Advanced Competitive Programming

國立成功大學 ACM-ICPC 程式競賽培訓隊 nckuacm@imslab.org

Department of Computer Science and Information Engineering
National Cheng Kung University
Tainan, Taiwan



Week 2 Basic Programing

STL 和 Coding 小知識



Outline

- Coding 小知識
- STL
 - Vector
 - String
 - STL 可以在型態中宣告 STL
- sort
- 題目賞析
 - CodeForces 1130 B
 - CodeForces 1137 A

Coding 小知識

- cin and cout
 - 輸入加速方式
 - 如何讀取包含空白的資訊
- long long int
- 陣列
 - memset
 - sizeof

cin and cout

- 有很好的型態支援度
- 速度比 scanf 和 printf 慢?
 - 原因是出在要配合 scanf 和 printf ,如果我們把它取消來看看會發生什麼事情。
 - ios::sync with stdio(0)



cin and scanf and getline

- 讀取到空白停止 (終止字元是空白)
 - 如果遇到需要讀取空白的情況,用 getline 解決(可設定終止字元)
 - 使用頻率少,但是必須知道它的存在。

long long

- 有比較大的數值處理能力
 - 使用時機:處理 int 範圍的測試資料時,如果過程中會有 加法 與 乘法 的操作
 - 大約是 -4e18~4e18

- PS : 4e18 這個表示法相當於科學記號中的 4x1018
- PS:如果連 long long 都沒辦法處理,那就是大數 這個又更麻煩了。

陣列

• 初始化: memset

- 靜態宣告 與之後介紹的 vector<any_type> 比較
 - 建議陣列宣告根據題目給定的 "Max N"宣告大小
 - 如果是想要根據題目給定的 N 宣告大小的話,建議使用動態的 vector<any_type

STL

- vector<any_type>
 - 動態特性
- Cplusplus.com 說明文件簡介
- string
- STL 可以套在 STL 裡面
 - 然而 STLSTL 又可以套在 STL 裡面
 - 然而 STLSTLSTL 又可以套在 STL 裡面
 - 然而 STLSTLSTLST L 又可以套在 STL 裡面
 - 然而 STLSTLSTLSTL 又可以套在 STL 裡面

vector<any_type>

• vector 擁有很多方便的自帶函數可以使用,可以加快不少開發速度

```
vector::operator[]vector::size()vector::resize()vector::assign()vector::push_back()說明文件: www.cplusplus.com
```

- •以 vector::push back() 為例
 - 如果覺得文件量太大,可以先專注在定義、範例、複雜度,三個地方。

public member function

std::vector::push_back

<vector>

C++98 C++11 🚱

void push_back (const value_type& val);

Add element at the end

Adds a new element at the end of the vector, after its current last element. The content of *val* is copied (or moved) to the new element.

This effectively increases the container size by one, which causes an automatic reallocation of the allocated storage space if -and only if- the new vector size surpasses the current vector capacity.

Parameters

val

Value to be copied (or moved) to the new element.

Member type value_type is the type of the elements in the container, defined in vector as an alias of its first template parameter (T).

Example

```
// vector::push_back
#include <iostream>
#include <vector>

int main ()
{
    std::vector<int> myvector;
    int myint;

std::cout << "Please enter some integers (enter 0 to end):\n";

do {
    std::cin >> myint;
    myvector.push_back (myint);
} while (myint);

std::cout << "myvector stores " << int(myvector.size()) << " numbers.\n";

return 0;
}</pre>
```

The example uses push_back to add a new element to the vector each time a new integer is read.

Complexity

Constant (amortized time, reallocation may happen).

