

# Actividad 1. Modelamiento de Demanda 2

*nclivio*

*2014*

## Introducción

A continuación se detalla la comparación de modelos para pronosticar la demanda empleando modelos de curvas de crecimiento, modelo Bass y el modelo Fisher-Pry.

## Descripción de los Datos

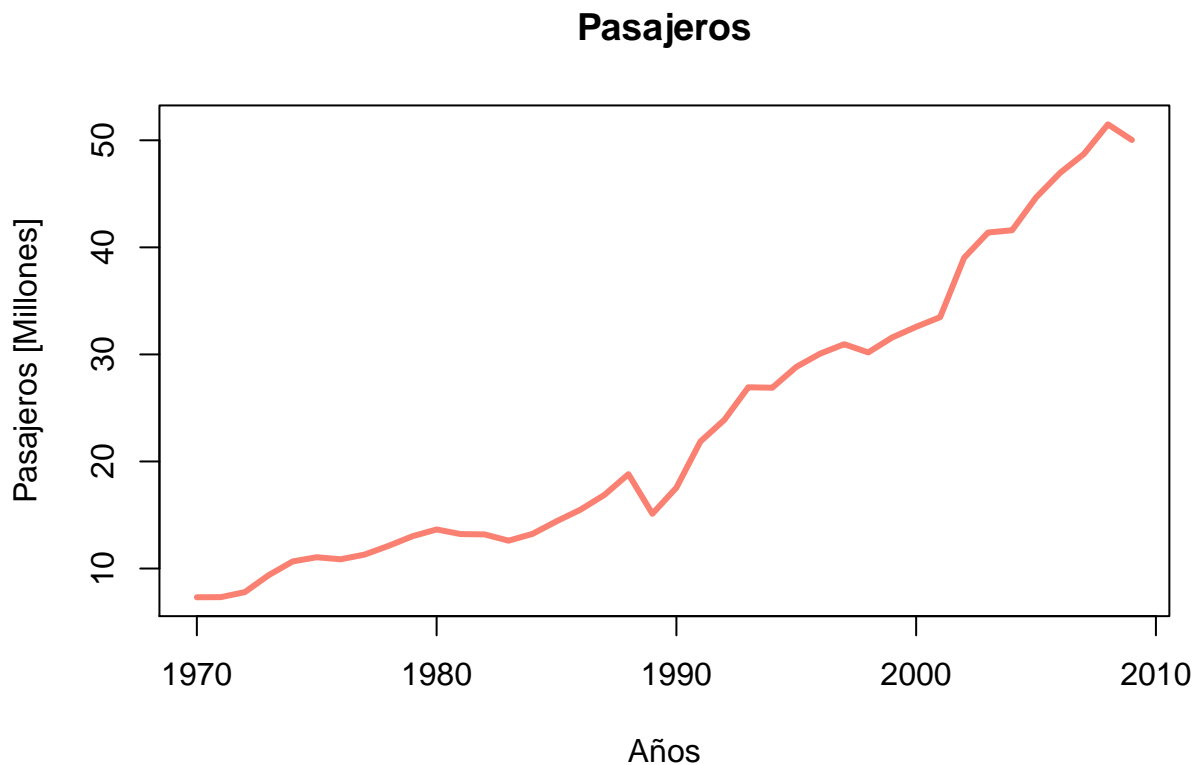
Se eligieron datos provenientes del paquete **fpp**, del libro Forecasting: Principles and Practice por Rob J Hyndman and George Athanasopoulos. Se trabajo con un dataset con un formato de series de tiempo anual ya que coincide con el formato de la demanda de usuarios requerido para el desarrollo de la tesis.

## Preparación de Datos

Es necesario cargar el paquete **fpp**, se trabajará con el data set **ausair** Air Transport Passengers Australia, que contiene el total de pasajeros los años comprendidos entre 1970 y 2009.

```
library(fpp)
data(ausair)

plot(ausair, xlab="Años",ylab="Pasajeros [Millones]",col="salmon",lwd=3,
     main="Pasajeros")
```



