

01

E. D. Fonseca

E. Paez

Tensoros



Universidad
Industrial de
Santander

02

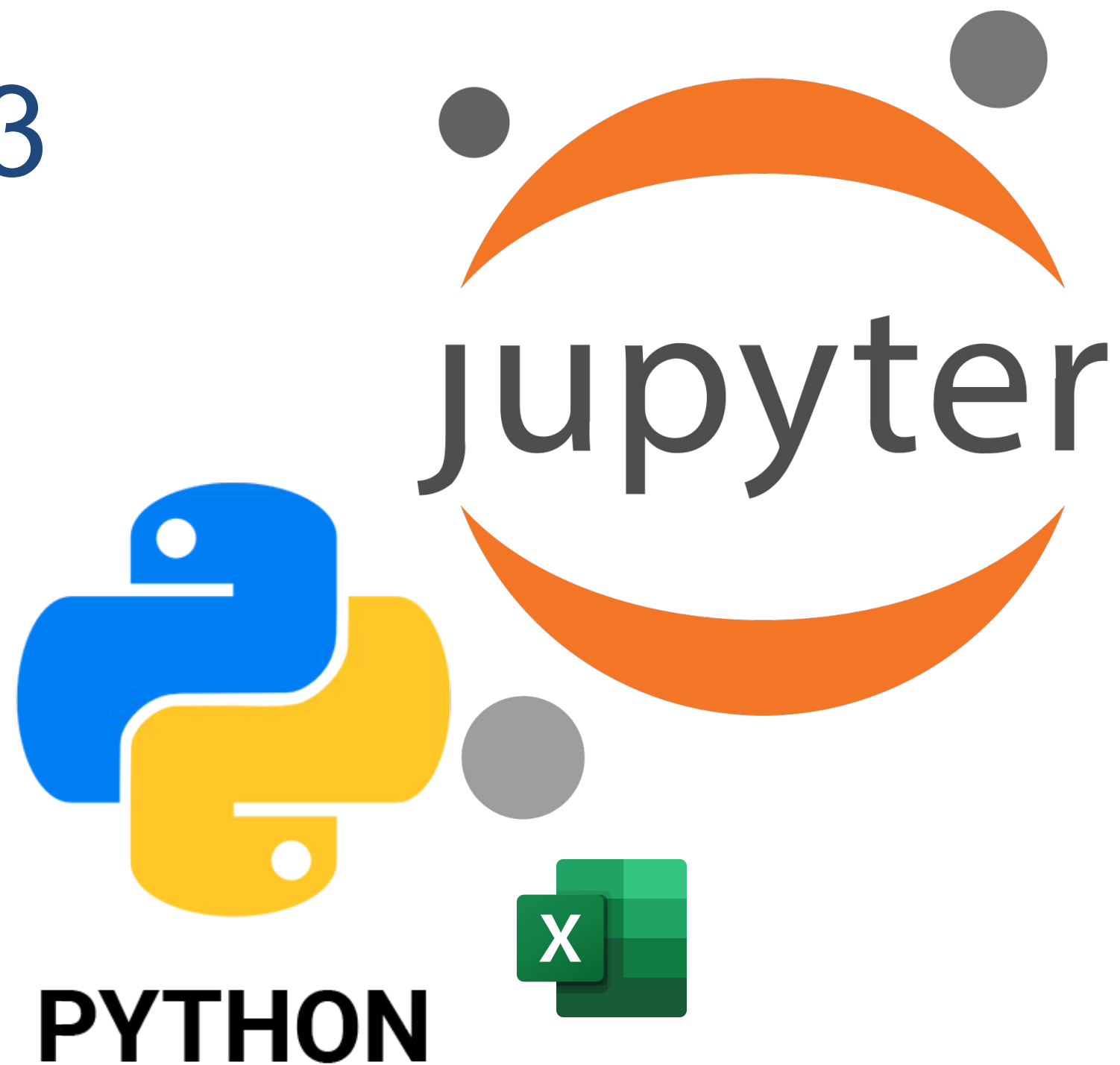
Problema 1