If a reallocation happens, the reallocation is itself up to linear in the entire size.

string

• vector<any_type> 擁有的自帶函數 string 也有,如:

```
- string::push_back()
```

- string::assign()
- 還有很多針對字串的自帶函數,如:

```
- string::substr()
```

- string::operator+=
- 也可以把 string 轉型態成 char[] 的字串型態:

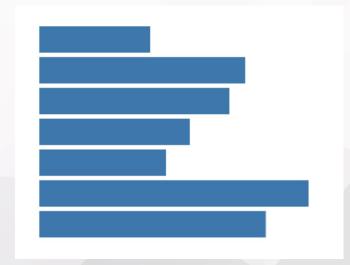
```
- string::c_str()
```

string 字典序

- 簡單理解
 - 設想一本英語字典里的單詞,哪個在前哪個在後?

STL 可以套在 STL 裡面

- vector<any_type>,的範例:
 - vector<int> :整數 vector
 - vector<long long int>:長整數 vector
 - vector< vector<int> > :整數 vector的 vector





自學清單

- pair
 - first, second
 - sort
- set
 - insert
 - set::iterator 的 operator++ 的時間複雜度
 - 把整個 set 依序顯示
- map
 - map::operator[] 的時間複雜度
 - iterator 的 operator++ 的時間複雜度
 - 把整個 map 依序顯示

sort

- 將一堆元素由 " 給定規則 " 排成一順序
- 對於整數預設是定義 是否小於的規則
- 對於字串預設是定義 是否字典序小於 的規則

sort

- 5, 6, 9, 8, 2 這五個元素由小到大排為 2, 5, 6, 8, 9
- a, bc, ay, aa 這四個元素由字典順序排為 a, aa, ay, bc

回顧字典序

- 簡單理解
 - 設想一本英語字典里的單詞,哪個在前哪個在後?
- bool operator< (cont string& lhs, const string& rhs);

string 字典序

Example

```
Output:
 1 // string comparisons
                                         foo and bar are not equal
 2 #include <iostream>
                                         foo is less than bar
 3 #include <vector>
                                         foo is less than or equal to bar
 5 int main ()
    std::string foo = "alpha";
    std::string bar = "beta";
    if (foo==bar) std::cout << "foo and bar are equal\n";
    if (foo!=bar) std::cout << "foo and bar are not equal\n";
    if (fook bar) std::cout << "foo is less than bar\n";
    if (foo> bar) std::cout << "foo is greater than bar\n";
    if (foo<=bar) std::cout << "foo is less than or equal to bar\n";
15
    if (foo>=bar) std::cout << "foo is greater than or equal to bar\n";
16
     return 0;
18 }
```

vector sort 使用練習

- 請各位打開 judge.cp.ccns.io
 - 特別感謝 ccns 的網管大大鼎力相助|
- 練習題目 a002
- 練習 & 下課
- 15min 鐘後繼續上課。

```
1 #include <bits/stdc++.h>
 3 vector<int> a;
 4 int n;
 6 int main() {
 7 : cin >> n;
 8 : a.resize(n);
 9 : for(int i = 0; i < n; i++) cin >> a[i];
10 : sort(a.begin(), a.end());
11 : for(int i = 0; i < n; i++) cout << a[i] << " ";</pre>
12 : cout << endl;</pre>
13 : return 0;
14 }
```

sort

- 將一堆元素由 " 給定規則 " 排成一順序
- 對於 vector<int> 這種型態呢?
- 對於 自定義 struct 的型態呢?
- 對於 any_type 呢?

自定義 sort

- 參考 cplusplus 網站上 sort 的定義
 - 可以在第三個欄位放入自定義小於

自定義 sort

- 那我們是不是可以對 any_type 定義小於
- 那我們是不是可以對 vector<int> 定義小於

```
function template

std::SOFT

default (1) template <class RandomAccessIterator>
    void sort (RandomAccessIterator first, RandomAccessIterator last);

custom (2) template <class RandomAccessIterator, class Compare>
    void sort (RandomAccessIterator first, RandomAccessIterator last, Compare comp);
```

- 現在有兩個人,小藍和小紅他們在位置 1 。
- 現在有一數列中有 2 個 1 、 2 個 2 ··· 、 2 個 N , 亂 序
- •他們要各自依序拜訪 1 ~ N
- 且被拜訪過的位置不能被另一個人拜訪
- •請問兩人最小移動步數和為?