Se submuestran los datos en dos grupos *training* para aplicar el modelo y *testing* para hacer las predicciones.

```
library(caret)
library(ggplot2)

ts<-ausair

tstrain<-window(ts,start=1970,end=1999)
tstest<-window(ts,start=1999,end=(2009))

years<-c(1970:1999)
datatrain<-data.frame(Años=years,Pasajeros=tstrain)

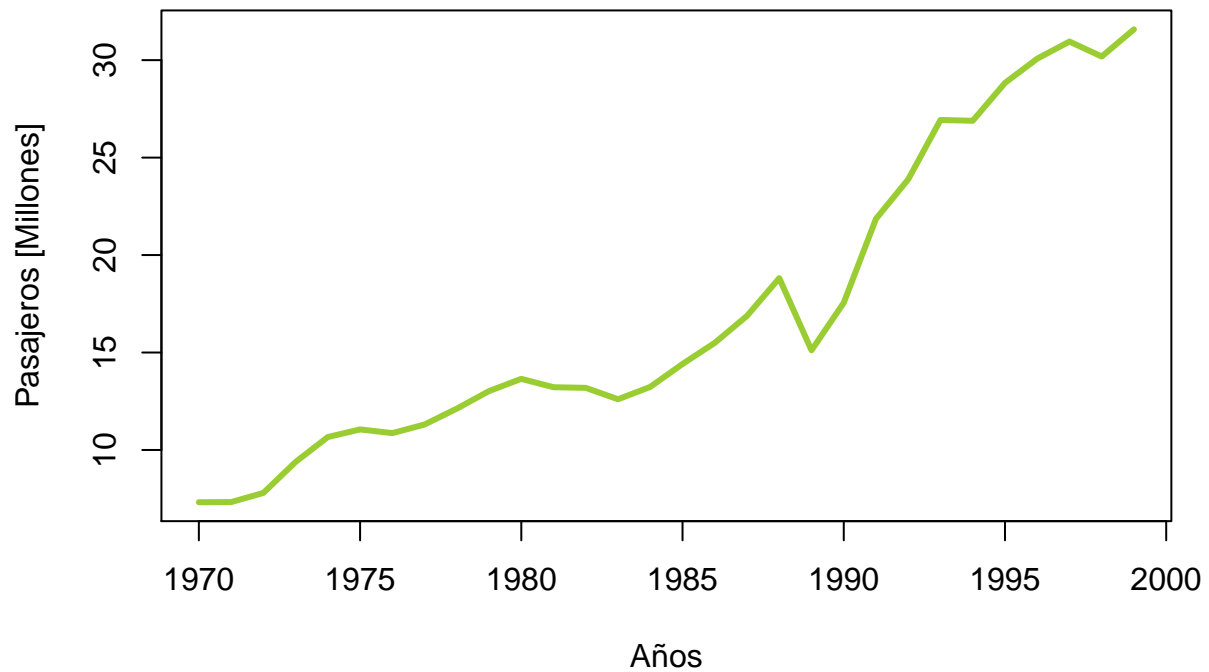
years2<-c(1999:2009)
datatest<-data.frame(Años=years2,Pasajeros=tstest)

#inTrain<-createDataPartition(y=data$Años, p=0.75, list=FALSE)
#training<-data[inTrain,]
#testing<-data[-inTrain,]
```

El conjunto de datos *training*, se muestra a continuación:

```
plot(tstrain, xlab="Años",ylab="Pasajeros [Millones]",col="yellowgreen",lwd=3,main="Datos Training")
```

## Datos Training



## Modelos y Predicciones

```
library(grofit)
library (forecast)
```

### 1.Modelos Lineales

A continuación se aplica, el modelo de regresión lineal, donde la variable independiente es el tiempo (Años) y la dependiente la cantidad de pasajeros.

```
fitlm<-tslm(tstrain-trend)
```

```
fitlm
```

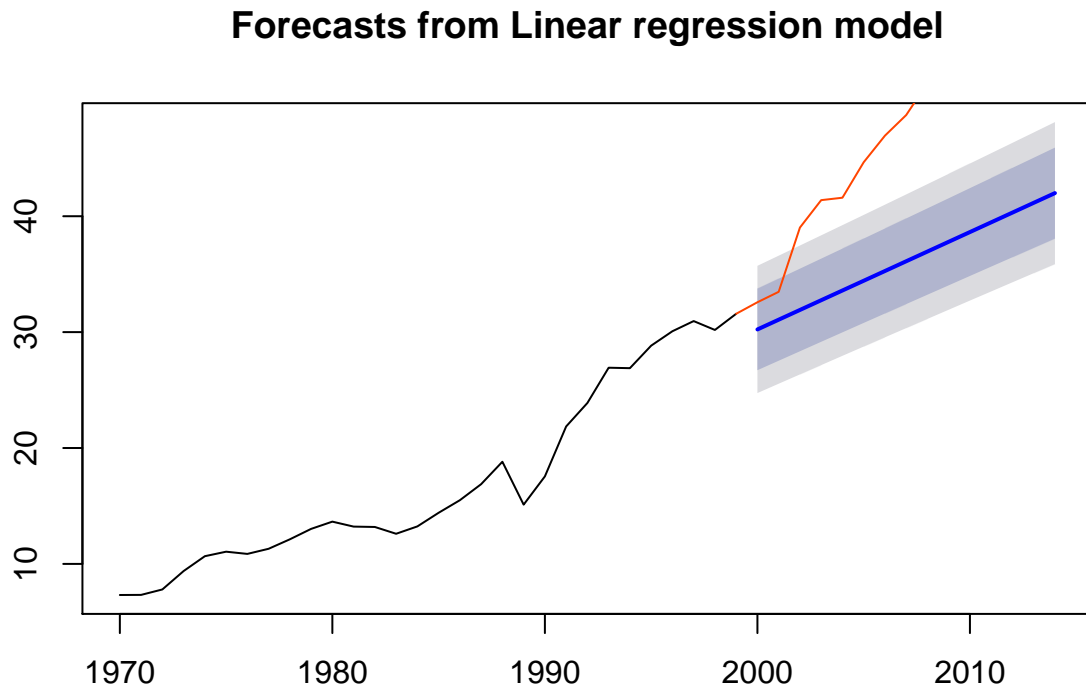
```
##
## Call:
## lm(formula = formula, data = "tstrain", na.action = na.exclude)
##
## Coefficients:
## (Intercept)      trend
##      4.18         0.84
```

Se hacen las predicciones

```
predlm<-forecast(fitlm, h=15)
```

Graficamente la predicción del modelo lineal, se ve así:

```
plot(predlm)
lines(tstest,lwd=1,col="orangered")
```



## 2. Modelos Parabólico

Aplicando un modelo con tendencia no lineal, de forma polinómica de segundo grado de la forma:

$$y = b_0 + b_1 x + b_2 x^2$$

Donde:  $b_0$  : Intersección estimada con el eje y  $b_1$  : efecto lineal estimado sobre y  $b_2$  : efecto curvilíneo estimado sobre y