Sistema de masa y partículas en un espacio 3D

Problema 2

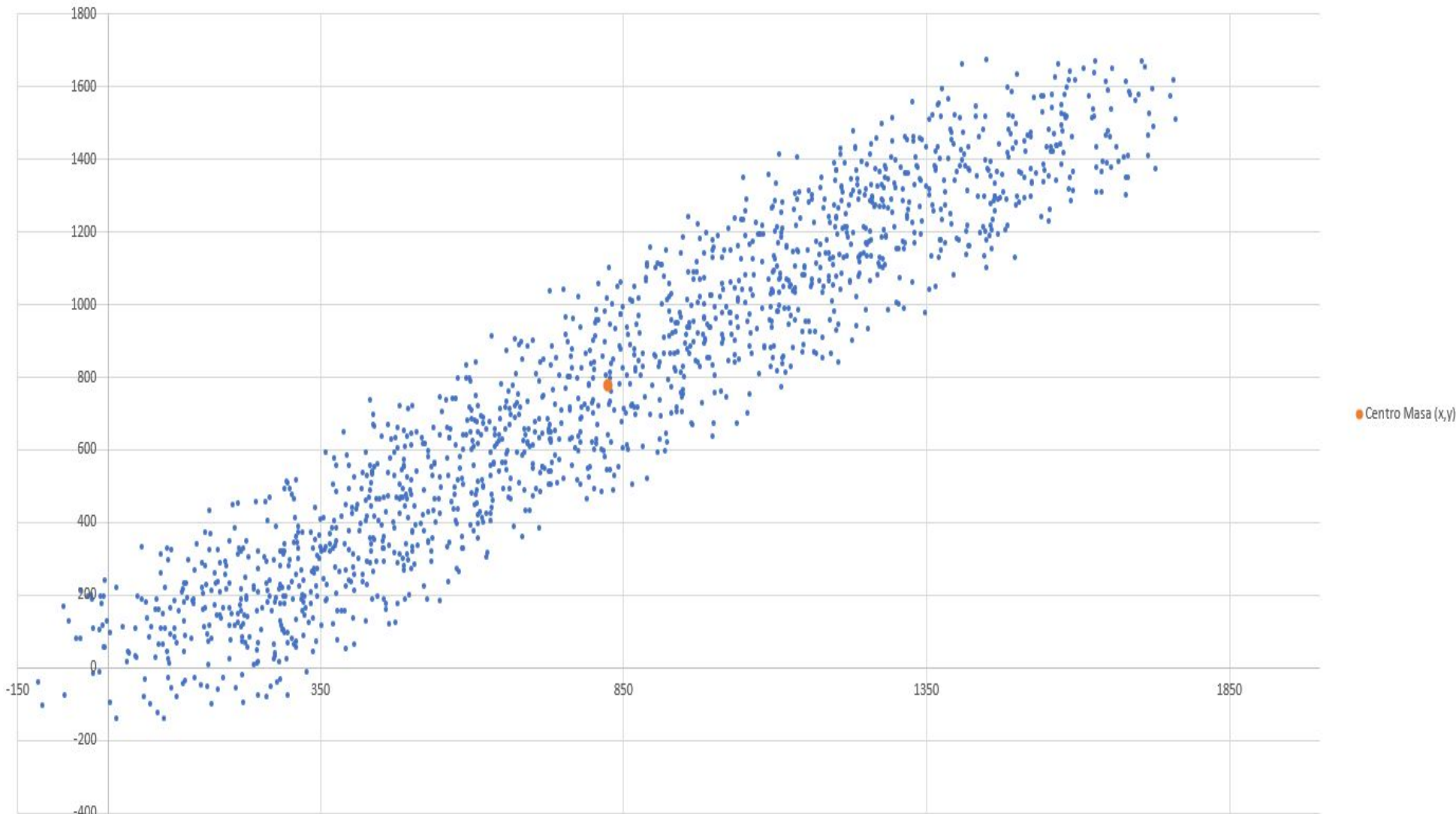
Datos del banco mundial en PIB para Colombia

