. (判断题)

若非齐次线性方程组 $Ax = b$ 有唯一解, 则齐次线性方程组 $Ax = 0$ 只有零解

收藏

- A. 对
- B. 错

我的答案: 正确答案: 对

答案解析:

知识点:



3. (判断题)

- A. 对
- B. 错

我的答案:

正确答案: 对

知识点:

6. (判断题) 若矩阵 A 的行向量组线性无关, 则齐次线性方程组 $Ax = 0$ 只有零解

收藏

- A. 对
- B. 错

我的答案:

正确答案: 错

答案解析:

知识点:

7. (判断题)

设 α 是某一线性方程组的解向量, k 为一常数, 则 $k\alpha$ 也是该方程组的解向量

收藏

- A. 对
- B. 错

我的答案:

正确答案: 错

知识点:

8. (判断题)

若齐次线性方程组 $Ax = 0$ 的方程个数小于未知量个数, 则 $Ax = 0$ 有无穷多解

收藏

- A. 对
- B. 错

我的答案:

正确答案: 对

答案解析:

知识点:

9. (判断题) 方程个数小于未知量个数的线性方程组必有无穷多个解

收藏

- A. 对
- B. 错

我的答案:

正确答案: 错

答案解析:

知识点:

一. 单选题

- 123
- 678
- 111213
- 161718
- 212223
- 262728
- 31

二. 填空题

- 323334
- 373839

若齐次线性方程组 $Ax = 0$ 有无穷多解，则非齐次线性方程组 $Ax = b (b \neq 0)$ 也有无穷多解

- A. 对
B. 错

我的答案: 正确答案: 错



答案解析:

知识点:

11. (判断题)

收藏

若齐次线性方程组 $Ax = 0$ 只有零解，则非齐次线性方程组 $Ax = b (b \neq 0)$ 有唯一解

- A. 对
B. 错

我的答案: 正确答案: 错



答案解析:

知识点:

12. (判断题)

非齐次线性方程组的两个解的和不再是它的解

收藏

- A. 对
B. 错

我的答案: 正确答案: 对



答案解析:

知识点:

13. (判断题)

收藏

若非齐次线性方程组 $Ax = b (b \neq 0)$ 的方程个数小于未知量个数，则 $Ax = b$ 有无穷多解

- A. 对
B. 错

我的答案: 正确答案: 错



答案解析:

知识点:

14. (判断题)

设 $Ax = b$ 是 $m \times n$ 非齐次线性方程组，

收藏

则 b 能由 A 的列向量组线性表示是 $Ax = b$ 有唯一解的必要条件

- A. 对
B. 错

一. 单选题

- | | | |
|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 |
| 6 | 7 | 8 |
| 11 | 12 | 13 |
| 16 | 17 | 18 |
| 21 | 22 | 23 |
| 26 | 27 | 28 |
| 31 | | |

二. 填空题

- | | | |
|----|----|----|
| 32 | 33 | 34 |
| 37 | 38 | 39 |

答案解析:

知识点:

四. 简答题 (共 9 题)

1. (简答题)

收藏

λ 取何值时, 方程组
$$\begin{cases} \lambda x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + \lambda x_2 + x_3 = \lambda \\ x_1 + x_2 + \lambda x_3 = \lambda^2 \end{cases}$$
 (1) 有唯一解 (2) 无解 (3) 有无穷多解, 在有无穷多解时, 求其通解.

我的答案:

正确答案:

解
$$\begin{vmatrix} \lambda & 1 & 1 \\ 1 & \lambda & 1 \\ 1 & 1 & \lambda \end{vmatrix} = \lambda^3 - 3\lambda + 2 = (\lambda - 1)^2(\lambda + 2)$$

当 $\lambda \neq 1, -2$ 时, 方程组有唯一解,

当 $\lambda = -2$ 时,
$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & -2 & 4 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$
, 方程组无解,

当 $\lambda = 1$ 时,
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
, 有无穷多解, 此时特解 $(1, 0, 0)^T$,

基础解系 $(-1, 1, 0)^T, (-1, 0, 1)^T$, 通解为 $(1, 0, 0)^T + k_1(-1, 1, 0)^T + k_2(-1, 0, 1)^T$.

知识点:

2. (简答题)

收藏

设 $a_1 = [1, 2, k]^T, a_2 = [1, k, 2]^T, a_3 = [-1, 1, -1]^T, b = [-1, -2, -2]^T$, 问 k 取何值时, b 能由 a_1, a_2, a_3 唯一线性表示; b 不能由 a_1, a_2, a_3 线性表示; b 能由 a_1, a_2, a_3 线性表示, 但表达式不唯一?

