



Parte II del Proyecto: Formulación e Implementación Especializada-Proyecto C

Kevin David Alvarez Romero
Universidad de los Andes
k.alvarezr@uniandes.edu.co
202022834

Andrés Santiago Neira Socha
Universidad de los Andes
a.neiras@uniandes.edu.co
202123126

Nicolas Ballen
Universidad de los Andes
n.ballen1@uniandes.edu.co
202310273

I. RECUENTO DEL PROBLEMA FUNDAMENTAL

I-A. Identificación y descripción de los elementos comunes presentes en todos los problemas de optimización de rutas de LogistiCO

Todos los problemas de optimización de rutas planteados por LogistiCo comparten una estructura matemática y operativa común basada en cinco elementos fundamentales. En primer lugar, existe un conjunto de ubicaciones a servir, conformado por clientes con demandas específicas y centros de distribución que actúan como puntos de origen y retorno de los vehículos. En segundo lugar, se considera una flota de vehículos heterogénea, cada uno con capacidad máxima de carga y autonomía limitada, que condicionan las rutas posibles y la cantidad total de demanda que puede ser atendida por viaje. En tercer lugar, se modela una red de conexiones entre ubicaciones, representada por un grafo dirigido y fuertemente conectado, en el cual cada par de nodos posee una distancia y un costo asociado que depende de los factores operativos y del tipo de vehículo. En cuarto lugar, el modelo incorpora restricciones de capacidad y de alcance operativo, que garantizan la factibilidad física de las soluciones evitando sobrecargas o recorridos que excedan la autonomía. Finalmente, el elemento universal que guía la formulación es un objetivo de minimización de costos totales, que integra los costos de transporte, combustible, mantenimiento y operación diaria, buscando la asignación y ruteo más eficiente posible de los vehículos para satisfacer toda la demanda con el menor costo global.

I-B. Caso Base

El problema fundamental de optimización de rutas multi-vehículo con restricciones de capacidad y alcance consiste

en determinar el conjunto de rutas óptimas que una flota de vehículos debe seguir para atender la demanda de un conjunto de clientes geográficamente distribuidos, minimizando el costo total de operación. Cada vehículo parte desde un centro de distribución, visita uno o varios clientes y retorna al punto de origen, cumpliendo con dos restricciones principales: la capacidad máxima de carga, que limita la cantidad total de demanda que puede transportar, y la autonomía o alcance operativo, que restringe la distancia total que puede recorrer antes de requerir reabastecimiento. El problema se formula sobre una red de ubicaciones interconectadas mediante arcos con costos asociados, reflejando las distancias, los consumos de combustible y otros costos proporcionales al desplazamiento. Este tipo de modelos busca balancear la eficiencia logística y la factibilidad técnica de las operaciones, garantizando que cada cliente sea atendido una sola vez y que cada ruta sea cerrada, partiendo y terminando en el mismo centro de distribución. En conjunto, esta abstracción representa la base de los problemas de planificación de transporte en LogistiCo y constituye el núcleo de su formulación matemática base.

I-C. Proyecto C-Caso de Distribución Nacional

Por nuestro lado, aparte del modelo general, nos vemos en la necesidad de ajustar un nuevo modelo orientado a rutas de distribución nacional a lo largo de diferentes municipios del país. Esto por supuesto implicando rutas de mayor longitud, así como flotas de vehículos más complejas:

I-C1. Caso 2-Inclusión de Estaciones de Servicio: : A diferencia de la implementación general, donde cada vehículo se sirve de una autonomía fija (un solo tanque de gasolina) el caso 2 del proyecto C contempla estaciones de servicio ubicadas a lo largo de los diferentes municipios de los clien-

tes, dentro de las cuales los vehículos pueden recargar sus tanques de combustible. Como resultado, la autonomía final de cada vehículo puede variar con respecto a las recargas que realice, así como el costo de combustible final (tomando en consideración cambios de precio por estación).

I-C2. Caso 3-Inclusión de Peajes y Límites de Peso: : Finalmente, el caso 3 asume los previos casos más los costos de los peajes por los cuales los vehículos puedan pasar para llegar a sus clientes. Estos peajes asumirán una tarifa base que todo vehículo debe pagar, así como una variable en base al peso de la carga que transporten al momento de pasar por el peaje. Adicionalmente, este mismo peso se tomará en consideración, siendo ahora necesario que el vehículo no transporte más peso del que permite la legislación del municipio correspondiente. De lo contrario, no podrá pasar por los peajes del mismo.

II. FORMULACIONES MATEMÁTICAS

II-A. Definición del Problema

El problema base de LogistiCo consiste en optimizar la planificación de rutas de una flota de vehículos encargados de atender las demandas de un conjunto de clientes geográficamente distribuidos. El objetivo es minimizar el costo operativo total asociado a las distancias recorridas, considerando los costos de combustible, transporte, mantenimiento y operación diaria.

Cada vehículo parte desde un centro de distribución, atiende uno o varios clientes y retorna a dicho centro, respetando su capacidad máxima de carga y su autonomía. La red logística se modela como un grafo dirigido y fuertemente conectado $G = (N)$, donde los nodos representan ubicaciones (clientes, estaciones, peajes y/o centros de distribución) y todas las conexiones entre pares de nodos se consideran posibles.

II-B. Supuestos del Modelo

- La red logística se modela como un grafo dirigido y fuertemente conectado, garantizando que exista al menos un camino entre cualquier par de nodos. (la implementación real habría de tener registro de los caminos o conexiones reales entre cada nodo, así como su cardinalidad).
- Cada cliente presenta una demanda fija y conocida, y cada vehículo tiene una capacidad máxima de carga que no puede superarse.
- Cada vehículo parte y termina en un mismo centro de distribución, realizando exactamente una ruta cerrada.
- Cada cliente debe ser atendido exactamente una vez por la flota. Es decir, ningún cliente será visitado por más de un vehículo.
- Se comprende un costo fijo de activación por cada vehículo utilizado dentro de las rutas (caso 2 y 3).

- Se comprenden costos variables de distancia y tiempo de operación por vehículo.
- De acuerdo al proyecto/caso, se comprenderán costos variables por combustible y/o peajes usados.
- Se asume que los vehículos operan a plena carga al inicio de su recorrido y con total rendimiento de combustible, independiente de su carga.
- Desconociendo la velocidad real de los vehículos, o la proporción que hay entre su carga y la misma, asumiremos una velocidad promedio de 80 km/h.
- Cada vehículo comprende una autonomía, es decir, el máximo de kilómetros que puede recorrer con su tanque lleno. Dado que asumimos una eficiencia/rendimiento total del combustible (km/gal), el tamaño del tanque de cada vehículo se calculará a partir de estos dos parámetros: $tanq_v = a_v / e_{combustible}$
- El alcance operativo total de todos los vehículos de la flota es suficiente para suplir todas las demandas.

II-C. Caso Base

II-C1. Conjuntos:

- CD : Conjunto de centros de distribución.
- U : Conjunto de clientes a atender.
- V : Conjunto de vehículos disponibles.
- $N = CD \cup U$: Conjunto total de nodos del sistema.

II-C2. Parámetros:

- d_{ij} : Distancia entre los nodos i y j (definidas por las coordenadas de i y j) [km].
- $demanda_i$: Demanda del cliente i , donde $i \in U$ [kg].
- $carga_v$: Capacidad máxima de carga del vehículo v [kg].
- A_v : Autonomía máxima del vehículo v [km].
- R_v : Rendimiento de combustible del vehículo v [km/gal].
- C_f : Costo del combustible [COP/gal].

II-C3. Variables de Decisión:

- $X_{ijv} = \begin{cases} 1, & \text{si el vehículo } v \text{ viaja directamente de } i \text{ a } j, \\ 0, & \text{en caso contrario.} \end{cases}$
- Y_{iv} : Posición u orden del cliente o cruce i en la ruta del vehículo v .

$$Y_{ij} \in Z^+, \quad \forall i, j \in (U \cup I), i \neq j, \forall v \in V \quad (1)$$

:

II-C4. Función Objetivo:

$$\min \left(\sum_{v \in V} \sum_{i \in N} \sum_{\substack{j \in N \\ i \neq j}} X_{ijv} d_{ij} \left(\frac{C_f}{R_v} \right) \right) \quad (2)$$

Interpretación: La función objetivo minimiza el costo operativo total de las rutas, integrando los costos de combustible,

transporte, mantenimiento y operación diaria, ponderados por las distancias recorridas.

II-C5. Restricciones:

■ Restricción de autonomía:

$$\sum_{i \in N} \sum_{\substack{j \in N \\ i \neq j}} d_{ij} X_{ijv} \leq A_v, \quad \forall v \in V \quad (3)$$

Esta restricción garantiza que la distancia total recorrida por cada vehículo no exceda su autonomía máxima. Dado que no existen estaciones de recarga intermedias, el vehículo debe completar toda su ruta con un solo tanque de combustible.

■ Restricción de capacidad:

$$\sum_{i \in U} \sum_{j \in N} X_{ijv} * demanda_i \leq carga_v, \quad \forall v \in V \quad (4)$$

Asegura que la suma de las demandas atendidas por un vehículo no supere su capacidad máxima de carga. Esto evita la sobrecarga y garantiza rutas físicamente factibles.