03



Librerias

```
pandas as pd  
matplotlib.pyplot as mpl  
matplotlib.ticker as tk  
seaborn as sns  
pylab as pl  
numpy as np  
from scipy.special import legendre  
math  
xlrd
```

Representación Gráfica, partículas en 2 ejes con centro geométrico



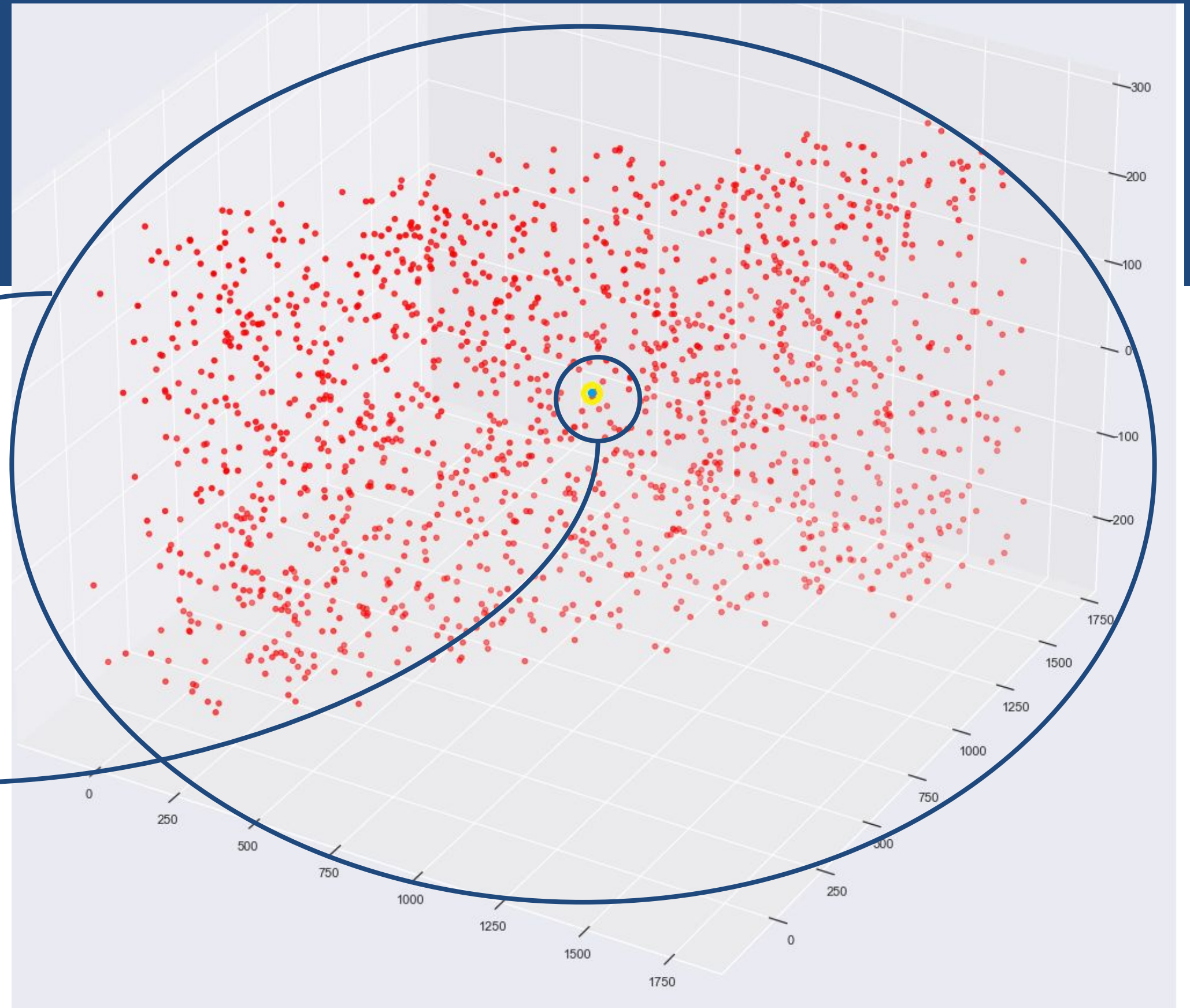
Análisis de Datos

Particulas	Masa	X	Y	Z
1	2	-53	-79	-91
2	2	13	-142	-177
3	2	-109	-103	-120
1531	5	1626	1537	96
1532	2	1390	1480	160
1533	2	1717	1464	-59

Distribuciones de partículas con sus respectivas masas

05

- El momento de Orden 0: Masa total del sistema: 4627 unidades de masa.
- El momento de Orden 1: El centro de masa del sistema de partículas.
 $X = 895.46$, $Y = 782.75$, $Z = -7.32$.



