PROGRAMME D’ÉTUDES

MATHÉMATIQUE

Domaine de la mathématique, de la science et de la technologie

Formation générale des adultes

FBD

Formation de base diversifiée

ENSEMBLE on fait avancer le Québec

Québec

PROGRAMME D'ÉTUDES

MATHÉMATIQUE

Domaine de la mathématique, de la science et de la technologie

Formation générale des adultes

FBD

Formation de base diversifiée

ENSEMBLE on fait avancer le Québec

Québec

Le présent document a été mis à jour en janvier 2017 à la suite de modifications apportées au programme d'études *Mathématique* du Programme de formation de l'école québécoise, enseignement secondaire, deuxième cycle.

Coordination et rédaction
Direction de l'éducation des adultes et de la formation continue
Secteur de l'éducation préscolaire et de l'enseignement primaire et secondaire

Pour tout renseignement, s'adresser à l'endroit suivant :
Direction de l'éducation des adultes et de la formation continue
Ministère de l'Éducation et de l'Enseignement supérieur
1035, rue De La Chevrotière, 13e étage
Québec (Québec) G1R 5A5
Téléphone : 418 643-9754

Ce document peut être consulté sur le site Web du Ministère de l'Éducation et de l'Enseignement supérieur :
www.education.gouv.qc.ca.

ISBN 978-2-550-77795-3 (PDF)
ISBN 978-2-550-77794-6 (version anglaise)

Dépôt légal – Bibliothèque et Archives nationales du Québec, 2017

16-00421

Table des matières

Chapitre 1

Présentation de la discipline

1.1 Apport de la discipline à la formation de l’adulte

La mathématique est à la fois science et langage universel. Elle permet d’une part de faire acquérir des connaissances de base indispensables à la vie en société et d’autre part, elle donne la possibilité de contribuer à l’évolution des sociétés. Les découvertes mathématiques avancent tantôt à petits pas, tantôt en de larges enjambées. La mathématique offre des outils pour analyser le monde qui nous entoure. Elle vise à décrire et à expliquer certains aspects de cette réalité. Constituée d’un ensemble de théorèmes, de savoirs et d’observations, elle se caractérise notamment par la recherche de modèles, pour rendre compte de la complexité du monde. Ces modèles se raffinent au rythme des découvertes mathématiques. Aussi importe-t-il d’amener les adultes à développer leur esprit mathématique, de leur faire prendre conscience du rôle que cette science peut jouer dans leur capacité à prendre des décisions éclairées. Le programme d’études préconise un enseignement où la mathématique est abordée sous l’angle des quatre préoccupations qui ont guidé les mathématiciennes et les mathématiciens en quête de compréhension de notre univers, c’est-à-dire interpréter le réel, anticiper des résultats, établir des généralisations et prendre des décisions.

Pour interpréter le réel, l’être humain a développé différentes ressources relatives au sens spatial telles que la représentation, la position et le mouvement, l’ordre de grandeur, le repérage, les échelles et la mesure. Il a exploité les graphes, les probabilités, les statistiques de même que le raisonnement proportionnel pour décrire son environnement.

C’est grâce à son intuition, à son expérience et à sa capacité de comparer que l’être humain est devenu apte à anticiper des résultats. L’anticipation permet de planifier, de visualiser des impacts ou encore d’orienter les actions à entreprendre. La mathématique contribue par ailleurs au développement de cette aptitude, notamment par l’entremise de l’approximation d’un résultat. La comparaison de modèles, l’optimisation en matière de planification et d’organisation de même que le raisonnement déductif permettent aussi à l’adulte de développer son aptitude à prévoir des résultats.

L’histoire a su démontrer que c’est en observant et en raisonnant que l’être humain dégage des modèles qu’il réinvestit, développe ou modifie pour les rendre efficients en d’autres circonstances. La mathématique est un outil privilégié de généralisation qui mène l’adulte à solliciter son raisonnement. Elle donne l’occasion d’observer et de dégager des régularités et des tendances, aussi bien par l’analyse de données ou de relations entre des variables que par la recherche de mesures.

La mathématique a permis à l’être humain de fignoler sa capacité à prendre des décisions, à se persuader que l’action choisie est optimale et qu’elle respecte les contraintes existantes. Dans les champs des probabilités et de la statistique, les concepts de chance et de hasard s’ajoutent à l’expérimentation pour orienter la décision à prendre et pour évaluer le risque ou la marge d’erreur possible.

La classe représente ainsi un terrain propice à la compréhension et à l'analyse des discours à teneur mathématique et à la prise de décisions éclairées. Exposé à divers problèmes d'ordre mathématique issus de situations de vie réelles, l'adulte apprend à se les représenter afin de planifier les étapes de travail qui le conduiront à une solution. Il met à contribution ses connaissances mathématiques ainsi que ses compétences à utiliser des stratégies et à raisonner. Il prend soin de valider et de communiquer les différentes étapes de sa solution, dans le respect des règles et des conventions établies. Grâce à l'apprentissage de la mathématique, l'adulte enrichit sa vision du monde et développe son pouvoir d'action.

Le présent programme de mathématique vise donc le développement de compétences étroitement liées et de même importance relative :

- Utiliser des stratégies de résolution de problèmes;
- Déployer un raisonnement mathématique;
- Communiquer à l'aide du langage mathématique.

1.2 Conception de la discipline

L'un des principaux objectifs de l'apprentissage de la mathématique consiste à amener l'adulte à résoudre des situations-problèmes de divers types en lui apprenant, entre autres, à aborder un problème avec rigueur sur le plan intellectuel et avec confiance en soi. La mathématique n'est pas réservée à l'élite : c'est une science qui peut être utile à toutes et à tous. Selon cette conception, il s'agit d'une discipline qui revêt une dimension culturelle. La mathématique mène à un savoir-agir faisant appel à des moyens de résoudre des situations-problèmes simples et complexes. Le programme d'études est axé sur les compétences à mobiliser pour y parvenir. L'acquisition des connaissances nécessaires appartenant aux champs qui la composent, soit l'algèbre, la géométrie, la statistique et les probabilités, est alors indispensable pour choisir et mettre en œuvre les solutions appropriées aux situations-problèmes présentées. Pour apprécier la discipline et en saisir la portée, le programme d'études veille à ce que les solutions mises en œuvre par l'adulte puissent être applicables à de nombreuses autres situations.

1.3 Relations entre la discipline et les autres éléments du Programme de la formation de base diversifiée

Les éléments constitutifs du *Programme de la formation de base diversifiée,* tels que les domaines généraux de formation, les compétences transversales et les autres domaines d'apprentissage, enrichissent l'apprentissage de la mathématique par les multiples liens qu'ils permettent d'établir.

1.3.1 Relations avec les domaines généraux de formation

Les intentions éducatives et les axes de développement des cinq domaines généraux de formation (DGF) représentent des toiles de fond sur lesquelles se greffent des situations d'apprentissage qui favorisent le développement des compétences disciplinaires et transversales, lesquelles allient les apprentissages scolaires aux préoccupations de l'adulte. L'ensemble des domaines généraux de formation prescrits est abordé et des liens sont établis avec chacun d'eux, ce que permettent la diversité et l'omniprésence des champs de la mathématique dans la vie quotidienne

Santé et bien-être

L'adoption de saines habitudes de vie a une incidence marquée sur la santé et le bien-être. L'adulte peut mettre à profit ses compétences disciplinaires en faisant appel à la modélisation et au traitement de données en relation avec la santé. C'est ainsi qu'il peut anticiper les impacts de certaines décisions lorsqu'il observe des phénomènes liés à l'équilibre alimentaire, à la sexualité, à des comportements particuliers ou à des habitudes de vie.

L'adulte qui s'intéresse à l'alimentation pourrait, à l'occasion d'un cours sur la *Collecte de données*, établir des liens ou une corrélation entre la quantité de cholestérol et les maladies cardiovasculaires, les matières grasses et les calories, etc. La connaissance de tels liens peut l'inciter à faire des choix plus judicieux en matière d'alimentation.

Orientation et entrepreneuriat

Au cours de la 3e secondaire, l'adulte est appelé à réfléchir à ses goûts, à ses centres d'intérêt et à ses aptitudes. Le programme d'études invite les enseignantes et enseignants à proposer des situations d'apprentissage qui favorisent une prise de conscience des talents, des qualités et des aspirations de chacune et de chacun. Les choix effectués au terme de cette classe peuvent conduire à la séquence de la 4e et de la 5e secondaire qui correspond à l'orientation future de l'adulte. L'apprentissage de la mathématique fournit des outils pour explorer diverses avenues professionnelles.

Par exemple, l'adulte qui conçoit des plans selon différentes perspectives, dans le cadre d'un cours de *Représentation géométrique*, s'aperçoit de lui-même qu'il possède ou non une bonne perception de l'espace. Ses compétences en géométrie lui ouvrent des perspectives attrayantes sur des métiers qui ont trait à la représentation spatiale ou à la construction d'objets, ces métiers étant exercés, par exemple, par des dessinateurs mécaniques ou des machinistes.

Environnement et consommation

La mathématique peut permettre à l'adulte de prendre une certaine distance à l'égard du rapport qu'il entretient avec l'environnement et la consommation. La personne qui développe son habileté à établir des généralisations ainsi que divers liens entre des variables (cause à effet, dépendance, lien fortuit, etc.) est mieux préparée à saisir les interactions entre l'environnement et l'activité humaine. Le travail qu'exigent les situations d'apprentissage liées aux finances personnelles et aux plans d’affaires le prédispose à faire des choix éclairés en matière de consommation et d’équilibre budgétaire. Il est de ce fait plus en mesure de comprendre les répercussions économiques de ses actions ou de ses choix.

Dans un cours de *Modélisation algébrique*, l’adulte pourrait, par l’entremise d’un modèle graphique ou algébrique, apprécier l’efficacité d’un procédé d’assainissement de l’eau. Il aiguiserait ainsi sa sensibilité à certaines pratiques environnementales. Un autre modèle graphique ou algébrique pourrait servir à représenter des forfaits différents dans une analyse de l’offre de location d’auto. L’adulte prendrait alors conscience de l’importance du rapport qualité-prix.

Médias

La mathématique peut contribuer à façonner le sens critique, éthique et esthétique à l’égard des médias. L’analyse des messages comportant du matériel et des codes de communication médiatiques mène à reconnaître et à distinguer les différents registres de représentation utilisés afin de juger de leur pertinence. L’adulte s’assure que les informations à caractère mathématique sont plausibles. Il se préoccupe d’évaluer l’écart entre les faits et les opinions. Il met à contribution son sens du nombre, son aptitude à analyser des données pour détecter les intentions de l’émetteur et les sources de biais qui peuvent influer sur son jugement. Il utilise son raisonnement mathématique pour jauger l’écart entre les faits et les opinions. De même, son sens spatial et sa connaissance des formes, des figures géométriques et des proportions peuvent aussi lui servir à adopter des critères visant à apprécier des représentations médiatiques du point de vue de l’image et du mouvement.

Par exemple, à partir des résultats de sondages transmis par les médias en période électorale, l’adulte peut être amené à s’approprier ce type de langage pour mieux en comprendre les subtilités. Il peut même être appelé à le critiquer et à porter son analyse sur le mode d’échantillonnage utilisé par certaines firmes. C’est ainsi qu’il réalise que certaines sources d’information s’avèrent plus fiables que d’autres et que les médias ne témoignent pas toujours du souci de choisir une firme crédible.

Vivre-ensemble et citoyenneté

Certaines activités de la classe de mathématique impliquent l’exploration de moyens pour vivre ensemble en toute harmonie ou encore la découverte des exigences du processus démocratique. De plus, le travail en coopération avec les pairs ou avec l’enseignante ou enseignant apprend à l’adulte à respecter certains principes et règles du travail d’équipe.

Il est possible, dans un cours de *Représentation géométrique*, que l’adulte ait à concevoir l’aménagement d’un espace physique permettant d’accueillir un parent en perte d’autonomie ou d’offrir un espace d’étude à son adolescent. En somme, de tels projets à l’intérieur de la classe de mathématique donnent à l’adulte des outils pour gérer ses rapports avec les autres.

1.3.2 Relations avec les compétences transversales

Les compétences transversales ne se développent pas « à vide », ni dans l'abstrait; elles prennent racine dans des situations d'apprentissage issues des domaines généraux de formation et des compétences disciplinaires. Elles contribuent, à divers degrés, au développement des compétences disciplinaires, et inversement.

La formation de base diversifiée fournit l'occasion de développer chacune des compétences transversales prescrites dans le présent programme d'études. Voici quelques exemples de liens à exploiter.

Compétences d'ordre intellectuel

Placé dans une situation d'apprentissage se prêtant à un traitement mathématique, l'adulte *exploite l'information* lorsqu'il recueille des données, cerne les éléments pertinents de la situation, résume des informations et en fait une synthèse. Il en profite aussi pour établir la validité de l'information à partir de certains critères. Il ne s'agit donc pas simplement de repérer l'information, mais bien de discerner l'essentiel de l'accessoire, d'en déterminer la valeur et de l'organiser.

La combinaison des trois compétences disciplinaires *Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes*, *Déployer un raisonnement mathématique* et *Communiquer à l'aide du langage mathématique* guide la résolution d'une situation d'apprentissage. Un lien étroit peut donc être établi avec la compétence transversale *Résoudre des problèmes*. Plusieurs éléments de stratégie sont associés aux compétences transversales qui concourent à cerner de façon analogue le questionnement et la réflexion.

Pour établir des liens entre différentes analyses statistiques sur un sujet particulier, l'adulte se place en position d'*exercer son jugement critique*. La question est-elle tendancieuse? Le mode de représentation utilisé est-il adéquat? Il peut de plus étudier le mode d'échantillonnage et établir l'absence ou la présence de source de biais. En fait, il analyse le traitement de la situation et juge de la méthode privilégiée pour tirer des conclusions.

L'adulte qui exerce ses compétences disciplinaires *met en œuvre sa pensée créatrice*. En cherchant des stratégies de résolution de situations d'apprentissage, il envisage plusieurs pistes de solution, explore divers modèles, laisse émerger ses intuitions, jongle avec les idées, met à l'essai différentes façons de faire et exprime ses perceptions sous de nouvelles formes. La créativité réside moins dans l'ajout de nouvelles ressources ou de nouveaux savoirs que dans le traitement qui en est fait.

Compétences d'ordre méthodologique

L'exercice des compétences disciplinaires pour le traitement d'une situation d'apprentissage implique une incitation à *se donner des méthodes de travail efficaces* qui conjuguent rigueur et souplesse. Qu'il s'agisse d'utiliser des stratégies de résolution d'une situation-problème ou de déployer un raisonnement mathématique, l'adulte doit structurer sa pensée et organiser le traitement qu'il compte en faire. La présentation de sa solution et l'explication de son raisonnement supposent le recours à des registres de représentation appropriés et le respect des règles de rédaction des modèles retenus. En s'appropriant des savoirs mathématiques et en s'engageant dans des actions, l'adulte peut établir des liens entre les méthodes de travail qu'il doit acquérir en mathématique et certains aspects de la compétence transversale. De plus, il apprend à reconnaître les façons de faire les plus appropriées à une situation. Il importe également qu'il prenne conscience de sa façon personnelle de comprendre et d'apprendre pour se donner des méthodes de travail efficaces et adaptées à ses propres besoins.

L'exercice des compétences disciplinaires contribue largement au développement de la compétence transversale : *exploiter les technologies de l'information et de la communication*. Ces technologies aident l'adulte en matière de simulation, de modélisation, d'émission de conjectures, de représentation et de manipulation, sous différentes formes, d'un grand nombre de données et de figures géométriques. La technologie s'avère un instrument de validation incomparable. Après avoir établi des liens et émis des conjectures, l'adulte se tourne vers les outils technologiques pour valider sa solution.

Compétences d'ordre personnel et social

Pour choisir la séquence dans laquelle il souhaite cheminer en 4e et en 5e secondaire pour poursuivre son étude de la mathématique, l'adulte doit se connaître et vouloir exploiter à fond ses capacités. Dans la mesure où il est capable de cerner ses aspirations et ses aptitudes, il peut approfondir ses connaissances à l'intérieur de contextes signifiants qui répondent à ses attentes. L'adulte démontre alors une certaine confiance en lui et fait preuve d'une plus grande autonomie : il maximise ainsi ses chances d'*actualiser son potentiel* tout en reconnaissant l'influence des autres.

L'ampleur et la complexité des situations d'apprentissage en mathématique justifient le recours au travail d'équipe. En effet, l'adulte interagit avec ses pairs et avec son enseignante ou enseignant lorsqu'il s'exprime, fait des choix ou prend des décisions. Que ce soit pour informer, expliquer ou convaincre, il doit confronter ses perceptions à celles des autres. Les différentes activités de coopération dans lesquelles l'adulte s'engage en mathématique le conduisent à participer à des échanges de points de vue, à partager ses stratégies de résolution de problème, à exposer ses idées, à argumenter pour défendre son opinion, à justifier ses choix et à convaincre de l'efficacité particulière d'une action à mener dans un contexte déterminé. Il a ainsi l'occasion de développer sa compétence à *coopérer*.

Compétence de l'ordre de la communication

L'adulte qui communique à l'aide du langage mathématique décode, interprète ou produit des messages. Le développement de cette compétence disciplinaire est étroitement lié à celui de la compétence *communiquer de façon appropriée* puisqu'il s'agit de décoder l'objet d'un message, de définir des intentions, d'émettre un point de vue, de confronter des idées à celles d'autres personnes, d'expliciter un raisonnement, de discuter de sa stratégie de résolution, d'ajuster sa communication en fonction des réactions du destinataire, de rédiger des preuves, des résumés, des synthèses, etc. Toutes ces situations sont pour lui autant d'occasions de s'exprimer dans une langue de qualité.

1.3.3 Relations avec les autres domaines d'apprentissage

Établir des liens entre la mathématique et les autres domaines d'apprentissage permet d'enrichir et de contextualiser les situations d'apprentissage dans lesquelles l'adulte est appelé à développer ses compétences disciplinaires. Les exemples qui suivent, regroupés selon les domaines d'apprentissage, témoignent de la multiplicité de ces liens.

Langues

La maîtrise de la langue et l'acquisition de certaines stratégies langagières contribuent au développement et à l'exercice des compétences disciplinaires. C'est ainsi qu'elles simplifient la compréhension des éléments d'une situation d'apprentissage, l'élaboration et la communication d'une solution. Le langage est par ailleurs nécessaire à la formation de réseaux de ressources cognitives de nature mathématique ainsi qu'à l'émission et à la validation de conjectures. Enfin, le passage d'un registre de représentation à un autre est soutenu par les habiletés langagières, ce qui contribue à leur développement réciproque.

L'apprentissage du français et celui de la mathématique se conjuguent pour développer l'aptitude au raisonnement, la capacité à argumenter et le souci de la rigueur de l'expression. Ces deux disciplines encouragent notamment la recherche d'une règle où l'observation de régularités mène à des généralisations. Elles contribuent à la formation de citoyennes et de citoyens capables d'abstraction, en mesure d'exercer leur esprit critique et de s'exprimer logiquement. Il est donc primordial de s'assurer de la qualité de la langue utilisée.

Science et technologie

La science et de la technologie sont la source de nombreuses problématiques qui permettent de dégager des modèles mathématiques; en contrepartie, la modélisation contribue à la compréhension de phénomènes scientifiques. Le traitement des données observées ou recueillies implique le déploiement d'un raisonnement mathématique dans l'exercice des compétences scientifiques et technologiques. La résolution de situations d'apprentissage en mathématique et la recherche de pistes de solution à des problèmes d'ordre scientifique ou technologique partagent plusieurs points communs. Entre autres, toutes deux nécessitent le recours au décodage d'un problème, à la modélisation, à l'élaboration d'une solution et à sa validation.

Univers social

En *Histoire du Québec et du Canada*, l'adulte a recours à la statistique et aux mathématiques financières pour analyser certaines situations-problèmes et fonder son jugement sur des bases solides. L'exploitation de repères culturels à connotation historique peut l'inciter à faire des rapprochements entre les deux disciplines. Par exemple, le fait de situer les savoirs mathématiques à l'époque où ils ont été conçus et de cerner les besoins qu'ils ont alors comblés peut susciter chez l'adulte une prise de conscience des réalités sociales de différentes époques et l'amener à saisir la dimension humaine de la construction des savoirs mathématiques.

Chapitre 2

Contexte pédagogique

2.1 Situations d'apprentissage

Plusieurs facteurs influencent la qualité des apprentissages et proposent de faire de la classe un lieu où chaque adulte est encouragé à s'engager activement dans ses apprentissages, à mettre à profit sa curiosité, sa créativité, ses habiletés intellectuelles et son autonomie.

Les situations d'apprentissage peuvent alors être définies comme un ensemble des conditions mises en place par l'enseignante ou enseignant et qui sont susceptibles de faire apprendre l'adulte. Elles s'appuient sur une problématique qui doit interpeller l'adulte. Elles comportent une ou plusieurs *tâches complexes* et des activités d'apprentissage qui visent l'acquisition de savoirs mathématiques propres à chacun des cours ainsi que le développement ou l'exercice des compétences mathématiques et transversales. Les situations d'apprentissage doivent être riches sur le plan de la production de sens mathématique, tout en favorisant l'adaptation de l'adulte aux situations de la vie : plus les situations d'apprentissage se rapprochent de situations réelles, plus elles sont susceptibles d'intéresser l'adulte qui y verra une finalité qui dépasse le contexte scolaire.

Privilégiée par l'enseignant dans la classe de mathématique en raison de la richesse et de la diversité des apprentissages qu'elle favorise, la situation-problème est une *tâche complexe* que l'adulte ne peut mener à bien sans effectuer un apprentissage précis. Sa fonction est de le faire cheminer d'un point vers un autre : le point de départ est une situation à laquelle l'adulte ne peut s'adapter et le point d'arrivée est une situation qu'il peut résoudre grâce aux apprentissages effectués. En effet, si la situation offerte à l'adulte est réellement un problème, il doit être dans l'impossibilité de la résoudre sans réaliser un apprentissage qui soit de l'ordre notionnel ou du développement de stratégies de résolution. Cette situation est construite et structurée en s'appuyant sur les motivations de l'adulte, son niveau de difficulté étant adapté à ses compétences et à ses habiletés.

La situation-problème peut être complexe et ouverte, mais tout d'abord signifiante. En effet, elle touche aux préoccupations de l'adulte, pique sa curiosité, le fait réfléchir tout en lui permettant de réaliser ses apprentissages. Elle est complexe puisqu'elle mobilise plus d'une compétence disciplinaire et transversale, représente un défi intellectuel, suscite un conflit cognitif et nécessite l'utilisation d'une variété des ressources. Enfin, elle est ouverte, car elle admet différentes solutions. Elle pourrait n'aboutir à aucune solution ou encore en recéler une ou plusieurs.

Si la situation-problème encourage l'adulte à relever des défis, il est soutenu dans sa démarche par l'enseignant. Il fait des retours réflexifs sur ses actions qui l'amène à prendre conscience de ses forces et de ses difficultés, et qui l'incite à s'ajuster en conséquence. Un climat de confiance est donc nécessaire et demande à l'enseignant de s'adapter aux besoins d'apprentissage de l'adulte afin de lui offrir une aide indispensable à des réussites palpables.

Ce soutien personnalisé s'appuie sur la Politique d'évaluation des apprentissages et vise avant tout le cheminement de l'adulte. L'enseignant l'exhorte ainsi à s'autoévaluer et à expliquer, entre autres, sa démarche à partir de critères d'évaluation et d'outils qu'il lui a fournis. L'évaluation du travail de ses pairs et la confrontation de son jugement à celui de l'enseignant et à celui d'autres adultes lui permettent de parfaire le sien et d'être actif dans la recherche de moyens pour s'améliorer.

Pour favoriser un traitement efficace de situations-problèmes, l'adulte est encouragé à tirer profit de son bagage expérientiel et à l'enrichir par de nouveaux savoirs mathématiques. Il est ainsi poussé à explorer, à construire, à élargir, à approfondir, à appliquer et à intégrer des savoirs liés aux différents cours. Dès lors, l'adulte mobilisera des ressources sollicitées par l'une ou l'autre des compétences disciplinaires. Et afin de soutenir l'enseignante ou enseignant dans l'élaboration de situations d'apprentissage un exemple est présenté dans chaque cours du programme d'études.

2.2 Familles de situations d'apprentissage

Les familles de situations d'apprentissage sont un regroupement de situations appropriées au cours, regroupement effectué à partir de problématiques, de traits ou de liens de parenté communs à plusieurs situations. Elles invitent l'adulte à résoudre des situations-problèmes tirées de la réalité, tout en permettant la construction des connaissances mathématiques et le développement des compétences disciplinaires.

Tout au long de ses apprentissages mathématiques de 3e, 4e et 5e secondaire, l'adulte explore les familles prescrites sommairement expliquées dans le tableau ci-dessous où chaque famille est appuyée par un exemple.

<table>
<tr><th colspan="2">MESURE ET REPRÉSENTATION SPATIALE</th></tr>
<tr><td colspan="2">• Famille qui réunit des situations-problèmes requérant une représentation géométrique d'un objet, d'un espace physique, d'une transformation ou d'un lieu géométrique.
• Famille visant à développer les capacités de représentation spatiale de l'adulte.</td></tr>
<tr><td>Par exemple :</td><td>L'adulte dresse une liste des contraintes liées à la situation en consultant, au besoin, des sites Internet.</td></tr>
<tr><th colspan="2">RELATION ENTRE QUANTITÉS</th></tr>
<tr><td colspan="2">• Famille qui réunit des situations-problèmes se prêtant à une représentation par un modèle graphique ou algébrique exprimant une relation ou un lien de dépendance entre des quantités.
• Représentation se faisant parfois à l'aide d'un modèle fonctionnel.</td></tr>
<tr><td>Par exemple :</td><td>L'adulte sélectionne les informations pertinentes en vue de mettre en relation le montant alloué au remboursement de la dette (variable dépendante) et le taux d'intérêt (variable indépendante).</td></tr>
<tr><th colspan="2">TRAITEMENT DE DONNÉES</th></tr>
<tr><td colspan="2">• Famille de situations visant à rendre l'adulte apte à effectuer ou à comparer des collectes de données.
• L'adulte peut être parfois appelé à interpréter des données provenant d'une étude statistique ou d'une expérience aléatoire.
• Il peut aussi être placé dans des contextes qui impliquent un choix social, c'est-à-dire qu'il prend position à partir d'un portrait statistique ou probabiliste.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>Par exemple :</td><td>L'adulte dégage des informations pertinentes pouvant être présentées verbalement, graphiquement, par une table de valeurs ou par un diagramme.</td></tr>
<tr><th colspan="2">RECHERCHE DE SOLUTIONS OPTIMALES</th></tr>
<tr><td colspan="2">• Famille de situations nécessitant une optimisation au moyen d'une programmation linéaire ou de graphes.
• Il peut s'agir de maximiser un profit, un procédé, un nombre d'objets ou de personnes, ou encore de minimiser des coûts ou des pertes.
• L'adulte pourrait aussi chercher à minimiser des déplacements, à trouver un chemin critique ou à schématiser un réseau optimal.</td></tr>
<tr><td>Par exemple :</td><td>L'adulte compare sa solution et ses résultats à ceux d'autres personnes, dans le but de faire ressortir les forces et les faiblesses du ou des modèles construits.</td></tr>
</table>

2.3 Ressources éducatives

Pour développer les compétences de l'adulte, le programme d'études l'invite à se baser sur ses diverses expériences et à examiner différentes ressources. Les ressources dites « internes » font référence aux ressources personnelles de l'adulte, entre autres, à ses connaissances, ses expériences antérieures (notions, concepts, repères culturels, compétences diverses), à ses attitudes et à ses stratégies d'apprentissage. Ces ressources constituent, en quelque sorte, la bibliothèque mathématique personnelle de l'adulte. Quant aux ressources externes, elles se rapportent aux ressources humaines et matérielles.

Les situations-problèmes offertes par l'enseignant incitent l'adulte à avoir recours à des démarches et à des stratégies d'apprentissage diversifiées, à découvrir et à s'approprier de nouvelles ressources, à choisir et à utiliser les ressources nécessaires (tant internes qu'externes) avec à-propos.

Quelques exemples de ressources humaines et matérielles pouvant servir de sources de référence ou d'outils à l'adulte suivent.

Ressources humaines :

- *scolaires* : enseignant, pairs, personnes ressources diverses, etc.;
- *communautaires* : personnes ressources diverses, etc.

Ressources matérielles :

- *documentaires* : bibliothèque, fiches techniques, manuels scolaires, etc.;
- *médiatiques* : émissions de télévision, revues scientifiques, etc.;
- *objets divers* : blocs géométriques, tuiles algébriques, papier quadrillé ou pointé, instruments de géométrie, calculatrice, objets issus des domaines de la santé, des arts, de la construction, etc.;
- *technologiques* : logiciels de géométrie ou autres, chronomètre, capteurs et sondes, circuits électriques, site Web, etc.

Dans l’apprentissage de la mathématique, la manipulation revêt une grande importance pour favoriser la construction des savoirs. L’utilisation fréquente de matériel constitue ainsi un soutien de premier plan. La manipulation peut alors faciliter l’exploration, inspirer une intuition et une conjecture.

En ce qui concerne la technologie, on doit se rappeler que, tout en demeurant d’une grande utilité, celle-ci ne saurait remplacer les activités intellectuelles. L’adulte dispose de ce précieux outil de validation pour soutenir ses étapes de résolution et pour faire divers apprentissages. L’adulte peut ainsi se consacrer à des activités signifiantes, réinvestir ses aptitudes en calcul mental en procédant à des approximations et approfondir son sens des savoirs mathématiques.

Chapitre 3

Compétences disciplinaires

3.1 Dynamique des compétences disciplinaires

Le présent programme vise le développement de trois compétences disciplinaires de nature complémentaire. Ces compétences sont prescrites et s'inscrivent dans une perspective de transfert des apprentissages, transfert qui suppose la capacité de réutiliser efficacement les ressources construites dans des situations antérieures, en les adaptant à des contextes nouveaux. Pour développer ces compétences, l'adulte a recours à des étapes soutenues par des stratégies d'apprentissage, à des notions et à des concepts ainsi qu'à des repères culturels. Il apprend à les mobiliser et à les mettre en relation dans divers contextes.

Compétence 1 : *Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes*.

Compétence 2 : *Déployer un raisonnement mathématique*.

Compétence 3 : *Communiquer à l'aide du langage mathématique*.

Le programme d'études *Mathématique* favorise le développement de chacune de ces compétences en tenant compte de trois aspects : l'agir en contexte, la mobilisation des ressources et le retour réflexif.

Agir en contexte

Une compétence s'exprime par la réalisation adéquate d'actions dans un contexte donné. Elle requiert d'abord que l'adulte se représente, de façon appropriée, le problème qui lui est soumis. Il doit donc tenir compte des contraintes du contexte et ajuster son agir en vue d'entrevoir différentes solutions au problème soulevé, pour ensuite proposer celle qui lui semble la plus appropriée à la situation.

Mobilisation des ressources

Une compétence repose par ailleurs sur la mobilisation d'un ensemble de ressources diversifiées et organisées. Certaines de ces ressources sont propres à l'individu, telles les connaissances et les stratégies. Le développement d'une compétence porte donc sur une acquisition et une organisation efficaces de ressources et sur la capacité de les agencer et de les combiner de diverses façons. D'autres ressources sont constituées de savoirs, d'instruments ou de technologies, sans oublier la possibilité de faire appel à des conseils d'experts.

Retour réflexif

La compétence renvoie à la capacité de l'adulte de remettre en question sa façon de faire et de s'interroger sur des moyens plus efficaces de procéder. Il peut, bien sûr, changer d'approche en cours de route. L'adulte s'assure aussi de faire preuve de cohérence durant chacune des étapes de la solution. Finalement, le retour réflexif fait référence à sa capacité d'expliciter la solution qu'il a privilégiée et mise en avant. Il accroît sa capacité à démontrer le cheminement qu'il a emprunté pour résoudre le problème de manière à se convaincre et à convaincre d'autres personnes de la valeur de ce qu'il affirme. Tout au long du développement de ses compétences, l'adulte régule de plus en plus efficacement son agir par un retour réflexif lors du traitement des situations.

Les trois compétences disciplinaires du programme d'études *Mathématique* sont mises à contribution dans chacun des cours de la 3e, 4e et 5e secondaire. Il importe de préciser que les étapes de développement se succèdent selon un mode non linéaire en raison des nombreux allers et retours de l'adulte. Chacune des trois compétences disciplinaires progresse en interrelation avec les deux autres, de la même façon que l'évolution des connaissances mathématiques est intimement liée au développement des trois compétences disciplinaires. L'alternance entre les situations-problèmes simples et complexes est souhaitable. Quelle que soit la compétence visée, ces situations-problèmes doivent tenir compte des différents facteurs suivants :

- le degré de familiarité de l'adulte avec le contexte;
- l'étendue des savoirs mathématiques à mobiliser;
- les passages d'un registre de représentation à un autre;
- la présence de liens intradisciplinaires ou interdisciplinaires;
- le degré d'autonomie exigé de l'adulte chargé de la tâche.

3.2 Compétence 1 : Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes

3.2.1 Sens de la compétence

Pour traiter efficacement une situation-problème, il est essentiel que l'adulte adopte des comportements stratégiques. De tels comportements supposent des choix conscients associés à plusieurs procédés afin d'atteindre un but. L'adulte qui utilise des stratégies de résolution de situations-problèmes de façon compétente va au-delà de l'application automatique ou routinière de règles et de procédures. Par exemple, il peut décider d'estimer un résultat afin de vérifier la cohérence des différentes étapes de sa solution, non pas parce que les consignes l'exigent, mais parce que cette action lui semble appropriée à l'étape qu'il franchit.

Placé dans une situation-problème, l'adulte emploie différentes stratégies pour bien cerner le problème soumis. Après s'en être fait une représentation, il cherche des pistes de solution. Il peut alors avoir recours à des tableaux, des schémas, du matériel concret ou des techniques de foisonnement d'idées. Par la suite, en déterminant la meilleure relation entre les contraintes et les conséquences, l'adulte choisit la solution qui lui semble stratégiquement pertinente. Vient ensuite la mise en œuvre de la solution par l'entremise de diverses stratégies telles que le retour à la solution d'un problème analogue ou la division d'un problème en sous-problèmes plus simples. L'adulte choisit ensuite le moyen de validation qui lui semble le plus pertinent. Il peut vérifier ses résultats à l'aide d'exemples ou de contre-exemples ou encore les confronter à ceux d'autres personnes.

La compétence Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes, conjuguée aux compétences Déployer un raisonnement mathématique et Communiquer à l'aide du langage mathématique, contribue à la résolution de situations-problèmes, essence même de l'activité mathématique.

3.2.2 Composantes et manifestations de la compétence

Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes

Composantes	Manifestations
1. Cerner le problème	• Reformuler la situation-problème dans ses propres mots. • Dégager la tâche à réaliser. • Se représenter la situation-problème, mentalement ou par écrit. • Déterminer les éléments importants à retenir et les obstacles à surmonter. • Sélectionner des techniques ou des outils d'observation.
2. Rechercher des pistes de solution	• Établir des liens. • Utiliser des listes, des tableaux, des schémas, du matériel concret ou des dessins. • Se référer à la solution d'une situation-problème analogue. • Utiliser des techniques favorisant le foisonnement d'idées.
3. Choisir une solution	• Tenir compte des contraintes. • Tenir compte des conséquences. • Tenir compte de ses aptitudes. • Déterminer la meilleure relation entre les contraintes et les conséquences.
4. Mettre la solution en œuvre	• Procéder par essais et erreurs. • Faire des retours sur son travail. • Se référer à la solution d'une situation-problème analogue. • Diviser une situation-problème complexe en sous-problèmes. • Simplifier la situation-problème. • Établir un plan d'action. • Exécuter le plan d'action.

Composantes	Manifestations
5. Valider la solution	• Vérifier sa solution à l'aide d'exemples ou de contre-exemples. • Comparer ses résultats aux résultats attendus. • Comparer sa solution et ses résultats à ceux d'autres personnes. • Vérifier la cohérence de sa solution.

3.2.3 Développement de la compétence

Les cinq composantes de la première compétence disciplinaire, *Utiliser les stratégies de résolution de situations-problèmes,* représentent les étapes que l'adulte franchit lorsqu'il exerce cette compétence. Chaque composante est définie à partir de manifestations représentant des actions qui permettent de la concrétiser.

La compétence disciplinaire doit prendre en compte certains paramètres particuliers aux situations d'apprentissage, notamment :

- les stratégies à mobiliser pour élaborer un plan de solution, pour le réaliser et le valider;
- la quantité de contraintes à respecter et de données ou de variables à traiter;
- le niveau d'abstraction exigé de l'adulte pour s'approprier la situation-problème;
- la nature et la forme du résultat attendu ou potentiel;
- le nombre d'étapes à franchir pour élaborer la solution et leur nature;
- la nature des liens sollicités, liens qui unissent les champs mathématiques ou les savoirs mathématiques d'un même champ;
- la spécificité des modèles requis.

À la fin de la 5^{e} secondaire, peu importe la séquence de formation, l'adulte est en mesure d'utiliser diverses stratégies de résolution de situations-problèmes :

- la mise en œuvre de diverses stratégies pour se représenter une situation-problème;
- l'utilisation de techniques plus raffinées pour trouver des pistes de solution;
- la sélection d'une piste de solution et sa mise en œuvre;
- la validation de sa piste de solution.

L’adulte peut évoluer dans un ou plusieurs champs de la mathématique. Il maintient la direction sur l’objectif à atteindre : résoudre une situation-problème. Il met toutefois l’accent sur le choix des stratégies à utiliser.

3.3 Compétence 2 : Déployer un raisonnement mathématique

3.3.1 Sens de la compétence

Le déploiement d’un raisonnement est une activité intellectuelle qui se traduit par une manière particulière d’aborder une situation. Lorsqu’il déploie un raisonnement mathématique, l’adulte appréhende une situation, dirige son action et organise sa pensée en recourant, entre autres à des inductions et des déductions. Le raisonnement est inductif lorsque l’adulte dégage des lois, des règles et des propriétés à partir de ses observations; il est déductif quand il retient une proposition à partir d’énoncés admis ou d’idées probables.

L’adulte construit un raisonnement en explorant d’abord une situation-problème. Ainsi, il prend conscience de ce qu’il comprend et de ce qu’il cherche à savoir dans le but d’établir une conjecture. Il tire ensuite une conclusion : il valide la conjecture émise et tente de la généraliser. Tout au long de son raisonnement, l’adulte doit former des liens pertinents entre différents savoirs afin de se construire un réseau de ressources cognitives de nature mathématique. Pour y parvenir, il peut avoir recours à des situations-problèmes similaires, à l’analogie, à la comparaison, au classement, à la réfutation à l’aide d’un contre-exemple ou à divers registres de représentation. Ces liens forment l’axe autour duquel s’articule chacune des étapes de son raisonnement.

La construction d’un raisonnement logique favorise la structuration de la pensée de l’adulte. *Déployer un raisonnement mathématique* peut être appliquée à plusieurs domaines de la vie. Il permet d’analyser et de mieux comprendre son environnement ou un modèle théorique, de construire une argumentation, de pousser plus loin certaines réflexions ou de prendre des décisions éclairées.

La démarche qui mène à une conclusion est généralement non linéaire; elle comporte des doutes, des impasses, des contradictions, des retours en arrière, etc. De façon consciente ou non, l’adulte évolue entre divers types de raisonnement et ajuste sa démarche, au besoin. L’expression orale ou écrite d’une solution représente la partie la plus accessible de son raisonnement et laisse des traces permettant de l’observer.

La compétence *Déployer un raisonnement mathématique*, conjuguée aux compétences *Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes* et *Communiquer à l’aide du langage mathématique*, contribue à la résolution de situations-problèmes, essence même de l’activité mathématique.

3.3.2 Composantes et manifestations de la compétence

Déployer un raisonnement mathématique

Composantes	Manifestations
1. Explorer la situation-problème	• Observer la situation-problème. • Décrire les caractéristiques de la situation-problème. • Déterminer des questions en rapport avec la situation-problème. • Recueillir les informations liées à la situation-problème.
2. Établir une conjecture	• Proposer des idées probables ou vraisemblables. • Anticiper les implications des idées proposées. • Utiliser des exemples pour trouver des invariants. • Énoncer une conjecture.
3. Construire et exploiter des réseaux de ressources cognitives de nature mathématique	• Établir des liens structurés et fonctionnels entre les savoirs (associer, classer, ordonner, etc.). • Recourir à différents registres de représentation. • Sélectionner les informations pertinentes. • Se reporter à des situations-problèmes similaires. • Rechercher des informations complémentaires.
4. Tirer une conclusion	• Rechercher des exemples pour vérifier la conjecture. • Rechercher des contre-exemples pour préciser, ajuster ou réfuter la conjecture. • Établir des généralisations en dégageant des lois, des règles ou des propriétés. • Déduire une proposition.

3.3.3 Développement de la compétence

Les quatre composantes de la deuxième compétence disciplinaire *Déployer un raisonnement mathématique* représentent les étapes que l'adulte franchit lorsqu'il exerce cette compétence pour résoudre les situations-problèmes de façon appropriée. Chaque composante est définie à partir de manifestations représentant des actions qui permettent de la concrétiser.

La compétence disciplinaire est associée à certains paramètres particuliers aux situations d'apprentissage, notamment :

- au degré de familiarité de l'adulte avec les types de raisonnement qu'il doit déployer;
- à l'étendue des données (explicites, implicites ou manquantes) à partir desquelles l'adulte doit dégager celles qui sont essentielles, nécessaires ou suffisantes;

- à la portée de la conjecture émise ou à émettre;
- au type de preuve ou de démonstration sollicitée;
- à la quantité et à la nature des étapes à franchir pour parvenir à une validation, à une conclusion ou à une prise de décision;
- à la nature des relations ou des liens sollicités qui unissent les divers champs de la mathématique ou les différents réseaux de ressources cognitives de nature mathématique propres à un champ particulier;
- au niveau d'abstraction exigé par la représentation mentale et opérationnelle des ressources cognitives de nature mathématique mobilisées, et par les passages entre les différents registres de représentation.

À la fin de la 5e secondaire, l'adulte déploie un raisonnement mathématique, peu importe la séquence de formation :

- il s'approprie la situation-problème;
- il met à profit les savoirs mathématiques pertinents;
- il est en mesure d'établir une conjecture;
- il sait confirmer ou réfuter une conjecture à l'aide de différents types de raisonnement;
- il peut tirer une conclusion afin d'établir une généralisation, une règle ou une loi ou encore de déduire une proposition.

L'adulte peut évoluer dans un ou plusieurs champs de la mathématique. Il garde la direction sur l'objectif à atteindre, c'est-à-dire résoudre une situation-problème, tout en mettant l'accent sur le raisonnement mathématique tout au long de la tâche à accomplir.

3.4 Compétence 3 : Communiquer à l'aide du langage mathématique

3.4.1 Sens de la compétence

Communiquer à l'aide du langage mathématique, c'est s'approprier des éléments spécifiques qui le constituent et les agencer de façon appropriée pour expliquer, produire, transmettre des messages et réguler une communication à caractère mathématique. Outre la clarté et la concision habituellement recherchées dans des messages, le développement de cette compétence requiert aussi de la précision et de la rigueur.

La communication qui sollicite le langage mathématique occupe une place de plus en plus importante dans notre société. Elle revêt un caractère particulier puisqu'elle emploie le langage courant, sans compromettre son expression spécifique. En effet, plusieurs mots de la langue courante n'ont pas la même signification dans le contexte de la mathématique. Les symboles, les notations, les règles et les registres de représentation sont autant d'éléments indispensables à l'interprétation ou à la production d'un message à caractère mathématique. C'est pourquoi l'adulte doit connaître certains principes de base s'il veut bénéficier de ce type de communication.

Pour communiquer à l'aide du langage mathématique, l'adulte décode d'abord les symboles, les termes, les notations, les savoirs, les règles ou les codes qui confèrent à un message son caractère particulier. Ces éléments sont essentiels pour interpréter le message de façon précise. En repérant les liens qui les unissent, il arrive à dégager le sens global du message. Il structure à son tour un message en relation avec son interprétation et respecte les conventions du langage employé. Le message ainsi produit ou interprété peut prendre la forme d'une équation, d'un graphique, d'un tableau, d'une démonstration ou d'une solution à un problème. Pour l'interprétation et la production de ce message, l'adulte peut avoir recours à la règle, au compas ou encore à différents outils technologiques comme la calculatrice et l'ordinateur.

Cette compétence est utile dans l'exercice de plusieurs rôles sociaux. Elle permet, entre autres, d'interpréter des tableaux statistiques fournis dans les journaux, de lire des renseignements nutritionnels sur des étiquettes, de comprendre les renseignements relatifs à la production d'une déclaration de revenus, de présenter des conclusions à la suite de la lecture d'un document ou de justifier une prise de position relative à un article scientifique. La compétence accentue donc l'effort et la rigueur nécessaires à la compréhension et à l'expression de ces messages, tout en permettant une meilleure compréhension des savoirs et des conventions liés à la mathématique. Par conséquent, elle amène l'adulte à mieux traiter les situations-problèmes de sa vie personnelle, de son milieu de formation ou de travail.

La compétence *Communiquer à l'aide du langage mathématique*, conjuguée aux compétences *Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes* et *Déployer un raisonnement mathématique*, contribue à la résolution de situations-problèmes, essence même de l'activité mathématique.

3.4.2 Composantes et manifestations de la compétence

Communiquer à l'aide du langage mathématique

Composantes	Manifestations
1. Décoder les éléments du langage mathématique	• Reconnaître des codes et des règles. • Reconnaître le sens des symboles, des termes et des notations. • Distinguer le sens des termes utilisés en mathématique de leur sens commun. • Consulter différentes sources d'information.
2. Interpréter un message à caractère mathématique	• Établir des liens entre les éléments d'un message. • Distinguer les éléments pertinents de ceux qui ne le sont pas. • Distinguer les éléments clés du message. • Reconnaître l'objet du message. • Dégager le sens global de la situation-problème. • Associer des images, des objets ou des savoirs à des termes et à des symboles mathématiques. • Transposer des données d'un registre de représentation à un autre. • Vérifier sa compréhension du message.
3. Produire un message à caractère mathématique	• Déterminer l'objet du message. • Respecter les codes et les règles applicables. • Respecter le sens des symboles, des termes et des notations. • Utiliser un registre de représentation. • Structurer le message. • Consulter différentes sources d'information.

3.4.3 Développement de la compétence

Les trois composantes de la troisième compétence disciplinaire *Communiquer à l'aide du langage mathématique* représentent les étapes que l'adulte franchit lorsqu'il exerce cette compétence. Chaque composante est définie à partir de manifestations associées à des actions qui permettent de la concrétiser.

La compétence disciplinaire à l'étude est délimitée par des paramètres qui s'appliquent aux situations d'apprentissage comme :

- la forme et la présentation des informations à explorer, à décoder et à interpréter;

- la terminologie, le symbolisme et les savoirs utilisés dans la formulation de la situation-problème;
- l'étendue des règles de conformité, de transformation ou de conversion mobilisées dans les registres que comporte la situation-problème;
- le type de production requis;
- la qualité attendue du message à produire;
- l'intention de communication (décrire, informer, expliquer, convaincre) à véhiculer dans le message;
- la quantité et la nature des étapes à franchir pour réaliser la communication, l'organiser et la structurer.

À la fin de la 5^{e} secondaire, peu importe la séquence de formation, l'adulte communique à l'aide du langage mathématique :

- il produit des messages clairs, cohérents et adaptés à la situation-problème et à l'interlocuteur;
- il sait interpréter et analyser un message à caractère mathématique;
- il est capable de critiquer le message mathématique et de l'améliorer selon les exigences de la situation-problème;
- il peut exploiter ses aptitudes à déchiffrer, à décrire, à traduire, à transposer, à représenter et à schématiser pour traduire l'objet et l'intention du message.

L'adulte peut évoluer dans un ou plusieurs champs de la mathématique. Il maintient la direction sur l'objectif à atteindre, c'est-à-dire résoudre une situation-problème, tout en mettant l'accent sur un langage mathématique approprié. Il fait appel à différents registres de représentation pour témoigner de sa compréhension d'un concept ou d'un message.

3.5 Démarche et stratégies

La résolution d'un problème dépend bien sûr des connaissances que l'adulte possède sur le sujet, sans toutefois que celles-ci soient suffisantes. Il a aussi besoin, entre autres, de stratégies efficaces pour le guider, stratégies qu'il adapte aux situations présentées. Les stratégies font évoluer la situation-problème vers une solution. L'utilisation de stratégies efficaces permet à l'adulte d'étendre son pouvoir d'action. Elles l'incitent à déployer un raisonnement mathématique rigoureux et à communiquer à l'aide du langage de cette science, en démontrant qu'il en respecte les codes et les conventions. C'est donc par l'activation intégrée des trois compétences disciplinaires, des connaissances qu'elles impliquent et des compétences transversales qui s'y greffent que l'adulte parvient à résoudre des situations-problèmes.

L'adulte traite les situations-problèmes en utilisant une démarche qui comprend quatre phases de résolution :

- **la représentation**;
- **la planification**;
- **l'activation**;
- **la réflexion**.

La résolution d'une situation-problème est un processus dynamique qui nécessite de nombreux allers-retours et fait appel à l'anticipation, au discernement et au jugement critique. Ces phases ne se présentent donc pas nécessairement de façon successive. L'adulte peut réactiver, à divers moments, l'une ou l'autre de ces phases pour valider son action ou pour dénouer une impasse.

Les cours du programme d'études invitent l'adulte au réinvestissement de stratégies qui se sont déjà avérées efficaces. Il sélectionne et organise celles qui lui semblent pertinentes au regard de la tâche à exécuter et se questionne sur les façons de les mettre en œuvre. Le tableau qui suit présente sommairement chacune des phases de la résolution de situations-problèmes et quelques stratégies[1] que l'adulte peut utiliser, permettant de bien comprendre la portée de ces stratégies.

1. Des exemples de stratégies générales et spécifiques sont donnés dans chacun des cours du programme d'études.

<table>
<tr><th colspan="2">DÉMARCHE ET STRATÉGIES</th></tr>
<tr><th colspan="2">LA REPRÉSENTATION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- L’adulte prend contact avec la situation-problème.
- Il utilise des stratégies d’observation pour bien se représenter le problème.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• explorer attentivement et méthodiquement la situation;
• recueillir toutes les informations pertinentes;
• noter, comparer, classer et retenir les informations essentielles;
• éliminer les informations superflues;
• déterminer des questions en rapport avec la situation.</td></tr>
<tr><th colspan="2">LA PLANIFICATION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- L’adulte cible les priorités à retenir et précise les ressources pertinentes.
- Il cherche des pistes de solutions et privilégie celles qui semblent les plus appropriées.
- Il se donne le temps de laisser émerger les idées et élabore ensuite un plan.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• faire appel à des techniques de foisonnement d’idées pour trouver des pistes de solution.
• simplifier la situation-problème en la découpant en sous-problèmes.
• rechercher une règle qui tient compte de la meilleure relation entre les contraintes et les conséquences de la situation-problème.</td></tr>
<tr><th colspan="2">L’ACTIVATION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- L’adulte suit son plan de résolution tout en tenant compte des contraintes qui s’y rattachent.
- Il mobilise une variété de ressources afin de vérifier, préciser, ajuster ou réfuter sa conjecture.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• recourir à des situations-problèmes étudiées antérieurement.
• utiliser la technologie pour analyser le comportement d’un graphique ou d’une figure.
• comparer des représentations pour relever des régularités et noter des distinctions.
• effectuer une approximation pour prévoir un résultat.</td></tr>
<tr><th colspan="2">LA RÉFLEXION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- L’adulte adopte une attitude réflexive tout au long du traitement de la situation.
- Il réajuste son comportement pendant les différentes phases de la résolution du problème.
- Cette réflexion peut mener l’adulte à une utilisation adéquate du langage mathématique.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• vérifier la cohérence de sa solution.
• se demander si une autre façon de faire pourrait être plus efficace.
• confronter un résultat avec celui anticipé.
• comparer sa solution avec celle d’autres personnes.
• utiliser sa calculatrice pour valider une conjecture.</td></tr>
</table>

Chapitre 4

Contenu disciplinaire

4.1 Savoirs

Le contenu disciplinaire du programme d'études *Mathématique* de la formation de base diversifiée regroupe un ensemble de ressources essentielles à l'exercice et au développement des compétences associées à cette discipline. Les cours de mathématique de cette formation se répartissent en quatre groupes :

1. *Modélisation algébrique et graphique*;
2. *Collecte de données* ou *Modèle de répartition de votes et expérience aléatoire*;
3. *Représentation géométrique*;
4. *Optimisation*.

Ces groupes s'apparentent aux divers champs mathématiques. Pour orienter davantage le traitement mathématique de diverses situations d'apprentissage d'un cours, le programme d'études prescrit l'acquisition de procédés intégrateurs, sous la rubrique *Contenu disciplinaire* de la section *Savoirs*. Ces procédés favorisent l'intégration des savoirs mathématiques du cours et des trois compétences disciplinaires, dans une perspective de traitement de situations d'apprentissage. Pour chacun des groupes, voici comment ils s'énoncent.

1. *Modélisation algébrique et graphique*
   - Représentation d'une situation par un modèle (fonctionnel dans certains cours) algébrique ou graphique;
   - Interpolation ou extrapolation à partir d'un modèle algébrique ou graphique;
   - Généralisation d'un ensemble de situations par un modèle (fonctionnel dans certains cours) algébrique ou graphique.
2. *Collecte de données* ou *Modèle de répartition de votes et expérience aléatoire*

   Collecte de données
   - Réalisation d'une collecte de données;
   - Comparaison de collectes de données;
   - Interprétation de données issues d'une expérience.

   Modèle de répartition de votes et expérience aléatoire
   - Interprétation de données issues d'une expérience aléatoire;
   - Prise de décisions concernant des contextes impliquant un choix social.

3. *Représentation géométrique*

   3^e et 4^e secondaire

   - Description et représentation bidimensionnelle ou tridimensionnelle d'un objet ou d'un espace physique;
   - Conception de l'aménagement d'un espace physique.

   5^e secondaire

   - Description et représentation graphique de transformations géométriques d'objets bidimensionnels (2D);
   - Description et représentation graphique et algébrique de lieux géométriques;
   - Généralisation d'énoncés géométriques à l'aide de vecteurs.

4. *Optimisation*

   - Optimisation d'une situation à l'aide de la programmation linéaire;
   - Optimisation d'une situation à l'aide de la théorie des graphes ;
   - Optimisation spatiale dans un contexte de conception ou d'utilisation d'objets tridimensionnels (3D).

Les savoirs mathématiques prescrits du cours représentent les concepts mathématiques à l'étude et les actions qui permettent de les construire, de les développer et de les exploiter. Seuls les nouveaux savoirs mathématiques devant être introduits dans les cours figurent dans chacun des tableaux. Cependant, il va de soi que les apprentissages ne sauraient être limités à ces nouveaux savoirs, car l'exploitation des acquis antérieurs s'avère incontournable.

Le tableau des savoirs mathématiques de chacun des cours suggère, d'une part, un cheminement linéaire en raison de l'enchaînement des préalables et, d'autre part, un réseau de liens entre les quatre groupes de l'ensemble des cours du programme d'études *Mathématique*. Cette interdépendance invite à aborder les éléments de contenu de manière symbiotique.

Le chapitre 6 du programme d'études expose les limites et définit les précisions relatives aux savoirs mathématiques particuliers à chacun des cours. Ces savoirs prescrits représentent les ressources à maîtriser et à mobiliser au moment opportun durant le traitement de situations-problèmes.

Les tableaux qui suivent offrent une vue d'ensemble des savoirs mathématiques abordés dans chacun des groupes de cours.

4.1.1 Savoirs mathématiques prescrits en *Modélisation algébrique et graphique*

Cours de la 3e secondaire **MAT-3051-2** **Modélisation algébrique et graphique**
Inégalité et inéquation • Relation d’inégalité • Résolution d’équations et d’inéquations du 1er degré à une variable **Relation** • Observation, description, interprétation et représentation de la dépendance entre les variables d’une situation • Fonction et réciproque (constante, linéaire, affine, rationnelle, définie par parties) • Représentation d’une expérimentation ou d’une étude statistique à l’aide d’un nuage de points • Représentation et interprétation de la réciproque d’une fonction affine ou inverse • Détermination de la règle de correspondance • Description des propriétés d’une fonction en contexte • Description qualitative de l’effet, sur le graphique, de la modification de la valeur d’un paramètre d’une fonction affine **Système** • Résolution de systèmes d’équations du 1er degré à deux variables

Cours de la 4^e^ secondaire MAT-4151-1 Modélisation algébrique et graphique en contexte général 1	Cours de la 4^e^ secondaire MAT-4161-2 Modélisation algébrique et graphique en contexte appliqué 1	Cours de la 4^e^ secondaire MAT-4171-2 Modélisation algébrique et graphique en contexte fondamental 1
	Manipulation d’expressions numériques et algébriques	**Manipulation d’expressions algébriques**
	• Résolution d’équations et d’inéquations à une variable : 2^e^ degré, racine carrée, exponentielle, logarithmique (y compris les propriétés des radicaux, des exposants et des logarithmes)	• Résolution d’équations et d’inéquations du 1er degré à une ou deux variables et du 2e degré à une variable
	• Opérations sur les expressions numériques et algébriques (multiplication et division de polynômes, réduction d’expressions rationnelles, nombres exprimés à l’aide d’exposants rationnels, de radicaux et de puissances des bases 2 et 10)	• Opérations sur les expressions algébriques (multiplication et division de polynômes, réduction d’expressions rationnelles)
	• Construction et interprétation de tables de valeurs de nombres rationnels positifs écrits en base 2 et en base 10 (formes exponentielle et logarithmique)	
	• Développement, factorisation (mise en évidence double et utilisation d’identités algébriques du 2^e^ degré dont le trinôme carré parfait et différence de deux carrés)	• Développement, réduction ou substitution d’expressions à l’aide d’identités algébriques remarquables (trinôme carré parfait et différence de deux carrés)
		• Factorisation de trinômes à l’aide de racines
		• Complétion de carré

Cours de la 4^e secondaire **MAT-4151-1** **Modélisation algébrique et graphique en contexte général 1**	**Cours de la 4e secondaire** **MAT-4161-2** **Modélisation algébrique et graphique en contexte appliqué 1**	**Cours de la 4e secondaire** **MAT-4171-2** **Modélisation algébrique et graphique en contexte fondamental 1**
Relation, fonction et réciproque	**Fonction et réciproque**	**Relation et fonction**
• Expérimentation, observation, interprétation, description et représentation de fonctions réelles (polynomiale du 2e degré, exponentielle, périodique, en escalier, définie par parties)	• Expérimentation, observation, interprétation, description et représentation de fonctions réelles (polynomiale du 2e degré, exponentielle, racine carrée, périodique, en escalier, logarithmique, partie entière, définie par parties)	• Expérimentation, observation, interprétation, description et représentation de fonctions réelles (polynomiale du 2e degré, en escalier, partie entière)
• Description et interprétation des propriétés des fonctions réelles à l'aide d'une représentation graphique	• Description et interprétation des propriétés des fonctions réelles	• Description et interprétation des propriétés des fonctions réelles
	• Interprétation du paramètre multiplicatif	• Interprétation des paramètres multiplicatif et additif
	• Résolution et représentation graphique d'inéquations du 1er degré à deux variables	• Passage d'une forme d'écriture à une autre pour la fonction polynomiale du 2e degré
Système	**Système**	**Système**
• Représentation d'une situation à l'aide de droites	• Représentation d'une situation à l'aide de droites ou de demi-plans	• Représentation d'une situation à l'aide de droites ou de demi-plans
• Résolution de systèmes d'équations du 1er degré à deux variables	• Résolution de systèmes d'équations du 1er degré à deux variables	• Résolution de systèmes d'équations du 1er degré à deux variables
		• Résolution de systèmes composés d'une équation du 1er degré et d'une équation du 2e degré à deux variables

<table>
<tr><th>Cours de la 5^e secondaire
MAT-5151-1
Modélisation algébrique et graphique en contexte général 2</th><th>Cours de la 5^e secondaire
MAT-5161-2
Modélisation algébrique et graphique en contexte appliqué 2</th><th>Cours de la 5^e secondaire
MAT-5171-2
Modélisation algébrique et graphique en contexte fondamental 2</th></tr>
<tr><td>Mathématiques financières
• Calcul, interprétation et analyse de situations financières :
o intérêt simple et composé;
o période d’intérêt;
o actualisation;
o capitalisation.</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Expressions numériques et algébriques
• Nombres réels (définition et changement de base) :
o puissances;
o logarithmes.</td><td>Expressions numériques et algébriques
• Complétion de carré
• Division de polynômes de 2^e degré à une ou deux variables par un binôme du 1^{er} degré</td><td>Expressions numériques et algébriques
• Nombres réels :
o valeurs absolues;
o radicaux;
o exposants;
o logarithmes.
• Manipulation d’expressions arithmétiques et algébriques :
o lois des exposants;
o propriétés des radicaux;
o équivalence entre expressions logarithmiques et exponentielles.</td></tr>
</table>

Cours de la 5e secondaire MAT-5151-1 Modélisation algébrique et graphique en contexte général 2	Cours de la 5e secondaire MAT-5161-2 Modélisation algébrique et graphique en contexte appliqué 2	Cours de la 5e secondaire MAT-5171-2 Modélisation algébrique et graphique en contexte fondamental 2
Relation, fonction et réciproque • Résolution d'équations exponentielle ou logarithmique à l'aide du changement de base, au besoin	**Relation, fonction et réciproque** • Expérimentation, observation, interprétation, description et représentation de différentes fonctions réelles et de leur réciproque : o polynomiale du 2e degré; o exponentielle; o logarithmique; o rationnelle; o racine carrée; o sinusoïdale; o tangente; o partie entière. • Description et interprétation des propriétés des fonctions réelles • Opérations sur les fonctions	**Relation, fonction et réciproque** • Expérimentation, observation, interprétation, description et représentation de différentes fonctions réelles et de leur réciproque : o exponentielle; o logarithmique; o rationnelle; o racine carrée; o sinusoïdale; o tangente; o définie par parties; o valeur absolue. • Description et interprétation des propriétés des fonctions réelles • Opérations sur les fonctions • Recherche de la règle d'une fonction ou de sa réciproque selon le contexte

•

Cours de la 5e secondaire MAT-5151-1 Modélisation algébrique et graphique en contexte général 2	Cours de la 5e secondaire MAT-5161-2 Modélisation algébrique et graphique en contexte appliqué 2	Cours de la 5e secondaire MAT-5171-2 Modélisation algébrique et graphique en contexte fondamental 2
	Relation, fonction et réciproque (*Suite*)	**Relation, fonction et réciproque (*Suite*)**
		• Recherche du type de lien de dépendance à l'aide de la courbe la mieux ajustée
	• Résolution d'équations et d'inéquations à une variable : o trigonométriques du 1er degré contenant soit un sinus, soit un cosinus ou une tangente; o 2e degré; o racine carrée; o rationnelle; o exponentielle et logarithmique.	• Résolution d'équations et d'inéquations à une variable : o trigonométriques du 1er degré contenant soit un sinus, soit un cosinus ou une tangente; o racine carrée; o rationnelle; o exponentielle et logarithmique.
	• Interprétation des paramètres additifs dans les différents registres de représentation	• Interprétation des paramètres additifs et multiplicatifs dans les différents registres de représentation
	Système	
	• Résolution graphique de situations impliquant des systèmes d'équations ou d'inéquations faisant intervenir divers modèles fonctionnels	

4.1.2 Savoirs mathématiques prescrits en Collecte de données ou en Modèle de répartition de votes et expérience aléatoire

Cours de la 3e secondaire MAT-3052-2 Collecte de données
Distributions statistiques à un caractère • Organisation et interprétation de données statistiques (méthodes d'échantillonnage : stratifiée et par grappes) • Construction et interprétation de tableaux de distribution (données condensées et données groupées par classes) • Représentation et interprétation de graphiques (histogramme et diagramme de quartiles) • Calcul de mesures de tendance centrale et de dispersion (mode, médiane, moyenne pondérée, étendue des quarts et étendue interquartile) **Probabilités** • Dénombrement et calcul de probabilités (variables aléatoires discrète et continue) • Représentation d'événements (tableaux, arbres, diagrammes, figures géométriques)

Cours de la 4e secondaire MAT-4152-1 Collecte de données en contexte général	Cours de la 4e secondaire MAT-4162-2 Collecte de données en contexte appliqué	Cours de la 4e secondaire MAT-4172-2 Collecte de données en contexte fondamental
Distribution à un caractère • Détermination et interprétation de mesure de position et de dispersion (rang centile, écart moyen) • Représentation de données statistiques issues d'une population ou d'un échantillon (diagramme à tige et à feuilles)	**Distribution à un caractère** • Détermination et interprétation de mesure de position et de dispersion (écart moyen et écart-type)	
Distribution à deux caractères • Construction et interprétation de tableaux de distribution à deux caractères • Représentation graphique à l'aide d'un nuage de points • Représentation de la droite de régression à l'aide d'une règle ou d'un graphique • Interpolation ou extrapolation à l'aide de la droite de régression • Approximation et interprétation du coefficient de corrélation	**Distribution à deux caractères** • Construction et interprétation de tableaux de distribution à deux caractères • Représentation graphique à l'aide d'un nuage de points • Représentation et détermination de l'équation de la droite de régression ou de courbes apparentées aux modèles fonctionnels à l'étude • Interpolation ou extrapolation à l'aide de la droite de régression • Approximation et interprétation du coefficient de corrélation	**Distribution à deux caractères** • Construction et interprétation de tableaux de distribution à deux caractères • Représentation graphique à l'aide d'un nuage de points • Représentation et détermination de l'équation de la droite de régression • Interpolation ou extrapolation à l'aide de la droite de régression

Cours de la 4^{e} secondaire **MAT-4152-1** **Collecte de données en contexte général**	**Cours de la 4^{e} secondaire** **MAT-4162-2** **Collecte de données en contexte appliqué**	**Cours de la 4^{e} secondaire** **MAT-4172-2** **Collecte de données en contexte fondamental**
Distribution à deux caractères (Suite) • Interprétation qualitative et quantitative d'une corrélation	**Distribution à deux caractères (*Suite*)** • Interprétation qualitative et quantitative d'une corrélation • Interpolation et extrapolation à l'aide du modèle fonctionnel le mieux ajusté à la situation-problème **Probabilité** • Calcul et interprétation de l'espérance mathématique • Calcul de probabilités à partir de relevés statistiques • Représentation et détermination d'une probabilité conditionnelle • Détermination des chances *pour* ou des chances *contre* • Modification de la valeur de paramètres ou de conditions • Distinction entre événements mutuellement exclusifs ou non, événements indépendants et dépendants	**Distribution à deux caractères (*Suite*)** • Interprétation qualitative et quantitative d'une corrélation • Interpolation et extrapolation à l'aide du modèle fonctionnel le mieux ajusté à la situation-problème

Cours de la 5e secondaire MAT-5152-1 Modèle de répartition de votes et expérience aléatoire		
Probabilité • Distinction entre probabilité théorique, fréquentielle et subjective • Distinction entre probabilité et chance • Approximation et prédiction de résultats • Calcul et interprétation de l'espérance mathématique • Calcul et interprétation d'une probabilité conditionnelle • Distinction entre des événements mutuellement exclusifs ou non • Distinction entre des événements dépendants ou indépendants • Représentation d'événements aléatoires • Dénombrement et énumération de possibilités		

Cours de la 5e secondaire MAT-5152-1 Modèle de répartition de votes et expérience aléatoire		
Modèle de répartition équitable • Moyenne pondérée • Comparaison et interprétation de différentes procédures de vote : o scrutin à la majorité; o scrutin à la pluralité; o méthode de Borda; o critère de Condorcet; o vote par assentiment; o vote par élimination; o répartition proportionnelle.		