Input

3

112233

Output

Input

3

112233

- •累計移動步數: 0
- Output

Input

3

112233

- •累計移動步數: 2
- Output

Input

3

112233

- •累計移動步數:4
- Output

Input

3

112233

- •累計移動步數:4+1
- Output

Input

3

112233

- •累計移動步數:4+3
- Output

Input

3

112233

- •累計移動步數:4+5
- Output

Input

4

41331224

Output

位置	拜訪次	序
	1	4
	2	1
	3	3
	4	3
	5	1
	6	2
	7	2
	8	4



- •分析:
- 為了避免靠位置小的人走到下個拜訪中位置大的,造成步數的浪費
- •小紅都去拜訪 i 中位置小的那家
- •小藍都去拜訪 i 中位置小的那家

41331224

•我想很多人都可以想到這裡。

• 怎麼實現這個想法?

•每個點有位置跟拜訪次序兩個特徵

位置		拜訪次序	
	1		4
	2		1
	3		3
	4		3
	5		1
	6		2
	7		2 2 4
	8		4

- 每個點有位置跟拜訪次序兩個特徵
- 如果我們按照 拜訪次序 排序





- 第奇數個 row 是拜訪順序中位置小的
 - 小紅

- 第偶數個 row 是拜訪順序中位置大的
 - 小藍



•實現這個想法?



感受一下 excel 操作 – 自定義排序

位置	拜訪	次序	位置	拜訪	次序
	1	4		2	1
	2	1		5	1
	3	3		6	2
	4	3		7	2
	5	1		3	3
	6	2		4	3
etit	7	2		1	4
	8	4		8	4

||團隊群

Compet

題解說明

- 等等會示範用 vector 套 vector<int> 來存取資料
 - 因為 vector< vector<int> > 的適用範圍比較廣,方便同學適應更多題目
- 但是這題可以使用 vector 套 pair 來存取資料比較方便
 - 不用自定義 sort ,因為 pair 有 是否小於的定義,熟悉的同學可以更快速的實作算法

vector 套 vector<int> - 示範

• 宣告

5 vector< vector<int> > a;

vector 套 vector<int> - 示範

• 初始化

```
14 int main() {
15 : cin >> n;
16 : a.assign(2*n, vector<int>(2, 0));
17 :
```

• Hint 若要動態宣告大小,一定要先獲得 題目規定 的數值。

vector 套 vector<int> - 示範

• 完整讀取資料示範

```
14 int main() {
15 : cin >> n;
16 : a.assign(2*n, vector<int>(2, 0));
17:
18 : for(int i = 0; i < 2*n; i++) {
19 : : int thing, addr;
20 : addr = i+1;
21 : cin >> thing;
22 : : a[i][0] = addr;
23 : : a[i][1] = thing;
```

- 開始模擬走路吧!
 - Hint 走路的步數會大於 int 範圍
- 以上這題全部所需要使用到的基本操作就教給各位了!
- 有了這些技巧之後
 - 就可以試試看思考題目
 - 更方便的快速實作腦袋中的思路

- 現在有 Q 筆問題
- 每筆問題中有一個 N 代表之後的數字 S 是幾位數
- 現在想要把數字 S 拆成兩個數字以上,並且由小到大排序,請問可能辦到嗎?
- 可以的話輸出可能的拆法

Input

2

6

654321

2

33

• Output

YES

3

6 54 321

NO



- 貼心小提示:
 - 可以使用 string 儲存
 - 可以使用 str.substr() 輸出

練習&下課時間

Take a break!

