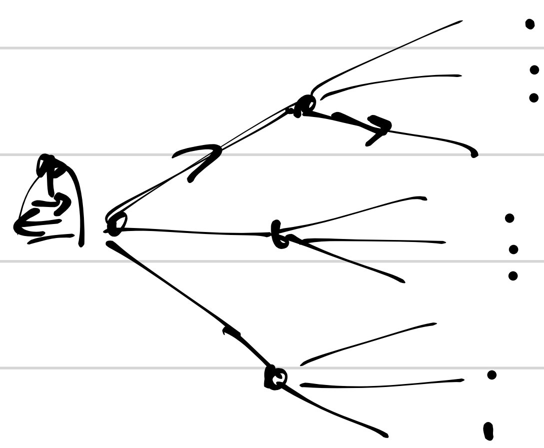
Привет !! ISSP Conza 2

99! В чем разница Sa, Sc

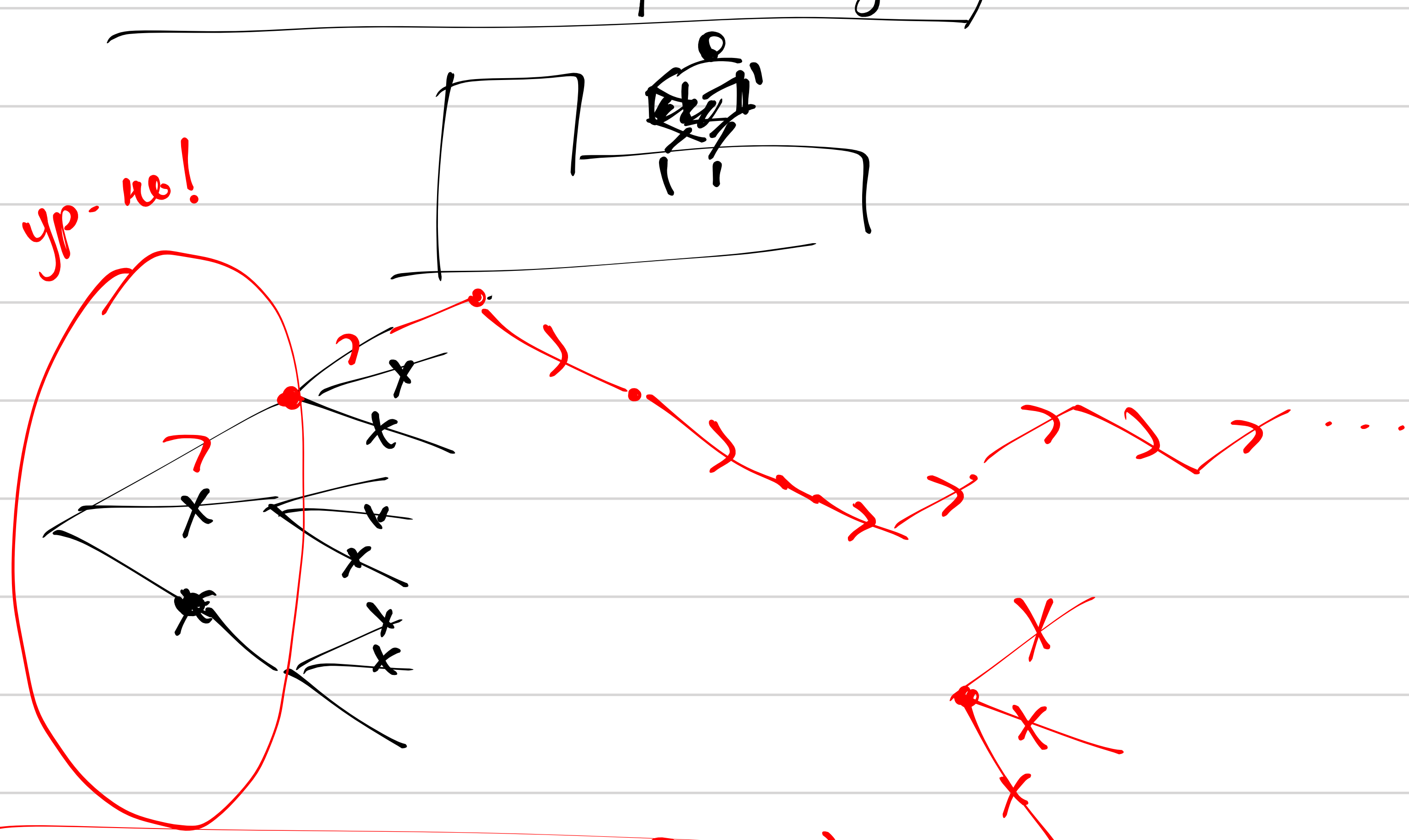


26 на каждую дорожке с вер $\frac{1}{3}$.

Sa | P(Илья пройдет без встречи с 26 всю жизнь, если весь путь каждый) =

