姓名：__________

学号：__________

院系：__________

_____ 级_____ 班

大 连 理 工 大 学

课 程 名 称： 线性代数与解析几何 　　试卷： A 　　考试形式： 闭卷

授课院（系）： 数学科学学院 　考试日期： 2018 年 6 月 27 日 　试卷共 6 页

	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分
标准分	30	10	8	8	8	10	12	6	8	100
得 分										

装

得 分

一（每小题 3 分，共 30 分）填空题

1. 设 $\boldsymbol{a}=(1,2,3)^T,\boldsymbol{b}=(1,-1,2)^T$，则 $\boldsymbol{ab}^T=$

____

2. 设 $\boldsymbol{A}$ 为三阶方阵，$|\boldsymbol{A}|=2$，将 $\boldsymbol{A}$ 的1,3行对调后得到 $\boldsymbol{B}$，再将 $\boldsymbol{B}$ 的第2行加到第3行得到 $\boldsymbol{C}$，则 $\begin{vmatrix}\boldsymbol{A}^* & \boldsymbol{O}\\ \boldsymbol{B}^T & \boldsymbol{C}^{-1}\end{vmatrix}=$ -2

订

3. $\begin{vmatrix} k & 2 & 2 & 2\\ -1 & 1 & 0 & 0\\ -1 & 0 & 1 & 0\\ -1 & 0 & 0 & 1\end{vmatrix}=$ ________

4. 设方阵 $\boldsymbol{A}$ 满足 $\boldsymbol{A}^2-2\boldsymbol{A}-5\boldsymbol{E}=\boldsymbol{O}$,则 $(\boldsymbol{A}-3\boldsymbol{E})^{-1}=$ __________

5. 设 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} k & 2 & 2 & 2\\ 2 & k & 2 & 2\\ 2 & 2 & k & 2\\ 2 & 2 & 2 & k\end{bmatrix}$，$r(\boldsymbol{A})=3$，则 $k=$ ______

线

6. 向量 $\boldsymbol{b}=\begin{pmatrix}1\\0\\3\end{pmatrix}$ 在基 $\boldsymbol{a}_1=\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix},\boldsymbol{a}_2=\begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix},\boldsymbol{a}_3=\begin{pmatrix}2\\1\\1\end{pmatrix}$ 下的坐标向量为

____

7. 设 $f(x_1,x_2,x_3)=kx_1^2+2x_2^2+x_3^2+2kx_1x_2-2kx_2x_3$ 为正定二次型，则 k 需满足__________

8. 设三阶方阵 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 相似，$|\boldsymbol{A}|=0, |\boldsymbol{A}-3\boldsymbol{E}|=0,\ \mathrm{r}(\boldsymbol{E}-\boldsymbol{B})=2$，则 $\boldsymbol{A}$ 的相似标准形

为 　　　　　　（注：3,1,0 的次序可变）

______

9. 设 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 3\\ 0 & 1 & 1\\ 1 & -1 & k\end{pmatrix}$，三元列向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性无关，而向量组 $\boldsymbol{A\alpha}_1,\boldsymbol{A\alpha}_2,\boldsymbol{A\alpha}_3$

线性相关，则 $k=$ ____

10. 设 A 为三阶方阵，$\boldsymbol{A}^2-\boldsymbol{A}-2\boldsymbol{E}=0$，$0<|\boldsymbol{A}|<5$，则 $|\boldsymbol{A}^2+\boldsymbol{E}|=$ ____

得　分

二（每小题 2 分，共 10 分）选择题

1. 设方阵 $\boldsymbol{A}$ 和方阵 $\boldsymbol{B}$ 等价，则下列选项错误的是（　　　）

（A）若 $\boldsymbol{A}$ 可逆，则 $\boldsymbol{B}$ 也可逆　　　　（B）$\boldsymbol{A}^*$ 和 $\boldsymbol{B}^*$ 等价

（C）$\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 的列向量组等价　　　　（D）$r(\boldsymbol{A})=r(\boldsymbol{B})$

2. 设 $\boldsymbol{A}$ 为 4×3 矩阵，则 $\boldsymbol{A}^T\boldsymbol{A}$ 可逆的充要条件是（　A　）

（A）方程组 $\boldsymbol{Ax}=0$ 只有零解　　　　（B）$\boldsymbol{AA}^T$ 可逆

（C）$\boldsymbol{A}$ 的行向量组线性无关　　　　（D）$r(\boldsymbol{A})=4$

3. 设 $\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2$ 是非齐次线性方程组 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$ 的两个不同的解，$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2$ 是齐次线性方程组 $\boldsymbol{Ax}=0$ 的基