4.1.3 Savoirs mathématiques prescrits en *Représentation géométrique*

Cours de la 3e secondaire **MAT-3053-2** **Représentation géométrique**
Expressions numériques et algébriques • Manipulation de nombres rationnels et irrationnels (carré, racine carrée, cube, racine cubique, notation exponentielle, radicaux) • Manipulation d'expressions numériques et algébriques (quatre opérations sur les expressions algébriques, mise en évidence simple et opérations sur des nombres exprimés sous la forme exponentielle ou en notation scientifique) **Solides** • Description, construction et représentation d'objets (projections orthogonales, parallèles et centrales) • Développement, projection et perspective (perspective cavalière et axonométrique) • Conversions de diverses unités de mesure (de longueur, d'aire, de volume, de capacité) • Recherche de mesures (longueur, aire latérale ou totale, volume, choix approprié d'une unité de mesure)

Cours de la 4e secondaire MAT-4153-2 Représentation géométrique en contexte général 1	Cours de la 4e secondaire MAT-4163-2 Représentation géométrique en contexte appliqué 1	Cours de la 4e secondaire MAT-4173-2 Représentation géométrique en contexte fondamental 1
Relations trigonométriques et métriques dans le triangle	**Relations trigonométriques et métriques dans le triangle**	**Relations trigonométriques et métriques dans le triangle**
• Détermination de la pente, de mesures et de positions à l'aide de relations métriques et trigonométriques dans le triangle :	• Détermination de la pente, de mesures et de positions à l'aide de relations métriques et trigonométriques dans le triangle :	• Détermination de la pente, de mesures et de positions à l'aide de relations métriques et trigonométriques dans le triangle et à l'aide de figures équivalentes :
o angles d'un triangle;	o angles d'un triangle;	o angles d'un triangle ou de figures se décomposant en triangles;
o hauteur relative à l'hypoténuse;	o hauteur relative à l'hypoténuse (projection orthogonale des cathètes sur l'hypoténuse);	o hauteur relative à l'hypoténuse (projection orthogonale des cathètes sur l'hypoténuse);
o côtés d'un triangle;	o côtés d'un triangle;	o côtés d'un triangle;
o aire d'un triangle et d'un quadrilatère;	o aire d'un triangle;	o aire et volume de figures;
o coordonnées d'un point de partage;	o coordonnées d'un point de partage;	
o longueur d'un segment;	o longueur d'un segment;	o longueur d'un segment issu d'une isométrie ou d'une similitude;
	o médiatrice d'un segment;	
o distance (entre deux points).	o distance (entre deux points);	o distance entre deux points.
	o aires de triangles à partir de la mesure d'un angle et de deux côtés ou à partir de la mesure de deux angles et d'un côté.	

Cours de la 4^{e} secondaire **MAT-4153-2** **Représentation géométrique en contexte général 1**	**Cours de la 4^{e} secondaire** **MAT-4163-2** **Représentation géométrique en contexte appliqué 1**	**Cours de la 4^{e} secondaire** **MAT-4173-2** **Représentation géométrique en contexte fondamental 1**
Relations trigonométriques et métriques dans le triangle (*Suite*) • Représentation et interprétation de situations à l'aide de triangles : o rapports trigonométriques (sinus, cosinus et tangente); o loi des sinus; o formule de Héron; o autres relations dans le triangle, spécifiées dans la liste des énoncés du cours. • Justification à l'aide des propriétés des rapports trigonométriques	**Relations trigonométriques et métriques dans le triangle (*Suite*)** • Représentation et interprétation de situations à l'aide de triangles : o rapports trigonométriques (sinus, cosinus et tangente); o autres relations dans le triangle, spécifiées dans la liste des énoncés du cours. • Justification à l'aide des propriétés des rapports trigonométriques	**Relations trigonométriques et métriques dans le triangle (*Suite*)** • Représentation et interprétation de situations à l'aide de triangles : o rapports trigonométriques (sinus, cosinus et tangente); o loi des sinus; o loi des cosinus; o autres relations dans le triangle, spécifiées dans la liste des énoncés du cours. • Justification à l'aide des propriétés des rapports trigonométriques
Triangles semblables et isométriques • Détermination des conditions minimales d'obtention de triangles isométriques ou semblables	**Triangles semblables et isométriques** • Détermination des conditions minimales d'obtention de triangles isométriques ou semblables	**Triangles semblables et isométriques** • Détermination des conditions minimales d'obtention de triangles isométriques ou semblables

	Cours de la 5e secondaire MAT-5163-2 Représentation géométrique en contexte appliqué 2	Cours de la 5e secondaire MAT-5173-2 Représentation géométrique en contexte fondamental 2
	Transformations géométriques • Représentation (à l'aide de règles algébriques et de matrices) et interprétation d'une transformation géométrique. **Recherche de mesures** • Figures équivalentes • Détermination de mesures : o d'arcs ou d'angles; o de longueurs (segments, cordes); o d'aires; o de volumes; o de capacités. *Les mesures mettent à profit les propriétés des figures isométriques, semblables ou équivalentes, des transformations géométriques ainsi que des relations métriques (liées au cercle) ou trigonométriques (loi des sinus, loi des cosinus).*	**Transformations géométriques** • Représentation (à l'aide de règles algébriques) et interprétation d'une transformation géométrique. **Recherche de mesures** • Figures équivalentes • Détermination de mesures : o d'angles; o de longueurs (segments, cordes); o d'aires; o de volumes; o de capacités. *Les mesures mettent à profit les propriétés des figures isométriques, semblables ou équivalentes ainsi que des relations métriques ou trigonométriques.*

<table>
<tr><th></th><th>Cours de la 5e secondaire
MAT-5163-2
Représentation géométrique en contexte appliqué 2</th><th>Cours de la 5e secondaire
MAT-5173-2
Représentation géométrique en contexte fondamental 2</th></tr>
<tr><td></td><td>Lieux géométriques et position relative : lieux plans et coniques
Description, représentation et construction de lieux géométriques (lieux plans et coniques) :
parabole;
cercle;
ellipse;
hyperbole.
Relations trigonométriques
Cercle trigonométrique : radian et longueur d’arc
Manipulation d’expressions trigonométriques simples à l’aide des définitions (sinus, cosinus, tangente, sécante, cosécante et cotangente)</td><td>Lieux géométriques : coniques
Description, représentation et construction de lieux géométriques (coniques) :
parabole;
cercle;
ellipse;
hyperbole.
Résolution d’un système d’équations du 2e degré en relation avec les coniques
Détermination de coordonnées de points d’intersection entre une droite et une conique ou encore une parabole et une autre conique
Relations trigonométriques
Cercle trigonométrique : radian et longueur d’arc
Manipulation d’expressions trigonométriques simples à l’aide des définitions (sinus, cosinus, tangente, sécante, cosécante et cotangente) incluant les formules de somme et de différence d’angles</td></tr>
</table>

	Cours de la 5e secondaire MAT-5163-2 **Représentation géométrique en contexte appliqué 2**	Cours de la 5e secondaire MAT-5173-2 **Représentation géométrique en contexte fondamental 2**
	Vecteurs • Résultante et projection • Opérations sur les vecteurs : o addition et soustraction de vecteurs; o multiplication d'un vecteur par un scalaire; o produit scalaire de deux vecteurs.	**Vecteurs** • Résultante et projection • Opérations sur les vecteurs : o addition et soustraction de vecteurs; o multiplication d'un vecteur par un scalaire; o produit scalaire de deux vecteurs; o propriétés du produit scalaire de deux vecteurs; o combinaison linéaire; o propriétés des vecteurs. • Détermination des coordonnées d'un point de partage

4.1.4 Savoirs mathématiques prescrits en *Optimisation*

Cours de la 5e secondaire **MAT-5150-2** **Optimisation en contexte général**	**Cours de la 5e secondaire** **MAT-5160-2** **Optimisation en contexte appliqué**	**Cours de la 5e secondaire** **MAT-5170-2** **Optimisation en contexte fondamental**
Expressions algébriques • Résolution d'inéquations du 1er degré à deux variables		
Programmation linéaire • Système d'inéquations du 1er degré à deux variables • Représentation des contraintes et de la fonction à optimiser (fonction objectif ou économique) • Détermination et interprétation des sommets et de la région-solution (fermée ou non) • Modification des conditions de la situation pour la rendre plus efficiente	**Programmation linéaire** • Système d'inéquations du 1er degré à deux variables • Représentation des contraintes et de la fonction à optimiser (fonction objectif ou économique) • Détermination et interprétation des sommets et de la région-solution (fermée ou non) • Modification des conditions de la situation pour la rendre plus efficiente	**Programmation linéaire** • Système d'inéquations du 1er degré à deux variables • Représentation des contraintes et de la fonction à optimiser (fonction objectif ou économique) • Détermination et interprétation des sommets et de la région-solution (fermée ou non) • Modification des conditions de la situation pour la rendre plus efficiente
Graphe • Représentation et modélisation d'une situation à l'aide d'un graphe • Comparaison de différents graphes		

Cours de la 5e secondaire MAT-5150-2 Optimisation en contexte général	Cours de la 5e secondaire MAT-5160-2 Optimisation en contexte appliqué	Cours de la 5e secondaire MAT-5170-2 Optimisation en contexte fondamental
Graphe (*Suite*) • Recherche de chaînes ou de cycles eulériens et hamiltoniens, d'un chemin critique, de la chaîne la plus courte, d'un arbre de valeurs minimales ou maximales ou encore du nombre chromatique **Recherche de mesures** • Figures équivalentes • Détermination de mesures : o de positions; o d'angles; o de longueurs (segments, cordes); o d'aires; o de volumes. • Relations dans le triangle : loi des cosinus		

4.1.5 Savoirs mathématiques prescrits des cours optionnels de la 5e secondaire

Cours de la 5e secondaire MAT-5154-2 Mathématiques financières en contexte général	Cours de la 5e secondaire MAT-5164-2 Suites et séries en contexte appliqué	
Calcul financier lié à un placement ou à un emprunt • Détermination de la période d'intérêt, de la capitalisation et de l'actualisation • Détermination du taux d'intérêt : o simple o composé o équivalent	**Suites arithmétiques et géométriques** • Détermination du terme général, de la convergence et de la limite d'une suite • Expérimentation, observation, interprétation, description et représentation de situations à l'aide de suites numériques	
Analyse d'une suite de versements égaux ou inégaux • Production et analyse de l'état de situation d'un placement • Interprétation de calculs utilisés dans le plan de financement	**Séries** • Détermination de la formule, de la convergence et de la limite d'une série • Expérimentation, observation, interprétation, description et représentation de situations à l'aide de séries numériques	
Analyse des annuités (remboursement constant d'un emprunt) • Interprétation de calculs d'annuités • Interprétation de calculs de la capitalisation		
Analyse d'amortissement • Interprétation de tableaux et de calculs d'amortissement		

4.2. Repères culturels

Différentes problématiques ont alimenté la réflexion à toutes les époques. L'histoire et l'actualité regorgent d'anecdotes à partir desquelles l'adulte peut faire progresser ses connaissances. Curieux d'apprendre, il peut trouver des sources d'inspiration en consultant une encyclopédie, un journal, une revue scientifique ou encore un article dans Internet, et faire part de ses réflexions sur des sujets qui le préoccupent ou le captivent. Il peut également profiter d'un événement d'actualité pour l'analyser d'un point de vue mathématique. Le programme d'études *Mathématique* jette un nouvel éclairage sur le passé et le présent et ouvre des perspectives d'avenir dans tous les champs d'intérêt.

La rubrique *Contenu disciplinaire*, présentée dans chacun des cours du chapitre 6, offre diverses suggestions de repères culturels pour amener l'adulte à cerner les problèmes qui ont conduit à l'avancement de la mathématique et à situer les savoirs qui s'y rapportent dans leur contexte historique, social, économique ou scientifique. Il importe de préciser que d'autres repères culturels pourraient s'avérer tout aussi pertinents. La mise à profit de ces repères dispose l'adulte à mieux apprécier l'importance de la mathématique dans la vie quotidienne, à percevoir les besoins qu'elle comble dans la société et même à constater qu'un événement social peut agir comme élément déclencheur d'une découverte mathématique. Le programme d'études souligne l'apport des mathématiciens à cette science.

Chapitre 5

Structure des cours du programme d'études

Le programme d’études *Mathématique* de la formation de base diversifiée est structuré de façon à tenir compte des besoins précis des adultes en formation.

5.1 Un cheminement diversifié

En 3e secondaire, le programme d’études suggère de placer l’adulte dans une variété de situations d’apprentissage susceptibles de l’aider à bien saisir les caractéristiques et les orientations de chacune des séquences offertes en 4e et en 5e secondaire. C’est à la fin de la 3e secondaire que l’adulte choisit la séquence qu’il entamera en 4e secondaire. Les trois séquences de la 4e et de la 5e secondaire sont orientées vers des besoins diversifiés et portent les noms suivants : *Culture, société et technique* (*CST*), *Technico-sciences* (*TS*) et *Sciences naturelles* (*SN*).

Le choix de l’adulte doit répondre le mieux possible à ses aspirations, se situer dans ses champs d’intérêt et correspondre à ses aptitudes. En général, l’adulte évolue au sein de la même séquence tout au long de sa formation. Toutefois, celui ou celle dont les aspirations ou les champs d’intérêt se sont modifiés aura toujours la possibilité, à la fin de n’importe quel cours de la 4e ou de la 5e secondaire, d’opter pour une autre séquence. Des modalités spéciales ont été prévues en ce sens; elles sont définies dans une annexe placée à la fin du présent programme d’études. Les savoirs à acquérir à l’occasion d’une mise à niveau en vue d’une nouvelle séquence y sont également énumérés.

Chacune des trois séquences prépare l’adulte aux études postsecondaires et peut aussi mener aux métiers, professions ou techniques du secondaire ou du cégep. Le tableau qui suit trace le profil de chacune des séquences offertes dans le programme d’études.

Tableau des trois séquences

Culture, société et technique	***Technico-sciences***	***Sciences naturelles***
La séquence CST s'adresse à l'adulte qui aime concevoir des objets et des activités, élaborer des projets ou coopérer à leur réalisation. Elle est susceptible d'éveiller un intérêt pour les causes sociales et de développer l'esprit d'entreprise.	La séquence TS s'adresse à l'adulte désireux d'explorer des situations d'apprentissage qui combinent, à l'occasion, le travail manuel et le travail intellectuel.	La séquence SN s'adresse à l'adulte qui cherche à comprendre l'origine et le fonctionnement de certains phénomènes, à les expliquer et à prendre des décisions dans ces domaines. Elle mène à fournir des preuves ou des démonstrations formelles dans des situations d'apprentissage qui incluent le besoin d'affirmer une vérité.
Elle met l'accent sur des situations d'apprentissage auxquelles l'adulte devra faire face dans sa vie personnelle et professionnelle.	Elle met l'accent sur les études de cas ainsi que sur l'aptitude à repérer des erreurs et des anomalies dans des solutions, en vue d'établir un diagnostic et d'apporter les correctifs appropriés.	Elle met l'accent sur la recherche, l'élaboration et l'analyse de modèles issus d'expériences touchant principalement les domaines scientifiques.
Elle vise la consolidation des facettes de la mathématique qui aideront l'adulte à devenir un citoyen autonome, qui participe de façon active et raisonnée à la vie en société. Les apprentissages effectués à l'intérieur de cette séquence permettent ainsi d'enrichir et d'approfondir la formation de base en mathématique.	Elle vise à dégager les savoirs mathématiques associés à la conception, au fonctionnement ou à l'utilisation d'instruments liés à certaines techniques.	Elle vise à faire davantage appel à la capacité d'abstraction de l'adulte, notamment par le recours aux propriétés des objets mathématiques au regard de la complexité des manipulations algébriques mises à sa portée. Cette séquence favorise le développement d'une bonne capacité intellectuelle.
Elle prépare plus particulièrement l'adulte à poursuivre ses études dans le domaine des arts, de la communication ou des sciences humaines et sociales.	Elle prépare particulièrement l'adulte à s'engager efficacement dans des domaines techniques liés à l'alimentation, à la biologie, à la physique, à l'administration et à la communication graphique.	Elle prépare l'adulte à poursuivre ses études en sciences de la nature ou à s'orienter vers la recherche.

Le tableau qui suit présente la répartition des cours pour les trois séquences.

RÉPARTITION DES COURS

Classe		Nombre de cours	Total des heures de cours
3e secondaire		3 cours de 50 h	150 h
4e secondaire	Séquence CST	2 cours de 25 h 1 cours de 50 h	100 h
	Séquence TS	3 cours de 50 h	150 h
	Séquence SN	3 cours de 50 h	150 h
5e secondaire	Séquence CST	2 cours de 25 h 1 cours de 50 h	100 h
	Séquence TS	3 cours de 50 h	150 h
	Séquence SN	3 cours de 50 h	150 h
Matières à option de la 5e secondaire		2 cours de 50 h	100 h

5.2 Vue d'ensemble des cours du programme d'études

Le contenu disciplinaire des 3e, 4e et 5e secondaire a été découpé de façon à l'inscrire dans une structure de cours d'une durée de 25 ou de 50 heures. Les tableaux qui suivent présentent l'ensemble de cette structure.

Cours	Titre du cours	Nombre d'heures	Nombre d'unités
MAT-3051-2	Modélisation algébrique et graphique	50 heures	2 unités
MAT-3052-2	Collecte de données	50 heures	2 unités
MAT-3053-2	Représentation géométrique	50 heures	2 unités

Cours	Titre du cours	Nombre d'heures	Nombre d'unités
MAT-4151-1	Modélisation algébrique et graphique en contexte général 1	25 heures	1 unité
MAT-4152-1	Collecte de données en contexte général	25 heures	1 unité
MAT-4153-2	Représentation géométrique en contexte général 1	50 heures	2 unités

Cours	Titre du cours	Nombre d'heures	Nombre d'unités
MAT-5150-2	Optimisation en contexte général	50 heures	2 unités
MAT-5151-1	Modélisation algébrique et graphique en contexte général 2	25 heures	1 unité
MAT-5152-1	Modèle de répartition de votes et expérience aléatoire	25 heures	1 unité

Cours	Titre du cours	Nombre d'heures	Nombre d'unités
MAT-4161-2	Modélisation algébrique et graphique en contexte appliqué 1	50 heures	2 unités
MAT-4162-2	Collecte de données en contexte appliqué	50 heures	2 unités
MAT-4163-2	Représentation géométrique en contexte appliqué 1	50 heures	2 unités

Cours	Titre du cours	Nombre d'heures	Nombre d'unités
MAT-5160-2	Optimisation en contexte appliqué	50 heures	2 unités
MAT-5161-2	Modélisation algébrique et graphique en contexte appliqué 2	50 heures	2 unités
MAT-5163-2	Représentation géométrique en contexte appliqué 2	50 heures	2 unités

Cours	Titre du cours	Nombre d'heures	Nombre d'unités
MAT-4171-2	Modélisation algébrique et graphique en contexte fondamental 1	50 heures	2 unités
MAT-4172-2	Collecte de données en contexte fondamental	50 heures	2 unités
MAT-4173-2	Représentation géométrique en contexte fondamental 1	50 heures	2 unités

Cours	Titre du cours	Nombre d'heures	Nombre d'unités
MAT-5170-2	Optimisation en contexte fondamental	50 heures	2 unités
MAT-5171-2	Modélisation algébrique et graphique en contexte fondamental 2	50 heures	2 unités
MAT-5173-2	Représentation géométrique en contexte fondamental 2	50 heures	2 unités

Cours	Titre du cours	Nombre d'heures	Nombre d'unités
MAT-5154-2	Mathématiques financières en contexte général	50 heures	2 unités
MAT-5164-2	Suites et séries en contexte appliqué	50 heures	2 unités

Le présent programme d'études contient des cours dont le contenu disciplinaire peut être similaire, d'une séquence à l'autre. La différence se situe surtout sur le plan de l'orientation de la séquence dans laquelle chacun de ces cours s'insère. C'est pourquoi chaque séquence possède ses propres cours.

De plus, le programme d'études prévoit offrir, en 5^{e} secondaire, deux cours de matières à option.

Chapitre 6

Cours du programme d'études

Le programme d’études *Mathématique* de la formation de base diversifiée a été conçu en tenant compte de considérations diverses. Il répond aux besoins de formation de l’adulte, favorise l’acquisition des connaissances et privilégie le développement de compétences tant disciplinaires que transversales. Chaque cours se prête par ailleurs à l’exploitation des domaines généraux de formation en respectant l’esprit de la séquence dans laquelle il s’insère. Les renseignements sur les cours ont trait à la classe où ils se situent, soit les 3^e, 4^e ou 5^e secondaires, à la séquence, le cas échéant, au code et au titre du cours. Le modèle de présentation retenu pour chacun comporte les rubriques énumérées ci-dessous.

Rubriques
1. Présentation du cours
2. Compétences disciplinaires
3. Démarche et stratégies
4. Compétences transversales
5. Contenu disciplinaire
6. Famille de situations d’apprentissage
7. Domaines généraux de formation
8. Exemple de situation d’apprentissage
9. Attentes de fin de cours
10. Critères d’évaluation

Une attention particulière est accordée à la contextualisation des apprentissages afin de favoriser le développement des compétences disciplinaires et l’acquisition de connaissances. Les limites et les précisions présentées dans le contenu disciplinaire de chacun des cours de même que leur description respective permettent de cerner l’étendue des savoirs mathématiques.

Voici maintenant la présentation détaillée des différents cours du programme d’études *Mathématique* de la formation de base diversifiée.

6.1 Cours de la 3e secondaire (Tronc commun)

Cours

MAT-3051-2

Modélisation algébrique et graphique

Mathématique

PRÉSENTATION DU COURS

Le but du cours *Modélisation algébrique et graphique* est de rendre l'adulte apte à traiter des situations qui requièrent une représentation à l'aide d'un modèle algébrique ou graphique exprimant une relation entre quantités.

L'adulte qui suit le cours traite diverses situations-problèmes pour enrichir ses connaissances en algèbre. Grâce aux problèmes qui lui sont soumis, il se familiarise avec l'algèbre, outil de généralisation permettant de représenter des relations entre des quantités à partir de l'observation de régularités. Les situations-problèmes à l'étude dans ce cours requièrent que l'adulte dégage des informations pertinentes pouvant être présentées verbalement, algébriquement, graphiquement ou par une table de valeurs. Elles lui donnent aussi l'occasion d'interpoler ou d'extrapoler en matière de modélisation, à l'aide des fonctions à l'étude. Parfois, l'interprétation et la représentation d'une situation conduisent à la production de modèles réciproques. Pour la fonction polynomiale du premier degré et la fonction rationnelle, l'adulte compare les règles, les graphiques et la description verbale du lien de dépendance exprimé. L'étude des fonctions constitue un aspect important de la modélisation. La représentation graphique d'une expérimentation fait prendre conscience à l'adulte que les données recueillies ne forment pas toujours une courbe qui correspond exactement à un modèle mathématique en raison, notamment, d'erreurs de manipulation ou de mesure ou encore du degré de précision de l'instrument utilisé.

Au terme de ce cours, l'adulte sera en mesure de représenter des situations concrètes à l'aide de l'algèbre, dans le respect des règles et des conventions mathématiques. La représentation algébrique ou graphique d'une situation au moyen de la fonction du premier degré ou encore de la fonction rationnelle lui permettra de déduire des résultats par interpolation ou extrapolation. De plus, il utilisera différents registres de représentation pour généraliser le modèle à un ensemble de situations.

COMPÉTENCES DISCIPLINAIRES

Dans ce cours, la résolution de situations-problèmes implique le recours aux trois compétences disciplinaires, soit :

- *Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes*;
- *Déployer un raisonnement mathématique*;
- *Communiquer à l'aide du langage mathématique*.

L'emploi de stratégies efficaces incite l'adulte à déployer un raisonnement mathématique rigoureux et à communiquer avec clarté à l'aide du langage mathématique, en démontrant qu'il en respecte les

codes et les conventions particulières. C'est donc par l'activation intégrée des trois compétences disciplinaires et d'autres ressources que l'adulte parvient à résoudre des situations-problèmes.

La rubrique *Démarche et stratégies* explique comment faire évoluer une situation-problème vers une solution par la mise à contribution des trois compétences disciplinaires.

DÉMARCHE ET STRATÉGIES

Pour résoudre une situation-problème, l'adulte a besoin de stratégies efficaces qu'il adapte aux situations présentées.

Il traite des situations-problèmes en utilisant une démarche qui comprend quatre phases de résolution :

- **la représentation**;
- **la planification**;
- **l'activation**;
- **la réflexion**.

Le tableau qui suit présente sommairement chacune des phases de la démarche de résolution et quelques exemples de stratégies que l'adulte peut utiliser pour traiter les situations. Ces phases ne se présentent pas nécessairement de façon successive. De nombreux allers-retours entre les quatre phases peuvent être nécessaires lors de la résolution d'une situation-problème.

<table>
<tr><th colspan="2">DÉMARCHE ET STRATÉGIES</th></tr>
<tr><th colspan="2">LA REPRÉSENTATION</th></tr>
<tr><td colspan="2">– L’adulte prend contact avec la situation-problème et se représente adéquatement celle-ci en passant d’un registre à l’autre.
– Cette appropriation du contexte et du problème l’amène à déployer des raisonnements déductifs, en particulier lorsqu’ils ont trait à des données implicites.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• dégager des informations pertinentes présentées verbalement, algébriquement, graphiquement ou par une table de valeurs;
• déterminer la nature de la tâche à réaliser (consignes, résultats attendus, buts, temps disponible, etc.);
• reformuler la situation dans ses propres mots et comparer sa compréhension du problème avec celle de ses pairs, de l’enseignante ou enseignant;
• déterminer les caractéristiques mathématiques de la relation en rapport avec la situation (ordonnée ou abscisse à l’origine, etc.).</td></tr>
<tr><th colspan="2">LA PLANIFICATION</th></tr>
<tr><td colspan="2">– L’adulte cible les priorités à retenir et précise les ressources pertinentes.
– Il cherche des pistes de solutions et privilégie celles qui semblent les plus efficaces et économiques.
– Il élabore ensuite un plan en tenant compte des éléments du langage mathématique (éléments-clés, objets du message, sens global de la situation).</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• utiliser des techniques de foisonnement d’idées;
• diviser la situation-problème en sous-problèmes;
• recourir, après une recherche systématique, au modèle fonctionnel le plus approprié à la situation, tout en tenant compte des limites du modèle;
• rechercher une règle algébrique qui tiendrait compte de la meilleure relation entre les contraintes et les conséquences imposées par la situation-problème.</td></tr>
<tr><th colspan="2">L’ACTIVATION</th></tr>
<tr><td colspan="2">– L’adulte suit son plan de résolution tout en tenant compte des contraintes qui s’y rattachent.
– L’adulte déploie un raisonnement en proposant des idées probables ou vraisemblables; il anticipe les implications des idées soumises et utilise des exemples pour trouver des invariants.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• procéder par essais et erreurs pour déterminer certaines propriétés de la relation;
• diviser la situation-problème en sous-problèmes pour construire sa solution;
• établir des liens entre les formes algébrique et graphique;
• illustrer graphiquement une corrélation afin de valider son intuition.</td></tr>
<tr><th colspan="2">LA RÉFLEXION</th></tr>
<tr><td colspan="2">– L’adulte adopte une attitude réflexive tout au long du traitement de la situation.
– Il se questionne régulièrement sur ses étapes de travail et sur les choix qu’il fait, avec l’intention de valider sa solution.
– Cette réflexion peut mener l’adulte à une utilisation rigoureuse du langage mathématique.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• confronter ses résultats à ceux attendus ou à ceux d’autres personnes;
• rechercher des exemples et des contre-exemples;
• vérifier la cohérence de sa solution : en s’assurant que les valeurs trouvées respectent l’image de la fonction; en validant une interpolation ou une extrapolation graphique par la substitution des valeurs des variables dans l’expression algébrique.</td></tr>
</table>

COMPÉTENCES TRANSVERSALES

Les compétences transversales ne se construisent pas dans l'abstrait : elles prennent racine dans des situations-problèmes et participent, à divers degrés, au développement des compétences disciplinaires, et inversement.

Plusieurs compétences transversales peuvent contribuer au traitement de situations de la famille *Relation entre quantités*. Le programme d'études en propose deux qui apparaissent les plus appropriées pour ce cours : *Se donner des méthodes de travail efficaces* et *Communiquer de façon appropriée*.

Compétence d'ordre méthodologique

La compétence *Se donner des méthodes de travail efficaces* est un outil essentiel à l'adulte qui représente une situation par un modèle algébrique. Par exemple, celui qui entreprend une étude comparative mettant en parallèle les coûts d'achat et de location d'une voiture peut tirer avantage d'une bonne organisation et d'un agir structuré. Pour ce faire, l'adulte représente, le plus fidèlement possible, les coûts liés à chacune des options et adapte sa méthode de travail à la nature des informations recueillies.

Compétence de l'ordre de la communication

La compétence à *Communiquer de façon appropriée* est fortement sollicitée pour l'établissement de modèles. En effet, la modélisation étant la représentation dans le langage mathématique d'un phénomène ou d'une expérimentation, elle est un outil précieux de visualisation pouvant appuyer le discours d'un adulte s'exprimant sur un sujet particulier.

CONTENU DISCIPLINAIRE

Dans ce cours, l'adulte réactive et approfondit l'ensemble des savoirs arithmétiques et algébriques acquis précédemment. Afin de traiter efficacement les situations-problèmes, il complète sa formation en s'appropriant les savoirs propres à ce cours.

Savoirs prescrits

En vue de traiter efficacement les situations d'apprentissage proposées dans ce cours, l'adulte développe trois procédés intégrateurs énoncés comme suit :

- **la représentation d'une situation par un modèle algébrique ou graphique;**
- **l'interpolation ou l'extrapolation à partir d'un modèle algébrique ou graphique;**
- **la généralisation d'un ensemble de situations à l'aide d'un modèle algébrique ou graphique.**

Ces procédés, mis en valeur dans les situations d'apprentissage du présent cours, favorisent l'intégration des savoirs mathématiques et des compétences disciplinaires. Les situations d'apprentissage traitées doivent toucher à l'un ou l'autre de ces procédés intégrateurs. L'ensemble des situations choisies doit être assez vaste pour couvrir les trois procédés.

Savoirs mathématiques	Limites et précisions
Inégalité et inéquation	
• Relation d'inégalité	Les relations à l'étude sont • $a \leq b$, $a \geq b$, $a > b$ et $a < b$ telles que a et b appartiennent à l'ensemble des nombres réels
• Résolution d'équations et d'inéquations du 1er degré à une variable	Les inéquations à l'étude sont de la forme • $ax + b \leq cx + d$ • $ax + b \geq cx + d$ • $ax + b > cx + d$ • $ax + b < cx + d$ telles que a et b appartiennent à l'ensemble des nombres réels

Savoirs mathématiques	Limites et précisions
Relation	
• Observation, description, interprétation et représentation de la dépendance entre les variables d'une situation	La description et l'interprétation du lien de dépendance entre les variables peuvent se faire à l'aide des registres de représentation suivants : • expression littérale ou verbale • règle algébrique • graphique • table de valeurs
• Fonction et réciproque	Le présent cours se limite à l'étude de la fonction polynomiale de degré 0 ou du 1er degré et de la fonction rationnelle : • fonction constante $f(x)= b$ • fonction linéaire $f(x) = ax$ • fonction affine $f(x) = ax + b$ • fonction rationnelle de la forme, $f(x) = \frac{k}{x}$ où $k \in \mathbb{Q}_+$ • fonction définie par parties (*En 3e secondaire, l'adulte est initié de façon non formelle à cette fonction.*)
• Représentation d'une expérimentation ou d'une étude statistique à l'aide d'un nuage de points	*Il est à noter que la représentation par nuage de points se limite à illustrer la relation entre les variables et que l'adulte pourrait représenter la relation de dépendance, s'il y a lieu, par une fonction affine ou rationnelle. Cette dernière ne reste qu'une approximation, l'adulte n'ayant pas à déterminer le coefficient de corrélation ou la droite de régression linéaire dans ce cours*.
• Représentation et interprétation de la réciproque d'une fonction	La représentation ou l'interprétation de la réciproque d'une fonction (affine ou inverse) peut se faire à l'aide des registres de représentation suivants : • expression littérale ou verbale • règle algébrique • graphique • table de valeurs
• Détermination de la règle de correspondance	La recherche de la règle peut se faire à partir : • d'un couple de valeurs et du taux de variation • de deux couples de valeurs Certaines valeurs particulières seront déterminées graphiquement ou à partir de la règle, avec le degré de précision imposé par le contexte.

<table>
<tr><th>Savoirs mathématiques</th><th>Limites et précisions</th></tr>
<tr><td>Relation (Suite)
Description des propriétés d'une fonction en contexte</td><td>Les propriétés des fonctions à l'étude sont :
le domaine, et le codomaine (l'image)
la croissance et la décroissance
les extremums
le signe
les coordonnées à l'origine</td></tr>
<tr><td>Description qualitative de l'effet, sur le graphique, de la modification de la valeur d'un paramètre d'une fonction affine</td><td>L'adulte dégage les propriétés de façon non formelle, et ce, toujours en relation avec le contexte.
Les paramètres a et b ne sont jamais modifiés simultanément. Dans ce cours, l'adulte analyse séparément l'effet, sur la représentation graphique, d'une modification du paramètre a ou du paramètre b de la fonction affine.
En 3^e secondaire, l'adulte est initié de façon non formelle à l'étude des propriétés.</td></tr>
<tr><td>Système
Résolution de systèmes d'équations du 1^{er} degré à deux variables</td><td>Les équations doivent être sous la forme $y = ax + b$. La résolution peut se faire :
à l'aide d'une table de valeurs
graphiquement
algébriquement (par la méthode de comparaison)</td></tr>
</table>

Repères culturels

L'algèbre est une discipline très ancienne dont on trouve des traces chez les Babyloniens, mais qui n'a pris son essor en Occident qu'à la Renaissance. L'adulte pourrait notamment apprendre que son nom date du IXᵉ siècle et vient du mathématicien arabe Al-Khawarizmi qui utilisait le mot « al-djabr » pour désigner un processus de calcul consistant à ajouter un même nombre aux deux membres d'une égalité. Ses travaux sur le système de numération décimale et sur la résolution d'équations des premier et deuxième degrés ont contribué à la construction de nos processus algébriques actuels.

Dans le monde contemporain, l'algèbre est omniprésente. L'adulte pourrait alors prendre conscience que des procédés algébriques à la fois simples et anciens comme le raisonnement proportionnel sont d'utilité courante, que ce soit dans le domaine de la santé ou dans celui de la construction. Avec le temps, le symbolisme algébrique s'est uniformisé et complexifié. De plus, l'algèbre a envahi de nombreuses branches de la mathématique comme la géométrie, la théorie des fonctions ou la logique, pour n'en citer que quelques-unes.

Lorsqu'il s'agit d'observer et d'analyser différents phénomènes avant de prendre des décisions, les financiers ou les démographes font appel à l'algèbre, entre autres. Dans le monde moderne, l'algèbre est devenue incontournable dans de nombreux domaines.

Les professionnels du domaine de la pharmacologie appliquent depuis déjà fort longtemps le raisonnement proportionnel pour déterminer la posologie de différents médicaments, celle-ci variant selon l'âge ou la masse du patient. L'adulte intéressé par la santé publique, et plus particulièrement par l'adoption d'un comportement sécuritaire en matière de prise de médicaments, pourrait étudier comment on applique le raisonnement proportionnel pour déterminer, par exemple, le nombre de comprimés qu'un individu peut prendre lorsqu'il présente certains symptômes.

FAMILLE DE SITUATIONS D'APPRENTISSAGE

La famille *Relation entre quantités* regroupe les situations qui comportent un problème pouvant être traité en partie par une représentation fondée sur un modèle algébrique ou graphique exprimant une relation entre quantités. Le cours *Modélisation graphique et algébrique*, donne l'occasion à l'adulte de poser des actions en vue d'établir des relations ou des liens de dépendance entre des quantités.

En traitant les situations-problèmes de ce cours, l'adulte est amené, entre autres, à sélectionner des informations pertinentes en vue de mettre deux éléments en relation, à exprimer graphiquement, algébriquement ou à l'aide d'une table de valeurs, la réciproque d'une fonction qu'il a déterminée précédemment ou encore, à décrire l'effet, sur ce graphique, de la modification d'un paramètre.

DOMAINES GÉNÉRAUX DE FORMATION

Les domaines généraux de formation couvrent les grands enjeux contemporains. Idéalement, le choix des situations à traiter doit être fait dans le respect des intentions éducatives des différents domaines généraux de formation puisque ces domaines représentent des toiles de fond sur lesquelles se greffent les situations-problèmes servant ainsi à donner du sens aux apprentissages de l'adulte. Deux de ces domaines sont particulièrement appropriés à ce cours : *Environnement et consommation* et *Santé et bien-être*.

Environnement et consommation

L'intégration du domaine général de formation *Environnement et consommation* à ce cours peut s'avérer utile, notamment dans les situations où l'adulte aurait à comparer des modes d'investissement, d'emprunt, d'achat ou de location de biens ou de services. La représentation de ses finances pourrait mener à certaines extrapolations par rapport à son modèle, afin de faire des choix éclairés en matière de consommation.

Santé et bien-être

Les notions d'algèbre vues dans ce cours pourraient aider l'adulte à adopter une attitude réflexive en matière de saines habitudes de vie. L'analyse de situations-problèmes qui permet de mettre en évidence des relations précises entre divers éléments et la santé donne l'occasion à l'adulte de prendre conscience de certains liens néfastes pour la santé ou encore de relever ceux qui lui sont bénéfiques. Il peut ainsi anticiper l’impact de certaines décisions en matière d’alimentation et d’activité physique sur sa santé. Ces prises de conscience cadrent directement avec l’intention éducative associée au domaine général de formation *Santé et bien-être*.

EXEMPLE DE SITUATION D'APPRENTISSAGE

Toutes les situations d'apprentissage ou situations-problèmes, peu importe le domaine général de formation retenu, placent l'adulte au cœur de l'action. Elles favorisent le développement des compétences disciplinaires et transversales visées, l'acquisition de notions et de concepts mathématiques de même que la mobilisation de ressources diverses utiles à la réalisation de la tâche.

Le tableau qui suit présente les éléments nécessaires à l'élaboration de toute situation d'apprentissage ou situation-problème. On y précise ceux retenus dans ce cours.

ÉLÉMENTS NÉCESSAIRES À L'ÉLABORATION D'UNE SITUATION D'APPRENTISSAGE, D'UNE SITUATION-PROBLÈME	
Domaine général de formation (ciblé) – Permet de contextualiser les apprentissages, de leur donner du sens.	• Environnement et consommation
Compétences disciplinaires (prescrites) – Se développent dans l'action. Nécessitent la participation active de l'adulte.	• Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes • Déployer un raisonnement mathématique • Communiquer à l'aide du langage mathématique
Famille de situations d'apprentissage (prescrite) – Regroupe des situations appropriées au cours à partir de problématiques tirées de la réalité. – Permet, entre autres, l'acquisition de connaissances mathématiques.	• Relations entre quantités
Compétences transversales (ciblées) – Se développent en contexte en même temps que les compétences disciplinaires.	• Se donner des méthodes de travail efficaces • Communiquer de façon appropriée
Savoirs essentiels (prescrits) – Sont des connaissances, des concepts, des notions mathématiques à acquérir.	• Voir le tableau des savoirs mathématiques

Cette rubrique propose, en fait, un exemple d'énoncé de situation-problème accompagné d'exemples d'actions associées au traitement mathématique. Cet énoncé est constitué d'un contexte qui sert de fil conducteur, mais les activités d'apprentissage incluses n'y sont pas décrites de façon formelle. L'accent est plutôt mis sur un traitement mathématique pertinent, qui respecte les quatre phases de la résolution : la représentation, la planification, l'activation et la réflexion. Toutefois, même si ce n'est pas explicite, on peut discerner les éléments qui composent cet énoncé, éléments identifiés dans le précédent tableau, soit : le domaine général de formation, les compétences disciplinaires, la famille de situations, les compétences transversales et les savoirs essentiels. Pour favoriser l'apprentissage, ces différents éléments doivent former un tout cohérent et signifiant pour l'adulte.

L'enseignante ou enseignant peut se servir de chacun des éléments comme autant d'objets de formation. Ces objets peuvent être des actions associées à chacune des phases de résolution, des actions relatives aux compétences disciplinaires ou transversales ou encore aux savoirs prescrits. L'enseignante ou enseignant a la possibilité d'utiliser l'exemple de traitement mathématique fourni pour construire d'autres tâches complexes ou d'autres activités d'apprentissage liées aux connaissances mathématiques que l'adulte doit acquérir.

Énoncé de situation-problème	Exemples d'actions associées au traitement mathématique d'une situation-problème appartenant à la famille *Relation entre quantités*
À la fin de ses études, un adulte doit rembourser ses prêts étudiants. Il souhaite estimer le montant qu'il allouera mensuellement au remboursement de sa dette, compte tenu des taux d'intérêt possibles ou de la durée totale du remboursement privilégié. Il pourrait devoir justifier, graphiquement ou algébriquement à l'aide de la fonction affine, la durée choisie pour l'amortissement.	**Procédé intégrateur :** *Représentation par un modèle algébrique ou graphique* Au cours de l'une ou l'autre des phases de la résolution, l'adulte pourrait accomplir les actions suivantes : Représentation • Sélectionner les informations pertinentes en vue de mettre en relation le montant alloué au remboursement de la dette (variable dépendante) et le taux d'intérêt (variable indépendante); • Décrire oralement ou par écrit les caractéristiques de la situation-problème dans le but de déterminer la variable indépendante (taux d'intérêt) et la variable dépendante (montant mensuel à affecter au remboursement de la dette).

Énoncé de situation-problème	Exemples d'actions associées au traitement mathématique d'une situation-problème appartenant à la famille *Relation entre quantités*	
La situation pourrait être modifiée par l'imposition de contraintes, par exemple une limite sur le versement mensuel possible. Dans ce cas, l'adulte pourrait être amené à émettre, par extrapolation, une conjecture relative à la durée de remboursement du prêt.	Planification	• Repérer les divers taux d'intérêt en cours ainsi que les montants à rembourser mensuellement, que ce soit en consultant les journaux ou en ayant recours à une calculette de prêt personnel comme celles qu'on trouve dans Internet.
	Activation	• Faire ressortir graphiquement, par approximation linéaire, le lien de dépendance entre les variables. Par exemple, si le taux d'intérêt augmente, le remboursement mensuel augmente aussi; • Établir la règle de correspondance linéaire en se servant de deux points du graphique; • Déterminer le taux d'intérêt correspondant à un montant mensuel précis. Autrement dit, déterminer graphiquement, algébriquement ou à l'aide d'une table de valeurs la réciproque de la fonction déterminée précédemment.
	Réflexion	• Décrire l'effet, sur ce graphique, de la modification d'un paramètre, le montant initial de la dette par exemple.

ATTENTES DE FIN DE COURS

Pour résoudre les situations-problèmes de la famille *Relations entre quantités*, l'adulte se représente une situation, effectue des interpolations ou extrapolations et généralise un ensemble de situations par un modèle algébrique ou graphique. Pour ce faire, il met en œuvre les trois compétences disciplinaires du programme.

L'adulte qui se représente une situation-problème à l'aide d'un modèle algébrique ou graphique recourt à diverses stratégies afin de bien cerner le problème. Il détermine les caractéristiques mathématiques de la relation en rapport avec la situation : ordonnée à l'origine, abscisse à l'origine, croissance ou décroissance, signe, etc. Il choisit la représentation la plus juste en gardant en tête que cette dernière ne représente pas nécessairement la réalité observée, mais qu'il s'agit du meilleur choix, compte tenu des fonctions à l'étude dans ce cours. Il recourt, après une recherche systématique, au modèle fonctionnel le plus approprié à la situation, tout en tenant compte des limites du modèle : $f(x) = b$ ou $f(x) = ax$ ou $f(x) = ax + b$. Il produit des messages à caractère mathématique en respectant les codes et les conventions reconnus afin de communiquer adroitement son intention : taux, ordonnée à l'origine, abscisse à l'origine, intervalle croissant, intervalle de décroissance, etc. Il choisit le registre de représentation le mieux adapté à la situation (table de valeurs, plan cartésien ou règle algébrique).

Lorsque l'adulte interpole ou extrapole des résultats à partir d'un modèle algébrique ou graphique en vue de prendre des décisions, il interprète le modèle algébrique ou graphique présenté en formant des liens entre les éléments du message et en y distinguant les éléments pertinents de ceux qui ne le sont pas. De plus, il déploie un raisonnement mathématique en explorant la situation-problème et en déterminant des questions en rapport avec la problématique à l'étude et recueille les informations pertinentes en vue de tirer une conclusion. Il déduit le taux de variation de la relation, détermine l'ordonnée à l'origine en toute conformité avec les données réelles de la situation : valeur initiale, valeur de la fonction au temps zéro, quantité au début d'une expérience, etc.

La généralisation des résultats qui mène à une famille de fonctions linéaires ou à un système de relations linéaires implique une déduction des propriétés similaires comme suite à des observations effectuées sur des situations diverses. L'adulte identifie les paramètres en jeu : taux de variation, ordonnées à l'origine, fonction croissante, etc. Il induit le type de relation qui existe entre les variables, soit une fonction affine ou rationnelle. Il valide, par représentation graphique ou algébrique, que le modèle paramétré ($f(x) = ax + b$) correspond bien à un ensemble de situations. De plus, lorsque la situation implique un système de relations linéaires, il la traduit par un système de deux relations du premier degré à deux variables et résout ensuite le système algébriquement (avec la méthode de comparaison) ou graphiquement en respectant les limites imposées par le contexte. Il valide sa solution en substituant les valeurs trouvées dans l'expression algébrique traduisant le système à l'étude.

Tout au long de sa résolution de situation-problème, l'adulte utilise ses connaissances en lien avec les savoirs mathématiques : inégalité et inéquation, relation et système. L'emploi des symboles, des termes et des notations liés à ces savoirs est exact et les lois, théorèmes, corolaires ou lemmes déduits ou induits par l'adulte sont toujours validés à l'aide de différentes sources afin de bonifier sa bibliothèque mathématique personnelle. De plus, il n'hésite pas à demander de l'aide lorsqu'une difficulté se présente.

CRITÈRES D'ÉVALUATION DES COMPÉTENCES VISÉES PAR LE COURS

Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes

- *Manifestation, oralement ou par écrit, d'une compréhension adéquate de la situation-problème*
- *Mobilisation de stratégies et de savoirs mathématiques appropriés à la situation-problème*
- *Élaboration d'une solution* appropriée à la situation-problème*
- *Validation appropriée des étapes** de la solution élaborée*

* La solution comprend une démarche, des stratégies et un résultat.
** Le modèle mathématique, les opérations, les propriétés ou relations.

Déployer un raisonnement mathématique

- *Formulation d'une conjecture appropriée à la situation*
- *Utilisation correcte des concepts et des processus mathématiques appropriés*
- *Mise en œuvre convenable d'un raisonnement mathématique adapté à la situation*
- *Structuration adéquate des étapes d'une démarche pertinente*
- *Justification congruente des étapes d'une démarche* pertinente

Communiquer à l'aide du langage mathématique

- *Interprétation juste d'un message à caractère mathématique*
- *Production d'un message conforme à la terminologie, aux règles et aux conventions propres à la mathématique et en fonction du contexte*

Cours

MAT-3052-2

Collecte de données

Mathématique

PRÉSENTATION DU COURS

Le but du cours *Collecte de données* est de rendre l'adulte apte à traiter des situations qui requièrent la collecte ou le traitement de données exprimées sous forme de distribution à un caractère.

L'adulte qui suit le cours tire des conclusions ou prend des décisions éclairées, à partir de résultats provenant d'un relevé statistique. Les données recueillies, qu'elles soient discrètes ou continues, sont représentées au moyen de différents outils (tableaux, diagrammes, mesures) qui permettent de synthétiser des informations sur une population donnée. Les situations-problèmes à l'étude requièrent la réalisation, la comparaison ou la critique de certaines études qui sollicitent le déploiement d'un raisonnement propre à la statistique. Elles permettent donc d'analyser des données et de justifier des conclusions en les appuyant sur des outils pertinents tels que les mesures statistiques et les représentations graphiques. Elles exploitent également l'interprétation de différentes mesures statistiques ainsi que des informations tirées de dessins et de constructions géométriques. De plus, le traitement de données issues d'expériences aléatoires conduit à la représentation, à l'interprétation et à la comparaison de données probabilistes par le dénombrement de possibilités et par le calcul de probabilités d'événements dans des cas discrets ou continus. Elles exigent l'organisation des données d'un échantillon, recueillies ou non par l'adulte, afin de décrire une population et d'en tirer des conclusions. Elles requièrent également l'analyse des distributions à l'aide de mesures statistiques appropriées ou peuvent susciter la critique d'une étude déjà réalisée. D'autres encore font appel à la comparaison de mesures pour qualifier et quantifier des probabilités et, selon le cas, mettent à profit des probabilités fréquentielles ou théoriques pour anticiper et valider des résultats.

Au terme de ce cours, l'adulte sera en mesure d'effectuer une collecte de données. Il pourra aussi comparer les résultats d'une expérience statistique à l'aide de divers instruments pour valider ses observations relativement à un problème qu'il a lui-même cerné. La présentation des résultats de son analyse sera faite dans le respect des règles et des conventions mathématiques. Il utilisera des stratégies de résolution de situations-problèmes afin de déterminer la solution la plus juste. De plus, il interprétera, à l'aide du raisonnement mathématique, des données probabilistes issues d'une expérience aléatoire et il prendra des décisions.

COMPÉTENCES DISCIPLINAIRES

Pour résoudre des situations-problèmes, l'adulte a recours aux trois compétences disciplinaires, soit :

- *Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes*;
- *Déployer un raisonnement mathématique*;

- *Communiquer à l'aide du langage mathématique*.

L'emploi de stratégies efficaces incite l'adulte à déployer un raisonnement mathématique rigoureux et à communiquer avec clarté à l'aide du langage mathématique, en démontrant qu'il en respecte les codes et les conventions particulières. C'est donc par l'activation intégrée des trois compétences disciplinaires et à l'aide d'autres ressources qu'il parvient à résoudre des situations-problèmes.

La rubrique *Démarche et stratégies* explique comment faire évoluer une situation-problème vers une solution, par la mise à contribution des trois compétences disciplinaires.

DÉMARCHE ET STRATÉGIES

Pour résoudre une situation-problème, l'adulte a besoin de stratégies efficaces qu'il adapte aux situations présentées.

Il traite des situations-problèmes en utilisant une démarche qui comprend quatre phases de résolution :

- **la représentation**;
- **la planification**;
- **l'activation**;
- **la réflexion**.

Le tableau qui suit présente sommairement chacune des phases de la démarche de résolution et quelques de stratégies que l'adulte peut utiliser pour traiter les situations. Ces phases ne se présentent pas nécessairement de façon successive. De nombreux allers-retours entre les quatre phases peuvent être nécessaires lors de la résolution d'une situation-problème.

<table>
<tr><th colspan="2">DÉMARCHE ET STRATÉGIES</th></tr>
<tr><th colspan="2">LA REPRÉSENTATION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- L’adulte prend contact avec la situation-problème afin de bien cerner le contexte, le problème et la tâche à effectuer et maîtrise, de façon adéquate, les éléments rattachés au langage mathématique.
- L’appropriation du contexte et du problème l’amène à déployer des raisonnements déductifs.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• dégager des informations pertinentes présentées verbalement, graphiquement, par une table de valeurs ou par un diagramme;
• reformuler la situation dans ses propres mots et comparer sa compréhension du problème avec celle de ses pairs, de l’enseignant;
• organiser les données provenant d’un échantillon afin de décrire une population et de faciliter le traitement de ces données;
• procéder par analogie, avec des jeux de hasard par exemple, manipuler des dés, des cartes ou autres objets afin de déterminer les contraintes de l’expérience aléatoire.</td></tr>
<tr><th colspan="2">LA PLANIFICATION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- L’adulte cherche des pistes de solutions et privilégie celles qui semblent les plus efficaces et économiques.
- Il planifie la solution en déployant différents raisonnements en vue de construire une solution. Il se réfère, entre autres, à des situations similaires résolues antérieurement.
- Il élabore un plan en tenant compte des éléments du langage mathématique (sens des symboles, des termes, des notations utilisées ainsi que les différents registres de représentation).</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• comparer la situation à l’étude avec d’autres situations déjà étudiées afin d’en dégager des similitudes;
• diviser la situation-problème en sous-problèmes;
• mettre en place les grandes étapes d’un plan visant à élaborer un modèle de corrélation intuitif;
• élaborer une méthode adéquate de dénombrement dans le cas d’une étude sur la conception d’un jeu équitable.</td></tr>
<tr><th colspan="2">L’ACTIVATION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- L’adulte déploie un raisonnement en proposant des idées probables ou vraisemblables; il anticipe les implications des idées soumises et utilise des exemples pour trouver des invariants.
- Il utilise, de façon rigoureuse, le langage mathématique et pour éviter la confusion, respecte le sens des symboles, des termes, des notations.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• recourir à des situations-problèmes étudiées antérieurement;
• rattacher, dans un tableau, les éléments liés à la corrélation : ordonner les données statistiques, trouver le mode, la médiane ou la moyenne pondérée;
• tracer, à partir d’un nuage de points, la droite qui paraît la plus appropriée à la situation.</td></tr>
<tr><th colspan="2">LA RÉFLEXION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- L’adulte adopte une attitude réflexive tout au long du traitement de la situation.
- Il se questionne régulièrement sur ses étapes de travail et sur les choix qu’il fait, avec l’intention de valider sa solution. Cette réflexion mène l’adulte à une utilisation rigoureuse du langage mathématique.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• confronter ses résultats à ceux attendus ou à ceux d’autres personnes;
• vérifier la cohérence de sa solution en comparant, par exemple, les différentes mesures de position centrale, en validant les mesures des quartiles à l’aide de leur représentation graphique;
• relever les stratégies utilisées pour le traitement de la situation;
• utiliser une grille de questions métacognitives (par exemple : Pourquoi ai-je procédé ainsi? Y a-t-il une meilleure façon de faire?);
• utiliser un tableur comme outil de validation.</td></tr>
</table>

COMPÉTENCES TRANSVERSALES

Les compétences transversales ne se construisent pas dans l'abstrait : elles prennent racine dans des situations-problèmes et participent, à divers degrés, au développement des compétences disciplinaires, et inversement.

Plusieurs compétences transversales peuvent contribuer au traitement de situations de la famille *Traitement de données*. Le programme d'études en propose deux qui apparaissent les plus appropriées pour ce cours : *Exercer son jugement critique* et *Communiquer de façon appropriée.*

Compétence d'ordre intellectuel

L'expression est bien connue : on peut faire dire ce que l'on veut aux chiffres. L'adulte qui recueille des données s'applique à *Exercer son jugement critique* avant d'émettre une opinion et de tirer une conclusion de son étude. Il est en mesure d'évaluer la part de raison et d'affectivité qui influe sur sa manière d'agir et de s'appuyer sur des repères logiques et éthiques. Cette compétence lui permet de construire, d'exprimer et de relativiser son opinion en se basant notamment sur une recherche objective et rigoureuse des faits et une présentation des résultats de la façon la plus objective possible en choisissant un graphique pertinent ainsi qu'une échelle appropriée.

Compétence de l'ordre de la communication

La compétence *Communiquer de façon appropriée* est fortement sollicitée pour la présentation des résultats d'une étude. En effet, les diagrammes, les histogrammes et les tableaux de distribution sont généralement destinés à communiquer des informations sous une forme organisée, dans le but de convaincre ou d'informer. Le traitement des situations-problèmes de ce cours pourrait favoriser le développement de la compétence de l'adulte en lui donnant des outils pour structurer sa pensée et prendre part aux échanges de vues sur des sujets d'actualité, c'est-à-dire en lui offrant l'occasion d'adopter un mode de communication approprié.

CONTENU DISCIPLINAIRE

Dans ce cours, l'adulte réactive et approfondit l'ensemble des savoirs propres à la statistique, acquis précédemment. Afin de traiter efficacement les situations-problèmes, il complète sa formation en s'appropriant les savoirs propres à ce cours.

Savoirs prescrits

En vue de traiter efficacement les situations d'apprentissage proposées dans ce cours, l'adulte développe trois procédés intégrateurs énoncés comme suit :

- **la réalisation d'une collecte de données;**
- **la comparaison de collectes de données;**
- **l'interprétation de données issues d'une expérience.**

Ces procédés, mis en valeur dans les situations d'apprentissage du présent cours, favorisent l'intégration des savoirs mathématiques et des compétences disciplinaires. Les situations d'apprentissage traitées devront toucher à l'un ou l'autre de ces procédés intégrateurs. L'ensemble des situations choisies devra être assez vaste pour couvrir les trois procédés.

Savoirs mathématiques	Limites et précisions
Distributions statistiques à un caractère	
• Organisation et interprétation de données statistiques	Les méthodes d'échantillonnage à l'étude dans ce cours sont : • l'échantillon stratifié • l'échantillon par grappes
• Construction et interprétation de tableaux de distribution	L'interprétation de données et la construction des tableaux à l'étude dans ce cours se réalisent à l'aide : • d'un tableau à données condensées • d'un tableau à données groupées en classes
• Représentation et interprétation de graphiques	Les représentations graphiques à l'étude dans ce cours sont : • l'histogramme • le diagramme de quartiles
• Calcul de mesures de tendance centrale et de dispersion	Les mesures de tendance centrale à l'étude dans ce cours sont : • le mode • la médiane • la moyenne pondérée La mesure de dispersion à l'étude dans ce cours se limite à l'étendue des quarts (y compris l'étendue interquartile).

<table>
<tr><th>Savoirs mathématiques</th><th>Limites et précisions</th></tr>
<tr><td>Probabilité</td><td></td></tr>
<tr><td>Dénombrement et calcul de probabilités</td><td>Les variables aléatoires à l’étude dans ce cours sont de deux types :
discrète
continue
Le dénombrement et le calcul de probabilités peuvent être faits dans des situations variées, incluant des contextes de mesure (dont les probabilités géométriques).

Les calculs (arrangement, permutation et combinaison) se faisant par raisonnement, il n’est pas nécessaire de recourir à des formules de dénombrement.</td></tr>
<tr><td>Représentation d’événements</td><td>Les représentations d’événements se font à l’aide :
de tableaux
d’arbres
de diagrammes
de figures géométriques</td></tr>
</table>

Repères culturels

L’exploitation de l’aspect prévisionnel des statistiques remonte au XVIII^{e} siècle, avec l’arrivée des premières tables de mortalité. La possibilité de déterminer l’espérance de vie a lancé les premières compagnies d’assurance vie. Depuis ce temps, le traitement de données statistiques a été étendu à d’autres domaines. Certains spécialistes peuvent, par exemple, déterminer le risque de se faire voler sa voiture lorsqu’on habite un quartier donné. Les compagnies d’assurances établissent d’ailleurs leurs tarifs à partir de ce type de données statistiques. Il pourrait s’avérer intéressant pour l’adulte d’en prendre conscience et d’effectuer des choix en conséquence.

Le monde sportif regorge de statistiques et l’adulte pourrait y puiser du matériel à exploiter. Il pourrait, par intérêt personnel, tracer l’évolution des performances dans un sport particulier depuis la création des Jeux olympiques modernes, et prévoir la tendance ou les limites possibles de la capacité humaine, notamment dans le domaine de la course ou de la natation. Il pourrait également retracer l’évolution des techniques et du matériel conçus pour gruger les précieux millièmes de seconde qui font les champions mondiaux. L’adulte pourrait aussi, grâce à son intérêt pour le hockey, établir des statistiques sous forme de graphiques ou de tableaux en vue d’effectuer des prévisions.

FAMILLE DE SITUATIONS D'APPRENTISSAGE

La famille *Traitement de données* regroupe les situations qui comportent un problème pouvant être traité en partie par la collecte ou le traitement de données. Le cours *Collecte de données* donne ainsi l'occasion à l'adulte de poser des actions qui visent à le rendre apte à effectuer ou à comparer des collectes de données.

En traitant les situations-problèmes de ce cours, l'adulte est amené, entre autres, à organiser les données d'un échantillon afin de décrire une population et d'en tirer des conclusions, à interpréter des données provenant d'une étude statistique ou d'une expérience aléatoire ou encore, à prendre position à partir d'un portrait statistique ou probabiliste.

DOMAINES GÉNÉRAUX DE FORMATION

Les domaines généraux de formation couvrent les grands enjeux contemporains. En raison de la méthode particulière employée pour appréhender la réalité, les disciplines scolaires jettent un éclairage nouveau sur ces enjeux pour soutenir le développement d'une vision élargie du monde. Idéalement, le choix des situations à traiter doit être fait dans le respect des intentions éducatives des domaines généraux de formation puisque ces domaines représentent des toiles de fond sur lesquelles se greffent les situations-problèmes servant ainsi à donner du sens aux apprentissages de l'adulte. Trois de ces domaines sont particulièrement appropriés à ce cours : *Médias*, *Vivre-ensemble et citoyenneté*, et *Environnement et consommation*.

Médias, Vivre-ensemble et citoyenneté

Dans l'exercice de sa citoyenneté, et plus particulièrement en période électorale, l'adulte est exposé à un grand nombre de sondages et d'études statistiques. Ce cours lui fournit des outils pour mieux les comprendre, les interpréter et les comparer. Une compréhension plus approfondie des procédés de collecte de données, notamment des modes d'échantillonnage, favorise le développement du sens critique par rapport aux statistiques présentées par les médias et aux médias eux-mêmes, ce qui rejoint l'intention éducative du DGF *Médias*. L'adulte peut ainsi participer de façon plus éclairée à la vie démocratique de la société, visée directement en lien avec l'intention éducative du DGF *Vivre-ensemble et citoyenneté*.

Environnement et consommation

Différentes situations nécessitant l'analyse d'études statistiques peuvent s'avérer utiles pour amener l'adulte à poser un regard critique sur les habitudes de consommation d'une société. Ces habitudes peuvent être associées, entre autres, à la provenance de divers produits de consommation, aux conséquences de la mondialisation pour les cultures, les modes de vie et la répartition de la richesse, aux conditions de travail des producteurs de biens et de services et à la distribution équitable des ressources. Cette prise de conscience des aspects sociaux, économiques et éthiques du monde de la consommation s'accorde avec l'intention éducative du DGF *Environnement et consommation*.

EXEMPLE DE SITUATION D'APPRENTISSAGE

Toutes les situations d'apprentissage ou situations-problèmes, peu importe le domaine général de formation retenu, placent l'adulte au cœur de l'action. Elles favorisent le développement des compétences disciplinaires et transversales visées, l'acquisition de notions et de concepts mathématiques de même que la mobilisation de ressources diverses utiles à la réalisation de la tâche.

Le tableau qui suit présente les éléments nécessaires à l'élaboration de toute situation d'apprentissage ou situation-problème. On y précise ceux retenus dans ce cours.

ÉLÉMENTS NÉCESSAIRES À L'ÉLABORATION D'UNE SITUATION D'APPRENTISSAGE, D'UNE SITUATION-PROBLÈME	
Domaine général de formation (ciblé) – Permet de contextualiser les apprentissages, de leur donner du sens.	• Médias • Vivre-ensemble et citoyenneté
Compétences disciplinaires (prescrites) – Se développent dans l'action. Nécessitent la participation active de l'adulte.	• Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes • Déployer un raisonnement mathématique • Communiquer à l'aide du langage mathématique
Famille de situations d'apprentissage (prescrite) – Regroupe des situations appropriées au cours à partir de problématiques tirées de la réalité. – Permet, entre autres, l'acquisition de connaissances mathématiques.	• Traitement de données
Compétences transversales (ciblées) – Se développent en contexte en même temps que les compétences disciplinaires.	• Exercer son jugement critique • Communiquer de façon appropriée
Savoirs essentiels (prescrits) – Sont des connaissances, des concepts, des notions mathématiques à acquérir.	• Voir liste

Cette rubrique propose, en fait, un exemple d'énoncé de situation-problème accompagné d'exemples d'actions associées au traitement mathématique. Cet énoncé est constitué d'un contexte qui sert de fil conducteur, mais les activités d'apprentissage incluses n'y sont pas décrites de façon formelle. L'accent est plutôt mis sur un exemple de traitement mathématique pertinent, qui respecte les quatre phases de la résolution : la représentation, la planification, l'activation et la réflexion. Toutefois, même si ce n'est pas explicite, on peut discerner les éléments qui composent cet énoncé, éléments identifiés dans le précédent tableau, soit : le domaine général de formation, les compétences disciplinaires, la famille de situations, les compétences transversales et les savoirs essentiels. Pour favoriser l'apprentissage, ces différents éléments doivent former un tout cohérent et signifiant pour l'adulte.

L'enseignante ou enseignant peut se servir de chacun des éléments comme autant d'objets de formation. Ces objets peuvent être des actions associées à chacune des phases de résolution, des actions relatives aux compétences disciplinaires ou transversales ou encore aux savoirs prescrits. L'enseignante ou enseignant a la possibilité d'utiliser l'exemple de traitement mathématique fourni pour construire d'autres tâches complexes ou d'autres activités d'apprentissage liées aux connaissances mathématiques que l'adulte doit acquérir.

<table>
<tr><th>Énoncé de situation-problème</th><th colspan="2">Exemples d'actions associées au traitement mathématique
d'une situation-problème appartenant à la famille
Traitement de données</th></tr>
<tr><td rowspan="6">Comme citoyen, l'adulte est appelé à exercer son droit de vote à de multiples reprises, aux paliers fédéral, provincial, municipal ou autre. Il doit choisir, parmi les candidats en lice, la personne qui lui semble la plus indiquée pour assumer les fonctions en jeu.

Pour arrêter son choix, l'adulte est amené à se renseigner davantage sur les programmes et à consulter certains sondages relatifs aux intentions de vote. Il constate que deux firmes obtiennent des résultats différents de celui ou celle qui devrait remporter la lutte.