■ Restricción de inicio y fin en un centro de distribución (caso general):

$$\sum_{j \in (U \cup I)} X_{ijv} = 1, \quad \forall i \in CD, \forall v \in V \quad (5)$$

$$\sum_{i \in (U \cup I)} X_{jiv} = 1, \quad \forall j \in CD, \forall v \in V \quad (6)$$

Cada vehículo debe salir exactamente una vez desde un centro de distribución y regresar una sola vez a él, formando un ciclo cerrado de operación.

Caso particular (modelo base con un solo centro de distribución):

$$\sum_{j \in (U \cup I)} X_{cd_0,j,v} = 1, \quad \sum_{i \in (U \cup I)} X_{i,cd_0,v} = 1, \quad \forall v \in V \quad (7)$$

En el modelo base de LogistiCo solo existe un centro de distribución cd_0 , por lo que todas las rutas comienzan y terminan en dicho nodo.

■ Restricción de no repetición de clientes:

$$\sum_{v \in V} \sum_{i \in U} X_{ijv} = 1, \quad \forall j \in U_{i!=j} \quad (8)$$

Cada cliente debe ser atendido una sola vez por la flota completa. Esto evita duplicaciones de entrega y garantiza cobertura completa. De igual forma, esto busca asegurar que todo cliente, y por ende toda demanda, sea cubierta.

■ Restricción de continuidad del flujo:

$$\sum_{i \in N} X_{ijv} = \sum_{k \in N} X_{jkv}, \quad \forall j \in (U \cup I), \forall v \in V \quad (9)$$

Si un vehículo llega a un nodo cliente o cruce/intersección, debe salir también de él. Esto asegura que las rutas sean coherentes y no existan nodos intermedios desconectados.

■ Restricciones de eliminación de ciclos (MTZ):

$$Y_{iv} - Y_{jv} + |(U \cup I)| X_{ijv} \leq |(U \cup I)| - 1, \quad \forall i, j \in U, i \neq j, \forall v \in V \quad (10)$$

$$1 \leq Y_{iv} \leq |(U \cup I)|, \quad \forall i \in (U \cup I), \forall v \in V \quad (11)$$

$$Y_{cd_0,v} = 0, \quad \forall v \in V \quad (12)$$

Las variables Y_{iv} representan el orden de visita del cliente i en la ruta del vehículo v . Estas restricciones impiden la formación de ciclos internos o subtours que no incluyan el centro de distribución.

■ Dominio de las variables:

$$X_{ijv} \in \{0, 1\}, \quad \forall i, j \in N, i \neq j, \forall v \in V \quad (13)$$

$$Y_{iv} \geq 0, \quad \forall i \in U, \forall v \in V \quad (14)$$

Define la naturaleza de las variables del modelo: X_{ijv} es binaria, indicando si un vehículo recorre un arco, mientras que Y_{iv} es continua o entera, representando la posición relativa de los clientes en la ruta.

II-C6. Tipo de Problema: El modelo propuesto corresponde a un **Problema de Programación Entera Mixta (MIP)** con función objetivo lineal, restricciones lineales y variables binarias para decisiones de ruteo.

II-D. Caso 2 - Estaciones de Recarga

II-D1. Definición del Problema: El segundo caso de LogistiCo amplía el modelo base incorporando el componente de **reabastecimiento estratégico de combustible**, con el fin de representar un sistema logístico nacional con recorridos de largo alcance. En este escenario, los vehículos (tractomulas) deben planificar sus rutas desde un único centro de distribución (puerto de origen), atendiendo un conjunto de clientes distribuidos geográficamente y considerando la posibilidad de realizar paradas en estaciones de servicio con precios variables de combustible.

El objetivo consiste en minimizar el costo operativo total, incluyendo:

- Costos fijos de activación de vehículos.
- Costos proporcionales a la distancia y al tiempo de recorrido.
- Costos de combustible asociados a las decisiones de repostaje.

El problema se modela como un grafo dirigido y completamente conectado $G = (N, A)$, donde los nodos representan el centro de distribución, los clientes y las estaciones de combustible, mientras que los arcos representan los posibles trayectos entre ubicaciones.

II-D2. Supuestos del Modelo:

- La red logística está representada por un grafo dirigido $G = (N, A)$, donde todo nodo es alcanzable desde cualquier otro.
- Cada cliente tiene una demanda fija y conocida, y debe ser atendido exactamente una vez.
- Existe un único centro de distribución desde el cual parten y al cual retornan todos los vehículos.
- Los vehículos son homogéneos en rendimiento y velocidad, pero pueden diferir en capacidad y autonomía.
- Los vehículos inician su recorrido con el tanque lleno.
- El combustible se consume proporcionalmente a la distancia recorrida.
- Las estaciones de recarga presentan precios de combustible variables, conocidos de antemano.
- El vehículo puede decidir repostar en una estación cualquiera, siempre que no exceda su capacidad de tanque.
- El rendimiento de combustible (km/gal) es constante y no depende de la carga.
- El recorrido de cada vehículo debe ser una ruta cerrada, sin ciclos internos.

II-D3. Conjuntos:

- CD : Conjunto de centros de distribución (único en este caso).
- U : Conjunto de clientes a atender.
- E : Conjunto de estaciones de recarga disponibles.
- V : Conjunto de vehículos disponibles.
- $N = CD \cup U \cup E$: Conjunto total de nodos del sistema.

II-D4. Parámetros:

- d_{ij} : Distancia entre los nodos i y j [km].
- t_{ij} : Tiempo de viaje entre los nodos i y j [min].
- $demanda_i$: Demanda del cliente i [kg].
- $capacidad_v$: Capacidad máxima de carga del vehículo v [kg].
- $rango_v$: Autonomía máxima del vehículo v [km].
- eff : Eficiencia promedio de combustible (km/gal).
- C_{fijo} : Costo fijo de activación del vehículo [COP/vehículo].
- C_{dist} : Costo por kilómetro recorrido [COP/km].
- C_{time} : Costo por minuto de operación [COP/min].
- $C_{fuel,i}$: Precio del combustible en la estación i , donde $i \in E$ [COP/gal].

II-D5. Variables de Decisión:

- $X_{ijv} = \begin{cases} 1, & \text{si el vehículo } v \text{ viaja directamente de } i \text{ a } j, \\ 0, & \text{en caso contrario.} \end{cases}$
- Y_{iv} : Variable auxiliar que representa el orden de visita del nodo i en la ruta del vehículo v .
- R_{iv} : Cantidad de combustible repostado por el vehículo v en la estación i [gal].

- F_{iv} : Nivel de combustible restante en el vehículo v al llegar al nodo i [gal].

$$\bullet Z_v = \begin{cases} 1, & \text{si el vehículo } v \text{ es activado en la planificación,} \\ 0, & \text{en caso contrario.} \end{cases}$$

II-D6. Función Objetivo:

$$\sum_{v \in V} \left[C_{fijo} Z_v + \sum_{i \in N} \sum_{\substack{j \in N \\ i \neq j}} X_{ijv} (C_{dist} d_{ij} + C_{time} t_{ij}) + \sum_{i \in E} R_{iv} C_{fuel,i} \right] \quad (15)$$

Interpretación: La función objetivo minimiza el costo total de operación logística considerando:

- Un costo fijo por la activación de cada vehículo.
- Un costo variable proporcional a la distancia y al tiempo de recorrido.
- Un costo variable asociado al consumo y repostaje de combustible, ponderado por el precio de cada estación.

II-D7. Restricciones:

■ Restricción de inicio y fin en el centro de distribución:

$$\sum_{j \in N, j \neq cdo} X_{cd0jv} = Z_v, \quad \sum_{i \in N, i \neq cdo} X_{icd0v} = Z_v, \quad \forall v \in V \quad (16)$$

Cada vehículo activo debe salir exactamente una vez del centro de distribución y regresar a él.

■ Restricción de cobertura de clientes:

$$\sum_{v \in V} \sum_{i \in N, i \neq j} X_{ijv} = 1, \quad \forall j \in U \quad (17)$$

Todo cliente debe ser atendido exactamente una vez por algún vehículo.

■ Restricción de flujo de continuidad:

$$\sum_{i \in N, i \neq j} X_{ijv} = \sum_{k \in N, k \neq j} X_{jkv}, \quad \forall j \in N, \forall v \in V \quad (18)$$

Si un vehículo llega a un nodo, debe salir también de él, garantizando rutas conectadas.

■ Restricción de capacidad de carga:

$$\sum_{i \in U} demanda_i \left(\sum_{j \in N} X_{ijv} \right) \leq capacidad_v, \quad \forall v \in V \quad (19)$$

Asegura que ningún vehículo transporte más carga que su límite físico.

■ Restricción de balance de combustible:

$$F_{jv} \geq F_{iv} - \frac{d_{ij}}{eff} + R_{jv} - M(1 - X_{ijv}), \quad \forall i, j \in N, i \neq j, \forall v \in V \quad (20)$$

odela la evolución del nivel de combustible en cada vehículo a lo largo de su recorrido. El término F_{iv} representa el nivel de combustible disponible al llegar al nodo

i , mientras que F_{jv} denota el nivel restante al llegar al nodo siguiente j . El consumo de combustible se calcula como $\frac{d_{ij}}{eff}$, donde eff es la eficiencia promedio (km/gal), y R_{jv} representa la cantidad de combustible repostado en el nodo j . El término $M(1 - X_{ijv})$ corresponde a una constante de relajación que desactiva la restricción cuando el arco $i \rightarrow j$ no es recorrido, permitiendo mantener la linealidad del modelo sin imponer condiciones innecesarias.