Outline

- 1. 演算法的效率
- 2. 設計演算法的思考方法

演算法的效率

2 倍、3 倍、甚至 10 倍的常數倍優化不是競賽時考慮的要點。

我們所設計的演算法必須根據輸入規模 N 而定。

Big O 表示法 f(N) = O(g(N)) ⇔ ∃M, c > 0. ∀N > M. |f(N)| ≤ c·|g(N)|

意思是說在 N 足夠大的時候,已經存在正數 c 使得 c |g(N)| 大於等於 |f(N)|



例如估計的時間函數:f(x)=x2+x+1

在 x 很大的時候, 主要影響整個函數值的大小是平方項

這時我們可以說 $f(x) = O(x^2)$

設輸入規模為 N ,常見的複雜度有: $O(1) \leq O(logN) \leq O(N) \leq O(NlogN)$ $\leq O(N^k) \leq O(N^k) \leq O(N^k)$

其中 k 為常數 (不隨輸入規模成長)

競賽規範

記憶體空間的規範各競賽都不相同

通常得考慮:

- 遞迴深度
- 使用的變數多寡
- 程式碼長度



競賽規範

而競賽都以秒為單位去做時間限制

- 例如 1 秒、3 秒、10 秒



合理的複雜度

通常會直接考慮資料的規模與計算出來的複雜度 有個傳統(?)的限制: 10⁷

合理的複雜度

假設題目: 規模為 N

而你: 設計出的演算法複雜度為 O(N² logN)

合理的複雜度

x = N² logN 得落在 x ≤ 10⁷ 左右 這樣的複雜度才不容易超時

- •也就是說如果 N = 105
- •那就得重新設計演算法
- •因為此時 x = 1010 * log(105) 超大

常見思考方法

演算法的設計思維

- -枚舉
- -動態規劃
- -分治法
- -貪心法

最大連續和問題

- •考慮整數列: a(1), a(2), …, a(N)
- •讓 a(L), a(L+1), …, a(R) 盡量大
- •其中 1 <= L <= R <= N

- 例如 -4, 2, 3, -1, 0, 4, -5, 6, -7 的最大連續和為 9
- \bullet [2, 3, -1, 0, 4, -5, 6]

演算法的設計思維

- -枚舉
- -動態規劃
- -分治法
- 貪心法

枚舉

所謂枚舉, 就是數出部份給定的集合中元素。

應用在問題中 將每個 L 與 R 配對舉出來 接著 for(int k = L; k <= R; k++) sum += A[k]; 就能找出最大的 sum

Competitive Programming

枚舉:最大連續和問題

```
int best = A[1];
for (int L = 1; L <= N; L++) {
  for (int R = L; R \le N; R++) {
    int sum = 0;
    for (int k = L; k \le R; k++) sum += A[k];
    best = max(best, sum);
其時間複雜度為 O(N3)
```



演算法的設計思維

- -枚舉
- -動態規劃
- -分治法
- 貪心法

動態規劃:最大連續和問題

```
for (int L = 1; L <= N; L++) {
  for (int R = L; R <= N; R++) {
    sum[L][R] = (R>L) ? sum[L][R-1]+A[R] : A[R
    best = max(best, sum[L][R]);
}
```

時間複雜度為 O(N2)

動態規劃

```
sum[L][L] = A[L];
for (int R = L; R <= N; R++)
  sum[L][R] = sum[L][R-1] + A[R];</pre>
```

從邊界遞推地紀錄所有問題的解,且一個項用到前一項的最佳結果

動態規劃

好處是將會重複使用到的解都保存下來了,就能省下不少時間

不用像枚舉一樣重新計算

```
for(int k = L; k <= R; k++) sum += A
[k];</pre>
```

演算法的設計思維

- -枚舉
- -動態規劃
- -分治法
- 貪心法

分治法

- •分治 (divide & conquer) 簡稱 D&C
- 將一個大的問題
- •分成幾個互相獨立的子問題
- 然後再將子問題分成子子問題
- •一直重複分割的動作直到最小問題(邊界)
- •接著讓子問題合併求出父問題。

分治法:最大連續和問題

•將數列切一半(分割)