础解系，k_1,k_2 为任意常数，则 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$ 的通解为（　B　）

（A）$k_1\boldsymbol{\alpha}_1+k_2(\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2)+\dfrac{\boldsymbol{\beta}_1-\boldsymbol{\beta}_2}{2}$　　　　（B）$k_1\boldsymbol{\alpha}_1+k_2(\boldsymbol{\alpha}_1-\boldsymbol{\alpha}_2)+\dfrac{\boldsymbol{\beta}_1+\boldsymbol{\beta}_2}{2}$

（C）$k_1\boldsymbol{\alpha}_1+k_2(\boldsymbol{\beta}_1+\boldsymbol{\beta}_2)+\dfrac{\boldsymbol{\beta}_1-\boldsymbol{\beta}_2}{2}$　　　　（D）$k_1\boldsymbol{\alpha}_1+k_2(\boldsymbol{\beta}_1-\boldsymbol{\beta}_2)+\dfrac{\boldsymbol{\beta}_1+\boldsymbol{\beta}_2}{2}$

4. 下列矩阵中与 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 2\\ 0 & 0 & 3\end{bmatrix}$ 相似的矩阵是（　D　）

（A）$\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$　　（B）$\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ 1 & 0 & 0\\ 1 & 2 & 3\end{bmatrix}$　　（C）$\begin{bmatrix}0 & 2 & 1\\ 0 & 0 & 2\\ 0 & 0 & 3\end{bmatrix}$　　（D）$\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1\end{bmatrix}$

5. 设 $\boldsymbol{A}$ 为实对称矩阵，则与 $\boldsymbol{A}$ 合同的矩阵是（　　　）

(A) $\boldsymbol{A}-\boldsymbol{E}$　　(B) $\boldsymbol{A}+\boldsymbol{E}$　　(C) $\boldsymbol{A}^3-\boldsymbol{A}$　　(D) $\boldsymbol{A}^3+\boldsymbol{A}$

得　分

三（8 分）已知平面 $\pi_1: x-y+z=2$ 和平面 $\pi_2: x+y-2z=0$ 相交于直线 L，

（1）求直线 L 的点向式方程。（2）求过点 $P(1,1,3)$ 和直线 L 的平面的方程。

得　分

四（8 分）已知向量组 $\alpha_1=(1,-1,0,1)^T,\alpha_2=(2,0,1,1)^T,\alpha_3=(3,1,2,1)^T$，

$\alpha_4=(1,1,0,1)^T,\alpha_5=(1,-1,-1,k)^T$ 的秩为 3，（1）求 k．（2）求该向量组的一个极大无关组，并将其余向量用该极大无关组线性表示。

得 分

五（8 分）设 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}2&1&0\\1&1&1\\0&-1&3\end{pmatrix},\boldsymbol{ABA}^{-1}=\boldsymbol{E}+\boldsymbol{BA}^{-1}$, 求 $(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{E})^{-1}$ 及 $\boldsymbol{B}$.

得 分

六（10 分）设 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}1&1&1\\0&c-1&0\\c&1&2\end{bmatrix},\boldsymbol{b}=\begin{bmatrix}1\\3\\m\end{bmatrix}$，方程组 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$ 有无穷多个解，

（1）求 c,m.（2）求方程组 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$ 的通解。

得 分

七（12 分）设 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}2&0&1\\0&-2&0\\1&0&2\end{pmatrix}$，（1）求正交矩阵 $\boldsymbol{Q}$ 和对角矩阵 $\boldsymbol{\varLambda}$，使 $\boldsymbol{Q}^{-1}\boldsymbol{AQ}=\boldsymbol{\varLambda}$.

（2）在空间直角坐标系中，方程 $2x^2-2y^2+2z^2+2xz=1$ 表示什么曲面？

得　分

八（6 分）设 A 为三阶方阵，$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 为三元非零列向量，$A\alpha_1=0, A\alpha_2=\alpha_2$，$A\alpha_3=2\alpha_3$，$\beta_1=\alpha_1+\alpha_2, \beta_2=\alpha_2+\alpha_3, \beta_3=\alpha_1+2\alpha_3$，证明：向量组 β_1,β_2,β_3 线性无关。

得　分

九（8 分）设 $\boldsymbol{A}$ 为三阶对称的正交矩阵，$tr(\boldsymbol{A})>2$，证明：$\boldsymbol{A}=\boldsymbol{E}$.