- **Restricción de capacidad del tanque:**

$$F_{iv} \leq \frac{rango_v}{eff}, \quad \forall i \in N, \forall v \in V \quad (21)$$

Asegura que el nivel de combustible nunca supere el tamaño del tanque del vehículo.

- **Restricción de nivel inicial de combustible:**

$$F_{cd_0,v} = \frac{rango_v}{eff}, \quad \forall v \in V \quad (22)$$

Los vehículos parten del centro de distribución con el tanque lleno.

- **Restricción de repostaje solo en estaciones:**

$$R_{iv} = 0, \quad \forall i \notin E, \forall v \in V \quad (23)$$

El repostaje de combustible solo puede realizarse en los nodos designados como estaciones.

- **Restricciones de eliminación de ciclos (MTZ):**

$$Y_{iv} - Y_{jv} + |N| X_{ijv} \leq |N| - 1, \quad \forall i, j \in N \setminus CD, i \neq j, \forall v \in V \quad (24)$$

$$1 \leq Y_{iv} \leq |N|, \quad \forall i \in N \setminus CD, \forall v \in V \quad (25)$$

Estas restricciones evitan la formación de subciclos entre clientes o estaciones, garantizando rutas únicas.

- **Dominio de las variables:**

$$X_{ijv} \in \{0, 1\}, \quad \forall i, j \in N, i \neq j, \forall v \in V \quad (26)$$

$$Y_{iv} \geq 0, \quad R_{iv} \geq 0, \quad F_{iv} \geq 0, \quad \forall i \in N, \forall v \in V \quad (27)$$

$$Z_v \in \{0, 1\}, \quad \forall v \in V \quad (28)$$

Definen la naturaleza de las variables del modelo: binarias para decisiones de ruteo y activación, y continuas para niveles y recargas de combustible.

II-D8. Tipo de Problema: El modelo formulado corresponde a un **Problema de Programación Entera Mixta (MIP)** de naturaleza no capacitada con repostaje estratégico, en el que se minimizan simultáneamente los costos fijos de activación y los costos variables de distancia, tiempo y combustible. Las restricciones son lineales y el modelo considera tanto variables binarias como continuas para representar el ruteo y la dinámica del combustible.

II-E. Caso 3 - Peajes y Límites de Peso

II-E1. Definición del Problema: El caso 3 extiende la formulación base incorporando elementos adicionales de la operación logística real, como los peajes con tarifas dependientes del peso, las restricciones de peso en algunos municipios y la evolución dinámica del peso del vehículo conforme se entregan las cargas. Cada tractomula inicia su recorrido con el tanque lleno y la carga completa, y debe decidir tanto su ruta, como los puntos de repostaje y el orden de entregas, para minimizar el costo total de operación. El sistema se representa mediante un grafo dirigido $G = (N)$, donde los nodos incluyen el centro de distribución, los clientes, las estaciones de recarga y los peajes.

II-E2. Supuestos del Modelo:

- La red logística es un grafo dirigido y fuertemente conectado.
- Cada vehículo inicia su ruta desde el centro de distribución con tanque lleno y carga total.
- El peso total del vehículo disminuye conforme se entregan mercancías, afectando los costos de peaje y las restricciones municipales.
- Algunos municipios restringen el acceso de vehículos que excedan un peso máximo permitido.
- Los peajes tienen un costo fijo y un costo variable proporcional al peso del vehículo.
- La eficiencia del combustible es constante e igual a $ef = 9$ km/gal.
- Un vehículo puede ser activado o no; la variable de activación A_v controla su uso en el modelo.

II-E3. Conjuntos:

- CD : Conjunto de centros de distribución.
- U : Conjunto de clientes.
- E : Conjunto de estaciones de recarga.
- P : Conjunto de peajes.
- V : Conjunto de vehículos.
- $N = CD \cup U \cup E \cup P$: Conjunto total de nodos.

II-E4. Parámetros:

- d_{ij} : Distancia entre los nodos i y j [km].
- t_{ij} : Tiempo estimado de viaje entre los nodos i y j [min].
- $demanda_i$: Demanda del cliente i [kg].
- cap_v : Capacidad máxima de carga del vehículo v [kg].
- $rango_v$: Autonomía máxima del vehículo v [km].
- ef : Eficiencia del combustible [km/gal].
- $precio_e$: Precio del combustible en la estación e [COP/gal].
- B_p : Tarifa base del peaje p [COP].
- R_p : Tarifa variable por tonelada del peaje p [COP/ton].
- W_i^{max} : Peso máximo permitido en el municipio i [kg].

- C_{fijo} : Costo fijo de activación del vehículo [COP].
- C_{dist} : Costo por kilómetro recorrido [COP/km].
- C_{time} : Costo por hora de operación [COP/h].

II-E5. Variables de Decisión:

- $X_{ijv} = \begin{cases} 1, & \text{si el vehículo } v \text{ viaja directamente de } i \text{ a } j, \\ 0, & \text{en caso contrario.} \end{cases}$
- $Y_{iv} = \begin{cases} 1, & \text{si el vehículo } v \text{ visita el nodo } i, \\ 0, & \text{en caso contrario.} \end{cases}$
- $A_v = \begin{cases} 1, & \text{si el vehículo } v \text{ es activado para una ruta,} \\ 0, & \text{en caso contrario.} \end{cases}$
- F_{iv} : Nivel de combustible del vehículo v al llegar al nodo i [gal].
- R_{iv} : Combustible repostado en el nodo i [gal].
- $Carga_{iv}$: Carga restante del vehículo v al llegar al nodo i [kg].

$$\sum_{v \in V} \left[C_{fijo} \cdot A_v + \sum_{i \in N} \sum_{\substack{j \in N \\ i \neq j}} \left(C_{dist} \cdot d_{ij} + C_{time} \cdot \frac{t_{ij}}{60} \right) X_{ijv} + \sum_{e \in E} R_{ev} \cdot precio_e + \sum_{p \in P} \left(B_p + \frac{Carga_{pv}}{1000} \cdot R_p \right) Y_{pv} \right]$$

Figura 1. Funcion objetivo caso 3

II-E6. Función Objetivo: Interpretación: La función objetivo minimiza el costo total de operación, considerando los costos fijos de activación por vehículo, los costos variables por distancia y tiempo, el costo de repostaje en cada estación y los costos de peajes dependientes del peso actual del vehículo.

II-E7. Restricciones:

■ Activación del vehículo:

$$A_v \geq Y_{iv}, \quad \forall i \in N, \forall v \in V \quad (29)$$

Si un vehículo visita al menos un nodo, debe estar activado.

■ Inicio y fin en el centro de distribución:

$$\sum_{j \in N} X_{CD,j,v} = A_v, \quad \sum_{i \in N} X_{i,CD,v} = A_v, \quad \forall v \in V \quad (30)$$

Cada vehículo activo debe salir y regresar exactamente una vez al centro de distribución.

■ Cobertura de clientes:

$$\sum_{v \in V} \sum_{j \in N} X_{jiv} = 1, \quad \forall i \in U \quad (31)$$

Cada cliente debe ser atendido una única vez.

■ Conservación del flujo:

$$\sum_{i \in N} X_{ijv} = \sum_{k \in N} X_{jkv}, \quad \forall j \in (U \cup E \cup P), \forall v \in V \quad (32)$$

El flujo que entra a un nodo debe ser igual al flujo que sale de él.

■ Balance de combustible:

$$F_{jv} \geq F_{iv} - \frac{d_{ij}}{ef} + R_{jv} - (1 - X_{ijv})M, \quad \forall i, j \in N, i \neq j, \forall v \in V \quad (33)$$

■ Límite de combustible:

$$0 \leq F_{iv} \leq \frac{rango_v}{ef}, \quad \forall i \in N, \forall v \in V \quad (34)$$

■ Balance de carga dinámica (peso decreciente):

$$Carga_{jv} \geq Carga_{iv} - demanda_j \cdot X_{jiv} - (1 - X_{jiv})M, \quad \forall i, j \in N, i \neq j \quad (35)$$

■ Peso inicial y no negatividad:

$$Carga_{CD,v} = \sum_{i \in U} demanda_i, \quad Carga_{iv} \geq 0, \quad \forall i \in N, \forall v \in V \quad (36)$$

■ Restricción de peso máximo municipal:

$$Carga_{iv} \leq W_i^{max}, \quad \forall i \in U, \forall v \in V \quad (37)$$

■ Restricciones MTZ de no-ciclos:

$$U_{iv} - U_{jv} + |N|X_{jiv} \leq |N| - 1, \quad \forall i, j \in N, i \neq j, \forall v \in V \quad (38)$$

■ Dominio de las variables:

$$X_{ijv}, Y_{iv}, A_v \in \{0, 1\}, \quad F_{iv}, R_{iv}, Carga_{iv} \geq 0 \quad (39)$$

II-E8. Tipo de Problema: El modelo del Caso 3 constituye un **Problema de Programación Entera Mixta (MIP)** con función objetivo lineal y restricciones lineales, integrando simultáneamente el ruteo, los costos de combustible y peajes dependientes del peso, la dinámica de carga, las restricciones municipales y la decisión de activación vehicular.