Se obtiene:

```
time<-1:30
regpol = lm(tstrain ~ time + I(time^2))

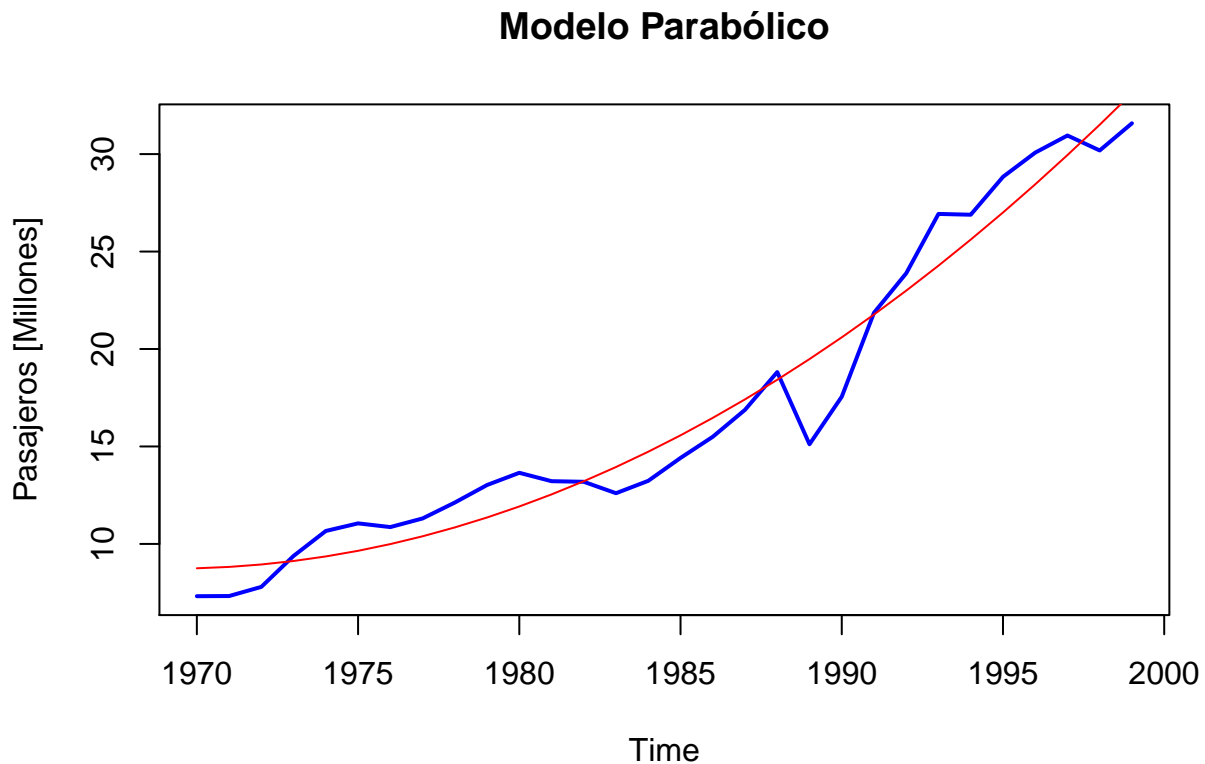
summary(regpol)
```

```
##
## Call:
```

```
## lm(formula = tstrain ~ time + I(time^2))
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -4.368 -1.280  0.328  1.277  2.653
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)   8.73707    0.97411    8.97 1.4e-09 ***
## time          -0.01353    0.14485   -0.09   0.93
## I(time^2)      0.02754    0.00453    6.07 1.7e-06 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 1.66 on 27 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.958, Adjusted R-squared:  0.955
## F-statistic: 306 on 2 and 27 DF, p-value: <2e-16
```

```
predpol<-predict(regpol)
```

```
plot(tstrain,lwd=2,main="Modelo Parabólico",ylab="Pasajeros [Millones]",col="blue")
lines(years,predpol, col="red")
```



### 3. Modelos Exponencial

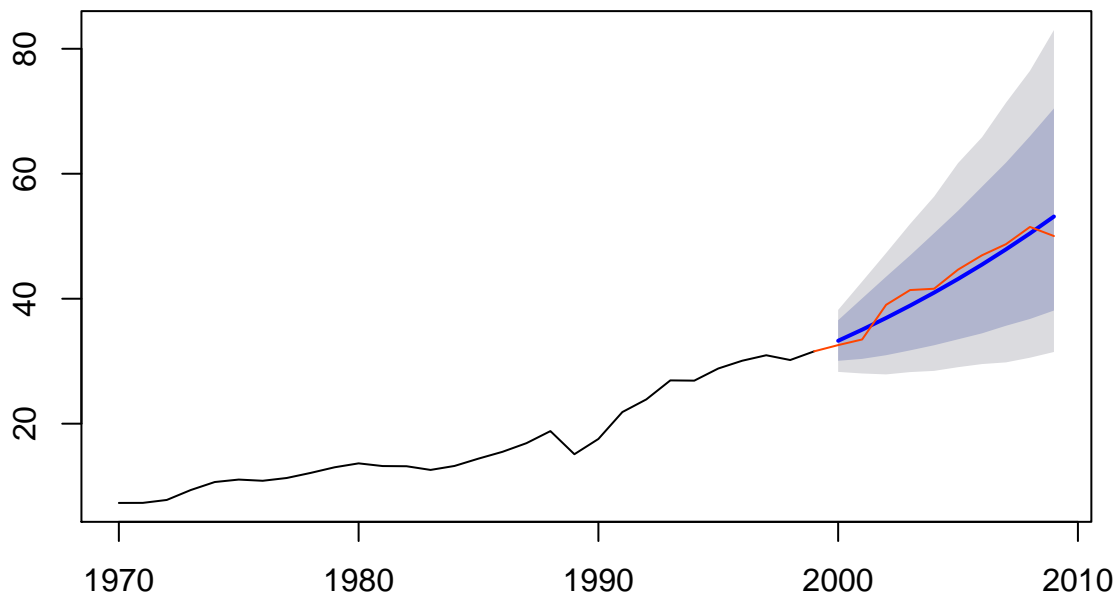
La función **ets** del paquete **forecast**, sirve para ajustar modelos de tipo exponencial. *Fuente:* <http://www.statmethods.net/advstats/timeseries.html>

```
#Exponential smoothing state space model

fitexp <- ets(tstrain)
predexp<-forecast(fitexp)

plot(predexp)
lines(tstest,lwd=1,col="orangered")
```