La méthode retenue par chaque firme doit alors être examinée afin d'expliquer l'écart entre les résultats.</td><td colspan="2">Procédé intégrateur: Comparaison de collectes de données
Au cours de l'une ou l'autre des phases de résolution, l'adulte pourrait accomplir les actions suivantes :</td></tr>
<tr><td>Représentation</td><td>• Recueillir dans les journaux les informations qui peuvent provenir de différents registres de représentation (tableaux de données, diagrammes, etc.), et ce, pour deux firmes différentes de sondage.</td></tr>
<tr><td>Planification</td><td>• Inventorier les étapes à suivre pour comparer efficacement les deux sondages.</td></tr>
<tr><td>Activation</td><td>• Présenter de façon adéquate les informations fournies par chacune des firmes pour pouvoir mieux les comparer, par exemple sous forme de tableau;
• Comparer les données statistiques fournies après avoir utilisé un registre commun de représentation.</td></tr>
<tr><td>Réflexion</td><td>• Analyser la façon dont les firmes ont traité le cas des personnes ayant refusé de répondre;
• Analyser la façon dont les firmes ont présenté leurs résultats afin de découvrir si un point de vue particulier est ainsi favorisé. Une autre représentation aurait-elle modifié la perception du résultat?</td></tr>
</table>

ATTENTES DE FIN DE COURS

Pour résoudre les situations-problèmes de la famille *Traitement de données*, l'adulte réalise, compare et interprète des collectes de données issues d'expériences. Pour ce faire, il met en œuvre les trois compétences disciplinaires du programme.

L'adulte qui réalise une collecte de données à un caractère dans le but de résoudre une situation-problème dégage des informations pertinentes pouvant être présentées verbalement, graphiquement, par une table de valeurs ou par un diagramme. Il met en œuvre sa solution en respectant les grandes étapes de la statistique : collecte et traitement (interprétation et analyse) des données. Il établit des conjectures et tire des conclusions de l'analyse des résultats en vue de prendre des décisions éclairées. De plus lorsqu'il communique les résultats de son analyse, il choisit, entre l'histogramme et le diagramme de quartiles, le registre de représentation le plus approprié à la situation-problème.

Lorsque l'adulte compare des collectes de données, il utilise efficacement des tableaux, des diagrammes en arbre ou des figures géométriques pour traiter l'analyse comparative de façon appropriée. Si les données sont présentées sous forme de diagrammes, il décode et interprète les éléments du langage mathématique dans le but d'induire ou de déduire des propositions. Il organise les données provenant d'un échantillon afin de décrire une population et de faciliter le traitement de ces données. Il vérifie la cohérence de sa solution en comparant les différentes mesures de position centrale et en validant les mesures de quartiles à l'aide de leur représentation graphique.

L'interprétation des données issues d'une expérience aléatoire sert à construire et à exploiter des réseaux de ressources cognitives de nature mathématique qui engagent l'adulte à induire des propriétés et des lois probabilistes à l'aide des fractions et des rapports. La recherche de solutions le pousse à utiliser différentes stratégies de représentation qui lui permettent d'établir des liens entre les résultats de l'expérience et différents concepts tels que les événements probables, certains ou impossibles. Il procède souvent par analogie, avec des jeux de hasard, notamment en manipulant des dés, des cartes ou autres objets, afin de déterminer les contraintes de l'expérience aléatoire. Enfin, il vérifie la cohérence de sa solution en s'assurant, par exemple, que la somme des probabilités d'un événement et de son complémentaire égale toujours 1.

Tout au long de sa résolution de situations-problèmes, l'adulte utilise ses connaissances en lien avec les savoirs mathématiques, soit les distributions statistiques à un caractère et les probabilités théoriques et géométriques. L'emploi des symboles, des termes et des notations liés à ces savoirs est exact et les lois, théorèmes, corolaires ou lemmes déduits ou induits par l'adulte sont toujours validés auprès de différentes sources afin de bonifier sa bibliothèque mathématique personnelle. De plus, il n'hésite pas à demander de l'aide lorsqu'une difficulté se présente.

CRITÈRES D'ÉVALUATION DES COMPÉTENCES VISÉES PAR LE COURS

Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes

- *Manifestation, oralement ou par écrit, d'une compréhension adéquate de la situation-problème*
- *Mobilisation de stratégies et de savoirs mathématiques appropriés à la situation-problème*
- *Élaboration d'une solution* appropriée à la situation-problème*
- *Validation appropriée des étapes** de la solution élaborée*

* La solution comprend une démarche, des stratégies et un résultat.
** Le modèle mathématique, les opérations, les propriétés ou relations.

Déployer un raisonnement mathématique

- *Formulation d'une conjecture appropriée à la situation*
- *Utilisation correcte des concepts et des processus mathématiques appropriés*
- *Mise en œuvre convenable d'un raisonnement mathématique adapté à la situation*
- *Structuration adéquate des étapes d'une démarche pertinente*
- *Justification congruente des étapes d'une démarche* pertinente

Communiquer à l'aide du langage mathématique

- *Interprétation juste d'un message à caractère mathématique*
- *Production d'un message conforme à la terminologie, aux règles et aux conventions propres à la mathématique et en fonction du contexte*

Cours

MAT-3053-2

Représentation géométrique

Mathématique

MAT-3053-2 Représentation géométrique

PRÉSENTATION DU COURS

Le but du cours *Représentation géométrique* est de rendre l'adulte apte à traiter des situations qui requièrent la représentation géométrique d'un objet ou d'un espace physique à l'aide de relations métriques, de figures et de solides.

L'adulte qui suit le cours développe son sens spatial par la visualisation, la manipulation et la représentation de différents objets. La représentation en trois dimensions et le développement de solides impliquent l'exploration de plusieurs procédés tels que les projections orthogonales avec les différentes vues, les projections parallèles (perspectives cavalière et axonométrique) ou les projections centrales (à un ou deux points de fuite). Les situations-problèmes à l'étude dans ce cours conduisent à la construction ou à la représentation de figures géométriques au moyen de procédés divers. Afin de décrire et d'interpréter des contextes liés à des figures géométriques ou au concept de similitude, elles font appel au sens spatial et au sens de la mesure et de la proportionnalité. D'autres situations-problèmes mobilisent le sens spatial ou le sens de la mesure et nécessitent le recours aux différentes relations associées aux figures géométriques et à la détermination de mesures manquantes (longueur, aire et volume). Finalement, l'ensemble des situations permet d'illustrer des raisonnements à l'aide de divers types de représentations (verbale, symbolique, graphique, table de valeurs, dessin), selon le contexte et le champ mathématique sollicité.

Au terme de ce cours, l'adulte sera en mesure de représenter et de décrire un objet ou un espace physique à l'aide de différents types de solides ou de plans, dans le respect des règles et des conventions mathématiques. Il sera à même d'utiliser diverses stratégies et raisonnements afin de planifier l'aménagement d'un espace physique en tenant compte de différentes contraintes.

COMPÉTENCES DISCIPLINAIRES

La résolution des situations-problèmes de ce cours implique le recours aux trois compétences disciplinaires, soit :

- *Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes*;
- *Déployer un raisonnement mathématique*;
- *Communiquer à l'aide du langage mathématique*.

L'emploi de stratégies efficaces incite l'adulte à déployer un raisonnement mathématique rigoureux et à communiquer avec clarté à l'aide du langage mathématique, en démontrant qu'il en respecte les codes et les conventions particulières. C'est donc par l'activation intégrée des trois compétences disciplinaires et à l'aide d'autres ressources qu'il parvient à résoudre des situations-problèmes.

La rubrique *Démarche et stratégies* explique comment faire évoluer une situation-problème vers une solution par la mise à contribution des trois compétences disciplinaires.

DÉMARCHE ET STRATÉGIES

Pour résoudre un problème, l'adulte a besoin de stratégies efficaces qu'il adapte aux situations présentées.

Il traite des situations-problèmes en utilisant une démarche qui comprend quatre phases de résolution :

- **la représentation**;
- **la planification**;
- **l'activation**;
- **la réflexion**.

Le tableau qui suit présente sommairement chacune des phases de la démarche de résolution et quelques exemples de stratégies que l'adulte peut utiliser pour traiter les situations. Ces phases ne se présentent pas nécessairement de façon successive. De nombreux allers-retours entre les quatre phases peuvent être nécessaires lors de la résolution d'une situation-problème.

DÉMARCHE ET STRATÉGIES	
LA REPRÉSENTATION	
- L'adulte prend contact avec la situation-problème afin de bien cerner le contexte, le problème et la tâche à effectuer. Les stratégies qu'il utilise clarifient les différentes régularités et les invariants faisant émerger des idées de relations probables ou vraisemblables. - Cette appropriation du contexte et du problème l'amène aussi à déployer des raisonnements déductifs.	
Exemples de stratégies	• construire, dessiner ou schématiser des figures géométriques au moyen de divers procédés; • déterminer, dans un tableau, la nature de la tâche à exécuter (consignes, résultats attendus, but, temps disponible, etc.); • écrire littéralement les éléments de la situation qui lui semblent pertinents, facilitant ainsi la recherche de mesures manquantes; • reformuler le problème dans ses propres mots afin d'illustrer son appropriation de la situation, par exemple lorsqu'il cherche à représenter un objet par projection.
LA PLANIFICATION	
- Il cherche des pistes de solutions et privilégie celles qui semblent les plus efficaces et économiques. - Il élabore ensuite un plan en tenant compte des éléments du langage mathématique (éléments-clés, objets du message, sens global de la situation). - Après quelques résolutions, il est en mesure de se livrer à des conjectures sur le signe d'un nombre auquel on extrait une racine, que ce soit une racine carrée, une racine cubique ou autre.	
Exemples de stratégies	• utiliser des techniques de foisonnement d'idées; • diviser la situation-problème en sous-problèmes; • utiliser des schémas, des dessins ou des esquisses en vue de préparer la mise en œuvre de sa solution.
L'ACTIVATION	
- L'adulte déploie un raisonnement en proposant des idées probables ou vraisemblables; il anticipe les implications des idées soumises et utilise des exemples pour trouver des invariants. - Lors de la mise en œuvre de la solution retenue, il utilise le langage mathématique de façon rigoureuse et pour éviter la confusion, respecte le sens des symboles, des termes, des notations. - Il emploie différentes stratégies en associant des images, des objets ou des concepts à des termes et à des symboles mathématiques, et en transposant des données d'un registre de représentation à un autre.	
Exemples de stratégies	• recourir à des situations-problèmes étudiées antérieurement, différencier les problèmes de représentation de ceux requérant la détermination d'une mesure manquante; • tracer les lignes de fuite ou les repères nécessaires à la production d'une projection; • analyser les dimensions d'une figure tridimensionnelle pour bien comprendre, par exemple, le lien qu'elles peuvent avoir entre elles et la formule permettant le calcul de la capacité.
LA RÉFLEXION	
- L'adulte adopte une attitude réflexive tout au long du traitement de la situation. - Il se questionne régulièrement sur ses étapes de travail et sur les choix qu'il fait, avec l'intention de valider sa solution. Cette réflexion mène l'adulte à une utilisation rigoureuse du langage mathématique.	
Exemples de stratégies	• confronter ses résultats à ceux attendus ou à ceux d'autres personnes; • vérifier la cohérence de sa solution en comparant, par exemple, les dimensions d'une figure tridimensionnelle; • déterminer les stratégies liées au traitement de situations-problèmes en géométrie (appliquer une règle, se référer à un théorème, etc.); • utiliser la calculatrice ou un logiciel de modélisation géométrique comme outil de validation.

COMPÉTENCES TRANSVERSALES

Les compétences transversales ne se construisent pas dans l'abstrait : elles prennent racine dans les situations-problèmes et participent, à divers degrés, au développement des compétences disciplinaires, et inversement.

Plusieurs compétences transversales peuvent contribuer au traitement de situations de la famille *Mesure et représentation spatiale*. Le programme d'études en propose deux qui apparaissent les plus appropriées pour ce cours : *Exploiter les technologies de l'information et de la communication* et *Mettre en œuvre sa pensée créatrice*.

Compétence d'ordre méthodologique

La compétence transversale *Exploiter les technologies de l'information et de la communication* facilite de multiples réalisations. Elle donne accès à des outils de manipulation de formes géométriques en deux ou trois dimensions. Un logiciel d'architecture ou d'aménagement peut être avantageusement exploité pour produire un plan selon différentes perspectives ou pour calculer certaines mesures, tandis qu'un logiciel de géométrie dynamique est utile pour démontrer différentes relations. C'est ainsi que ce dernier contribue au développement de l'habileté de l'adulte à induire des règles.

Compétence d'ordre intellectuel

L'expression de la compétence *Mettre en œuvre sa pensée créatrice* est favorisée par les situations-problèmes nécessitant un aménagement physique. En faisant preuve d'originalité et de créativité, l'adulte mobilise ses ressources personnelles et matérielles. Cet atout est exploité pour la résolution du problème que pose la situation, que ce soit l'aménagement d'une rampe pour planche à roulettes, la mise en place d'une pièce pour étudier ou pour tout autre projet à réaliser. La préparation et la souplesse qu'exige ce projet s'allient alors à l'ouverture aux nouvelles idées et à l'exploration des stratégies originales nécessaires.

CONTENU DISCIPLINAIRE

Dans ce cours, l'adulte réactive et approfondit l'ensemble des savoirs en géométrie acquis précédemment. Afin de traiter efficacement les situations-problèmes, il complète sa formation en s'appropriant les savoirs propres à ce cours.

Savoirs prescrits

En vue de traiter efficacement les situations d'apprentissage proposées dans ce cours, l'adulte développe deux procédés intégrateurs énoncés comme suit :

- **la description et la représentation bidimensionnelle ou tridimensionnelle d'un objet ou d'un espace physique;**
- **la conception de l'aménagement d'un espace physique.**

Ces procédés, mis en valeur dans les situations d'apprentissage du présent cours, favorisent l'intégration des savoirs mathématiques et des compétences disciplinaires. Les situations d'apprentissage traitées doivent toucher à l'un ou l'autre de ces procédés intégrateurs. Toutefois, l'ensemble des situations choisies doit être assez vaste pour couvrir les deux procédés.

Savoirs mathématiques	Limites et précisions
Expressions numériques et algébriques	
• Manipulation de nombres rationnels et irrationnels	Les nombres rationnels et irrationnels à l'étude sont : • le carré et la racine carrée • le cube et la racine cubique *Établissement de liens entre la notation exponentielle et les radicaux : (exemples : $9^{1/2} = \sqrt{9}$ et $8^{1/3} = \sqrt[3]{8}$). Le radical est conservé s'il n'est pas approprié de le transformer.*
• Manipulation d'expressions numériques et algébriques	L'adulte doit être en mesure d'effectuer des opérations sur des nombres exprimés : • sous la forme exponentielle (base rationnelle, exposant entier ou fractionnaire) • en notation scientifique

Savoirs mathématiques	Limites et précisions
Expressions numériques et algébriques (*Suite*)	La manipulation d'expressions numériques ou algébriques se limite : • à l'addition et à la soustraction d'expressions algébriques • à la multiplication d'expressions algébriques de degré 0, 1 ou 2 • à la division d'expressions algébriques par un monôme • à la mise en évidence simple *L'adulte est initié à la manipulation algébrique afin de comprendre, entre autres, comment manipuler ou simplifier des unités de mesure et comparer différentes représentations d'une même formule. Par exemple, le périmètre d'un rectangle se représente par la formule suivante* : P = 2h + 2b = 2(h + b).
Solides • Description, construction et représentation d'objets	La représentation dans le plan de figures à trois dimensions se fait à l'aide de différents procédés tels que : • les projections orthogonales avec les différentes vues • les projections parallèles (perspectives cavalière et axonométrique) • les projections centrales (à un ou deux points de fuite)
• Développement, projection et perspective	*Dans les représentations en perspective cavalière, les arêtes fuyantes à 30^{o} ou à 45^{o} sont privilégiées.*
• Conversions de diverses unités de mesure	Les conversions ont trait à des unités : • de longueur • d'aire • de volume • de capacité Les conversions peuvent se faire à l'intérieur d'un même système ou encore d'un système à un autre.

<table>
<tr><th>Savoirs mathématiques</th><th>Limites et précisions</th></tr>
<tr><td>Solides (Suite)
Recherche de mesures</td><td>Les mesures recherchées se rapportent aux éléments suivants :
longueur
côté d’un triangle rectangle (relation de Pythagore)
segment provenant d’une isométrie, d’une similitude, d’une figure plane ou d’un solide
aire latérale ou totale
sphère, cône droit et figure décomposable
figure plane issue d’une similitude
volume
solide décomposable en prisme droit, en cylindre droit, en pyramide droite, en cône droit, en boule
solide issu d’une similitude
choix approprié d’une unité de mesure
conversions entre diverses unités de mesure (longueur, aire, volume, capacité)</td></tr>
</table>

Énoncés
L’adulte doit maîtriser les énoncés suivants, qui sont prescrits. Ils peuvent être utilisés dans une preuve ou une démonstration. En voici la liste : **E1.** Dans un triangle rectangle, le carré de la mesure de l’hypoténuse égale la somme des carrés des mesures des autres côtés (relation de Pythagore). **E2.** Si un triangle est tel que le carré de la mesure d’un côté est égal à la somme des carrés des mesures des autres, alors il est rectangle.

Repères culturels

De tout temps, l’homme a tenté de représenter le monde : la perspective lui a apporté un élément de solution. À l’époque de la Renaissance, cette étude a révolutionné le domaine des arts. Aujourd’hui, la perspective est exploitée dans de nombreux domaines comme la géographie, les médias, l’infographie, le design, l’ingénierie, l’architecture, la photographie, le cinéma, le théâtre, la peinture, etc. L’étude des perspectives et des projections pourrait constituer pour l’adulte une initiation à certains éléments de l’art et de l’architecture.

L'adulte peut également prendre conscience du lien qui unit les arts et la mathématique en analysant, par exemple, l'œuvre graphique d'Oscar Reutersvärd (1915-2002). Il pourrait observer les perspectives que cet artiste applique aux figures qu'il dessine et chercher à quel moment la perspective est faussée. L'œuvre intitulée « Le triangle impossible » — ou triangle de Penrose, du nom du mathématicien qui l'a redécouvert dans les années 1950 —, réalisée par Reutersvärd en 1934, se prête très bien à cet exercice. L'adulte pourrait être ainsi encouragé à considérer la mathématique d'un autre œil.

De plus, l'intérêt de l'adulte pour l'astronomie pourrait le pousser à étudier et à comparer les volumes, les masses et les densités de différents corps célestes de notre système solaire, apprenant ainsi à manier de très grands nombres.

FAMILLE DE SITUATIONS D'APPRENTISSAGE

La famille *Mesure et représentation spatiale* regroupe les situations qui comportent un problème pouvant être traité en partie par la description ou la représentation géométrique d'un objet ou d'un espace physique. Le cours *Représentation géométrique* donne l'occasion à l'adulte de poser des actions qui l'amène à développer ses capacités de représentation spatiale.

En traitant les situations-problèmes de ce cours, l'adulte est amené, entre autres, à décrire les caractéristiques de la situation en relevant les contraintes à prendre en considération, à repérer des régularités en explorant différents cas de figure ou encore, à avoir recours à de nouveaux symboles pour décrire un aménagement ou une représentation de son environnement physique.

DOMAINES GÉNÉRAUX DE FORMATION

Les domaines généraux de formation couvrent les grands enjeux contemporains. En raison de la méthode particulière employée pour appréhender la réalité, les disciplines scolaires jettent un éclairage nouveau sur ces enjeux pour soutenir le développement d'une vision élargie du monde. Idéalement, le choix des situations à traiter devrait être fait dans le respect des intentions éducatives des différents domaines généraux de formation puisque ces domaines représentent des toiles de fond sur lesquelles se greffent les situations-problèmes servant ainsi à donner du sens aux apprentissages de l'adulte. Deux de ces domaines sont particulièrement appropriés à ce cours : *Vivre-ensemble et citoyenneté* et *Environnement et consommation*.

Vivre-ensemble et citoyenneté

L'intention éducative du DGF *Vivre-ensemble et citoyenneté* incite l'adulte à développer une attitude d'ouverture envers les autres. On peut établir un lien entre ce domaine et le cours *Représentation géométrique* puisqu'on doit notamment construire ou rénover un espace pour différents groupes de personnes. Par exemple, l'adulte pourrait aménager une pièce pour que son adolescent puisse faire ses devoirs sans être dérangé par ses frères et sœurs, ou encore un espace pour accueillir ses parents en perte d'autonomie. Il pourrait également tracer les plans d'une rampe pour planches à roulettes destinée aux jeunes qui fréquentent le centre communautaire de la localité.

Environnement et consommation

Ce cours offre des ressources diverses pour permettre à l'adulte de jeter un regard critique sur le rapport qu'il entretient avec l'environnement et la consommation. Le travail accompli dans des situations d'apprentissage traitant, par exemple, de la conception de l'aménagement d'un espace physique peut le mener à des choix éclairés en matière d'environnement ou de consommation. Il pourrait se consacrer aux plans d'un aménagement paysager écologique qui respecte la biodiversité et les éléments propres au milieu. L'adulte pourrait ainsi être sensibilisé au rapport dynamique qu'il entretient avec son milieu. La sélection du matériau à utiliser lui ferait aussi prendre conscience des répercussions économiques de ses choix. De telles situations pourraient le sensibiliser à certains aspects éthiques ou économiques de l'environnement ou de la consommation.

EXEMPLE DE SITUATION D'APPRENTISSAGE

Toutes les situations d'apprentissage ou situations-problèmes, peu importe le domaine général de formation retenu, placent l'adulte au cœur de l'action. Elles favorisent le développement des compétences disciplinaires et transversales visées, l'acquisition de notions et de concepts mathématiques de même que la mobilisation de ressources diverses utiles à la réalisation de la tâche.

Le tableau qui suit présente les éléments nécessaires à l'élaboration de toute situation d'apprentissage ou situation-problème. On y précise ceux retenus dans ce cours.

ÉLÉMENTS NÉCESSAIRES À L'ÉLABORATION D'UNE SITUATION D'APPRENTISSAGE, D'UNE SITUATION-PROBLÈME	
Domaine général de formation (ciblé) – Permet de contextualiser les apprentissages, de leur donner du sens.	• Vivre-ensemble et citoyenneté • Environnement et consommation
Compétences disciplinaires (prescrites) – Se développent dans l'action. Nécessitent la participation active de l'adulte.	• Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes • Déployer un raisonnement mathématique • Communiquer à l'aide du langage mathématique
Famille de situations d'apprentissage (prescrite) – Regroupe des situations appropriées au cours à partir de problématiques tirées de la réalité. – Permet, entre autres, l'acquisition de connaissances mathématiques.	• Mesure et représentation spatiale
Compétences transversales (ciblées) – Se développent en contexte en même temps que les compétences disciplinaires.	• Exploiter les technologies de l'information et de la communication • Mettre en œuvre sa pensée créatrice
Savoirs essentiels (prescrits) – Sont des connaissances, des concepts, des notions mathématiques à acquérir.	• Voir liste

Cette rubrique propose, en fait, un énoncé de situation-problème accompagné d'exemples d'actions associées au traitement mathématique. Cet énoncé est constitué d'un contexte qui sert de fil conducteur, mais les activités d'apprentissage incluses n'y sont pas décrites de façon formelle. L'accent est plutôt mis sur un exemple de traitement mathématique pertinent, qui respecte les quatre phases de la résolution : la représentation, la planification, l'activation et la réflexion. Toutefois, même si ce n'est pas explicite, on peut discerner les éléments qui composent cet énoncé, éléments identifiés dans le précédent tableau, soit : le domaine général de formation, les compétences disciplinaires, la famille de situations, les compétences transversales et les savoirs essentiels. Pour favoriser l'apprentissage, ces éléments doivent former un tout cohérent et signifiant pour l'adulte.

L'enseignante ou enseignant peut se servir de chacun des éléments comme autant d'objets de formation. Ces objets peuvent être des actions associées à chacune des phases de résolution, des actions relatives aux compétences disciplinaires ou transversales ou encore aux savoirs prescrits. L'enseignante ou enseignant a la possibilité d'utiliser l'exemple de traitement mathématique fourni pour construire d'autres tâches complexes ou d'autres activités d'apprentissage liées aux connaissances mathématiques que l'adulte doit acquérir.

<table>
<tr><th>Énoncé de situation-problème</th><th colspan="2">Exemples d'actions associées au traitement mathématique
d'une situation-problème appartenant à la famille
Mesure et représentation spatiale</th></tr>
<tr><td rowspan="3">L'adulte souhaite accueillir chez lui un membre de sa famille en perte d'autonomie. Il devra donc concevoir l'aménagement d'une chambre à coucher, en tenant compte de l'état de santé de la personne et du budget dont il dispose.</td><td colspan="2">Procédé intégrateur : Conception de l'aménagement d'un espace physique</td></tr>
<tr><td colspan="2">Au cours de l'une ou l'autre des quatre phases de résolution, l'adulte pourrait accomplir les actions suivantes :</td></tr>
<tr><td>Représentation</td><td>• Dresser une liste des contraintes liées à la situation en consultant, au besoin, des sites Internet. Par exemple, il pourrait prévoir :
– une porte d'une largeur minimale de 84 cm pour permettre le passage d'un fauteuil roulant;
– un dégagement minimal de 1,5 mètre autour du lit, sur trois côtés;
– l'espace pour un lit adapté standard, soit 2,3 m par 1,1 m;
– une fenêtre basse, à 45 cm du plancher;
– des interrupteurs électriques à 110 cm du plancher;
– un plancher de bois pour remplacer le tapis;
– la peinture pour les murs de la pièce;
– un fauteuil roulant;
– un climatiseur adapté au volume de la pièce.</td></tr>
</table>

Énoncé de situation-problème	Exemples d'actions associées au traitement mathématique d'une situation-problème appartenant à la famille *Mesure et représentation spatiale*	
L'adulte devra prévoir le remplacement du tapis par un plancher de bois, l'achat d'un fauteuil roulant et d'un climatiseur approprié au volume de la pièce. Il devra aussi repeindre les murs en entier. Un plan d'action détaillé des travaux à effectuer devra être établi de même qu'un plan à l'échelle de la chambre, avec et sans modifications.	Planification	• Déterminer la tâche à réaliser, établir le budget à respecter de même que les délais pour les divers travaux à exécuter; • Établir un plan d'action qui respecte un ordre logique, par exemple le déplacement des interrupteurs qui devra précéder la peinture.
	Activation	• Représenter schématiquement la situation-problème par projection orthogonale de la chambre sur trois plans, avec vue de face, vue de côté et vue de dessus, en tenant compte des contraintes imposées; • Mettre en œuvre ce plan d'action : calculer la surface de plancher à couvrir, la surface des murs à peindre et la quantité de peinture nécessaire, en litres; déterminer le volume d'air de la pièce avant de choisir un climatiseur; • Utiliser un système de mesure approprié et effectuer les conversions nécessaires.
	Réflexion	• Vérifier si le but est atteint et s'il respecte les contraintes, physiques et budgétaires; • Valider son plan d'action auprès de ses pairs.

ATTENTES DE FIN DE COURS

Pour résoudre les situations-problèmes de la famille *Mesure et représentation spatiale*, l'adulte décrit et représente des objets ou des espaces en deux ou trois dimensions et conçoit l'aménagement d'un espace physique. Pour ce faire, il met en œuvre les trois compétences disciplinaires du programme.

L'adulte qui décrit et représente des espaces physiques et des objets (2D ou 3D) interprète et produit des esquisses, des dessins ou des plans. Ces derniers sont réalisés à l'aide de projections orthogonales, parallèles ou centrales. Pour le traitement de la situation-problème, l'adulte exploite des réseaux de concepts et de processus géométriques pour déduire des mesures manquantes ou pour valider des conjectures. Il illustre ses raisonnements à l'aide de diverses représentations (verbale, symbolique, graphique, table de valeurs, dessin), selon les contextes mathématiques sollicités. Dans cette perspective, il met à profit une démarche inductive ou la règle du *modus ponems* (règle de détachement) dans un processus de preuve. Il distingue aussi les éléments clés du langage mathématique (échelle, dimensions, périmètre, aire, volume, etc.) et associe des images, des objets ou des savoirs à des termes et à des symboles mathématiques.

Lorsque l'adulte conçoit l'aménagement d'un espace, il produit et interprète différentes mesures ainsi que des informations tirées de dessins et de constructions géométriques. De plus, la situation-problème l'amène à concevoir une représentation en deux dimensions de figures tridimensionnelles à l'aide d'une projection, afin de décrire et d'interpréter des contextes liés aux figures géométriques ou au concept de similitude. Il fait appel au sens spatial et au sens de la mesure et de la proportionnalité pour déterminer des mesures manquantes. Le caractère géométrique des situations-problèmes met à profit des définitions, des propriétés et des énoncés déjà admis. Finalement, l'adulte justifie ses choix de diagrammes, de procédés et de solutions.

Tout au long de sa résolution de situations-problèmes, l'adulte utilise ses connaissances en lien avec les savoirs mathématiques, soit les expressions numériques et algébriques et les solides. L'emploi des symboles, des termes et des notations liés à ces savoirs est exact et les lois, théorèmes, corolaires ou lemmes déduits ou induits par l'adulte sont toujours validés à partir de différentes sources afin de bonifier sa bibliothèque mathématique personnelle. De plus, il n'hésite pas à demander de l'aide lorsqu'une difficulté se présente.

CRITÈRES D'ÉVALUATION DES COMPÉTENCES VISÉES PAR LE COURS

Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes

- *Manifestation, oralement ou par écrit, d'une compréhension adéquate de la situation-problème*
- *Mobilisation de stratégies et de savoirs mathématiques appropriés à la situation-problème*
- *Élaboration d'une solution* appropriée à la situation-problème*
- *Validation appropriée des étapes** de la solution élaborée*

* La solution comprend une démarche, des stratégies et un résultat.
** Le modèle mathématique, les opérations, les propriétés ou relations.

Déployer un raisonnement mathématique

- *Formulation d'une conjecture appropriée à la situation*
- *Utilisation correcte des concepts et des processus mathématiques appropriés*
- *Mise en œuvre convenable d'un raisonnement mathématique adapté à la situation*
- *Structuration adéquate des étapes d'une démarche pertinente*
- *Justification congruente des étapes d'une démarche* pertinente

Communiquer à l'aide du langage mathématique

- *Interprétation juste d'un message à caractère mathématique*
- *Production d'un message conforme à la terminologie, aux règles et aux conventions propres à la mathématique et en fonction du contexte*

6.2 Séquence Culture, société et technique

La séquence *Culture, société et technique* vise à développer chez l'adulte une culture mathématique qui met à sa disposition les outils appropriés aux exigences de sa vie présente et future. Elle fournit à l'adulte les moyens qui l'aideront à accroître sa capacité d'analyse, à envisager différentes possibilités d'action, à prendre des décisions éclairées, à étayer ses raisonnements et à adopter une position personnelle au regard de différents enjeux. Cette séquence le mène aussi à parfaire sa formation de base et à poursuivre sa formation citoyenne. La séquence *Culture, société et technique* rend l'adulte apte à s'intégrer à la société et le prépare à entreprendre des études supérieures dans le domaine des arts ou encore en sciences humaines ou sociales. Elle ouvre également les portes à la formation professionnelle et technique. Le contexte associé aux différents cours de cette séquence s'inscrit dans une mathématique qualifiée de générale.

En plus de rehausser ses compétences disciplinaires et de poursuivre son appropriation de nouveaux savoirs mathématiques, l'adulte engagé dans la présente séquence approfondit sa compréhension des concepts construits antérieurement. Il importe donc de lui permettre d'exploiter ses connaissances et d'aborder les éléments de contenu de façon à mettre leur enrichissement à profit. L'accent est mis sur la consolidation et l'intégration des savoirs dans des activités variées : manipulations, explorations, simulations, jeux, présentations, rencontres avec des personnes-ressources, etc. Tout au long de son cheminement dans cette séquence, l'adulte a l'occasion de mettre en œuvre ou de développer ses aptitudes à observer, à concevoir, à gérer, à optimiser, à faire des choix, à convaincre, etc. Les activités qui lui sont proposées sont généralement concrètes et pratiques. Toutefois, le passage du concret à l'abstrait et l'application des objets mathématiques à des situations réelles engagent l'adulte à voir leur efficience et à poser un regard mathématique sur certaines d'entre elles. De plus, la technologie est mise à profit pour représenter ou traiter un grand nombre de données et faciliter les calculs autrement fastidieux.

L'adulte exploite ses compétences et ses savoirs mathématiques dans diverses situations. Il s'intéresse aux contextes sociaux, économiques, artistiques et techniques et parfois scientifiques dans lesquels il est placé pour des raisons tant personnelles que professionnelles. Les problèmes proposés peuvent alors faire appel :

- aux habitudes de vie, à l'alimentation, au fonctionnement du corps humain, aux soins de santé, aux activités physiques et aux sports;
- à l'aménagement d'espaces physiques (organisation, plan, structure), à la gestion des ressources, à la croissance ou à la décroissance de la population, aux finances personnelles, aux contraintes imposées par la production, aux coûts liés à la consommation, au design et à la publicité;
- à la conception de plans, à l'organisation d'événements, à des études de marché;
- à la présentation d'information, à la comparaison de présentations sur un même sujet, à l'appréciation ou à la création de différentes œuvres artistiques et médiatiques;

- à des choix sociaux, à l'équité et à la justice, à la diversité culturelle, à des sondages d'opinion, etc.

Ces contextes sont propices à la mobilisation du sens spatial et de la mesure, du raisonnement proportionnel, du sens du nombre et des liens de dépendance ainsi qu'à l'exploitation de modèles probabilistes, d'outils statistiques et de processus associés aux graphes.

De plus, les repères culturels suggérés dans cette séquence présentent des aspects historiques et sociaux qui ont balisé l'évolution de la mathématique. Ils offrent également des exemples de contextes qu'il est possible d'exploiter pour construire ses savoirs mathématiques.

L'adulte engagé dans cette séquence bénéficie de nombreuses occasions de s'ouvrir sur le monde. Elle offre une formation qui le sensibilise à de nombreuses attitudes et aptitudes fortement sollicitées dans notre société. Il développe ainsi des compétences qui le prédisposent à s'inscrire efficacement dans un monde en évolution et à agir en citoyen avisé.

6.2.1 Cours de la 4e secondaire

Cours

MAT-4151-1

Modélisation algébrique et graphique en contexte général 1

Mathématique

PRÉSENTATION DU COURS

Le but du cours *Modélisation algébrique et graphique en contexte général 1* est de rendre l'adulte apte à traiter efficacement des situations qui requièrent une représentation par un modèle algébrique ou graphique exprimant un lien de dépendance entre quantités, dans une perspective générale.

L'adulte qui suit le cours fait face à diverses situations-problèmes destinées à enrichir ses connaissances en matière d'algèbre. Il entreprend l'étude des fonctions réelles en vue de caractériser les différents types de liens de dépendance qui existent entre deux quantités. Il étudie des situations dans lesquelles les liens ne sont pas nécessairement linéaires, comme c'est le cas des modèles exponentiel, périodique, quadratique ou en escalier. Il observe des régularités et distingue la croissance linéaire (progression arithmétique) de la croissance exponentielle (progression géométrique), notamment dans des situations qui touchent une population. De plus, il émet des conjectures en utilisant des fonctions, et il les valide en s'appuyant sur différents types de raisonnement qui sont mis en œuvre à l'aide de preuves directes ou indirectes, tandis que la réfutation se fait à l'aide de contre-exemples. Les situations-problèmes à l'étude amènent l'adulte à dégager et à exploiter des informations pertinentes. Par exemple, dans la planification de certains achats de biens et de services, ces informations peuvent être présentées verbalement, algébriquement, graphiquement ou par une table de valeurs. Elles supposent l'analyse de différentes possibilités. Ces situations font appel à l'analyse et à la prise de décisions. Elles font aussi appel au sens du nombre et des opérations ainsi qu'au raisonnement proportionnel pour valider des solutions. En outre, elles sollicitent la résolution de systèmes d'équations linéaires pour comparer et analyser des phénomènes en vue de faire des choix. Elles donnent l'occasion d'interpoler ou d'extrapoler par la modélisation à l'aide de fonctions réelles représentées sous différentes formes. Du point de vue de la communication, elles favorisent l'analyse de graphiques, de diagrammes ou de tables de valeurs afin de dégager des informations spécifiques et de présenter des conclusions. D'autres situations impliquent la transposition d'une description faite oralement ou par écrit à l'aide d'une ou de plusieurs expressions algébriques (équation, inéquation, système d'équations linéaires ou fonction). Elles comportent l'utilisation de nombres écrits en différentes notations en tenant compte des unités, lorsque cela est pertinent. Elles peuvent exiger une description à partir d'une représentation graphique ou d'une table de valeurs.

Au terme de ce cours, l'adulte sera en mesure de représenter des situations concrètes à l'aide de l'algèbre. Sa production, juste et claire, sera réalisée dans le respect de règles et de conventions mathématiques. La représentation algébrique ou graphique d'une situation à l'aide de fonctions réelles et de leur réciproque lui permettra de déduire des résultats par interpolation ou extrapolation. De plus, il utilisera différents registres de représentation pour généraliser les caractéristiques similaires d'un ensemble de situations.

COMPÉTENCES DISCIPLINAIRES

La résolution des situations-problèmes de ce cours implique le recours aux trois compétences disciplinaires, soit :

- *Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes*;
- *Déployer un raisonnement mathématique*;
- *Communiquer à l'aide du langage mathématique*.

L'emploi de stratégies efficaces incite l'adulte à déployer un raisonnement mathématique rigoureux et à communiquer avec clarté, à l'aide du langage mathématique, en démontrant qu'il en respecte les codes et les conventions particulières. C'est donc par l'activation intégrée des trois compétences disciplinaires et d'autres ressources que l'adulte parvient à résoudre des situations-problèmes.

La rubrique *Démarche et stratégies* explique comment faire évoluer une situation-problème vers une solution par la mise à contribution des trois compétences disciplinaires.

DÉMARCHE ET STRATÉGIES

Pour résoudre une situation-problème, l'adulte a besoin de stratégies efficaces qu'il adapte aux situations présentées.

Il traite des situations-problèmes en utilisant une démarche qui comprend quatre phases de résolution :

- **la représentation**;
- **la planification**;
- **l'activation**;
- **la réflexion**.

Le tableau qui suit présente sommairement chacune des phases de la démarche de résolution et quelques exemples de stratégies que l'adulte peut employer pour traiter les situations. Ces phases ne se présentent pas nécessairement de façon successive. De nombreux allers-retours entre les quatre phases peuvent être nécessaires lors de la résolution d'une situation-problème.

DÉMARCHE ET STRATÉGIES	
LA REPRÉSENTATION	
- L'adulte prend contact avec la situation-problème afin de bien cerner le contexte, le problème et la tâche à effectuer. - Il utilise des stratégies d'observation et de représentation essentielles au raisonnement inductif. - Lors de son appropriation du contexte et du problème, l'adulte déploie des raisonnements déductifs, en particulier lorsqu'il s'agit de données implicites.	
Exemples de stratégies	• écrire littéralement les éléments de la situation qui lui semblent pertinents, facilitant ainsi la recherche d'un lien de dépendance afin de déterminer les variables en cause; • estimer, en illustrant par des exemples de nombres, les types de relation existant entre les variables de la situation; • dresser l'inventaire des stratégies qu'il utilise et des connaissances en algèbre dont il dispose et qui sont en relation avec la situation; • décrire les caractéristiques de la situation.
LA PLANIFICATION	
- Pour planifier sa solution, l'adulte cherche des pistes et privilégie celles qui semblent les plus efficaces et économiques. - Il élabore ensuite un plan en tenant compte des éléments du langage mathématique (sens des symboles, des termes et des notations ainsi que les différents registres de représentation). - Par le raisonnement, il établit des liens structurés et fonctionnels entre ses connaissances, élargissant ainsi ses réseaux de ressources cognitives.	
Exemples de stratégies	• recourir, par recherche systématique, au modèle fonctionnel le plus approprié à la situation, tout en gardant en tête les limites relatives à la précision de ce modèle; • rechercher une règle algébrique qui tiendrait compte de la meilleure relation entre les contraintes à respecter et les conséquences imposées par la situation-problème.
L'ACTIVATION	
- La construction de liens entre les formes algébrique et graphique durant l'étude des systèmes d'équations permet à l'adulte de dégager les règles et les conditions qui déterminent le nombre de solutions du système et de procéder à des généralisations. - En mobilisant ses connaissances relatives aux propriétés des fonctions, il est amené à déduire certains liens (extremums et valeur optimale, croissance de la fonction et croissance de l'entreprise, etc.).	
Exemples de stratégies	• effectuer une simulation au moyen d'objets concrets ou avec le soutien de la technologie en vue de déterminer une relation; • utiliser la technologie (tableur, calculatrice graphique, etc.) pour analyser le rôle des différents paramètres d'une fonction; • tracer, à partir des paramètres d'une fonction, une esquisse pour anticiper des résultats.
LA RÉFLEXION	
- L'adulte adopte une attitude réflexive tout au long du traitement de la situation. - Il se questionne régulièrement sur ses étapes de travail et sur les choix qu'il fait, avec l'intention de valider sa solution. - Le raisonnement permet à l'adulte de rejeter des extrapolations qui n'auraient aucun sens dans la réalité.	
Exemples de stratégies	• confronter ses résultats à ceux attendus ou à ceux d'autres personnes; • vérifier la cohérence de sa solution en s'assurant, par exemple, que les valeurs trouvées respectent l'image de la fonction; • utiliser une grille de questions métacognitives (par exemple : Pourquoi ai-je procédé ainsi? Qu'est-ce que je modifierais et pourquoi?); • utiliser la calculatrice comme outil de validation.

COMPÉTENCES TRANSVERSALES

Les compétences transversales ne se construisent pas dans l'abstrait : elles prennent racine dans des situations-problèmes et participent, à divers degrés, au développement des compétences disciplinaires, et inversement.

Plusieurs compétences transversales peuvent être développées en vue du traitement de situations de la famille *Relations entre quantités* ou encore y contribuer. Le programme d'études en propose deux qui apparaissent les plus appropriées pour ce cours : *Exercer son jugement critique* et *Exploiter les technologies de l'information et de la communication*.

Compétence d'ordre intellectuel

Bon nombre d'entreprises cherchent à attirer et à fidéliser une clientèle en consentant des forfaits échelonnés sur un, deux ou trois ans, et même plus. L'offre semble parfois imbattable et l'adulte pourrait se hâter d'en bénéficier de peur de manquer une occasion unique. L'extrapolation associée à un modèle algébrique pourrait le rendre plus critique par rapport aux choix offerts. L'analyse rigoureuse et la comparaison des offres du marché pourraient inciter à plus d'objectivité, à plus de réalisme par rapport aux coûts à long terme. En développant ainsi sa compétence à *Exercer son jugement critique*, l'adulte pourrait adopter une attitude plus réfléchie avant de conclure un contrat qui le lie pour plusieurs mois.

Compétence d'ordre méthodologique

La représentation d'un modèle fonctionnel le moindrement complexe pourrait être facilitée par l'utilisation de logiciels spéciaux. Afin de mener sa tâche à terme, l'adulte pourrait développer sa compétence *Exploiter les technologies de l'information et de la communication* pour créer et manipuler des graphiques en modifiant certains paramètres. La comparaison de certains modes de cuisson, par exemple, serait plus facile puisque la simulation évite l'expérience concrète. Grâce à la technologie, l'adulte peut cibler plus rapidement un modèle et mettre l'accent sur son analyse et sa justification plutôt que sur les manipulations algébriques.

CONTENU DISCIPLINAIRE

Dans ce cours, l'adulte réactive et approfondit l'ensemble des savoirs arithmétiques et algébriques acquis précédemment. Afin de traiter efficacement les situations-problèmes, il complète sa formation en s'appropriant les savoirs propres à ce cours.

Savoirs prescrits

En vue de traiter efficacement les situations d'apprentissage proposées dans ce cours, l'adulte développe trois procédés intégrateurs énoncés comme suit :

- **la représentation d'une situation par un modèle algébrique ou graphique;**
- **l'interpolation ou l'extrapolation à partir d'un modèle algébrique ou graphique;**
- **la généralisation d'un ensemble de situations à l'aide d'un modèle algébrique ou graphique.**

Ces procédés, mis en valeur dans les situations d'apprentissage du présent cours, favorisent l'intégration des savoirs mathématiques et des compétences disciplinaires. Les situations d'apprentissage traitées doivent toucher à l'un ou l'autre de ces procédés intégrateurs. Toutefois, l'ensemble des situations choisies doit être assez vaste pour couvrir les trois procédés**.**

Savoirs mathématiques	Limites et précisions
Relation, fonction et réciproque • Expérimentation, observation, interprétation, description et représentation de fonctions réelles	Les fonctions réelles à l'étude sont : • la fonction polynomiale du 2e degré $f(x) = ax^2$ • la fonction exponentielle $f(x) = ab^x$ où $a \neq 0$ et $b > 0$ • la fonction périodique • la fonction en escalier • la fonction définie par parties

<table>
<tr><th>Savoirs mathématiques</th><th>Limites et précisions</th></tr>
<tr><td>Relation, fonction et réciproque (Suite)</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>La représentation de la fonction peut se faire à l’aide :
d’une table de valeurs
d’une règle algébrique
d’un graphique avec ou sans soutien technologique
Pour les fonctions périodiques, définies par parties et en escalier, la représentation graphique en relation avec le contexte est privilégiée même si, dans certains cas, le registre symbolique pourrait être utilisé.

Si l’adulte doit déterminer la valeur de l’exposant dans une fonction exponentielle, il utilise un graphique, une table de valeurs ou des outils technologiques.</td></tr>
<tr><td>Description et interprétation des propriétés des fonctions réelles à l’aide d’une représentation graphique</td><td>Les propriétés des fonctions réelles à l’étude sont :
le domaine et le codomaine (l’image)
la croissance et la décroissance
les extremums
le signe
les coordonnées à l’origine
L’étude des propriétés des fonctions doit se faire uniquement en contexte.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Savoirs mathématiques</th><th>Limites et précisions</th></tr>
<tr><td>Système</td><td></td></tr>
<tr><td>Représentation d’une situation à l’aide de droites</td><td>L’étude des propriétés des droites fait référence à celle :
des droites parallèles
des droites sécantes
des droites confondues
des droites perpendiculaires
L’équation de la droite sous la forme canonique :
$f(x) = ax + b$
L’équation de la droite sous les formes symétrique et générale n’est pas au programme de la séquence Culture, société et technique.</td></tr>
<tr><td>Résolution de systèmes d’équations du 1er degré à deux variables</td><td>La résolution de systèmes d’équations peut se faire à l’aide :
d’une table de valeurs
d’une méthode algébrique (méthode de son choix)
d’une méthode graphique, et ce, avec ou sans soutien de la technologie</td></tr>
</table>

Repères culturels

Le raisonnement proportionnel est utilisé au quotidien et dans différents métiers des domaines de la construction, des arts, de la santé, du tourisme, de l’administration, etc. L’observation du lien de dépendance entre deux quantités a contribué au développement du concept de fonction, exploitée en navigation, en astronomie ou en balistique. L’adulte pourrait avoir l’occasion de découvrir son importance et d’apprécier la contribution de mathématiciens comme Oresme, Descartes et Fermat à son développement.

Plus tard, Thomas Malthus analysera les progressions arithmétiques et géométriques dans ses travaux sur la croissance des populations et des ressources alimentaires disponibles. Dans le même esprit, l’adulte pourrait être appelé à observer différents phénomènes de croissance et de décroissance sur les plans démographique, financier ou autre, pour ensuite les comparer ou prendre des décisions à leur sujet.

Aujourd’hui, les amateurs de plongée sous-marine apprennent rapidement le principe des paliers de décompression afin d’éviter que l’azote, accumulé dans le corps au cours de la plongée, ne fasse des bulles dans le sang durant une remontée trop rapide. Les plongeurs apprennent donc par cœur les tables de décompression. Les adultes intéressés par ce sport et par la sécurité pourraient en étudier les principes par la modélisation et représenter graphiquement les durées de décompression en fonction de la profondeur.

FAMILLE DE SITUATIONS D'APPRENTISSAGE

La famille *Relation entre quantités* regroupe les situations qui comportent un problème pouvant être traité en partie par une représentation fondée sur un modèle algébrique ou graphique exprimant une relation entre quantités, dans une perspective générale. Le cours *Modélisation algébrique et graphique en contexte général 1* fournit l'occasion à l'adulte de poser des actions en vue d'établir des relations ou des liens de dépendance entre des quantités.

En traitant les situations-problèmes de ce cours, l'adulte est amené, entre autres, à dégager les règles et les conditions qui déterminent le nombre de solutions du système et à procéder à des généralisations, à construire des liens entre les formes algébrique et graphique durant l'étude des systèmes d'équations ou encore, à chercher à extrapoler des résultats à l'aide d'une règle algébrique ou d'un graphique.

DOMAINES GÉNÉRAUX DE FORMATION

Les domaines généraux de formation couvrent les grands enjeux contemporains. Idéalement, le choix des situations à traiter doit être fait dans le respect des intentions éducatives des différents domaines généraux de formation puisque ces domaines représentent des toiles de fond sur lesquelles se greffent les situations-problèmes servant ainsi à donner du sens aux apprentissages de l'adulte. Deux de ces domaines sont particulièrement appropriés à ce cours : *Environnement et consommation* et *Orientation et entrepreneuriat*.

Environnement et consommation

L'étude de certaines fonctions pourrait aider l'adulte à établir le coût réel d'un téléphone cellulaire et à sélectionner les forfaits les plus avantageux, selon l'utilisation qu'il compte en faire. Le contenu de ce cours peut donc l'aider à prendre une meilleure décision en fonction de ses besoins et de son budget. En relation avec l'intention éducative du DGF *Environnement et consommation*, l'adulte pourrait ainsi formuler une critique par rapport à ses choix de consommation.

Orientation et entrepreneuriat

Le présent cours pourrait être associé à une étude de faisabilité préalable à l'organisation d'une activité étudiante qui demande un certain investissement. L'analyse des fonctions affines faciliterait la compréhension des concepts de seuil de rentabilité (zéros de la fonction), d'intervalle de croissance et de rendement (taux de variation). En se servant d'une fonction « partie entière », l'adulte pourrait présenter graphiquement les économies d'échelle associées à l'achat ou à la location de matériel. Il pourrait ainsi se servir des savoirs mathématiques du cours pour s'approprier des stratégies applicables à son travail, ce qui rejoint l'un des axes de développement du DGF, *Orientation et entrepreneuriat.*

EXEMPLE DE SITUATION D'APPRENTISSAGE

Toutes les situations d'apprentissage ou situations-problèmes, peu importe le domaine général de formation retenu, placent l'adulte au cœur de l'action. Elles favorisent le développement des compétences disciplinaires et transversales visées, l'acquisition de notions et de concepts mathématiques de même que la mobilisation de ressources diverses utiles à la réalisation de la tâche.

Le tableau qui suit présente les éléments nécessaires à l'élaboration de toute situation d'apprentissage ou situation-problème. On y précise ceux retenus dans l'énoncé de situation-problème décrit à la page suivante.

ÉLÉMENTS NÉCESSAIRES À L'ÉLABORATION D'UNE SITUATION D'APPRENTISSAGE, D'UNE SITUATION-PROBLÈME	
Domaine général de formation (ciblé) – Permet de contextualiser les apprentissages, de leur donner du sens.	• Environnement et consommation
Compétences disciplinaires (prescrites) – Se développent dans l'action. Nécessitent la participation active de l'adulte.	• Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes • Déployer un raisonnement mathématique • Communiquer à l'aide du langage mathématique
Famille de situations d'apprentissage (prescrite) – Regroupe des situations appropriées au cours à partir de problématiques tirées de la réalité. – Permet, entre autres, l'acquisition de connaissances mathématiques.	• Relation entre quantités
Compétences transversales (ciblées) – Se développent en contexte en même temps que les compétences disciplinaires.	• Exercer son jugement critique
Savoirs essentiels (prescrits) – Sont des connaissances, des concepts, des notions mathématiques à acquérir.	• Voir liste

Cette rubrique propose, en fait, un énoncé de situation-problème accompagné d'exemples d'actions associées au traitement mathématique. Cet énoncé est constitué d'un contexte qui sert de fil conducteur, mais les activités d'apprentissage incluses n'y sont pas détaillées de façon formelle. L'accent est plutôt mis sur un exemple de traitement mathématique pertinent, qui respecte les quatre phases de la résolution : la représentation, la planification, l'activation et la réflexion. Toutefois, même si ce n'est pas explicite, on peut discerner les éléments qui composent cet énoncé, éléments identifiés dans le tableau précédent : le domaine général de formation, les compétences disciplinaires, la famille de situations, les compétences transversales et les savoirs essentiels. Pour favoriser l'apprentissage, des différents éléments doivent former un tout cohérent et signifiant pour l'adulte.

L'enseignante ou enseignant peut se servir de chacun des éléments comme autant d'objets de formation. Ces objets peuvent être des actions associées à chacune des phases de résolution, des actions relatives aux compétences disciplinaires ou transversales ou encore aux savoirs prescrits. L'enseignante ou enseignant a la possibilité d'utiliser l'exemple de traitement mathématique fourni pour construire d'autres tâches complexes ou d'autres activités d'apprentissage liées aux connaissances mathématiques que l'adulte doit acquérir.

Énoncé de situation-problème	Exemples d'actions associées au traitement mathématique d'une situation-problème appartenant à la famille *Relation entre quantités*
Comme consommateur, l'adulte souhaite se procurer un téléphone cellulaire. Ce cours pourrait lui permettre, en comparant plusieurs forfaits, de déterminer celui qui lui convient le mieux ou qui devient le plus intéressant à partir d'un certain nombre de minutes d'utilisation.	**Procédés intégrateurs :** *Représentation d'une situation par un modèle algébrique ou graphique;* *Interpolation ou extrapolation à partir d'un modèle algébrique ou graphique.* Au cours de l'une ou l'autre des quatre phases de résolution, l'adulte pourrait accomplir les actions suivantes : Représentation • Sélectionner le mode de représentation (algébrique ou graphique) le plus approprié et estimer le moment où un forfait, moins alléchant au départ, devient plus intéressant qu'un autre. Planification • Recourir à la représentation algébrique dans le but de comparer les coûts mensuels liés à une consommation donnée de services téléphoniques, par interpolation ou extrapolation, selon le cas.

<table>
<tr><th>Énoncé de situation-problème</th><th colspan="2">Exemples d’actions associées au traitement mathématique d’une situation-problème appartenant à la famille Relation entre quantités</th></tr>
<tr><td rowspan="2"></td><td>Activation</td><td>Établir la règle algébrique qui lie les divers éléments de la situation (le nombre de minutes étant la variable indépendante, le taux de variation correspondant au taux par minute d’utilisation) pour pouvoir ensuite extrapoler les coûts liés à chaque forfait pour une utilisation déterminée;
Énoncer une conjecture relative aux divers forfaits en tenant compte du dépassement des limites de temps prévues pour chacun, puis la vérifier algébriquement ou graphiquement;
Utiliser une calculatrice graphique pour comparer des forfaits et déterminer lequel est le meilleur, ou encore pour trouver le moment à partir duquel un forfait devient plus intéressant.</td></tr>
<tr><td>Réflexion</td><td>Remarquer que, pour des valeurs extrêmes, l’extrapolation graphique est peu réaliste;
Valider une extrapolation graphique par un calcul algébrique;
Décider qu’il vaut mieux renoncer à l’achat d’un téléphone cellulaire et justifier mathématiquement sa décision.</td></tr>
</table>

ATTENTES DE FIN DE COURS

Pour résoudre des situations-problèmes de la famille *Relations entre quantités*, l'adulte se représente une situation, effectue des interpolations ou extrapolations et généralise un ensemble de situations à l'aide d'un modèle algébrique ou graphique. Pour ce faire, il met en œuvre les trois compétences disciplinaires du programme, soit : *Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes*, *Déployer un raisonnement mathématique* et *Communiquer à l'aide du langage mathématique*.

Lorsque l'adulte se représente une situation-problème à l'aide d'un modèle algébrique ou graphique, il recourt à diverses stratégies afin de cerner le problème. Pour ce faire, il reformule la situation-problème dans ses propres mots et détermine les éléments importants à retenir et les obstacles à surmonter. Il cherche des pistes de solution afin d'illustrer le lien de dépendance entre deux quantités, en utilisant des tables de valeurs, des schémas ou des plans cartésiens. Il choisit la représentation la plus juste en gardant en tête que cette dernière n'exprime pas nécessairement la réalité observée, mais qu'elle est la meilleure qu'il a pu construire avec les fonctions à l'étude. Il procède à sa validation en vérifiant la cohérence de sa solution au moyen d'études ou d'expériences connues sur le sujet, par exemple en comparant le modèle mathématique avec la réalité physique de la situation. Durant sa représentation de la situation-problème, il détermine l'objet du message et respecte les codes et les règles mathématiques afin de communiquer adroitement son intention. Il choisit le registre de représentation le mieux adapté à la situation (table de valeurs, plan cartésien, équation algébrique, fonctions réelles à l'étude dans ce cours, etc.).

En vue de prendre des décisions, l'adulte s'adonne à une interpolation ou à une extrapolation de résultats à partir d'un modèle algébrique ou graphique. Il interprète ce modèle en formant des liens entre les éléments du message et en distinguant ceux qui sont pertinents de ceux qui ne le sont pas. Il reconnaît l'objet du message et en dégage le sens global. De plus, il déploie un raisonnement mathématique en explorant la situation-problème et en déterminant des questions en rapport avec la problématique à l'étude. Il recueille les informations pertinentes en vue de tirer une conclusion. Il établit une ou des conjectures en proposant des idées probables ou vraisemblables et anticipe au besoin les implications des idées proposées. Il utilise des exemples pour trouver des invariants qui le mèneront à énoncer sa conjecture.

Le raisonnement mathématique découle d'une généralisation à l'aide d'un modèle algébrique, à partir d'un ensemble de situations. Pour y arriver, l'adulte détermine des questions en rapport avec les régularités observées. Il recueille les informations pertinentes liées aux relations entre les quantités (taux de croissance des fonctions exponentielles, hauteur des paliers et longueur de ces derniers dans le cas des fonctions en escalier, etc.). Il établit des conjectures en proposant des équations ou des formules, ou encore en traçant des esquisses dans le but de faire ressortir des invariants. Il construit et exploite des réseaux de ressources cognitives en mathématique en vue d'éprouver son modèle. Il tire des conclusions et les formule correctement en respectant les règles et les conventions mathématiques.

La production du message à caractère mathématique est alors juste et claire. Il structure ce message afin d'illustrer le plus adroitement possible la généralisation de l'ensemble des situations à l'étude à l'aide des fonctions quadratiques, exponentielles, en escalier, ou autre. Il relève les faiblesses de ces modèles en distinguant les nuances qui le séparent de la réalité observée.

Tout au long de sa résolution de situations-problèmes, l'adulte utilise ses connaissances en lien avec les savoirs mathématiques : relation, fonction et réciproque et systèmes de relations linéaires. L'emploi des symboles, des termes et des notations liés à ces savoirs est exact et les lois, théorèmes, corolaires ou lemmes déduits ou induits par l'adulte sont toujours validés à l'aide de différentes sources afin de bonifier sa bibliothèque mathématique personnelle. De plus, il n'hésite pas à demander de l'aide lorsqu'une difficulté se présente.

CRITÈRES D'ÉVALUATION DES COMPÉTENCES VISÉES PAR LE COURS

Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes

- *Manifestation, oralement ou par écrit, d'une compréhension adéquate de la situation-problème*
- *Mobilisation de stratégies et de savoirs mathématiques appropriés à la situation-problème*
- *Élaboration d'une solution* appropriée à la situation-problème*
- *Validation appropriée des étapes** de la solution élaborée*

* La solution comprend une démarche, des stratégies et un résultat.
** Le modèle mathématique, les opérations, les propriétés ou relations.

Déployer un raisonnement mathématique

- *Formulation d'une conjecture appropriée à la situation*
- *Utilisation correcte des concepts et des processus mathématiques appropriés*
- *Mise en œuvre convenable d'un raisonnement mathématique adapté à la situation*
- *Structuration adéquate des étapes d'une démarche pertinente*
- *Justification congruente des étapes d'une démarche* pertinente

Communiquer à l'aide du langage mathématique

- *Interprétation juste d'un message à caractère mathématique*
- *Production d'un message conforme à la terminologie, aux règles et aux conventions propres à la mathématique et en fonction du contexte*

Cours

MAT-4152-1

Collectes de données en contexte général

Mathématique

PRÉSENTATION DU COURS

Le but du cours *Collecte de données en contexte général* est de rendre l'adulte apte à traiter des situations qui requièrent la collecte ou le traitement de données exprimées sous forme de distribution à un ou deux caractères, dans une perspective générale.

L'adulte qui suit le cours poursuit son apprentissage de la statistique descriptive et apprend à faire intuitivement quelques inférences. Dans le but de prendre des décisions éclairées, l'adulte peut interpréter et évaluer des conjectures soulevées à partir de situations réalistes qui font appel, entre autres, au sens du nombre et des opérations, au raisonnement proportionnel de même qu'au sens des données statistiques. La décision peut aussi être basée sur l'analyse de différentes sources de biais ou de l'effet de la modification de certains éléments, ou encore sur le calcul d'autres mesures pertinentes. Les situations-problèmes à l'étude amènent l'adulte à prendre des décisions en s'appuyant sur des données statistiques. Elles sous-tendent l'organisation de données et l'étude de distributions à un ou deux caractères dans lesquelles la détermination de mesures statistiques (coefficient de corrélation, mesure de tendance centrale, de dispersion ou de position) est sollicitée. Par exemple, l'adulte doit décrire une population et tirer des conclusions à son sujet. Enfin, les situations-problèmes à l'étude dans ce cours peuvent exiger une description à partir d'une représentation graphique ou d'une table de valeurs. Dans certains cas, elles demandent que l'adulte rédige un questionnaire avant de procéder à une collecte de données ou d'établir un relevé statistique. Dans d'autres cas, elles lui permettent de dégager et d'interpréter différentes mesures que lui ou d'autres ont recueillies.

Au terme de ce cours, l'adulte sera en mesure d'effectuer une collecte de données. Il pourra aussi comparer d'autres collectes de données de même type pour résoudre un problème qu'il aura lui-même cerné. La présentation des résultats de son analyse sera faite dans le respect des règles et des conventions mathématiques. Il utilisera des stratégies de résolution de situations-problèmes afin de prendre les décisions les plus appropriées et de déterminer la solution qui lui semble la plus juste. De plus, il interprètera, à l'aide du raisonnement mathématique, des données statistiques issues d'une collecte de données.

COMPÉTENCES DISCIPLINAIRES

Pour résoudre des situations-problèmes, l'adulte a recours aux trois compétences disciplinaires, soit :

- *Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes*;
- *Déployer un raisonnement mathématique*;
- *Communiquer à l'aide du langage mathématique*.

L'emploi de stratégies efficaces incite l'adulte à déployer un raisonnement mathématique rigoureux et à communiquer avec clarté à l'aide du langage mathématique, en démontrant qu'il en respecte les codes et les conventions particulières. C'est donc par l'activation intégrée des trois compétences disciplinaires et à l'aide d'autres ressources que l'adulte parvient à résoudre des situations-problèmes.

La rubrique *Démarche et stratégies* explique comment faire évoluer une situation-problème vers une solution, par la mise à contribution des trois compétences disciplinaires.

DÉMARCHES ET STRATÉGIES

Pour résoudre un problème, l'adulte a besoin de stratégies efficaces qu'il adapte aux situations présentées.

Il traite des situations-problèmes en utilisant une démarche qui comprend quatre phases de résolution :

- **la représentation**;
- **la planification**;
- **l'activation**;
- **la réflexion**.

Le tableau qui suit présente sommairement chacune des phases de la démarche de résolution et quelques exemples de stratégies que l'adulte peut employer pour traiter les situations. Ces phases ne se présentent pas nécessairement de façon successive. De nombreux allers-retours entre les quatre phases peuvent être nécessaires lors de la résolution d'une situation-problème.

<table>
<tr><th colspan="2">DÉMARCHE ET STRATÉGIES</th></tr>
<tr><th colspan="2">LA REPRÉSENTATION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- L’adulte prend contact avec la situation-problème afin de bien cerner le contexte, le problème et la tâche à effectuer.
- Il utilise des stratégies d’observation et de représentation essentielles au raisonnement inductif.
- Lors de son appropriation du contexte et du problème, l’adulte déploie des raisonnements déductifs, en particulier lorsqu’il s’agit de données implicites.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• écrire littéralement les éléments de la situation qui lui semblent pertinents, facilitant ainsi la recherche d’un lien entre variables dans le cas d’une recherche de corrélation;
• organiser les données provenant d’un échantillon afin de décrire une population et de faciliter le traitement de ces données;
• dresser la liste de ses stratégies et connaissances en statistique en relation avec la situation;
• décrire les caractéristiques de la situation;
• recueillir les informations pertinentes.</td></tr>
<tr><th colspan="2">LA PLANIFICATION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- Pour planifier sa solution, l’adulte cherche des pistes et privilégie celles qui semblent les plus efficaces et économiques.
- Il élabore ensuite un plan en tenant compte des éléments du langage mathématique (sens des symboles, des termes et des notations ainsi que les différents registres de représentation).
- Par le raisonnement, il établit des liens structurés et fonctionnels entre ses connaissances, élargissant ainsi ses réseaux de ressources cognitives.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• recourir, par recherche systématique, au modèle de corrélation le plus approprié à la situation, tout en tenant compte de la dispersion des données afin de faire le bon choix;
• déterminer les mesures de tendance centrale et de dispersion les plus appropriées pour établir des liens entres les données de la situation.</td></tr>
<tr><th colspan="2">L’ACTIVATION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- Placé au cœur du traitement d’une situation-problème, l’adulte peut établir des liens entre la représentation graphique, le coefficient de corrélation et l’interdépendance des variables impliquées.
- L’adulte est amené à déduire certains liens en mobilisant ses connaissances sur les statistiques.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• rattacher, dans un tableau, les éléments de la corrélation : ordonnancement des données statistiques, médiane, moyenne, écart moyen, etc.;
• tracer la droite de régression à partir des moyennes ou des médianes;
• utiliser la technologie (tableur, calculatrice graphique, etc.) pour analyser le rôle des différents paramètres de la règle de la droite de corrélation.</td></tr>
<tr><th colspan="2">LA RÉFLEXION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- L’adulte adopte une attitude réflexive tout au long du traitement de la situation et se questionne régulièrement sur ses étapes de travail, et sur les choix qu’il fait, avec l’intention de valider sa solution.
- Le raisonnement autorise l’adulte à rejeter des extrapolations qui n’auraient aucun sens dans la réalité.
- L’adulte s’assure, pour le décodage, qu’il distingue bien le sens des termes utilisés en statistique de leur sens commun.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• vérifier la cohérence de sa solution en validant une interpolation ou une extrapolation graphique par la substitution des valeurs des variables dans l’expression algébrique de la droite de régression, etc.;
• utiliser un tableur comme outil de validation.</td></tr>
</table>

COMPÉTENCES TRANSVERSALES

Les compétences transversales ne se construisent pas dans l'abstrait : elles prennent racine dans des situations-problèmes et participent, à divers degrés, au développement des compétences disciplinaires et inversement.