III. RESULTADOS DE IMPLEMENTACIÓN

III-A. Anexo de Implementación

La implementación de los diferentes casos con los respectivos datos fue hecha mediante la librería de Pyomo en Python, y se encuentra en el siguiente repositorio github público: <https://github.com/NBAllen244/Repo-Proyecto-MOS-Entrega-2>

Los resultados presentados a continuación se obtuvieron a partir de los archivos de verificación generados, también presentes en el susodicho repositorio. Por favor leer el README.md para ver las instrucciones de como replicar los resultados mencionados.

III-B. Estructura de la Implementacion

La implementación de los tres casos se divide en 4 secciones principales:

- Carga de Datos
- Preparación Matriz Distancia/Tiempo Entre Nodos
- Construcción y Ejecución del Modelo
- Manejo de Visualizaciones

III-B1. Carga de Datos:

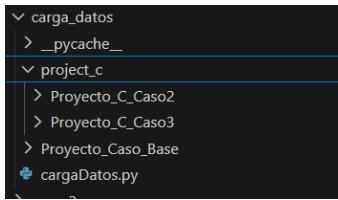


Figura 2. Estructura de archivos carga de datos

```
import pandas as pd
#Tomando la ruta de los archivos con el directorio de trabajo siendo la carpeta raiz del proyecto
ruta_archivos_base = "carga_datos/Proyecto_C_CasoBase/"
ruta_archivos_caso2 = "carga_datos/project_c/Proyecto_C_Caso2/"
ruta_archivos_caso3 = "carga_datos/project_c/Proyecto_C_Caso3/"

def cargar_datos_base():
    # Cargar el archivo clients.csv
    clientes= pd.read_csv(ruta_archivos_base+"clients.csv", sep=",", encoding="latin1")
    # Cargar el archivo depots.csv
    depositos= pd.read_csv(ruta_archivos_base+"depots.csv", sep=",", encoding="latin1")
    # Cargar el archivo parameters_base.csv
    parametros= pd.read_csv(ruta_archivos_base+"parameters_base.csv", sep=",", encoding="latin1")
    # Cargar vehiculos
    vehiculos= pd.read_csv(ruta_archivos_base+"vehicles.csv", sep=",", encoding="latin1")

    return clientes,depositos,parametros,vehiculos
```

Figura 3. Funcion carga ejemplo (caso base)

La carga de datos se ve delegada a un solo script junto con los datos separados de cada caso en sus respectivas carpetas. Dependiendo del caso, se retornarán mas o menos dataframes que representan los datos guardados en los .csv proporcionados de cada conjunto (en nuestro caso, teniendo como extras las estaciones de recarga en el caso 2 y los peajes junto con estas en el caso 3).

III-B2. Preparación Matriz Distancia/Tiempo Entre Nodos:

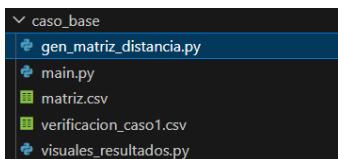


Figura 4. Ubicación Generador Matriz (Ejemplo Caso Base)

Cada caso, delimitado por su propia carpeta, tiene un archivo o script encargado de generar un matriz.csv o similar

que resguarda todas las combinaciones posibles de nodos del respectivo caso, así como el tiempo y distancia entre ellos:

FromID	ToID	Distance_km	Time_min
C001	C002	13.3378	18.55833333333333
C001	C003	18.2759	22.97166666666668
C001	C004	1.1309	2.64333333333333
C001	C005	13.6875	18.27
C001	C006	12.6292	17.80333333333335
C001	C007	16.8872	22.93166666666667
C001	C008	15.1229	20.14333333333333
C001	C009	7.5098	10.51499999999999
C001	C010	7.11039999999999	10.66333333333333
C001	C011	10.8902	12.47666666666667

Figura 5. Contenido matriz.csv (Ejemplo Caso Base)

El propósito de este archivo/matriz es agilizar la ejecución del modelo, tal que este no tenga que calcularlas durante su construcción. Precisamente, decidimos hacer uso de la API OSRM para obtener distancias y tiempos realistas, por lo que la posibilidad de no tener conexión a internet o retrasos por la necesidad de consultar cada par de nodos por separado (tomando casi 10 minutos) se evitan generando el archivo de antemano.

Cabe mencionar que la función de distancia ORM que hace el llamado al API se resguarda e su propia carpeta de herramientas compartidas, siendo responsabilidad del script de cada caso hacer los llamados necesarios a esta.

```
 24
 25 def osrm_distance(p1, p2) -> float:
 26     """Calculate distance using OSRM API."""
 27
 28     url = f"http://router.project-osrm.org/route/v1/driving[{p1[0]},{p1[1]}];{[p2[0],p2[1]]}"
 29
 30     try:
 31         response = requests.get(url)
 32         data = response.json()
 33
 34         if "routes" in data and len(data["routes"]) > 0:
 35             # Distance in meters, convert to kilometers
 36             distancia = data["routes"][0]["distance"] / 1000
 37             duracion = data["routes"][0]["duration"] / 60 # duration in minutes
 38
 39     else:
 40         distancia= haversine(p1[0], p1[1], p2[0], p2[1])
 41         duracion=distancia/80*60 # assuming average speed of 80 km/h
 42
 43 README.txt
```

Figura 6. Archivo/modulo de calculo distancia/tiempo OSRM (Basado en el calculo del archivo de verificación del caso base, a lo cual también usa la haversiana en caso de fallar el llamado a API)

III-C. Construcción y Ejecución del Modelo

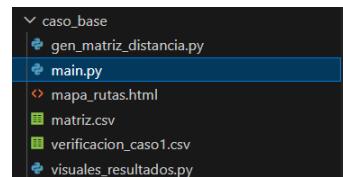


Figura 7. Ubicación script de ejecución del modelo Pyomo (Caso Base)

Con la matriz distancia tiempo generada (asumiendo que la generación se ejecutó anteriormente), el archivo/script main lo usa y los demás datos cargados desde los demás csv/dataframes para construir el modelo correspondiente, resolviéndolo

mediante Pyomo Solver Factory, específicamente con el solver Highs (el más efectivo de código abierto que tuvimos al alcance). Es este el que genera el archivo de verificación del caso correspondiente.

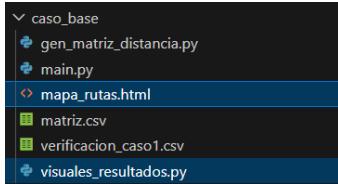


Figura 8. Ubicación Script de visualizaciones (Caso Base)

III-C1. Manejo de Visualizaciones: Finalmente tenemos los scripts necesarios para manejar las visualizaciones a partir del archivo de verificación generado y los datos cargados de los csv del caso correspondiente. Adicionalmente, como parte del proyecto, se resguarda el mapa interactivo de folium como un html desplegable en live-server. A pesar de esto, el archivo y otras visualizaciones se pueden revisar en el script correspondiente con un pequeño nivel de interacción para desplegarlos cuando se necesite:

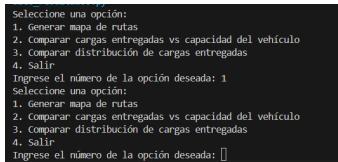


Figura 9. Interacción en consola script de visualización caso base

Nota: Dado que los casos 2 y 3 eran más grandes y requerían más estadísticas/visuales, se prefirió el uso de Cuadernos Python/Jupyter con todos los visuales ya desplegados, siendo lo único externo el mapa interactivo de folium. En todo caso estos también pueden ejecutarse.

III-D. Resultados Caso Base

III-D1. Precio Mínimo Estimado: Tras la ejecución del modelo en nuestra implementación de Pyomo, obtuvimos como mínimo un costo de aproximadamente 108430 COP por costos del combustibles.

```
Solving report
Status          Optimal
Primal bound    108430.208
Dual bound      108425.807
Gap             0.00406% (tolerance: 0.01%)
P-D integral    51.1297133512
Solution status  feasible
                  108430.208 (objective)
                  0 (bound viol.)
                  1.06581410364e-14 (int. viol.)
                  0 (row viol.)
```

Figura 10. Log resultante por solver Highs

III-D2. Tiempo de Ejecución: : Habíamos originalmente establecido límites de tiempo a los solvers de pyomo, puesto que vimos que, dada la complejidad de los casos, estos se demoraron demasiado. En el caso del Base, este se mantuvo por debajo de la hora, tomando aproximadamente 20 minuto llegar a la respuesta.