我的答案:

正确答案:

$k \neq \pm 2; k = -2; k = 2$.

答案解析:

知识点:

一. 单选题

1 2 3

6 7 8

11 12 13

16 17 18

21 22 23

26 27 28

31

二. 填空题

32 33 34

37 38 39

$$\begin{aligned}\pi_1: & x + y + z = 1, \\ \pi_2: & x + y + az = b, \\ \pi_3: & x + ay + az = b\end{aligned}$$

3. (简答题) 的相对位置.

我的答案:

正确答案:

$a = b = 1$ 时, 三个平面重合;
 $a = 1$ 但 $b \neq 1$ 时, π_2 与 π_3 重合, π_1 与 π_2, π_3 平行;
 $a \neq 1$ 时, 三个平面相交

知识点: 4.5 几何

4. (简答题)

收藏

已知 $\alpha_1 = (-9, 1, 2, 11)^T, \alpha_2 = (1, -5, 13, 0)^T, \alpha_3 = (-7, -9, 24, 11)^T$ 是方程组

$$\begin{cases} a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 + a_4 x_4 = d_1 \\ 3x_1 + b_2 x_2 + 2x_3 + b_4 x_4 = d_2 \\ 9x_1 + 4x_2 + x_3 + c_4 x_4 = d_3 \end{cases}$$
 的 3 个解, 求此方程组的通解.

我的答案:

正确答案:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -5 \\ 13 \\ 0 \end{pmatrix} + k_1 \begin{pmatrix} 10 \\ -6 \\ 11 \\ -11 \end{pmatrix} + k_2 \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ 11 \\ -11 \end{pmatrix}$$

知识点:

5. (简答题)

收藏

设矩阵 $A = \begin{bmatrix} a & 1 & 1 \\ 0 & a-1 & 0 \\ 1 & 1 & a \end{bmatrix}$, 向量 $\beta = \begin{bmatrix} b \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$. 若线性方程组 $Ax = \beta$ 存在两个不同的解,

求 a, b 的值, 并求 $Ax = \beta$ 的通解.

我的答案:

正确答案:

一. 单选题

- | | | |
|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 |
| 6 | 7 | 8 |
| 11 | 12 | 13 |
| 16 | 17 | 18 |
| 21 | 22 | 23 |
| 26 | 27 | 28 |
| 31 | | |

二. 填空题

- | | | |
|----|----|----|
| 32 | 33 | 34 |
| 37 | 38 | 39 |

当 $a=1$ 时, $r(A) \neq r(\bar{A})$, 无解

当 $a=-1$ 时, $\bar{A} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & b+2 \end{pmatrix}$, $b=-2$, $r(A)=r(\bar{A})=2$, 故 $a=-1$, $b=-2$.

通解 $k \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3/2 \\ -1/2 \\ 0 \end{pmatrix}$, k 为任意数.

答案解析:

知识点:

6. (简答题)

收藏

在空间直角坐标系下, 直线 ℓ 的方程为 $\begin{cases} x_1 + x_2 - kx_3 = k \\ 2x_1 + kx_2 - x_3 = -2 \end{cases}$, 平面 π 的方程为

$kx_1 + 2x_2 + x_3 = -k$. 问 k 取何值时, (1) ℓ 与 π 相交于一点; (2) 直线 ℓ 在 π 上; (3) ℓ 与 π 平行? .

我的答案:

正确答案:

(1) $k \neq 0, \pm 2$; (2) $k = -2$; (3) $k = 0$ 或 $k = 2$.

知识点:

4.5几何

7. (简答题)

收藏

求满足 $3Y - AY - BC = O$ 的所有向量 Y , 其中 $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -2 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & -3 \\ -2 & -6 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$,

$C = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$.

我的答案:

正确答案:

一. 单选题

1 2 3

6 7 8

11 12 13

16 17 18

21 22 23

26 27 28

31

二. 填空题

32 33 34

37 38 39

$$3Y - AY - BC = O, \text{ 即 } \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} Y = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 2 & 1 & 0 & 4 \\ -1 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & -1 & -2 & -8 \\ 0 & 1 & 2 & 8 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & -1 & -2 & -8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{通解为 } \begin{pmatrix} -2 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

知识点:

$$\text{求解非齐次线性方程组 } \begin{cases} 2x + y - z + w = 1 \\ 4x + 2y - z + w = 2 \\ 2x + y - z - w = 1 \end{cases}$$

收藏

8. (简答题)

我的答案:

正确答案:

$$\text{解 } \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow[r_3 - r_1]{r_2 - 2r_1} \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