Plusieurs compétences transversales contribuent au traitement de situations de la famille *Traitement de données*. Le programme d'études en propose deux qui apparaissent les plus appropriées pour ce cours : *Exercer son jugement critique* et *Exploiter les technologies de l'information et de la communication.*

Compétence d'ordre intellectuel

Le traitement d'une situation qui fait appel à la statistique exige que l'adulte *exerce son jugement critique,* à partir de critères déterminés en fonction du but d'une étude, avant de se prononcer sur la pertinence et la validité de l'information. Par exemple, la vérification d'une corrélation entre deux données ou la détermination précise d'une mesure de position ou de dispersion pourrait développer cette compétence en favorisant le rejet d'idées préconçues ou de préjugés. L'étude de la statistique pourrait ainsi mettre en relief la part qu'occupent la raison et les préjugés dans une opinion.

Compétence d'ordre méthodologique

La compétence *Exploiter les technologies de l'information et de la communication* est un atout considérable pour qui souhaite manipuler des distributions de données. Un tableur sert, entre autres, à calculer un écart-type, à tracer un graphique pour une distribution à un caractère, à calculer un coefficient de corrélation et à construire un graphique avec nuage de points pour une distribution à deux caractères.

CONTENU DISCIPLINAIRE

Dans ce cours, l'adulte réactive et approfondit l'ensemble des savoirs propres à la statistique, acquis précédemment. Afin de traiter efficacement les situations-problèmes, il complète sa formation en s'appropriant les savoirs propres à ce cours.

Savoirs prescrits

En vue de traiter efficacement les situations proposées dans ce cours, l'adulte développe trois procédés intégrateurs énoncés comme suit :

- **la réalisation d'une collecte de données;**
- **la comparaison de collectes de données;**
- **l'interprétation de données issues d'une expérience.**

Ces procédés, mis en valeur dans les situations d'apprentissage du présent cours, favorisent l'intégration des savoirs mathématiques et des compétences disciplinaires. Les situations d'apprentissage traitées devront toucher à l'un ou l'autre de ces procédés intégrateurs. Toutefois, l'ensemble des situations choisies devra être assez vaste pour couvrir les trois procédés.

Savoirs mathématiques	Limites et précisions
Distributions statistiques à un caractère	
• Détermination et interprétation de mesures de position et de dispersion	Les mesures de position et de dispersion à l'étude sont : • le rang centile • l'écart moyen *Dans l'analyse et l'interprétation d'une distribution, la compréhension de l'écart moyen doit primer sur les calculs.*
• Représentation de données statistiques issues d'une population ou d'un échantillon	Le registre de représentation à l'étude est le diagramme à tige et à feuilles.
Distribution à deux caractères	
• Construction et interprétation de tableaux de distribution à deux caractères	Dans l'étude de la corrélation linéaire, l'analyse et la communication doivent primer sur les calculs.
• Représentation graphique à l'aide d'un nuage de points	

Savoirs mathématiques	Limites et précisions
• Représentation de la droite de régression à l'aide d'une règle ou d'un graphique	Dans le présent cours, la détermination de l'équation de la droite de régression se limite à une approximation. L'adulte pourrait déterminer l'équation de la droite à l'aide de deux points pris dans le nuage, l'un pouvant être la moyenne des abscisses et des ordonnées. Les méthodes de détermination de la droite de régression se font par la droite médiane-médiane ou la droite de Mayer. Elles sont cependant facultatives.
• Interpolation ou extrapolation à l'aide de la droite de régression • Approximation et interprétation du coefficient de corrélation	
• Interprétation qualitative et quantitative d'une corrélation	Les caractéristiques de la corrélation sont : positive, négative, nulle, parfaite, forte, moyenne ou faible. L'interprétation se limite aux seuls cas de corrélations linéaires. Celles-ci peuvent se faire par approximation au moyen d'une méthode graphique (rectangle ou ellipse). La détermination de la valeur du coefficient de corrélation se fait à l'aide de la technologie.

Repères culturels

La statistique occupe une place prépondérante dans notre société. Les journaux regorgent d'exemples de traitement de données : le nombre de décès annuels liés au tabagisme au cours des vingt dernières années, le taux de réussite d'un programme d'employabilité selon l'âge ou les régions ou encore le nombre de buts et de passes des joueurs de la Ligue nationale de hockey. Les résultats de ces recherches orientent les décisions de nombreuses sociétés, municipalités, compagnies d'assurances, organismes de toutes sortes, et ce, dans bien des domaines. De plus, l'arrivée de l'informatique a grandement facilité le traitement des données.

L’adulte qui aime le hockey pourrait vérifier s’il existe, par exemple, une corrélation entre le nombre de buts d’un attaquant et le nombre de minutes passées sur la glace en se servant des données colligées dans des revues de sport.

FAMILLE DE SITUATIONS D’APPRENTISSAGE

La famille *Traitement de données* regroupe les situations qui comportent un problème pouvant être traité en partie par la collecte ou le traitement de données, dans une perspective générale. Le cours *Collecte de données en contexte général* fournit l’occasion à l’adulte de poser des actions en vue de le rendre capable d’effectuer ou de comparer des collectes de données.

En traitant les situations-problèmes de ce cours, l’adulte est amené, entre autres, à établir des liens structurés et fonctionnels entre ses connaissances, élargissant ainsi ses réseaux de ressources cognitives, à déduire certains liens en mobilisant ses connaissances sur la corrélation durant le traitement d’une situation ou encore, à exclure de l’analyse de corrélation les données trop distancées du nuage de points.

DOMAINES GÉNÉRAUX DE FORMATION

Les domaines généraux de formation couvrent les grands enjeux contemporains. Idéalement, le choix des situations à traiter doit être fait dans le respect des intentions éducatives des différents domaines généraux de formation, puisque ces domaines représentent des toiles de fond sur lesquelles se greffent les situations-problèmes servant ainsi à donner du sens aux apprentissages de l’adulte. Deux de ces domaines sont particulièrement appropriés à ce cours : *Environnement et consommation* et *Orientation et entrepreneuriat*.

Environnement et consommation

Les notions de corrélation linéaire vues dans ce cours pourraient aider l’adulte à prendre une meilleure décision sur le plan économique lorsqu’il souscrit une assurance. Il pourrait établir la corrélation entre chacun des facteurs qui influent sur le coût de l’assurance et le montant à verser pour être couvert. Une comparaison des diverses options d’achat pourrait ensuite être envisagée. L’adulte serait mieux outillé pour faire des choix éclairés en matière de consommation, aspect rattaché à l’un des axes de développement du DGF *Environnement et consommation*.

Orientation et entrepreneuriat

Dans un centre d’éducation des adultes, divers services comme une cafétéria ou une radio étudiante peuvent être offerts. Avant de mettre en place de tels services, on doit s’assurer qu’ils répondent aux besoins de l’effectif du centre. De plus, l’exploitation de tels services nécessite des ajustements en fonction de l’évolution de la population étudiante. L’étude de données statistiques – en particulier les liens entre différents facteurs et l’extrapolation à partir de données historiques et actuelles – pourrait éclairer la décision de l’adulte qui se consacre à un tel projet. La conduite d’un travail de cette envergure l’engage à se réaliser et à prendre la place qui lui revient dans la société, ce qui rejoint l’intention éducative du DGF *Orientation et entrepreneuriat.*

EXEMPLE DE SITUATION D'APPRENTISSAGE

Toutes les situations d'apprentissage ou situations-problèmes, peu importe le domaine général de formation retenu, placent l'adulte au cœur de l'action. Elles favorisent le développement des compétences disciplinaires et transversales visées, l'acquisition de notions et de concepts mathématiques de même que la mobilisation de ressources diverses utiles à la réalisation de la tâche.

Le tableau qui suit présente les éléments nécessaires à l'élaboration de toute situation d'apprentissage ou situation-problème. On y précise ceux retenus dans l'énoncé de situation-problème décrit à la page suivante.

ÉLÉMENTS NÉCESSAIRES À L'ÉLABORATION D'UNE SITUATION D'APPRENTISSAGE, D'UNE SITUATION-PROBLÈME	
Domaine général de formation (ciblé) – Permet de contextualiser les apprentissages, de leur donner du sens.	• Environnement et consommation
Compétences disciplinaires (prescrites) – Se développent dans l'action. Nécessitent la participation active de l'adulte.	• Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes • Déployer un raisonnement mathématique • Communiquer à l'aide du langage mathématique
Famille de situations d'apprentissage (prescrite) – Regroupe des situations appropriées au cours à partir de problématiques tirées de la réalité. – Permet, entre autres, l'acquisition de connaissances mathématiques.	• Traitement de données
Compétences transversales (ciblées) – Se développent en contexte en même temps que les compétences disciplinaires.	• Exercer son jugement critique
Savoirs essentiels (prescrits) – Sont des connaissances, des concepts, des notions mathématiques à acquérir.	• Voir liste

Cette rubrique propose, en fait, un exemple d'énoncé de situation-problème, accompagné d'exemples d'actions associées au traitement mathématique. Cet énoncé est constitué d'un contexte qui sert de fil conducteur, mais les activités d'apprentissage incluses n'y sont pas détaillées de façon formelle. L'accent est plutôt mis sur un exemple de traitement mathématique pertinent, qui respecte les quatre phases de la résolution : la représentation, la planification, l'activation et la réflexion. Toutefois, même si ce n'est pas explicite, on peut discerner les éléments qui composent cet énoncé, éléments identifiés dans le précédent tableau, soit : le domaine général de formation, les compétences disciplinaires, la famille de situations, les compétences transversales et les savoirs essentiels. Pour favoriser l'apprentissage, ces différents éléments doivent former un tout cohérent et signifiant pour l'adulte.

L'enseignante ou enseignant peut se servir de chacun des éléments comme autant d'objets de formation. Ces objets peuvent être des actions associées à chacune des phases de résolution, des actions relatives aux compétences disciplinaires ou transversales ou encore aux savoirs prescrits. L'enseignante ou enseignant a la possibilité d'utiliser l'exemple de traitement mathématique fourni pour construire d'autres tâches complexes ou d'autres activités d'apprentissage liées aux connaissances mathématiques, que l'adulte doit acquérir.

<table>
<tr>
<th>Énoncé de situation-problème</th>
<th>Exemples d’actions associées au traitement mathématique d’une situation-problème appartenant à la famille Traitement de données</th>
</tr>
<tr>
<td>En tant que consommateur, l’adulte veut souscrire une assurance automobile.

Il se rend compte de la discrimination qui affecte le montant des primes. Il observe, par exemple, que l’âge ou le sexe du conducteur influe sur la prime.</td>
<td rowspan="2">Procédé intégrateur : Comparaison de collectes de données
Au cours de l’une ou l’autre des phases de résolution, l’adulte pourrait accomplir les actions suivantes :

Représentation
• Consulter, dans Internet, les dossiers statistiques de la Société de l’assurance automobile du Québec (SAAQ);
• Recueillir les informations liées aux tarifs d’assurance automobile auprès d’une ou de plusieurs compagnies d’assurances.

Planification
• Déterminer les variables pouvant être mises en corrélation, par exemple :
– le montant des primes et l’âge de l’assuré;
– le montant des primes et le nombre de réclamations;
– l’âge et le nombre d’accidents;
– le nombre d’années d’expérience et le coût des primes.

Activation
• Énoncer des conjectures en fonction du type de corrélation mis en évidence. Par exemple, l’adulte pourrait supposer que des primes, justifiées par l’existence d’un lien entre le jeune âge du conducteur et le nombre d’accidents dans cette catégorie d’âge, peuvent également être liées à la situation géographique, conjecture qui pourrait être vérifiée par une autre analyse statistique.

Réflexion
• Faire ressortir les conclusions tirées de l’analyse des résultats en distinguant les éléments pertinents de ceux qui ne le sont pas.</td>
</tr>
<tr>
<td>L’adulte est donc appelé à analyser et à interpréter les différences qui affectent le coût des primes d’assurances.</td>
</tr>
</table>

ATTENTES DE FIN DE COURS

Pour résoudre les situations-problèmes de la famille *Traitement de données*, l'adulte réalise, compare et interprète des collectes de données issues d'expériences. Pour ce faire, il met en œuvre les trois compétences disciplinaires du programme, soit *: Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes*, *Déployer un raisonnement mathématique* et *Communiquer à l'aide du langage mathématique*.

La réalisation d'une collecte de données exige l'utilisation des stratégies de résolution de situations-problèmes afin de cerner la problématique et d'en dégager les tâches à exécuter. L'adulte détermine alors les éléments importants à retenir et les obstacles à surmonter, dans le but de différencier une statistique à un ou deux caractères. De plus, lorsqu'il met en œuvre sa solution, il établit un plan et l'exécute en respectant chacune des étapes validées au préalable, c'est-à-dire collecte et traitement (interprétation et analyse) des données. L'adulte qui traverse ces deux dernières étapes déploie un raisonnement mathématique en explorant la problématique à l'étude et en dégageant des régularités. Il énonce des conjectures à partir d'une droite de corrélation en vue de prendre des décisions à moyen ou à long terme. Par exemple, il tire des conclusions lorsqu'il dégage des lois ou des règles en lien avec le rang centile ou les écarts moyens. Enfin, lorsqu'il produit un message à caractère mathématique, il utilise un registre de représentation adéquat en fonction des contraintes de la situation-problème : droite de Mayer, médiane-médiane, tableau ordonné ou diagramme à tige et feuilles lorsqu'il s'agit d'une statistique à un caractère.

L'adulte qui compare des collectes de données interprète un message à caractère mathématique en établissant des liens entre les éléments du message, en dégageant le sens global ou encore en associant des images, des objets ou des savoirs à des termes et à des symboles mathématiques. De plus, afin de comparer des tendances, il déploie un raisonnement mathématique en construisant et en exploitant des réseaux de ressources cognitives telles que le rang centile, l'écart moyen, le coefficient de corrélation, etc.

Lorsqu'il interprète des données issues d'une expérience — étude statistique à une ou à deux variables —, il décode les éléments du langage mathématique en distinguant le sens des termes utilisés en mathématique de leur sens commun. De plus, il interprète les messages à caractère mathématique en transposant des données d'un registre de représentation à un autre, par exemple en passant d'un diagramme à tige et feuilles à un tableau de données à un caractère, et en vérifiant sa compréhension. Il déploie un raisonnement mathématique en construisant des réseaux de ressources cognitives de nature mathématique tels que la droite de Mayer ou médiane-médiane, et la détermination du coefficient de corrélation à l'aide de rectangle ou d'ellipse circonscrite. Il établit des généralisations, dégage des lois et des règles. Il déduit des propositions dans le but de prendre des décisions éclairées.

Tout au long de sa résolution de situations-problèmes, l'adulte utilise ses connaissances en lien avec les savoirs mathématiques, soit les distributions statistiques à un ou deux caractères. L'emploi des symboles, des termes et des notations liés à ces savoirs est exact et les lois, théorèmes, corolaires ou lemmes qu'il déduit ou induit sont toujours validés à l'aide de différentes sources afin de bonifier sa bibliothèque mathématique personnelle. De plus, il n'hésite pas à demander de l'aide lorsqu'une difficulté se présente.

CRITÈRES D'ÉVALUATION DES COMPÉTENCES VISÉES PAR LE COURS

Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes

- *Manifestation, oralement ou par écrit, d'une compréhension adéquate de la situation-problème*
- *Mobilisation de stratégies et de savoirs mathématiques appropriés à la situation-problème*
- *Élaboration d'une solution* appropriée à la situation-problème*
- *Validation appropriée des étapes** de la solution élaborée*

* La solution comprend une démarche, des stratégies et un résultat.
** Le modèle mathématique, les opérations, les propriétés ou relations.

Déployer un raisonnement mathématique

- *Formulation d'une conjecture appropriée à la situation*
- *Utilisation correcte des concepts et des processus mathématiques appropriés*
- *Mise en œuvre convenable d'un raisonnement mathématique adapté à la situation*
- *Structuration adéquate des étapes d'une démarche pertinente*
- *Justification congruente des étapes d'une démarche* pertinente

Communiquer à l'aide du langage mathématique

- *Interprétation juste d'un message à caractère mathématique*
- *Production d'un message conforme à la terminologie, aux règles et aux conventions propres à la mathématique et en fonction du contexte*

Cours

MAT-4153-2

Représentation géométrique en contexte général 1

Mathématique

PRÉSENTATION DU COURS

Le but du cours *Représentation géométrique* en contexte général 1 est de rendre l'adulte apte à traiter des situations qui requièrent la représentation géométrique d'un objet ou d'un espace physique à l'aide de la trigonométrie, dans une perspective générale.

L'adulte qui suit le cours est placé dans diverses situations-problèmes qui lui permettent d'enrichir ses connaissances en géométrie, plus précisément en trigonométrie. En fait, il mobilise et approfondit les savoirs associés aux figures planes, aux solides, aux isométries, aux similitudes et aux projections ainsi que ceux liés à la représentation ou à la construction de figures ou encore à la détermination et à la déduction de mesures. En effet, certaines situations-problèmes sont destinées à la recherche de mesures manquantes (longueur, aire, volume) à l'aide de différentes relations métriques ou trigonométriques en utilisant les propriétés des triangles rectangles ou des figures isométriques, semblables ou décomposables. De plus, l'adulte valide certaines conjectures par de courtes déductions en s'appuyant notamment sur des savoirs géométriques. Il justifie ses choix et les étapes de sa démarche. Enfin, lorsqu'il communique à l'aide du langage mathématique, il dégage et interprète différentes mesures que lui ou d'autres ont recueillies, ou encore des informations tirées de dessins et de constructions géométriques. Dans les contextes liés à la géométrie, il décode des données inscrites sur une figure géométrique ou les éléments de la construction d'un objet à partir d'une représentation en deux dimensions. Il fait aussi appel à son sens spatial ainsi qu'à son sens de la mesure et de la proportionnalité pour décrire cette représentation et interpréter des figures géométriques dans des contextes qui exploitent les concepts de similitude ou de trigonométrie.

Au terme de ce cours, l'adulte sera en mesure de représenter et de décrire un objet ou un espace physique à l'aide des propriétés des figures isométriques ou semblables et des relations trigonométriques. De plus, il pourra recourir à différentes stratégies et raisonnements pour gérer diverses situations, et ce, dans le respect des règles et des conventions mathématiques employées en géométrie.

COMPÉTENCES DISCIPLINAIRES

Pour résoudre des situations-problèmes, l'adulte a recours aux trois compétences disciplinaires, soit :

- *Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes*;
- *Déployer un raisonnement mathématique*;
- *Communiquer à l'aide du langage mathématique*.

L'emploi de stratégies efficaces incite l'adulte à déployer un raisonnement mathématique rigoureux et à communiquer avec clarté à l'aide du langage mathématique, en démontrant qu'il en respecte les codes et les conventions particulières. C'est donc par l'activation intégrée des trois compétences disciplinaires et à l'aide d'autres ressources que l'adulte parvient à résoudre des situations-problèmes.

La rubrique *Démarche et stratégies* explique comment faire évoluer une situation-problème vers une solution, par la mise à contribution des trois compétences disciplinaires.

DÉMARCHE ET STRATÉGIES

Pour résoudre une situation-problème, l'adulte a besoin de stratégies efficaces qu'il adapte aux situations présentées.

Il traite des situations-problèmes en utilisant une démarche qui comprend quatre phases de résolution :

- **la représentation**;
- **la planification**;
- **l'activation**;
- **la réflexion**.

Le tableau qui suit présente sommairement chacune des phases de la démarche de résolution et quelques exemples de stratégies que l'adulte peut employer pour traiter les situations. Ces phases ne se présentent pas nécessairement de façon successive. De nombreux allers-retours entre les quatre phases peuvent être nécessaires lors de la résolution d'une situation-problème.

.

<table>
<tr><th colspan="2">DÉMARCHE ET STRATÉGIES</th></tr>
<tr><th colspan="2">LA REPRÉSENTATION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- L’adulte prend contact avec la situation-problème afin de bien cerner le contexte, le problème et la tâche à effectuer. Il utilise des stratégies d’observation et de représentation essentielles au raisonnement inductif.
- Il met aussi en place les éléments qui lui permettent de planifier les grandes lignes de sa déduction relative à la présence ou à l’absence de similitude en décrivant les caractéristiques de la situation-problème et maîtrise adéquatement les éléments rattachés au langage mathématique.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• écrire littéralement les éléments de la situation qui lui semblent pertinents, facilitant ainsi le repérage d’un lien de dépendance afin de déterminer les variables de la situation;
• se représenter la situation-problème, mentalement ou par écrit;
• dresser la liste des stratégies et des connaissances en géométrie qui ont un lien avec la situation;
• décrire les caractéristiques de la situation;
• recueillir les informations pertinentes.</td></tr>
<tr><th colspan="2">LA PLANIFICATION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- Pour planifier sa solution, l’adulte cherche des pistes et privilégie celles qui semblent les plus efficaces et économiques.
- Il élabore ensuite un plan en prenant en compte des éléments du langage mathématique (éléments-clés, objet du message, sens global de la situation).
- Il dispose de différents registres de représentation pour mettre en évidence certaines propriétés des rapports trigonométriques.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• diviser la situation-problème en sous problèmes;
• utiliser des listes, des tableaux, des schémas, du matériel concret ou des dessins en vue de préparer la mise en œuvre de sa solution.</td></tr>
<tr><th colspan="2">L’ACTIVATION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- Placé au cœur du traitement d’une situation-problème, l’adulte repère des régularités en explorant différents cas de figure.
- Il prend aussi soin de respecter les codes, les symboles et les règles mathématiques.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• résoudre certaines situations-problèmes à rebours lorsque sa solution comporte plusieurs étapes ou en cas d’insuffisance de données;
• analyser les paramètres d’un triangle rectangle pour bien comprendre, par exemple, le lien qu’ils peuvent entretenir avec les paramètres d’un triangle quelconque.</td></tr>
<tr><th colspan="2">LA RÉFLEXION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- L’adulte adopte une attitude réflexive tout au long du traitement de la situation et se questionne régulièrement sur ses étapes de travail, et sur les choix qu’il fait, avec l’intention de valider sa solution.
- Il valide son message au moyen de nouveaux symboles mathématiques pour décrire un aménagement ou une représentation de son environnement physique en consultant différentes sources de référence.
- La validation de certains résultats pourrait impliquer l’émission de conjectures sur des cas limites ou particuliers de triangles quelconques, afin de voir l’effet d’une forme triangulaire sur l’aire ou le périmètre lorsque l’angle varie dans la formule de la loi des cosinus ou dans celle de la loi des sinus.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• vérifier sa solution au moyen d’exemples ou de contre-exemples, notamment en validant, à l’aide de la relation de Pythagore, la longueur des côtés d’un triangle pour conclure qu’il est bel et bien rectangle;
• vérifier la cohérence de sa solution en déterminant, par exemple, à l’aide de la loi des sinus, si l’un des angles d’un triangle quelconque est aigu ou obtus;
• utiliser la calculatrice ou un logiciel de modélisation géométrique comme outil de validation.</td></tr>
</table>

COMPÉTENCES TRANSVERSALES

Les compétences transversales ne se construisent pas dans l'abstrait. Elles prennent racine dans des situations-problèmes et participent, à divers degrés, au développement des compétences disciplinaires, et inversement.

Plusieurs compétences transversales peuvent être monopolisées au cours du traitement de situations de la famille *Mesure et représentation spatiale*. Le programme d'études en propose deux qui apparaissent les plus appropriées pour ce cours : *Mettre en œuvre sa pensée créatrice* et *Se donner des méthodes de travail efficaces*.

Compétence d'ordre intellectuel

Un individu créatif fait preuve d'imagination dans l'utilisation des ressources et du matériel qu'il a à sa disposition. La représentation d'espaces physiques et l'aménagement spatial permettent souvent des approches variées et personnelles, ce qui peut amener l'adulte à exprimer ses idées et à laisser émerger son intuition. Il pourrait s'interroger sur la façon de s'y prendre pour représenter une pièce ou un terrain à l'échelle. Parfois, la prise de mesures de certains objets est gênée par leur accès difficile. L'adulte trouve alors une méthode innovatrice et à sa portée pour y arriver. La compétence à *Mettre en œuvre sa pensée créatrice* contribue, dans ce cours, à une exploration originale des situations-problèmes présentées.

Compétence d'ordre méthodologique

La compétence à *Se donner des méthodes de travail efficaces* peut être développée au cours d'une situation-problème qui touche l'aménagement physique d'un espace. Par exemple, la conception d'une maquette exige une représentation fidèle de la réalité, ce qui implique une grande rigueur et une grande précision. Le choix des instruments de mesure revêt alors une importance décisive. L'adulte tient compte de l'ensemble des contraintes et analyse les conséquences qui en découlent. Pour mener son travail à terme, il le planifie soigneusement et il en gère la réalisation dans le temps : sa manière de procéder est alors méthodique et convient au contexte déterminé.

CONTENU DISCIPLINAIRE

L'adulte a l'occasion, dans ce cours, de réactiver et d'approfondir l'ensemble des savoirs géométriques acquis précédemment. Afin de traiter efficacement les situations-problèmes, il complète sa formation en s'appropriant les savoirs propres à ce cours.

Savoirs prescrits

En vue de traiter efficacement les situations d'apprentissage proposées, l'adulte développe deux procédés intégrateurs énoncés comme suit :

- **la conception de l'aménagement d'un espace physique;**
- **la description et la représentation bidimensionnelle ou tridimensionnelle d'un objet ou d'un espace physique.**

Ces procédés, mis en valeur dans les situations d'apprentissage du présent cours, favorisent l'intégration des savoirs mathématiques et des compétences disciplinaires. Les situations d'apprentissage traitées doivent toucher à l'un ou l'autre de ces procédés intégrateurs. Toutefois, l'ensemble des situations choisies doit être assez vaste pour couvrir les deux procédés.

Savoirs mathématiques	Limites et précisions
Relations trigonométriques et métriques dans le triangle	
• Représentation et interprétation de situations à l'aide de triangles	Les rapports trigonométriques à l'étude sont : le sinus, le cosinus et la tangente. La loi des sinus et la formule de Héron sont également abordées dans ce cours. Les autres relations métriques et trigonométriques sont spécifiées dans la liste des énoncés à la fin du tableau des savoirs mathématiques.
• Description des propriétés des rapports trigonométriques	L'adulte utilise de façon intuitive les propriétés des rapports trigonométriques pour justifier les étapes de sa solution, mais il n'a pas à démontrer ces propriétés.
• Détermination de la pente, de mesures et de positions à l'aide de relations métriques et trigonométriques dans le triangle	Les mesures et les positions à l'étude dans ce cours ont trait : • aux angles d'un triangle • à la hauteur relative à l'hypoténuse • aux côtés d'un triangle • à l'aire d'un triangle et d'un quadrilatère • aux coordonnées d'un point (point de partage) • à la longueur d'un segment • à la distance (entre deux points)

Savoirs mathématiques	Limites et précisions
Triangles semblables et isométriques • Détermination des conditions minimales d'obtention de triangles isométriques ou semblables	Ces conditions sont spécifiées dans la liste des énoncés à la fin du tableau des savoirs mathématiques.

Énoncés
L'adulte doit maîtriser les énoncés suivants, qui sont prescrits. Ils peuvent être utilisés dans une preuve ou une démonstration. En voici la liste :
E1. Deux triangles qui ont tous leurs côtés homologues isométriques sont isométriques.
E2. Deux triangles qui ont un angle isométrique compris entre des côtés homologues isométriques sont isométriques.
E3. Deux triangles qui ont un côté isométrique compris entre des angles homologues isométriques sont isométriques.
E4. Deux triangles qui ont deux angles homologues isométriques sont semblables.
E5. Deux triangles dont les mesures des côtés homologues sont proportionnelles sont semblables.
E6. Deux triangles possédant un angle isométrique compris entre des côtés homologues de longueurs proportionnelles sont semblables.
E7. Dans un triangle rectangle, la mesure du côté opposé à un angle de 30^0 est égale à la moitié de celle de l'hypoténuse.
E8. Les mesures des côtés d'un triangle quelconque ABC étant proportionnelles au sinus des angles opposés à ces côtés, on a $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ (loi des sinus).
E9. L'aire *S* d'un triangle dont les côtés ont pour mesures a, b, et c est : $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, où p est le demi-périmètre du triangle (formule de Héron).
E10. Dans un triangle rectangle, la mesure de chaque côté de l'angle droit est moyenne proportionnelle entre la mesure de sa projection sur l'hypoténuse et celle de l'hypoténuse entière.
E11. Dans un triangle rectangle, la mesure de la hauteur issue du sommet de l'angle droit est moyenne proportionnelle entre les mesures des deux segments qu'elle détermine sur l'hypoténuse.
E12. Dans un triangle rectangle, le produit des mesures de l'hypoténuse et de la hauteur correspondante égale le produit des mesures des côtés de l'angle droit.

Repères culturels

Depuis longtemps, les figures géométriques sont omniprésentes dans notre environnement, que ce soit dans les œuvres de l'homme (œuvres d'art, objets, tissus, papiers peints, constructions, structures, etc.) ou dans celles de la nature (cristallographie, trajectoires, etc.).

Plusieurs mathématiciens comme Archimède, Héron d'Alexandrie, Galilée et Léonard de Vinci ont conçu des machines, des outils ou des instruments de mesure, certains d'entre eux étant encore utilisés à notre époque. L'adulte pourra dégager des propriétés d'instruments de mesure utilisés pour le dessin, la navigation, la géodésie ou l'observation en astronomie. Il pourra apprécier l'apport de plusieurs instruments du passé ou d'aujourd'hui — la balance, l'odomètre, le système de positionnement mondial (GPS), la boussole, le sextant ou le quadrant — à la résolution de problèmes bien réels. Par ailleurs, le matériel de l'arpenteur, la technique du miroir et des ombres, le pantographe, le compas des proportions ainsi que les bâtons de Jacob et de Gerbert peuvent contribuer au développement du concept de similitude.

Des branches de la géométrie ont été développées pour répondre à des questions et à des besoins. L'une des plus récentes est la géométrie fractale qui modélise, entre autres, différents phénomènes naturels liés à l'atmosphère, aux formes florales ou aux reliefs géographiques. La géométrie fractale est exploitée dans les arts et utilisée en imagerie numérique. Des exemples donnés dans le cadre du cours permettront à l'adulte de comprendre son importance.

FAMILLE DE SITUATIONS D'APPRENTISSAGE

La famille *Mesure et représentation spatiale* regroupe les situations qui comportent un problème pouvant être traité en partie par la description ou la représentation géométrique d'un objet ou d'un espace physique. Le cours *Représentation géométrique en contexte général 1* fournit l'occasion à l'adulte de poser des actions visant à développer ses capacités de représentation spatiale.

En traitant les situations-problèmes de ce cours, l'adulte est amené, entre autres, à déterminer les côtés et les angles homologues d'un couple de triangles, à d'identifier les côtés homologues de deux triangles semblables par la reconnaissance des codes usuels d'identification ou encore, à valider son message au moyen de nouveaux symboles mathématiques pour décrire un aménagement ou une représentation de son environnement physique

DOMAINES GÉNÉRAUX DE FORMATION

Les domaines généraux de formation couvrent les grands enjeux contemporains. Idéalement, le choix des situations à traiter doit être fait dans le respect des intentions éducatives des différents domaines généraux de formation puisque ces domaines représentent des toiles de fond sur lesquelles se greffent les situations-problèmes servant ainsi à donner du sens aux apprentissages de l'adulte. Deux de ces domaines sont particulièrement appropriés à ce cours : *Vivre ensemble et citoyenneté* et *Santé et bien-être*.

Vivre-ensemble et citoyenneté

L'adulte qui souhaite participer à l'action communautaire de son quartier pourrait présenter, au cours d'une réunion du conseil d'administration, le plan d'aménagement d'un terrain de jeu. Les concepts de géométrie acquis dans le cours pourraient l'aider à mener son projet à bien, ce qui répond à l'un des axes de développement du DGF, *Vivre-ensemble et citoyenneté.*

Santé et bien-être

Le présent cours s'avère utile pour l'adulte qui travaille de longues heures à l'ordinateur, que ce soit pour les études, le travail ou le loisir. L'aménagement de son poste de travail pourrait favoriser l'adoption d'une meilleure posture, synonyme de confort. L'adulte s'approprie ainsi certaines notions d'ergonomie liées au maintien devant le poste informatique, au respect de la distance qui sépare les yeux de l'écran, à l'estimation de l'angle à adopter pour les bras et les jambes, etc. Pour réaménager son poste de travail et son bureau, il établit la distance qui le sépare de ses outils et leur position selon qu'il est droitier ou gaucher; il calcule sa surface de travail et prévoit l'éclairage propice à la lecture à l'écran. Les concepts de géométrie abordés dans ce cours peuvent l'aider à planifier l'aménagement de l'espace disponible, ce qui l'inciterait à adopter un comportement plus sécuritaire, tel qu'énoncé dans l'un des axes de développement du DGF, *Santé et bien-être.*

EXEMPLE DE SITUATION D'APPRENTISSAGE

Toutes les situations d'apprentissage ou situations-problèmes, peu importe le domaine général de formation retenu, placent l'adulte au cœur de l'action. Elles favorisent le développement des compétences disciplinaires et transversales visées, l'acquisition de notions et de concepts mathématiques de même que la mobilisation de ressources diverses utiles à la réalisation de la tâche.

Le tableau qui suit présente les éléments nécessaires à l'élaboration de toute situation d'apprentissage ou situation-problème. On y précise ceux retenus dans l'énoncé de situation-problème décrit à la page suivante.

ÉLÉMENTS NÉCESSAIRES À L'ÉLABORATION D'UNE SITUATION D'APPRENTISSAGE, D'UNE SITUATION-PROBLÈME	
Domaine général de formation (ciblé) – Permet de contextualiser les apprentissages, de leur donner du sens.	• Vivre-ensemble et citoyenneté
Compétences disciplinaires (prescrites) – Se développent dans l'action. Nécessitent la participation active de l'adulte.	• Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes • Déployer un raisonnement mathématique • Communiquer à l'aide du langage mathématique
Famille de situations d'apprentissage (prescrite) – Regroupe des situations appropriées au cours à partir de problématiques tirées de la réalité. – Permet, entre autres, l'acquisition de connaissances mathématiques.	• Mesure et représentation spatiale
Compétences transversales (ciblées) – Se développent en contexte en même temps que les compétences disciplinaires.	• Mettre en œuvre sa pensée créatrice • Se donner des méthodes de travail efficaces
Savoirs essentiels (prescrits) – Sont des connaissances, des concepts, des notions mathématiques à acquérir.	• Voir liste

Cette rubrique propose, en fait, un exemple d'énoncé de situation-problème accompagné d'exemples d'actions associées au traitement mathématique. Cet énoncé est constitué d'un contexte qui sert de fil conducteur, mais les activités d'apprentissage incluses n'y sont pas détaillées de façon formelle. L'accent est plutôt mis sur un exemple de traitement mathématique pertinent, qui respecte les quatre phases de la résolution : la représentation, la planification, l'activation et la réflexion. Toutefois, même si ce n'est pas explicite, on peut discerner les éléments qui composent cet énoncé, éléments identifiés dans le tableau précédent : le domaine général de formation, les compétences disciplinaires, la famille de situations, les compétences transversales et les savoirs essentiels. Pour favoriser l'apprentissage, ces différents éléments doivent former un tout cohérent et signifiant pour l'adulte.

L'enseignante ou enseignant peut se servir de chacun des éléments comme autant d'objets de formation. Ces objets peuvent être des actions associées à chacune des phases de résolution, des actions relatives aux compétences disciplinaires ou transversales ou encore aux savoirs prescrits. L'enseignante ou enseignant a la possibilité d'utiliser l'exemple de traitement mathématique fourni pour construire d'autres tâches complexes ou d'autres activités d'apprentissage liées aux connaissances mathématiques que l'adulte doit acquérir.

<table>
<tr><th>Énoncé de situation-problème</th><th colspan="2">Exemples d'actions associées au traitement mathématique
d'une situation-problème appartenant à la famille
Mesure et représentation spatiale</th></tr>
<tr><td rowspan="4">Un organisme communautaire de quartier fait appel aux parents des enfants qui le fréquentent pour trouver des moyens visant à diminuer les comportements violents dans le quartier.

Après une analyse de la situation, on détermine que le nombre d'aires de jeux n'est pas suffisant dans le quartier. La construction d'un terrain de jeux est donc proposée.</td><td colspan="2">Procédé intégrateur : Description et représentation bidimensionnelle d'un espace physique</td></tr>
<tr><td colspan="2">Au cours de l'une ou l'autre des phases de résolution, l'adulte pourrait accomplir certaines actions comme :</td></tr>
<tr><td>Représentation</td><td>• Noter par écrit les informations pertinentes quant à l'espace qui sera utilisé pour le terrain de jeu : dimensions, irrégularités du terrain, existence ou non d'une clôture, proximité de la rue, etc.</td></tr>
<tr><td>Planification</td><td>• Décrire l'espace disponible, tracer une esquisse du terrain et utiliser un langage approprié;
• Choisir l'échelle à privilégier pour produire un plan clair et suffisamment détaillé.</td></tr>
</table>

Énoncé de situation-problème	Exemples d'actions associées au traitement mathématique d'une situation-problème appartenant à la famille *Mesure et représentation spatiale*	
L'organisme communautaire dispose de fonds pour payer les matériaux, pour autant que la main-d'œuvre soit bénévole. L'adulte est amené à participer au projet en assumant la responsabilité de la conception du plan d'aménagement du terrain de jeu.	Activation	• Calculer les surfaces disponibles pour chacune des structures de jeu; • Calculer la hauteur des structures, la distance qui les sépare, l'angle d'élévation des glissoires, etc.
	Réflexion	• Valider les mesures trouvées à l'aide de rapports trigonométriques autres que ceux utilisés pour les trouver.

ATTENTE DE FIN DE COURS

Pour résoudre des situations-problèmes de la famille *Mesure et représentation spatiale*, l'adulte décrit et représente en deux ou trois dimensions des objets ou des espaces physiques et conçoit l'aménagement d'un espace physique. Pour ce faire, il met en œuvre les trois compétences disciplinaires du programme, soit : *Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes*, *Déployer un raisonnement mathématique* et *Communiquer à l'aide du langage mathématique*.

L'adulte qui décrit et représente des espaces physiques et des objets (2D ou 3D) interprète et produit des esquisses, des dessins ou des plans. Ces derniers sont réalisés à l'aide des différentes relations associées aux figures géométriques. Pour le traitement de situations-problèmes, l'adulte recherche des mesures manquantes (longueur, aire, volume) à l'aide de différentes relations métriques ou trigonométriques faisant intervenir des triangles rectangles ou des figures isométriques, semblables ou décomposables. Il déduit des propriétés en s'appuyant notamment sur des savoirs géométriques et valide ses conjectures en justifiant toutes les étapes de sa démarche. De plus, lorsqu'il produit un message à caractère mathématique, il distingue les éléments clés du langage mathématique (par exemple : échelle, dimensions, périmètre, aire, volume) et associe des images, des objets ou des savoirs à des termes et à des symboles mathématiques. Il met à profit les nouveaux savoirs (formule de Héron et loi des sinus) qui lui permettent de déterminer des mesures manquantes dans des situations peu conventionnelles.

Lorsque l'adulte conçoit l'aménagement d'un espace physique, il recourt à des stratégies variées telles que tracer un schéma ou un dessin, découper la tâche en sous-tâches, etc. Il met en œuvre un processus complexe qui va de la représentation de la problématique à la validation de sa solution en utilisant ses connaissances sur la trigonométrie. L'adulte exploite le concept de triangulation pour concevoir l'aménagement d'un espace physique et valide toutes les étapes à l'aide des théorèmes à l'étude dans ce cours. Il déduit des mesures manquantes, induit des résultats et tire des conclusions issues de l'étude des théorèmes.

Tout au long de sa résolution de situations-problèmes, l'adulte utilise ses connaissances en lien avec les savoirs mathématiques, soit les relations trigonométriques et métriques dans le triangle ainsi que les triangles semblables et isométriques. L'emploi des symboles, des termes et des notations liés à ces savoirs est exact et les lois, théorèmes, corolaires ou lemmes déduits ou induits par l'adulte sont toujours validés auprès de différentes sources afin de bonifier sa bibliothèque mathématique personnelle. De plus, il n'hésite pas à demander de l'aide lorsqu'une difficulté se présente.

CRITÈRES D'ÉVALUATION DES COMPÉTENCES VISÉES PAR LE COURS

Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes

- *Manifestation, oralement ou par écrit, d'une compréhension adéquate de la situation-problème*
- *Mobilisation de stratégies et de savoirs mathématiques appropriés à la situation-problème*
- *Élaboration d'une solution* appropriée à la situation-problème*
- *Validation appropriée des étapes** de la solution élaborée*

* La solution comprend une démarche, des stratégies et un résultat.
** Le modèle mathématique, les opérations, les propriétés ou relations.

Déployer un raisonnement mathématique

- *Formulation d'une conjecture appropriée à la situation*
- *Utilisation correcte des concepts et des processus mathématiques appropriés*
- *Mise en œuvre convenable d'un raisonnement mathématique adapté à la situation*
- *Structuration adéquate des étapes d'une démarche pertinente*
- *Justification congruente des étapes d'une démarche* pertinente

Communiquer à l'aide du langage mathématique

- *Interprétation juste d'un message à caractère mathématique*
- *Production d'un message conforme à la terminologie, aux règles et aux conventions propres à la mathématique et en fonction du contexte*

6.2.2 Cours de la 5e secondaire

Cours

MAT-5150-2

Optimisation en contexte général

Mathématique

PRÉSENTATION DU COURS

Le but du cours *Optimisation en contexte général* est de rendre l'adulte apte à traiter des situations qui requièrent l'optimisation à l'aide de graphes, d'une programmation linéaire ou d'une recherche de mesures dans un contexte de conception ou d'utilisation d'objets tridimensionnels dans une perspective générale.

L'adulte qui suit le cours est initié à la programmation linéaire et invité à utiliser ses connaissances arithmétiques et algébriques dans le but de résoudre des situations-problèmes qui comportent des contraintes déterminées. Il réinvestit ses habiletés à transposer une situation à l'aide d'équations ou d'inéquations et à manipuler des expressions algébriques. Il représente le système associé dans le plan cartésien en recourant à l'interprétation des relations d'inéquation. Dans le cas de situations à optimiser, il détermine les valeurs des variables de décision dans la fonction qui optimise (minimise ou maximise) une situation soumise à un ensemble de contraintes. Ces contraintes représentent en fait des limites liées à des situations de vie réelles dans des contextes d'optimisation.

Par ailleurs, l'adulte apprend à modéliser des situations-problèmes d'optimisation à l'aide des graphes. Ces situations peuvent être en relation avec la planification de projets, des réseaux de communication ou de distribution, des circuits, des incompatibilités, des localisations, des stratégies, etc. La situation dicte à l'adulte le type de graphe à utiliser : arbre, graphe orienté ou non, coloré ou non, valué ou non. Pour optimiser certaines situations, l'adulte fait appel au chemin critique, à la coloration d'un graphe, aux arbres de valeurs minimales ou à la recherche de la chaîne la plus courte. De plus, il peut représenter ou construire, à l'aide de graphes, des labyrinthes ou des jeux où les acteurs visent une stratégie gagnante. Dans ce dernier cas, une analyse à rebours, fondée sur une représentation du résultat final du jeu à l'aide d'un graphe, permet de déterminer les positions susceptibles de conduire à la victoire.

Le cours permet également d'explorer des situations-problèmes qui nécessitent la recherche de certaines mesures en lien avec les figures isométriques, semblables ou équivalentes ainsi que des propriétés des figures et des relations métriques ou trigonométriques. L'adulte compare des figures équivalentes et détermine celle qui convient le mieux pour respecter certaines conditions (ex. : maximiser ou minimiser l'espace). Il analyse et interprète des situations faisant appel à des instruments de mesure, à la photographie, aux lampes et aux ombres, etc. Par exemple, dans des situations d'emballage, il évalue la forme la plus économique d'un contenant pour un volume donné, en tenant compte de conditions telles que la facilité de rangement. Il peut calculer le rapport entre le volume et l'aire totale et observer un lien entre la valeur du rapport et la forme la plus économique.

Au terme de ce cours, l'adulte sera en mesure de représenter des situations concrètes à l'aide de demi-plans, de graphes valués et orientés ou de figures semblables, isométriques ou équivalentes. Sa production sera juste et claire; elle sera effectuée dans le respect des règles et des conventions mathématiques. L'optimisation d'une situation à l'aide de systèmes d'inéquations du premier degré, de fonctions d'inférence (graphe) ou encore de calculs impliquant des données géométriques lui permettra de prendre des décisions. De plus, il utilisera différents registres de représentation afin de généraliser le comportement à un ensemble de situations.

COMPÉTENCES DISCIPLINAIRES

Pour résoudre des situations-problèmes proposées dans ce cours, l'adulte a recours aux trois compétences disciplinaires, soit :

- *Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes*;
- *Déployer un raisonnement mathématique*;
- *Communiquer à l'aide du langage mathématique*.

L'emploi de stratégies efficaces incite l'adulte à déployer un raisonnement mathématique rigoureux et à communiquer avec clarté à l'aide du langage mathématique, en démontrant qu'il en respecte les codes et les conventions particulières. C'est donc par l'activation intégrée des trois compétences disciplinaires et à l'aide d'autres ressources que l'adulte parvient à résoudre des situations-problèmes.

La rubrique *Démarche et stratégies* explique comment faire évoluer une situation-problème vers une solution par la mise à contribution des trois compétences disciplinaires.

DÉMARCHE ET STRATÉGIES

L'adulte a besoin, pour le guider vers la résolution d'un problème, de stratégies efficaces qu'il adapte aux situations présentées.

Il traite des situations-problèmes en utilisant une démarche qui comprend quatre phases de résolution :

- **la représentation**;
- **la planification**;
- **l'activation**;
- **la réflexion**.

Le tableau qui suit présente sommairement chacune des phases de la démarche de résolution et quelques exemples de stratégies que l'adulte peut employer pour traiter les situations. Ces phases ne se présentent pas nécessairement de façon successive. De nombreux allers-retours entre les quatre phases peuvent être nécessaires lors de la résolution d'une situation-problème.

<table>
<tr><th colspan="2">DÉMARCHE ET STRATÉGIES</th></tr>
<tr><th colspan="2">LA REPRÉSENTATION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- L’adulte prend connaissance de la situation-problème afin de bien cerner le contexte, le problème et la tâche à effectuer. Il utilise des stratégies d’observation et de représentation essentielles au raisonnement inductif.
- L’appropriation du contexte et du problème l’amène à déployer des raisonnements déductifs.
- L’étape de la représentation de situations liées à l’optimisation géométrique donne lieu à certaines constatations (ex. : le prisme droit de plus grand volume est le cube).</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• se questionner dans le but de déterminer, à partir de l’énoncé, quel type d’optimisation est approprié;
• schématiser intuitivement, à l’aide de sommets et d’arêtes, un graphe représentant le problème;
• faire la liste des savoirs mathématiques en matière de théorie des graphes, dans le cas d’un problème lié à la recherche du chemin optimal;
• décrire les caractéristiques de la situation;
• recueillir les informations pertinentes (sommets, arêtes, cycle, etc.);
• déterminer, à partir d’un devis, d’un plan à l’échelle ou encore de descriptions littérales la nature de la tâche à réaliser (consignes, résultats attendus, but, temps disponible, etc.);
• écrire littéralement les éléments de la situation qui lui semblent pertinents, ce qui facilite la recherche de mesures ou la représentation spatiale.</td></tr>
<tr><th colspan="2">LA PLANIFICATION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- Pour planifier sa solution, l’adulte cherche des pistes et privilégie celles qui semblent les plus efficaces et économiques.
- Il est en mesure, à cette étape, de traduire les contraintes de la situation en langage mathématique.
- Ses actions sont orientées vers les solutions optimales. Par exemple, lorsqu’il cherche le chemin optimal dans un graphe ou un arbre, il surligne de façon intuitive les arêtes qui pourraient représenter ce chemin.
- Il peut avoir recours à une représentation graphique de la situation pour mettre en évidence certaines relations métriques ou trigonométriques</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• diviser la situation-problème en sous-problèmes (la recherche du chemin optimal implique la décomposition du graphe en cycles et en chaînes);
• rechercher une règle algébrique qui tiendrait compte de la meilleure relation entre les contraintes et les conséquences imposées par la situation-problème : déterminer les paramètres pertinents de la droite baladeuse ou de la fonction économique;
• diviser la situation-problème en sous-problèmes pour déterminer une mesure à partir de relations métriques dans des figures semblables.</td></tr>
<tr><th colspan="2">L’ACTIVATION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- Placé au cœur du traitement d’une situation-problème, l’adulte déduit le pas des axes en analysant les valeurs maximale et minimale que peuvent prendre les variables, dans le but de représenter graphiquement les demi-plans issus des contraintes. Il déduit également certaines valeurs des points d’intersection des droites frontières, par simple substitution.
- Il respecte le sens des symboles, des termes et des notations afin d’éviter toute confusion.
- Il différencie les divers types de figures en vérifiant si les règles et les codes ont été respectés.
- Il tient compte de la proportion dictée et respecte les symboles et les conventions liés au concept en cause.
- Il illustre sa preuve à l’aide d’un schéma ou d’une esquisse afin de faciliter la compréhension du lecteur.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• procéder par essais et erreurs pour mathématiser certaines contraintes ou pour repérer les différents chemins du graphe;
• dénombrer l’ensemble des chemins possibles dans un graphe, en vue de choisir la solution optimale;
• construire des tables de valeurs afin d’avoir deux points pour représenter les droites frontières du polygone de contraintes;
• anticiper les figures qui optimisent la situation pour bien comprendre, entre autres, le lien qui existe entre les contraintes qui affectent l’espace et les caractéristiques (aires et volume) d’un objet.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="2">DÉMARCHE ET STRATÉGIES</th></tr>
<tr><th colspan="2">LA RÉFLEXION</th></tr>
<tr><td colspan="2">– L’adulte adopte une attitude réflexive tout au long du traitement de la situation et se questionne régulièrement sur ses étapes de travail et sur les choix qu’il fait, avec l’intention de valider sa solution.
– Le retour sur les étapes de son travail contribue à l’utilisation rigoureuse du langage mathématique, surtout pour la production d’un message. L’adulte s’assure de la clarté de son message en vérifiant le respect des codes et des conventions.
– Il émet des conjectures sur des cas limites ou particuliers de triangles quelconques afin de valider certains résultats en utilisant le raisonnement.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• vérifier la cohérence de sa solution : en comparant le nombre de solutions possibles d’un système d’équations avec le nombre de solutions trouvées; en s’assurant, intuitivement, que les coordonnées des points trouvées sont bien celles des sommets du polygone de contraintes, etc.;
• différencier les stratégies utiles à la programmation linéaire de celles en lien avec la théorie des graphes;
• déterminer les stratégies liées au traitement de situations-problèmes en géométrie (appliquer une règle, se référer à un énoncé de géométrie, utiliser une formule, etc.).</td></tr>
</table>

COMPÉTENCES TRANSVERSALES

Les compétences transversales ne se construisent pas dans l’abstrait : elles prennent racine dans des situations-problèmes et participent, à divers degrés, au développement des compétences disciplinaires, et inversement.

Plusieurs compétences transversales peuvent être monopolisées à divers degrés dans le traitement de situations de la famille *Recherche de solutions optimales*. Le programme d’études en propose deux qui apparaissent les plus pertinentes pour ce cours : *Communiquer de façon appropriée* et *Exercer son jugement critique*.

Compétence de l’ordre de la communication

Les situations-problèmes liées à l’optimisation sont nombreuses, qu’il s’agisse de planifier une étude de marché afin d’anticiper les revenus d’une entreprise, d’optimiser les dépenses liées à la planification d’une production médiatique, de choisir l’emballage le plus économique, etc. L’adulte développe la compétence *Communiquer de façon appropriée* puisqu’elle permet une approche qui se situe au-delà du traitement mathématique. En effet, la communication étant un processus interactif qui exige que l’on s’ajuste à une diversité de significations possibles et d’attentes réciproques, la programmation linéaire ne suffit pas à elle seule à résoudre un problème. De plus, la connaissance des méthodes de production, de construction et de diffusion de produits médiatiques ainsi que l’utilisation de techniques, de technologies et de langages divers dépassent les limites de la mathématique.

Compétence d’ordre intellectuel

Par ailleurs, la compétence transversale *Exercer son jugement critique* peut s’avérer fort pertinente dans une situation d’apprentissage portant sur la planification d’une production médiatique. En effet, le traitement de situations est l’occasion d’initier l’adulte au respect de la propriété intellectuelle, à la défense de la liberté d'expression, au respect de la vie privée et de la réputation d'autrui. Ce type de traitement déborde la mathématisation des contraintes et l'optimisation de la fonction objective. Il pourrait pousser l'adulte à vaincre ses préjugés et à dépasser les évidences intuitives. Dans une situation d'apprentissage portant sur la conception d'un emballage, l'adulte peut être amené à *Exercer son jugement critique* par rapport à l'utilisation parfois abusive d'emballages en marketing. Il prend alors conscience que les choix responsables du consommateur peuvent engendrer des économies d'argent et d'énergie, mais qu'ils peuvent surtout favoriser une meilleure gestion de l'environnement. D'autres situations peuvent aussi amener l'adulte à comprendre les enjeux de l'exploitation de l'espace dans différents domaines, comme la publicité ou les arts, ou dans divers types d'aménagements.

CONTENU DISCIPLINAIRE

Dans ce cours, l'adulte réactive et approfondit un ensemble de savoirs arithmétiques et algébriques acquis précédemment. Ces savoirs sont sollicités pour la prise en compte de contraintes à respecter dans des contextes d'optimisation. Afin de traiter efficacement les situations-problèmes, il complète sa formation en s'appropriant les savoirs propres à ce cours.

Savoirs prescrits

En vue de traiter efficacement les situations d'apprentissage proposées, l'adulte développe trois procédés intégrateurs énoncés comme suit :

- **l'optimisation d'une situation à l'aide de la programmation linéaire;**
- **l'optimisation d'une situation à l'aide de la théorie des graphes;**
- **l'optimisation spatiale dans un contexte de conception ou d'utilisation d'objets tridimensionnels.**

Ces procédés, mis en valeur dans les situations d'apprentissage du présent cours, favorisent l'intégration des savoirs mathématiques et des compétences disciplinaires. Les situations d'apprentissage traitées doivent toucher à l'un ou l'autre de ces procédés intégrateurs. Toutefois, l'ensemble des situations choisies doit être assez vaste pour couvrir les trois procédés.

Savoirs mathématiques	Limites et précisions
Expressions algébriques	
• Résolution d'inéquations du 1er degré à deux variables	
Programmation linéaire	
• Système d'inéquations du premier degré à deux variables	
• Représentation des contraintes et de la fonction à optimiser (fonction objectif ou économique)	La représentation des contraintes peut se faire sous forme algébrique ou graphique. Dans ce cours, l'expression est limitée à la fonction à optimiser par une équation de la forme Ax + By + C = Z et dans laquelle A, B et C sont des nombres rationnels
• Détermination et interprétation des sommets et de la région-solution (fermée ou non)	
• Modification des conditions de la situation pour la rendre plus efficiente	
Graphe	
• Représentation et modélisation d'une situation à l'aide d'un graphe	

Savoirs mathématiques	Limites et précisions
Graphe (*Suite*) • Comparaison de différents graphes	Les graphes à l'étude dans ce cours, incluant les arbres, sont de type : • simple (sommets et arêtes seulement) • orienté • coloré • valué • connexe • complet *Les différents éléments liés aux graphes à l'étude dans ce cours sont les suivants : sommet, arête, boucle, degré d'un sommet, distance, chaîne, cycle, chaîne simple, cycle simple.*
• Recherche de chaînes ou de cycles eulériens et hamiltoniens, d'un chemin critique, de la chaîne la plus courte, d'un arbre de valeurs minimales ou maximales ou encore du nombre chromatique	
Recherche de mesures • Figures équivalentes • Détermination de mesures : o de positions o d'angles, o de longueurs (segments, cordes) o d'aires o de volumes	Ces mesures doivent mettre à profit des figures isométriques, semblables ou équivalentes ainsi que des propriétés des figures et des relations trigonométriques. Les relations métriques peuvent être réinvesties.
• Relations dans le triangle	Les relations trigonométriques à l'étude font appel à la loi des cosinus. Les rapports trigonométriques dans le triangle rectangle, la loi des sinus et la formule de Héron peuvent être réinvestis.

Énoncés
L'adulte doit maîtriser les énoncés suivants, qui sont prescrits. Ils peuvent être utilisés dans une preuve ou une démonstration. En voici la liste :
E13. Un graphe connexe admet une chaîne eulérienne si et seulement si le nombre de sommets de degré impair vaut 0 ou 2.
E14. Un graphe connexe admet un cycle eulérien si et seulement si tous ses sommets sont de degré pair.
E15. Le nombre chromatique d'un graphe est inférieur ou égal à $r + 1$, où r est le plus grand degré de ses sommets.
E16. De tous les polygones équivalents à n côtés, c'est le polygone régulier qui a le plus petit périmètre.
E17. De deux polygones convexes équivalents, c'est le polygone qui a le plus de côtés qui a le plus petit périmètre. (À la limite, c'est le cercle équivalent qui a le plus petit périmètre)
E18. De tous les prismes rectangulaires de même aire totale, c'est le cube qui a le plus grand volume.
E19. De tous les solides de même aire totale, c'est la boule qui a le plus grand volume.
E20. De tous les prismes rectangulaires de même volume, c'est le cube qui a la plus petite aire totale.
E21. De tous les solides de même volume, c'est la boule qui a la plus petite aire totale.

Repères culturels

Les décideurs dans une entreprise ou dans un gouvernement doivent, depuis de très nombreuses années déjà, résoudre des problèmes combinatoires, aléatoires ou concurrentiels. C'est pourquoi de nombreux mathématiciens se sont penchés sur la question.

Leonhard Euler (1707-1783), mathématicien suisse qui a été un pionnier des mathématiques pures et appliquées, est considéré comme l'auteur du premier théorème découlant de la théorie des graphes. La programmation linéaire, une branche de l'optimisation très utilisée pour accompagner la prise de décisions, trouve sa source dans les travaux sur les systèmes d'inégalités du mathématicien français Joseph Fourrier (1768-1830), même si la paternité de ces systèmes est attribuée au mathématicien états-unien Georges Dantzig (1914-2005). Alors qu'il était dans l'armée de l'air américaine, durant la Seconde Guerre mondiale, Dantzig a mis au point une technique pour régler, au moindre coût, le problème de distribution de l'armée. Cette technique, qui allie puissance et souplesse, a été rapidement récupérée, tant par le monde des affaires que par celui de l'industrie. Le premier a exploité ce potentiel pour résoudre des problèmes économiques importants tandis que le second l'a mis au service de la gestion de la production.

Depuis les années 1970, on trouve des applications de la programmation linéaire dans des domaines nombreux et variés comme la santé, l'environnement, l'agriculture, les communications, l'industrie pétrolière, la chimie, l'informatique, l'énergie, le transport, la production industrielle et les finances. Cette percée est le fruit de l'évolution de la technologie informatique qui a mené au traitement de situations exigeant des quantités astronomiques de calculs. Les exemples donnés dans le cadre du cours permettront à l'adulte de prendre conscience de l'importance de la programmation linéaire.

La théorie des graphes représente un autre outil qui a servi à améliorer la rentabilité des compagnies de transport de marchandises ou de personnes. Lors d'un projet, l'adulte intéressé à approfondir ses connaissances sur l'utilisation de cette théorie pourrait se renseigner auprès d'une ou de plusieurs compagnies de transport qui ont recours aux graphes pour comprendre l'économie de temps et d'argent dans la détermination des itinéraires.

Depuis la préhistoire, l'homme a recours à des techniques d'emballage pour préserver et transporter ses denrées. D'abord constitués de peaux d'animaux, de feuilles et de coquillages, les emballages ont ensuite été fabriqués : amphores, jarres, paniers, récipients en verre et en métal. Avec la révolution industrielle (fin du XIX^{e} siècle et début du XX^{e} siècle), les contenants jetables ont fait font leur apparition. Les emballages ont acquis des fonctions supplémentaires : ils doivent faciliter l'entreposage et informer le consommateur. Les concepteurs d'emballages doivent répondre aux exigences de l'industrie à moindre coût. Ils ont recours à la recherche de mesures pour résoudre les différents problèmes d'optimisation qui leur sont soumis.

FAMILLE DE SITUATIONS D'APPRENTISSAGE

La famille *Recherche de solutions optimales* regroupe les situations qui comportent un problème devant être en partie traité par l'optimisation, à l'aide de la programmation linéaire, de la théorie des graphes ou de la recherche de mesures. Le cours *Optimisation en contexte général* fournit à l'adulte l'occasion de poser des actions en vue de le rendre apte à maximiser un profit, un procédé, un nombre d'objets ou de personnes, un espace ou encore à minimiser des coûts ou des pertes.

En traitant les situations-problèmes proposées dans ce cours, l'adulte est amené, entre autres, à faire la liste des savoirs mathématiques en matière de théorie des graphes, dans le cas d'un problème lié à la recherche du chemin optimal, à surligner de façon intuitive les arêtes qui pourraient représenter ce chemin lorsqu'il cherche le chemin optimal dans un graphe ou un arbre, ou encore à revenir sur l'énoncé du problème de départ afin de vérifier si la solution cherchée est en étroite corrélation avec les sommets ou la frontière du polygone de contraintes. Dans un contexte géométrique, il doit différencier les divers types de figures en vérifiant si les règles et les codes mathématiques ont été respectés.

DOMAINES GÉNÉRAUX DE FORMATION

Les domaines généraux de formation couvrent les grands enjeux contemporains. Idéalement, le choix des situations à traiter doit être fait dans le respect des intentions éducatives des différents domaines généraux de formation puisque ces domaines représentent des toiles de fond sur lesquelles se greffent les situations-problèmes servant ainsi à donner du sens aux apprentissages de l’adulte. Deux de ces domaines sont particulièrement appropriés à ce cours : *Médias* et *Environnement et consommation*.

Médias

Dans le but d’amorcer une prise de conscience de l’adulte et de l’amener à faire preuve de sens critique, éthique et esthétique par rapport aux médias, certaines situations d’apprentissage proposées peuvent lui offrir la chance de se poser des questions sur la contribution des médias à la mise en marché d’un produit. L’adulte peut, par exemple, chercher à optimiser un investissement dans une production publicitaire tout en respectant les contraintes du problème. La mathématisation de ces contraintes implique la prise en considération du sexe, de l’âge, du revenu, de la clientèle visée, etc. L’adulte peut aussi utiliser les graphes pour planifier la mise en marché du produit. Ce type de situation répond à l’intention éducative du domaine général de formation *Médias*.

Environnement et consommation

Parmi les situations d’apprentissage proposées à l’adulte dans le présent cours, certaines pourraient l’amener à s’interroger sur l’utilisation du plastique dans les produits d’emballage. Par exemple, il pourrait comparer la quantité d’emballages utilisés en fonction de leur volume, le produit étant présenté en format individuel ou en format familial. Il pourrait même envisager d’étudier une plus large population. De plus, l’adulte pourrait vérifier s’il existe un lien entre le type de format utilisé, l’espace que les contenants occupent dans les présentoirs réfrigérés et le coût du transport. Cet exercice vise une prise de conscience de l’impact des choix quotidiens en matière de consommation et le maintien d’un rapport plus dynamique avec le milieu. Il permet aussi d’établir une distance critique par rapport à la consommation et à l’exploitation de l’environnement, ce qui est en relation directe avec l’intention éducative du domaine général de formation *Environnement et consommation*. Dans d’autres situations, l’adulte pourrait avoir à organiser l’horaire de livraison d’une compagnie. Ce faisant, il pourrait évaluer le coût de l’essence en fonction de différents itinéraires en s’appuyant sur la théorie des graphes et ainsi constater les économies possibles et les avantages sur le plan de l’environnement.

Exemple de situation d’apprentissage

Toutes les situations d’apprentissage ou situations-problèmes, peu importe le domaine général de formation retenu, placent l’adulte au cœur de l’action. Elles favorisent le développement des compétences disciplinaires et transversales visées, l’acquisition de notions et de concepts mathématiques de même que la mobilisation de ressources diverses utiles à la réalisation de la tâche.

Le tableau qui suit présente les éléments nécessaires à l’élaboration de toute situation d’apprentissage ou situation-problème. On y précise ceux retenus dans l’énoncé de situation-problème décrit à la page suivante.

ÉLÉMENTS NÉCESSAIRES À L’ÉLABORATION D’UNE SITUATION D’APPRENTISSAGE, D’UNE SITUATION-PROBLÈME	
Domaine général de formation (ciblé) – Permet de contextualiser les apprentissages, de leur donner du sens.	• Médias
Compétences disciplinaires (prescrites) – Se développent dans l’action. Nécessitent la participation active de l’adulte.	• Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes • Déployer un raisonnement mathématique • Communiquer à l’aide du langage mathématique
Famille de situations d’apprentissage (prescrite) – Regroupe des situations appropriées au cours à partir de problématiques tirées de la réalité. – Permet, entre autres, l’acquisition de connaissances mathématiques.	• Recherche de solutions optimales
Compétences transversales (ciblées) – Se développent en contexte en même temps que les compétences disciplinaires.	• Communiquer de façon appropriée • Exercer son jugement critique
Savoirs essentiels (prescrits) – Sont des connaissances, des concepts, des notions mathématiques à acquérir.	• Voir la liste

Cette rubrique propose, en fait, un exemple d'énoncé de situation-problème accompagné d'exemples d'actions associées au traitement mathématique. Cet énoncé est constitué d'un contexte qui sert de fil conducteur, mais les activités d'apprentissage incluses n'y sont pas détaillées de façon formelle. L'accent est plutôt mis sur un exemple de traitement mathématique pertinent, qui respecte les quatre phases de la résolution : la représentation, la planification, l'activation et la réflexion. Toutefois, même si ce n'est pas explicite, on peut discerner les éléments qui composent cet énoncé, éléments identifiés dans le précédent tableau, soit : le domaine général de formation, les compétences disciplinaires, la famille de situations, les compétences transversales et les savoirs essentiels. Pour favoriser l'apprentissage, ces différents éléments doivent former un tout cohérent et signifiant pour l'adulte.