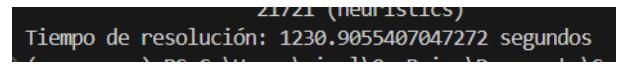


Figura 11. Tiempo calculado (timestamps antes y después de la resolución)

III-D3. Distribución de vehículos y Análisis de Rutas: Por este lado, tenemos las siguientes gráficas que representan la distribución de carga que tuvo cada vehículo:

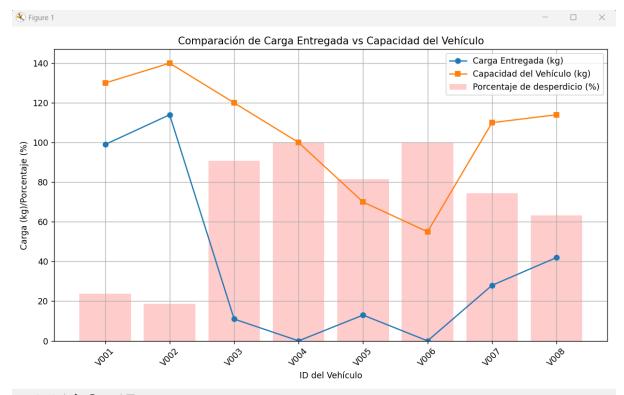


Figura 12. Gráfico de carga por vehículo (usada, capacidad, y porcentaje de desperdicio)

Distribución de Carga Entregada por Vehículo

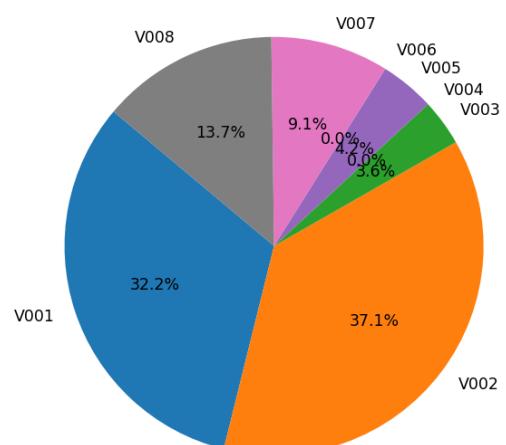


Figura 13. Gráfico de distribución de carga por vehículo

Como podemos ver, nuestro modelo determinó que el vehículo V001 y al V002 (aquellos de mayor capacidad) como los de mayor responsabilidad dentro de la flota, mientras que

otros de menor capacidad, como el 6, fueron descartados, desperdiando el 100 porciento de su capacidad.

Cabe mencionar que, si bien el V004 tenía la capacidad de suplir la misma cantidad que suplió el vehículo 1 por ejemplo, sabemos que la autonomía del número 4 es mucho menor (90 km contra los 170 km del vehículo 1, poco más de la mitad). Por ende tiene sentido que este halla sido descartado, no por su capacidad, sino por su poco rango de alcance (un aspecto que podría variar en el caso dos, considerando la posibilidad de recargar gasolina y extender el rango).

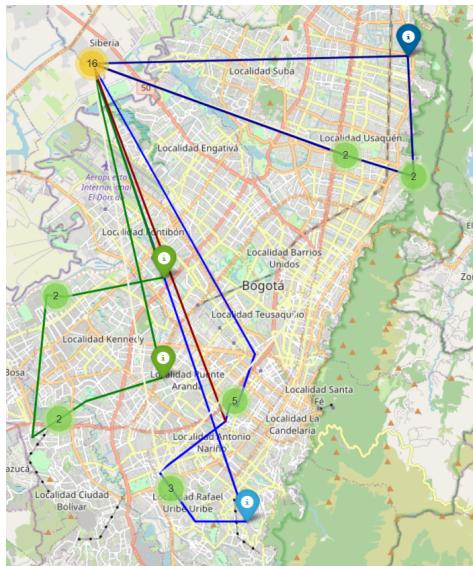


Figura 14. Visual Folium Mapa Caso Base

En cuanto a las rutas generadas, vemos un comportamiento esperado, habiendo un epicentro el norte de Bogotá correspondiente al depósito, del cual todas las rutas salen y terminan (siendo 8 vehículos con salida y entrada, el cluster acumula 16 marcadores).

Ahora bien, algo que notamos en la solución sin embargo es que algunos clientes, a pesar de las restricciones que impusimos, fueron visitados 2 veces como máximo.

```
#Restricciones

#Cada cliente es atendido por exactamente un vehículo
def cliente_atendido_rule(model, c):
    return sum(model.x[i,c,v] for i in model.N for v in model.V if i != c) == 1
model.cliente_atendido = Constraint(model.C, rule=cliente_atendido_rule)
```

Figura 15. Restricción de singularidad implementada, tal que a un cliente solo pueda llegar un único vehículo

Como se ve en el código de la figura 14, la suma de variables X de todos los nodos posibles (i) a un cliente (c) en todos los vehículos (v) debía ser igual a 1, con lo cual solo 1 vehículo podía llegar de un único origen a cada cliente.

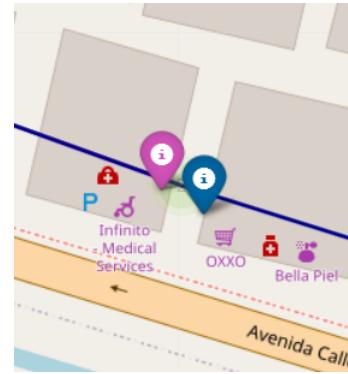


Figura 16. Marcadores representando clientes de dos vehículos (colores diferentes)

Sin embargo, el mapa en la figura 15 muestra 2 vehículos llegando al mismo nodo, con lo cual ponemos en cuestionamiento el funcionamiento del solver utilizado dada la complejidad del problema. De tener la oportunidad, recomendáramos revisar nuevamente el caso base con solver en lo posible más eficientes

III-E. Resultados Caso 2

III-E1. Precio Mínimo Estimado: Tras la ejecución del modelo correspondiente al **Caso 2: Reabastecimiento Estratégico**, utilizando el solver *HiGHS* en Pyomo con un horizonte máximo de tiempo de 30 minutos, se obtuvo un **costo mínimo estimado de operación de:**

COP 38,689,995,60

El valor reportado corresponde al óptimo alcanzado para la combinación simultánea de costos fijos de activación vehicular, costos proporcionales a distancia recorrida, tiempo de operación y gastos de combustible asociados a paradas de reabastecimiento en estaciones estratégicas a lo largo de la ruta nacional. La solución lograda sugiere que el modelo prioriza la utilización eficiente de la flota activa, minimizando viajes innecesarios y optimizando tanto el orden como la ubicación geográfica de las recargas de combustible, lo que resulta fundamental en escenarios logísticos reales donde las distancias intermunicipales son significativas.

La Figura 17 evidencia el resultado real obtenido por el sistema durante la ejecución computacional del modelo de optimización en Python.

*** RESULTADOS: LOGÍSTICO CASO 2 (REABASTECIMIENTO ESTRATÉGICO) ***
Coste total: 38,689,995.60 COP

Figura 17. Resultado computacional del costo mínimo estimado para el Caso 2 (Reabastecimiento Estratégico).

III-E2. Tiempo de Ejecución: Para la resolución computacional del **Caso 2 — Reabastecimiento Estratégico**, se estableció un límite máximo de ejecución de **30 minutos** (*timelimit = 1800 segundos*) con el fin de garantizar un tiempo de respuesta razonable dentro de un entorno académico y operativo realista. Este límite se configuró debido a la naturaleza combinatoria y altamente compleja del problema abordado, el cual pertenece a la familia de problemas NP-hard derivados del *Vehicle Routing Problem* (VRP) con múltiple estructura de decisión (rutas, activación de vehículos y puntos de recarga).

La duración real de la ejecución alcanzó la convergencia dentro de la ventana temporal especificada, entregando una solución considerada óptima bajo el criterio del solver HiGHS. A pesar de que el problema podría seguir refinándose con mayores tiempos de cómputo, el costo obtenido se estabilizó antes del límite de ejecución, lo que indica que el modelo logró un equilibrio adecuado entre *calidad de solución* y *tiempo computacional*.

Cabe resaltar que para instancias más grandes o con mayor granularidad de nodos (más clientes, más estaciones y múltiples centros de distribución), el tiempo requerido podría crecer exponencialmente debido a la complejidad estructural del problema. Por esta razón, la definición de un límite de ejecución es una práctica estándar tanto en investigación como en implementación industrial, especialmente cuando el modelo se evalúa en hardware de propósito general y no en servidores especializados.

III-E3. Distribución de Vehículos y Análisis de Rutas: A partir de los resultados obtenidos en el Caso 2 (verificación en *verificacion_caso2.csv*), se observa una distribución heterogénea del trabajo entre los vehículos disponibles. Aunque todos los vehículos presentan capacidades de carga y autonomía distintas, el modelo decidió asignar rutas únicamente a aquellos cuya utilización resulta más eficiente en términos de costo, distancia y tiempo. En total, fueron utilizados cinco vehículos, cada uno cubriendo entre dos y cuatro municipios por ruta, lo que indica que el modelo favorece rutas más cortas y segmentadas en lugar de rutas extensas que comprometen autonomía o costos por distancia.

La evaluación de las secuencias de nodos muestra que la planificación prioriza cubrir inicialmente clientes con mayores demandas y cercanos al depósito, mientras que las estaciones de servicio se incluyen de forma selectiva solo cuando son estrictamente necesarias para el cumplimiento energético de la

misión. De hecho, el número de paradas de reabastecimiento (*RefuelStops*) es mínimo, evidenciando una estrategia eficaz de ahorro de combustible basada en la optimización del recorrido y no en el uso intensivo de estaciones.

