主题：概率统计关键公式集锦 [5] 大数定律 中心极限定理

[5.1] 大数定律

1. $P\{|X-\mu|\geq\varepsilon\}\leq\frac{\sigma^2}{\varepsilon^2}$，$\forall\varepsilon>0$

$P\{|X-\mu|<\varepsilon\}\geq 1-\frac{\sigma^2}{\varepsilon^2}$

2. $\lim\limits_{n\to\infty}P\{|X_n-a|\geq\varepsilon\}=0$ 即 $X_n\xrightarrow{P}a$

3. $\lim\limits_{n\to\infty}P\{|\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i-\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}E(X_i)|\geq\varepsilon\}=0$

4. $\lim\limits_{n\to+\infty}P\{|\frac{n_A}{n}-p|\geq\varepsilon\}=0$

5. $\lim\limits_{n\to+\infty}P\{|\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i-\mu|>\varepsilon\}=0$

$X_1,X_2,\ldots,X_n$ 独立同分布

[5.2] 中心极限定理

1. 独立同分布的中心极限定理

$$\lim_{n\to+\infty}P\left\{\frac{\sum_{i=1}^{n}X_i-n\mu}{\sqrt{n}\,\sigma}\leq x\right\}=\Phi(x)$$

总结：

日期： / /

主题：概率统计关键公式集锦[4.1]数学期望

[4.1.1] 离散型随机变量

1. $EX=\sum_{k=1}^{+\infty}x_k p_k$, $k=1,2,3\ldots$ [绝对收敛]

·证明 2. $X\sim B(n,p)$, $EX=np$

·证明 3. $X\sim P(\lambda)$, $EX=\lambda$

·证明 4. $X\sim G(p)$, $EX=\frac{1}{p}$

[4.1.2] 连续型随机变量

1. $E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty}xf(x)dx$ [绝对收敛]

2. $X\sim U(a,b)$, $E(X)=\frac{a+b}{2}$

·证明 3. $X\sim E(\lambda)$, $E(X)=\frac{1}{\lambda}$

[4.1.3] 随机变量函数

1. $Y=g(X)$, $E(Y)=E[g(X)]=\sum_{k=1}^{+\infty}g(x_k)p_k$, X离散

2. $Y=g(x)$, $E(Y)=E[g(x)]=\int_{-\infty}^{+\infty}g(x)f(x)dx$ X连续

[4.1.4] 二维随机变量函数

1. $Z=g(X,Y)$, $E(Z)=E[g(X,Y)]=\sum_{i=1}^{+\infty}\sum_{j=1}^{+\infty}g(x_i,y_i)p_{ij}$

2. $Z=g(X,Y)$, $E(Z)=E(g(X,Y))=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}g(x,y)f(x,y)dxdy$

3. $Z=g(X,Y)$, $E(X)=\sum_{i=1}^{\infty}\sum_{j=1}^{\infty}x_i p_{ij}$, $E(Y)=\sum_{i=1}^{\infty}\sum_{j=1}^{\infty}y_i p_{ij}$

4. $Z=g(X,Y)$, $E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}xf(x,y)dxdy$, $E(Y)=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}yf(x,y)dxdy$

[4.1.5] 数学期望性质

1. $E(X_1+X_2)=E(X_1)+E(X_2)$

2. $E(XY)=E(X)E(Y)$ 前提是XY相互独立

3. $E[g(x)h(y)]=E[g(x)]\cdot E[h(y)]$, 前提是XY相互独立

总结：

日期：　/　/

主题：

[4.2.1] 方差

1. $D(X)=E\{[X-E(X)]^2\}$ ，$\sigma_X=\sqrt{D(X)}$

2. $D(X)=E(X^2)-[E(X)]^2$

[4.2.2] 方差性质

1. $D(C)=0$ ，C为常数

2. $D(aX+b)=a^2D(X)$

3. $D(X+Y)=D(X)+D(Y)$ ，X、Y独立

[4.2.3] 常见方差和期望

1. 0-1　$E(X)=p$ ，$D(X)=pq$

2. $X\sim P(\lambda)$ $E(X)=\lambda$ ，$D(X)=\lambda$　　唯一确定

3. $X\sim G(P)$ $E(X)=\frac{1}{p}$ ，$D(X)=\frac{q}{p^2}$

4. $X\sim U(a,b)$ ，$E(X)=\frac{a+b}{2}$ ，$D(X)=\frac{(b-a)^2}{12}$

5. $X\sim E(\lambda)$ ，$E(X)=\frac{1}{\lambda}$ ，$D(X)=\frac{1}{\lambda^2}$　　唯一确定

总结：