L'enseignante ou enseignant peut se servir de chacun des éléments comme autant d'objets de formation. Ces objets peuvent être des actions associées à chacune des phases de résolution, des actions relatives aux compétences disciplinaires ou transversales ou encore aux savoirs prescrits. L'enseignante ou enseignant a la possibilité d'utiliser l'exemple de traitement mathématique fourni pour construire d'autres tâches complexes ou d'autres activités d'apprentissage liées aux connaissances mathématiques que l'adulte doit acquérir.

Énoncé de situation-problème	**Exemples d'actions associées au traitement mathématique d'une situation-problème appartenant à la famille** ***Recherche de solutions optimales***	
Une entreprise souhaite lancer un nouveau produit. Le directeur du marketing doit prévoir un budget pour la production médiatique. La première étape de cette production porte sur la conception du plan. Le directeur souhaite bien sûr la meilleure production médiatique au moindre coût. Le médium le plus approprié ayant été retenu, on demande à l'adulte de déterminer, parmi les quatre soumissionnaires, celui qui propose le plan publicitaire le moins coûteux.	**Procédé intégrateur :** *Optimisation d'une situation à l'aide de la programmation linéaire* Au cours de l'une ou l'autre des phases de résolution, l'adulte pourrait accomplir certaines actions comme :	
	Représentation	• Déterminer les éléments importants à retenir : le nombre de jours réservés pour chaque étape (conception et production) et le coût associé à chacune; • Préciser les obstacles à surmonter afin de mettre son plan en œuvre.
	Planification	• Se référer à la solution d'une situation-problème analogue pour concrétiser son plan; • Déterminer les savoirs mathématiques nécessaires au traitement de la situation : identification des variables, détermination des contraintes, établissement d'un système d'inéquations du premier degré à deux variables.

Énoncé de situation-problème	Exemples d'actions associées au traitement mathématique d'une situation-problème appartenant à la famille *Recherche de solutions optimales*	
Pour optimiser le plan publicitaire, l'adulte doit d'abord analyser les projets des quatre soumissionnaires et représenter graphiquement les contraintes rattachées à leur plan respectif (ex. : le nombre minimum d'employés nécessaires et leur salaire horaire; les limites de coût pour les matériaux; ou encore le coût de la conception du projet).	Activation	• Mathématiser les contraintes (par exemple les prix établis par chaque fournisseur) à l'aide d'inéquations; • Représenter la situation par un polygone de contraintes pour ensuite optimiser les dépenses; • Déterminer le sommet du polygone de contraintes qui représente le moindre coût; • Calculer le coût associé à ce sommet.
	Réflexion	• Comparer sa solution et ses résultats à ceux d'autres personnes, dans le but de faire ressortir les forces et les faiblesses du ou des modèles construits, etc.; • S'interroger sur le nombre de fournisseurs nécessaires pour assurer la fiabilité et le réalisme du modèle; • S'assurer du réalisme de la solution proposée; • Chercher en quoi la modification d'une contrainte affecterait le choix du meilleur soumissionnaire (par exemple, une hausse du salaire minimum entraînerait-elle une modification de la solution optimale?); • Préciser la modification à apporter aux demandes d'une compagnie pour qu'elle obtienne le contrat.

ATTENTES DE FIN DE COURS

Pour résoudre les situations-problèmes de la famille *Recherche de solutions optimales*, l'adulte optimise une situation à l'aide de la programmation linéaire ou à l'aide de la théorie des graphes, ou procède à une optimisation dans un contexte de conception ou d'utilisation d'objets tridimensionnels. Pour ce faire, il met en œuvre les trois compétences disciplinaires du programme, soit : *Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes*, *Déployer un raisonnement mathématique* et *Communiquer à l'aide du langage mathématique*.

Lorsque l'adulte utilise la programmation linéaire pour résoudre une situation-problème liée à l'optimisation, il décode les éléments du langage qui se prêtent à un traitement mathématique; il construit à l'aide des symboles et des règles mathématiques les contraintes de la situation sous forme de système d'inéquations; il représente graphiquement ces dernières afin d'illustrer le polygone de contraintes; et il détermine les coordonnées des sommets. L'adulte évalue, par la suite, toutes les solutions possibles à l'aide de la droite baladeuse et distingue les solutions continues des solutions discrètes. Enfin, il prend le temps de valider sa solution en fonction du contexte et discrimine les sommets qui appartiennent à des inéquations ou qui les limitent. Lorsqu'il est confronté à une conjecture, il compare, évalue, critique des choix ou des démarches et établit des preuves, le cas échéant. Après s'être positionné, il choisit une démarche de solution qu'il considère optimale. Il justifie toutes les étapes de sa démarche (solution et résultat) et détermine soit une solution optimale, soit les raisons qui entraînent le rejet d'une conjecture. De plus, il explique les effets possibles qu'entraîne la modification de certaines contraintes et généralise, au besoin, des situations.

L'utilisation de la théorie des graphes pour résoudre des situations-problèmes liées à l'optimisation lui permet de se représenter clairement la situation à l'aide d'un graphe, d'identifier les sommets et les arêtes qui correspondent au contexte et de juger s'il faut attribuer une valeur aux arêtes et les orientées. Il dénombre les chemins possibles et sélectionne le chemin critique en analysant et en comparant sa solution au contexte de la situation-problème. De plus, lorsqu'il démontre des énoncés liés aux graphes, il met à profit les trois théorèmes appris afin de déduire ou d'induire des résultats.

L'adulte qui explore des situations-problèmes en lien avec une optimisation spatiale dans un contexte de conception ou d'utilisation d'objets tridimensionnels compare des figures équivalentes et détermine celles qui respectent le mieux certaines conditions (maximiser ou minimiser l'espace). Il établit des liens entre les aires totales et les volumes des solides. Il a recours à différentes stratégies en vue de résoudre algébriquement la situation-problème en mettant à profit les savoirs mathématiques liés aux fonctions. Il mobilise les savoirs géométriques appropriés pour concevoir et construire des plans et des objets. Il détermine différentes mesures à l'aide de définitions, de propriétés, de formules ou d'énoncés admis dans le cas de triangles quelconques, de figures planes ou de solides isométriques, semblables ou équivalents. De plus, pour produite et valider sa solution, il justifie rigoureusement les différentes étapes de son travail, ces dernières étant accompagnées d'éléments de preuve formelle.

Tout au long de sa résolution de situations-problèmes, l'adulte utilise ses connaissances en lien avec les savoirs mathématiques : programmation linéaire, graphe et recherche de mesures. Il emploie correctement les symboles, les termes et les notations liés à ces savoirs. En outre, il valide toujours auprès de différentes sources les lois, les théorèmes, les corolaires ou les lemmes qu'il a déduits ou induits afin de bonifier sa bibliothèque mathématique personnelle. Enfin, il n'hésite pas à demander de l'aide lorsqu'une difficulté se présente.

CRITÈRES D'ÉVALUATION DES COMPÉTENCES VISÉES PAR LE COURS

Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes

- *Manifestation, oralement ou par écrit, d'une compréhension adéquate de la situation-problème*
- *Mobilisation de stratégies et de savoirs mathématiques appropriés à la situation-problème*
- *Élaboration d'une solution* appropriée à la situation-problème*
- *Validation appropriée des étapes** de la solution élaborée*

* La solution comprend une démarche, des stratégies et un résultat.

** Le modèle mathématique, les opérations, les propriétés ou relations.

Déployer un raisonnement mathématique

- *Formulation d'une conjecture appropriée à la situation*
- *Utilisation correcte des concepts et des processus mathématiques appropriés*
- *Mise en œuvre convenable d'un raisonnement mathématique adapté à la situation*
- *Structuration adéquate des étapes d'une démarche pertinente*
- *Justification congruente des étapes d'une démarche pertinente*

Communiquer à l'aide du langage mathématique

- *Interprétation juste d'un message à caractère mathématique*
- *Production d'un message conforme à la terminologie, aux règles et aux conventions propres à la mathématique et en fonction du contexte*

Cours

MAT-5151-1

Modélisation algébrique et graphique en contexte général 2

Mathématique

PRÉSENTATION DU COURS

Le but du cours *Modélisation algébrique et graphique en contexte général 2* est de rendre l'adulte apte à traiter des situations qui requièrent une représentation à l'aide d'un modèle algébrique ou graphique exprimant un lien de dépendance entre quantités, dans une perspective générale.

En 5e secondaire, l'adulte poursuit l'étude des nombres réels et bonifie ses savoirs avec les puissances et les logarithmes. Certaines situations qui lui sont présentées peuvent l'amener à déterminer la valeur approximative d'un exposant (logarithme) en utilisant un graphique, une table de valeurs ou la calculatrice. L'adulte peut avoir à effectuer le passage de la notation exponentielle à la notation logarithmique, et vice versa.

Dans certaines situations, l'adulte réinvestit ses connaissances sur les fonctions réelles : fonction polynomiale de 2e degré ($f(x) = ax^2$, où $a \neq 0$) et fonction exponentielle ($f(x) = ab^x$, où $a \neq 0$ et $b > 0$). Ces fonctions sont présentées en vue d'amener l'adulte à comparer, à analyser et à reconnaître les caractéristiques de la courbe pour sélectionner la fonction la plus appropriée à la situation. Ainsi, l'adulte peut avoir recours à des stratégies de double variation des ordonnées (fonction polynomiale de 2e degré) ou encore à des stratégies qui font appel à la multiplication des ordonnées lorsque les données sont présentées sous la forme d'une table de valeurs (fonction exponentielle). Pour les fonctions réelles vues antérieurement dans le cours *Modélisation algébrique et graphique en contexte général 1* (MAT-4151-1), l'adulte peut être amené à calculer des valeurs, à faire une représentation graphique et à analyser les propriétés, mais sans que la résolution algébrique de la situation soit exigée.

De plus, ce cours vise à introduire l'adulte aux mathématiques financières et à le familiariser avec le vocabulaire qui leur est associé. Ainsi, il sera amené à calculer et à analyser la valeur acquise par une somme d'argent (capital) placée durant une période à un taux d'intérêt fixe annuel et il devra aussi déterminer la valeur acquise par un capital placé à un taux d'intérêt composé annuel pendant plusieurs périodes. L'adulte peut également comparer des taux d'intérêt en vue de déterminer le plus avantageux et de prendre des décisions éclairées.

Au terme de ce cours, l'adulte sera en mesure de représenter des situations concrètes à l'aide d'exposants ou de logarithmes et d'analyser des situations liées à des contextes économiques (ex. : finances personnelles), sociaux, techniques ou encore à la vie quotidienne. La production de ses démarches, juste et claire, sera réalisée dans le respect des règles et des conventions mathématiques. La représentation algébrique ou graphique d'une situation à l'aide de fonctions réelles et d'opérations sur ces dernières permettra à l'adulte d'induire des résultats par interpolation ou extrapolation, ce qui peut se faire à l'aide d'une table de valeurs, graphiquement ou algébriquement lorsque la règle algébrique est donnée. Enfin, l'adulte utilisera différents registres de représentation (table de valeurs, graphique ou règle algébrique) pour généraliser le comportement à un ensemble de situations

COMPÉTENCES DISCIPLINAIRES

La résolution des situations-problèmes dans ce cours implique le recours aux trois compétences disciplinaires, soit :

- *Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes*;
- *Déployer un raisonnement mathématique*;
- *Communiquer à l'aide du langage mathématique*.

L'emploi de stratégies efficaces incite l'adulte à déployer un raisonnement mathématique rigoureux et à communiquer avec clarté à l'aide du langage mathématique, en démontrant qu'il en respecte les codes et les conventions propres. C'est donc par l'activation intégrée des trois compétences disciplinaires et à l'aide d'autres ressources qu'il parvient à résoudre des situations-problèmes.

La rubrique *Démarche et stratégies* explique comment faire évoluer une situation-problème vers une solution par la mise à contribution des trois compétences disciplinaires.

DÉMARCHE ET STRATÉGIES

Pour résoudre une situation-problème, l'adulte a besoin de stratégies efficaces qu'il adapte aux situations présentées.

Il traite les situations-problèmes en utilisant une démarche qui comprend quatre phases de résolution :

- **la représentation**;
- **la planification**;
- **l'activation**;
- **la réflexion**.

Le tableau qui suit présente sommairement chacune des phases de la démarche de résolution et quelques exemples de stratégies que l'adulte peut employer pour traiter les situations. Ces phases ne se présentent pas nécessairement de façon successive. De nombreux allers-retours entre les quatre phases peuvent être nécessaires lors de la résolution d'une situation-problème.

<table>
<tr><th colspan="2">DÉMARCHE ET STRATÉGIES</th></tr>
<tr><th colspan="2">LA REPRÉSENTATION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- L’adulte prend contact avec la situation-problème afin de bien cerner le contexte, le problème et la tâche à effectuer. Il utilise des stratégies d’observation et de représentation essentielles au raisonnement inductif.
- Il accroît sa familiarisation avec les notations et les symboles liés aux savoirs mathématiques ayant trait aux fonctions et aux réciproques exprimées sous la forme générale.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• écrire littéralement les éléments de la situation qui semblent pertinents, facilitant ainsi la recherche d’un lien de dépendance pour déterminer les variables de la situation;
• estimer, en illustrant par des exemples de nombres, le type de relation qui unit les variables de la situation;
• utiliser une échelle logarithmique.</td></tr>
<tr><th colspan="2">LA PLANIFICATION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- L’adulte cherche des pistes de solutions et privilégie celles qui semblent les plus efficaces et économiques.
- Il cherche à extrapoler des résultats à l’aide d’une règle algébrique ou d’un graphique et élargit ainsi ses réseaux de ressources cognitives.
- Il décode les éléments du langage mathématique tels que le sens des symboles, des termes et des notations ainsi que les différents registres de représentation afin de planifier correctement la solution.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• tracer une carte conceptuelle liant les différentes étapes de la solution;
• se référer à une liste d’éléments à considérer en vue de consolider son plan de travail (le pas des axes, l’intervalle de croissance ou de décroissance, l’existence d’un maximum ou d’un minimum, etc.);
• explorer des registres de représentation qui font ressortir une linéarisation des données.</td></tr>
<tr><th colspan="2">L’ACTIVATION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- Placé au cœur d’une situation-problème, l’adulte établit des liens structurés et fonctionnels entre ses connaissances par le raisonnement, élargissant ainsi ses réseaux de ressources cognitives de nature mathématique.
- L’utilisation de stratégies l’amène à associer des images, des objets ou des concepts à des termes et à des symboles mathématiques, et à transposer les données d’un registre de représentation à un autre.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• changer de perspective;
• déterminer par recherche systématique la règle algébrique d’une fonction, sous la forme générale;
• rechercher des combinaisons dans le but de déterminer la règle d’une fonction quadratique;
• linéariser un modèle non linéaire en remplaçant les valeurs de la variable indépendante (X) ou dépendante (Y) ou encore des deux variables par leur logarithme. Idéalement, il est préférable de reconnaître d’abord le modèle qui semble s’ajuster le mieux au nuage de points, puis de vérifier si ce modèle est le bon.</td></tr>
<tr><th colspan="2">LA RÉFLEXION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- L’adulte adopte une attitude réflexive tout au long du traitement de la situation-problème et se questionne régulièrement sur ses étapes de travail et sur les choix qu’il fait, avec l’intention de valider sa solution.
- La mise en œuvre du raisonnement pourrait l’amener à émettre des conjectures sur des cas limites ou particuliers afin de valider certains résultats obtenus.
- L’adulte s’assure, par l’utilisation de stratégies, que les variables dépendante et indépendante sont bien définies, que les axes sont bien gradués, qu’il ne manque aucune unité de mesure et que les données sont bien retranscrites.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• vérifier la cohérence de sa solution en s’assurant, par exemple, que les valeurs trouvées respectent l’image de la fonction ou en validant une interpolation ou une extrapolation graphiques par la substitution des valeurs aux variables dans l’expression algébrique.</td></tr>
</table>

COMPÉTENCES TRANSVERSALES

Les compétences transversales ne se construisent pas dans l'abstrait : elles prennent racine dans des situations-problèmes et participent, à divers degrés, au développement des compétences disciplinaires, et inversement.

Plusieurs compétences transversales peuvent être monopolisées à divers degrés dans le traitement de situations de la famille *Relations entre quantités*. Le programme d'études en propose deux qui apparaissent les plus appropriées pour ce cours : *Exploiter les technologies de l'information et de la communication* et *Exploiter l'information*.

Compétence d'ordre méthodologique

L'adulte qui souhaite compiler des données tirées d'une situation en vue d'en faire l'analyse peut utiliser des outils informatiques comme un tableur ou un logiciel de construction de graphiques. Ces outils facilitent non seulement la représentation graphique, mais aussi la modification ou la manipulation de paramètres en vue de simulations et d'extrapolations. Par le développement de la compétence *Exploiter les technologies de l'information et de la communication*, l'adulte pourrait prendre conscience que l'appropriation de ces technologies lui permettrait d'introduire une dimension beaucoup plus dynamique dans ses travaux.

Compétence d'ordre intellectuel

L'information contenue dans des études sur des phénomènes financiers n'est pas nécessairement présentée de façon explicite dans un texte, ou dans un tableau, respectant les règles et les conventions mathématiques. Les données peuvent provenir de différents sondages ou enquêtes et exiger une certaine organisation pour être interprétées de la façon la plus juste possible et fournir les informations nécessaires. L'adulte pourrait ainsi apprendre à *Exploiter l'information* à partir de données brutes. Cette compétence l'amènerait à faire la nuance entre données et informations, et à comprendre qu'une organisation adéquate permet un éclairage qui favorise l'interprétation d'une situation.

CONTENU DISCIPLINAIRE

Dans ce cours, l'adulte réactive et approfondit l'ensemble des savoirs arithmétiques et algébriques acquis précédemment. Afin de traiter efficacement les situations-problèmes, il complète sa formation en s'appropriant les savoirs propres à ce cours.

Savoirs prescrits

En vue de traiter efficacement les situations d'apprentissage proposées, l'adulte développe trois procédés intégrateurs énoncés comme suit :

- **la représentation d'une situation par un modèle algébrique ou graphique;**
- **l'interpolation ou l'extrapolation à partir d'un modèle graphique;**
- **la généralisation d'un ensemble de situations par un modèle algébrique ou graphique.**

Ces procédés, mis en valeur dans les situations d'apprentissage du présent cours, favorisent l'intégration des savoirs mathématiques et des compétences disciplinaires. Les situations d'apprentissage traitées doivent toucher à l'un ou l'autre de ces procédés intégrateurs. Toutefois, l'ensemble des situations choisies doit être assez vaste pour couvrir les trois procédés.

Savoirs mathématiques	Limites et précisions

Expressions numériques et algébriques
• Nombres réels
  o puissances;
  o logarithmes.
	Une approche arithmétique des exposants et des logarithmes est favorisée. L'adulte est amené à manipuler les expressions et à les transposer dans une même base (base 10, pour la calculatrice) de manière à rendre les exposants comparables. Il s'aide, au besoin, de quelques équivalences comme :
	• $a^b = c \Leftrightarrow \log_a c = b$
	• $\log_a c = \frac{\log_b c}{\log_b a}$

Relation, fonction et réciproque • Résolution d'équations exponentielle ou logarithmique à l'aide du changement de base, au besoin	L'adulte peut représenter et écrire des nombres en notation logarithmique en utilisant, au besoin, l'équivalence suivante : $\log_a x = n \Leftrightarrow a^n = x$

<table>
<tr><th>Savoirs mathématiques</th><th>Limites et précisions</th></tr>
<tr><td>Mathématiques financières

• Calcul, interprétation et analyse de situations financières</td><td>Les calculs financiers se limitent aux concepts suivants :
• Intérêt simple et composé (i);
• Période d’intérêt (n);
• Actualisation (valeur actuelle – C_0);
• Capitalisation (valeur future – C_n).

La capitalisation (valeur future) est déterminée à l’aide de la formule suivante : $C_n = C_0(1 + i)^n$

L’actualisation (valeur actuelle) est déterminée à l’aide de la formule suivante : $C_0 = C_n(1 + i)^{-n}$

Le taux d’intérêt (i) est déterminé à l’aide de la formule suivante : $i = \left(\frac{C_n}{C_0}\right)^{1/n} - 1$

La période d’intérêt est déterminée à l’aide de la formule suivante : $n = \frac{\log\left(C_n/C_0\right)}{\log(1 + i)}$

L’intérêt composé est présenté à l’aide de graphiques ou de tableaux de données compilées.

Dans le cas de situations concernant les finances personnelles, différents aspects peuvent être pris en compte :
• les types de revenus, tels que la rémunération, le salaire, les commissions, les contrats et les pourboires;
• les différents impôts et taxes, tels que l’impôt sur le revenu, l’impôt foncier et les retenues fiscales;
• les types de financement, tels que les options d’achat, le prêt personnel et l’hypothèque en tenant compte des différents frais liés;
• les coûts de certains services, tels que le téléphone ou l’électricité.</td></tr>
</table>

Repères culturels

À la fin du 16e siècle, plusieurs mathématiciens étaient préoccupés par le fait que le progrès scientifique était particulièrement ralenti par des calculs numériques longs et ardus. Le mathématicien John Napier a alors concentré ses recherches en vue de mettre au point les logarithmes. Par la suite, des tables de logarithmes et des règles à calcul ont été conçues pour faciliter les calculs financiers, par exemple. L'invention des logarithmes a eu un effet considérable sur la structure des mathématiques. Les échelles logarithmiques permettent de représenter sur un même graphique des nombres dont l'ordre de grandeur varie considérablement. Il est aussi intéressant de noter que dans la théorie de la musique, les logarithmes servent à décrire les intervalles musicaux.

En science, les logarithmes sont fréquemment utilisés dans les formules. On peut citer en exemple le logarithme naturel, qui utilise le nombre e comme base. Ce dernier est fondamental en physique et permet d'interpréter plusieurs phénomènes naturels. On peut aussi mentionner le logarithme en base 10, qui permet de modéliser les tremblements de terre, et le logarithme binaire (en base 2), qui est abondamment utilisé en informatique ainsi que dans la théorie de l'information. En terminant, il est intéressant de rappeler que les travaux du physicien Ludwig Boltzmann sur l'entropie et les transferts de chaleur l'ont amené à déduire la fameuse formule de l'entropie (S) en fonction des microétats possibles (W), soit $S = k \log W$, où k est une variable constante. Cette formule correspond d'ailleurs à l'inscription gravée sur sa pierre tombale.

FAMILLE DE SITUATIONS D'APPRENTISSAGE

La famille *Relations entre quantités* regroupe les situations qui comportent un problème pouvant être traité en partie par une représentation fondée sur un modèle fonctionnel algébrique ou graphique exprimant une relation entre quantités. Le cours *Modélisation algébrique et graphique en contexte général 2* fournit à l'adulte l'occasion de poser des actions en vue de le rendre apte à exprimer une relation ou un lien de dépendance entre des quantités.

En traitant les situations-problèmes de ce cours, l'adulte est amené, entre autres, à accroître sa familiarisation avec les notations et les symboles liés aux savoirs mathématiques ayant trait aux fonctions et aux réciproques exprimées sous la forme générale, à extrapoler des résultats à l'aide d'une règle algébrique ou d'un graphique ou encore à utiliser l'échelle appropriée au contexte pour représenter graphiquement la situation-problème de manière que cette représentation garde tout son sens par rapport à la situation.

DOMAINES GÉNÉRAUX DE FORMATION

Les domaines généraux de formation couvrent les grands enjeux contemporains. Idéalement, le choix des situations à traiter doit être fait dans le respect des intentions éducatives des différents domaines généraux de formation puisque ces domaines représentent des toiles de fond sur lesquelles se greffent les situations-problèmes servant ainsi à donner du sens aux apprentissages de l'adulte. Deux de ces domaines sont particulièrement appropriés à ce cours : *Environnement et consommation* et *Orientation et entrepreneuriat*.

Environnement et consommation

L'adulte intéressé par les catastrophes naturelles comme les tremblements de terre pourrait, grâce à une situation d'apprentissage portant sur ce sujet, établir un lien entre la fonction logarithmique et le calcul de la magnitude d'un séisme. Il découvrirait que ce calcul ne repose pas sur une échelle, mais sur une fonction logarithmique continue. En raison de ce caractère logarithmique, lorsque l'énergie libérée par le séisme varie d'un facteur de dix, la magnitude change d'une unité. Un séisme de magnitude sept sur l'échelle de Richter sera alors dix fois plus fort qu'un autre de magnitude six. L'adulte pourrait donc profiter de l'occasion pour mieux connaître son environnement et améliorer sa compréhension de certains phénomènes, ce qui est directement lié à l'un des axes de développement du domaine général de formation *Environnement et consommation*.

Orientation et entrepreneuriat

L'adulte placé dans une situation d'apprentissage liée aux mathématiques financières pourrait avoir à déterminer un taux d'intérêt annuel et, s'il connaît la somme initiale investie, la valeur d'un dépôt à terme pour différentes années d'investissement de même que sa valeur dix ans plus tard. La mobilisation de connaissances relatives aux fonctions exponentielles dans une situation semblable peut permettre de donner un sens à l'apprentissage de ce type de fonction, tout en familiarisant l'adulte avec l'épargne. Ainsi, celui-ci pourrait s'approprier des stratégies liées à la réalisation d'un projet qui lui tient à cœur, ce qui est en relation directe avec l'un des axes de développement du domaine général de formation *Orientation et entrepreneuriat.*

EXEMPLE DE SITUATION D'APPRENTISSAGE

Toutes les situations d'apprentissage ou situations-problèmes, peu importe le domaine général de formation retenu, placent l'adulte au cœur de l'action. Elles favorisent le développement des compétences disciplinaires et transversales visées, l'acquisition de notions et de concepts mathématiques de même que la mobilisation de ressources diverses utiles à la réalisation de la tâche.

Le tableau qui suit présente les éléments nécessaires à l'élaboration de toute situation d'apprentissage ou situation-problème. On y précise ceux retenus dans l'énoncé de situation-problème décrit à la page suivante.

ÉLÉMENTS NÉCESSAIRES À L'ÉLABORATION D'UNE SITUATION D'APPRENTISSAGE, D'UNE SITUATION-PROBLÈME	
Domaine général de formation (ciblé) – Permet de contextualiser les apprentissages, de leur donner du sens.	• Environnement et consommation • Orientation et entrepreneuriat
Compétences disciplinaires (prescrites) – Se développent dans l'action. Nécessitent la participation active de l'adulte.	• Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes • Déployer un raisonnement mathématique • Communiquer à l'aide du langage mathématique
Famille de situations d'apprentissage (prescrite) – Regroupe des situations appropriées au cours à partir de problématiques tirées de la réalité. – Permet, entre autres, l'acquisition de connaissances mathématiques.	• Relations entre quantités
Compétences transversales (ciblées) – Se développent en contexte en même temps que les compétences disciplinaires.	• Exploiter les technologies de l'information et de la communication • Exploiter l'information
Savoirs essentiels (prescrits) – Sont des connaissances, des concepts, des notions mathématiques à acquérir.	• Voir liste

Cette rubrique propose, en fait, un exemple d'énoncé de situation-problème accompagné d'exemples d'actions associées au traitement mathématique. Cet énoncé est constitué d'un contexte qui sert de fil conducteur, mais les activités d'apprentissage incluses n'y sont pas détaillées de façon formelle. L'accent est plutôt mis sur un exemple de traitement mathématique pertinent, qui respecte les quatre phases de la résolution : la représentation, la planification, l'activation et la réflexion. Toutefois, même si ce n'est pas explicite, on peut discerner les éléments qui composent cet énoncé, éléments identifiés dans le précédent tableau, soit : le domaine général de formation, les compétences disciplinaires, la famille de situations, les compétences transversales et les savoirs essentiels. Pour favoriser l'apprentissage, ces différents éléments doivent former un tout cohérent et signifiant pour l'adulte.

L'enseignante ou enseignant peut se servir de chacun des éléments comme autant d'objets de formation. Ces objets peuvent être des actions associées à chacune des phases de résolution, des actions relatives aux compétences disciplinaires ou transversales ou encore aux savoirs prescrits. L'enseignante ou enseignant a la possibilité d'utiliser l'exemple de traitement mathématique fourni pour construire d'autres tâches complexes ou d'autres activités d'apprentissage liées aux connaissances mathématiques que l'adulte doit acquérir.

Énoncé de situation-problème	**Exemples d'actions associées au traitement mathématique d'une situation-problème appartenant à la famille *Relation entre quantités***
Un adulte souhaite en connaître davantage sur le métier d'expert en reconstitution de scènes de collision de véhicules. Il veut se familiariser avec des concepts relatifs à ce type de reconstitution. L'expert fait appel à certains concepts mathématiques en plus de la collecte de données pour la reconstitution du déroulement de l'événement, de l'interprétation des éléments physiques trouvés sur les lieux de la collision, des photos de la scène et de la confection d'un croquis.	**Procédé intégrateur :** *Généralisation d'un ensemble de situations par un modèle algébrique ou graphique* Au cours de l'une ou l'autre des phases de résolution, l'adulte pourrait accomplir les actions suivantes : Représentation • Sélectionner les informations pertinentes (la masse et l'accélération dans ce cas-ci) et écarter celles qui sont superflues (l'adhérence des pneus, le temps de réaction, le type de surface, le climat, etc.); • Réfléchir à la nécessité d'utiliser plusieurs expériences similaires pour espérer en tirer une généralisation. Planification • Choisir plusieurs expériences similaires, tant en accélération qu'en décélération; • Faire une liste des éléments appropriés à la représentation graphique (la masse et l'accélération dans ce cas-ci).

Énoncé de situation-problème	Exemples d'actions associées au traitement mathématique d'une situation-problème appartenant à la famille *Relation entre quantités*	
Par exemple, à partir de données issues d'expériences, l'adulte détermine la relation (règle) entre l'accélération (ou la décélération) d'un véhicule et sa masse, et cherche si une généralisation de cette règle est possible, entre autres lorsque la vitesse initiale est modifiée.	Activation	• Construire un tableau de données liées à la situation, tout en tenant compte des limites des instruments de mesure employés et de leur précision; • Pour une vitesse initiale donnée, chercher la règle algébrique qui lie l'accélération et la masse; • Répéter l'opération avec des vitesses initiales différentes; • Comparer les relations ainsi établies pour dégager une règle de correspondance générale entre l'accélération et la masse, règle qui sera valable, quelle que soit la vitesse initiale.
	Réflexion	• Proposer des raisons probables ou vraisemblables expliquant le fait que l'équation ne concorde pas parfaitement avec les données analysées (erreurs humaines ou de mesures, limite des instruments utilisés pour relever ces mesures, etc.).

ATTENTES DE FIN DE COURS

Pour résoudre des situations-problèmes de la famille *Relations entre quantités*, l'adulte se représente une situation, effectue des interpolations ou des extrapolations et généralise un ensemble de situations par un modèle algébrique ou graphique. Pour ce faire, il met en œuvre les trois compétences disciplinaires du programme, soit : *Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes*, *Déployer un raisonnement mathématique* et *Communiquer à l'aide du langage mathématique*.

L'adulte qui se représente une situation-problème à l'aide d'un modèle algébrique ou graphique décrit, symbolise, code, décode, explique ou illustre les informations tirées d'une table de valeurs ou d'un graphique lié à une équation exponentielle (ou logarithmique). Il combine, au besoin, différents registres de représentation pour produire un message, tout en respectant les notations, les règles et les conventions du langage mathématique. Il utilise des stratégies de résolution de situations-problèmes dans le but d'établir des comparaisons, de proposer des correctifs, de présenter des solutions avantageuses ou optimales ou bien d'émettre des recommandations. Il formule des critiques constructives et prend des décisions éclairées en fonction des conclusions du traitement mathématique de la situation-problème.

Par l'interpolation ou l'extrapolation des résultats à partir d'un modèle algébrique ou graphique, l'adulte met à profit ses connaissances des fonctions et des stratégies de différents ordres, combinant raisonnement et créativité pour surmonter les obstacles de la situation-problème et prendre des décisions. Il déploie en outre un raisonnement déductif structuré en vue de faire ressortir la linéarisation des données dans le cas de situations ayant des composantes exponentielles ou logarithmiques.

Lorsque l'adulte généralise un ensemble de situations par un modèle algébrique ou graphique, il précise son intention de communication. Au besoin, il effectue le passage d'un registre à un autre. Il démontre sa compréhension des savoirs mathématiques à l'étude en utilisant un large éventail de stratégies de communication lui permettant, entre autres, de réguler la transmission d'un message selon les réactions spécifiques de l'interlocuteur ou de tenir compte d'exigences nouvelles. Il s'approprie et réinvestit avec justesse un langage qui combine de façon pertinente des termes utilisés couramment en mathématique. Enfin, l'analyse de processus de généralisation lui permet d'induire des lois et des formules propres au monde des finances, par exemple.

Tout au long de sa résolution de situations-problèmes, l'adulte réinvestit ses connaissances liées aux savoirs mathématiques : fonction polynomiale de 2^{e} degré et fonction exponentielle de base. Il construit par ailleurs de nouveaux savoirs par induction et généralise un ensemble de situations qu'il valide à l'aide de différentes sources pour bonifier sa « bibliothèque mathématique personnelle ». De plus, il n'hésite pas à demander de l'aide lorsqu'une difficulté se présente.

CRITÈRES D'ÉVALUATION DES COMPÉTENCES VISÉES PAR LE COURS

Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes

- *Manifestation, oralement ou par écrit, d'une compréhension adéquate de la situation-problème*
- *Mobilisation de stratégies et de savoirs mathématiques appropriés à la situation-problème*
- *Élaboration d'une solution* appropriée à la situation-problème*
- *Validation appropriée des étapes** de la solution élaborée*

* La solution comprend une démarche, des stratégies et un résultat.
** Le modèle mathématique, les opérations, les propriétés ou relations.

Déployer un raisonnement mathématique

- *Formulation d'une conjecture appropriée à la situation*
- *Utilisation correcte des concepts et des processus mathématiques appropriés*
- *Mise en œuvre convenable d'un raisonnement mathématique adapté à la situation*
- *Structuration adéquate des étapes d'une démarche pertinente*
- *Justification congruente des étapes d'une démarche* pertinente

Communiquer à l'aide du langage mathématique

- *Interprétation juste d'un message à caractère mathématique*
- *Production d'un message conforme à la terminologie, aux règles et aux conventions propres à la mathématique et en fonction du contexte*

Cours

MAT-5152-1

Modèle de répartition de votes et expérience aléatoire

Mathématique

PRÉSENTATION DU COURS

Le but du cours *Modèle de répartition de votes et expérience aléatoire* est de rendre l'adulte apte à traiter des situations qui requièrent le traitement de données issues d'une expérience aléatoire, dans une perspective générale.

L'adulte qui suit le cours compare différentes procédures de vote dans le but d'analyser la plus équitable du point de vue démocratique. L'étude des systèmes électoraux lui permet de raffiner son sens critique en matière de politique et ouvre ses horizons du point de vue des démocraties mondiales. Les modèles de répartition des votes sont souvent employés dans des situations où des choix sociaux, politiques et économiques doivent être faits. L'analyse des systèmes électoraux l'amène à étudier les différents modes de scrutin ainsi que les avantages et limites de ces derniers.

Les différents contextes qui lui sont proposés l'incitent à dénombrer les possibilités ou à calculer la probabilité d'événements dans des cas discrets ou continus ou encore à calculer l'éventualité d'un gain ou d'une perte à l'aide de l'espérance mathématique. De plus, l'adulte calcule des probabilités relatives à des événements composés, c'est-à-dire qu'il calcule la probabilité d'apparition de l'évènement A, sachant qu'un évènement B s'est produit. Ce concept probabiliste, mieux connu sous le nom de probabilité conditionnelle, permet à l'adulte de raffiner son rapport avec les événements aléatoires. Les différentes situations rencontrées lui permettent d'exploiter et de s'approprier le langage ensembliste. En effet, l'adulte a recours aux diagrammes de Venn, aux diagrammes en arbre ou aux schémas comme outils de compréhension et de communication. Il crée des liens avec quelques connecteurs logiques, dont la conjonction logique « et » et la disjonction logique « ou ». De plus, il est amené à anticiper des résultats, à commenter des comportements ou des croyances et à prendre des décisions qu'il explique ou justifie à partir de différents concepts probabilistes pour développer son esprit critique.

Au terme de ce cours, l'adulte sera en mesure d'effectuer une analyse comparative de modèles de choix sociaux afin de prendre la décision qui lui semble la plus équitable, compte tenu du contexte. Il présentera les résultats de son analyse dans le respect des règles et des conventions mathématiques. Il utilisera des stratégies de résolution de situations-problèmes qui le mèneront à déterminer la solution la plus efficiente. De plus, il interprétera des données probabilistes issues d'une expérience aléatoire et prendra des décisions à la lumière de ses raisonnements mathématiques.

COMPÉTENCES DISCIPLINAIRES

Pour résoudre des situations-problèmes proposées dans ce cours, l'adulte a recours aux trois compétences disciplinaires, soit :

- *Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes*;
- *Déployer un raisonnement mathématique*;
- *Communiquer à l'aide du langage mathématique*.

L'emploi de stratégies efficaces incite l'adulte à déployer un raisonnement mathématique rigoureux et à communiquer avec clarté à l'aide du langage mathématique, en démontrant qu'il en respecte les codes et les conventions particulières. C'est donc par l'activation intégrée des trois compétences disciplinaires et à l'aide d'autres ressources que l'adulte parvient à résoudre des situations-problèmes.

La rubrique *Démarche et stratégies* explique comment faire évoluer une situation-problème vers une solution par la mise à contribution des trois compétences disciplinaires.

DÉMARCHE ET STRATÉGIES

L'adulte a besoin, pour le guider vers la résolution d'un problème, de stratégies efficaces qu'il adapte aux situations présentées.

Il traite les situations-problèmes en utilisant une démarche qui comprend quatre phases de résolution :

- **la représentation**;
- **la planification**;
- **l'activation**;
- **la réflexion**.

Le tableau qui suit présente sommairement chacune des phases de la démarche de résolution et quelques exemples de stratégies que l'adulte peut employer pour traiter les situations. Ces phases ne se présentent pas nécessairement de façon successive. De nombreux allers-retours entre les quatre phases peuvent être nécessaires lors de la résolution d'une situation-problème.

<table>
<tr><th colspan="2">DÉMARCHE ET STRATÉGIES</th></tr>
<tr><th colspan="2">LA REPRÉSENTATION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- L’adulte prend contact avec la situation-problème afin de bien cerner le contexte, le problème et la tâche à effectuer.
- Il construit sa représentation de la situation en utilisant des stratégies d’observation et de représentation, essentielles au raisonnement inductif.
- L’appropriation du contexte et du problème amène l’adulte à déployer des raisonnements déductifs lui permettant d’énoncer une conjecture.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• écrire littéralement les éléments de la situation qui semblent pertinents, facilitant ainsi l’analyse et la prise de décisions concernant des données probabilistes;
• estimer, en illustrant par des exemples de nombres, le type de relation qui unit la chance de gagner et la probabilité de gagner ou la distinction entre la probabilité conditionnelle et la probabilité théorique ou fréquentielle.</td></tr>
<tr><th colspan="2">LA PLANIFICATION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- Pour planifier sa solution, l’adulte cherche des pistes et privilégie celles qui semblent les plus efficaces et économiques.
- Sa construction du sens des nombres est conditionnée par la construction du savoir mathématique ou probabilité conditionnelle.
- Il est appelé, dans ce cours, à prendre une décision dans un contexte de choix social.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• recourir, par recherche systématique, à la procédure de vote la plus appropriée à la situation-problème;
• rechercher une méthode adéquate de dénombrement dans le cas d’une étude, à l’aide de probabilités subjectives ou dans le cas d’une expérience aléatoire où les événements ne sont pas mutuellement exclusifs;</td></tr>
<tr><th colspan="2">L’ACTIVATION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- Placé au cœur du traitement d’une situation-problème, l’adulte peut recourir à son raisonnement pour mettre en évidence le savoir mathématique lié aux événements mutuellement exclusifs
- L’adulte peut recourir à la forme algébrique de l’équation et au concept de remise ou non de la mise, dans le cas d’un jeu de hasard, à l’occasion d’un calcul d’espérance mathématique.
- L’adulte est amené à déduire certains liens en mobilisant ses connaissances sur les propriétés des probabilités fréquentielles durant le traitement d’une situation.
- Il respecte le sens des symboles, des termes et des notations afin d’éviter toute confusion.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• compiler les résultats d’un sondage d’opinion dans un tableau en tenant compte, par exemple, des groupes d’âge, des années de scolarité;
• comparer, à partir des données recueillies, différentes procédures de vote comme le vote par élimination ou par assentiment ou la répartition proportionnelle;
• utiliser la technologie (tableur, calculatrice graphique, etc.) pour analyser le rôle des probabilités conditionnelles dans une expérience aléatoire mettant à profit le calcul des probabilités.</td></tr>
<tr><th colspan="2">LA RÉFLEXION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- L’adulte adopte une attitude réflexive tout au long du traitement de la situation et se questionne régulièrement sur ses étapes de travail, et sur les choix qu’il fait, avec l’intention de valider sa solution.
- Il se pourrait qu’il doive revenir sur la procédure de vote et la méthode d’analyse des résultats s’il constate que les conclusions tirées d’une étude sont en parfaite contradiction avec l’opinion publique.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• vérifier la cohérence de sa solution : en s’assurant, par exemple, que la somme des probabilités d’un événement et de son complémentaire égale toujours 1; que les valeurs possibles d’un événement sont toujours physiquement possibles; en relevant que les combinaisons possibles d’opérations mathématiques en vue de comprendre les résultats d’expériences aléatoires.</td></tr>
</table>

COMPÉTENCES TRANSVERSALES

Les compétences transversales ne se construisent pas dans l'abstrait : elles prennent racine dans des situations-problèmes et participent, à divers degrés, au développement des compétences disciplinaires, et inversement.

Plusieurs compétences transversales peuvent être mobilisées à divers degrés dans le traitement de situations de la famille *Traitement de données.* Le programme d'études en propose deux qui apparaissent les plus appropriées pour ce cours : *Exploiter les technologies de l'information et de la communication* et *Exploiter l'information*.

Compétence d'ordre méthodologique

Les calculs de probabilités exigent souvent le recours à de très grands nombres, en particulier lorsqu'il s'agit de calculer les combinaisons possibles de numéros de loterie comprenant plus d'une quarantaine de chiffres. L'occasion est toute désignée pour avoir recours aux outils informatiques, très efficaces pour exécuter des calculs laborieux et répétitifs lorsqu'on sait s'en servir. L'adulte pourrait donc être amené à utiliser un logiciel de type tableur pour appuyer ses étapes de travail. Il pourrait ainsi se rendre compte de l'efficacité des technologies mises à sa disposition et développer sa compétence à *Exploiter les technologies de l'information et de la communication.*

Compétence d'ordre intellectuel

Il peut être difficile de trouver des informations claires sur les systèmes politiques de pays étrangers, de les compiler, de les synthétiser et de les mettre en relation. De plus, la quantité phénoménale d'informations et de résultats de recherches disponibles dans Internet peuvent faire fléchir les plus courageux. L'adulte apprend à affiner ses questions, à choisir adéquatement des mots clés et à poser de bonnes questions. Apprendre à *Exploiter l'information* de façon pertinente pourrait lui éviter des heures de recherches infructueuses.

CONTENU DISCIPLINAIRE

Afin de traiter efficacement les situations-problèmes, il s'approprie les savoirs suivants.

Savoirs prescrits

Afin de traiter efficacement les situations d'apprentissage proposées, l'adulte devra développer deux procédés intégrateurs énoncés comme suit :

- **l'interprétation de données issues d'une expérience aléatoire;**
- **la prise de décisions concernant des contextes impliquant un choix social.**

Ces procédés, mis en valeur dans les situations d'apprentissage du présent cours, favorisent l'intégration des savoirs mathématiques et des compétences disciplinaires. Les situations d'apprentissage traitées doivent toucher à l'un ou l'autre de ces procédés intégrateurs. Toutefois, l'ensemble des situations choisies doit être assez vaste pour couvrir les deux procédés.

Savoirs mathématiques	Limites et précisions
Probabilité	
• Distinction entre probabilité théorique, fréquentielle et subjective	On utilise la probabilité subjective lorsqu'il est impossible de calculer la probabilité théorique ou fréquentielle. On fait alors appel au jugement, à la perception ou à l'expérience. Par exemple, la météo s'appuie sur des évaluations subjectives de probabilités.
• Distinction entre probabilité et chance • Approximation et prédiction de résultats • Calcul et interprétation de l'espérance mathématique	La notation factorielle est facultative dans la séquence *Société, culture et technique*.
• Calcul et interprétation d'une probabilité conditionnelle	
• Distinction entre des événements mutuellement exclusifs ou non	
• Distinction entre des événements dépendants ou indépendants	
• Représentation d'événements aléatoires	La représentation d'événements se fait à l'aide : • de tableaux • d'arbres • de diagrammes de Venn L'introduction de la notation factorielle est facultative.
• Dénombrement et énumération de possibilités	*La recherche et l'utilisation des formules de dénombrement ne sont pas au programme.*

Savoirs mathématiques	Limites et précisions
Modèle de répartition équitable • Moyenne pondérée • Comparaison et interprétation de différentes méthodes de vote	L’adulte compare et analyse : • le scrutin à la majorité • le scrutin à la pluralité • la méthode de Borda • le critère de Condorcet • le vote par assentiment • le vote par élimination • la répartition proportionnelle *Dans le cas de l’agrégation (mise en commun) des préférences, les situations se limitent à quatre « candidats », tout au plus.*

Repères culturels

C’est au XVII^e^ siècle que se situe l’origine du calcul des probabilités. En effet, Blaise Pascal et Pierre Fermat calculèrent, en 1654, la quantité de cas favorables parmi tous les cas possibles au jeu du lancer de dés. Plus tard, le calcul des probabilités a été utilisé pour évaluer l’espérance de vie de l’humain (Christian et Louis Huygens, 1669) et estimer le prix d’achat d’une rente (Jan De Witt, 1671). En 1696, l’astronome anglais Edmond Halley a établi une table de mortalité et amorcé des travaux qui menèrent à l’actuariat moderne.

Mais c’est en 1714 que le Suisse Jacques Bernoulli a établi le lien entre probabilité et statistiques avec la publication de *Ars conjectandi* dans laquelle il présente la *loi des grands nombres*. Il s’agit de déterminer la probabilité qu’un résultat à une épreuve soit « pratiquement égal » à la fréquence d’apparition de ce résultat quand cette même épreuve est répétée un grand nombre de fois.

L’enrichissement de la théorie des probabilités et son application plus rigoureuse ont entraîné la diversification de son utilisation. Dès la fin du XVIII^e^ siècle, Condorcet avait établi que le calcul des probabilités pouvait s’appliquer à l’étude des phénomènes économiques et sociaux. Vers la fin du siècle suivant, les probabilités étaient associées aux progrès de la médecine et de la biologie et aux études sur l’hérédité. Au XX^e^ siècle, la mécanique quantique en a fait une vaste utilisation.

Aujourd’hui, les probabilités sont largement répandues et sont reconnues comme agents de développement des activités dans de nombreux domaines : le recoupement des symptômes selon leur importance pour établir le diagnostic d’une maladie; le développement de nouveaux vaccins et la mesure de leur efficacité; la gestion du risque en matière d’investissement; le cryptage permettant de protéger les droits d’auteurs en empêchant la copie de disques HD-DVD; l’utilisation de mots de passe en sécurité informatique; la gestion de l’affluence et des listes d’attente pour fidéliser la clientèle; la gestion de la qualité pour diminuer les pertes et rentabiliser les usines; l’élaboration d’une politique d’embauche selon les prévisions de départs à la retraite, etc. Des exemples donnés dans le cadre du cours permettront l’adulte de prendre conscience de la place des probabilités dans la vie de tous les jours.

Et lors d’un projet, il pourrait choisir un secteur d’activité qui l’intéresse particulièrement et faire une étude sur la mise à contribution des probabilités dans ce secteur. La manière de vérifier la qualité d’un produit dans une chaîne de montage pourrait être retenue dans ce cas. Son analyse pourrait lui permettre de mieux comprendre l’utilité des probabilités dans le monde du travail.

FAMILLE DE SITUATIONS D’APPRENTISSAGE

La famille *Traitement de données* visée par ce cours regroupe les situations qui comportent un problème pouvant être en partie traité par la collecte ou le traitement de données. *Le cours Modèle de répartition de votes et expérience aléatoire* fournit l’occasion à l’adulte de poser des actions en vue de le rendre apte à effectuer ou à comparer des collectes de données.

En traitant les situations-problème, l’adulte est amené, entre autres, à recourir à son raisonnement pour mettre en évidence le savoir mathématique lié aux événements mutuellement exclusifs, à relever les combinaisons possibles d’opérations mathématiques en vue de comprendre les résultats d’expériences aléatoires ou encore, à revoir sa méthode de dénombrement afin de corriger sa solution si la recherche de probabilité conditionnelle l’amène à constater, par exemple, que le résultat obtenu est supérieur à 1.

DOMAINES GÉNÉRAUX DE FORMATION

Les domaines généraux de formation couvrent les grands enjeux contemporains. Idéalement, le choix des situations à traiter doit être fait dans le respect des intentions éducatives des différents domaines généraux de formation puisque ces domaines représentent des toiles de fond sur lesquelles se greffent les situations-problèmes servant ainsi à donner du sens aux apprentissages de l'adulte. Deux de ces domaines sont particulièrement appropriés à ce cours : Vivre-ensemble et citoyenneté et Orientation et entrepreneuriat.

Vivre-ensemble et citoyenneté

L'adulte qui suit le cours pourrait organiser une élection ou un référendum dans son centre. La prise de conscience des différents modes de scrutin, de leur aspect démocratique et de leurs limites s'inscrit dans l'intention éducative du DGF *Vivre-ensemble et citoyenneté*, tout en permettant à l'adulte d'appliquer les concepts sur les probabilités. Il pourrait, par exemple, comparer le mode de suffrage de trois pays dont le système électoral est différent afin de choisir celui qui lui convient. Une analyse des changements entraînés par la modification du système en cause pourrait aussi être effectuée. Le fait de mieux comprendre les rouages de la machine électorale incite l'adulte à valoriser les institutions démocratiques et même à s'engager résolument dans cette direction, le cas échéant.

Orientation et entrepreneuriat

L'adulte qui souhaite enrichir ses connaissances en matière de démocratie et de système de votation à petite échelle pourrait effectuer un sondage d'opinion en tenant compte des contraintes d'un échantillon restreint. Afin de se familiariser avec des disciplines comme la sociologie, l'ethnologie, la psychologie, l'anthropologie, etc., il pourrait éprouver différents types de scrutins uninominaux par rapport à des systèmes plurinominaux. Une telle activité implique l'élargissement de ses champs d'intérêt en vue de faire un choix de carrière. Il apprend de plus à mener à terme des projets orientés vers la réalisation de soi et l'insertion dans la société, ce qui rejoint l'intention éducative du DGF *Orientation et entrepreneuriat*.

Exemple de situation d'apprentissage

Toutes les situations d'apprentissage ou situations-problèmes, peu importe le domaine général de formation retenu, placent l'adulte au cœur de l'action. Elles favorisent le développement des compétences disciplinaires et transversales visées, l'acquisition de notions et de concepts mathématiques de même que la mobilisation de ressources diverses utiles à la réalisation de la tâche.

Le tableau qui suit présente les éléments nécessaires à l'élaboration de toute situation d'apprentissage ou situation-problème. On y précise ceux retenus dans l'énoncé de situation-problème décrit à la page suivante.

ÉLÉMENTS NÉCESSAIRES À L'ÉLABORATION D'UNE SITUATION D'APPRENTISSAGE, D'UNE SITUATION-PROBLÈME	
Domaine général de formation (ciblé) – Permet de contextualiser les apprentissages, de leur donner du sens.	• Vivre-ensemble et citoyenneté
Compétences disciplinaires (prescrites) – Se développent dans l'action. Nécessitent la participation active de l'adulte.	• Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes • Déployer un raisonnement mathématique • Communiquer à l'aide du langage mathématique
Famille de situations d'apprentissage (prescrite) – Regroupe des situations appropriées au cours à partir de problématiques tirées de la réalité. – Permet, entre autres, l'acquisition de connaissances mathématiques.	• Traitement de données
Compétences transversales (ciblées) – Se développent en contexte en même temps que les compétences disciplinaires.	• Exploiter l'information
Savoirs essentiels (prescrits) – Sont des connaissances, des concepts, des notions mathématiques à acquérir.	• Voir liste

Cette rubrique propose, en fait, un exemple d'énoncé de situation-problème accompagné d'exemples d'actions associées au traitement mathématique. Il est constitué d'un contexte qui sert de fil conducteur, mais les activités d'apprentissage incluses n'y sont pas détaillées de façon formelle. L'accent est plutôt mis sur un exemple de traitement mathématique pertinent, qui respecte les quatre phases de la résolution : la représentation, la planification, l'activation et la réflexion. Toutefois, même si ce n'est pas explicite, on peut discerner les éléments qui composent cet énoncé, éléments identifiés dans le précédent tableau, soit : le domaine général de formation, les compétences disciplinaires, la famille de situations, les compétences transversales et les savoirs essentiels. Pour favoriser l'apprentissage, ces différents éléments doivent former un tout cohérent et signifiant pour l'adulte.

L'enseignante ou enseignant peut se servir de chacun des éléments comme autant d'objets de formation. Ces objets peuvent être des actions associées à chacune des phases de résolution, des actions relatives aux compétences disciplinaires ou transversales ou encore aux savoirs prescrits. L'enseignante ou enseignant a la possibilité d'utiliser l'exemple de traitement mathématique fourni pour construire d'autres tâches complexes ou d'autres activités d'apprentissage liées aux connaissances mathématiques que l'adulte doit acquérir.

<table>
<tr><th>Énoncé de situation-problème</th><th colspan="2">Exemples d'actions associées au traitement mathématique
d'une situation-problème appartenant à la famille
Traitement de données</th></tr>
<tr><td rowspan="3">En vue de déterminer le meilleur endroit pour construire un nouvel hôpital, le ministère de la Santé et des Services sociaux sollicite l'avis de municipalités limitrophes. Chacune d'elles possède un nombre différent de citoyens et chacune souhaite que l'hôpital soit le plus proche possible de sa ville.</td><td colspan="2">Procédé intégrateur : Prise de décisions concernant des contextes de choix social

Au cours de l'une ou l'autre des phases de résolution, l'adulte pourrait accomplir les actions suivantes :</td></tr>
<tr><td>Représentation</td><td>• Dresser un inventaire des informations disponibles;
• Déterminer s'il existe des contraintes à respecter;
• Sélectionner, parmi les informations fournies, les éléments qui sont pertinents (les municipalités visées, le pourcentage de votants dans chaque ville, etc.) et ceux qui ne le sont pas (par exemple le sexe des votants ou leur profession).</td></tr>
<tr><td>Planification</td><td>• Chercher des pistes de solution, par exemple les procédures de vote existantes;
• Comparer ces procédures pour dégager la solution la plus appropriée, et formuler un plan d'action en ce sens.</td></tr>
</table>

Énoncé de situation-problème	Exemples d'actions associées au traitement mathématique d'une situation-problème appartenant à la famille *Traitement de données*	
On demande à l'adulte de faire un choix équitable et de proposer une ville hôte à partir des données qui lui sont fournies. L'adulte devra justifier clairement son choix.	Activation	• Recourir à une situation analogue étudiée antérieurement; • Analyser et comparer les différentes règles de répartition : scrutin à la majorité, scrutin à la pluralité, etc. • Déterminer la ville choisie (résultat) à partir de la procédure de vote privilégiée.
	Réflexion	• Se demander dans quel cas les résultats obtenus seraient les mêmes, quelle que soit la procédure retenue.

ATTENTES DE FIN DE COURS

Pour résoudre des situations-problèmes de la famille *Traitement de données*, l'adulte interprète des données issues d'une expérience aléatoire et prend des décisions concernant des contextes de choix sociaux. Pour ce faire, il met en œuvre les trois compétences disciplinaires du programme, soit : *Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes*, *Déployer un raisonnement mathématique* et *Communiquer à l'aide du langage mathématique*.

Lorsque l'adulte interprète des données issues d'une expérience aléatoire, il organise l'information en vue d'en faire une analyse rigoureuse. Il utilise des modes de représentations adéquats qui illustrent clairement les contraintes liées au contexte de la situation-problème. Le langage ensembliste est utilisé en vue de simplifier ses solutions. Il a recours à différentes stratégies afin d'illustrer les mécanismes de son raisonnement. Il planifie et choisit la démarche la plus appropriée en tenant compte de l'intention de communication. Il met à profit l'étude de certains paradoxes (paradoxe des deux enfants, paradoxe de Bertrand, paradoxe des prisonniers, etc.) pour expliquer les limites de l'utilisation du savoir mathématique : probabilité conditionnelle. Il valide ses raisonnements auprès de sources compétentes afin de rétroagir sur sa démarche de se critiquer et de peaufiner ses actions qu'il cherche à rendre fluides et élégantes.

Lorsqu'il choisit un système électoral en vue de prendre une décision dans un contexte de choix social, il distingue le scrutin uninominal (un seul nom) du scrutin plurinominal (une liste de noms), ainsi que le scrutin majoritaire du scrutin proportionnel. Il utilise la méthode de Borda et fait intervenir le critère de Condorcet, au besoin, dans des situations de vote pondéré. Il justifie son raisonnement en s'appuyant sur des définitions convenues d'avance lorsqu'il s'agit de procédure de vote par assentiment ou lorsqu'il utilise la répartition proportionnelle pour servir l'équité et l'égalité.

Tout au long de sa résolution de situations-problèmes, l'adulte utilise ses connaissances en lien avec les savoirs mathématiques : probabilité et modèle de répartition équitable. L'emploi des symboles, des termes et des notations liés à ces savoirs est exact et les lois, théorèmes, corolaires ou lemmes déduits ou induits par l'adulte sont toujours validés auprès de différentes sources afin de bonifier sa bibliothèque mathématique personnelle. De plus, il n'hésite pas à demander de l'aide lorsqu'une difficulté se présente.

CRITÈRES D'ÉVALUATION DES COMPÉTENCES VISÉES PAR LE COURS

Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes

- *Manifestation, oralement ou par écrit, d'une compréhension adéquate de la situation-problème*
- *Mobilisation de stratégies et de savoirs mathématiques appropriés à la situation-problème*
- *Élaboration d'une solution* appropriée à la situation-problème*
- *Validation appropriée des étapes** de la solution élaborée*

* La solution comprend une démarche, des stratégies et un résultat.
** Le modèle mathématique, les opérations, les propriétés ou relations.

Déployer un raisonnement mathématique

- *Formulation d'une conjecture appropriée à la situation*
- *Utilisation correcte des concepts et des processus mathématiques appropriés*
- *Mise en œuvre convenable d'un raisonnement mathématique adapté à la situation*
- *Structuration adéquate des étapes d'une démarche pertinente*
- *Justification congruente des étapes d'une démarche* pertinente

Communiquer à l'aide du langage mathématique

- *Interprétation juste d'un message à caractère mathématique*
- *Production d'un message conforme à la terminologie, aux règles et aux conventions propres à la mathématique et en fonction du contexte*

6.3 Séquence Technico-sciences

La séquence *Technico-sciences* permet à l'adulte d'explorer la mathématique en recourant à des habiletés manuelles et intellectuelles associées notamment aux instruments du monde des techniques. L'adulte tisse ainsi des liens entre la discipline elle-même et les différentes sphères d'activité du marché du travail. Il importe par ailleurs de créer des situations d'apprentissage qui l'amènent à découvrir les différents rôles de la mathématique, rôles qui contribuent au développement des aptitudes sollicitées pour la poursuite des études supérieures dans des techniques en relation avec la biologie, la physique, la chimie, les sciences administratives, l'agroalimentaire et les communications graphiques. La séquence *Technico-sciences* ouvre aussi les portes de la formation professionnelle et technique. Le contexte associé aux différents cours de cette séquence s'inscrit dans une mathématique qualifiée d'appliquée.

L'adulte optimise le développement de ses compétences de diverses façons : il compare ses solutions avec celles de ses pairs ou de son enseignante ou enseignant; il considère plusieurs points de vue, exerce son jugement critique relativement à la validation d'une solution ou d'une conjecture et cherche les causes d'un problème ainsi que les erreurs ou les anomalies qui se sont glissées dans des solutions, des algorithmes ou des plans d'assemblage (architecture, aménagement paysager, etc.). Il émet des recommandations en vue de corriger ou de rendre plus efficientes les actions entreprises. La conduite d'études de cas est particulièrement intéressante dans cette séquence. En effet, l'adulte aborde un problème et en analyse certains facteurs. Il peut comparer des cas classés sous un même thème, ce qui le conduit à considérer différents aspects critiques et à prendre une décision éclairée. Les études de cas donnent l'occasion d'observer, de manipuler ou de formuler des conjectures et de les vérifier.

Les problèmes soulevés par les études de cas sont issus, entre autres, de la gestion d'entreprises du domaine des sciences ou des technologies. Les études se rattachent à la recherche opérationnelle, à la production de soumissions ou à un processus de généralisation à partir de l'observation de cas particuliers et les contextes offerts à l'adulte sont variés.

En outre, l'un des buts de cette séquence est de sensibiliser l'adulte à différentes considérations économiques. Placé dans des situations de cette nature, autant en entreprise que dans sa vie personnelle, il apprend à donner un sens à la gestion financière et se familiarise avec des notions de base en administration.

Les actions liées à la modélisation, à la régulation, à la validation et à la prise de décisions occupent une place importante dans cette séquence. L'adulte développe son esprit critique en validant un modèle dont il détermine les limites. Il exploite différents types de preuves et aborde, en alternance, le rapport d'expérimentation et la démonstration. Il prend conscience de la rigueur qu'exige l'application des règles et des conventions qui régissent la production de l'un et de l'autre. Il apprend à cerner les étapes principales d'un raisonnement, à considérer différents aspects ou points de vue et à les mettre en évidence dans ses communications.

Plusieurs actions ou réalisations peuvent contribuer à tracer le profil de l'adulte et à caractériser ses apprentissages. Certaines activités peuvent également être articulées, entre autres, autour d'invités spéciaux, de visites dans divers établissements, de visionnement de films et de construction de maquettes.

L'étude d'instruments qui découlent de l'application de concepts mathématiques offre un bon nombre d'occasions de favoriser le développement intellectuel et de faire comprendre l'utilité de la mathématique, son omniprésence dans la vie quotidienne et son impact sur la vie humaine (par exemple : balance à plateau, horloge, pendule, arc, boussole, phares de voiture, tensiomètre). Cette discipline ouvre du même coup une porte intéressante sur les divers métiers et professions.

De plus, les repères culturels suggérés permettent à l'adulte de situer les concepts disciplinaires dans un contexte historique et social, de cerner les besoins qu'ils comblent de même que les problématiques qui ont suscité l'acquisition de certains savoirs. Les repères culturels offrent aussi la possibilité d'apprécier la place de la mathématique dans la vie quotidienne et professionnelle ainsi que l'apport de nombreuses personnes au développement de cette discipline.

L'adulte engagé dans cette séquence est régulièrement invité à réfléchir sur ses étapes de travail, à explorer différents points de vue, à agir dans le respect des contraintes d'une situation ou à les modifier en vue d'un résultat particulier. Il est encouragé à acquérir des attitudes et à développer des aptitudes fortement sollicitées sur le marché du travail, particulièrement dans le domaine des techniques, instrumentées ou non. L'adulte s'outille pour être en mesure de faire face aux changements, de gérer des situations complexes, de faire preuve de créativité, de coopérer de façon constructive pour ainsi assumer son rôle de citoyenne ou de citoyen responsable et réfléchi.

6.3.1 Cours de la 4e secondaire

Cours

MAT-4161-2

Modélisation algébrique et graphique en contexte appliqué 1

Mathématique

PRÉSENTATION DU COURS

Le but du cours *Modélisation algébrique et graphique en contexte appliqué 1* est de rendre l'adulte apte à traiter des situations qui requièrent une représentation à l'aide d'un modèle algébrique ou graphique exprimant un lien de dépendance entre quantités, dans une perspective appliquée.

L'adulte qui suit le cours résout des situations-problèmes qui l'invitent à se questionner sur le choix de la fonction la plus appropriée à la situation. L'étude des tarifs de location ou du temps d'utilisation d'un service à la minute pour un appel interurbain se représente-t-il par une fonction en escalier, du premier degré ou par une fonction définie par parties? L'analyse de situations à l'aide de fonctions périodiques, définies par parties ou en escalier, est abordée en relation avec des situations concrètes. Par ailleurs, bien que la fonction racine carrée et la fonction logarithmique soient représentées graphiquement, les concepts qui leur sont associés sont principalement abordés à titre d'opérations réciproques dans la résolution d'équations et d'inéquations du second degré ou d'exponentielles reliées aux situations exploitées. Les opérations sur les fonctions peuvent être abordées à titre intuitif, au besoin. Certaines problématiques nécessitent la production, l'analyse ou la comparaison des parties d'une soumission qui requiert un traitement mathématique. Elles peuvent faire appel au jugement critique dans l'analyse de plans, d'algorithmes ou de suggestions de solutions afin d'en apprécier l'efficience et, le cas échéant, de relever des erreurs ou des anomalies, d'y apporter des correctifs, de proposer des améliorations ou d'émettre des recommandations. Enfin, lorsque nécessaire, d'autres situations mettent à profit l'utilisation d'instruments appropriés pour élaborer une solution en tenant compte du niveau de précision qu'ils permettent d'obtenir en matière de validation de la solution. Certaines situations-problèmes suscitent diverses opérations mentales issues de la comparaison, de l'exploration, de l'expérimentation ou de la simulation. Ces opérations conduisent à établir des conjectures, à procéder à une interprétation ou à une conclusion ou encore à établir des preuves. Plusieurs contextes sollicitent une maîtrise des concepts et des processus permettant de déployer un raisonnement afin de comparer et de commenter des solutions, de repérer des erreurs et des anomalies et de proposer des modifications selon les objectifs poursuivis. Les situations proposées favorisent la formulation d'explications ou de justifications structurées de manière à mettre en évidence le cheminement vers les conclusions présentées. Du point de vue de la communication à l'aide du langage mathématique, certaines situations-problèmes proposent à l'adulte de dégager et d'analyser la structure du raisonnement déployé dans une démarche faite par une autre personne. Les situations-problèmes auxquelles on fait appel dans ce cours amènent l'adulte à transmettre, oralement ou par écrit, une information, une description, une explication ou une argumentation. Elles commandent donc la rédaction d'une activité, d'un plan de communication ou d'un compte rendu de la démarche associée à une expérimentation (rapport d'expérimentation ou de laboratoire, journal de bord, etc.).

Au terme de ce cours, l'adulte sera en mesure de représenter des situations concrètes à l'aide de l'algèbre. Sa production, juste et claire, sera réalisée dans le respect de règles et de conventions mathématiques. La représentation algébrique ou graphique d'une situation à l'aide de fonctions réelles ou de leur réciproque lui permettra de déduire des résultats par interpolation ou extrapolation. De plus, il utilisera différents registres de représentation afin de généraliser les caractéristiques similaires d'un ensemble de situations.

