Networks and Complexity

Solution 2-2

This is an example solution from the forthcoming book Networks and Complexity.
Find more exercises at https://github.com/NC-Book/NCB

Ex 2.2: Through the mines? [2]

After leaving Rivendell and finding the Caradhras pass blocked, Frodo has to decide for an alternative route. Find the shortest pass from Rivendell to the Orodruin in a network that is described by the distance matrix

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix}
\oslash & 6 & \oslash & \oslash & \oslash & \oslash & 49 & \oslash & \oslash & \oslash & \oslash & \oslash & \oslash \\
6 & \oslash & \oslash & \oslash & 6 & \oslash & 48 & \oslash & \oslash & \oslash & \oslash & \oslash & \oslash \\
\oslash & \oslash & \oslash & \oslash & \oslash & 18 & 24 & \oslash & \oslash & 1 & 7 & \oslash & \oslash \\
\oslash & \oslash & \oslash & \oslash & 17 & \oslash & \oslash & 19 & 30 & \oslash & \oslash & \oslash & \oslash \\
\oslash & 7 & \oslash & 18 & \oslash & \oslash & \oslash & \oslash & \oslash & \oslash & \oslash & \oslash & \oslash \\
\oslash & \oslash & 40 & \oslash & \oslash & \oslash & 19 & 4 & \oslash & \oslash & \oslash & \oslash & \oslash \\
49 & 48 & 24 & \oslash & \oslash & 19 & \oslash & \oslash & \oslash & \oslash & \oslash & \oslash & \oslash \\
\oslash & \oslash & \oslash & 20 & \oslash & 4 & \oslash & \oslash & \oslash & \oslash & \oslash & \oslash & \oslash \\
\oslash & \oslash & \oslash & 30 & \oslash & \oslash & \oslash & \oslash & \oslash & \oslash & \oslash & \oslash & \oslash \\
\oslash & \oslash & 1 & \oslash & \oslash & \oslash & \oslash & \oslash & \oslash & \oslash & 6 & 5 & \oslash \\
\oslash & \oslash & 6 & \oslash & \oslash & \oslash & \oslash & \oslash & \oslash & 7 & \oslash & 7 & 8 \\
\oslash & \oslash & \oslash & \oslash & \oslash & \oslash & \oslash & \oslash & \oslash & 7 & 9 & \oslash & 5 \\
\oslash & \oslash & \oslash & \oslash & \oslash & \oslash & \oslash & \oslash & \oslash & \oslash & 8 & 4 & \oslash
\end{pmatrix}.$$

where the nodes are 1: Hobbiton, 2: Bree, 3: Osgiliath, 4: Rivendell, 5: Weathertop, 6: Lorien, 7: Isengard, 8: Moria, 9: Erebor, 10: Cirith Ungol, 11: Morannon, 12: Orodruin, 13: Barad-Dur.

Solution

Using Dijkstra's algorithm leads to the table

HOB	BRE	OSG	RIV	WEA	LOR	ISE	MRA	ERE	CIR	MRN	ORO	BAR
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
∞	∞	∞	0	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
∞	∞	∞		18	∞	∞	20	30	∞	∞	∞	∞
∞	24	∞			∞	∞	20	30	∞	∞	∞	∞
∞	24	∞			24	∞		30	∞	∞	∞	∞
30		∞			24	72		30	∞	∞	∞	∞
30		42				43		30	∞	∞	∞	∞
30		42				43		30	∞	∞	∞	∞
		42				43		30	∞	∞	∞	∞
		42				43			∞	∞	∞	∞
						43			43	48	∞	∞
									43	48	∞	∞
										48	50	∞
											50	54

We can now quickly find the route. In reverse order:

Orodruin, Cirith Ungol, Osgiliath, Lorien, Moria, Rivendell

which is indeed the path Frodo takes.