- 左半的最大連續和為何(子問題)
- 右半的最大連續和為何(子問題)
- •包含"切開的分水嶺"的最大連續和(子問題☆)

•選出三者中最大值,就是整個數列的解(合併)

分治法:原大小的問題

P[a(1), a(2), a(3), a(4), a(5)]

假設 N=5

分治法:分割問題

[a(1), a(2), a(3), a(4), a(5)]

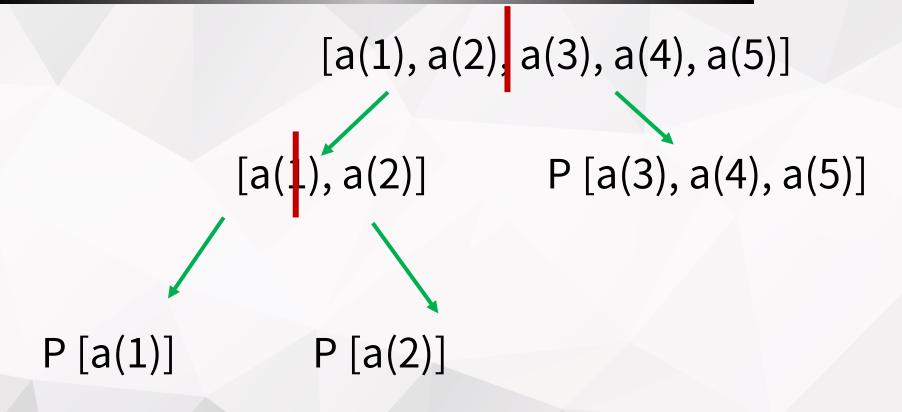
[a(1), a(2), a(3), a(4), a(5)]

P[a(1), a(2)]

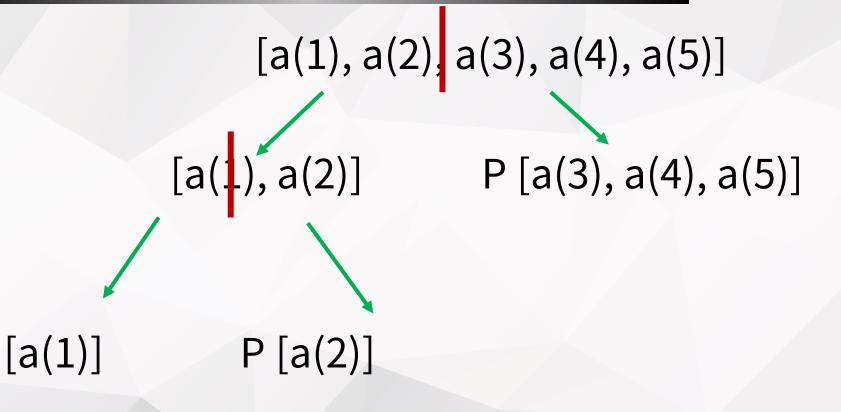
P[a(3), a(4), a(5)]

分治法:分割問題

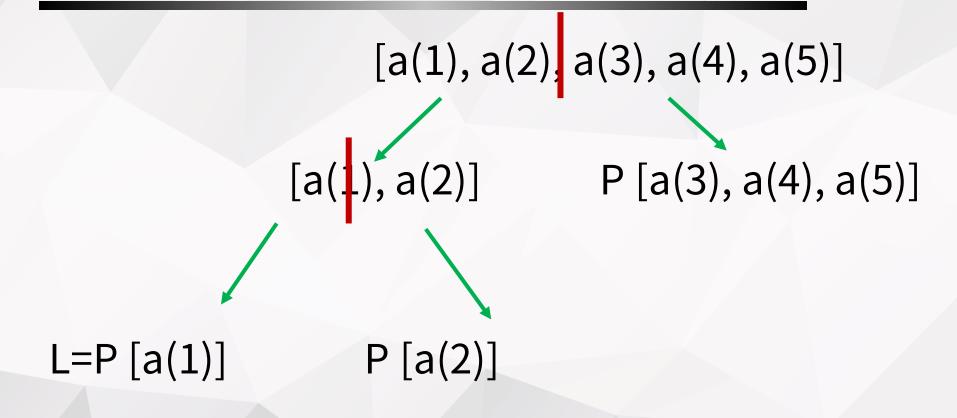
```
[a(1), a(2), a(3), a(4), a(5)]
[a(1), a(2)] P [a(3), a(4), a(5)]
```