令 $y = 1$, 则 $x = -2$, $z = w = 0$, 基础解系 $\alpha = (-2, 1, 0, 0)^T$

一个解 $\beta = (1/2, 0, 0, 0)^T$, 通解 $k\alpha + \beta$

知识点:

$$1) \text{ 求 } \lambda \text{ 为何值时, 方程组 } \begin{cases} x_1 + \lambda x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + \lambda x_3 + x_4 = \lambda \\ x_1 + x_2 + x_3 + \lambda x_4 = \lambda^2 + \lambda \end{cases} \text{ 有无穷解;}$$

收藏

9. (简答题) 2) 当 $\lambda = 2$ 时, 求上面方程组的解.

我的答案:

正确答案:

一. 单选题

1 2 3

6 7 8

11 12 13

16 17 18

21 22 23

26 27 28

31

二. 填空题

32 33 34

37 38 39

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \lambda & \lambda^2 + \lambda \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 - \lambda & \lambda - 1 & 0 & \lambda^2 + \lambda - 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & \lambda & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 - \lambda & \lambda - 1 & 0 & \lambda - 1 \\ 0 & 0 & 1 - \lambda & \lambda - 1 & \lambda^2 \end{pmatrix}, \text{ 由 } r(\bar{A}) = r(A) < 4, \text{ 可知 } \lambda \neq 1$$

2) $\lambda = 2$ 时

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 4 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 4 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 & 15 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

特解 $(15, -5, -4, 0)^T$, 基础解系为 $(-1, 1, 1, 1)^T$, 通解为 $(15, -5, -4, 0)^T + k(-1, 1, 1, 1)^T$

知识点:

五. 论述题 (共 11 题)

1. (论述题)

收藏

设 A 和 B 都是 $m \times n$ 矩阵, $r(A) = r(B)$, 齐次线性方程组 $Ax = 0$ 的解都是 $Bx = 0$ 的解.

证明方程组 $Ax = 0$ 与 $Bx = 0$ 同解.

我的答案:

正确答案:

证明 若 $r(A) = r(B) = n$, 则 $Ax = 0$ 与 $Bx = 0$ 都只有零解, 故同解.

若 $r(A) = r(B) < n$, 设 $Ax = 0$ 的基础解系为 $\alpha_1, \dots, \alpha_r$, 则 $\alpha_1, \dots, \alpha_r$ 也是 $Bx = 0$ 的基础解系, 从而同解.

知识点:

2. (论述题)

收藏

设 A 是 n 阶方阵, $r(A) \leq k \leq n$, 证明存在 n 阶方阵 B , 使得 $r(A) + r(B) = k$.

我的答案:

正确答案:

证明 若 $r(A) = n$, 则取 $B = O$. 若 $r(A) = r < n$, 令 $\alpha_1, \dots, \alpha_{n-r}$ 是齐次线性方程组

$Ax = 0$ 的基础解系, 取 $B = (\alpha_1, \dots, \alpha_{n-r})$, 则 $r(A) + r(B) = k$

知识点:

6.2

3. (论述题)

收藏

n 元非齐次线性方程组 (I) $Ax = b$ 和 (II) $Bx = d$ 都有解, 且 (I) 和 (II) 同解, 证明 $Ax = 0$ 和 $Bx = 0$ 同解.

我的答案:

一. 单选题

1 2 3

6 7 8

11 12 13

16 17 18

21 22 23

26 27 28

31

二. 填空题

32 33 34

37 38 39

证明 若 α 是 $Bx=0$ 的解, β 是 $Bx=0$ 的解, 则 $\alpha+\beta$ 也是 $Bx=0$ 的解, 从而 $\beta, \alpha+\beta$ 都是 $Bx=d$ 的解, 从而 α 是 $Bx=0$ 的解. 同理可证 $Bx=0$ 的解也是 $Ax=0$ 的解.

知识点:

6.1

4. (论述题)

收藏

设 $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_t$ 均是非齐次线性方程组 $Ax = \beta$ 的解, 证明若 $\eta = k_1\eta_1 + k_2\eta_2 + \dots + k_t\eta_t$ 是 $Ax = \beta$ 的解, k_1, k_2, \dots, k_t 是常数, 则 $k_1 + k_2 + \dots + k_t = 1$.