Representación gráfica en 3 coordenadas para las distintas masas.

Momento de orden 2

	X	Y
X	203443.473209	193035.028595
Y	193035.028595	204342.264470

Autovalores

10857.31713696	396928.42054204
----------------	-----------------

Autovectores

-0.70792939	-0.70628321
0.70628321	-0.70792939

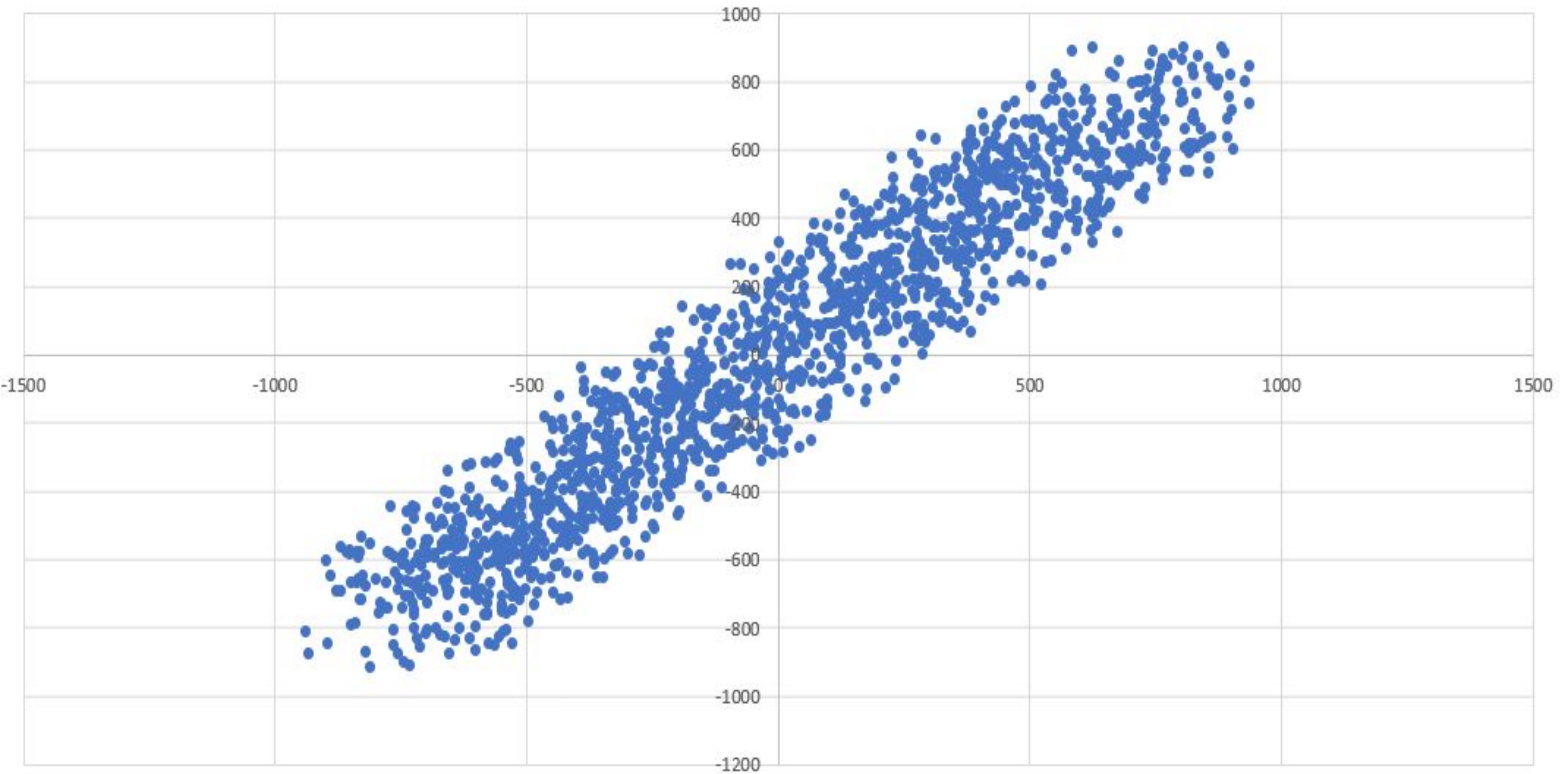
Matriz de
transformación

```
np.linalg.inv(vectores4)
```

```
array([[ -0.70792939,  0.70628321],  
       [ -0.70628321, -0.70792939]])
```