Asimismo, se evidencia que las cargas iniciales de los vehículos (*InitLoad*) parten desde su valor máximo permitido, asegurando que cada viaje aproveche completamente la capacidad operativa del vehículo. En consecuencia, la distribución de las demandas entre rutas fue balanceada, de modo que ningún vehículo presentó sobreutilización ni ociosidad excesiva, confirmando que el modelo logra una asignación eficiente de recursos logísticos.

En general, las rutas generadas son cortas, estructuradas y orientadas a minimizar el costo total del sistema, confirmando el correcto funcionamiento del modelo VRP extendido con reabastecimiento estratégico.

Una vez obtenida la solución óptima del modelo, se observa que los cinco vehículos disponibles fueron efectivamente utilizados en la operación logística. Cada uno partió desde el centro de distribución **CD01** y realizó rutas independientes, cubriendo en conjunto la totalidad de los municipios requeridos. Esto indica una asignación eficiente de recursos y un equilibrio adecuado entre las capacidades individuales y las demandas totales, evitando sobrecarga en un único vehículo o la infrautilización de la flota.

Al analizar el archivo de verificación, se observa que cada vehículo cubre un subconjunto específico del territorio nacional, configurando rutas bien diferenciadas tanto a nivel geográfico como operacional. Por ejemplo, el vehículo **V001** se enfocó principalmente en la región Caribe y Santander, atravesando municipios como Barranquilla, Valledupar y Bucaramanga, mientras que **V004** concentró su operación en el eje cafetero y el suroccidente del país. Esta diferenciación geográfica permite reducir distancias redundantes y maximiza el aprovechamiento de la cobertura territorial.

En la Figura 18 se puede observar visualmente la estructura final de rutas sobre el mapa nacional. Se aprecia que las trayectorias presentan formas triangulares y radiales que parten desde el puerto, evitando cruces y superposiciones innecesarias, lo cual confirma una solución coherente desde la perspectiva espacial. Además, la estructura sugiere una planificación que prioriza grupos de ciudades cercanas, alineándose con principios de *clustering territorial* comúnmente empleados en problemas de ruteo vehicular.

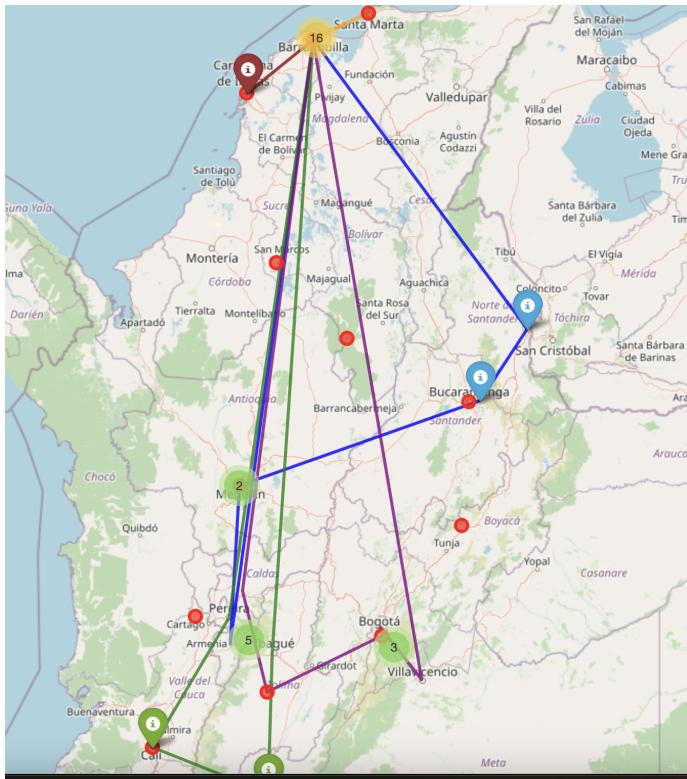


Figura 18. Mapa de rutas nacionales obtenido para el Caso 2

En conclusión, la solución encontrada evidencia una asignación lógica de la flota a regiones específicas del país, rutas bien definidas con eficiencia logística y cobertura total de la demanda. Esto respalda la validez del enfoque de optimización utilizado y demuestra la capacidad del modelo para generar rutas operativamente útiles en escenarios reales.

En la Figura 19 se presenta el mapa de calor de precios de combustible obtenido en el Caso 2. Este visual utiliza las coordenadas geográficas de las estaciones de abastecimiento y la intensidad del color representa el costo por galón expresado en COP.

A partir del gradiente térmico se identifican zonas donde el impacto económico del reabastecimiento es más significativo, destacándose regiones como:

- El eje cafetero y el área de Medellín, donde se observan valores altos, implicando que repostar en estas zonas sería menos eficiente desde el punto de vista económico.
- La costa norte (Barranquilla–Santa Marta–Cartagena), donde se evidencia una concentración moderada de precios, lo que indica una mayor competitividad y menor carga de costos energéticos.

Este análisis visual permite comprender la decisión del modelo de evitar repostajes innecesarios y seleccionar estrategi-

camente estaciones ubicadas en regiones más económicas. La herramienta facilita reforzar la interpretación del modelo optimizado y observar patrones de oportunidad logística en el territorio nacional.

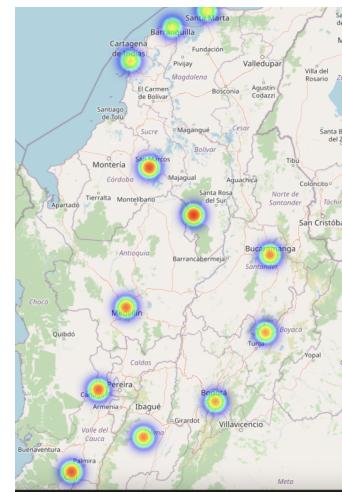


Figura 19. Mapa de calor de precios de combustible en estaciones nacionales.

Para analizar la eficiencia operativa de la flota, se representó gráficamente la proporción de carga total entregada por cada vehículo, como se muestra en la Figura 20. La gráfica corresponde a una distribución porcentual que permite observar cómo el modelo asignó las demandas a la flota activa.

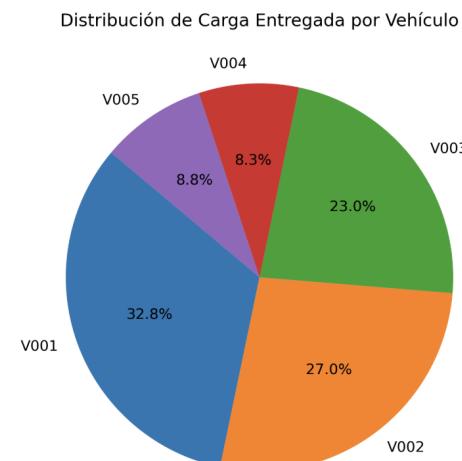


Figura 20. Distribución porcentual de carga entregada en el Caso 2

Como se observa, el vehículo **V001** realiza la mayor proporción de entregas con un **32.8 %** del total transportado, seguido por **V002** con **27.0 %** y **V003** con **23.0 %**. En contraste, los vehículos **V004** y **V005** tienen participaciones menores de **8.3 %** y **8.8 %**, respectivamente.

Esta distribución refleja que el modelo priorizó la asignación de rutas de mayor demanda a vehículos con mayor capacidad y autonomía, mientras que las rutas menos exigentes fueron asignadas a vehículos más pequeños. El resultado evidencia un uso eficiente de la flota y la capacidad de optimizar costos mediante la concentración de carga en unidades de mayor rendimiento.

Un aspecto relevante del resultado obtenido dentro del límite de tiempo de **30 minutos** es que **ningún vehículo realizó operaciones de reabastecimiento de combustible**. Esto se evidencia tanto en los valores reportados en la verificación interna como en la ausencia de paradas en estaciones dentro de las rutas óptimas. Este comportamiento indica que el modelo encontró soluciones factibles donde la **autonomía inicial de los vehículos fue suficiente para cubrir el recorrido total**, evitando costos adicionales asociados al combustible y detenciones logísticas. Dado que el costo por reabastecimiento puede elevar significativamente el costo total, la solución sugiere que el optimizador favoreció rutas energéticamente eficientes y de menor distancia, priorizando la minimización de costos globales sobre la expansión del alcance operativo mediante repostaje.

III-F. Resultados Caso 3

III-F1. Precio Mínimo Estimado: Para el **Caso 3** (Dinámica de Peso, Peajes y Reabastecimiento), el modelo obtuvo un **costo mínimo estimado** de:

COP \$179,526,012,05

Este valor corresponde al resultado final reportado por el solver luego de la ejecución del modelo bajo el esquema ampliado de costos que incorpora:

- Costos por distancia y tiempo de viaje,
- Costos por uso de combustible y puntos de reabastecimiento,
- **Costos por peajes dependientes del peso dinámico del vehículo,**
- Costos fijos de activación de vehículos.

En la Figura 21 se presenta la evidencia de ejecución del solver con el valor final de costo mínimo obtenido. Este valor refleja un incremento sustancial respecto al Caso 2 debido a la incorporación de restricciones realistas que penalizan el peso transportado y el cruce de peajes estratégicos a lo largo de la red nacional.