我的答案:

正确答案:

证明 $\beta = A\eta = A(k_1\eta_1 + \dots + k_t\eta_t) = k_1\beta + \dots + k_t\beta$, 因为 $\beta \neq 0$, 故结论成立

答案解析:

知识点:

5. (论述题)

收藏

设 η_0 是非齐次线性方程组 $Ax = \beta$ 的一个解, $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_t$ 是齐次线性方程组 $Ax = 0$ 的一个基础解系, 证明 $\eta_0, \eta_1, \eta_2, \dots, \eta_t$ 线性无关.

我的答案:

正确答案:

证明 反证 若相关, 则为 $Ax = 0$ 的解, 矛盾.

知识点:

6. (论述题)

收藏

设 C 是 $m \times n$ 矩阵, C 的秩为 m , 证明对任意 m 元向量 b , 线性方程组 $Cx = b$ 都有解

我的答案:

正确答案:

系数矩阵与增广矩阵的秩都等于 m .

知识点:

7. (论述题)

收藏

设 A 是 n 阶方阵, 且 $r(A) = n-3$, u_1, u_2, u_3, u_4 都是线性方程组 $Ax = b (b \neq 0)$ 的解, $v_j = u_j - u_4, j = 1, 2, 3$, 证明若向量组 u_1, u_2, u_3, u_4 线性无关, 则 v_1, v_2, v_3 是方程组 $Ax = 0$ 的一个基础解系.

一. 单选题

1

2

3

6

7

8

11

12

13

16

17

18

21

22

23

26

27

28

31

二. 填空题

32

33

34

37

38

39

正确答案:

证明 (1) v_1, v_2, v_3 是方程组 $Ax = 0$ 的解 (2) 个数 $3 = n - (n - 3) = 3$

$$(3) \text{ 令 } A = (v_1, v_2, v_3), B = (u_1, u_2, u_3, u_4), C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix},$$

则 $r(A) = r(BC) \geq 4 + 3 - 4 = 3$, 故 v_1, v_2, v_3 线性无关

知识点:

设 A 是 2×4 矩阵, B 是 4×2 矩阵, $r(A) = r(B) = 2$, $AB = O$,

收藏

8. (论述题) 证明若 η 是齐次线性方程组 $Ax = 0$ 的解, 则 $Bx = \eta$ 有唯一解.

我的答案:

正确答案:

证明: 矩阵 B 的列向量组是 $Ax = 0$ 的基础解系, 又 η 是 $Ax = 0$ 的解,

η 可由 B 的列向量组表示, 且表法唯一, 故 $Bx = \eta$ 有唯一解 (坐标向量).

知识点:

6.2

9. (论述题)

收藏

设 $A = [a_{ij}]_{n \times 2n}$, $B = [b_{ij}]_{n \times 2n}$, x 为 $2n$ 元向量, 若 B^T 的 n 个列向量是 $Ax = 0$ 的基础解系, 证明 A^T 的 n 个列向量是 $Bx = 0$ 的基础解系.

我的答案:

正确答案:

证明 由已知得 $r(B^T) = r(B) = n$, $AB^T = O$, $r(A) = 2n - n = n$, 则 $BA^T = O$,

说明 A^T 的 n 个列向量是 $Bx = 0$ 的解, 由 $r(A^T) = n$ 得这些解线性无关,

由 $2n - r(B) = n$ 得这些解是基础解系.

知识点:

10. (论述题)

收藏

设 A 是 $m \times n$ 实矩阵, 证明 A 的列向量组线性相关的充要条件是 $\det(A^T A) = 0$.

我的答案:

一. 单选题

1 2 3

6 7 8

11 12 13

16 17 18

21 22 23

26 27 28

31

二. 填空题

32 33 34

37 38 39

证明 $r(A)=r(A^T A)$, A 的列向量组线性相关 $\Leftrightarrow r(A)<n \Leftrightarrow r(A^T A)<n \Leftrightarrow |A^T A|=0$

知识点:

11. (论述题)

收藏

设 A 是 n 阶方阵, 证明 $\det(A)=0$ 的充分必要条件是存在 n 阶非零矩阵 B , 使得 $AB=O$

我的答案:

正确答案:

证明 $\Rightarrow r(A)<n$, $Ax=0$ 有非零解, 设 $Au=0, u \neq 0$, 则令 $B=(u, 0, \dots, 0)$

\Leftarrow 反证 若 $\det(A) \neq 0$, 则 $B=O$, 矛盾

答案解析:

知识点:

一. 单选题

- | | | |
|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 |
| 6 | 7 | 8 |
| 11 | 12 | 13 |
| 16 | 17 | 18 |
| 21 | 22 | 23 |
| 26 | 27 | 28 |
| 31 | | |

二. 填空题

- | | | |
|----|----|----|
| 32 | 33 | 34 |
| 37 | 38 | 39 |