#### Forecasts from ETS(M,M,N)



predexp

##	Point Forecast	Lo 80	Hi 80	Lo 95	Hi 95
## 2000	33.27	30.06	36.56	28.29	38.21
## 2001	35.05	30.37	40.04	28.04	42.74
## 2002	36.92	30.96	43.52	27.89	47.30
## 2003	38.89	31.73	46.92	28.26	51.96
## 2004	40.97	32.55	50.48	28.45	56.34
## 2005	43.16	33.51	54.07	29.05	61.70
## 2006	45.47	34.46	57.93	29.54	65.83
## 2007	47.90	35.67	61.77	29.81	71.37
## 2008	50.46	36.76	66.00	30.56	76.46
## 2009	53.15	38.11	70.45	31.48	83.00

```
summary(fitexp)
```

```
## ETS(M,M,N)
##
## Call:
## ets(y = tstrain)
##
## Smoothing parameters:
##   alpha = 0.9999
##   beta  = 1e-04
##
## Initial states:
##   l = 6.9854
##   b = 1.0534
##
## sigma: 0.0763
##
## AIC AICc BIC
## 120.7 122.3 126.3
##
## Training set error measures:
##           ME RMSE  MAE   MPE  MAPE  MASE   ACF1
## Training set -0.05609 1.381 0.9224 -0.4938 5.503 0.748 0.00348
```

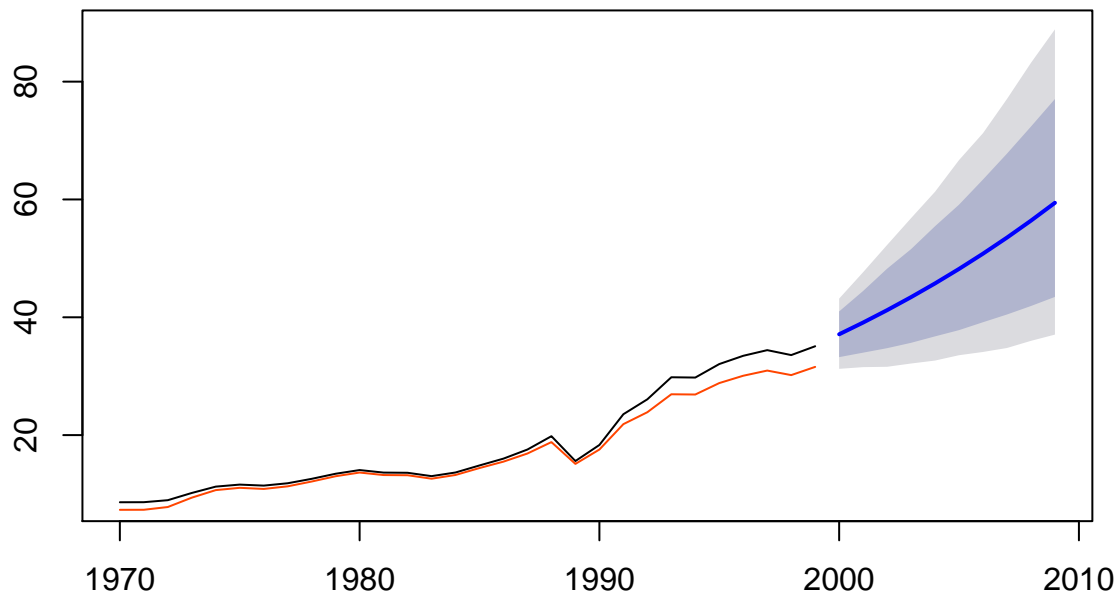
#### 4. Modelos Logístico

Usando el paquete **growthmodels** se usa la función *logistic* para calcular la curva de crecimiento logística.