$$= \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \ldots = \lim_{n\to\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n = 0.$$

Sc P(∃ ∞-мирн. путь)



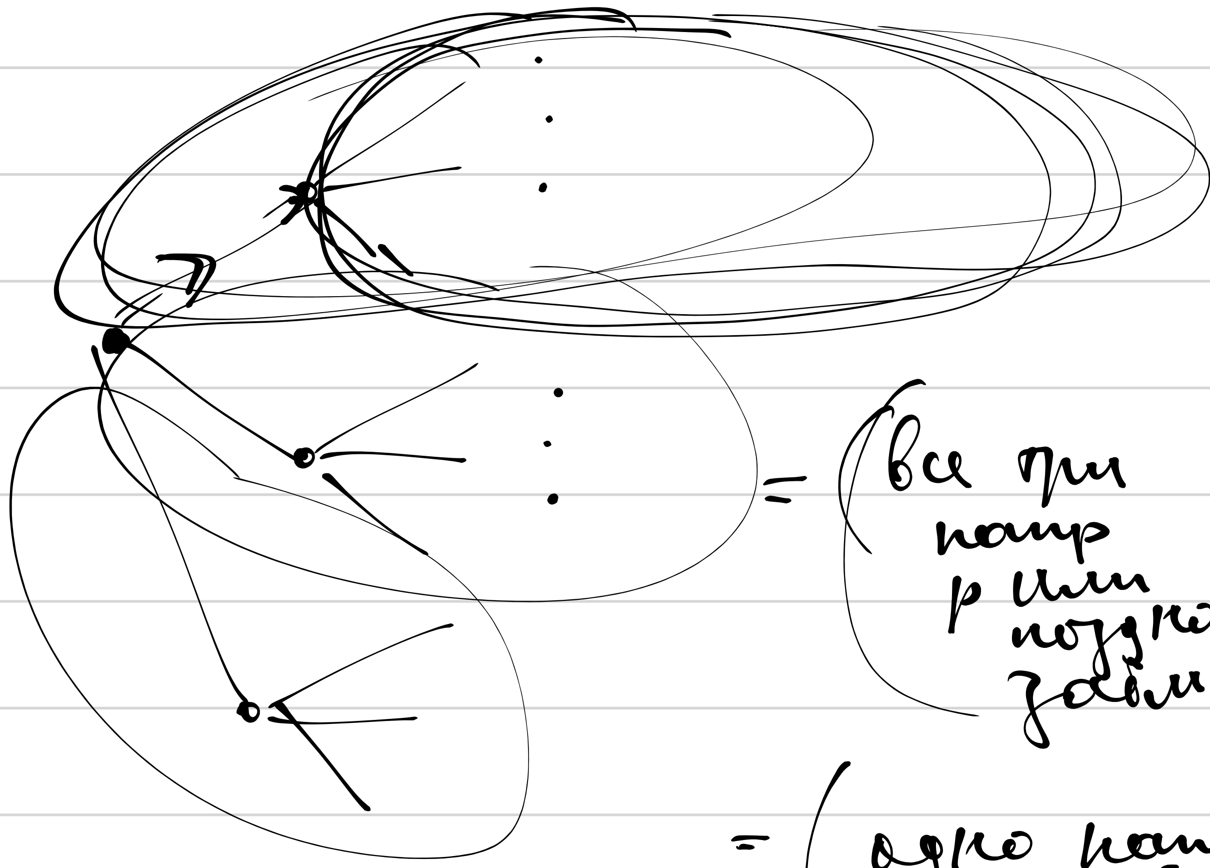
ур-но!