Datos trasladados al nuevo centro de masa

07



Momento de orden 2			
	X	Y	Z
X	203443.473209	193035.028595	-968.048609
Y	193035.028595	204342.264470	-340.63212
Z	-968.048609	-340.63212	22371.302129
Autovalores			
	396930.70420421	10840.1618179	22386.17378589
Autovectores			
	0.70628307	0.70746848	-0.02554537
	0.70792522	-0.70569295	0.02897144
	-0.00246919	0.03854625	0.99925377

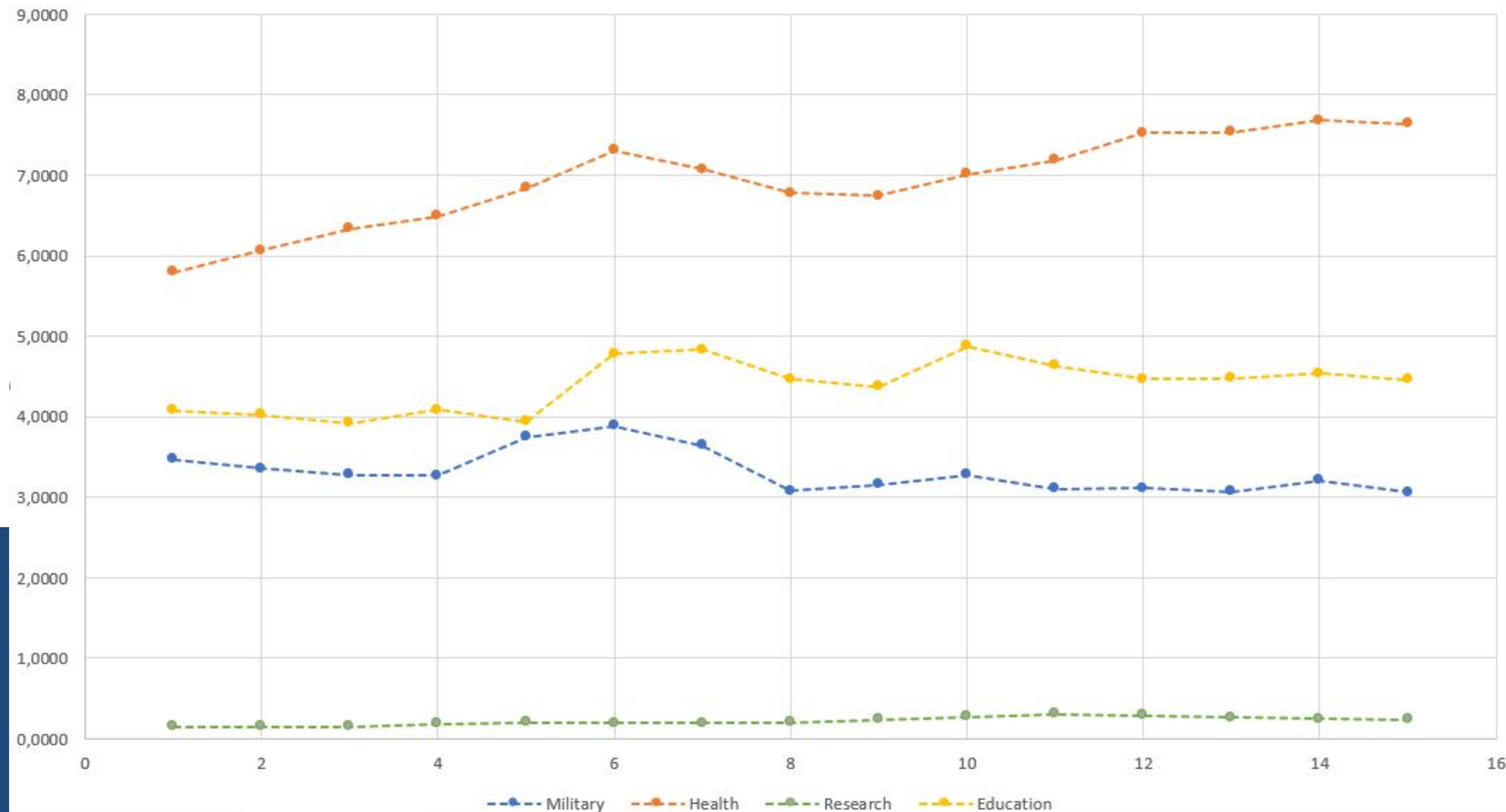
08

Análisis de Datos

Tabla de datos Banco Mundial para
porcentaje de PIB invertido en

Datos banco Mundial 2004-2018				
Año	Militar	Salud	Investigación	Educación
2004	3,4650	5,7989	0,1535	4,0793
2005	3,3529	6,0671	0,1513	4,0210
2006	3,2761	6,3355	0,1499	3,9167
2007	3,2667	6,4910	0,1850	4,0830
2008	3,7446	6,8419	0,2016	3,9388
2009	3,8854	7,3113	0,1960	4,7765
2010	3,6428	7,0713	0,1953	4,8338
2011	3,0816	6,7808	0,2063	4,4661
2012	3,1590	6,7460	0,2340	4,3704
2013	3,2744	7,0172	0,2713	4,8786
2014	3,1083	7,1855	0,3056	4,6295
2015	3,1100	7,5234	0,2898	4,4704
2016	3,0711	7,5312	0,2669	4,4772
2017	3,2091	7,6786	0,2429	4,5355
2018	3,0621	7,6398	0,2370	4,4575

09



Representación gráfica de los valores de la tabla anterior.

df3.cov()

	Military	Health	Research	Education
Military	0.067496	-0.032281	-0.006362	-0.000677
Health	-0.032281	0.332120	0.021801	0.120600
Research	-0.006362	0.021801	0.002501	0.009748