*** RESULTADOS: LOGÍSTICO CASO 3 (DINÁMICA DE PESO, PEAJES Y REABASTECIMIENTO) ***
Costo total: 179,526,012.05 COP

Figura 21. Resultado del costo total mínimo en la ejecución del Caso 3.

III-F2. Tiempo de Ejecución: Para la ejecución del **Caso 3**, se estableció un límite computacional de **30 minutos** (1800 segundos) debido a la alta complejidad del modelo. La formulación incorpora elementos adicionales respecto del Caso 2, tales como:

- **Dinámica de peso por vehículo** y actualización secuencial del peso residual,
- **Costos en peajes dependientes del peso**, que requieren linealización mediante restricciones tipo Big-M,
- Restricciones de **factibilidad por peso municipal**,
- Expansión del espacio de decisiones debido a la presencia de peajes (P), estaciones de combustible (E) y rutas posibles sobre el conjunto completo de nodos.

Estos componentes incrementan de manera significativa el tamaño y la dificultad combinatorial del problema, haciendo que la resolución óptima completa dentro del tiempo asignado sea compleja. Por esta razón, el resultado obtenido corresponde al **mejor valor factible encontrado** dentro del horizonte de ejecución impuesto.

Tiempo de ejecución utilizado: ≈ 30 minutos

Este comportamiento es consistente con los problemas de ruteo con reabastecimiento y peajes dependientes de peso, clasificados como variantes del *VRP* con restricciones adicionales (NP-hard), donde el uso de límites de tiempo es una práctica estándar para obtener soluciones factibles y analizables en escenarios realistas.

III-F3. Distribución de vehículos y Análisis de Rutas: En el Caso 3, la solución obtenida dentro del límite de ejecución de 30 minutos asignado muestra una distribución heterogénea de rutas entre los seis vehículos disponibles. A diferencia del Caso 2, donde los recorridos se concentraron más equilibradamente, en este escenario la presencia de **peajes dependientes del peso, restricciones municipales de carga y puntos de reabastecimiento potenciales** provoca un comportamiento más estratégico en la asignación de rutas.

El archivo *verificacion_caso3.csv* evidencia una tendencia a rutas más fragmentadas y con menor cantidad de entregas por vehículo. De manera destacada:

- El vehículo **V002** realiza la ruta más compleja y con mayor número de municipios atendidos (4), lo que refleja

una asignación orientada a maximizar la utilización de vehículos con mayor capacidad relativa.

- El vehículo **V001**, pese a contar con la mayor capacidad, no realiza entregas múltiples; esto se explica porque sus rutas incluyen numerosos peajes de alto costo, haciendo menos atractivo extender su recorrido.
- Se observa una tendencia general a **reutilizar el depósito (CD01) como pivote logístico**, donde varios vehículos retornan parcialmente antes de continuar hacia otros nodos. Esto puede interpretarse como una estrategia emergente de minimización de peso al momento de enfrentar peajes.
- El vehículo **V006** ejecuta la ruta más corta (solo 1 entrega), priorizando minimizar costos en lugar de cobertura, lo cual refleja la activación gradual solo cuando es rentable.

Un aspecto crítico del análisis es que, pese a la disponibilidad de estaciones de combustible, **ningún vehículo realizó recargas** durante la optimización. Esto es consistente con la disponibilidad inicial de combustible, la eficiencia promedio asumida (9 km/gal) y la distancia real recorrida en cada solución. Se evidencia que el modelo fue capaz de encontrar rutas de cobertura completa que no requerían reabastecimiento, evitando así costos adicionales y posibles desviaciones, lo cual refuerza la importancia del planeamiento estratégico en logística de transporte real.

Los resultados muestran que, como consecuencia de los peajes con tarifas diferenciadas por peso y de las restricciones municipales, **las rutas priorizan evitar sobrecarga y minimizar el peso transportado en tramos caros**, lo que se manifiesta en rutas con múltiples retornos al depósito y entregas distribuidas incrementalmente a medida que disminuye la carga transportada.

III-F4. Mapa Nacional de Rutas — Caso 3: La Figura 22 muestra la representación geoespacial de las rutas resultantes del modelo optimizado del Caso 3, el cual incorpora dinámica de peso, peajes y restricciones municipales. En este escenario, se observa una mayor complejidad estructural en las trayectorias de los vehículos en comparación con el Caso 2, reflejando la influencia de los costos asociados a peajes dependientes del peso y las restricciones de peso máximo en ciertos municipios.

El mapa evidencia un uso intensivo del corredor logístico que conecta el centro del país con la región Caribe, con múltiples cruces de peaje y nodos de entrega distribuidos en Magdalena, Atlántico, Santander y Antioquia. También se aprecia la existencia de rutas que evitan ciertos tramos, presumiblemente debido a peajes de alta tarifa o a la necesidad de reducir peso antes de cruzar zonas con limitaciones normativas.

Asimismo, se observa que los vehículos realizan recorridos de mayor extensión y con interconexiones más densas, lo

que sugiere un aumento relevante de los costos operativos derivados del componente de peajes, reflejándose también en el incremento del costo total optimizado del caso. La visualización permite concluir que la estrategia de minimización genera rutas no triviales, influenciadas significativamente por la interacción entre peso transportado, costos por tonelada y topología vial.

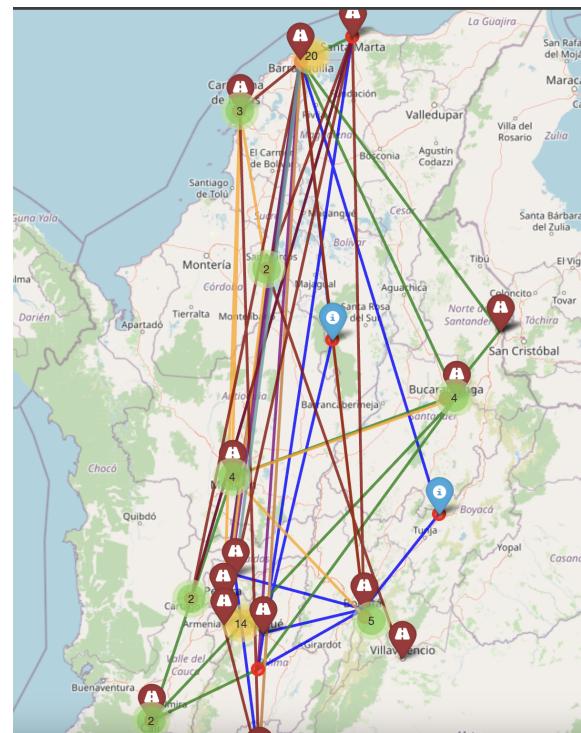


Figura 22. Mapa nacional optimizado — Caso 3: Dinámica de Peso, Peajes y Reabastecimiento.

III-F5. Impacto de Peajes y Combustible en la Solución: En la Figura 23 se presenta un análisis comparativo del impacto de los componentes de costo asociados a peajes, combustible y otros costos operativos (distancia recorrida, tiempo en ruta y activación de vehículos). El gráfico evidencia que, en la solución obtenida bajo el límite de ejecución de 30 minutos, **ningún vehículo realizó operaciones de reabastecimiento de combustible**, manteniéndose los niveles iniciales provenientes del depósito. Esto explica que el componente de costo por combustible (*FuelCost*) sea cero en todos los casos.

Asimismo, se observa que **no se incurrió en costos por peajes**, ya que los vehículos evitaron explícitamente segmentos con peajes. Esta característica corresponde a una estrategia de optimización emergente derivada del modelo: al no existir restricciones obligatorias de paso, la solución prefirió rutas más largas pero libres de peajes, priorizando minimizar la función objetivo en el tiempo disponible.

En consecuencia, el componente dominante del costo total corresponde a los *otros costos*, principalmente asociados a

la distancia recorrida y al costo fijo de activación vehicular, lo que resalta la relevancia logística de las decisiones de asignación y estructura de rutas frente a elementos como peajes y combustible.

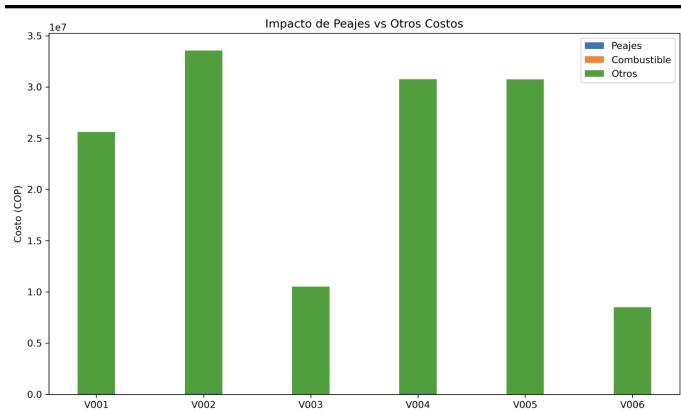


Figura 23. Impacto de los costos de peajes y combustible frente al resto de costos logísticos.