$P($на ур-не | нет блоко$) =$

$$= 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^3 = 1 - \frac{1}{27} = \frac{26}{27}$$!!

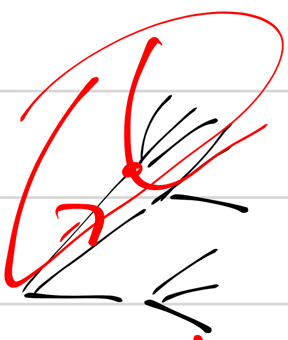
$P(\exists\ \infty$ мирный путь$) = \alpha$

$1-\alpha = P($все дороги оканч. ЗБ$) =$



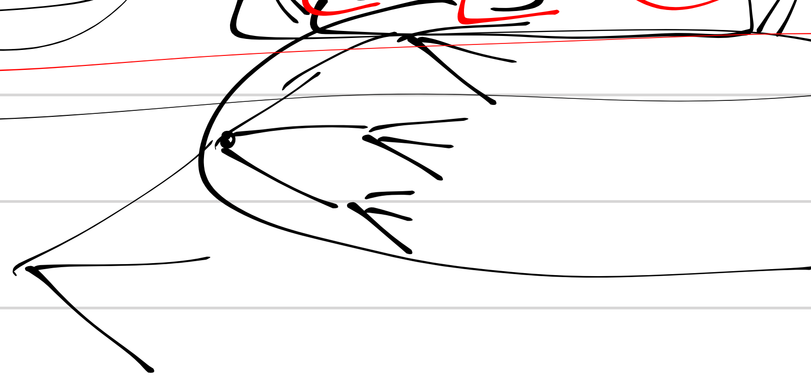
$=$ (все три напр р или подряд забыли) $=$

$=$ (одно напр забыл.)^3 $=$



$$\boxed{1-\alpha = \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\cdot(1-\alpha)\right)^3}$$

$\alpha \to$ отбор.



Опр. Процесс $X_1, X_2, \ldots$ наз-ся март-м отн-но фильтрации $\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2, \mathcal{F}_3, \ldots$ если

$$\forall n \quad E(X_{n+1} \mid \mathcal{F}_n) = X_n$$

Уточн. Процесс $X_1, X_2 \ldots$ наз-ся март-м

$$E(X_{n+1} \mid X_1, X_2 \ldots X_n) = X_n$$

Упр.

$X_1, X_2, \dots$ iid

x	$\frac{1}{2}$	3
$P(X_i = x)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

.

$\mathcal{F}_n = \sigma(X_1, \dots, X_n)$ — все события, формулируемые с пом-щью $X_1, \dots, X_n$

$\{X_1 = 3\} \in \mathcal{F}_2$

$\{X_1 = X_5\} \in \mathcal{F}_6$

$\{X_7 > X_8\} \notin \mathcal{F}_5$

Явл-ся март-ми отн-но $(\mathcal{F}_n)$ процессы:

а) (X_n) ?

б) $R_n = X_1 \cdot \dots \cdot X_n$ с $R_0 = 1$?

в) подберите константу α так, чтобы $M_n = \alpha^n \cdot R_n$ был март-м отн-но $(\mathcal{F}_n)$.