Education	-0.000677	0.120600	0.009748	0.103029

Matriz de covarianza

Suma diagonal matriz de covarianza.
0.505146

df3.corr()

	Military	Health	Research	Education
Military	1.000000	-0.215604	-0.489671	-0.008114
Health	-0.215604	1.000000	0.756396	0.651958
Research	-0.489671	0.756396	1.000000	0.607257
Education	-0.008114	0.651958	0.607257	1.000000

Matriz de correlación

Autovalores

0.38825238 0.07193011 0.04429485 0.00066989

Suma total autovalores 0,50514723

Autovectores

0.09408332	-0.85910103	-0.497602	0.07406754
-0.9142683	0.11920111	-0.38490038	-0.04190777
-0.0630515	0.04657868	0.05581949	0.99535879
-0.38895541	-0.49554711	0.77532453	-0.04492904

Los ejes principales de inercia son precisamente las rectas o ejes
formadas por vectores propios del tensor de inercia

- Se observa que para el caso del sistema de partículas se puede hallar cada uno de los momentos correspondientes a la masa total del sistema, el centro de masa del sistema y los vectores de transformación para trasladar los ejes al punto de centro de masa con los autovectores.
- Se observa que el gasto público en defensa ha disminuido a través del tiempo, el gasto en salud y educación son los mayores gastos dentro de estos items, además se observa que para el item de investigación se tiene la menor inversión.