**Usage** `logistic(t, alpha, beta, k)`

**Arguments** `t` time `x` size `alpha` upper asymptote `beta` growth range `k` growth rate

## Forecast from Logistic model



```
##
## Forecast method: ETS(M,M,N)
##
## Model Information:
## ETS(M,M,N)
##
## Call:
## ets(y = object, lambda = lambda)
##
## Smoothing parameters:
##   alpha = 0.8301
##   beta  = 1e-04
##
## Initial states:
##   l = 7.5671
##   b = 1.0537
##
## sigma: 0.0811
##
## AIC AICc BIC
## 128.5 130.1 134.1
##
## Error measures:
##           ME RMSE MAE   MPE MAPE  MASE  ACF1
## Training set -0.03008 1.618 1.094 -0.5357 5.992 0.8119 0.1662
##
```



```
## Forecasts:
##      Point Forecast Lo 80 Hi 80 Lo 95 Hi 95
## 2000      37.11 33.24 40.99 31.25 43.17
## 2001      39.11 34.00 44.47 31.54 47.65
## 2002      41.21 34.76 48.25 31.60 52.27
## 2003      43.42 35.67 51.57 32.15 56.83
## 2004      45.75 36.76 55.46 32.66 61.31
## 2005      48.21 37.82 59.12 33.56 66.69
## 2006      50.80 39.16 63.39 34.12 71.25
## 2007      53.53 40.47 67.78 34.79 77.06
## 2008      56.40 41.91 72.37 36.00 83.19
## 2009      59.43 43.46 77.05 37.06 88.87
```

## 5. Modelos Gompertz

Usando el paquete **growthmodels** se usa la función *gompertz* para calcular la curva de crecimiento.

**Usage** `gompertz(t, alpha, beta, k)`

`gompertz.inverse(x, alpha, beta, k)`

**Arguments** `t` time

`x` size

`alpha` upper asymptote

`beta` growth displacement

`k` growth rate

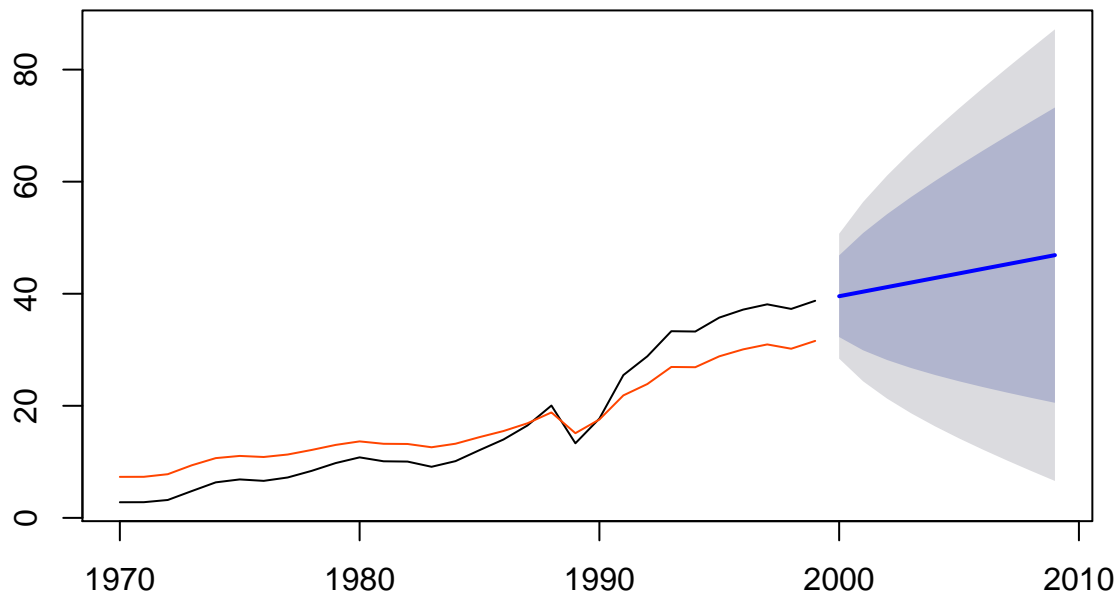
```
alphag<-50 #alpha upper asymptote
betag<-6   #beta growth displacement
kg<-0.1    #growth rate

fitgom<-gompertz(tstrain, alphag, betag, kg)

predgom<-forecast(fitgom)

plot(predgom,lwd=1,main="Forecast from Gompertz model")
lines(tstrain,lwd=1,col="orangered")
```

## Forecast from Gompertz model



```
summary(predgom)
```

```
##
## Forecast method: ETS(M,A,N)
##
## Model Information:
## ETS(M,A,N)
##
## Call:
## ets(y = object, lambda = lambda)
##
## Smoothing parameters:
##   alpha = 0.9999
##   beta  = 1e-04
##
## Initial states:
##   l = 1.9151
##   b = 0.813
##
## sigma: 0.1437
##
##   AIC  AICc  BIC
## 146.1 147.7 151.7
##
## Error measures:
```

```
##           ME  RMSE  MAE      MPE MAPE  MASE    ACF1
## Training set 0.4145 2.365 1.545 -0.3483 11.1 0.8142 0.03371
##
## Forecasts:
##      Point Forecast Lo 80 Hi 80  Lo 95 Hi 95
## 2000           39.56 32.27 46.84 28.414 50.70
## 2001           40.37 29.91 50.84 24.368 56.37
## 2002           41.19 28.17 54.20 21.284 61.09
## 2003           42.00 26.74 57.26 18.669 65.33
## 2004           42.81 25.50 60.13 16.335 69.29
## 2005           43.63 24.38 62.88 14.186 73.07
## 2006           44.44 23.34 65.55 12.168 76.72
## 2007           45.26 22.36 68.15 10.243 80.27
## 2008           46.07 21.43 70.71  8.389 83.75
## 2009           46.89 20.53 73.24  6.586 87.18
```