$X_1, X_2, \dots$ iid

x	$\frac{1}{2}$	3
$P(X_i = x)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

а) $\boxed{E(X_{n+1} | \mathcal{F}_n) = X_n ?}$

способ 1 $E(\cdot | \cdot)$ через усл-ные вер-сти (ф-ции плотности)

Способ 2 по опр-ию / по свойствам

* $\boxed{\text{св-т A}}$ $E(Y | X, W, R, Q, S) = E(Y)$

Y не зав от X, W, R, Q, S

* $\boxed{\text{св-т B}}$ $E(Y | X, W, R, Q, S) = Y$

Y можно точно посчи-ть зная X, W, R, Q, S

$$E(X_{n+1} \mid \mathcal{F}_n) = E(\underset{\text{не зав } X_1 \dots X_n}{X_{n+1}} \mid X_1, \dots, X_n) =$$

не зав $X_1 \dots X_n$!!

$$= E(X_{n+1}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot 3 = \frac{1+6}{4} = \frac{7}{4} \quad !!$$

x	$\frac{1}{2}$	3
$P(X_i = x)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

$$\boxed{E(X_{n+1} \mid \mathcal{F}_n) \overset{?}{=} X_n}$$

$\frac{7}{4} \neq X_n$ - с.в.

(X_n) отн-но $(\mathcal{F}_n)$ не мартингал.

б) $R_n = \boxed{X_1 \cdot \ldots \cdot X_n}$

$$E(R_{n+1} \mid X_1, \dots, X_n) = E(R_n \cdot X_{n+1} \mid X_1, \dots, X_n) =$$

$\mathcal{F}_n = \sigma(X_1, X_2, \dots, X_n)$ $\quad$ R_n — это детерм. ф.-ция от $X_1 \dots X_n$

$$= R_n \cdot E(X_{n+1} \mid X_1, \dots, X_n) = R_n \cdot E(X_{n+1}) =$$

незав прогн-го X_{n+1} и имеющ. инфо

$$\begin{cases} E(\alpha X) = \alpha E(X) \\ E(Y \cdot X \mid Y) = Y \cdot E(X \mid Y) \end{cases}$$

$$= R_n \cdot \frac{7}{4} \overset{?}{=} R_n$$

(R_n) отн-но $(\mathcal{F}_n)$ не марг-л.

в) $M_n = \alpha^n \cdot R_n$ $\quad$ α ? $\quad$ $\alpha = \frac{4}{7}$!!

$$\boxed{E(M_{n+1} \mid X_1, \dots, X_n) = M_n}$$

$$E(\alpha^{n+1} \cdot R_{n+1} \mid X_1 \dots X_n) = \alpha^n \cdot R_n$$

$$\alpha^{n+1} \cdot E(R_{n+1} \mid X_1, \dots, X_n) = \alpha^n \cdot R_n$$

$$\alpha \cdot R_n \cdot \frac{7}{4} = R_n$$

№4

Тезис 1. опт. стратегия смотрит на результат тек. броска и говорит стоп/идем

Тезис 2

1 ? 2 3 4 5 6
+- . +- +- +- +- +-
„стоп"

Тезис 3

1 2 3 4 5 6 – не опт.
стоп прод стоп прод стоп стоп

Осталось всего

$\frac{1+6}{2} = \frac{1+2+3+4+5+6}{6}$

ç – ç – ç – ç – ç – ç ①
п – с – с – с – с – с ②
п п с с с с ③
п п п с с с ④
п п п п с с ⑤
п п п п п с ⑥

$\pi_1 = -0{,}1 + \frac{6+1}{2}$
$= 3.5 - 0{,}1 = 3.4$

1 2 3 4 5 6

$\frac{1+6}{2}$

$$\pi_3 = -0{,}1 + \boxed{\frac{1}{6}\cdot 3 + \frac{1}{6}\cdot 4 + \frac{1}{6}\cdot 5 + \frac{1}{6}\cdot 6} + \frac{2}{6}\cdot \pi_3$$