姓名：__________

学号：__________

院系：__________

_____ 级_____ 班

装

订

线

大 连 理 工 大 学

课 程 名 称：线性代数与解析几何　　试卷：A　　考试形式：闭卷

授课院（系）：数学科学学院　考试日期：2015 年 6 月 24 日　试卷共 6 页

	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分
标准分	30	10	8	10	8	10	12	6	6	100
得　分										

得　分

一、（每小题 3 分，共 30 分）填空题

1. 设 $\boldsymbol{a}=[1,4,3]^T$, $\boldsymbol{b}=[1,-1,2]^T$ ，则 $(\boldsymbol{a}\boldsymbol{b}^T)^{100}=$ ________

2. 设 $\boldsymbol{A}$ 为三阶方阵，$|\boldsymbol{A}|=2$，则 $|\boldsymbol{A}^*+3\boldsymbol{A}^{-1}|=$ ____

3. 设 $\boldsymbol{a}_1,\boldsymbol{a}_2,\boldsymbol{a}_3$ 都是三元列向量， $\boldsymbol{A}=[\boldsymbol{a}_1,\boldsymbol{a}_2,\boldsymbol{a}_3]$, $\boldsymbol{B}=[\boldsymbol{a}_3,\boldsymbol{a}_2,-\boldsymbol{a}_1]$, $|\boldsymbol{A}|=2$，

   则 $|\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}|=$ ____

4. 设方阵 $\boldsymbol{A}$ 满足 $\boldsymbol{A}^2-\boldsymbol{A}=\boldsymbol{O}$, 则 $(\boldsymbol{A}-2\boldsymbol{E})^{-1}=$ ____________

5. 设 $\boldsymbol{A}$ 为三阶方阵，$r(\boldsymbol{A})=2$ ，$\boldsymbol{u}_1=[2,1,1]^T$ 和 $\boldsymbol{u}_2=[1,0,0]^T$ 是方程组 $\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}=\boldsymbol{b}$ 的两个解, 则方程组 $\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}=\boldsymbol{b}$ 的通解为 ________________

6. 设向量组 $\boldsymbol{a}_1,\boldsymbol{a}_2,\boldsymbol{a}_3,\boldsymbol{a}_4$ 线性无关，$\boldsymbol{b}_1=\boldsymbol{a}_1+\boldsymbol{a}_2, \boldsymbol{b}_2=2\boldsymbol{a}_2+\boldsymbol{a}_3, \boldsymbol{b}_3=3\boldsymbol{a}_3+\boldsymbol{a}_4, \boldsymbol{b}_4=4\boldsymbol{a}_4+k\boldsymbol{a}_1$ ，则向量组 $\boldsymbol{b}_1,\boldsymbol{b}_2,\boldsymbol{b}_3,\boldsymbol{b}_4$ 线性相关的充要条件是 k 满足 ______

7. 向量 $\boldsymbol{b}=\begin{bmatrix}3\\1\\4\end{bmatrix}$ 在基 $\boldsymbol{a}_1=\begin{bmatrix}1\\0\\2\end{bmatrix}, \boldsymbol{a}_2=\begin{bmatrix}2\\1\\4\end{bmatrix}, \boldsymbol{a}_3=\begin{bmatrix}3\\1\\5\end{bmatrix}$ 下的坐标向量为 ____

8. 设 $\boldsymbol{A}$ 为三阶方阵，$|\boldsymbol{A}|=0, \mathrm{tr}(\boldsymbol{A})=1, \mathrm{r}(2\boldsymbol{E}+\boldsymbol{A})=2$, 则 $|\boldsymbol{A}+\boldsymbol{E}|=$ _____

9. 二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+kx_2^2+4x_3^2+2x_1x_2+2x_1x_3+2kx_2x_3$ 为正定二次型的

充要条件是k满足 ________

10. 设$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} k & 2 & 2 & 2 \\ 2 & k & 2 & 2 \\ 2 & 2 & k & 2 \\ 2 & 2 & 2 & k \end{bmatrix}$，$r(\boldsymbol{A}^*)=1$，则$k$需满足 ________

得　分

二、（10 分）

（1）求过点$P_0(1,1,0)$且平行于向量$\vec{a}=2\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$和$\vec{b}=\vec{i}+2\vec{j}$的平面方程。

（2）将直线L的一般式方程$\begin{cases} x-y-z=0 \\ x+y-2z=2 \end{cases}$化为对称式方程。

得　分

三、（8 分）计算行列式

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}=$$

得　分

四、（10 分）已知向量组$\boldsymbol{a}_1=[1,-2,0,1]^T$, $\boldsymbol{a}_2=[-1,3,2,-2]^T$, $\boldsymbol{a}_3=[1,-1,2,0]^T$,

$\boldsymbol{a}_4=\left[0,1,3,1\right]^T, \boldsymbol{a}_5=\left[2,-6,-5,k\right]^T$ 的秩为3，求 k 及该列向量组的一个极大无关组，并将其它向量用该极大无关组线性表示

得 分

五、（8 分）设 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 3 \end{bmatrix}, \boldsymbol{X}=\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{X}+\boldsymbol{E}$ ，求 $\boldsymbol{X}$.

得 分

六、（10 分）当 a,b 满足什么条件时，方程组 $\begin{cases} x_1+x_2-x_3=0 \\ 2x_1+3x_2-x_3=b \\ -x_1-3x_2+ax_3=-2 \end{cases}$ 有唯一解；无解；有无穷多解？并在有无穷多解时，求该方程组的通解.

得　分

七、(12 分) 设 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & a & -1\\ 1 & -1 & 1\end{bmatrix}$ 与 $\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}2 & & \\ & 2 & \\ & & b\end{bmatrix}$ 相似，（1）求 a 和 b.

（2）求正交矩阵 $\boldsymbol{Q}$ ，使 $\boldsymbol{Q}^{-1}\boldsymbol{A}\boldsymbol{Q}=\boldsymbol{B}$.

（3）设 $\boldsymbol{u}=\left[x,y,z\right]^{T}$, 试问方程 $\boldsymbol{u}^{T}\boldsymbol{A}\boldsymbol{u}=1$ 表示什么曲面？

得　分

八、（6 分）设 $\boldsymbol{A}$ 为三阶实方阵，$\boldsymbol{A}$ 的每个元素都与其对应的代数余子式相等，$\left|\boldsymbol{A}\right|\neq 0$，证明：$\boldsymbol{A}$ 为正交矩阵.

得　分

九、（6 分）设 $\boldsymbol{A}$ 为三阶方阵，$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2$ 分别为 $\boldsymbol{A}$ 的特征值 -1 和 1 对应的特征向量，

$\boldsymbol{A}\boldsymbol{\alpha}_3=\boldsymbol{\alpha}_2+\boldsymbol{\alpha}_3$，证明：向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性无关.