## 5. Modelos Fisher Pry

Modelo matemático utilizado para predecir la adopción de tecnología cuando la sustitución es impulsado por una tecnología superior en el que el nuevo producto o servicio presenta alguna ventaja tecnológica sobre el anterior.

```
time<-(years-mean(years))*2

parmlm<-as.list(fitlm$coeff)

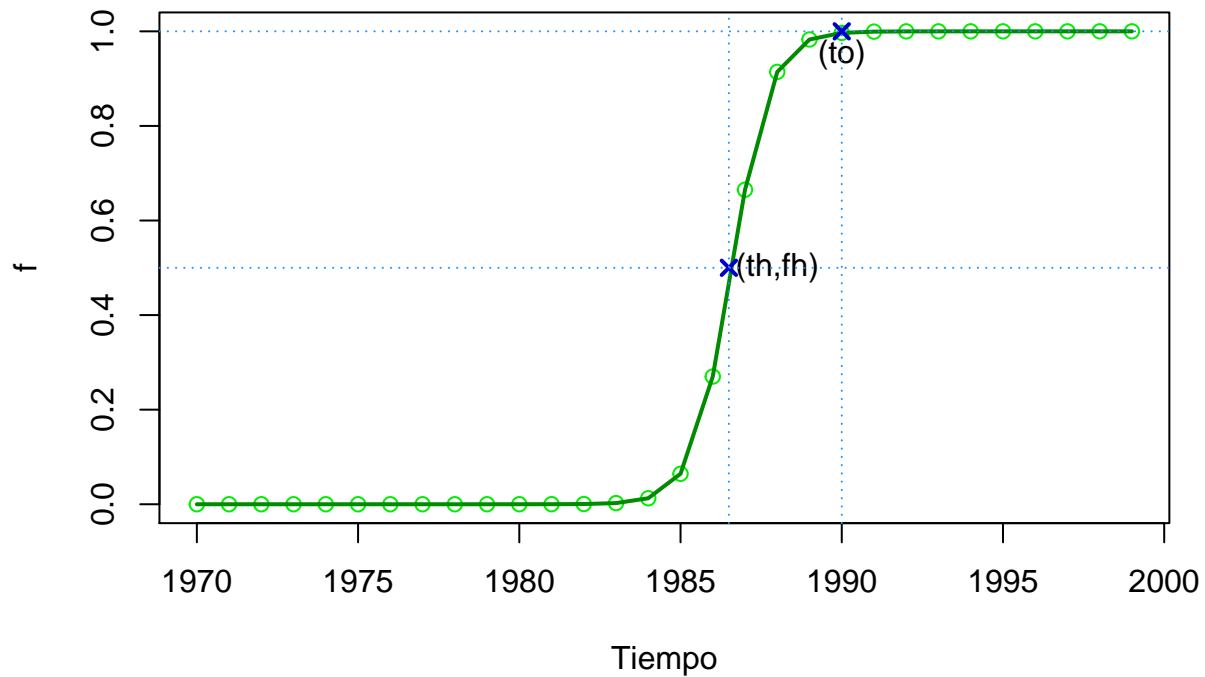
a<-parmlm$(Intercept)
b<-parmlm$trend

fitpry<-1/(1+exp(-b*(time-a)))
```

Curva S representa la adopción del servicio, es decir la penetración del mercado.

```
plot(years,fitpry,lwd=1,col="green2", main="Penetración en función del tiempo", xlab="Tiempo",ylab="f")
lines(years,fitpry,lwd=2,col="green4")
points(1986.5,0.5,lwd=2,col="blue3",pch=4)
text(1988, 0.5, "(th,fh)")
points(1990,1,lwd=2,col="blue3",pch=4)
text(1990, 0.95, "(to)")
abline(h=1,v=1990,lty=3,col="dodgerblue")
abline(h=0.5,v=1986.5,lty=3,col="dodgerblue")
```

## Penetración en función del tiempo



Se ha demostrado que la relación de Fisher Pry se cumple en bastantes sustituciones tecnológicas. Cuando se combina con la idea de que la curva de sustitución sigue también la curva S.