COMPÉTENCES DISCIPLINAIRES

La résolution des situations-problèmes de ce cours implique le recours aux trois compétences disciplinaires, soit

- *Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes*;
- *Déployer un raisonnement mathématique*;
- *Communiquer à l'aide du langage mathématique*.

L'emploi de stratégies efficaces incite l'adulte à déployer un raisonnement mathématique rigoureux et à communiquer avec clarté à l'aide du langage mathématique, en démontrant qu'il en respecte les codes et les conventions propres. C'est donc par l'activation intégrée des trois compétences disciplinaires et avec l'aide d'autres ressources que l'adulte parvient à résoudre des situations-problèmes.

La rubrique *Démarche et stratégies* explique comment faire évoluer une situation-problème vers une solution par la mise à contribution des trois compétences disciplinaires.

DÉMARCHE ET STRATÉGIES

Pour résoudre une situation-problème, l'adulte a besoin de stratégies efficaces qu'il adapte aux situations présentées.

Il traite des situations-problèmes en utilisant une démarche qui comprend quatre phases de résolution :

- **la représentation**;
- **la planification;**
- **l'activation**;
- **la réflexion**.

Le tableau qui suit présente sommairement chacune des phases de la démarche de résolution et quelques exemples de stratégies que l'adulte peut employer pour traiter les situations. Ces phases ne se présentent pas nécessairement de façon successive. De nombreux allers-retours entre les quatre phases peuvent être nécessaires lors de la résolution d'une situation-problème.

<table>
<tr><th colspan="2">DÉMARCHE ET STRATÉGIES</th></tr>
<tr><th colspan="2">LA REPRÉSENTATION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- L’adulte prend contact avec la situation-problème afin de bien cerner le contexte, le problème et la tâche à effectuer.
- Il construit sa représentation de la situation en utilisant des stratégies d’observation et de représentation, essentielles au raisonnement inductif.
- À partir des stratégies de représentation, il vérifie des tendances et des régularités pour examiner si celles-ci persistent pour chaque itération; différents raisonnements déductifs pourraient l’aiguiller vers des généralisations.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• écrire littéralement les éléments de la situation qui semblent pertinents, facilitant ainsi la recherche d’un lien de dépendance afin de déterminer les variables de la situation;
• estimer, en illustrant par des exemples de nombres, le type de relation existant entre les variables de la situation;
• recueillir les informations pertinentes.</td></tr>
<tr><th colspan="2">LA PLANIFICATION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- Pour planifier sa solution, l’adulte cherche des pistes et privilégie celles qui semblent les plus efficaces et économiques.
- Il déploie différents raisonnements en vue de la construction de son plan. Il peut alors se reporter à des situations analogues, résolues antérieurement, pour amorcer son analyse.
- Il pourrait représenter une relation dans un tableau ou sous forme graphique afin de mieux percevoir le lien entre les quantités.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• recourir, par recherche systématique, au modèle fonctionnel le plus approprié à la situation tout en gardant en tête les limites relatives à la précision de ce modèle;
• rechercher une règle algébrique qui tiendrait compte de la meilleure relation entre les contraintes à respecter et les conséquences imposées par la situation-problème.</td></tr>
<tr><th colspan="2">L’ACTIVATION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- Placé au cœur du traitement d’une situation-problème, l’adulte peut recourir à son raisonnement afin d’établir des liens structurés et fonctionnels entre ses connaissances, élargissant ainsi ses réseaux de ressources cognitives de nature mathématique.
- Il utilise l’échelle appropriée pour représenter graphiquement la situation-problème afin que cette représentation garde tout son sens par rapport à la situation.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• procéder par essais et erreurs pour déterminer certaines propriétés des fonctions;
• diviser la situation-problème en sous-problèmes pour construire sa solution;
• déduire les intervalles de positivité de la fonction en procédant par progression.</td></tr>
<tr><th colspan="2">LA RÉFLEXION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- L’adulte adopte une attitude réflexive tout au long du traitement de la situation et se questionne régulièrement sur ses étapes de travail, et sur les choix qu’il fait, avec l’intention de valider sa solution.
- Il s’assure que les variables dépendante et indépendante sont bien définies, que les axes sont bien gradués, que toutes les unités de mesure sont inscrites et que les données sont bien retranscrites.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• vérifier la cohérence de sa solution : en s’assurant, par exemple, que les valeurs trouvées respectent l’image de la fonction; en comparant le nombre de solutions possibles d’un système d’équations avec le nombre de solutions trouvées; en validant une interpolation ou une extrapolation graphique par la substitution des valeurs des variables dans l’expression algébrique.</td></tr>
</table>

COMPÉTENCES TRANSVERSALES

Les compétences transversales ne se construisent pas dans l'abstrait : elles prennent racine dans des situations-problèmes et participent, à divers degrés, au développement des compétences disciplinaires, et inversement.

Plusieurs compétences transversales peuvent contribuer au traitement de situations de la famille *Relations entre quantités*. Le programme d'études en propose deux qui apparaissent les plus appropriées pour ce cours : *Exploiter les technologies de l'information et de la communication* et *Se donner des méthodes de travail efficaces*.

Compétences d'ordre méthodologique

La représentation d'une situation par un modèle graphique peut être faite au moyen d'un logiciel de calcul comme le tableur. Cet outil peut grandement faciliter la conception et l'exécution des tâches, laissant ainsi plus de place à l'analyse et à l'interprétation des modifications de certains paramètres des fonctions. Le développement de compétences à *Exploiter les technologies de l'information et de la communication* pourrait aider l'adulte à utiliser cet outil pour la manipulation des paramètres.

Compétence d'ordre méthodologique

En abordant l'étude des fonctions et la généralisation par un modèle fonctionnel, en particulier lorsque ce modèle est construit à partir des données issues d'une expérimentation, l'adulte fait preuve de rigueur, tant pour la planification de la tâche que pour la prise de mesures. Le développement de la compétence à *Se donner des méthodes de travail efficaces* est particulièrement important pour l'adulte qui s'oriente vers des études techniques ou scientifiques.

CONTENU DISCIPLINAIRE

Dans ce cours, l'adulte réactive et approfondit l'ensemble des savoirs arithmétiques et algébriques acquis précédemment. Afin de traiter efficacement les situations-problèmes, il complète sa formation en s'appropriant les savoirs propres à ce cours.

Savoirs prescrits

En vue de traiter efficacement les situations d'apprentissage proposées, l'adulte développe trois procédés intégrateurs énoncés comme suit :

- **la représentation d'une situation par un modèle algébrique ou graphique;**
- **l'interpolation ou l'extrapolation à partir d'un modèle algébrique ou graphique;**
- **la généralisation d'un ensemble de situations à l'aide d'un modèle algébrique ou graphique.**

Ces procédés, mis en valeur dans les situations d'apprentissage du présent cours, favorisent l'intégration des savoirs mathématiques et des compétences disciplinaires. Les situations d'apprentissage traitées doivent toucher à l'un ou l'autre de ces procédés intégrateurs. Toutefois, l'ensemble des situations choisies doit être assez vaste pour couvrir les trois procédés.

Savoirs mathématiques	Limites et précisions
Manipulation d'expressions numériques et algébriques	
• Opérations sur les expressions numériques et algébriques	Les opérations sur les expressions algébriques se limitent : • à la multiplication • à la division de polynômes par un binôme (avec ou sans reste) • à la réduction d'expressions rationnelles (fractions rationnelles) *Dans cette séquence, la recherche d'un dénominateur commun dans l'addition de deux expressions rationnelles se limite au cas où le dénominateur de l'une est le multiple de l'autre.* Les nombres peuvent être exprimés à l'aide : • d'exposants rationnels • de radicaux (racine n^e) • de puissances de bases 2 et 10 (changement de base)

Savoirs mathématiques	Limites et précisions
Expressions numériques et algébriques (*Suite*)	
• Construction et interprétation de tables de valeurs de nombres rationnels positifs écrits en base 2 et en base 10	L'adulte qui doit déterminer la valeur approximative d'un exposant (logarithme) utilise un graphique, une table de valeurs (base 2 ou 10) ou la technologie. Il manipule les expressions et les transpose dans une même base (base 10, pour la calculatrice) de manière à rendre les exposants comparables. Il s'aide, au besoin, de quelques équivalences comme : • $a^b = c \Leftrightarrow \log_a c = b$ • $\log_a c = \frac{\log c}{\log a}$
• Développement et factorisation	Les factorisations à l'étude dans ce cours sont la mise en évidence double et l'utilisation d'identités algébriques du second degré (trinôme carré parfait et différence de deux carrés).
• Résolution d'équations et d'inéquations à une variable : second degré, racine carrée, exponentielle, logarithmique (y compris les propriétés des radicaux, des exposants et des logarithmes)	

Savoirs mathématiques	Limites et précisions
Fonction et réciproque • Expérimentation, observation, interprétation, description et représentation de fonctions réelles	Les fonctions réelles à l'étude sont : • la fonction polynomiale du second degré $f(x) = ax^2$ ou $f(x) = (bx)^2$ ou $f(x) = a(bx)^2$ • la fonction exponentielle $f(x) = ac^{bx}$ où $a \neq 0$ et $c > 0$ • la fonction racine carrée $f(x) = a\sqrt{bx}$ *Cette fonction est introduite en relation avec la fonction du second degré, à titre de réciproque.* • la fonction périodique • la fonction logarithmique $f(x) = a\log_c bx$ où $c > 0$ *Cette fonction est introduite en relation avec la fonction exponentielle, à titre de réciproque*. • la fonction partie entière $f(x) = a[bx]$ • la fonction définie par parties • la fonction en escalier La représentation de la fonction peut se faire à l'aide : • d'une table de valeurs • d'une règle algébrique • d'un graphique avec ou sans soutien technologique
• Résolution et représentation graphique d'inéquations du premier degré à deux variables	
• Description et interprétation des propriétés des fonctions réelles	Les propriétés des fonctions réelles à l'étude dans ce cours sont : • le domaine et le codomaine (l'image) • la croissance et la décroissance • les extremums • le signe • les coordonnées à l'origine

<table>
<tr><th>Savoirs mathématiques</th><th>Limites et précisions</th></tr>
<tr><td>Fonction et réciproque (Suite)
Interprétation du paramètre multiplicatif</td><td></td></tr>
<tr><td>Système
Représentation d’une situation à l’aide de droites ou de demi-plans</td><td>L’étude des propriétés des droites fait référence à celles :
des droites parallèles
des droites sécantes
des droites confondues
des droites perpendiculaires
L’équation de la droite peut être :
sous la forme générale Ax + By + C = 0
sous la forme canonique f(x) = ax + b
L’équation de la droite sous la forme symétrique
$\left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \right)$
est facultative pour la séquence Technico-sciences.</td></tr>
<tr><td>Résolution de systèmes d’équations du premier degré à deux variables</td><td>La résolution de systèmes d’équations peut se faire :
à l’aide d’une table de valeurs
algébriquement (méthode de son choix)
graphiquement, et ce, avec ou sans soutien de la technologie</td></tr>
</table>

Repères culturels

La modélisation est une manière d’appréhender le réel, d’établir un lien de dépendance entre deux quantités. C’est ce lien qui a mené au développement des concepts de relation et de fonction. L’histoire des mathématiques révèle que Diophante d’Alexandrie a défini le concept d’inconnue en tant que nombre, il y a plus de dix-huit siècles. Diophante allait même jusqu’à travailler avec dix inconnues. Les concepts mathématiques ont suscité de nombreux litiges avant d’être acceptés; ils sont issus de joutes intellectuelles disputées à toutes les époques, par les philosophes ou les savants. Lorsque, finalement, un concept est attribué à un mathématicien en particulier, tout porte à croire que plusieurs avant lui avaient travaillé sur le sujet. De nombreux mathématiciens ont donc contribué à l'évolution de l'algèbre, comme Oresme qui aurait établi l'équation de la droite trois siècles avant que Descartes n'invente la géométrie analytique.

La conception de plusieurs instruments actuels fait appel au raisonnement mathématique et à la modélisation algébrique, et leur utilisation nécessite le recours à des représentations graphiques. Des instruments indispensables de nos jours, comme le sphygmomanomètre qui mesure la tension artérielle, le radar ou encore le multimètre, ont bénéficié de l'évolution de cette branche de la mathématique. Dans les professions ou les techniques instrumentées du domaine des sciences, la modélisation algébrique et graphique est donc de la toute première importance. Des exemples donnés dans le cadre du cours permettront à l'adulte d'en prendre conscience.

C'est grâce à la géométrie analytique que la traduction de bien des phénomènes physiques a été rendue possible. Lors d'un projet, l'adulte pourrait se servir de cette approche mathématique pour étudier, selon ses champs d'intérêt, le comportement d'une balle de golf, l'orbite des planètes de notre système solaire ou encore le fonctionnement d'un instrument de mesure. Il pourrait par la suite traduire ces phénomènes physiques en équations et en faire l'analyse afin d'en tirer des informations utiles.

FAMILLE DE SITUATIONS D'APPRENTISSAGE

La famille *Relation entre quantités* regroupe les situations comportant un problème pouvant être traité en partie à partir d'une représentation fondée sur un modèle algébrique ou graphique exprimant une relation entre quantités, dans une perspective appliquée. Le cours *Modélisation algébrique et graphique en contexte appliqué 1* fournit l'occasion à l'adulte de poser des actions qui visent à le rendre apte à exprimer une relation ou un lien de dépendance entre des quantités.

En traitant les situations-problèmes de ce cours, l'adulte est amené, entre autres, à vérifier des tendances et des régularités pour examiner si celles-ci persistent pour chaque itération, à dégager et à généraliser les règles et les conditions qui déterminent le nombre de solutions du système ou encore, à s'assurer que les variables dépendante et indépendante sont bien définies, que les axes sont bien gradués, que toutes les unités de mesure sont inscrites et que les données sont bien retranscrites.

DOMAINES GÉNÉRAUX DE FORMATION

Les domaines généraux de formation couvrent les grands enjeux contemporains. Idéalement, le choix des situations à traiter doit être fait dans le respect des intentions éducatives des différents domaines généraux de formation puisque ces domaines représentent des toiles de fond sur lesquelles se greffent les situations-problèmes servant ainsi à donner du sens aux apprentissages de l'adulte. Deux de ces domaines sont particulièrement appropriés à ce cours : *Santé et bien-être* et *Environnement et consommation*.

Santé et bien-être

Ce cours pourrait aider l'adulte à comprendre le mode de multiplication des bactéries sur une poignée de porte, un téléphone, la souris ou le clavier d'un ordinateur. Il pourrait, comme suite à la collecte expérimentale de données, représenter graphiquement l'augmentation du nombre de bactéries en fonction du temps ou du nombre d'utilisateurs. Il pourrait également inscrire ses résultats dans une table des valeurs et les représenter graphiquement. Ses conclusions pourraient lui fournir une explication sur la transmission de bactéries dans différents milieux, l'inciter à extrapoler pour simuler une épidémie et à prendre conscience de l'importance des saines habitudes de vie, ce qui répond à l'intention pédagogique du DGF *Santé et bien-être*.

Environnement et consommation

L'étude de fonctions peut également être utile à l'adulte pour comprendre les conséquences de sa conduite automobile. Par exemple, il pourrait bénéficier de l'analyse de sa consommation d'essence selon la vitesse de son véhicule et serait en mesure d'évaluer le coût et la dépense énergétique qu'elle engendre. Par ailleurs, il pourrait calculer sa distance de freinage en fonction de sa vitesse. Bref, l'adulte pourrait être incité à respecter une distance critique à l'égard de la consommation et de l'exploitation de l'environnement, ce qui correspond à l'intention éducative du DGF *Environnement et consommation.*

EXEMPLE DE SITUATION D'APPRENTISSAGE

Toutes les situations d'apprentissage ou situations-problèmes, peu importe le domaine général de formation retenu, placent l'adulte au cœur de l'action. Elles favorisent le développement des compétences disciplinaires et transversales visées, l'acquisition de notions et de concepts mathématiques de même que la mobilisation de ressources diverses utiles à la réalisation de la tâche.

Le tableau qui suit présente les éléments nécessaires à l'élaboration de toute situation d'apprentissage ou situation-problème. On y précise ceux retenus dans l'énoncé de situation-problème décrit à la page suivante.

ÉLÉMENTS NÉCESSAIRES À L'ÉLABORATION D'UNE SITUATION D'APPRENTISSAGE, D'UNE SITUATION-PROBLÈME	
Domaine général de formation (ciblé) – Permet de contextualiser les apprentissages, de leur donner du sens.	• Santé et bien-être
Compétences disciplinaires (prescrites) – Se développent dans l'action. Nécessite la participation active de l'adulte.	• Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes • Déployer un raisonnement mathématique • Communiquer à l'aide du langage mathématique
Famille de situation d'apprentissage (prescrite) – Regroupe des situations appropriées au cours à partir de problématiques tirées de la réalité. – Permet, entre autres, l'acquisition de connaissances mathématiques.	• Relation entre quantités
Compétences transversales (ciblées) – Se développent en contexte en même temps que les compétences disciplinaires.	• Exploiter les technologies de l'information et de la communication • Se donner des méthodes de travail efficaces
Savoirs essentiels (prescrits) – Sont des connaissances, des concepts, des notions mathématiques à acquérir.	• Voir liste

Cette rubrique propose, en fait, un exemple d'énoncé de situation-problème accompagné d'exemples d'actions associées au traitement mathématique. Cet énoncé est constitué d'un contexte qui sert de fil conducteur, mais les activités d'apprentissage incluses n'y sont pas détaillées de façon formelle. L'accent est plutôt mis sur un exemple de traitement mathématique pertinent, qui respecte les quatre phases de la résolution : la représentation, la planification, l'activation et la réflexion. Toutefois, même si ce n'est pas explicite, on peut discerner les éléments qui composent cet énoncé, éléments identifiés dans le précédent tableau, soit : le domaine général de formation, les compétences disciplinaires, la famille de situation, les compétences transversales et les savoirs essentiels. Pour favoriser l'apprentissage, ces différents éléments doivent former un tout cohérent et signifiant pour l'adulte.

L'enseignante ou enseignant peut se servir de chacun des éléments comme autant de objets de formation. Ces objets peuvent être des actions associées à chacune des phases de résolution, des actions relatives aux compétences disciplinaires ou transversales ou encore aux savoirs prescrits. L'enseignante ou enseignant a la possibilité d'utiliser l'exemple de traitement mathématique fourni pour construire d'autres tâches complexes ou d'autres activités d'apprentissage liées aux connaissances mathématiques que l'adulte doit acquérir.

Énoncé de situation-problème	**Exemples d'actions associées au traitement mathématique d'une situation-problème appartenant à la famille** ***Relation entre quantités***
En 2006, une étude réalisée au Québec a démontré que la bactérie C. difficile, principale cause de diarrhée d'origine infectieuse chez les patients hospitalisés dans les pays industrialisés, était indirectement responsable de 108 décès sur une période de six mois. Cette infection, la plus répandue dans les hôpitaux et les établissements de soins de longue durée, s'attaque également au personnel hospitalier. Comme c'est le cas pour toutes les maladies infectieuses, le lavage fréquent des mains à l'eau chaude savonneuse pendant au moins vingt secondes est l'un des meilleurs moyens de prévenir l'infection.	**Procédé intégrateur :** *Représentation d'une situation par un modèle algébrique ou graphique* Au cours de l'une ou l'autre des phases de résolution, l'adulte pourrait accomplir les actions suivantes : Représentation • Formuler la situation en ses propres mots; • Avancer une hypothèse sur le type de relation existant entre le nombre de bactéries et le temps écoulé (si le nombre de personnes qui touchent la poignée de porte double, le nombre de bactéries doublera aussi) pour ensuite la valider ou l'invalider. Planification • Se reporter à une situation-problème analogue déjà travaillée en classe (système de vente pyramidale, réaction en chaîne incontrôlée dans la fission nucléaire) pour amorcer son analyse; • Décider, selon les informations fournies, de commencer par la recherche d'un modèle de relation graphique plutôt qu'algébrique; • Déterminer quelles sont les variables indépendante (nombre de

Énoncé de situation-problème	Exemples d'actions associées au traitement mathématique d'une situation-problème appartenant à la famille *Relation entre quantités*	
On demande à l'adulte de se conscientiser et de sensibiliser ses pairs à l'importance de la vigilance en matière de santé et de sécurité au travail. L'adulte devra démontrer l'influence du lavage des mains en présentant la multiplication phénoménale des bactéries pathogènes sur les poignées de porte. Pour sa démonstration, l'adulte se servira de données fournies par son enseignante ou enseignant ou de celles trouvées dans Internet.		bactéries) et dépendante (temps écoulé).
	Activation	• Représenter la situation sur un plan cartésien en utilisant une échelle appropriée; • Relier les données par une courbe; • Associer cette courbe à une relation exponentielle.
	Réflexion	• Confronter sa solution et ses résultats à ceux de l'enseignante, enseignant ou de ses pairs, dans le but de faire ressortir les forces et les faiblesses de son modèle; • Se demander s'il existe un nombre critique au-delà duquel la situation ne suit plus le modèle algébrique; • Vérifier si le modèle de croissance des bactéries est toujours valable dans des conditions différentes, par exemple en cas d'augmentation ou de baisse marquée de la température.

ATTENTES DE FIN DE COURS

Pour résoudre des situations-problèmes de la famille Relations entre quantités, l'adulte se représente une situation, effectue des interpolations ou extrapolations et généralise un ensemble de situations par un modèle algébrique ou graphique. Pour ce faire, il met en œuvre les trois compétences disciplinaires du programme, soit : *Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes*, *Déployer un raisonnement mathématique* et *Communiquer à l'aide du langage mathématique*.

Lorsque l'adulte représente une situation-problème par un modèle algébrique ou graphique à l'aide de fonctions réelles ou de leur réciproque, il sélectionne les informations pertinentes dans le but de déterminer une régularité ou une loi qui tient compte de la meilleure relation entre les contraintes à respecter et les conséquences imposées. Il choisit le modèle algébrique le plus approprié à la situation en donnant, au besoin, des exemples avec des valeurs numériques en vue de prendre une décision quant au type de relation qui existe entre les variables de la situation. De plus, il reconnaît et choisit les symboles, les termes et les notations mathématiques qui servent à une juste représentation. Il produit des messages mathématiques rigoureux qui respectent parfaitement les règles et conventions mathématiques liées aux fonctions à l'étude dans ce cours.

L'adulte détermine des questions préalables à une interpolation ou à une extrapolation à partir d'un modèle algébrique ou graphique. Ces questions lui servent de tremplin pour établir des liens structurés et fonctionnels entre certains savoirs mathématiques, notamment les liens entre les paramètres d'une même fonction ou l'influence, sur une famille de fonctions, de la variation d'un paramètre. Par la suite, il propose des idées probables ou vraisemblables qui lui serviront à déduire des propositions liées à la situation. Il valide ensuite ses conjectures par interpolation ou extrapolation en substituant des valeurs numériques dans la règle algébrique qu'il aura modélisée. Il devra aussi associer la bonne représentation graphique aux suites numériques à l'étude (une progression arithmétique se représente graphiquement à l'aide d'une relation linéaire contrairement à la progression géométrique qui a recours à une relation exponentielle).

La modélisation de plusieurs situations s'effectue à l'aide d'une fonction réelle afin de vérifier la possibilité de généraliser des propriétés liées à ces situations. Pour ce faire, l'adulte détermine les éléments importants et les obstacles à surmonter. Il se réfère à la solution d'une ou de plusieurs situations-problèmes analogues. À l'exception de la vérification par essais et erreurs, il trouve des invariants, ce qui lui permet de généraliser et d'induire des lois, des règles ou des propriétés. Il valide sa solution à l'aide d'exemples ou de contre-exemples afin d'éprouver ses déductions. De plus, la résolution de systèmes d'équations du premier degré à deux variables lui sert d'outil pour généraliser des résultats qui conduisent aux propriétés liées aux différents types de droites, qu'elles soient parallèles, perpendiculaires, confondues ou sécantes.

Tout au long de sa résolution de situations-problèmes, l'adulte utilise ses connaissances en lien avec les savoirs mathématiques : manipulation d'expressions numériques et algébriques, fonction, réciproque et système. L'emploi des symboles, des termes et des notations liés à ces savoirs est exact et les lois, théorèmes, corolaires ou lemmes déduits ou induits par l'adulte sont toujours validés auprès de différentes sources afin de bonifier sa bibliothèque mathématique personnelle. De plus, il n'hésite pas à demander de l'aide lorsqu'une difficulté se présente.

CRITÈRES D'ÉVALUATION DES COMPÉTENCES VISÉES PAR LE COURS

Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes

- *Manifestation, oralement ou par écrit, d'une compréhension adéquate de la situation-problème*
- *Mobilisation de stratégies et de savoirs mathématiques appropriés à la situation-problème*
- *Élaboration d'une solution* appropriée à la situation-problème*
- *Validation appropriée des étapes** de la solution élaborée*

* La solution comprend une démarche, des stratégies et un résultat.
** Le modèle mathématique, les opérations, les propriétés ou relations.

Déployer un raisonnement mathématique

- *Formulation d'une conjecture appropriée à la situation*
- *Utilisation correcte des concepts et des processus mathématiques appropriés*
- *Mise en œuvre convenable d'un raisonnement mathématique adapté à la situation*
- *Structuration adéquate des étapes d'une démarche pertinente*
- *Justification congruente des étapes d'une démarche* pertinente

Communiquer à l'aide du langage mathématique

- *Interprétation juste d'un message à caractère mathématique*
- *Production d'un message conforme à la terminologie, aux règles et aux conventions propres à la mathématique et en fonction du contexte*

Cours

MAT-4162-2

Collecte de données en contexte appliqué

Mathématique

PRÉSENTATION DU COURS

Le but du cours *Collecte de données en contexte appliqué* est de rendre l'adulte apte à traiter des situations qui exigent de recueillir et de traiter des données exprimées sous forme de distribution à un ou deux caractères, dans une perspective appliquée.

L'adulte qui suit le cours poursuit le développement de sa pensée probabiliste en y intégrant le concept de probabilité conditionnelle ainsi que les distributions statistiques à un ou deux caractères. L'exploration du concept d'équité le conduit à distinguer les concepts de hasard, de chance et de probabilité. L'analyse des règles de certains jeux lui permet de déterminer les *chances pour* ou les *chances contre* d'un joueur, et de modifier au besoin ces règles pour que la situation soit équitable ou qu'elle lui soit plus favorable. Le concept de moyenne pondérée évolue vers celui d'espérance mathématique, à l'aide duquel l'adulte prend des décisions. Il analyse les situations, y compris les jeux de hasard, et modifie les paramètres de l'équation pour rendre le jeu équitable ou pour optimiser un gain ou une perte en tenant compte de certains objectifs. Dans les cas où le hasard intervient, la prise de décisions s'appuie sur la probabilité conditionnelle ou l'espérance mathématique. L'adulte pourrait devoir apporter des modifications à des paramètres d'une situation (règles du jeu, montant d'un gain, événement, etc.) en vue de rendre un jeu équitable ou d'optimiser un gain ou une perte en raison de certains objectifs. Les situations-problèmes amènent l'adulte à repérer la relation de dépendance d'événements dans l'exploitation du concept de probabilité conditionnelle ou à explorer le concept d'espérance mathématique pour valider des conjectures où interviennent le concept d'équité ou l'optimisation de gains ou de pertes. De plus, certaines situations peuvent amener l'adulte à justifier des choix ou des conclusions dans la conduite d'une étude statistique ou l'invitent à se prononcer sur sa représentativité ou sa fiabilité. Enfin, les situations proposées peuvent favoriser le recours à diverses représentations — les arbres décisionnels, les diagrammes, les tables de valeurs, etc. —, pour interpréter, produire et transmettre des messages à caractère mathématique. L'exploitation de diagrammes de Venn, associée à la probabilité conditionnelle et au nuage de points en statistique, ajoutent de la richesse aux registres de représentation graphique mobilisés.

Au terme de ce cours, l'adulte sera en mesure de réaliser une collecte de données et de comparer d'autres collectes à un ou deux caractères pour résoudre un problème qu'il aura lui-même défini. La présentation des résultats de son analyse sera faite dans le respect des règles et des conventions mathématiques. Il utilisera des stratégies de résolution de situations-problèmes afin de déterminer la solution la plus efficiente. De plus, l'étude de situations comportant plusieurs variables et contraintes interreliées l'incite à faire appel au concept de probabilité conditionnelle pour la simulation d'un modèle simple de prévision des résultats.

COMPÉTENCES DISCIPLINAIRES

Pour résoudre des situations-problèmes de ce cours, l'adulte a recours aux trois compétences disciplinaires, soit :

- *Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes*;
- *Déployer un raisonnement mathématique*;
- *Communiquer à l'aide du langage mathématique*.

L'emploi de stratégies efficaces incite l'adulte à déployer un raisonnement mathématique rigoureux et à communiquer avec clarté à l'aide du langage mathématique, en démontrant qu'il en respecte les codes et les conventions propres. C'est donc par l'activation intégrée des trois compétences disciplinaires et à l'aide d'autres ressources que l'adulte parvient à résoudre des situations-problèmes.

La rubrique *Démarche et stratégies* explique comment faire évoluer une situation-problème vers une solution par la mise à contribution des trois compétences disciplinaires.

DÉMARCHE ET STRATÉGIES

Pour résoudre un problème, l'adulte a besoin de stratégies efficaces qu'il adapte aux situations présentées.

Il traite des situations-problèmes en utilisant une démarche qui comprend quatre phases de résolution :

- **la représentation**;
- **la planification**;
- **l'activation**;
- **la réflexion**.

Le tableau qui suit présente sommairement chacune des phases de la démarche de résolution et quelques stratégies que l'adulte peut employer pour traiter les situations. Ces phases ne se présentent pas nécessairement de façon successive. De nombreux allers-retours entre les quatre phases peuvent être nécessaires lors de la résolution d'une situation-problème.

<table>
<tr><th colspan="2">DÉMARCHE ET STRATÉGIES</th></tr>
<tr><th colspan="2">LA REPRÉSENTATION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- L’adulte prend contact avec la situation-problème afin de bien cerner le contexte, le problème et la tâche à effectuer. Il utilise des stratégies d’observation et de représentation essentielles au raisonnement inductif.
- L’appropriation du contexte et du problème l’amène à déployer des raisonnements déductifs liés en particulier à des données implicites.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• estimer, en illustrant par des exemples de nombres, le type de relation qui unit la chance pour et la probabilité de gagner, par exemple dans le cas d’une analyse de jeu équitable;
• dresser la liste de ses stratégies et connaissances en statistique ou en probabilité, en relation avec la situation;
• décrire les caractéristiques de la situation;
• recueillir les informations pertinentes.</td></tr>
<tr><th colspan="2">LA PLANIFICATION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- Pour planifier sa solution, l’adulte cherche des pistes et privilégie celles qui semblent les plus efficaces et économiques.
- Grâce au raisonnement, il établit des liens structurés entre ses connaissances en cherchant, entre autres, à extrapoler des résultats à l’aide d’une règle algébrique ou d’un graphique de corrélation.
- Afin de planifier correctement sa solution, il décode les éléments du langage mathématique tels que le sens des symboles, des termes et des notations utilisés ainsi que les différents registres de représentation.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• recourir, par une recherche systématique, au modèle de corrélation le plus approprié à la situation, tout en gardant en tête les limites de précision applicables à ce modèle;
• rechercher une méthode adéquate de dénombrement dans le cas d’une étude de conception d’un jeu équitable.</td></tr>
<tr><th colspan="2">L’ACTIVATION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- Lors du traitement d’une situation-problème, le calcul de l’espérance mathématique associée à un jeu de hasard exige que l’adulte établisse certains liens entre la forme algébrique de l’équation et la remise ou non de la mise.
- La mobilisation des connaissances sur les propriétés des probabilités fréquentielles l’amène à certaines déductions, par exemple, plus l’enjeu d’une loterie est élevé, plus la probabilité de gagner est faible.
- L’adulte utilise diverses stratégies d’association lorsqu’il interprète les codes et les règles visant à différencier, par exemple, la probabilité et la chance de gagner un montant d’argent.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• inscrire, dans un tableau, les éléments de la corrélation (ordonnancement des données statistiques, sommet, axe de symétrie, taux de variation, etc.);
• tracer, à partir des données pertinentes, le modèle fonctionnel le plus approprié à la situation;
• utiliser la technologie pour analyser le rôle des différents paramètres de la règle de la droite de corrélation ou d’un autre modèle.</td></tr>
<tr><th colspan="2">LA RÉFLEXION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- L’adulte adopte une attitude réflexive tout au long du traitement de la situation et se questionne régulièrement sur ses étapes de travail, et sur les choix qu’il fait, avec l’intention de valider sa solution.
- Le questionnement réflexif s’avère très important, en particulier lorsque l’adulte émet des conjectures sur des cas limites ou particuliers. Il prend alors soin de valider certains résultats comme l’effet, sur le graphique, d’une variation de la pente de la droite de régression.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• vérifier la cohérence de sa solution en s’assurant, entre autres, que les valeurs trouvées respectent l’image de la fonction pour une corrélation;
• déterminer les stratégies utilisées pour le traitement de la situation.</td></tr>
</table>

COMPÉTENCES TRANSVERSALES

Les compétences transversales ne se construisent pas dans l'abstrait : elles prennent racine dans des situations-problèmes et participent, à divers degrés, au développement des compétences disciplinaires, et inversement.

Plusieurs compétences transversales peuvent contribuer au traitement de situations de la famille *Traitement de données*. Le programme d'études en propose deux qui apparaissent les plus appropriées pour ce cours : *Exercer son jugement critique* et *Se donner des méthodes de travail efficaces*.

Compétence d'ordre intellectuel

Le traitement d'une situation qui fait appel à la statistique ou aux probabilités exige que l'adulte *exerce son jugement critique* avant de se prononcer sur la pertinence et la validité de l'information ou même sur la crédibilité de son auteur. Ainsi, il est amené à reconnaître les données essentielles au traitement adéquat d'une situation. Il dégage des liens entre deux ensembles de données et tire des conclusions en les appuyant sur des arguments mathématiques convaincants.

Compétence d'ordre méthodologique

La réalisation d'une étude de nature statistique ou probabiliste favorise le développement de la compétence *Se donner des méthodes de travail efficaces*, compétence pouvant être réinvestie dans d'autres sphères de la vie. Le traitement de telles situations demande en outre de visualiser la tâche dans son ensemble, de mobiliser les ressources disponibles (personnes, matériel, technologie, connaissances personnelles), d'adapter des actions au contexte et à la méthode de travail (recherche, analyse, représentation ou communication) et de faire preuve de rigueur dans son exécution. Une planification structurée laisse peu de place aux imprévus et permet de mener la tâche à terme.

CONTENU DISCIPLINAIRE

Dans ce cours, l'adulte réactive et approfondit l'ensemble des savoirs propres à la statistique, acquis précédemment. Afin de traiter efficacement les situations-problèmes, il complète sa formation en s'appropriant les savoirs propres à ce cours.

Savoirs prescrits

En vue de traiter efficacement les situations proposées dans ce cours, l'adulte développe trois procédés intégrateurs énoncés comme suit :

- **la réalisation d'une collecte de données;**
- **la comparaison de collectes de données;**
- **l'interprétation de données issues d'une expérience.**

Ces procédés, mis en valeur dans les situations d'apprentissage du présent cours, favorisent l'intégration des savoirs mathématiques et des compétences disciplinaires. Les situations d'apprentissage traitées doivent toucher à l'un ou l'autre de ces procédés intégrateurs. Toutefois, l'ensemble des situations choisies doit être assez vaste pour couvrir les trois procédés.

Savoirs mathématiques	Limites et précisions
Distributions statistiques à un caractère	
• Détermination et interprétation de mesures de position et de dispersion	Les mesures de dispersion à l'étude dans ce cours sont : • l'écart moyen • l'écart type
Distribution à deux caractères	
• Construction et interprétation de tableaux de distribution à deux caractères	
• Représentation graphique à l'aide d'un nuage de points	
• Représentation et détermination de l'équation de la droite de régression ou de courbes apparentées aux modèles fonctionnels à l'étude	Les modèles fonctionnels à l'étude sont ceux du cours Modélisation algébrique en contexte appliqué 1.

Savoirs mathématiques	Limites et précisions
Distribution à deux caractères (*Suite*)	
• Interpolation ou extrapolation à l'aide de la droite de régression	
• Approximation et interprétation du coefficient de corrélation	L'interprétation se limite aux seuls cas de corrélations linéaires. Celles-ci peuvent se faire par approximation au moyen d'une méthode graphique (rectangle ou ellipse). La détermination de la valeur du coefficient de corrélation se fait à l'aide de la technologie.
• Interprétation qualitative et quantitative d'une corrélation	Les caractéristiques de la corrélation sont : positive, négative, nulle, parfaite, forte, moyenne ou faible.
• Interpolation et extrapolation à l'aide du modèle fonctionnel le mieux ajusté à la situation-problème	
Probabilité	
• Calcul de probabilités à partir de relevés statistiques	
• Représentation et détermination d'une probabilité conditionnelle	Les situations explorées ne doivent pas nécessiter l'utilisation de formules, mais permettre le raisonnement et favoriser une représentation à l'aide : • du diagramme de Venn • du diagramme en arbre
• Détermination des *chances pour* ou des *chances contre*	
• Calcul et interprétation de l'espérance mathématique	La notation factorielle sert à simplifier l'écriture de certaines opérations et à faire un usage efficient de la calculatrice.

Savoirs mathématiques	Limites et précisions
Probabilité (*Suite*) • Modification de la valeur de paramètres ou de conditions • Distinction entre événements mutuellement exclusifs ou non, événements indépendants et événements dépendants	La modification de la valeur de paramètres ou de conditions est effectuée pour optimiser un gain ou une perte, ou encore pour rendre la situation équitable.

Repères culturels

De tout temps, l'homme a recueilli des données, dressé des inventaires et effectué des recensements. L'exemple le plus connu est celui des *census* romains qui coïncident avec la naissance de Jésus de Nazareth et que les historiens situent dans les années entourant le début de notre ère. Ce n'est cependant qu'au XVII^{e} siècle que des outils statistiques permettant l'extrapolation ont été mis au point à partir de données démographiques concernant, entre autres, la santé publique. Relativement jeunes comparées à l'algèbre ou à la géométrie, les probabilités et la statistique doivent leur arrivée et leur croissance au besoin de comprendre des phénomènes, de valider des observations ou des intuitions et d'anticiper un résultat dans un avenir plus ou moins rapproché.

L'adulte peut accorder à l'information statistique l'importance qu'elle revêt dans la société d'aujourd'hui. Les sondages en période d'élections en sont un exemple patent, sans compter les résultats d'études publiés régulièrement et touchant différents points d'intérêt public. De plus, Statistique Canada recueille chaque année des données nationales à partir de recensements, de sondages ou encore de données administratives. Leurs résultats sont d'ailleurs accessibles au grand public, en particulier aux élèves du secondaire.

L'avènement de l'informatique a permis de traiter un plus grand nombre de données ainsi que le croisement de séries de données différentes. De nos jours, aucune science ne saurait progresser sans s'appuyer, entre autres, sur les probabilités et la statistique.

FAMILLE DE SITUATIONS D'APPRENTISSAGE

La famille *Traitement de données* regroupe les situations qui comportent un problème pouvant être traité en partie par la collecte ou le traitement de données, dans une perspective appliquée. Le cours *Collecte de données en contexte appliqué* fournit l'occasion à l'adulte de poser des actions qui visent à le rendre apte à effectuer ou à comparer des collectes de données.

En traitant les situations-problèmes de ce cours, l’adulte est amené, entre autres, à chercher la somme des autres cas dans le but de la retrancher de l’unité si le calcul des probabilités fait référence au complémentaire, à établir certains liens entre la forme algébrique de l’équation et la remise ou non de la mise ou encore, à écarter le tableau de données conjointes et préférer le nuage de points pour faire ressortir une tendance d’une distribution statistique à deux caractères.

DOMAINES GÉNÉRAUX DE FORMATION

Les domaines généraux de formation couvrent les grands enjeux contemporains. Idéalement, le choix des situations à traiter doit être fait dans le respect des intentions éducatives des différents domaines généraux de formation puisque ces domaines représentent des toiles de fond sur lesquelles se greffent les situations-problèmes servant ainsi à donner du sens aux apprentissages de l’adulte. Deux de ces domaines apparaissent les plus appropriés pour ce cours : *Orientation et entrepreneuriat* et *Environnement et consommation*.

Orientation et entrepreneuriat

Les notions de statistiques introduites dans ce cours pourraient aider l’adulte à mieux connaître les métiers ou les professions qui l’intéressent. Par exemple, si les métiers de la construction le passionnent, il peut procéder à des comparaisons et évaluer les exigences relatives à la formation nécessaire pour y arriver. Les corrélations qu’il juge nécessaires lui servent à appuyer son choix. L’adulte pourrait ainsi mieux connaître le monde du travail et les exigences liées à certains métiers, ce qui représente l’un des axes de développement liés au DGF *Orientation et entrepreneuriat.*

Environnement et consommation

Les calculs en matière de statistique ou de probabilités éclairent l’adulte sur l’influence accordée à la sphère sociale sur le coût d’une assurance. On constate, par exemple, que le prix de l’assurance automobile diminue avec l’âge tandis que celui de l’assurance vie augmente. Une simulation relative au calcul de la prime en tenant compte de l’espérance mathématique illustre comment la probabilité peut être liée aux données statistiques. C’est ainsi que l’adulte pourrait comprendre de quelle façon certains comportements peuvent influer sur les données statistiques et de ce fait, sur les primes d’assurance. Il pourrait être ainsi sensibilisé aux aspects sociaux et économiques du monde de la consommation, ce qui rejoint l’un des axes de développement du DGF *Environnement et consommation.*

EXEMPLE DE SITUATION D'APPRENTISSAGE

Toutes les situations d'apprentissage ou situations-problèmes, peu importe le domaine général de formation retenu, placent l'adulte au cœur de l'action. Elles favorisent le développement des compétences disciplinaires et transversales visées, l'acquisition de notions et de concepts mathématiques de même que la mobilisation de ressources diverses utiles à la réalisation de la tâche.

Le tableau qui suit présente les éléments nécessaires à l'élaboration de toute situation d'apprentissage ou situation-problème. On y précise ceux retenus dans l'énoncé de situation-problème décrit à la page suivante.

ÉLÉMENTS NÉCESSAIRES À L'ÉLABORATION D'UNE SITUATION D'APPRENTISSAGE, D'UNE SITUATION-PROBLÈME	
Domaine général de formation (ciblé) – Permet de contextualiser les apprentissages, de leur donner du sens.	• Environnement et consommation
Compétences disciplinaires (prescrites) – Se développent dans l'action. Nécessitent la participation active de l'adulte.	• Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes • Déployer un raisonnement mathématique • Communiquer à l'aide du langage mathématique
Famille de situations d'apprentissage (prescrite) – Regroupe des situations appropriées au cours à partir de problématiques tirées de la réalité. – Permet, entre autres, l'acquisition de connaissances mathématiques.	• Traitement de données
Compétences transversales (ciblées) – Se développent en contexte en même temps que les compétences disciplinaires.	• Exercer son jugement critique • Se donner des méthodes de travail efficaces
Savoirs essentiels (prescrits) – Sont des connaissances, des concepts, des notions mathématiques à acquérir.	• Voir liste

Cette rubrique propose, en fait, un exemple d'énoncé de situation-problème accompagné d'exemples d'actions associées au traitement mathématique. Cet énoncé est constitué d'un contexte qui sert de fil conducteur, mais les activités d'apprentissage incluses n'y sont pas détaillées de façon formelle. L'accent est plutôt mis sur un exemple de traitement mathématique pertinent, qui respecte les quatre phases de la résolution : la représentation, la planification, l'activation et la réflexion. Toutefois, même si ce n'est pas explicite, on peut discerner les éléments qui composent cet énoncé, éléments identifiés dans le précédent tableau, soit : le domaine général de formation, les compétences disciplinaires, la famille de situations, les compétences transversales et les savoirs essentiels. Pour favoriser l'apprentissage, ces différents éléments doivent former un tout cohérent et signifiant pour l'adulte.

L'enseignante ou enseignant peut se servir de chacun des éléments comme autant d'objets de formation. Ces objets peuvent être des actions associées à chacune des phases de résolution, des actions relatives aux compétences disciplinaires ou transversales ou encore aux savoirs prescrits. L'enseignante ou enseignant a la possibilité d'utiliser l'exemple de traitement mathématique fourni pour construire d'autres tâches complexes ou d'autres activités d'apprentissage liées aux connaissances mathématiques que l'adulte doit acquérir.

<table>
<tr><th>Énoncé de situation-problème</th><th colspan="2">Exemples d'actions associées au traitement mathématique
d'une situation-problème appartenant à la famille
Traitement de données</th></tr>
<tr><td rowspan="3">Depuis plusieurs années, on fait grand cas du réchauffement de la planète. Malgré toutes les informations scientifiques sur le sujet, les experts ne s'entendent pas encore sur la cause du phénomène, si ce n'est sur la hausse des émissions de gaz à effet de serre.</td><td colspan="2">Procédé intégrateur: Réalisation d'une collecte de données
Au cours de l'une ou l'autre des phases de résolution, l'adulte pourrait accomplir les actions suivantes :</td></tr>
<tr><td>Représentation</td><td>▪ Émettre une hypothèse selon laquelle l'élévation de la température moyenne du globe est liée à l'augmentation du nombre de véhicules automobiles dans le monde;
• Cerner le contexte ciblé pour son analyse, à savoir la situation géographique ou la période couverte.</td></tr>
<tr><td>Planification</td><td>• Hiérarchiser ses étapes de travail;
• Établir un protocole d'expérimentation;
• Décrire les caractéristiques du problème afin d'établir une méthode de collecte de données (un ou deux caractères).</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Énoncé de situation-problème</th><th colspan="2">Exemples d’actions associées au traitement mathématique d’une situation-problème appartenant à la famille
Traitement de données</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Dans le but de se familiariser avec l’analyse statistique, l’adulte est amené à réaliser une étude de cas sur le sujet. On lui demande d’émettre une hypothèse relative au réchauffement climatique, de recueillir les données associées à cette hypothèse et de valider rigoureusement son analyse.

Finalement, il devra présenter les résultats de sa recherche sous forme de rapport.</td><td>Activation</td><td>• Recueillir les informations liées à la situation-problème : les températures, les intervalles de temps considérés, etc. L’adulte pourrait, par exemple, consulter le site Internet d’Environnement Canada;
• Établir des liens structurés et fonctionnels entre des ressources cognitives pour construire des tableaux de données conjointes;
• Représenter graphiquement le modèle à l’étude par une droite de régression ou par une courbe;
• Utiliser la technologie pour représenter la distribution à l’aide d’un nuage de points;
• Calculer l’écart-type pour établir s’il existe vraiment une corrélation entre les variables (par exemple, le nombre de véhicules et la hausse de la température).</td></tr>
<tr><td>Réflexion</td><td>• Décider d’écarter des données parce qu’elles proviennent de sources dont la fiabilité n’est pas prouvée;
• Jeter un regard critique sur la fiabilité de l’information;
• Analyser le rôle des différents paramètres de sa fonction. (Par exemple, si l’on double le nombre de véhicules automobiles, la hausse de la température sera-t-elle doublée?)</td></tr>
</table>

ATTENTES DE FIN DE COURS

Pour résoudre des situations-problèmes de la famille *Collectes de données*, l'adulte réalise, compare et interprète des collectes de données issues d'expériences. Pour ce faire, il met en œuvre les trois compétences disciplinaires du programme, soit : *Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes*, *Déployer un raisonnement mathématique* et *Communiquer à l'aide du langage mathématique*.

Pour procéder à une collecte de données, l'adulte utilise des stratégies de résolution de situations-problèmes afin de cerner la problématique et d'en dégager les tâches à exécuter. Il détermine les éléments importants à retenir et les obstacles à surmonter, dans le but de différencier une statistique à un ou deux caractères. De plus, lorsqu'il met en œuvre sa solution, il établit un plan et l'exécute en respectant chacune des étapes validées au préalable : cueillette et traitement (interprétation et analyse) des données. Cette dernière étape exige le déploiement d'un raisonnement mathématique, l'exploration de la problématique à l'étude et le relevé des régularités. L'adulte énonce des conjectures à partir d'une droite ou de courbes de corrélation en vue de prendre des décisions à moyen ou à long terme. Il tire des conclusions lorsqu'il dégage des lois ou des règles en lien avec la mesure de dispersion utilisée (écart moyen ou écart-type). Enfin, lorsqu'il produit un message à caractère mathématique, il utilise un registre de représentation adéquat en fonction des contraintes de la situation-problème : l'adulte choisit le modèle fonctionnel le mieux adapté à la situation, un diagramme de Venn ou un diagramme en arbre lorsqu'il s'agit d'une statistique à un caractère.

L'adulte qui compare des collectes de données interprète un message à caractère mathématique en établissant des liens entre les éléments du message, en dégageant son sens global ou encore en associant des images, des objets ou des savoirs à des termes et à des symboles mathématiques. De plus, il déploie un raisonnement mathématique en construisant et en exploitant des réseaux de ressources cognitives afin de comparer des tendances, par exemple le taux de variation, le taux de croissance ou toute autre caractéristique des fonctions à l'étude comme l'écart moyen, l'écart-type, le coefficient de corrélation, etc.

Lorsqu'il interprète des données issues d'une expérience — prévision d'événement à l'aide de probabilité conditionnelle, étude statistique d'une ou deux variables —, l'adulte décode les éléments du langage mathématique en distinguant le sens des termes utilisés en mathématique de leur sens commun. De plus, il interprète les messages à caractère mathématique en transposant des données d'un registre de représentation à un autre, par exemple en passant d'un diagramme de Venn à un diagramme en arbre et vice versa, tout en gardant en tête que les données transposées ne sont pas du même ordre (univers des possibles versus probabilité conditionnelle). Il déploie un raisonnement mathématique en construisant des réseaux de ressources cognitives de nature mathématique comme le modèle fonctionnel le mieux adapté à la situation, un diagramme de Venn ou un diagramme en arbre lorsqu'il s'agit d'une statistique à un caractère. Il établit des généralisations, dégage des lois et des règles, et il déduit des propositions qui l'amènent à prendre des décisions éclairées.

Tout au long de sa résolution de situations-problèmes, l'adulte utilise ses connaissances en lien avec les savoirs mathématiques : distributions statistiques à un ou deux caractères et probabilité conditionnelle. L'emploi des symboles, des termes et des notations liés à ces savoirs est exact et les lois, théorèmes, corolaires ou lemmes déduits ou induits par l'adulte sont toujours validés auprès de différentes sources afin de bonifier sa bibliothèque mathématique personnelle. De plus, il n'hésite pas à demander de l'aide lorsqu'une difficulté se présente.

CRITÈRES D'ÉVALUATION DES COMPÉTENCES VISÉES PAR LE COURS

Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes

- *Manifestation, oralement ou par écrit, d'une compréhension adéquate de la situation-problème*
- *Mobilisation de stratégies et de savoirs mathématiques appropriés à la situation-problème*
- *Élaboration d'une solution* appropriée à la situation-problème*
- *Validation appropriée des étapes** de la solution élaborée*

* La solution comprend une démarche, des stratégies et un résultat.
** Le modèle mathématique, les opérations, les propriétés ou relations.

Déployer un raisonnement mathématique

- *Formulation d'une conjecture appropriée à la situation*
- *Utilisation correcte des concepts et des processus mathématiques appropriés*
- *Mise en œuvre convenable d'un raisonnement mathématique adapté à la situation*
- *Structuration adéquate des étapes d'une démarche pertinente*
- *Justification congruente des étapes d'une démarche* pertinente

Communiquer à l'aide du langage mathématique

- *Interprétation juste d'un message à caractère mathématique*
- *Production d'un message conforme à la terminologie, aux règles et aux conventions propres à la mathématique et en fonction du contexte*

Cours

MAT-4163-2

Représentation géométrique en contexte appliqué 1

Mathématique

PRÉSENTATION DU COURS

Le but du cours *Représentation géométrique en contexte appliqué 1* est de rendre l'adulte apte à traiter des situations qui requièrent la représentation géométrique d'un objet ou d'un espace physique à l'aide de la trigonométrie, dans une perspective appliquée.

L'adulte qui suit le cours est placé dans diverses situations-problèmes qui lui permettent d'enrichir ses connaissances en géométrie, plus précisément en trigonométrie. En fait, il s'appuie sur différentes approches (empirique ou formelle) pour dégager les propriétés de certaines figures et pour justifier et valider des vérités anticipées. À cet effet, il déduit des relations métriques dans le triangle rectangle ou dans des triangles qu'il décompose en triangles rectangles. Le concept de similitude lui sert aussi à dégager les conditions minimales d'obtention de figures isométriques ou semblables. L'adulte doit résoudre des situations-problèmes à caractère géométrique, qui nécessitent la représentation ou la construction de plans (ou d'objets) respectant certains devis. Il met ainsi à profit son sens spatial et son sens de la mesure. De plus, il modélise et recherche, au besoin, des solutions optimales en recourant aux concepts de droite, de distance et de point de partage. Il exploite les concepts de géométrie, dans un plan euclidien ou cartésien, afin de déduire des mesures ou de proposer des solutions optimales. Certaines situations l'amènent à transmettre des messages à l'aide de divers symboles, notations, unités, connecteurs logiques, quantificateurs ou expressions littérales, dans le respect des règles et des conventions du langage mathématique.

Au terme de ce cours, l'adulte sera en mesure de représenter et de décrire un objet ou un espace physique à l'aide des différentes relations métriques et trigonométriques, dans le respect des règles et des conventions mathématiques utilisées en géométrie. Il sera à même de recourir à différentes stratégies et raisonnements afin de planifier l'aménagement d'un espace physique soumis à certaines contraintes.

COMPÉTENCES DISCIPLINAIRES

Pour résoudre des situations-problèmes, l'adulte a recours aux trois compétences disciplinaires du cours, soit :

- *Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes*;
- *Déployer un raisonnement mathématique*;
- *Communiquer à l'aide du langage mathématique*.

L'emploi de stratégies efficaces incite l'adulte à déployer un raisonnement mathématique rigoureux et à communiquer avec clarté à l'aide du langage mathématique, en démontrant qu'il en respecte les

codes et les conventions propres. C’est donc par l’activation intégrée des trois compétences disciplinaires et à l’aide d’autres ressources qu’il parvient à résoudre des situations-problèmes.

La rubrique *Démarche et stratégies* explique comment faire évoluer une situation-problème vers une solution par la mise à contribution des trois compétences disciplinaires.

DÉMARCHE ET STRATÉGIES

Pour résoudre une situation-problème, l’adulte a besoin de stratégies efficaces qu’il adapte aux situations présentées.

Il traite des situations-problèmes en utilisant une démarche qui comprend quatre phases de résolution :

- **la représentation**;
- **la planification**;
- **l’activation**;
- **la réflexion**.

Le tableau qui suit présente sommairement chacune des phases de la démarche de résolution et quelques exemples de stratégies que l’adulte peut employer pour traiter les situations. Ces phases ne se présentent pas nécessairement de façon successive. De nombreux allers-retours entre les quatre phases peuvent être nécessaires lors de la résolution d’une situation-problème.

DÉMARCHE ET STRATÉGIES	
LA REPRÉSENTATION	
- L'adulte prend contact avec la situation-problème afin de bien cerner le contexte, le problème et la tâche à effectuer. Il utilise des stratégies essentielles au raisonnement inductif. - Il met en place les éléments qui lui permettront d'émettre une conjecture. - Il distingue le sens des termes utilisés en mathématique de leur sens commun pour comprendre des concepts.	
Exemples de stratégies	• illustrer son appropriation de la situation-problème en tentant d'établir des liens entre ses connaissances mathématiques et la tâche à accomplir; • se représenter la situation-problème, mentalement ou par écrit; • dresser l'inventaire de ses stratégies en géométrie ainsi que des relations métriques en rapport avec la situation; • décrire les caractéristiques de la situation; • recueillir des questions en rapport avec celle-ci.
LA PLANIFICATION	
- Pour planifier sa solution, l'adulte cherche des pistes et privilégie celles qui semblent les plus efficaces et économiques. - Le raisonnement mathématique le mène à différents registres de représentation pour mettre en évidence certaines propriétés des rapports trigonométriques. - En formant des liens entre les éléments du message et en donnant une description littérale des rapports des côtés homologues de deux figures planes, il arrive à construire une figure illustrant la description.	
Exemples de stratégies	• diviser la situation-problème en sous problèmes; • utiliser des listes, des tableaux, des schémas, du matériel concret ou des dessins en vue de préparer la mise en œuvre de sa solution.
L'ACTIVATION	
- Placé au cœur du traitement d'une situation-problème, l'adulte se réfère rigoureusement aux éléments du langage mathématique et démontre ainsi qu'il use de discernement. - Lorsqu'il trace, à l'échelle, le plan d'une structure, il tient compte de la proportion dictée par cette échelle et respecte les symboles et les conventions qui s'y rapportent.	
Exemples de stratégies	• tracer une esquisse, à partir des paramètres d'une fonction, pour anticiper des résultats; • résoudre certaines situations-problèmes à rebours lorsque leur solution comporte plusieurs étapes ou en cas d'insuffisance de données; • analyser les paramètres d'un triangle rectangle pour bien comprendre, par exemple, le lien qui les unit aux paramètres d'un triangle quelconque.
LA RÉFLEXION	
- L'adulte adopte une attitude réflexive tout au long du traitement de la situation et se questionne régulièrement sur ses étapes de travail, et sur les choix qu'il fait, avec l'intention de valider sa solution. - Le raisonnement et le retour réflexif peuvent l'amener à émettre des conjectures sur des cas limites ou particuliers de triangles quelconques afin de valider certains résultats. Le raisonnement lui permet également de rejeter des extrapolations qui n'auraient aucun sens dans la réalité. - Il valide son message à caractère mathématique en consultant différentes sources d'information.	
Exemples de stratégies	• vérifier sa solution au moyen d'exemples ou de contre-exemples, notamment en validant la longueur des côtés d'un triangle à l'aide de la relation de Pythagore pour conclure que le triangle est bel et bien rectangle; • reconnaître les stratégies liées au traitement de situations-problèmes en géométrie (appliquer une règle, se référer à un théorème, etc.); • utiliser la calculatrice ou un logiciel de modélisation géométrique comme outil de validation.

COMPÉTENCES TRANSVERSALES

Les compétences transversales ne se construisent pas dans l'abstrait : elles prennent racine dans des situations-problèmes et participent, à divers degrés, au développement des compétences disciplinaires, et inversement.

Plusieurs compétences transversales peuvent contribuer au traitement de situations de la famille *Mesure et représentation spatiale*. Le programme d'études en propose deux qui apparaissent les plus appropriées pour ce cours : *Communiquer de façon appropriée* et *Se donner des méthodes de travail efficaces*.

Compétence de l'ordre de la communication

L'adulte qui souhaite aménager un espace dans son centre de formation, un café étudiant par exemple, doit d'abord convaincre le conseil d'établissement de la faisabilité de son projet et des besoins auxquels il pourrait répondre. Il doit par la suite fournir une estimation du coût des travaux. Sa compétence à *Communiquer de façon appropriée* est alors fortement sollicitée. L'adulte conçoit un plan suffisamment précis, qui permet de visualiser le projet. L'exposé relatif à son plan démontre qu'il a respecté les règles de la géométrie puisque le plan a été approuvé au préalable par un expert. Il mentionne les contraintes dont il a tenu compte et fait état des conséquences qu'elles ont entraînées. Les réponses aux questions posées sont adéquates et sa communication est ajustée à la réaction de l'auditoire. L'accueil et l'écoute des membres reposent principalement sur le discours tenu par l'adulte.

Compétence d'ordre intellectuel

Dans ce cours, l'adulte pourrait avoir besoin de connaître une mesure de longueur qui lui est physiquement impossible de prendre. La technique de triangulation pourrait alors lui être utile. Cette technique consiste à diviser le terrain en triangles et à procéder à partir d'un côté directement mesuré, en utilisant les relations trigonométriques. Dans une autre situation, la distance entre un corps céleste et la Terre devrait être établie. Pour y parvenir, il lui faudrait créer un angle entre le corps céleste et deux droites tracées à partir de deux points d'observation différents pour ensuite recueillir certaines informations comme le diamètre de la Terre. C'est à partir de la diversité des situations présentées que l'adulte découvre une variété de façons de procéder pour résoudre un problème. Certaines, plus appropriées que d'autres, bénéficient du contexte et des ressources mises à sa disposition. La compétence *Se donner des méthodes de travail efficaces* s'avère donc incontournable.

CONTENU DISCIPLINAIRE

Dans ce cours, l'adulte réactive et approfondit l'ensemble des savoirs géométriques acquis précédemment. Afin de traiter efficacement les situations-problèmes, il complète sa formation en s'appropriant les savoirs propres à ce cours.

Savoirs prescrits

En vue de traiter efficacement les situations d'apprentissage proposées, l'adulte développe deux procédés intégrateurs énoncés comme suit :

- **la conception de l'aménagement d'un espace physique;**
- **la description et la représentation bidimensionnelle ou tridimensionnelle d'un objet ou d'un espace physique.**

Ces procédés, mis en valeur dans les situations d'apprentissage du présent cours, favorisent l'intégration des savoirs mathématiques et des compétences disciplinaires. Les situations d'apprentissage traitées doivent toucher à l'un ou l'autre de ces procédés intégrateurs. Toutefois, l'ensemble des situations choisies doit être assez vaste pour couvrir les deux procédés.

Savoirs mathématiques	Limites et précisions
Relations trigonométriques et métriques dans le triangle	
• Représentation et interprétation de situations à l'aide de triangles	Les rapports trigonométriques à l'étude dans ce cours sont le sinus, le cosinus et la tangente. *La loi des sinus et la loi des cosinus sont vues en 5e secondaire, dans la séquence* Technico-sciences*.* Les autres relations métriques et trigonométriques sont spécifiées dans la liste des énoncés à la fin du tableau sur les savoirs mathématiques.
• Justification à l'aide des propriétés des rapports trigonométriques	L'adulte utilise de façon formelle les propriétés des rapports trigonométriques pour justifier les étapes de sa solution.

<table>
<tr><th>Savoirs mathématiques</th><th>Limites et précisions</th></tr>
<tr><td>Relations trigonométriques et métriques dans le triangle (Suite)</td><td></td></tr>
<tr><td>Détermination de la pente, de mesures et de positions à l’aide de relations métriques et trigonométriques dans le triangle</td><td>Les mesures et les positions à l’étude ont trait :
aux angles d’un triangle
à la hauteur relative à l’hypoténuse, à la projection orthogonale des cathètes sur l’hypoténuse
aux côtés d’un triangle
à l’aire d’un triangle
aux coordonnées d’un point (point de partage) dans le plan euclidien et cartésien
à la longueur d’un segment
à la médiatrice d’un segment
à la distance (entre deux points)
aux aires de triangles à partir de la mesure d’un angle et de deux côtés ou à partir de la mesure de deux angles et d’un côté</td></tr>
<tr><td>Triangles semblables
et isométriques</td><td></td></tr>
<tr><td>Détermination des conditions minimales d’obtention de triangles isométriques ou semblables</td><td>Ces conditions sont spécifiées dans la liste des énoncés à la fin du tableau sur les savoirs mathématiques.</td></tr>
</table>

Énoncés
L’adulte doit maîtriser les énoncés prescrits; ils peuvent être utilisés dans une preuve ou une démonstration. En voici la liste : **E1.** Deux triangles qui ont tous leurs côtés homologues isométriques sont isométriques. **E2.** Deux triangles qui ont un angle isométrique compris entre des côtés homologues isométriques sont isométriques. **E3.** Deux triangles qui ont un côté isométrique compris entre des angles homologues isométriques sont isométriques.

Énoncés (*Suite*)
E4. Deux triangles qui ont deux angles homologues isométriques sont semblables. **E5.** Deux triangles dont les mesures des côtés homologues sont proportionnelles sont semblables. **E6.** Deux triangles possédant un angle isométrique compris entre des côtés homologues de longueurs proportionnelles sont semblables. **E7.** Des sécantes coupées par des parallèles sont partagées en segments de longueurs proportionnelles. **E8.** Dans un triangle rectangle, la mesure du côté opposé à un angle de 30° est égale à la moitié de celle de l'hypoténuse. **E9.** Le segment joignant les milieux de deux côtés d'un triangle est parallèle au troisième côté et sa mesure égale la moitié de celle du troisième côté. **E10**. Dans un triangle rectangle, la mesure de chaque côté de l'angle droit est moyenne proportionnelle entre la mesure de sa projection sur l'hypoténuse et celle de l'hypoténuse entière. **E11**. Dans un triangle rectangle, la mesure de la hauteur issue du sommet de l'angle droit est moyenne proportionnelle entre les mesures des deux segments qu'elle détermine sur l'hypoténuse. **E12**. Dans un triangle rectangle, le produit des mesures de l'hypoténuse et de la hauteur correspondante égale le produit des mesures des côtés de l'angle droit.

Repères culturels

Si l'on parle aujourd'hui de géométrie euclidienne, c'est en l'honneur d'Euclide, mathématicien grec qui a construit un ensemble organisé d'éléments géométriques. Dans le déploiement du raisonnement déductif, l'adulte s'initie aux démonstrations. Il peut alors apprendre que le raisonnement déductif constituait pour Aristote l'accès privilégié au savoir alors que pour Galilée et Descartes, c'était l'occasion d'associer une explication mathématique à des phénomènes physiques.

En développant son sens de la mesure, l'adulte pourrait apprécier, dans la résolution de nombreux problèmes, l'apport de plusieurs instruments du passé qui existent encore aujourd'hui tels que l'odomètre, le système de positionnement GPS, la boussole, le sextant ou le quadrant. Par ailleurs, le matériel de l'arpenteur, les instruments de navigation et d'astronomie, la technique du miroir et des ombres, le pantographe, le compas des proportions, les bâtons de Jacob et de Gerbert pourraient contribuer au développement du concept de similitude ou favoriser l'établissement de liens avec les sciences. En informatique, l'adulte pourrait découvrir, entre autres, que la représentation visuelle sur écran fait appel à la trigonométrie et que l'animation, dans la construction de jeux vidéo, nécessite des transformations géométriques.

L'adulte aborde le volet géométrie analytique durant ce cours. La combinaison du lieu (géométrie) et de l'équation (algèbre) facilite la comparaison d'objets mathématiques. Puisque l'astronomie réunit l'algèbre et la trigonométrie et que, par ailleurs, la robotique, la mécanique, l'automobile et la description tridimensionnelle représentent des domaines où se marient des collections de lieux avec l'algèbre, on les privilégie, car ils sont susceptibles de soulever l'intérêt et la curiosité des adultes.

FAMILLE DE SITUATIONS D'APPRENTISSAGE

La famille *Mesure et représentation spatiale* regroupe les situations qui comportent un problème pouvant être traité en partie par la description ou la représentation géométrique d'un objet ou d'un espace physique. Le cours *Représentation géométrique en contexte appliqué 1* fournit l'occasion à l'adulte de poser des actions en vue de développer ses capacités de représentation spatiale.