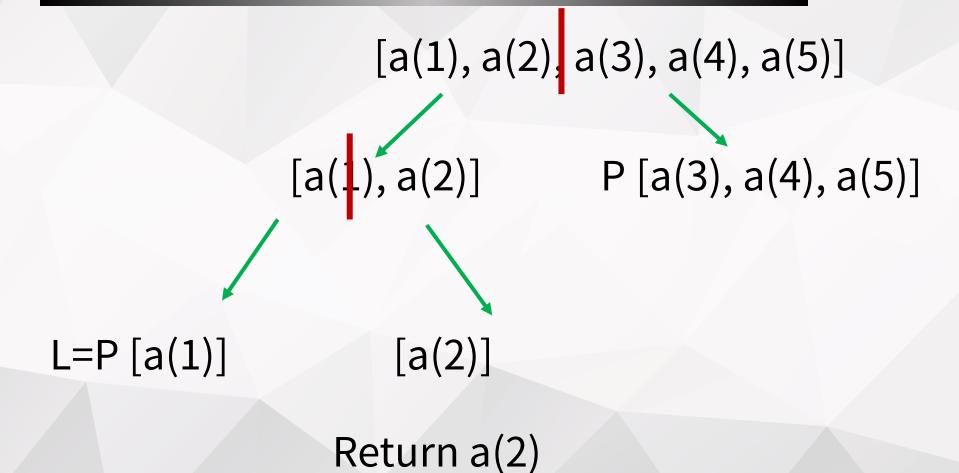
分治法:最小子問題(邊界)



Return a(1)



分治法:最小子問題(邊界)



[a(1), a(2), a(3), a(4), a(5)]
$$[a(1), a(2), a(3), a(4), a(5)]$$

$$[a(1), a(2), a(2), a(3), a(4), a(5)]$$

$$P[a(3), a(4), a(5)]$$

$$P[a(3), a(4), a(5)]$$

$$P[a(3), a(4), a(5)]$$

Competitive Programming

[a(1), a(2)] a(3), a(4), a(5)]
$$[a(1), a(2)] P[a(3), a(4), a(5)]$$

$$L=P[a(1)] R=P[a(2)]$$

$$maxSum[\cdots, a(1), a(2), \cdots]$$

Competitive Programming

$$[a(1), a(2), a(3), a(4), a(5)]$$

$$[a(1), a(2), a(3), a(4), a(5)]$$

$$P[a(3), a(4), a(5)]$$

$$L=P[a(1)] \qquad R=P[a(2)]$$

$$M=maxSum[\cdots, a(1), a(2), \cdots]$$

Competitive Programming

分治法:合併問題(回傳解)

[a(1), a(2), a(3), a(4), a(5)]

[a(1), a(2)]

P[a(3), a(4), a(5)]

Return max(L, M, R)

[a(1), a(2), a(3), a(4), a(5)]

L=P [a(1), a(2)]

P[a(3), a(4), a(5)]

分治法:分割問題

```
[a(1), a(2), a(3), a(4), a(5)]
```

L=P
$$[a(1), a(2)]$$

L=P
$$[a(1), a(2)]$$

分治法:最小子問題(邊界)

$$L=P[a(1), a(2)]$$

[a(3)]

P [a(4), a(5)]

Return a(3)

L=P
$$[a(1), a(2)]$$

$$L=P[a(3)]$$

分治法: 合併問題 (回傳解)