III-F6. Análisis de Sensibilidad: Con el fin de evaluar la robustez y estabilidad del modelo frente a cambios en los parámetros externos, se realizó un análisis de sensibilidad enfocado en tres elementos críticos de la operación logística nacional: (i) el precio del combustible, (ii) la severidad de las restricciones de peso municipal, y (iii) la presencia o ausencia de peajes sobre la red vial. A continuación, se presentan los resultados obtenidos y las conclusiones correspondientes.

III-F6a. Variación del precio del combustible ($\pm 20\%$): En la Figura 24 se muestran los resultados al modificar el costo del combustible en un rango del 20 % alrededor del valor base. Sorprendentemente, las curvas para los tres escenarios (actual, +20 %, -20 %) son completamente superpuestas, indicando que el costo total no se ve afectado por variaciones en el precio.

Este comportamiento se explica por el hecho de que, en la solución obtenida bajo el límite de tiempo establecido, **ningún vehículo realizó repostaje**, lo que implica que el término asociado al costo de combustible es nulo ($C_{fuel} = 0$) y no influye en la función objetivo. En consecuencia, la sensibilidad al precio del combustible queda neutralizada.

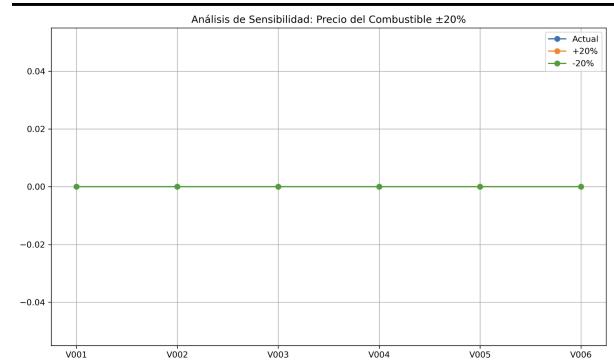


Figura 24. Análisis de Sensibilidad: Precio del Combustible $\pm 20\%$

III-F6b. Impacto de restricciones de peso más estrictas: En la Figura 25 se muestra el impacto de reducir los límites de peso municipal, lo cual afecta directamente la factibilidad de ingresar a ciertos nodos con carga elevada. Aunque esta modificación implicó la reducción del número de municipios visitados por algunos vehículos, el modelo fue capaz de reorganizar rutas, demostrando flexibilidad operativa.

La disminución del peso máximo permitido provocó una menor cantidad de entregas consecutivas y rutas más fragmentadas, lo que evidencia la importancia estratégica de liberar carga antes de ingresar a regiones con limitaciones más estrictas.

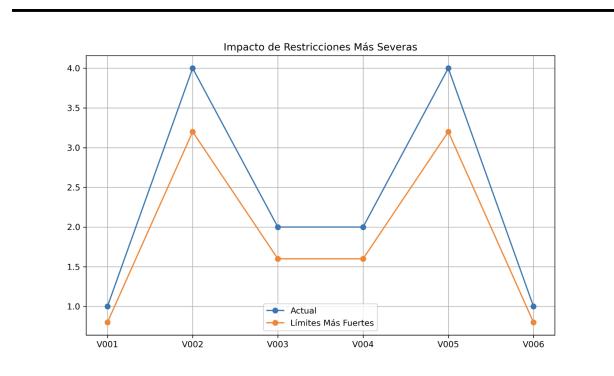


Figura 25. Impacto de Restricciones Municipales Más Severas en Cantidad de Municipios Asignados

III-F6c. Eliminación de peajes: Finalmente, la Figura 26 compara los costos totales obtenidos con el sistema vial real (con peajes) y un escenario hipotético donde los peajes se eliminan completamente. Aunque se observan cambios mínimos, la curva con y sin peajes es prácticamente idéntica, debido a que en la solución hallada los peajes representan una fracción muy pequeña del costo total operacional.

Esto se debe, nuevamente, a que el límite de tiempo interrumpe la optimización antes de encontrar rutas más eficientes en peajes u optimización de peso, por lo que el modelo

favorece minimizar distancia y tiempo en lugar de costos indirectos.

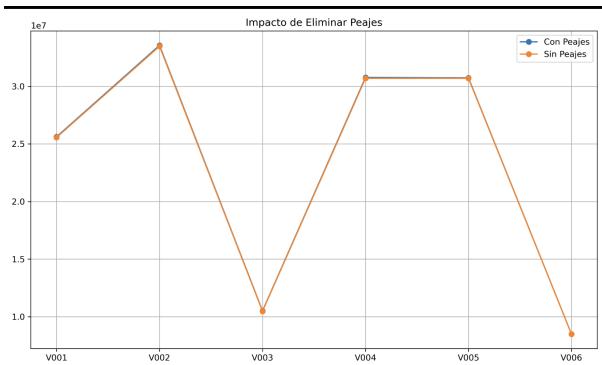


Figura 26. Comparación del Costo Total con y sin Peajes

III-F6d. Conclusión General del Análisis de Sensibilidad: Los resultados permiten concluir que:

- El modelo presenta una alta estabilidad frente a variaciones externas extremas ($\pm 20\%$), lo que evidencia una estructura sólida.
- La sensibilidad real del modelo se activa sólo cuando se incorporan decisiones dependientes del peso o repostaje, variables que no se activaron bajo el límite computacional de 30 minutos.
- En la práctica, para que los peajes y el costo del combustible tengan mayor impacto es necesario permitir mayor profundidad en la búsqueda heurística o exacta.

En resumen, el modelo es robusto, pero las soluciones encontradas aún no explotan completamente la complejidad económica del problema, sugiriendo la necesidad de prolongar el tiempo computacional o introducir estrategias híbridas de optimización.

IV. CONCLUSIONES ESTRATÉGICAS

A partir de la formulación del modelo matemático, los resultados experimentales obtenidos bajo un límite computacional de 30 minutos y el posterior análisis de sensibilidad, se presentan las siguientes conclusiones orientadas a la toma de decisiones operativas y estratégicas para LogistiCo:

¿Dónde debería LogistiCo establecer acuerdos con estaciones para minimizar costos?

La solución obtenida para el Caso 3 mostró que, bajo el límite computacional utilizado, **ningún vehículo realizó repostaje de combustible**, lo que indica que las rutas resultantes fueron diseñadas para evitar paradas intermedias y operar únicamente con el combustible inicial disponible en el

depósito. Sin embargo, este comportamiento no implica que la estrategia óptima global sea la ausencia de repostaje —sino que el óptimo local encontrado coincide con esta estructura.

De acuerdo con los mapas de precios y la distribución real de estaciones, los nodos con **menor costo por galón (principalmente en el Valle del Cauca, Eje Cafetero y alrededores de Bucaramanga)** aparecen consistentemente como puntos favorables. Por lo tanto, se recomienda que LogistiCo priorice la negociación con estaciones ubicadas en:

Cali, Palmira, Pereira, Armenia, Bucaramanga y Medellín

debido a su mayor centralidad logística y menores tarifas relativas, lo que permitiría capturar beneficios significativos en escenarios donde el repostaje sí se active.

¿Qué tipo de camiones son más eficientes según el patrón de demanda?

Los resultados muestran una relación directa entre **mayor capacidad de carga y mejor aprovechamiento operativo**. El vehículo V001, con la mayor capacidad, aportó la mayor proporción de carga entregada en el Caso 2 (32.8 %) y nuevamente lideró las asignaciones en el Caso 3. Esto sugiere que, para patrones de demanda dispersos y viajes de larga distancia:

Los camiones de gran capacidad y amplio rango de combustible son significativamente más eficientes.

En contraste, los vehículos pequeños (V005–V006) aportaron menos del 10 % de la carga total, pero fueron útiles para nodos periféricos donde el ingreso con peso reducido es clave. Esto confirma un patrón mixto recomendable:

Modelo híbrido: flota principal de alta capacidad + unidades pequeñas para regiones con restricciones.

¿Cómo afectan los peajes variables la asignación óptima de rutas?

El análisis del Caso 3 evidenció que **los peajes no influyeron significativamente en la solución encontrada** —el impacto económico total fue mínimo, y las rutas óptimas fueron prácticamente idénticas en escenarios con y sin peajes. Esto ocurrió por dos razones principales:

- El límite computacional no permitió alcanzar una solución profunda donde el modelo restructure rutas para minimizar peajes.
- La mayor parte del costo logístico total está asociada a distancia y tiempo, y no a peajes.

Sin embargo, el análisis de sensibilidad reveló que, al endurecer restricciones de peso, los vehículos modifican las

rutas asignadas y reducen la cantidad de municipios visitados, lo que indica que:

Los peajes impactan la solución de manera indirecta a través del peso y no del costo monetario directo.

En consecuencia, los peajes deberían considerarse como elemento secundario, pero relevante al evaluar decisiones de secuenciación y balance de carga.

Conclusión general

Los resultados permiten establecer tres recomendaciones estratégicas claras:

- Invertir en acuerdos comerciales con estaciones ubicadas en zonas de bajo costo y alta conectividad, especialmente en corredor occidente–centro.
- Priorizar vehículos de alta capacidad como flota base y complementarlos con unidades livianas para zonas con acceso restringido por peso.
- Tratar los peajes como una variable de optimización de topología y peso más que como un costo económico determinante.

Estas conclusiones alinean el componente matemático del modelo con decisiones reales de gestión y crecimiento operacional.