1. 求 $\lim\limits_{x\to 0}(\cos x)^{\frac{1}{x^2}}$

解： $\lim\limits_{x\to 0}(\cos x)^{\frac{1}{x^2}}=e^{\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln\cos x}{x^2}}=e^{\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(1+\cos x-1)}{x^2}}$

$$=e^{\lim\limits_{x\to 0}\frac{\cos x-1}{x^2}}=e^{-\frac{1}{2}}$$

2. 求 $\lim\limits_{x\to 0}(2\sin x+\cos x)^{\frac{1}{x}}$

解： $\lim\limits_{x\to 0}(2\sin x+\cos x)^{\frac{1}{x}}=e^{\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(1+2\sin x+\cos x-1)}{x}}=e^{\lim\limits_{x\to 0}\frac{2\sin x+\cos x-1}{x}}$

$$=e^{\lim\limits_{x\to 0}\frac{2\sin x}{x}+\lim\limits_{x\to 0}\frac{\cos x-1}{x}}=e^2$$

$x\to 0$， $a^x-1\sim x\ln a$ $\Rightarrow$ $n\to\infty$， $a^{\frac{1}{n}}-1\sim\frac{1}{n}\ln a$， $a^{\frac{2}{n}}-1\sim\frac{2}{n}\ln a$

$x\to 0$， $\ln(1+x)\sim x$ $\Rightarrow$ $n\to\infty$， $\ln(1+\frac{1}{n})\sim\frac{1}{n}$， $\ln(1+\frac{2}{n})\sim\frac{2}{n}$

3. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^3-3}{n^2+2}\ln(1+\frac{5}{n})=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^3-3}{n^2+2}\cdot\frac{5}{n}=5$