L=P
$$[a(1), a(2)]$$

$$L=P[a(3)]$$

Return max(L, M, R)

L=P
$$[a(1), a(2)]$$

L=P
$$[a(3)]$$
 R=P $[a(4), a(5)]$

[a(1), a(2), a(3), a(4), a(5)]
$$L=P[a(1), a(2)] \qquad [a(3), a(4), a(5)]$$

$$L=P[a(3)] \qquad R=P[a(4), a(5)]$$

$$P[\cdots, a(3), a(4), \cdots]$$

[a(1), a(2), a(3), a(4), a(5)]
$$L=P[a(1), a(2)] \qquad [a(3), a(4), a(5)]$$

$$L=P[a(3)] \qquad R=P[a(4), a(5)]$$

$$maxSum[\cdots a(3), a(4), \cdots]$$

分治法:合併問題(回傳解)

[a(1), a(2), a(3), a(4), a(5)]

L=P [a(1), a(2)]

[a(3), a(4), a(5)]

Return max(L, M, R)

[a(1), a(2), a(3), a(4), a(5)]

L=P [a(1), a(2)]

R=[a(3), a(4), a(5)]

```
[a(1), a(2), a(3), a(4), a(5)]
L=P[a(1), a(2)] R=[a(3), a(4), a(5)]
P[\cdots, a(2), a(3), \cdots]
```

```
[a(1), a(2), a(3), a(4), a(5)]
L=P [a(1), a(2)] R=[a(3), a(4), a(5)]
```

maxSum [..., a(2), a(3),...]

```
[a(1), a(2), a(3), a(4), a(5)]
L=P [a(1), a(2)] R=[a(3), a(4), a(5)]
```

 $M=\max Sum [..., a(2), a(3),...]$

分治法:合併問題(回傳解)

[a(1), a(2), a(3), a(4), a(5)]

Return max(L, M, R)

分治法:原問題

P[a(1), a(2), a(3), a(4), a(5)]

分治法:原問題

G=P [a(1), a(2), a(3), a(4), a(5)]

得到原問題的解了

分治法:複雜度

假設原問題大小為:N

考慮實際時間花費

分治法:時間花費

原問題時間花費為:T(N)

分割問題後為: T(N/2) + T(N/2)

maxSum: N

分治法:時間花費

合併問題得 T(N) = 2*T(N/2) + N

並且最小子問題 T(1)=1

分治法:時間花費

```
T(N)
= 21 * T(N/21) + 1 * N = 21 * (2 * T(N/22) + N/21) + 1 * <math>N
```

$$= 2^{2} T(N/2^{2}) + 2 N = 2^{2} (2 T(N/2^{3}) + N/2^{2}) + 2 N$$

$$= 2^{3} * T(N/2^{3}) + 3 * N = 2^{3} * (2 * T(N/2^{4}) + N/2^{3}) + 3 * N$$

• • •

$$= 2? * T(1) + ? * N$$

想想看"問號"為多少?

分治法:複雜度

$$T(N) = 2 \lg N * T(1) + (\lg N) * N$$

 $\wedge T(1) = 1$

$$\Rightarrow$$
 T(N) = $2 \lg N + N \lg N$

$$\Rightarrow$$
 T(N) = O(NlgN)

演算法的設計思維

- -枚舉
- -動態規劃
- -分治法
- -貪心法

貪心法

- •每次做一個在當下看起來最佳的決策
- 進而漸漸求出全局最佳解

• 貪心法是動態規劃的特例

貪心法:最大連續和問題

```
int best = A[1], sum = 0;
for (int R = 1; R \le N; R++) {
  sum = max(A[R], sum + A[R]);
  best = max(best, sum);
複雜度為 O(N)
```

更優的複雜度?

枚舉、動態規劃、分治法、貪心法



這些思考方式能讓我們想出怎樣設計演算法 但可不能只滿足於此,要不斷的思考是否還存在別 的演算法

Questions?