En traitant les situations de ce cours, l'adule est amené, entre autres, à distinguer le sens des termes utilisés en mathématique de leur sens commun pour bien comprendre certains concepts, à se servir de plusieurs exemples avant de tirer des conclusions au cours de la démonstration d'énoncés de géométrie liés aux triangles rectangles ou encore, à émettre des conjectures sur des cas limites ou particuliers de triangles quelconques afin de valider certains résultats.

DOMAINES GÉNÉRAUX DE FORMATION

Les domaines généraux de formation couvrent les grands enjeux contemporains. Idéalement, le choix des situations à traiter doit être fait dans le respect des intentions éducatives des différents domaines généraux de formation puisque ces domaines représentent des toiles de fond sur lesquelles se greffent des situations-problèmes servant ainsi à donner du sens aux apprentissages de l'adulte. Deux de ces domaines sont particulièrement appropriés à ce cours : *Orientation et entrepreneuriat* et *Environnement et consommation*.

Orientation et entrepreneuriat

Le cours *Représentation géométrique en contexte appliqué 1* pourrait être utile à un adulte intéressé à devenir machiniste. Il pourrait visiter, lors d'une situation d'apprentissage, un centre de formation professionnelle et participer à une activité d'exploration en techniques d'usinage. Il aurait alors l'occasion de représenter différentes vues d'une pièce métallique pour concevoir un plan. La situation d'apprentissage favorise l'exploration d'un projet d'avenir en rapport avec le centre d'intérêt d'un adulte et lui fait connaître certaines fonctions rattachées à un emploi et certaines conditions de travail. Ce type de situation rejoint l'un des axes de développement du DGF *Orientation et entrepreneuriat*.

Environnement et consommation

Bon nombre d'adultes pourraient entrevoir la rénovation ou le réaménagement de leur foyer. La lecture ou la conception de plans, la planification des besoins en matériaux et l'organisation du travail pourraient nécessiter l'application de connaissances de base en trigonométrie. Par exemple, l'adulte pourrait avoir besoin de connaître les relations dans le triangle rectangle ainsi que les calculs d'aires afin de planifier l'achat de dalles de céramique ou de marqueterie. Par ailleurs, la conception d'un escalier ou d'une rampe d'accès exigerait la connaissance de notions de trigonométrie afin d'évaluer l'espace nécessaire et les besoins en matériaux. Ce cours pourrait donc aider l'adulte à procéder à de tels calculs afin de faire un choix éclairé, ce qui rejoint l'un des axes de développement du DGF *Environnement et consommation*.

EXEMPLE DE SITUATION D'APPRENTISSAGE

Toutes les situations d'apprentissage ou situations-problèmes, peu importe le domaine général de formation retenu, placent l'adulte au cœur de l'action. Elles favorisent le développement des compétences disciplinaires et transversales visées, l'acquisition de notions et de concepts mathématiques de même que la mobilisation de ressources diverses utiles à la réalisation de la tâche.

Le tableau qui suit présente les éléments nécessaires à l'élaboration de toute situation d'apprentissage ou situation-problème. On y précise ceux retenus dans l'énoncé de situation-problème décrit à la page suivante.

ÉLÉMENTS NÉCESSAIRES À L'ÉLABORATION D'UNE SITUATION D'APPRENTISSAGE, D'UNE SITUATION-PROBLÈME	
Domaine général de formation (ciblé) – Permet de contextualiser les apprentissages, de leur donner du sens.	• Orientation et entrepreneuriat
Compétences disciplinaires (prescrites) – Se développent dans l'action. Nécessitent la participation active de l'adulte.	• Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes • Déployer un raisonnement mathématique • Communiquer à l'aide du langage mathématique
Famille de situations d'apprentissage (prescrite) – Regroupe des situations appropriées au cours à partir de problématiques tirées de la réalité. – Permet, entre autres, l'acquisition de connaissances mathématiques.	• Mesure et représentation spatiale
Compétences transversales (ciblées) – Se développent en contexte en même temps que les compétences disciplinaires.	• Communiquer de façon appropriée • Se donner des méthodes de travail efficaces
Savoirs essentiels (prescrits) – Sont des connaissances, des concepts, des notions mathématiques à acquérir.	• Voir liste

Cette rubrique propose, en fait, un exemple d'énoncé de situation-problème accompagné d'exemples d'actions associés au traitement mathématique. Cet énoncé est constitué d'un contexte qui sert de fil conducteur et les activités d'apprentissage incluses n'y sont pas détaillées de façon formelle. L'accent est plutôt mis sur un exemple de traitement mathématique pertinent, qui respecte les quatre phases de la résolution : la représentation, la planification, l'activation et la réflexion. Toutefois, même si ce n'est pas explicite, on peut discerner les éléments qui composent cet énoncé, éléments identifiés dans le précédent tableau, soit : le domaine général de formation, les compétences disciplinaires, la famille de situations, les compétences transversales et les savoirs essentiels. Pour favoriser l'apprentissage, ces différents éléments doivent former un tout cohérent et signifiant pour l'adulte.

L'enseignante ou enseignant peut se servir de chacun des éléments comme autant d'objets de formation. Ces objets peuvent être des actions associées à chacune des phases de résolution, des actions relatives aux compétences disciplinaires ou transversales ou encore aux savoirs prescrits. L'enseignante ou enseignant a la possibilité d'utiliser l'exemple de traitement mathématique fourni pour construire d'autres tâches complexes ou d'autres activités d'apprentissage liées aux connaissances mathématiques que l'adulte doit acquérir.

<table>
<tr><th>Énoncé de situation-problème</th><th colspan="2">Exemples d'actions associées au traitement mathématique
d'une situation-problème appartenant à la famille

Mesure et représentation spatiale</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Dans un atelier d'usinage, le plan complet d'une pièce comportant plusieurs triangles a été ajouté à une commande importante. Le responsable de l'atelier annonce qu'il lui est impossible de fabriquer la pièce à partir des documents et des plans fournis.

Après vérification, le responsable constate que les mesures sont exactes, mais que l'échelle varie selon les différentes vues de la pièce. De plus, il note que la mesure des angles a parfois été omise et que certains d'entre eux ne sont pas correctement</td><td colspan="2">Procédé intégrateur : Description et représentation bidimensionnelle d'un objet
Au cours de l'une ou l'autre des phases de résolution, l'adulte pourrait accomplir les actions suivantes :</td></tr>
<tr><td>Représentation</td><td>• Reformuler dans ses mots les erreurs détectées dans le plan initial : l'échelle varie d'une vue à l'autre, certaines mesures ne sont pas mentionnées;
• Déterminer la tâche à exécuter. Il ne s'agit pas de fabriquer la pièce, mais bien de produire un nouveau plan en perspective cavalière;
• Tracer une esquisse qui tiendra compte des modifications à apporter.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Énoncé de situation-problème</th><th colspan="2">Exemples d’actions associées au traitement mathématique d’une situation-problème appartenant à la famille
Mesure et représentation spatiale</th></tr>
<tr><td rowspan="3">tracés.

Le responsable de l’usine exige qu’on lui présente un nouveau plan, établi à partir d’une même échelle, pour les vues de face, de dessus et de profil, en indiquant la mesure de chacun des angles et de chacun des côtés.

L’adulte doit repérer les anomalies sur le plan initial et produire un plan rectifié qui répond aux critères énoncés.</td><td>Planification</td><td>• Inventorier les instruments nécessaires pour modifier le plan : équerre, rapporteur d’angle, compas, règle ou encore ordinateur et logiciel approprié;
• Déterminer la méthode à adopter ainsi que l’ordre des opérations : calculer les angles manquants à l’aide des rapports trigonométriques avant de les tracer et indiquer leur mesure sur le plan, etc.</td></tr>
<tr><td>Activation</td><td>• Calculer la valeur des angles manquants en utilisant la longueur des côtés et les rapports trigonométriques;
• Tracer soigneusement les différentes vues ou encore utiliser la technologie pour tracer un plan complet de la pièce à usiner.</td></tr>
<tr><td>Réflexion</td><td>• S’assurer que les modifications apportées sur une vue sont correctes même lorsqu’on considère une autre vue;
• Faire la somme des angles dans les divers triangles pour s’assurer que leur total respectif donne bien 180 degrés;
• Se demander si une autre façon de faire aurait été plus rapide ou plus efficace.</td></tr>
</table>

ATTENTES DE FIN DE COURS

Pour résoudre des situations-problèmes de la famille *Mesure et représentation spatiale*, l'adulte décrit et représente en deux ou trois dimensions des objets ou des espaces physiques et conçoit l'aménagement d'un tel espace. Pour ce faire, il met en œuvre les trois compétences disciplinaires du programme, soit : *Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes*, *Déployer un raisonnement mathématique* et *Communiquer à l'aide du langage mathématique*.

L'adulte décrit et représente des espaces physiques et des objets en interprétant et en produisant des esquisses, des dessins ou des plans. Ces derniers sont réalisés à l'aide de figures complexes pouvant être décomposées en triangles rectangles ou quelconques. L'adulte distingue les éléments clés du langage mathématique (échelle, dimensions, périmètre, aire, etc.) et associe des images, des objets ou des savoirs à des termes et à des symboles mathématiques. De plus, il met à profit de nouveaux savoirs mathématiques telles les relations trigonométriques et métriques dans le triangle qui lui permettent de déterminer des mesures manquantes dans des situations peu conventionnelles.

La conception de l'aménagement d'un espace physique exige le recours à des stratégies variées : tracer un schéma, faire un dessin, découper la tâche en sous-tâches, etc. L'adulte met en œuvre un processus complexe — de la représentation de la problématique à la validation de sa solution —, en utilisant ses connaissances de la trigonométrie. Il exploite le concept de triangulation pour concevoir l'aménagement d'un espace physique et valide toutes les étapes à l'aide des théorèmes à l'étude dans ce cours. L'adulte déduit des mesures manquantes, induit des résultats et tire des conclusions issues de l'étude des théorèmes. Lorsque ces conclusions ont trait aux propriétés de certaines figures, il en démontre l'exactitude en élaborant une preuve formelle.

Tout au long de sa résolution de situations-problèmes, l'adulte utilise ses connaissances en lien avec les savoirs mathématiques : relations trigonométriques et métriques dans le triangle ainsi que triangles semblables et isométriques. L'emploi des symboles, des termes et des notations liés à ces savoirs est exact et les lois, théorèmes, corolaires ou lemmes déduits ou induits par l'adulte sont toujours validés à l'aide de différentes sources afin de bonifier sa bibliothèque mathématique personnelle. De plus, il n'hésite pas à demander de l'aide lorsqu'une difficulté se présente.

CRITÈRES D'ÉVALUATION DES COMPÉTENCES VISÉES PAR LE COURS

Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes

- *Manifestation, oralement ou par écrit, d'une compréhension adéquate de la situation-problème*
- *Mobilisation de stratégies et de savoirs mathématiques appropriés à la situation-problème*
- *Élaboration d'une solution* appropriée à la situation-problème*
- *Validation appropriée des étapes** de la solution élaborée*

* La solution comprend une démarche, des stratégies et un résultat.
** Le modèle mathématique, les opérations, les propriétés ou relations.

Déployer un raisonnement mathématique

- *Formulation d'une conjecture appropriée à la situation*
- *Utilisation correcte des concepts et des processus mathématiques appropriés*
- *Mise en œuvre convenable d'un raisonnement mathématique adapté à la situation*
- *Structuration adéquate des étapes d'une démarche pertinente*
- *Justification congruente des étapes d'une démarche* pertinente

Communiquer à l'aide du langage mathématique

- *Interprétation juste d'un message à caractère mathématique*
- *Production d'un message conforme à la terminologie, aux règles et aux conventions propres à la mathématique et en fonction du contexte*

6.3.2 Cours de la 5e secondaire

Cours

MAT-5160-2

Optimisation en contexte appliqué

Mathématique

PRÉSENTATION DU COURS

Le but du cours *Optimisation en contexte appliqué* est de rendre l'adulte apte à traiter des situations qui requièrent l'optimisation à l'aide de la programmation linéaire, dans une perspective appliquée.

L'adulte qui suit le cours résout des situations-problèmes qui enrichissent son répertoire de stratégies. Il intègre la démarche relative à l'étude de cas. Il fait appel à des comparaisons, à la proposition de correctifs, de solutions avantageuses ou optimales ou bien à l'émission de recommandations. Il formule des critiques constructives et prend des décisions éclairées à propos de problématiques issues de divers domaines y compris celui des techniques (graphiques, biologiques, physiques, administratives, etc.). Il réinvestit ses connaissances en arithmétique et en algèbre dans différentes situations-problèmes affectées de contraintes déterminées. Ces contraintes représentent en fait des limites liées à des situations de vie réelle, dans des contextes d'optimisation. De plus, il met à profit ses connaissances en matière de résolution de systèmes d'inéquations du premier degré afin de résoudre des situations-problèmes à l'aide de la programmation linéaire. Il exploite la méthode du simplexe pour se construire des réseaux de ressources cognitives.

Au terme de ce cours, l'adulte utilisera la programmation linéaire dans le but de résoudre des situations-problèmes liées à l'optimisation. Il distinguera les données explicites et implicites de la situation, planifiera sa solution en fonction des étapes de la méthode du simplexe, mettra en œuvre sa solution (démarche et résultat) en tenant compte des contraintes et la validera en respectant le contexte de la situation.

COMPÉTENCES DISCIPLINAIRES

Pour résoudre les situations-problèmes proposées, l'adulte a recours aux trois compétences disciplinaires, soit :

- *Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes*;
- *Déployer un raisonnement mathématique*;
- *Communiquer à l'aide du langage mathématique*.

L'emploi de stratégies efficaces incite l'adulte à déployer un raisonnement mathématique rigoureux et à communiquer avec clarté à l'aide du langage mathématique, en démontrant qu'il en respecte les codes et les conventions propres. C'est donc par l'activation intégrée des trois compétences disciplinaires et à l'aide d'autres ressources qu'il parvient à résoudre des situations-problèmes.

La rubrique *Démarche et stratégies* explique comment faire évoluer une situation-problème vers une solution par la mise à contribution des trois compétences disciplinaires.

DÉMARCHE ET STRATÉGIES

Pour résoudre une situation-problème, l'adulte a besoin de stratégies efficaces qu'il adapte aux situations présentées.

Il traite des situations-problèmes en utilisant une démarche qui comprend quatre phases de résolution.

- **la représentation**;
- **la planification**;
- **l'activation**;
- **la réflexion**.

Le tableau qui suit présente sommairement chacune des phases de la démarche de résolution et quelques stratégies que l'adulte peut employer pour traiter les situations. Ces phases ne se présentent pas nécessairement de façon successive. De nombreux allers-retours entre les quatre phases peuvent être nécessaires lors de la résolution d'une situation-problème.

<table>
<tr><th colspan="2">DÉMARCHE ET STRATÉGIES</th></tr>
<tr><th colspan="2">LA REPRÉSENTATION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- L’adulte prend contact avec la situation-problème afin de bien cerner le contexte, le problème et la tâche à effectuer.
- Il construit sa représentation de la situation en utilisant des stratégies d’observation et de représentation, essentielles au raisonnement inductif.
- Durant cette appropriation du contexte et du problème, il est aussi amené à déployer des raisonnements déductifs</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• déterminer dans un tableau, la nature de la tâche à exécuter;
• écrire littéralement les éléments de la situation qui lui semblent pertinents, facilitant ainsi la recherche des contraintes économiques ou techniques pour mathématiser le problème;
• reformuler la situation dans ses propres mots et comparer sa compréhension du problème à celle de ses pairs ou encore à celle de l’enseignante ou enseignant;
• décrire les caractéristiques de la situation;
• déterminer des questions en rapport avec celle-ci.</td></tr>
<tr><th colspan="2">LA PLANIFICATION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- Pour planifier sa solution, l’adulte cherche des pistes et privilégie celles qui semblent les plus efficaces et économiques.
- Une planification correcte implique de sa part le décodage des éléments du langage mathématique, le sens des symboles et des termes, les notations.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• rechercher une règle algébrique qui tiendrait compte de la meilleure relation entre les contraintes et les conséquences imposées par la situation-problème : déterminer les paramètres pertinents de la droite baladeuse ou de la fonction économique;
• tracer une esquisse de plan cartésien.</td></tr>
<tr><th colspan="2">L’ACTIVATION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- Placé au cœur du traitement d’une situation-problème, l’adulte déploie un raisonnement mathématique en présentant graphiquement les demi-plans issus des contraintes.
- Il déduit le pas des axes en analysant les valeurs maximale et minimale que peuvent prendre les variables.
- Il utilise un langage mathématique rigoureux et respecte le sens des symboles, des termes et des notations afin d’éviter la confusion.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• procéder par essais et erreurs pour mathématiser certaines contraintes;
• faire référence à des problèmes résolus antérieurement dans le but de représenter graphiquement les demi-plans issus des contraintes;
• construire des tables de valeurs afin d’avoir deux points pour représenter les droites frontières du polygone de contraintes.</td></tr>
<tr><th colspan="2">LA RÉFLEXION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- L’adulte adopte une attitude réflexive tout au long du traitement de la situation, se questionne régulièrement sur ses étapes de son travail et sur les choix qu’il fait.
- Il fait des allers et retours sur le graphique et la fonction économique lorsque les solutions sont entières.
- Il exprime ses idées en respectant les codes et les conventions mathématiques et tient compte des contraintes de la situation dans l’expression de son message.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• confronter ses résultats avec ceux attendus ou ceux d’autres personnes;
• vérifier la cohérence de sa solution en comparant, par exemple, le nombre de solutions possibles d’un système d’équations avec le nombre de solutions trouvées ou en attestant, de façon intuitive, que les coordonnées des points trouvés sont bien celles des sommets du polygone de contraintes;
• relever les stratégies utilisées pour le traitement de la situation.</td></tr>
</table>

COMPÉTENCES TRANSVERSALES

Les compétences transversales ne se construisent pas dans l'abstrait : elles prennent racine dans des situations-problèmes et participent, à divers degrés, au développement des compétences disciplinaires, et inversement.

Plusieurs compétences transversales peuvent être monopolisées à divers degrés dans le traitement de situations de la famille *Recherche de solutions optimales*. Le programme d'études en propose deux qui apparaissent les plus appropriées pour ce cours : *Actualiser son potentiel* et *Se donner des méthodes de travail efficaces*.

Compétence d'ordre social

L'atteinte d'un but de nature professionnelle est une préoccupation quotidienne pour l'adulte qui revient aux études. Le cours d'optimisation en contexte appliqué offre un éventail de situations d'apprentissage qui conduisent à l'accomplissement de soi. L'exploitation des métiers est souvent pour l'adulte l'occasion de réfléchir et de décider de mettre son plan professionnel en avant. De plus en plus de métiers liés au génie lui sont accessibles. Des situations d'apprentissage signifiantes et contextualisées lui permettent de déceler des capacités qui peuvent lui ouvrir de nouveaux horizons. La recherche opérationnelle et la programmation linéaire représentent une grande richesse pour ce qui est de la découverte des métiers liés à certaines techniques : l'adulte apprend à reconnaître ce qui lui est accessible. C'est en ayant l'occasion de mettre ses ressources personnelles à profit qu'il arrive à *Actualiser son potentiel*, car il importe de bien se connaître et de vouloir exploiter à fond ses capacités.

Compétence d'ordre méthodologique

Le cours d'optimisation engage l'adulte, au moyen de la programmation linéaire, à développer sa compétence à *Se donner des méthodes de travail efficaces*. En effet, ce type de programmation offre une méthode très séquentielle d'optimisation des fonctions linéaires du type $z = ax + by$ soumises à plusieurs contraintes. Dès lors, le cours d'optimisation en contexte appliqué mène l'adulte à visualiser la tâche dans son ensemble, à reconnaître, parmi de multiples possibilités, les façons de faire ou certaines méthodes qui lui conviennent mieux dans une situation particulière ou un contexte déterminé. Il peut par la suite ajuster ses actions, au besoin.

CONTENU DISCIPLINAIRE

Dans ce cours, l'adulte réactive et approfondit un ensemble de savoirs arithmétiques et algébriques acquis précédemment. Afin de traiter efficacement les situations-problèmes, il complète sa formation en s'appropriant les savoirs propres à ce cours.

Savoirs prescrits

Afin de traiter efficacement les situations d'apprentissage proposées dans ce cours, l'adulte développe le procédé intégrateur énoncé comme suit :

- **optimisation d'une situation à l'aide de la programmation linéaire.**

Ce procédé, mis en valeur dans les situations d'apprentissage du présent cours, favorise l'intégration des savoirs mathématiques et des compétences disciplinaires. Les situations d'apprentissage traitées devront toucher ce procédé intégrateur.

Savoirs mathématiques	Limites et précisions
Programmation linéaire	
• Système d'inéquations du premier degré à deux variables	
• Représentation des contraintes et de la fonction à optimiser (fonction objectif ou économique)	La représentation des contraintes peut se faire sous forme algébrique ou graphique. Dans ce cours, l'expression de la fonction à optimiser est limitée par une équation de la forme $Ax + By + C = Z$ dans laquelle A, B et C sont des nombres rationnels.
• Détermination et interprétation des sommets et de la région solution (fermée ou non) • Modification des conditions de la situation pour la rendre plus efficiente	

Repères culturels

Leonhard Euler (1707-1783), mathématicien suisse qui fut un pionnier des mathématiques pures et appliquées, a laissé sa marque dans de nombreux domaines dont la théorie des nombres, la géométrie, l'optique et l'astronomie. L'origine de l'optimisation mathématique est tirée de la *Théorie de moindre action* qui traite d'un principe des plus audacieux de la science : expliquer le monde en termes d'optimisation.

La programmation linéaire, une branche de l'optimisation, trouve pour sa part sa source dans les travaux sur les systèmes d'inégalités du mathématicien français Joseph Fourrier (1768-1830). Mais la paternité de ces systèmes est attribuée au mathématicien états-unien Georges Dantzig (1914-2005). Alors qu'il était dans l'armée de l'air américaine, durant la Seconde Guerre mondiale, Dantzig mit au point la technique pour régler, à moindre coût, le problème de distribution de l'armée, mais il ne publia ses travaux qu'en 1947.

L'adulte pourrait soulever un problème fictif de distribution à plus petite échelle. La solution optimale devrait tenir compte des contraintes imposées par la situation. Il prendrait alors conscience des difficultés à surmonter pour porter secours à des victimes de catastrophe naturelle. Il comprendrait davantage l'importance de bien coordonner les actions pour sauver le plus de vies possible.

La programmation linéaire, qui allie puissance et souplesse, a été rapidement récupérée par le monde des affaires comme par celui de l'industrie. Le premier a exploité ce potentiel pour résoudre des problèmes économiques importants tandis que le second l'a mis au service de la gestion de la production.

Depuis les années 70, on trouve des applications de la programmation linéaire dans des domaines nombreux et variés comme la santé, l'environnement, l'agriculture, les communications, l'industrie pétrolière, la chimie, l'informatique, l'énergie, le transport, la production industrielle, les finances, etc. Cette percée est le fruit de l'évolution de la technologie informatique qui a permis le traitement de situations exigeant des quantités astronomiques de calculs. Des exemples donnés dans le cadre du cours permettront à l'adulte de bien saisir l'importance de la programmation linéaire dans la vie courante.

FAMILLE DE SITUATIONS D'APPRENTISSAGE

La famille *Recherche de solutions optimales* visée par ce cours regroupe les situations qui comportent un problème pouvant être traité en partie par l'optimisation, à l'aide de la programmation linéaire. Le cours *Optimisation en contexte appliqué* fournit l'occasion à l'adulte de poser des actions en vue de le rendre apte à maximiser un profit, un procédé, un nombre d'objets ou de personnes, ou encore à minimiser des coûts ou des pertes.

En traitant les situations-problèmes de ce cours, l'adulte est amené, entre autres, à cerner le lien entre les expressions littérales et les symboles d'inéquation lorsqu'il illustre son propos par des exemples de nombres, à déterminer les demi-plans qui représentent les contraintes et leur impact sur la fonction économique ou encore, à déduire certaines valeurs des points d'intersection des droites frontières, par simple substitution.

DOMAINES GÉNÉRAUX DE FORMATION

Les domaines généraux de formation couvrent les grands enjeux contemporains. Idéalement, le choix des situations à traiter doit être fait dans le respect des intentions éducatives des différents domaines généraux de formation puisque ces domaines représentent des toiles de fond sur lesquelles se greffent les situations-problèmes servant ainsi à donner du sens aux apprentissages de l'adulte. Deux de ces domaines sont particulièrement appropriés à ce cours : *Environnement et consommation* et *Orientation et entrepreneuriat*.

Environnement et consommation

L'adulte peut être amené à optimiser l'exploitation d'une terre agricole en tenant compte de la superficie réservée à certaines cultures et du coût des engrais et des fongicides. Une telle situation d'apprentissage l'amène à prendre conscience de l'interdépendance de l'environnement et de l'activité humaine, relation directement liée à l'un des axes de développement du DGF *Environnement et consommation.*

Orientation et entrepreneuriat

De nouveaux métiers sont régulièrement introduits sur le marché du travail et les défis qu'ils entraînent pour l'avenir ne cessent d'augmenter. Le cours d'optimisation en contexte appliqué pourrait permettre à l'adulte d'investiguer ces métiers en plein essor. Par exemple, la programmation linéaire peut être une porte ouverte sur l'organisation et l'analyse en génie agroalimentaire. Les situations d'apprentissage qui entraînent l'application des règles de la programmation linéaire au génie agroalimentaire proposent d'expérimenter une facette de ce métier, de mener une recherche de solutions avec la rigueur mathématique exigée. Ce type de situation d'apprentissage suggère à l'adulte d'entreprendre des projets et de mener à terme des travaux orientés vers la réalisation de soi et l'insertion dans la société, ce qui respecte l'intention éducative du DGF *Orientation et entrepreneuriat.*

EXEMPLE DE SITUATION D'APPRENTISSAGE

Toutes les situations d'apprentissage ou situations-problèmes, peu importe le domaine général de formation retenu, placent l'adulte au cœur de l'action. Elles favorisent le développement des compétences disciplinaires et transversales visées, l'acquisition de notions et de concepts mathématiques de même que la mobilisation de ressources diverses utiles à la réalisation de la tâche.

Le tableau qui suit présente les éléments nécessaires à l'élaboration de toute situation d'apprentissage ou situation-problème. On y précise ceux retenus dans l'énoncé de situation-problème décrit à la page suivante.

ÉLÉMENTS NÉCESSAIRES À L'ÉLABORATION D'UNE SITUATION D'APPRENTISSAGE, D'UNE SITUATION-PROBLÈME	
Domaine général de formation (ciblé) – Permet de contextualiser les apprentissages, de leur donner du sens.	• Environnement et consommation
Compétences disciplinaires (prescrites) – Se développent dans l'action. Nécessitent la participation active de l'adulte.	• Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes • Déployer un raisonnement mathématique • Communiquer à l'aide du langage mathématique
Famille de situations d'apprentissage (prescrite) – Regroupe des situations appropriées au cours à partir de problématiques tirées de la réalité. – Permet, entre autres, l'acquisition de connaissances mathématiques.	• Recherche de solutions optimales
Compétences transversales (ciblées) – Se développent en contexte en même temps que les compétences disciplinaires.	• Se donner des méthodes de travail efficaces
Savoirs essentiels (prescrits) – Sont des connaissances, des concepts, des notions mathématiques à acquérir.	• Voir liste

Cette rubrique propose, en fait, un exemple d'énoncé de situation-problème accompagné d'exemples d'actions associées au traitement mathématique. Il est constitué d'un contexte qui sert de fil conducteur, mais les activités d'apprentissage incluses n'y sont pas détaillées de façon formelle. L'accent est plutôt mis sur un exemple de traitement mathématique pertinent, qui respecte les quatre phases de la résolution : la représentation, la planification, l'activation et la réflexion. Toutefois, même si ce n'est pas explicite, on peut discerner les éléments qui composent cet énoncé, éléments identifiés dans le précédent tableau, soit : le domaine général de formation, les compétences disciplinaires, la famille de situations, les compétences transversales et les savoirs essentiels. Pour favoriser l'apprentissage, ces différents éléments doivent former un tout cohérent et signifiant pour l'adulte.

L'enseignante ou enseignant peut se servir de chacun des éléments comme autant d'objets de formation. Ces objets peuvent être des actions associées à chacune des phases de résolution, des actions relatives aux compétences disciplinaires ou transversales ou encore aux savoirs prescrits. L'enseignante ou enseignant a la possibilité d'utiliser l'exemple de traitement mathématique fourni pour construire d'autres tâches complexes ou d'autres activités d'apprentissage liées aux connaissances mathématiques que l'adulte doit acquérir.

Énoncé de situation-problème	**Exemples d'actions associées au traitement mathématique d'une situation-problème appartenant à la famille** ***Recherche de solutions optimales***
Un agriculteur possède une terre sur laquelle il veut semer du blé et du maïs. D'une part, il sait qu'au Québec la saison est souvent trop courte pour la culture du maïs, à moins d'ajouter de l'azote aux jeunes plants pour leur faire gagner plusieurs jours de croissance. D'autre part, le blé doit être traité pour des maladies fongiques comme la septoriose, ces maladies pouvant occasionner des pertes de l'ordre de 40 %.	**Procédé intégrateur :** *Optimisation d'une situation à l'aide de la programmation linéaire* Au cours de l'une ou l'autre des phases de résolution, l'adulte pourrait accomplir les actions suivantes : Représentation • Déterminer les éléments importants à retenir : la surface de la terre que possède l'agriculteur, le coût des produits comme la semence, le fongicide et l'engrais azoté. Planification • Diviser le problème en sous-problèmes afin de mettre en relief les relations entre les contraintes de la situation et le problème : la culture du maïs, la culture du blé, l'entretien du maïs, l'entretien du blé et les frais fixes; • Énoncer les contraintes à respecter et ce qui doit être optimisé.

Énoncé de situation-problème	Exemples d'actions associées au traitement mathématique d'une situation-problème appartenant à la famille ***Recherche de solutions optimales***	
L'adulte est appelé à déterminer la superficie qui devrait être allouée à la culture du maïs et à la culture du blé pour maximiser les rendements du cultivateur. Il devra tenir compte du coût de l'engrais azoté et du fongicide, de même que du nombre d'hectares dont dispose le cultivateur.	Activation	• Mathématiser les contraintes relatives à la culture et à l'entretien du maïs et du blé; • Reporter ces équations sur un plan cartésien pour trouver les sommets; • Déterminer la solution optimale relative à la superficie de maïs et la superficie de blé qui apportera un rendement maximal.
	Réflexion	• S'assurer que la solution maximale est bien sur le sommet le plus élevé du polygone de contraintes.

ATTENTES DE FIN DE COURS

Pour traiter les situations-problèmes de la famille *Optimisation*, l'adulte optimise une situation à l'aide de la programmation linéaire. Pour ce faire, il met en œuvre les trois compétences disciplinaires du programme, soit : *Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes*, *Déployer un raisonnement mathématique* et *Communiquer à l'aide du langage mathématique.*

Lorsque la programmation linéaire sert à résoudre des situations-problèmes, l'adulte met à profit divers modèles mathématiques et stratégies de différents ordres, combinant raisonnement et créativité pour surmonter les obstacles. Il décode l'information pertinente en vue de planifier la recherche d'une solution optimale. Il traduit les différentes contraintes en employant un système d'inéquations à deux variables et définit algébriquement la fonction à optimiser. Il représente graphiquement le polygone de contraintes et la région solution. Il détermine algébriquement les coordonnées des sommets à l'aide de matrices, ou par approximation à partir de graphique. Pour démontrer une conjecture, il déploie un raisonnement déductif structuré et utilise adéquatement la forme codifiée que requiert la démonstration. Il appuie son argumentation sur des illustrations, des explications ou des justifications. L'établissement de la preuve l'amène à solliciter divers types de raisonnement, dont la disjonction de cas. Il observe des situations particulières issues de la réalité et en généralise des éléments. Enfin, l'expérimentation de certaines situations le conduit à analyser des données en vue de dégager les conditions nécessaires et suffisantes pour tirer une conclusion, de prendre des décisions et de déterminer la meilleure façon de procéder, de permettre une optimisation ou une régulation.

L'adulte qui procède à des études de cas, à des synthèses, à des preuves ou à des démonstrations et à des exposés pour traiter des situations-problèmes liées à la programmation linéaire cible astucieusement l'intention des messages mathématiques à émettre ou à interpréter. Il sélectionne le médium, le type de discours et de registre de représentation adaptés à l'interlocuteur et à l'intention du message. Il effectue aisément le passage d'un registre à un autre. Il utilise un large éventail de stratégies de communication qui lui permettent, entre autres, de réguler la transmission d'un message selon les réactions spécifiques de l'interlocuteur ou pour tenir compte d'exigences nouvelles. Il s'approprie un langage qui combine de façon pertinente des termes courants, mathématiques, techniques et scientifiques.

Tout au long de sa résolution de situations-problèmes, l'adulte utilise ses connaissances sur la programmation linéaire. L'emploi des symboles, des termes et des notations liés à ces savoirs est exact et les lois, théorèmes, corolaires ou lemmes déduits ou induits par l'adulte sont toujours validés à l'aide de différentes sources afin de bonifier sa bibliothèque mathématique personnelle. De plus, il n'hésite pas à demander de l'aide lorsqu'une difficulté se présente.

CRITÈRES D'ÉVALUATION DES COMPÉTENCES VISÉES PAR LE COURS

Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes

- *Manifestation, oralement ou par écrit, d'une compréhension adéquate de la situation-problème*
- *Mobilisation de stratégies et de savoirs mathématiques appropriés à la situation-problème*
- *Élaboration d'une solution* appropriée à la situation-problème*
- *Validation appropriée des étapes** de la solution élaborée*

* La solution comprend une démarche, des stratégies et un résultat.
** Le modèle mathématique, les opérations, les propriétés ou relations.

Déployer un raisonnement mathématique

- *Formulation d'une conjecture appropriée à la situation*
- *Utilisation correcte des concepts et des processus mathématiques appropriés*
- *Mise en œuvre convenable d'un raisonnement mathématique adapté à la situation*
- *Structuration adéquate des étapes d'une démarche pertinente*
- *Justification congruente des étapes d'une démarche* pertinente

Communiquer à l'aide du langage mathématique

- *Interprétation juste d'un message à caractère mathématique*
- *Production d'un message conforme à la terminologie, aux règles et aux conventions propres à la mathématique et en fonction du contexte*

Cours

MAT-5161-2

Modélisation algébrique et graphique en contexte appliqué 2

Mathématique

PRÉSENTATION DU COURS

Le but du cours *Modélisation algébrique et graphique en contexte appliqué 2* est de rendre l'adulte apte à traiter des situations qui requièrent une représentation à l'aide d'un modèle algébrique ou graphique exprimant un lien de dépendance entre quantités, dans une perspective appliquée.

L'adulte qui suit le cours interprète les paramètres dans divers registres. Il apprend à modéliser certaines situations par une fonction périodique. Si l'étude du cercle trigonométrique introduit, d'une part, le concept de fonction sinusoïdale, elle soutient, d'autre part, l'établissement d'une correspondance entre les radians et les degrés ainsi que le calcul des longueurs d'arcs dans l'une ou l'autre de ces unités. Cependant, seul le modèle sinusoïdal est analysé dans tous les registres et les opérations sur les fonctions sont abordées à l'aide de situations concrètes. Ainsi, en plus d'intégrer à ses savoirs la forme générale et la forme factorisée de la fonction du second degré, l'adulte découvre que cette dernière ($h(x)$) peut s'obtenir par le produit ou l'addition de deux fonctions ($f(x)$ et $g(x)$). Il est aussi amené à constater que la fonction rationnelle découle du quotient de deux fonctions polynomiales. Par ailleurs, introduite en 3^{e} et 4^{e} secondaire, l'analyse de situations où le taux de variation change selon l'intervalle considéré se poursuit à l'aide de plusieurs modèles fonctionnels qui interviennent dans la description du comportement de deux variables dans un intervalle donné.

Au terme de ce cours, l'adulte sera en mesure de représenter des situations concrètes à l'aide de diverses fonctions dont la fonction sinusoïdale. Sa production, juste et claire, sera réalisée dans le respect des règles et des conventions mathématiques. La représentation algébrique ou graphique d'une situation à l'aide de fonctions réelles et d'opérations sur ces dernières lui permettra d'induire des résultats par interpolation ou extrapolation. De plus, il utilisera différents registres de représentation pour généraliser le comportement à un ensemble de situations.

COMPÉTENCES DISCIPLINAIRES

La résolution des situations-problèmes dans ce cours implique le recours aux trois compétences disciplinaires, soit :

- *Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes*;
- *Déployer un raisonnement mathématique*;
- *Communiquer à l'aide du langage mathématique*.

L'emploi de stratégies efficaces incite l'adulte à déployer un raisonnement mathématique rigoureux et à communiquer avec clarté à l'aide du langage mathématique, en démontrant qu'il en respecte les

codes et les conventions propres. C'est donc par l'activation intégrée des trois compétences disciplinaires et à l'aide d'autres ressources qu'il parvient à résoudre des situations-problèmes.

La rubrique *Démarche et stratégies* explique comment faire évoluer une situation-problème vers une solution par la mise à contribution des trois compétences disciplinaires.

DÉMARCHE ET STRATÉGIES

Pour résoudre une situation-problème, l'adulte a besoin de stratégies efficaces qu'il adapte aux situations présentées.

Il traite les situations-problèmes en utilisant une démarche qui comprend quatre phases de résolution :

- **la représentation**;
- **la planification**;
- **l'activation**;
- **la réflexion**.

Le tableau qui suit présente sommairement chacune des phases de la démarche de résolution et quelques exemples de stratégies que l'adulte peut employer pour traiter les situations. Ces phases ne se présentent pas nécessairement de façon successive. De nombreux allers-retours entre les quatre phases peuvent être nécessaires lors de la résolution d'une situation-problème.

DÉMARCHE ET STRATÉGIES	
LA REPRÉSENTATION	
- L'adulte prend contact avec la situation-problème afin de bien cerner le contexte, le problème et la tâche à effectuer. Il utilise des stratégies d'observation et de représentation essentielles au raisonnement inductif. - Il accroît sa familiarisation avec les symboles et les notations liées aux savoirs mathématiques ayant trait aux fonctions et aux réciproques exprimées sous la forme générale.	
Exemples de stratégies	• écrire littéralement les éléments de la situation qui lui semblent pertinents, facilitant ainsi la recherche d'un lien de dépendance afin de déterminer les variables de la situation; • estimer en illustrant par des exemples de nombres, le type de relation qui unit les variables de la situation; • représenter, à l'aide d'une esquisse de plan cartésien, le lien de dépendance entre les variables; • faire de fausses suppositions dans le but de faire émerger une incohérence ou une absurdité pour corroborer ses perceptions ou les remettre en question.
LA PLANIFICATION	
- L'adulte cherche des pistes de solutions et privilégie celles qui semblent les plus efficaces et économiques. - Il cherche à extrapoler des résultats à l'aide d'une règle algébrique ou d'un graphique et élargit ainsi ses réseaux de ressources cognitives. - Il décode les éléments du langage mathématique tels que le sens des symboles, des termes et des notations ainsi que les différents registres de représentation, afin de planifier correctement la solution.	
Exemples de stratégies	• tracer une carte conceptuelle liant les différentes étapes de la solution; • se référer à une liste d'éléments à considérer en vue de consolider son plan de travail (le pas des axes, l'intervalle de croissance ou de décroissance, l'existence d'un maximum ou d'un minimum, etc.).
L'ACTIVATION	
- Placé au cœur d'une situation-problème, l'adulte établit des liens structurés et fonctionnels entre les connaissances par le raisonnement, élargissant ainsi les réseaux de ressources cognitives de nature mathématique. - L'utilisation de stratégies l'amène à l'association d'images, d'objets ou de concepts à des termes et à des symboles mathématiques, et à transposer les données d'un registre de représentation à un autre.	
Exemples de stratégies	• changer de perspective; • déterminer par recherche systématique la règle algébrique d'une fonction, sous forme générale; • rechercher des combinaisons dans le but de déterminer la règle d'une fonction quadratique.
LA RÉFLEXION	
- L'adulte adopte une attitude réflexive tout au long du traitement de la situation et se questionne régulièrement sur ses étapes de travail, et sur les choix qu'il fait, avec l'intention de valider sa solution. - La mise en œuvre du raisonnement pourrait l'amener à émettre des conjectures sur des cas limites ou particuliers afin de valider certains résultats obtenus. - Il s'assure, par l'utilisation de stratégies, que les variables dépendante et indépendante sont bien définies, que les axes sont bien gradués, qu'il ne manque aucune unité de mesure et que les données sont bien retranscrites.	
Exemples de stratégies	• vérifier la cohérence de sa solution en s'assurant, par exemple, que les valeurs trouvées respectent l'image de la fonction ou en validant une interpolation ou une extrapolation graphique par la substitution des valeurs des variables dans l'expression algébrique.

COMPÉTENCES TRANSVERSALES

Les compétences transversales ne se construisent pas dans l'abstrait : elles prennent racine dans des situations-problèmes et participent, à divers degrés, au développement des compétences disciplinaires, et inversement.

Plusieurs compétences transversales peuvent être monopolisées à divers degrés dans le traitement de situations de la famille *Relations entre quantités*. Le programme d'études en propose deux qui apparaissent les plus appropriées pour ce cours : *Exploiter les technologies de l'information et de la communication* et *Exploiter l'information*.

Compétence d'ordre méthodologique

L'adulte qui souhaite compiler des données tirées d'une situation en vue d'en faire l'analyse peut utiliser des outils informatiques comme un tableur ou un logiciel de construction de graphiques. Ces outils facilitent non seulement la représentation graphique, mais aussi la modification ou la manipulation de paramètres en vue de simulations et d'extrapolations. L'*Exploitation des technologies de l'information et de la communication* pourrait faire prendre conscience à l'adulte que l'appropriation de ces technologies peut introduire une dimension beaucoup plus dynamique dans ses travaux.

Compétence d'ordre intellectuel

L'information contenue dans des études sur des phénomènes physiques et naturels n'est pas nécessairement incluse dans un texte ou dans un tableau. Les données peuvent provenir de différentes sondes et exiger une certaine organisation afin d'être interprétées de la façon la plus juste possible pour en tirer les informations nécessaires. L'adulte pourrait ainsi apprendre à *Exploiter l'information* à partir de données brutes. Cette compétence l'amènerait à faire la nuance entre données et informations, et à comprendre qu'une organisation adéquate permet un éclairage qui favorise l'interprétation d'une situation.

CONTENU DISCIPLINAIRE

Dans ce cours, l'adulte réactive et approfondit l'ensemble des savoirs arithmétiques et algébriques acquis précédemment. Afin de traiter efficacement les situations-problèmes, il complète sa formation en s'appropriant les savoirs propres à ce cours.

Savoirs prescrits

En vue de traiter efficacement les situations d'apprentissage proposées, l'adulte développe trois procédés intégrateurs énoncés comme suit :

- **la représentation d'une situation par un modèle algébrique ou graphique;**
- **l'interpolation ou l'extrapolation à partir d'un modèle graphique;**
- **la généralisation d'un ensemble de situations par un modèle fonctionnel algébrique ou graphique.**

Ces procédés, mis en valeur dans les situations d'apprentissage du présent cours, favorisent l'intégration des savoirs mathématiques et des compétences disciplinaires. Les situations d'apprentissage traitées doivent toucher à l'un ou l'autre de ces procédés intégrateurs. Toutefois, l'ensemble des situations choisies doit être assez vaste pour couvrir les trois procédés.

Savoirs mathématiques	Limites et précisions
Expressions numériques et algébriques	
• Complétion de carré • Division de polynômes de 2^e degré à une ou deux variables par un binôme du 1^{er} degré	La complétion de carré est utilisée pour la factorisation et le passage entre différentes formes d'écriture pour la fonction polynomiale du second degré. Les polynômes ont un maximum de quatre termes.
Relation, fonction et réciproque	
• Expérimentation, observation, interprétation, description et représentation de différentes fonctions réelles et de leur réciproque	La représentation des fonctions peut se faire : • verbalement • à l'aide d'une table de valeurs • algébriquement • graphiquement

<table>
<tr><th>Savoirs mathématiques</th><th>Limites et précisions</th></tr>
<tr><td>Relation, fonction et réciproque (Suite)</td><td>Les fonctions réelles à l'étude sont les suivantes :

polynomiale du second degré (forme générale, canonique et factorisée)
$f(x) = ax^2 + bx + c$
$f(x) = a(x - h)^2 + k$
$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$
exponentielle
$f(x) = a\,c^{b(x-h)} + k$
logarithmique
$f(x) = a\log_c b(x - h) + k$
rationnelle (forme canonique)
$f(x) = a\left(\frac{1}{b(x-h)}\right) + k$
et forme $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$
où a, b, c et d $\in \mathbb{R}$ et $cx+d \neq 0$
racine carrée
$f(x) = a\sqrt{b(x-h)} + k$
sinusoïdale
$f(x) = a \sin b(x - h) + k$
et
$f(x) = a \cos b(x - h) + k$
tangente
$f(x) = a \tan b(x - h) + k$
partie entière
$f(x) = a\,[b(x - h)] + k$

Pour l'expérimentation, la modélisation de données expérimentales s'effectue en associant, aux nuages de points, les courbes apparentées aux modèles fonctionnels à l'étude.</td></tr>
</table>

Savoirs mathématiques	Limites et précisions
Relation, fonction et réciproque (*Suite*)	
	Dans l'étude des fonctions exponentielle et logarithmique, les bases 2, 10 et e sont à privilégier. Le développement du concept de réciproque se poursuit en 5^{e} secondaire; il est principalement associé aux fonctions logarithmique, rationnelle, exponentielle et racine carrée. La fonction polynomiale du 2^{e} degré a été introduite et est reconduite sous sa forme canonique. Le passage à la forme factorisée nécessite le réinvestissement des cas de factorisation vus en 4^{e} secondaire. Le passage à la forme générale nécessite le développement de l'expression canonique et permet l'établissement d'une correspondance entre les paramètres. Pour le passage de la forme générale à la forme canonique, l'adulte fait référence aux correspondances établies ou procède par complétion de carré.
• Opérations sur les fonctions	Les quatre opérations sont à l'étude en plus de la composition de fonctions.
• Description et interprétation des propriétés d'une fonction	Les propriétés des fonctions réelles à l'étude dans ce cours sont : • le domaine et le codomaine (l'image) • la croissance et la décroissance • les extremums • le signe • les coordonnées à l'origine
• Interprétation du paramètre additif dans les différents registres de représentation	Les registres de représentation à l'étude sont : • la table de valeurs • la règle • le graphique

Savoirs mathématiques	Limites et précisions
Relation, fonction et réciproque (*Suite*) • Résolution d'équations et d'inéquations à une variable	Les équations et inéquations à l'étude sont les suivantes : • trigonométriques du 1er degré contenant soit un sinus, soit un cosinus ou une tangente • 2e degré • racine carrée • rationnelle • exponentielle et logarithmique mettant à profit les propriétés des exposants et des logarithmes *Les concepts d'arc sinus, d'arc cosinus et d'arc tangente sont principalement abordées à titre d'opérations réciproques au regard de la résolution d'équations ou d'inéquations. Il en est de même des concepts de racine carrée et de logarithme introduits dans les classes précédentes.*
Système • Résolution graphique de situations impliquant des systèmes d'équations ou d'inéquations faisant intervenir divers modèles fonctionnels	

Repères culturels

De tout temps, l'homme a cherché à fabriquer des instruments pour se faciliter la vie. Dans le développement de ses compétences mathématiques, l'adulte pourra constater que la conception de plusieurs de ces instruments ou machines fait appel à la modélisation, que le raisonnement mathématique est lié à leur fabrication et que leur utilisation nécessite le recours à des registres de représentation graphique.

L'analyse de l'évolution de certains instruments actuels, comme le sphygmomanomètre pour la mesure de la tension artérielle ou encore le multimètre, favorise l'établissement de liens entre la modélisation algébrique et les professions ou techniques instrumentées du domaine des sciences. Par exemple, l'adulte pourrait analyser plus spécifiquement un appareil photo numérique. Au moyen d'une expérimentation, et à l'aide des représentations graphiques, il pourrait étudier les liens entre la résolution, le format, les pixels, la taille et la capacité de stockage de l'appareil et déterminer si ces liens sont fonctionnels. Il s'appliquera à déterminer de quel type de fonction il s'agit, le cas échéant.

L'adulte pourrait aussi observer que la quête de précision dans l'établissement de mesures de toutes sortes a traversé les époques.

FAMILLE DE SITUATIONS D'APPRENTISSAGE

La famille *Relation entre quantités* regroupe les situations qui comportent un problème pouvant être traité en partie par une représentation fondée sur un modèle fonctionnel algébrique ou graphique exprimant une relation entre quantités. Le cours *Modélisation algébrique et graphique en contexte appliqué 2* fournit l'occasion à l'adulte de poser des actions en vue de le rendre apte à exprimer une relation ou un lien de dépendance entre des quantités.

En traitant les situations-problèmes de ce cours, l'adulte est amené, entre autres, à accroître sa familiarisation avec les symboles et les notations liés aux savoirs mathématiques ayant trait aux fonctions et aux réciproques exprimées sous la forme générale, à extrapoler des résultats à l'aide d'une règle algébrique ou d'un graphique ou encore, à utiliser l'échelle appropriée au contexte pour représenter graphiquement la situation-problème afin que cette représentation garde tout son sens par rapport à la situation.

DOMAINES GÉNÉRAUX DE FORMATION

Les domaines généraux de formation couvrent les grands enjeux contemporains. Idéalement, le choix des situations à traiter doit être fait dans le respect des intentions éducatives des différents domaines généraux de formation puisque ces domaines représentent des toiles de fond sur lesquelles se greffent les situations-problèmes servant ainsi à donner du sens aux apprentissages de l'adulte. Deux de ces domaines sont particulièrement appropriés à ce cours : *Environnement et consommation* et *Orientation et entrepreneuriat*.

Environnement et consommation

L'adulte intéressé par les catastrophes naturelles comme les tremblements de terre pourrait, grâce à une situation d'apprentissage portant sur le sujet, établir un lien entre la fonction logarithmique et le calcul de la magnitude d'un séisme. Il découvrirait que cette donnée n'est pas une échelle, mais une fonction logarithmique continue. En raison de ce caractère logarithmique, lorsque l'énergie libérée par le séisme varie d'un facteur de dix, la magnitude change d'une unité. Un séisme de magnitude sept sur l'échelle de Richter sera alors dix fois plus fort qu'un autre de magnitude six. L'adulte pourrait donc profiter de l'occasion pour mieux connaître son environnement et améliorer sa compréhension de certains phénomènes, ce qui est directement lié à l'un des axes de développement du DGF, *Environnement et consommation.*

Orientation et entrepreneuriat

L'adulte placé dans une situation d'apprentissage liée aux mathématiques financières pourrait avoir à déterminer un taux annuel d'intérêt et la valeur d'un dépôt à terme pour différentes années d'investissement s'il connaît le montant initial investi de même que sa valeur dix ans plus tard. La mobilisation de connaissances relatives aux fonctions exponentielles dans une situation semblable peut permettre de donner un sens à l'apprentissage de ce type de fonction, tout en se familiarisant avec l'épargne. Ainsi, l'adulte pourrait s'approprier des stratégies liées à la réalisation d'un projet qui lui tient à cœur, ce qui est en relation directe avec l'un des axes de développement du DGF, *Orientation et entrepreneuriat.*

EXEMPLE DE SITUATION D'APPRENTISSAGE

Toutes les situations d'apprentissage ou situations-problèmes, peu importe le domaine général de formation retenu, placent l'adulte au cœur de l'action. Elles favorisent le développement des compétences disciplinaires et transversales visées, l'acquisition de notions et de concepts mathématiques de même que la mobilisation de ressources diverses utiles à la réalisation de la tâche.

Le tableau qui suit présente les éléments nécessaires à l'élaboration de toute situation d'apprentissage ou situation-problème. On y précise ceux retenus dans l'énoncé de situation-problème décrit à la page suivante.

Éléments nécessaires à l'élaboration d'une situation d'apprentissage, d'une situation-problème	
Domaine général de formation (ciblé) – Permet de contextualiser les apprentissages, de leur donner du sens.	• Orientation et entrepreneuriat
Compétences disciplinaires (prescrites) – Se développent dans l'action. Nécessitent la participation active de l'adulte.	• Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes • Déployer un raisonnement mathématique • Communiquer à l'aide du langage mathématique
Famille de situations d'apprentissage (prescrite) – Regroupe des situations appropriées au cours à partir de problématiques tirées de la réalité. – Permet, entre autres, l'acquisition de connaissances mathématiques.	• Relation entre quantités
Compétences transversales (ciblées) – Se développent en contexte en même temps que les compétences disciplinaires.	• Exploiter les technologies de l'information et de la communication • Exploiter l'information
Savoirs essentiels (prescrits) – Sont des connaissances, des concepts, des notions mathématiques à acquérir.	• Voir liste

Cette rubrique propose, en fait, un exemple d'énoncé de situation-problème accompagné d'exemples d'actions associées au traitement mathématique. Cet énoncé est constitué d'un contexte qui sert de fil conducteur, mais les activités d'apprentissage incluses n'y sont pas détaillées de façon formelle. L'accent est plutôt mis sur un exemple de traitement mathématique pertinent, qui respecte les quatre phases de la résolution : la représentation, la planification, l'activation et la réflexion. Toutefois, même si ce n'est pas explicite, on peut discerner les éléments qui composent cet énoncé, éléments identifiés dans le précédent tableau, soit : le domaine général de formation, les compétences disciplinaires, la famille de situations, les compétences transversales et les savoirs essentiels. Pour favoriser l'apprentissage, ces différents éléments doivent former un tout cohérent et signifiant pour l'adulte.

L'enseignante ou enseignant peut se servir de chacun des éléments comme autant d'objets de formation. Ces objets peuvent être des actions associées à chacune des phases de résolution, des actions relatives aux compétences disciplinaires ou transversales ou encore aux savoirs prescrits. L'enseignante ou enseignant a la possibilité d'utiliser l'exemple de traitement mathématique fourni pour construire d'autres tâches complexes ou d'autres activités d'apprentissage liées aux connaissances mathématiques que l'adulte doit acquérir.

Énoncé de situation-problème	**Exemples d'actions associées au traitement mathématique d'une situation-problème appartenant à la famille *Relation entre quantités***	
Un adulte souhaite en connaître davantage sur le métier d'expert en reconstitution de scènes de collision de véhicules. Il veut se familiariser avec des concepts relatifs à ce type de reconstitution. L'expert fait appel à certains concepts mathématiques en plus de la collecte des données sur la reconstitution de l'événement, de l'interprétation des éléments physiques retrouvés sur les lieux de la collision, des photos de la scène et de la confection d'un croquis.	**Procédé intégrateur :** *Généralisation d'un ensemble de situations par un modèle fonctionnel algébrique ou graphique* Au cours de l'une ou l'autre des phases de résolution, l'adulte pourrait accomplir les actions suivantes :	
	Représentation	• Sélectionner les informations pertinentes (la masse et l'accélération dans ce cas-ci) et écarter celles qui sont superflues (l'adhérence des pneus, le temps de réaction, le type de surface, le climat, etc.); • Réfléchir à la nécessité d'utiliser plusieurs expériences similaires pour espérer en tirer une généralisation.
	Planification	• Choisir plusieurs expériences similaires, tant en accélération qu'en décélération; • Faire une liste des éléments appropriés à la représentation graphique, à la masse et à l'accélération dans ce cas-ci.

Énoncé de situation-problème	Exemples d’actions associées au traitement mathématique d’une situation-problème appartenant à la famille *Relation entre quantités*	
Par exemple, à partir de données issues d’expériences, l’adulte détermine la relation entre l’accélération (ou la décélération) d’un véhicule et sa masse et cherche si une généralisation de cette règle est possible, entre autres lorsque la vitesse initiale est modifiée.	Activation	• Construire un tableau de données liées à la situation, tout en tenant compte des limites des instruments de mesure employés et de leur précision; • Pour une vitesse initiale donnée, chercher la règle algébrique qui lie l’accélération et la masse; • Répéter l’opération avec des vitesses initiales différentes; • Comparer les relations ainsi établies pour dégager une règle de correspondance générale entre l’accélération et la masse, règle qui soit valable quelle que soit la vitesse initiale.
	Réflexion	• Proposer des raisons probables ou vraisemblables expliquant le fait que l’équation ne concorde pas parfaitement avec les données analysées (erreurs humaines, erreurs de mesure, limite des instruments utilisés pour relever ces mesures, etc.).

ATTENTES DE FIN DE COURS

Pour résoudre des situations-problèmes de la famille *Relations entre quantités*, l'adulte se représente une situation, effectue des interpolations ou extrapolations et généralise un ensemble de situations par un modèle algébrique ou graphique. Pour ce faire, il met en œuvre les trois compétences disciplinaires du programme, soit : *Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes*, *Déployer un raisonnement mathématique* et *Communiquer à l'aide du langage mathématique*.

L'adulte qui se représente une situation-problème à l'aide d'un modèle algébrique ou graphique décrit, symbolise, code, décode, explique ou illustre les informations tirées de tables de valeurs ou de règles algébriques. Il combine, au besoin, différents registres de représentation pour produire un message, tout en respectant les notations, les règles et les conventions du langage mathématique. Il utilise des stratégies de résolution de situations-problèmes dans le but d'établir des comparaisons, de proposer des correctifs, de présenter des solutions avantageuses ou optimales ou bien d'émettre des recommandations. Il formule des critiques constructives et prend des décisions éclairées à propos de problématiques issues de divers domaines, y compris celui des techniques (graphiques, biologiques, physiques, administratives, etc.).

L'interpolation ou l'extrapolation des résultats à partir d'un modèle algébrique ou graphique en vue de prendre des décisions met à profit divers modèles fonctionnels et stratégies de différents ordres, combinant raisonnement et créativité pour surmonter les obstacles de la problématique. L'adulte déploie un raisonnement déductif structuré et se familiarise avec la forme codifiée que requiert la démonstration. Il appuie son argumentation sur des illustrations, des explications ou des justifications. Il fait appel à différents types de preuve et sollicite divers types de raisonnement, dont la disjonction de cas. Ce dernier type est notamment sollicité par l'analyse ou la réalisation d'étude de cas ou par la mise en œuvre d'un processus de généralisation menant à la validation d'une conjecture. Il observe des cas particuliers issus de la réalité et généralise ses observations.

Lorsque l'adulte généralise un ensemble de situations par un modèle algébrique ou graphique, il précise son intention de communication. Au besoin, il effectue le passage d'un registre à un autre. Il démontre sa compréhension des problématiques à l'étude en utilisant un large éventail de stratégies de communication permettant, entre autres, de réguler la transmission d'un message selon les réactions spécifiques de l'interlocuteur ou pour tenir compte d'exigences nouvelles. Il s'approprie et réinvestit avec justesse un langage qui combine de façon pertinente des termes courants, mathématiques, techniques et scientifiques. Il déduit de nouvelles règles algébriques en associant différentes opérations sur les fonctions qu'il maîtrise déjà et les démontre en justifiant toutes les étapes de sa démarche. De plus, il utilise efficacement les paramètres des fonctions pour illustrer des généralités sur un ensemble de fonctions.

Tout au long de sa résolution de situations-problèmes, l'adulte utilise ses connaissances en lien avec les savoirs mathématiques : relations, fonctions, réciproque et système d'équations. L'emploi des symboles, des termes et des notations liés à ces savoirs est exact et les lois, théorèmes, corolaires ou lemmes déduits ou induits par l'adulte sont toujours validés à l'aide de différentes sources afin de bonifier sa bibliothèque mathématique personnelle. De plus, il n'hésite pas à demander de l'aide lorsqu'une difficulté se présente.

CRITÈRES D'ÉVALUATION DES COMPÉTENCES VISÉES PAR LE COURS

Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes

- *Manifestation, oralement ou par écrit, d'une compréhension adéquate de la situation-problème*
- *Mobilisation de stratégies et de savoirs mathématiques appropriés à la situation-problème*
- *Élaboration d'une solution* appropriée à la situation-problème*
- *Validation appropriée des étapes** de la solution élaborée*

* La solution comprend une démarche, des stratégies et un résultat.
** Le modèle mathématique, les opérations, les propriétés ou relations.

Déployer un raisonnement mathématique

- *Formulation d'une conjecture appropriée à la situation*
- *Utilisation correcte des concepts et des processus mathématiques appropriés*
- *Mise en œuvre convenable d'un raisonnement mathématique adapté à la situation*
- *Structuration adéquate des étapes d'une démarche pertinente*
- *Justification congruente des étapes d'une démarche* pertinente

Communiquer à l'aide du langage mathématique

- *Interprétation juste d'un message à caractère mathématique*
- *Production d'un message conforme à la terminologie, aux règles et aux conventions propres à la mathématique et en fonction du contexte*

Cours

MAT-5163-2

Représentation géométrique en contexte appliqué 2

Mathématique

PRÉSENTATION DU COURS

Le but du cours *Représentation géométrique en contexte appliqué 2* est de rendre l'adulte apte à traiter des situations qui requièrent la représentation et la description de transformations géométriques bidimensionnelles d'un objet ou d'un lieu géométrique, dans une perspective appliquée.

L'adulte qui suit le cours élargit son réseau notionnel aux figures équivalentes, aux relations métriques dans le cercle et à la trigonométrie dans le triangle. Il fait l'étude de nouveaux savoirs mathématiques, les vecteurs et leur représentation géométrique l'aidant à faire des liens avec les sciences. L'adulte détermine la résultante, établit un lien avec une composée de translations, le triangle et le parallélogramme. Dans les situations faisant intervenir la projection orthogonale d'un vecteur, les relations trigonométriques sont mises à contribution. Comme pour l'étude des vecteurs, celle des positions relatives de deux cercles de même que la construction du segment représentant la distance d'un point à un cercle ou à une ellipse favorisent le transfert du concept de distance à d'autres situations. Les savoirs mathématiques de lieu et de position relative y sont introduits selon une approche intuitive. L'adulte poursuit la construction de ces savoirs en cherchant, par l'exploration ou l'observation, la figure correspondant à la description d'un lieu et, réciproquement, il décrit le lieu correspondant à une figure donnée. L'accent est mis sur la description d'un lieu géométrique de façon à mettre en évidence les conditions nécessaires et suffisantes pour le comprendre et en tirer profit. Ainsi, lorsqu'il procède à une telle description, l'adulte en effectue d'abord une traduction directe à l'aide du concept de distance. Il recourt ensuite à son sens des expressions algébriques ainsi qu'aux manipulations qui lui sont familières pour modifier cette expression sans en perdre le sens. Il émet et valide des conjectures sur un lieu, c'est-à-dire sur la position possible d'un ensemble de points qui répond à des conditions précises. Il construit des lieux en mobilisant des propriétés et en imaginant des mécanismes ou des procédures, il les trace ou les modifie à l'aide de transformations géométriques. La construction des savoirs liés au lieu géométrique implique donc l'exploration de plusieurs lieux différents, mais aussi la reconnaissance d'un même lieu engendré selon des procédés différents. Une telle étude est propice à l'établissement de liens avec le domaine de la science et ceux de la formation professionnelle et technique.

Au terme de ce cours, l'adulte sera en mesure de décrire et de représenter des transformations géométriques à l'aide des relations trigonométriques, des propriétés des figures équivalentes et des relations métriques dans le cercle. La géométrie analytique, enrichie de l'apport des matrices, lui permettra de modéliser algébriquement certaines transformations géométriques d'objets. Par ailleurs, l'adulte sera à même de décrire, de représenter et de généraliser certaines caractéristiques de lieux géométriques dans le plan cartésien à l'aide de vecteurs, et ce, dans le respect des règles et des conventions mathématiques utilisées en géométrie.

COMPÉTENCES DISCIPLINAIRES

Pour résoudre des situations-problèmes, l'adulte a recours aux trois compétences disciplinaires, soit :

- *Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes*;
- *Déployer un raisonnement mathématique*;
- *Communiquer à l'aide du langage mathématique*.

L'emploi de stratégies efficaces incite l'adulte à déployer un raisonnement mathématique rigoureux et à communiquer avec clarté à l'aide du langage mathématique, en démontrant qu'il en respecte les codes et les conventions propres. C'est donc par l'activation intégrée des trois compétences disciplinaires et à l'aide d'autres ressources qu'il parvient à résoudre des situations-problèmes.

La rubrique *Démarche et stratégies* explique comment faire évoluer une situation-problème vers une solution par la mise à contribution des trois compétences disciplinaires.

DÉMARCHE ET STRATÉGIES

Pour résoudre une situation-problème, l'adulte a besoin de stratégies efficaces qu'il adapte aux situations présentées.

Il traite les situations-problèmes en utilisant une démarche qui comprend quatre phases de résolution :

- **la représentation**;
- **la planification**;
- **l'activation**;
- **la réflexion**.

Le tableau qui suit présente sommairement chacune des phases de la démarche de résolution et quelques exemples de stratégies que l'adulte peut employer pour traiter les situations. Ces phases ne se présentent pas nécessairement de façon successive. De nombreux allers-retours entre les quatre phases peuvent être nécessaires lors de la résolution d'une situation-problème.