$$f/(1-f) = \exp.2\alpha(t-t_0)$$

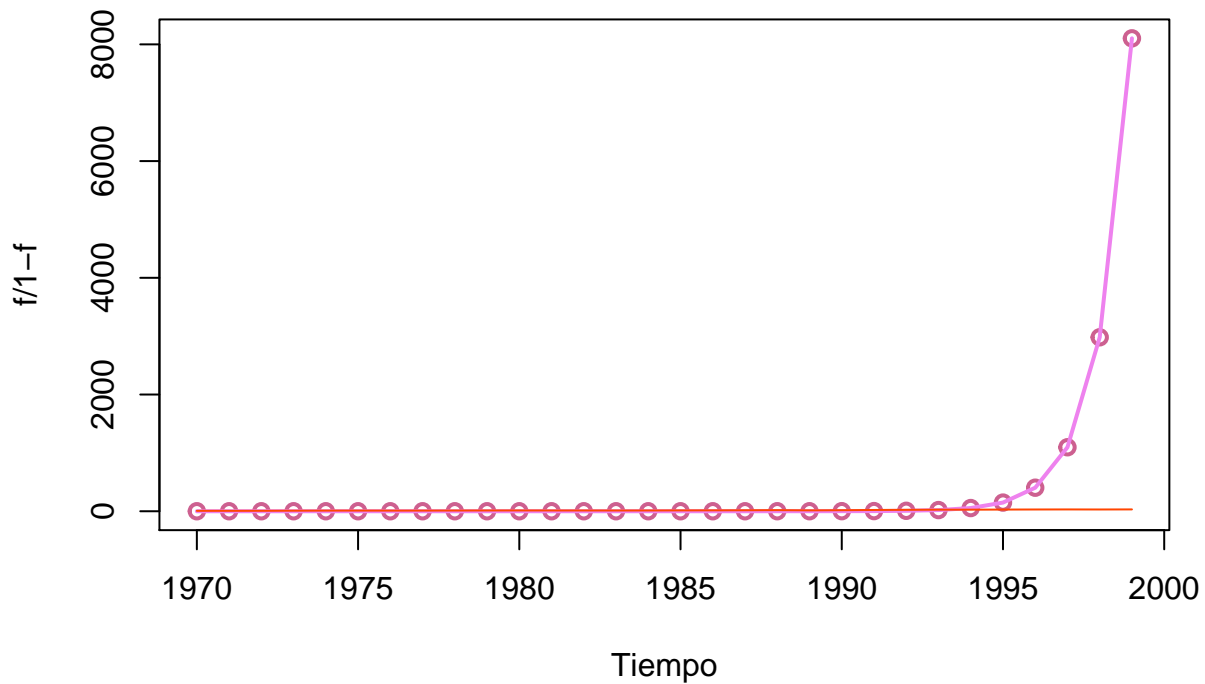
donde:  $f$ = fracción de tecnología antigua sustituida por la nueva.  $\alpha$ = 1/2 del crecimiento porcentual anual en los primeros años.  $t_0$ = tiempo cuando  $f= 1/2$

```
alpha<-2*0.5
to<-1990
tdelta<-to-years

modpry<-exp(alpha*(years-to))

plot(years,modpry,lwd=2,col="hotpink3", main="Modelo Fisher Pry", xlab="Tiempo",ylab="f/1-f")
lines(years,modpry,lwd=2,col="violet")
lines(tstrain,lwd=1,col="orangered")
```

## Modelo Fisher Pry



## 6. Modelos Bass Model

Modelo propuesto por Frank M Bass en 1969. Este modelo propone que la difusión es motivada por la innovación que son los que adoptan un producto y los que los siguen son los imitadores.

**M** Numero total de personas que eventualmente comprará el producto **P** Coeficiente de Innovación **Q** Coeficiente de Imitación

Para resolver el modelo, se hace una regresión lineal para determinar los coeficientes del modelo

```
time<-(years-mean(years))*2

regpol= lm(tstrain ~ time + I(time^2))

parm<-as.list(regpol$coeff)

a<-parm$(Intercept)"
b<-parm$time*(1)
c<-parm$I(time^2)"

#Coeficientes del Modelo Bass

P<-c
Q<-b+P
M<-a/P
```

```
#M<-(-b-sqrt((b^2)-(4*a*c)))/(2*c)
#P<-a/M
#Q<--c*M
```

```
Coeff<-data.frame(P=P,Q=Q,M=M)
Coeff
```

```
##           P      Q      M
## 1 0.006885 0.427 2199
```

Una vez se obtienen los parámetros, se reemplazan en la fórmula del modelo:

```
ter1<-P*M
ter2<-(Q-P)*tstrain
ter3<-(Q/M)*tstrain^2

fitbas<-ter1+ter2-ter3
predbas<-forecast(fitbas)
predbas
```

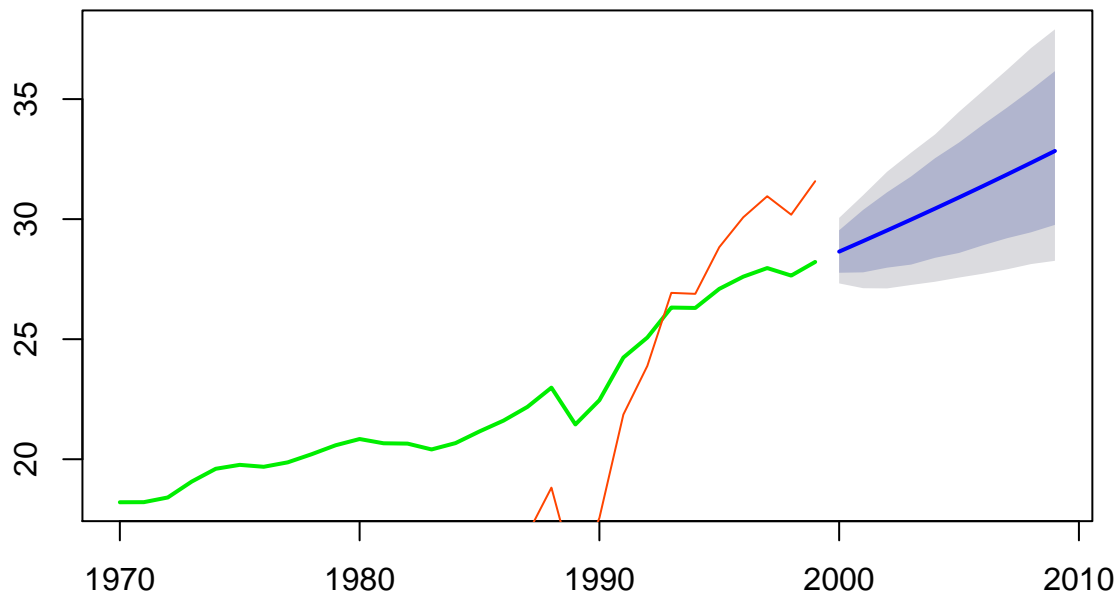
```
##      Point Forecast Lo 80 Hi 80 Lo 95 Hi 95
## 2000          28.65 27.77 29.54 27.32 30.05
## 2001          29.09 27.78 30.38 27.12 31.00
## 2002          29.53 27.98 31.12 27.11 31.97
## 2003          29.98 28.11 31.78 27.26 32.77
## 2004          30.44 28.39 32.54 27.39 33.53
## 2005          30.91 28.59 33.19 27.57 34.47
## 2006          31.38 28.91 33.94 27.73 35.34
## 2007          31.86 29.20 34.64 27.91 36.22
## 2008          32.34 29.45 35.38 28.13 37.12
## 2009          32.84 29.76 36.16 28.26 37.90
```

Graficamente el modelo se comporta:

```
plot(predbas,lwd=2,col="green2")

lines(tstrain,lwd=1,col="orangered")
```

## Forecasts from ETS(M,M,N)



## Comparación de Modelos

```
#Modelo Lineal
acc_a<-accuracy(predlm)
#Modelo Parabólico
acc_b<-accuracy(predpol,tstrain)
#Modelo Exponencial
acc_c<-accuracy(predexp)
#Modelo Logístico
acc_d<-accuracy(predlog)
#Modelo Gompertz
acc_e<-accuracy(predgom)
#Modelo Fisher-Pry
acc_f<-accuracy(fitpry,tstrain) #Duda
#Modelo Bass
acc_g<-accuracy(predbas)      #Duda

acc_all<-rbind(acc_a,acc_b,acc_c,acc_d,acc_e,acc_f,acc_g)
Modelos<-c("Lineal","Parabólico","Exponencial",
           ,"Logístico","Gompertz","Fisher-Pry","Bass")

perform<-data.frame(Modelos,acc_all)

p1<-as.list(fitlm$coeff)
```

```

p2<-as.list(regpol$coeff)

a1<-round(p1$(Intercept),3)
b1<-round(p1$trend,3)

a2<-round(p2$(Intercept),3)
b2<-round(p2$time,3)
c2<-round(p2$I(time^2),3)

p<-round(P,3)
q<-round(Q,3)
m<-round(M,3)

a_all<-rbind(a1,a2,"NA","NA","NA",a1,a2)
b_all<-rbind(b1,b2,"NA","NA","NA",b1,b2)
c_all<-rbind("NA",c2,"NA","NA","NA","NA",c2)
p_all<-rbind("NA","NA","NA","NA","NA","NA",p)
q_all<-rbind("NA","NA","NA","NA","NA","NA",q)
m_all<-rbind("NA","NA","NA","NA","NA","NA",m)

paramet<-data.frame(Modelos,a=a_all,b=b_all,c=c_all,p=p_all,q=q_all,m=m_all)

perform

```

##	Modelos	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE	ACF1
## 1	Lineal	-3.256e-16	2.4245	2.0510	-0.10573	13.607	1.6633	0.81359
## 2	Parabólico	8.082e-15	1.5760	1.3252	-0.96587	9.023	0.6051	1.08605
## 3	Exponencial	-5.609e-02	1.3805	0.9224	-0.49381	5.503	0.7480	0.00348
## 4	Logístico	-3.008e-02	1.6178	1.0944	-0.53568	5.992	0.8119	0.16622
## 5	Gompertz	4.145e-01	2.3651	1.5454	-0.34828	11.098	0.8142	0.03371
## 6	Fisher-Pry	1.678e+01	18.2789	16.7770	98.13394	98.134	0.8879	10.53795
## 7	Bass	5.825e-03	0.5597	0.3812	-0.04365	1.685	0.7490	0.01107

```
paramet
```

##	Modelos	a	b	c	p	q	m
## 1	Lineal	4.184	0.84	NA	NA	NA	NA
## 2	Parabólico	15.144	0.42	0.007	NA	NA	NA
## 3	Exponencial	NA	NA	NA	NA	NA	NA
## 4	Logístico	NA	NA	NA	NA	NA	NA
## 5	Gompertz	NA	NA	NA	NA	NA	NA
## 6	Fisher-Pry	4.184	0.84	NA	NA	NA	NA
## 7	Bass	15.144	0.42	0.007	0.007	0.427	2199.498

## OTRAS PRUEBAS

Modelo Bass con los datos de Cablevisión

```
dat<-ts(c(0,0,0,6.76237,9.00095,9.7213,11.30214,13.56488,15.19591,17.01668),start=2004,end=2013,frequen
```



```

y<-2004:2013
tdata<-(y-mean(y))*2

regdat= lm(dat ~ tdata + I(tdata^2))
a<-8.573783
b<-1.035411
c<--0.009617

M<-((-b-sqrt((b^2)-(4*a*c)))/(2*c)
P<-a/M
Q<--c*M

ter1<-P*M
ter2<-(Q-P)*dat
ter3<-(Q/M)*dat^2

fitbas<-ter1+ter2+ter3
plot(y,dat,col="blue2",pch=20,ylim=c(0,25),xlab="Años",ylab="Usuarios",main="Bass Model")
lines(y,dat,col="blue")
lines(y,fitbas,col="red")
legend("topleft",legend=c("Datos CV","Bass Model"),col=c("blue","red"),lty=1,lwd=2)

```