<table>
<tr><th colspan="2">DÉMARCHE ET STRATÉGIES</th></tr>
<tr><th colspan="2">LA REPRÉSENTATION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- L’adulte prend contact avec la situation-problème afin de bien cerner le contexte, le problème et la tâche à effectuer. Il utilise des stratégies essentielles au raisonnement inductif.
- Il fait émerger des idées de relations probables ou vraisemblables, idées qui s’exprimeront par la suite sous forme de conjecture formelle. Il utilise, pour ce faire, des stratégies qui clarifient les différentes régularités et les invariants.
- Il distingue le sens des termes utilisés en mathématique de leur sens commun pour comprendre ce qu’on entend, entre autres, par foyer, ellipse, sommet, arc, etc. et il utilise différentes sources d’information pour bien se représenter le problème.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• déterminer, à partir de devis, de plans à l’échelle ou de descriptions littérales, la nature de la tâche à effectuer;
• écrire littéralement les éléments de la situation qui semblent pertinents, facilitant ainsi la recherche de mesures ou de représentation spatiale;
• se représenter la situation-problème mentalement ou par écrit;
• reformuler les énoncés dans ses propres mots afin d’illustrer son appropriation de la situation-problème.</td></tr>
<tr><th colspan="2">LA PLANIFICATION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- Pour planifier sa solution, l’adulte cherche des pistes et privilégie celles qui semblent les plus efficaces et économiques.
- Il recourt à différents registres de représentation pour souligner des propriétés des transformations géométriques et témoigne ainsi du déploiement d’un raisonnement.
- Il décrit littéralement l’image obtenue d’un objet à la suite d’une transformation géométrique en tenant compte des éléments du langage mathématique.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• diviser la situation-problème en sous-problèmes, par exemple pour déterminer une mesure à partir des relations métriques dans le cercle;
• utiliser des listes, des tableaux, des schémas, du matériel concret ou des dessins en vue de préparer la mise en œuvre de la solution.</td></tr>
<tr><th colspan="2">L’ACTIVATION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- Au cœur du traitement d’une situation-problème, l’adulte se réfère rigoureusement aux éléments du langage mathématique et pour éviter la confusion, il respecte le sens des symboles, des termes et des notations.
- S’il veut démontrer une proposition de géométrie à l’aide de vecteurs, il repère alors des régularités en explorant différents cas de figure liés aux propriétés des vecteurs.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• tracer, à partir des caractéristiques d’une conique, une esquisse pour anticiper des résultats;
• résoudre certaines situations-problèmes à rebours lorsque la solution comporte plusieurs étapes ou que plusieurs données sont absentes;
• analyser les effets d’une transformation géométrique sur une figure plane pour bien comprendre, par exemple, le lien établi avec les paramètres de la règle algébrique ou matricielle.</td></tr>
<tr><th colspan="2">LA RÉFLEXION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- L’adulte adopte une attitude réflexive tout au long du traitement de la situation et se questionne régulièrement sur ses étapes de travail, et sur les choix qu’il fait, avec l’intention de valider sa solution.
- Il émet des conjectures sur des cas limites ou particuliers de triangles quelconques afin de valider certains résultats en utilisant le raisonnement.
- Il s’assure de la clarté de son message et vérifie si les codes et les conventions sont respectés.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• valider sa solution au moyen d’exemples ou de contre-exemples;
• déterminer les stratégies liées au traitement de situations-problèmes en géométrie (appliquer une règle, se référer à un énoncé de géométrie, utiliser une formule, etc.).</td></tr>
</table>

COMPÉTENCES TRANSVERSALES

Les compétences transversales ne se construisent pas dans l'abstrait : elles prennent racine dans des situations-problèmes et participent, à divers degrés, au développement des compétences disciplinaires, et inversement.

Plusieurs compétences transversales peuvent être monopolisées à divers degrés durant le traitement de situations de la famille *Mesure et représentation spatiale*. Le programme d'études en propose deux qui apparaissent les plus appropriées pour ce cours : *Exploiter l'information* et *Exploiter les technologies de l'information et de la communication*.

Compétence d'ordre intellectuel

L'adulte qui traite une situation portant sur l'architecture ou l'urbanisation peut être amené à effectuer une recherche d'information relative aux coniques associées à de tels contextes. Il aurait non seulement à repérer cette information et à juger de sa valeur, mais également à l'organiser en respectant les contraintes liées au problème. C'est ainsi que l'adulte est amené à mobiliser et à développer sa compétence à *Exploiter l'information*.

Compétence d'ordre méthodologique

L'étude des mouvements produits dans une animation pourrait amener l'adulte à s'adonner lui-même à cette forme d'art à l'aide d'un support informatique. Dans un premier temps, il se familiariserait avec un nouvel environnement informatique afin de réaliser des transformations géométriques d'objets simples. Dans un second temps, il exploiterait sa connaissance du médium pour produire une animation plus complexe. L'adulte serait alors amené à mobiliser et à développer sa compétence à *Exploiter les technologies de l'information et de la communication*.

CONTENU DISCIPLINAIRE

Dans ce cours, l'adulte réactive et approfondit l'ensemble des savoirs géométriques et algébriques acquis précédemment. Afin de traiter efficacement les situations-problèmes, il complète sa formation en s'appropriant les savoirs suivants.

Savoirs prescrits

En vue de traiter efficacement les situations d'apprentissage proposées, l'adulte développe trois procédés intégrateurs énoncés comme suit :

- **la description et la représentation graphique et algébrique de transformations géométriques d'objets bidimensionnels;**
- **la description et la représentation graphique et algébrique de lieux géométriques;**
- **la généralisation d'énoncés géométriques à l'aide de vecteurs.**

Ces procédés, mis en valeur dans les situations d'apprentissage du présent cours, favorisent l'intégration des savoirs mathématiques et des compétences disciplinaires. Les situations d'apprentissage traitées doivent toucher à l'un ou l'autre de ces procédés intégrateurs. Toutefois, l'ensemble des situations choisies doit être assez vaste pour couvrir les trois procédés.

Savoirs mathématiques	Limites et précisions
Transformations géométriques	
• Représentation et description d'une transformation géométrique	Les représentations de transformations géométriques sont faites à l'aide : • de règles algébriques • de matrices (*l'écriture matricielle est introduite dans une perspective de synthétisation*)
Recherche de mesures	
• Figures équivalentes	
• Détermination de mesures : o d'arcs ou d'angles, o de longueurs (segments, cordes), o d'aires, o de volumes, o de capacités.	Ces mesures doivent mettre à profit les propriétés des figures isométriques, semblables ou équivalentes, des transformations géométriques ainsi que des relations métriques ou trigonométriques. *Les relations trigonométriques à l'étude dans ce cours sont :* • *la loi des sinus* • *la loi des cosinus* *Les relations métriques à l'étude dans ce cours se limitent à celles liées au cercle. Pour plus de précision, consulter la liste des énoncés à la fin du tableau des savoirs mathématiques.*

Savoirs mathématiques	Limites et précisions
Lieu géométrique et position relative : lieux plans et coniques • Description, représentation et construction de lieux géométriques (lieux plans et coniques) **Relations trigonométriques** • Cercle trigonométrique (radian et longueur d'arc) • Manipulation d'expressions trigonométriques simples à l'aide des définitions (sinus, cosinus, tangente, sécante, cosécante et cotangente)	Les lieux plans à l'étude sont des lieux géométriques faisant intervenir uniquement des droites ou des cercles. Les coniques à l'étude sont : • la parabole (centrée à l'origine et translatée) • le cercle (centré à l'origine et translaté) • l'ellipse (centrée à l'origine et translatée) • l'hyperbole (centrée à l'origine et translatée) Les éléments décrits se limitent : • au rayon • aux axes • à la directrice • aux sommets • aux foyers • aux asymptotes • aux régions *La description des coniques, à l'aide de règle algébrique, se limite à la forme canonique.* Seules les identités pythagoriciennes ainsi que des propriétés de périodicité et de symétrie sont à l'étude dans ce cours.
Vecteurs • Résultante et projection • Opérations sur les vecteurs	Les vecteurs à l'étude sont de type géométrique ou libre. Les opérations sur les vecteurs se limitent : • à l'addition et à la soustraction de vecteurs • à la multiplication d'un vecteur par un scalaire • au produit scalaire de deux vecteurs

Énoncés

L'adulte doit maîtriser les énoncés prescrits suivants. Ils peuvent être utilisés dans une preuve ou une démonstration.

E13. Les médianes d'un triangle déterminent six triangles équivalents.

E14. Le milieu de l'hypoténuse d'un triangle rectangle est équidistant des trois sommets.

E15. Les côtés d'un triangle sont proportionnels au sinus des angles opposés (loi des sinus).

E16. Le carré de la longueur d'un côté d'un triangle quelconque est égal à la somme des carrés des longueurs des autres côtés, moins le double du produit des longueurs des autres côtés par le cosinus de l'angle compris entre ces deux côtés (loi des cosinus).

E17. Tout diamètre perpendiculaire à une corde partage cette corde et chacun des arcs qu'elle sous-tend en deux parties isométriques.

E18. Un angle inscrit a pour mesure la moitié de celle de l'arc compris entre ses côtés.

E19. Toute perpendiculaire à l'extrémité d'un rayon est tangente au cercle, et réciproquement.

E20. Dans un même cercle ou dans deux cercles isométriques, deux cordes isométriques sont à la même distance du centre, et réciproquement.

E21. Deux droites parallèles, sécantes ou tangentes à un cercle, interceptent sur le cercle, entre les deux droites parallèles, des arcs congrus.

E22. Si, d'un point P extérieur à un cercle de centre O, on mène deux tangentes aux points A et B du cercle, alors le segment OP est la bissectrice de l'angle APB et la longueur du segment PA est égale à la longueur du segment PB.

E23. La mesure d'un angle dont le sommet est situé à l'intérieur d'un cercle est égale à la demi-somme des mesures des arcs interceptés par les côtés de l'angle et par leurs prolongements.

E24. La mesure d'un angle dont le sommet est situé à l'extérieur d'un cercle est égale à la demi-différence entre les mesures des arcs interceptés par les côtés de l'angle.

E25. Lorsque deux cordes se coupent dans un cercle, le produit des mesures des segments de l'une égale le produit des mesures des segments de l'autre.

E26 Si, d'un point P extérieur à un cercle, on mène deux sécantes PAB et PCD, alors $m\overline{PA} \times m\overline{PB} = m\overline{PC} \times m\overline{PD}$.

Repères culturels

Bien que la planification urbaine existe probablement depuis l'avènement des premières cités, l'urbanisme a été élevé au rang de science en 1867 avec l'ouvrage d'Ildefonso Cerdà intitulé *Théorie générale de l'urbanisation*. Ce n'est toutefois qu'au XX^{e} siècle que cette discipline s'est développée, grâce à la création d'organisations et d'écoles spécialisées. C'est d'ailleurs au cours de cette période que le Baron Haussmann a réaménagé une partie de la ville de Paris afin de l'embellir, mais aussi de faciliter la circulation des piétons, et celle de l'air dans le but de l'assainir. Aujourd'hui, l'urbanisme est un champ disciplinaire qui touche l'organisation des espaces d'habitations et des carrefours giratoires qui s'apparentent à des coniques.

On peut facilement s'imaginer la complexité de la gestion d'une ville de la taille de Montréal. Heureusement, des logiciels spécialisés aident les ingénieurs à accomplir leurs tâches de planification et de représentation. Une initiation à l'urbanisme pourrait se traduire par la réalisation de divers projets proposés à l'adulte dans le cadre du cours.

FAMILLE DE SITUATIONS D'APPRENTISSAGE

La famille *Mesure et représentation spatiale* regroupe les situations qui comportent un problème pouvant être traité en partie par la description ou la représentation mathématique de transformations géométriques d'objets ou de lieux géométriques. Le cours *Représentation géométrique en contexte appliqué 2* fournit l'occasion à l'adulte de poser des actions en vue de développer ses capacités de représentation spatiale.

En traitant les situations-problèmes de ce cours, l'adulte est amené, entre autres, à démontrer des énoncés de géométrie liés aux relations métriques dans le cercle en s'appuyant sur plusieurs exemples avant de tirer des conclusions, à appliquer les propriétés des transformations géométriques ou encore, à vérifier son message en consultant différentes sources d'information ou en comparant sa compréhension du message à celle de ses pairs.

DOMAINES GÉNÉRAUX DE FORMATION

Les domaines généraux de formation couvrent les grands enjeux contemporains. Idéalement, le choix des situations à traiter devrait être fait dans le respect des intentions éducatives des différents domaines généraux de formation puisque ces domaines représentent des toiles de fond sur lesquelles se greffent les situations-problèmes servant ainsi à donner du sens aux apprentissages de l'adulte. Deux de ces domaines sont particulièrement appropriés à ce cours : *Vivre-ensemble et citoyenneté* et *Médias*.

Vivre-ensemble et citoyenneté

Dans le but d'amorcer une prise de conscience chez l'adulte et de l'amener à adopter une attitude d'ouverture sur le monde et de respect de la diversité, certaines situations d'apprentissage pourraient consister à retrouver un objet ou un individu à l'aide d'un système de localisation. Supposons, par exemple, que l'on ait à trouver la trace d'une personne portée disparue et qui dispose d'un téléphone portable. À l'aide de capteurs, il est possible de la localiser par triangulation. Ainsi, en plus du traitement mathématique de la situation, l'adulte est amené à peser les avantages et les inconvénients des systèmes de positionnement globaux utilisés pour les loisirs, pour des raisons d'économie ou de sécurité. L'adulte serait donc plus à même de porter un jugement critique sur les dérives éventuelles de tels systèmes, et de préserver l'équilibre entre la sécurité de la collectivité et la liberté individuelle. Ce questionnement rejoint l'orientation de l'un des axes de développement du DGF *Vivre-ensemble et citoyenneté*.

Médias

Certaines situations d'apprentissage pourraient offrir à l'adulte la chance de s'approprier des modes de production de documents médiatiques qui incluent, par exemple, des techniques d'animation informatisées. On peut envisager une situation d'apprentissage dans laquelle il aurait à créer une animation dont les mouvements seraient programmés à l'aide d'un logiciel approprié. Une telle séquence faciliterait l'intégration des savoirs relatifs aux transformations géométriques et aux matrices en programmation linéaire. Cette approche reflète bien l'orientation de l'un des axes de développement du DGF *Médias*.

EXEMPLE DE SITUATION D'APPRENTISSAGE

Toutes les situations d'apprentissage ou situations-problèmes, peu importe le domaine général de formation retenu, placent l'adulte au cœur de l'action. Elles favorisent le développement des compétences disciplinaires et transversales visées, l'acquisition de notions et de concepts mathématiques de même que la mobilisation de ressources diverses utiles à la réalisation de la tâche.

Le tableau qui suit présente les éléments nécessaires à l'élaboration de toute situation d'apprentissage ou situation-problème. On y précise ceux retenus dans l'énoncé de situation-problème décrit à la page suivante.

ÉLÉMENTS NÉCESSAIRES À L'ÉLABORATION D'UNE SITUATION D'APPRENTISSAGE, D'UNE SITUATION-PROBLÈME	
Domaine général de formation (ciblé) – Permet de contextualiser les apprentissages, de leur donner du sens.	• Vivre-ensemble et citoyenneté
Compétences disciplinaires (prescrites) – Se développent dans l'action. Nécessitent la participation active de l'adulte.	• Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes • Déployer un raisonnement mathématique • Communiquer à l'aide du langage mathématique
Famille de situations d'apprentissage (prescrite) – Regroupe des situations appropriées au cours à partir de problématiques tirées de la réalité. – Permet, entre autres, l'acquisition de connaissances mathématiques.	• Mesure et représentation spatiale
Compétences transversales (ciblées) – Se développent en contexte en même temps que les compétences disciplinaires.	• Exploiter l'information • Exploiter les technologies de l'information et de la communication
Savoirs essentiels (prescrits) – Sont des connaissances, des concepts, des notions mathématiques à acquérir.	• Voir liste

Cette rubrique propose, en fait, un exemple d'énoncé de situation-problème accompagnée d'exemples d'actions associées au traitement mathématique. Il est constitué d'un contexte qui sert de fil conducteur, mais les activités d'apprentissage incluses n'y sont pas détaillées de façon formelle. L'accent est plutôt mis sur un exemple de traitement mathématique pertinent, qui respecte les quatre phases de la résolution : la représentation, la planification, l'activation et la réflexion. Toutefois, même si ce n'est pas explicite, on peut discerner les éléments qui composent cet énoncé, éléments identifiés dans le précédent tableau, soit : le domaine général de formation, les compétences disciplinaires, la famille de situations, les compétences transversales et les savoirs essentiels. Pour favoriser l'apprentissage, ces différents éléments doivent former un tout cohérent et signifiant pour l'adulte.

L'enseignante ou enseignant peut se servir de chacun des éléments comme autant d'objets de formation. Ces objets peuvent être des actions associées à chacune des phases de résolution, des actions relatives aux compétences disciplinaires ou transversales ou encore aux savoirs prescrits. L'enseignante ou enseignant a la possibilité d'utiliser l'exemple de traitement mathématique fourni pour construire d'autres tâches complexes ou d'autres activités d'apprentissage liées aux connaissances mathématiques que l'adulte doit acquérir.

<table>
<tr><th>Énoncé de situation-problème</th><th>Exemples d'actions associées au traitement mathématique
d'une situation-problème appartenant à la famille
Mesure et représentation spatiale</th></tr>
<tr><td>Dans certains pays d'Europe, le mouvement tectonique des plaques déforme localement le paysage de façon marquée. En Suisse par exemple, les cadastres de certaines maisons doivent être revus et corrigés en fonction du temps.</td><td>Procédé intégrateur : Description et représentation graphique et algébrique de transformations géométriques d'objets bidimensionnels

Au cours de l'une ou l'autre des phases de résolution, l'adulte pourrait accomplir les actions suivantes :

Représentation
• Décoder les éléments qui se prêtent au traitement mathématique;
• Schématiser, à l'aide d'une esquisse de plan cartésien, le déplacement des points du terrain.

Planification
• Faire l'inventaire de ses connaissances en matière de vecteurs et de transformations géométriques;
• Anticiper les différentes étapes de sa solution en tenant compte des limites liées au contexte de la situation.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Énoncé de situation-problème</th><th colspan="2">Exemples d’actions associées au traitement mathématique d’une situation-problème appartenant à la famille
Mesure et représentation spatiale</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Afin de comprendre le phénomène, l’adulte doit décrire et représenter, à l’aide de matrices et de vecteurs, le déplacement des coordonnées (x, y) des points délimitant un terrain, déplacement dû aux perturbations naturelles. De plus, il doit éprouver son modèle en prévoyant le comportement de points limites sous l’influence des perturbations, si ces dernières sont considérées stationnaires (constante dans le temps), par exemple : mouvement de 2 mètres vers le sud et de 3 mètres vers l’est, tous les 125 ans.

Un schéma accompagné d’une légende explique les perturbations naturelles.</td><td>Activation</td><td>Calculer, à l’aide de vecteurs, la position des points du terrain et déterminer les composantes de la matrice modélisant la perturbation énoncée dans le problème, ces composantes pouvant être des rotations, des homothéties ou des translations;
Appliquer des règles sur les matrices et effectuer des opérations sur les vecteurs dans le but de résoudre le problème.</td></tr>
<tr><td>Réflexion</td><td>Soumettre sa solution à la critique en la partageant avec son enseignante ou enseignant et ses pairs, dans le but d’y apporter des modifications;
Valider ses prévisions auprès de ses pairs;
Consulter des documents de référence afin d’établir des liens avec la réalité du problème.</td></tr>
</table>

ATTENTES DE FIN DE COURS

Pour résoudre des situations-problèmes de la famille *Mesure et représentation spatiale*, l'adulte décrit et représente graphiquement et algébriquement des transformations géométriques d'objets, décrit et représente graphiquement ou algébriquement des lieux géométriques et généralise des énoncés géométriques à l'aide de vecteurs. Pour ce faire, il met en œuvre les trois compétences disciplinaires du programme, soit : *Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes*, *Déployer un raisonnement mathématique* et *Communiquer à l'aide du langage mathématique*.

L'adulte qui décrit et représente graphiquement des transformations géométriques d'objets utilise diverses stratégies à toutes les étapes de la mise en œuvre de sa solution. Ses raisonnements font appel à l'écriture matricielle ou algébrique de transformations géométriques en vue de comparer, de proposer des correctifs, de présenter des solutions avantageuses ou optimales ou bien d'émettre des recommandations sur des plans, devis, machines, instruments de mesure, etc. Il formule des critiques constructives et prend des décisions éclairées à propos de problématiques issues de divers domaines y compris celui des techniques (graphiques, biologiques, physiques, administratives, etc.). Il décrit et illustre le fonctionnement ou l'utilisation de divers instruments à l'aide de transformations géométriques. De plus, il schématise la construction d'objets ou de figures à l'aide de figures équivalentes, de lieu géométrique, de distance ou de position relative. Il détermine des mesures nécessaires à la solution en exploitant les savoirs mathématiques liés aux relations métriques ou trigonométriques dans le triangle quelconque et dans le cercle.

La description et la représentation graphique ou algébrique des lieux géométriques mettent à profit divers modèles mathématiques et des stratégies de différents ordres, combinant raisonnement et créativité pour surmonter un obstacle. L'adulte observe des cas particuliers issus de la réalité et généralise ses observations. Il analyse des données en vue de dégager les conditions nécessaires et suffisantes pour tirer une conclusion, prendre des décisions et déterminer la meilleure façon de procéder, d'optimiser ou de réguler une situation. De plus, il appuie ses raisonnements sur un plan euclidien ou cartésien afin de déterminer des mesures, d'optimiser des distances, de construire des lieux géométriques, de représenter les positions relatives de figures ou de justifier des recommandations.

Lorsqu'il démontre un théorème de géométrie à l'aide de vecteurs, l'adulte traduit les hypothèses et la thèse de façon vectorielle et construit une égalité. Il développe cette égalité et utilise judicieusement la loi de Chasles afin de réduire le plus possible l'égalité de départ. Au besoin, il met à profit les propriétés du produit scalaire de deux vecteurs. Il établit des liens entre la notation vectorielle et les propriétés des figures géométriques. De plus, il justifie toutes les étapes de sa solution de façon à rendre sa communication claire et efficace.

Tout au long de sa résolution de situations-problèmes, l'adulte utilise ses connaissances en lien avec les savoirs mathématiques, soit les transformations géométriques, les lieux géométriques, les relations trigonométriques ainsi que les vecteurs. L'emploi des symboles, des termes et des notations liés à ces savoirs est exact et les lois, théorèmes, corolaires ou lemmes déduits ou induits par l'adulte sont toujours validés à l'aide de différentes sources afin de bonifier sa bibliothèque mathématique personnelle. De plus, il n'hésite pas à demander de l'aide lorsqu'une difficulté se présente.

CRITÈRES D'ÉVALUATION DES COMPÉTENCES VISÉES PAR LE COURS

Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes

- *Manifestation, oralement ou par écrit, d'une compréhension adéquate de la situation-problème*
- *Mobilisation de stratégies et de savoirs mathématiques appropriés à la situation-problème*
- *Élaboration d'une solution* appropriée à la situation-problème*
- *Validation appropriée des étapes** de la solution élaborée*

* La solution comprend une démarche, des stratégies et un résultat.
** Le modèle mathématique, les opérations, les propriétés ou relations.

Déployer un raisonnement mathématique

- *Formulation d'une conjecture appropriée à la situation*
- *Utilisation correcte des concepts et des processus mathématiques appropriés*
- *Mise en œuvre convenable d'un raisonnement mathématique adapté à la situation*
- *Structuration adéquate des étapes d'une démarche pertinente*
- *Justification congruente des étapes d'une démarche* pertinente

Communiquer à l'aide du langage mathématique

- *Interprétation juste d'un message à caractère mathématique*
- *Production d'un message conforme à la terminologie, aux règles et aux conventions propres à la mathématique et en fonction du contexte*

6.4 Séquence Sciences naturelles

Dans la séquence *Sciences naturelles*, l'adulte stimule le développement de ses compétences, exploite et approfondit ses connaissances et s'approprie de nouveaux réseaux de ressources cognitives de nature mathématique. Sa capacité d'abstraction l'amène à établir de multiples liens entre les différents champs mathématiques, notamment l'algèbre et la géométrie. Dans ses productions, il manie plus habilement et de façon formelle le symbolisme, les règles et les conventions et il fournit des démonstrations.

La séquence que nous abordons met l'accent sur la modélisation. La détermination d'un modèle mathématique qui traduit une réalité rend l'adulte plus habile à jongler avec plusieurs types de liens de dépendance, avec des figures géométriques et des processus probabilistes et statistiques. Il analyse une situation, un phénomène ou un comportement pour en dégager des régularités ou des tendances; il interpole, extrapole et procède à des généralisations d'éléments. Ces explorations se traduisent parfois par des simulations et peuvent conduire à l'établissement de liens entre des concepts statistiques et algébriques. Ainsi, l'adulte découvre toute la richesse que peut apporter la mathématique à la société. La séquence *Sciences-naturelles* le prépare à poursuivre ses études en science de la nature ou en recherche. Les portes de la formation professionnelle et technique lui sont également ouvertes. Le contexte associé aux différents cours de cette séquence est qualifié de fondamental.

Les situations proposées font appel aux savoirs de la mathématique ainsi qu'à ceux d'autres domaines d'apprentissage. L'adulte se trouve parfois placé dans des contextes purement mathématiques, tout en continuant de traiter des situations concrètes, de nature scientifique en particulier. Les situations d'apprentissage concernant le domaine de la science sont privilégiées, car elles permettent d'acquérir des méthodes liées à la recherche et à l'investigation scientifique. Ces situations sont variées et comportent divers éléments tels :

- des contextes biologiques comme la multiplication des cellules ou les épidémies;
- des contextes économiques, où s'insère l'étude de différents taux et périodes de financement;
- des phénomènes cycliques (les marées, les saisons, les données physiologiques, les mécanismes engendrant des mouvements, les variations de la position d'une personne ou d'un pendule en mouvement);
- des contextes démographiques ou biologiques;
- des contextes associés à la physique comme l'analyse de situations où interviennent des déplacements successifs, des forces ou des vitesses.

La séquence *Sciences naturelles* fait aussi appel à des situations liées à l'arpentage, à la topographie, à la géodésie, à la biologie, à la biométrie, à l'optique, à la mécanique, à l'électricité, à la chimie, à la météorologie ou à l'informatique. De plus, des activités d'apprentissage ayant un lien avec diverses sciences peuvent être réalisées par l'adulte afin de caractériser cette séquence et de mettre en valeur le rôle ou l'apport de la mathématique à la société, que ce soit par l'organisation d'expositions et d'entrevues avec un physicien ou un mathématicien, de visites dans des centres pharmaceutiques, météorologiques ou de robotique, etc. Et afin d'accompagner les adultes qui éprouvent des difficultés d'apprentissage en mathématique, un comité d'entraide peut aussi être mis sur pied. Ces activités de soutien permettent de cultiver une attitude positive à l'égard de cette science, de mieux comprendre les différents concepts qu'elle sous-tend et de s'engager de manière différente dans divers travaux.

L'apprentissage est également appuyé par la technologie. Elle stimule le raisonnement en piquant la curiosité de l'adulte et en suscitant la formulation de diverses conjectures. Le caractère visuel de ces outils constitue un apport à la construction d'une image mentale des situations présentées. Certains logiciels qualifiés de « dynamiques » permettent d'observer ce qui se produit lorsque les valeurs de certains paramètres sont modifiées. Ils offrent la possibilité de générer diverses conjectures qui suscitent à leur tour d'autres questions et mettent progressivement en place un processus d'exploration apte à soutenir la mise en forme d'une preuve.

L'adulte bénéficie, tout au long de son cheminement dans la séquence *Sciences naturelles*, de maintes occasions de raffiner ses méthodes de travail, de s'intéresser aux procédés de recherche, de discuter de sciences et de développer des compétences disciplinaires et transversales dans des situations signifiantes. Principal agent de sa formation, l'adulte fait preuve d'autonomie dans ses réalisations. Cette séquence lui offre donc une formation intellectuelle qui le prépare à agir avec efficience dans un monde en évolution.

6.4.1 Cours de la 4e secondaire

Cours

MAT-4171-2

Modélisation algébrique et graphique en contexte fondamental 1

Mathématique

PRÉSENTATION DU COURS

Le but du cours *Modélisation algébrique et graphique en contexte fondamental 1* est de rendre l'adulte apte à traiter des situations qui requièrent une représentation par un modèle algébrique ou graphique exprimant un lien de dépendance entre quantités, dans une perspective fondamentale.

L'adulte qui suit le cours approfondit ses connaissances en algèbre en vue d'analyser toutes les nuances des fonctions en cause. L'étude de la fonction en escalier lui offre la possibilité d'approfondir son sens du nombre réel et son raisonnement, en particulier lorsqu'il représente et compare les fonctions *plus grand entier*, *troncature*, *arrondi* ainsi que *partie fractionnaire*. L'écriture sous forme canonique est privilégiée pour dégager les paramètres des fonctions retenues. L'adulte comprend la raison d'être de ces paramètres lorsqu'il analyse leur rôle dans la fonction, leur effet sur les graphiques (transformation de la fonction de base) ainsi que leurs liens avec les données initiales de la situation. Les observations et les manipulations peuvent être exécutées avec ou sans outils technologiques, selon l'intention pédagogique poursuivie. Le recours à la technologie autorise cependant le ciblage plus rapide d'un modèle, la mise en relief de son analyse et de sa justification plutôt que sur la manipulation algébrique. Les situations-problèmes du cours permettent de dégager des données — présentées verbalement, algébriquement, graphiquement ou par une table des valeurs —, de modéliser, de dégager des régularités, d'interpoler ou d'extrapoler en vue d'une analyse approfondie d'une situation. Bon nombre de situations-problèmes conduisent l'adulte à démontrer ses aptitudes à effectuer des manipulations algébriques. Pour arriver à une ou à plusieurs solutions, elles commandent la mise à profit de la rigueur mathématique ainsi que des stratégies déductives. De plus, les situations-problèmes comportent des tâches qui amènent l'adulte à valider et à rectifier, au besoin, la ou les solutions élaborées. D'autres situations impliquent des preuves formelles associées à différents savoirs, notamment des propriétés et des manipulations d'expressions algébriques. D'autres encore permettent d'analyser un modèle en déterminant et en interprétant la valeur des paramètres. Celles qui font appel au concept de corrélation font émerger un raisonnement qui, soutenu par une compréhension des liens de dépendance et une capacité d'abstraction, mène à reconnaître une relation de cause à effet. Celles qui concernent des systèmes d'équations ou des inéquations requièrent la description et l'interprétation d'informations. Enfin, certaines situations appellent un traitement de données dans un même registre de représentation, notamment en écriture de règles des fonctions du second degré sous une forme canonique, générale ou factorisée, alors que d'autres favorisent la transposition d'un registre à un autre.

Au terme de ce cours, l'adulte sera en mesure de représenter des situations concrètes à l'aide de l'algèbre. Sa production, juste et claire, témoignera du respect des règles et des conventions mathématiques. La représentation algébrique ou graphique d'une situation à partir de fonctions réelles et de leur réciproque permettra à l'adulte d'induire ou de déduire des résultats par interpolation ou extrapolation. De plus, il utilisera différents registres de représentation afin de généraliser le comportement à un ensemble de situations.

COMPÉTENCES DISCIPLINAIRES

Pour résoudre des situations-problèmes de ce cours, l'adulte a recours aux trois compétences disciplinaires, soit :

- *Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes*;
- *Déployer un raisonnement mathématique*;
- *Communiquer à l'aide du langage mathématique*.

L'emploi de stratégies efficaces incite l'adulte à déployer un raisonnement mathématique rigoureux et à communiquer avec clarté à l'aide du langage mathématique, en démontrant qu'il en respecte les codes et les conventions propres. C'est donc par l'activation intégrée des trois compétences disciplinaires et à l'aide d'autres ressources que l'adulte parvient à résoudre des situations-problèmes.

La rubrique Démarche et *stratégies* explique comment faire évoluer une situation-problème vers une solution par la mise à contribution des trois compétences disciplinaires.

DÉMARCHE ET STRATÉGIES

Lors de la résolution d'un problème, l'adulte a besoin de stratégies efficaces qu'il adapte aux situations qui lui sont présentées.

Il traite des situations-problèmes en utilisant une démarche qui comprend quatre phases de résolution :

- **la représentation**;
- **la planification**;
- **l'activation**;
- **la réflexion**.

Le tableau qui suit présente sommairement chacune des phases de la démarche de résolution et quelques exemples de stratégies que l'adulte peut employer pour traiter les situations. Ces phases ne se présentent pas nécessairement de façon successive. De nombreux allers-retours entre les quatre phases peuvent être nécessaires lors de la résolution d'une situation-problème.

DÉMARCHE ET STRATÉGIES	
LA REPRÉSENTATION	
- L'adulte prend contact avec la situation-problème afin de bien cerner le contexte, le problème et la tâche à effectuer. - Il construit sa représentation de la situation en utilisant des stratégies d'observation et de représentation, essentielles au raisonnement inductif. - Par différents raisonnements déductifs, il pourrait vérifier son hypothèse en attribuant des valeurs de plus en plus grandes à une variable pour constater leur effet sur la valeur de l'autre variable.	
Exemples de stratégies	• utiliser un tableau afin de faire ressortir les variables en jeu; • construire une esquisse de plan cartésien; • reformuler littéralement ou à l'aide de symboles le lien de dépendance entre les variables; • explorer la situation-problème, en substituant des valeurs numériques dans des fractions algébriques afin d'observer les variations du quotient.
LA PLANIFICATION	
- Pour planifier sa solution, l'adulte cherche des pistes et privilégie celles qui semblent les plus efficaces et économiques. - Il peut recourir à son raisonnement afin d'établir des liens structurés et fonctionnels entre ses connaissances, élargissant ainsi ses réseaux de ressources cognitives de nature mathématique. - Il cherche, par exemple, à extrapoler des résultats à l'aide d'une règle algébrique ou d'un graphique.	
Exemples de stratégies	• schématiser les grandes étapes de la solution; • inventorier les éléments qui seront nécessaires à la représentation graphique ou algébrique de la situation en fonction du registre de représentation retenu : caractéristiques de la fonction-graduation des axes du graphique-variable dépendante et variable indépendante.
L'ACTIVATION	
- Placé au cœur du traitement d'une situation-problème, il détermine, à l'aide du raisonnement, les liens entre la variation des paramètres de la règle d'une fonction et la transformation du graphique cartésien correspondant. - Il peut aussi déterminer les éléments nécessaires comme l'échelle, les propriétés et les contraintes liées au domaine de la fonction pour illustrer graphiquement une fonction, tout en respectant le sens des symboles, des termes et des notations mathématiques.	
Exemples de stratégies	• procéder par essais et erreurs pour attribuer des valeurs aux variables, de façon à déterminer les contraintes et les propriétés mathématiques des fractions algébriques; • résoudre chacune des étapes préalablement divisées.
LA RÉFLEXION	
- L'adulte adopte une attitude réflexive tout au long du traitement de la situation et se questionne régulièrement sur ses étapes de travail, et sur les choix qu'il fait, avec l'intention de valider sa solution. - À l'aide du raisonnement, il émet des conjonctures sur des cas limites ou particuliers afin de valider certains résultats. - Il prend soin de définir clairement les variables dépendante et indépendante, de graduer précisément les axes, d'utiliser une unité de mesure appropriée et de bien retranscrire les données.	
Exemples de stratégies	• vérifier, par tâtonnement, si une fonction est croissante ou décroissante en substituant différentes valeurs dans la règle de cette dernière pour un intervalle donné; • vérifier la cohérence de la solution d'un système de relations en prenant un couple dans la région solution du système pour s'assurer que celui-ci est solution à la fois de la première et de la deuxième relation; • remettre en question sa manière de procéder pour déterminer des radicaux négatifs dans la détermination de zéros, là où une solution réelle avait été prévue.

COMPÉTENCES TRANSVERSALES

Les compétences transversales ne se construisent pas dans l'abstrait : elles prennent racine dans des situations-problèmes et participent, à divers degrés, au développement des compétences disciplinaires, et inversement.

Plusieurs compétences transversales peuvent contribuer au traitement de situations de la famille *Relations entre quantités*. Le programme d'études en propose deux qui apparaissent les plus appropriées pour ce cours : *Exploiter les technologies de l'information et de la communication* et *Exploiter l'information*.

Compétence d'ordre méthodologique

L'adulte qui fait face à un problème le moindrement complexe requiert un mode de visualisation qui lui permet de cibler plus rapidement un modèle. Pour comprendre le lien entre le taux de radiation de l'uranium et la distance qui sépare le lieu de son exploitation de son domicile, l'adulte peut *Exploiter les technologies de l'information et de la communication* pour créer et manipuler des graphiques en modifiant certains de leurs paramètres. Le recours à la technologie permet de mettre l'accent sur l'analyse de la situation.

Compétence d'ordre intellectuel

L'adulte est souvent placé dans une situation d'apprentissage qui a fait l'objet d'une expérimentation et dont les résultats ont déjà été publiés. Dans sa quête d'informations liées à la situation qu'il souhaite modéliser, il découvre une vaste quantité de renseignements contradictoires ou de valeur inégale. L'occasion est alors propice à la mise à profit de sa compétence à *Exploiter l'information*. La sélection d'une information pertinente l'amène à valider la fiabilité de ses sources. De plus, il doit organiser cette information, ce qui lui demande une bonne dose de rigueur intellectuelle.

CONTENU DISCIPLINAIRE

Dans ce cours, l'adulte réactive et approfondit l'ensemble des savoirs arithmétiques et algébriques acquis précédemment. Afin de traiter efficacement les situations-problèmes, il complète sa formation en s'appropriant les savoirs propres à ce cours.

Savoirs prescrits

En vue de traiter efficacement les situations d'apprentissage proposées dans ce cours, l'adulte développe trois procédés intégrateurs énoncés comme suit :

- **la représentation d'une situation par un modèle algébrique ou graphique;**
- **l'interpolation ou l'extrapolation à partir d'un modèle algébrique ou graphique;**
- **la généralisation d'un ensemble de situations par un modèle algébrique ou graphique.**

Ces procédés, mis en valeur dans les situations d'apprentissage du présent cours, favorisent l'intégration des savoirs mathématiques et des compétences disciplinaires. Les situations d'apprentissage traitées doivent toucher à l'un ou l'autre de ces procédés intégrateurs. Toutefois, l'ensemble des situations choisies doit être assez vaste pour couvrir les trois procédés.

Savoirs mathématiques	Limites et précisions
Manipulation d'expressions algébriques	
• Opérations sur les expressions algébriques	Les opérations sur les expressions algébriques se limitent : • à la multiplication • à la division de polynômes par un binôme (avec ou sans reste) • à la réduction d'expressions rationnelles (fractions rationnelles)
• Développement, réduction ou substitution d'expressions à l'aide d'identités algébriques remarquables	Les identités algébriques remarquables du second degré sont : • le trinôme carré parfait • la différence de deux carrés
• Complétion de carré	La complétion de carré est utilisée pour la factorisation et le passage entre différentes formes d'écriture pour la fonction polynomiale du second degré.
• Factorisation de trinômes à l'aide des racines	La factorisation se fait à l'aide des racines du polynôme, lorsque celles-ci existent : $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
• Résolution d'équations et d'inéquations du 1^{er} degré à une ou deux variables et du 2^{e} degré à une variable	Les résolutions d'équations et d'inéquations se font : • algébriquement • graphiquement

<table>
<tr><th>Savoirs mathématiques</th><th>Limites et précisions</th></tr>
<tr><td>Relation et fonction
Expérimentation, observation, interprétation, description et représentation de fonctions réelles</td><td>Les fonctions réelles à l’étude dans ce cours sont :
polynomiale du second degré
forme générale $f(x) = ax^2 + bx + c$
forme factorisée $f(x) = a(x – x_1)(x – x_2)$
forme canonique $f(x) = a(x – h)^2+k$
en escalier
(partie entière du plus grand entier non supérieur à x)
$f(x) = a[b(x – h)]+k$
La représentation de la fonction peut se faire :
verbalement
à l’aide d’une table de valeurs
algébriquement
graphiquement, avec ou sans soutien technologique</td></tr>
<tr><td>Description et interprétation des propriétés des fonctions réelles</td><td>Les propriétés des fonctions réelles à l’étude dans ce cours sont :
le domaine et le codomaine (l’image)
la croissance et la décroissance
les extremums
le signe
les coordonnées à l’origine</td></tr>
<tr><td>Interprétation des paramètres multiplicatif et additif
Passage d’une forme d’écriture à une autre pour la fonction polynomiale du 2e degré</td><td></td></tr>
</table>

Savoirs mathématiques	Limites et précisions
Système • Représentation d'une situation à l'aide de droites ou de demi-plans	L'étude des propriétés des droites fait référence : • aux droites parallèles • aux droites sécantes • aux droites confondues • aux droites perpendiculaires L'équation de la droite peut être : • sous la forme générale Ax + By + C = 0 • sous la forme canonique y = ax + b • sous la forme symétrique $\left(\frac{x}{a}+\frac{y}{b}\right)$ = 1
• Résolution de systèmes d'équations du 1er degré à deux variables • Résolution de systèmes composés d'une équation du 1er degré et d'une équation du 2e degré à deux variables	Les résolutions de systèmes peuvent se faire : • à l'aide d'une table de valeurs • algébriquement • graphiquement

Repères culturels

Un nombre croissant d'objets, d'outils et de techniques utilisés quotidiennement doivent leur existence et leur efficacité à la mathématique. Par exemple, les innovations récentes concernant les prévisions météorologiques, le traitement numérique des images, la fusion des données relatives à la surveillance aérienne et spatiale, le contrôle du transport ferroviaire, l'optimisation des réseaux de téléphonie cellulaire, la gestion hydroélectrique d'une centrale ou d'une région ont tous en commun la modélisation.

On pourra, de la même façon, comprendre pourquoi un barrage hydroélectrique résistera mieux à l'énorme pression de l'eau retenue dans le réservoir en amont s'il épouse la forme d'un arc parabolique plutôt que toute autre forme. La représentation graphique du phénomène pourrait aider l'adulte à saisir l'importance de la mathématique et de la modélisation dans la construction de structures. Il pourrait également comparer les structures construites aujourd'hui avec celles qui datent du précédent millénaire et constater que ces notions étaient déjà comprises à cette époque.

L'adulte pourra explorer maints exemples de modélisation de phénomènes à l'aide d'équations algébriques, et constater que de nombreux domaines font appel à des notions d'algèbre : le contrôle aérien, la recherche opérationnelle, l'informatique, la cryptographie et l'économie, pour n'en citer que quelques-uns.

FAMILLE DE SITUATIONS D'APPRENTISSAGE

La famille *Relation entre quantités* regroupe les situations qui comportent un problème pouvant être traité en partie par une représentation fondée sur un modèle algébrique ou graphique exprimant une relation entre quantités, dans une perspective fondamentale. Le cours *Modélisation algébrique et graphique en contexte fondamental 1* fournit l'occasion à l'adulte de poser des actions en vue d'établir des relations ou des liens de dépendance entre des quantités.

En traitant les situations-problèmes de ce cours, l'adulte est amené, entre autres, à vérifier son hypothèse en attribuant des valeurs de plus en plus grandes à une variable pour constater leur effet sur la valeur de l'autre variable, à déterminer les liens entre la variation des paramètres de la règle d'une fonction et la transformation du graphique cartésien correspondant ou encore, à démontrer qu'il distingue bien le sens des termes utilisés en mathématique de leur sens commun.

DOMAINES GÉNÉRAUX DE FORMATION

Les domaines généraux de formation couvrent les grands enjeux contemporains. Idéalement, le choix des situations à traiter doit être fait dans le respect des intentions éducatives des différents domaines généraux de formation puisque ces domaines représentent des toiles de fond sur lesquelles se greffent les situations-problèmes servant ainsi à donner du sens aux apprentissages de l'adulte. Deux de ces domaines sont particulièrement appropriés à ce cours : *Médias* et *Environnement et consommation*.

Médias

L'adulte intéressé par des scènes de poursuite impliquant des véhicules pourrait faire une étude sur la variation de paramètres tels que la vitesse maximale et l'accélération afin de dégager des équations algébriques à partir de modèles graphiques. Une présentation multimédia serait ensuite indiquée pour qu'il fasse part de ses observations et explique les conclusions tirées. En agissant avec éthique, l'adulte pourrait permettre à son auditoire d'établir une distinction entre les faits et les fausses croyances. Il tiendrait alors compte de l'appréciation des représentations médiatiques de la réalité, ce qui est en relation avec l'un des axes de développement du DGF *Médias*.

Environnement et consommation

L'adulte préoccupé par les problèmes environnementaux et intéressé par des systèmes de production d'énergie renouvelable pourrait, à l'aide de certaines fonctions, analyser l'efficacité d'une éolienne ou d'un panneau solaire par rapport à ses coûts. Le rendement des cellules photovoltaïques varie selon la surface du panneau, le degré d'ensoleillement et certains autres facteurs. L'adulte pourrait évaluer ses besoins en électricité et, à l'aide de graphiques ou de tableaux de valeurs, voir l'utilité d'un investissement en ce sens ou encore choisir la taille du panneau ou de l'éolienne qui répondrait à ses propres besoins. L'adulte pourrait donc être amené à prendre conscience de sa consommation d'électricité et à s'ouvrir à des solutions de rechange en matière d'utilisation rationnelle des ressources. Il pourrait ainsi faire des choix éclairés, ce qui est en relation avec l'un des axes de développement du DGF *Environnement et consommation*.

EXEMPLE DE SITUATION D'APPRENTISSAGE

Toutes les situations d'apprentissage ou situations-problèmes, peu importe le domaine général de formation retenu, placent l'adulte au cœur de l'action. Elles favorisent le développement des compétences disciplinaires et transversales visées, l'acquisition de notions et de concepts mathématiques de même que la mobilisation de ressources diverses utiles à la réalisation de la tâche.

Le tableau qui suit présente les éléments nécessaires à l'élaboration de toute situation d'apprentissage ou situation-problème. On y précise ceux retenus dans l'énoncé de situation-problème décrit à la page suivante.

ÉLÉMENTS NÉCESSAIRES À L'ÉLABORATION D'UNE SITUATION D'APPRENTISSAGE, D'UNE SITUATION-PROBLÈME	
Domaine général de formation (ciblé) – Permet de contextualiser les apprentissages, de leur donner du sens.	• Médias
Compétences disciplinaires (prescrites) – Se développent dans l'action. Nécessitent la participation active de l'adulte.	• Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes • Déployer un raisonnement mathématique • Communiquer à l'aide du langage mathématique
Famille de situations d'apprentissage (prescrite) – Regroupe des situations appropriées au cours à partir de problématiques tirées de la réalité. – Permet, entre autres, l'acquisition de connaissances mathématiques.	• Relation entre quantités
Compétences transversales (ciblées) – Se développent en contexte en même temps que les compétences disciplinaires.	• Exploiter les technologies de l'information et de la communication • Exploiter l'information
Savoirs essentiels (prescrits) – Sont des connaissances, des concepts, des notions mathématiques à acquérir.	• Voir liste

Cette rubrique propose, en fait, un exemple d'énoncé de situation-problème accompagné d'exemples d'actions associées au traitement mathématique. Cet énoncé est constitué d'un contexte qui sert de fil conducteur, mais les activités d'apprentissage incluses n'y sont pas détaillées de façon formelle. L'accent est plutôt mis sur un exemple de traitement mathématique pertinent, qui respecte les quatre phases de la résolution : la représentation, la planification, l'activation et la réflexion. Toutefois, même si ce n'est pas explicite, on peut discerner les éléments qui composent cet énoncé, éléments identifiés dans le précédent tableau, soit : le domaine général de formation, les compétences disciplinaires, la famille de situations, les compétences transversales et les savoirs essentiels. Pour favoriser l'apprentissage, ces différents éléments doivent former un tout cohérent et signifiant pour l'adulte.

L'enseignante ou enseignant peut se servir de chacun des éléments comme autant d'objets de formation. Ces objets peuvent être des actions associées à chacune des phases de résolution, des actions relatives aux compétences disciplinaires ou transversales ou encore aux savoirs prescrits. L'enseignante ou enseignant a la possibilité d'utiliser l'exemple de traitement mathématique fourni pour construire d'autres tâches complexes ou d'autres activités d'apprentissage liées aux connaissances mathématiques que l'adulte doit acquérir.

Énoncé de situation-problème	**Exemples d'actions associées au traitement mathématique d'une situation-problème appartenant à la famille *Relation entre quantités***
Au cinéma, les scènes de poursuite impliquant deux véhicules sont monnaie courante. Une voiture roule sur une route et, loin derrière, une autre voiture se lance à sa poursuite. Quand le conducteur aperçoit son poursuivant, il accélère en espérant lui échapper. On se demande alors comment se terminera la poursuite…	**Procédé intégrateur :** *Généralisation d'un ensemble de situations par un modèle algébrique ou graphique* Au cours de l'une ou l'autre des phases de résolution, l'adulte pourrait accomplir les actions suivantes : Représentation • Reformuler les caractéristiques de la situation dans ses mots afin d'avoir une idée précise du problème; • Avancer une hypothèse sur le type de relation existant entre la position des véhicules et le temps; • Supposer intuitivement que si l'accélération augmente, la distance minimale entre les deux véhicules diminue. Planification • Se référer à une situation-problème analogue déjà analysée en classe pour modéliser les relations à partir des données fournies; • Déterminer l'ordre dans lequel les actions sont entreprises : par exemple, inscrire les données fournies sur un graphique avant de rechercher la relation existant entre ces données, puis généraliser le système d'équations.

<table>
<tr><th>Énoncé de situation-problème</th><th colspan="2">Exemples d'actions associées au traitement mathématique
d'une situation-problème appartenant à la famille
Relation entre quantités</th></tr>
<tr><td rowspan="2">On suppose que les deux véhicules ont une même vitesse maximale et que l'accélération du poursuivi est constante jusqu'à ce qu'il atteigne sa vitesse maximale. On fournit à l'adulte des données suffisantes sur les deux véhicules pour qu'il puisse déterminer le type de relation entre la position des véhicules et leur temps de déplacement.

On demande ensuite à l'adulte de généraliser ce type de situation en établissant un système d'équations, et de déterminer quelle devrait être la distance initiale minimale entre les deux véhicules
pour que le poursuivi réussisse à s'échapper grâce à l'accélération de son véhicule, la vitesse du poursuivant étant considérée comme constante.

L'adulte devra faire une présentation multimédia de sa démonstration.</td><td>Activation</td><td>• Tracer, sur un plan cartésien, le graphique de la position des deux véhicules en fonction du temps;
• Déterminer la règle algébrique pour chacune des voitures;
• Par extrapolation, déterminer à quel moment les deux véhicules se rencontreront;
• Déterminer quelle devrait être la distance initiale pour que la rencontre n'ait pas lieu, en s'aidant éventuellement de la technologie;
• Faire varier l'accélération et modifier le graphique en conséquence, puis déterminer la distance initiale minimale entre les deux véhicules pour que le poursuivi réussisse à s'échapper en fonction de la vitesse du poursuivant et de l'accélération du poursuivi;
• Répéter cette dernière étape dans le but d'arriver à une généralisation du système d'équations;
• Utiliser un langage mathématique formel pour généraliser la situation.</td></tr>
<tr><td>Réflexion</td><td>• Comparer sa solution et ses résultats à ceux d'autres adultes dans le but de faire ressortir les forces et les faiblesses du modèle construit;
• S'interroger, au cours de sa démonstration, sur la pertinence de ses choix : la fonction du 2e degré aurait-elle pu être remplacée par une fonction exponentielle et pourquoi? La supposition initiale (la distance minimale diminue si l'accélération augmente) est-elle vérifiée?;
• Vérifier si la modification d'un paramètre autre que la distance entre les véhicules au départ permettrait au poursuivi d'échapper à son poursuivant.</td></tr>
</table>

ATTENTES DE FIN DE COURS

Pour résoudre des situations-problèmes de la famille *Relations entre quantités*, l'adulte se représente une situation, effectue des interpolations ou extrapolations et généralise un ensemble de situations par un modèle algébrique ou graphique. Pour ce faire, il met en œuvre les trois compétences disciplinaires du programme, soit : *Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes*, *Déployer un raisonnement mathématique* et *Communiquer à l'aide du langage mathématique*.

L'adulte qui représente une situation-problème par un modèle algébrique ou graphique à l'aide de fonctions réelles ou de leur réciproque sélectionne les informations pertinentes dans le but de déterminer une régularité ou une loi qui tiendra compte de la meilleure relation entre les contraintes à respecter et les conséquences imposées. Il choisit le modèle algébrique le plus approprié à la situation en donnant, au besoin, des exemples avec des valeurs numériques en vue de prendre une décision quant au type de relation qui existe entre les variables de la situation. De plus, il reconnaît et choisit les symboles, les termes et les notations mathématiques qui servent à une juste représentation. Il produit des messages mathématiques rigoureux qui respectent parfaitement les règles et conventions mathématiques liées aux fonctions à l'étude dans ce cours. Si la situation l'amène à résoudre des systèmes d'équations du premier et du second degré, il valide algébriquement ses pistes de solutions ou ses intuitions, parfois issues d'une esquisse graphique. De plus, il est en mesure de justifier toutes les étapes de sa démarche à l'aide du langage mathématique.

La détermination des questions visant à régler une situation résulte de l'interpolation ou de l'extrapolation à partir d'un modèle algébrique ou graphique. Ces questions servent de tremplin pour l'établissement de liens structurés et fonctionnels entre certains savoirs mathématiques, par exemple les liens entre les paramètres d'une même fonction ou l'influence, sur une famille de fonctions, de la variation d'un paramètre. L'adulte propose par la suite des idées probables ou vraisemblables en vue de déduire des propositions liées à la situation, et il valide ses conjectures par interpolation ou extrapolation en substituant des valeurs numériques dans la règle algébrique qu'il aura modélisée. La recherche de la règle se fait de façon rigoureuse à l'aide des zéros de la fonction ou des caractéristiques de la fonction en escalier.

Lorsque l'adulte effectue une modélisation de plusieurs situations à l'aide d'une fonction réelle, il vérifie la possibilité de généraliser des propriétés qui leur sont liées. Pour ce faire, il détermine les éléments importants et les obstacles à surmonter. Il se réfère à la solution d'une ou de plusieurs situations-problèmes analogues. En plus de procéder par essais et erreurs, il trouve des invariants qui lui permettent des généralisations, et il en déduit des lois, des règles ou des propriétés. Il valide sa solution à l'aide d'exemples ou de contre-exemples en vue d'éprouver ses déductions. De plus, la résolution de systèmes d'équations du premier degré à deux variables lui sert d'outil pour généraliser des résultats qui conduisent aux propriétés liées aux différents types de droites, qu'elles soient parallèles, perpendiculaires, confondues ou sécantes.

Enfin, lorsqu'il effectue des opérations sur les expressions algébriques, il utilise adéquatement la factorisation à l'aide d'identités remarquables : trinôme carré parfait ou différence de deux carrés. Il relève aisément les singularités des fractions algébriques et est en mesure d'illustrer ses conclusions à l'aide d'une représentation graphique.

Tout au long de sa résolution de situations-problèmes, l'adulte utilise ses connaissances en lien avec les savoirs mathématiques : manipulation d'expressions numériques et algébriques, fonction, réciproque et système. L'emploi des symboles, des termes et des notations liés à ces savoirs est exact et les lois, théorèmes, corolaires ou lemmes déduits ou induits par l'adulte sont toujours validés auprès de différentes sources afin de bonifier sa bibliothèque mathématique personnelle. De plus, il n'hésite pas à demander de l'aide lorsqu'une difficulté se présente.

CRITÈRES D'ÉVALUATION DES COMPÉTENCES VISÉES PAR LE COURS

Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes

- *Manifestation, oralement ou par écrit, d'une compréhension adéquate de la situation-problème*
- *Mobilisation de stratégies et de savoirs mathématiques appropriés à la situation-problème*
- *Élaboration d'une solution* appropriée à la situation-problème*
- *Validation appropriée des étapes** de la solution élaborée*

* La solution comprend une démarche, des stratégies et un résultat.
** Le modèle mathématique, les opérations, les propriétés ou relations.

Déployer un raisonnement mathématique

- *Formulation d'une conjecture appropriée à la situation*
- *Utilisation correcte des concepts et des processus mathématiques appropriés*
- *Mise en œuvre convenable d'un raisonnement mathématique adapté à la situation*
- *Structuration adéquate des étapes d'une démarche pertinente*
- *Justification congruente des étapes d'une démarche* pertinente

Communiquer à l'aide du langage mathématique

- *Interprétation juste d'un message à caractère mathématique*
- *Production d'un message conforme à la terminologie, aux règles et aux conventions propres à la mathématique et en fonction du contexte*

Cours

MAT-4172-2

Collecte de données en contexte fondamental

Mathématique

PRÉSENTATION DU COURS

Le but du cours *Collecte de données en contexte fondamental* est de rendre l'adulte apte à traiter des situations qui requièrent la collecte ou le traitement de données exprimées sous forme de distribution à un ou deux caractères, dans une perspective fondamentale.

L'adulte qui suit le cours poursuit le développement de sa pensée statistique en réinvestissant ses connaissances antérieures, bonifiées par le concept de dispersion dans l'étude de distributions à deux caractères. Dans certaines situations, il s'initie à la mesure et à l'erreur sur la mesure en réalisant une collecte de données à deux caractères. Ailleurs, il met des situations en parallèle en comparant des collectes de données. Pour déterminer la règle qui correspond le mieux à l'analyse de ses résultats, il représente les données à l'aide d'un tableau à double entrée ou d'un graphique en nuage de points et utilise le concept de corrélation linéaire pour vérifier le degré de relation entre deux quantités. L'analyse de ce degré de relation permet de décrire et de caractériser qualitativement la corrélation observée (parfaite, forte, faible, nulle, positive, négative). Les situations-problèmes présentées comportent des tâches qui amènent l'adulte à valider et à rectifier, au besoin, la ou les solutions élaborées. Les situations-problèmes nécessitent l'organisation et l'interprétation de données statistiques en vue d'être représentées à l'aide de la corrélation linéaire ou de la fonction polynomiale de second degré. Ainsi, l'adulte se rend compte que des erreurs de manipulation ou de mesure influent sur les résultats des expériences réalisées et que les graphiques qui en découlent ne représentent pas toujours des courbes « parfaites ». C'est donc à partir de l'analyse de diverses situations ou de la réalisation d'expériences que l'adulte constate qu'un modèle mathématique tel qu'une fonction peut être associé à un nuage de points. Ainsi, les situations-problèmes qui font appel au concept de corrélation pourraient faire émerger un raisonnement qui, soutenu par une compréhension des liens de dépendance et une capacité d'abstraction, permet de reconnaître une relation de cause à effet.

Au terme de ce cours, l'adulte sera en mesure d'effectuer et de comparer des collectes de données à un ou deux caractères en vue de répondre à un questionnement lié à un problème qu'il aura lui-même cerné. La présentation des résultats de son analyse sera faite dans le respect des règles et des conventions mathématiques. Des stratégies de résolution de situations-problèmes seront mises à profit pour déterminer la solution la plus efficiente. De plus, l'adulte sera à même d'éprouver sa façon de traiter une situation à partir d'une analyse statistique en menant une expérience à l'aide d'un support technologique.

COMPÉTENCES DISCIPLINAIRES

Pour résoudre des situations-problèmes de ce cours, l'adulte a recours aux trois compétences disciplinaires, soit :

- *Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes*;
- *Déployer un raisonnement mathématique*;
- *Communiquer à l'aide du langage mathématique*.

L'emploi de stratégies efficaces incite l'adulte à déployer un raisonnement mathématique rigoureux et à communiquer avec clarté à l'aide du langage mathématique, en démontrant qu'il en respecte les codes et les conventions propres. C'est donc par l'activation intégrée des trois compétences disciplinaires et à l'aide d'autres ressources que l'adulte parvient à résoudre des situations-problèmes.

La rubrique *Démarche et stratégies* explique comment faire évoluer une situation-problème vers une solution par la mise à contribution des trois compétences disciplinaires.

DÉMARCHE ET STRATÉGIES

Pour résoudre un problème, l'adulte a besoin de stratégies efficaces qu'il adapte aux situations qui lui sont présentées.

Il traite des situations-problèmes en utilisant une démarche qui comprend quatre phases de résolution :

- **la représentation**;
- **la planification**;
- **l'activation**;
- **la réflexion**.

Le tableau qui suit présente sommairement chacune des phases de la démarche de résolution et quelques exemples de stratégies que l'adulte peut employer pour traiter les situations. Ces phases ne se présentent pas nécessairement de façon successive. De nombreux allers-retours entre les quatre phases peuvent être nécessaires lors de la résolution d'une situation-problème.

DÉMARCHE ET STRATÉGIES	
LA REPRÉSENTATION	
- L'adulte prend contact avec la situation-problème afin de bien cerner le contexte, le problème et la tâche à accomplir. Il utilise des stratégies d'observation et de représentation essentielles au raisonnement inductif. - Cette appropriation du contexte et du problème l'amène à déployer des raisonnements déductifs, en particulier lorsqu'il s'agit de données implicites. - Lorsqu'il entreprend une étude corrélative à l'aide d'un modèle particulier, il détermine les paramètres nécessaires à la construction de la règle algébrique ou du graphique.	
Exemples de stratégies	• reformuler la situation dans ses propres mots et comparer sa compréhension du problème avec celle de ses pairs ou encore de l'enseignante ou enseignant; • écrire littéralement les éléments de la situation qui lui semblent pertinents, facilitant ainsi la recherche d'un lien entre variables dans le cas d'une recherche de corrélation à l'aide du modèle le mieux ajusté au problème; • dresser la liste de ses stratégies et connaissances en statistique ou en probabilités, en relation avec la situation; • décrire les caractéristiques de la situation; • recueillir les informations permanentes.
LA PLANIFICATION	
- Pour planifier sa solution, l'adulte cherche des pistes et privilégie celles qui semblent les plus efficaces et économiques. - Grâce au raisonnement, il établit des liens structurés entre ses connaissances en cherchant, entre autres, à extrapoler des résultats à l'aide d'une règle algébrique ou d'un graphique de corrélation - Il repère les éléments nécessaires à la transposition des données d'un registre de représentation dans un autre, d'une distribution statistique dans un diagramme à tige et à feuilles, ou l'inverse.	
Exemples de stratégies	• recourir, par recherche systématique, au modèle de corrélation le plus approprié à la situation, tout en respectant les limites de précision fixées pour ce modèle; • rechercher une méthode de preuve efficace dans le but de comparer deux modèles de corrélation.
L'ACTIVATION	
- Lors du traitement d'une situation-problème, il établit des liens structurés entre ses connaissances, par exemple en vérifiant et en qualifiant la corrélation qui unit deux variables. - L'utilisation de différentes stratégies le mène, entre autres, à l'association des images, des objets ou des concepts ainsi qu'à la transposition d'un registre de représentation dans un autre.	
Exemples de stratégies	• rattacher, dans un tableau, les propriétés de la corrélation; • tracer, à partir des données pertinentes, le modèle fonctionnel le plus approprié à la situation; • utiliser diverses technologies pour analyser le rôle des paramètres de la règle de la droite de corrélation ou d'un autre modèle.
LA RÉFLEXION	
- L'adulte adopte une attitude réflexive tout au long du traitement de la situation et se questionne régulièrement sur ses étapes de travail, et sur les choix qu'il fait, avec l'intention de valider sa solution. - Le raisonnement lui permet de rejeter des extrapolations qui n'auraient aucun sens dans la réalité. - Il utilise le langage mathématique de façon rigoureuse, surtout pour la production d'un message.	
Exemples de stratégies	• confronter ses résultats avec ceux attendus ou ceux d'autres personnes; • vérifier la cohérence de sa solution en s'assurant, entre autres, que les valeurs trouvées respectent l'image de la fonction pour une corrélation; • déterminer les stratégies utilisées pour le traitement de la situation.

COMPÉTENCES TRANSVERSALES

Les compétences transversales ne se construisent pas dans l'abstrait : elles prennent racine dans des situations-problèmes et participent, à divers degrés, au développement des compétences disciplinaires, et inversement.

Plusieurs compétences transversales peuvent contribuer au traitement de situations de la famille *Traitement de données*. Le programme d'études en propose deux qui apparaissent les plus appropriées pour ce cours : *Se donner des méthodes de travail efficaces* et *Exercer son jugement critique*.

Compétence d'ordre méthodologique

La présentation d'un portrait statistique demande une planification structurée afin d'éviter les possibles biais que certains facteurs peuvent y introduire. L'adulte mène donc son étude en respectant d'abord les critères de validité applicables à la collecte de données. Il fait preuve d'une grande rigueur afin que l'interprétation et l'analyse de ces données reflètent bien la réalité et ne soient pas influencées par des préjugés ou de fausses croyances. L'adulte planifie donc convenablement les tâches et les accomplit par ordre d'antériorité. Il prévoit le temps nécessaire à leur réalisation. *Se donner des méthodes de travail efficaces* s'avère très utile pour ce cours, notamment pour l'adulte désireux de poursuivre ses études en sciences ou de s'orienter éventuellement vers la recherche.

Compétence d'ordre intellectuel

Les médias font état d'études statistiques et rapportent des situations qu'il faut savoir analyser avec un certain recul pour séparer les opinions des faits réels. Sachant qu'une étude est fiable lorsqu'elle témoigne de l'impartialité de ses auteurs, l'adulte prend soin de détecter l'intérêt qui motive certaines personnes à faire valoir une information au détriment d'une autre. Sa compétence à *Exercer son jugement critique* lui est fort utile pour interpréter, par exemple, la corrélation entre deux caractères et déterminer la relation véritable qui les unit.

CONTENU DISCIPLINAIRE

Dans ce cours, l'adulte réactive et approfondit l'ensemble des savoirs propres à la statistique, acquis précédemment. Afin de traiter efficacement les situations-problèmes, il complète sa formation en s'appropriant les savoirs propres à ce cours.

Savoirs prescrits

En vue de traiter efficacement les situations proposées dans ce cours, l'adulte développe trois procédés intégrateurs énoncés comme suit :

- **la réalisation d'une collecte de données;**
- **la comparaison de collectes de données;**
- **l'interprétation de données issues d'une expérience.**

Ces procédés, mis en valeur dans les situations d'apprentissage du présent cours, favorisent l'intégration des savoirs mathématiques et des compétences disciplinaires. Les situations d'apprentissage traitées devront toucher à l'un ou l'autre de ces procédés intégrateurs. Toutefois, l'ensemble des situations choisies devra être assez vaste pour couvrir les trois procédés.

Savoirs mathématiques	Limites et précisions
Distribution à deux caractères	
• Construction et interprétation de tableaux de distribution à deux caractères	
• Représentation graphique à l'aide d'un nuage de points	
• Représentation et détermination de l'équation de la droite de régression	
• Interpolation ou extrapolation à l'aide de la droite de régression	
• Interprétation qualitative et quantitative d'une corrélation	Les caractéristiques d'une corrélation sont : positive, négative ou nulle; parfaite, forte, moyenne ou faible. L'interprétation se limite aux seuls cas de corrélations linéaires. Celles-ci peuvent se faire par approximation au moyen d'une méthode graphique (du rectangle ou de l'ellipse). La détermination de la valeur du coefficient de corrélation bénéficie de l'aide de la technologie.

Savoirs mathématiques	Limites et précisions
Distribution à deux caractères (*Suite*) • Interpolation et extrapolation à l'aide du modèle fonctionnel le mieux ajusté à la situation-problème	Les modèles fonctionnels à l'étude sont ceux du cours *Modélisation algébrique en contexte fondamental 1*.

Repères culturels

Depuis les élémentaires recensements de bétail dont on trouve des traces dans des écrits datant du XXIII^{e} siècle avant Jésus-Christ en Chine et du XVIII^{e} siècle avant Jésus-Christ en Égypte, la statistique est demeurée un simple système de collecte de données jusqu'au XVII^{e} siècle de notre ère. Elle prend finalement son plein essor au XIX^{e} siècle avec l'édiction de règles précises sur la collecte et l'interprétation des données.

Au XX^{e} siècle, des applications industrielles se développent d'abord aux États-Unis puis en Europe après la Première Guerre mondiale. Le recoupement de séries de données de types différents devient possible avec l'arrivée de l'informatique. Les méthodes se raffinent et les études se multiplient. La statistique est aujourd'hui une science à part entière. Le Canada jouit d'une renommée mondiale en rapport avec le développement de cette discipline et de ses applications dans les domaines scientifique, technologique, commercial ou public. C'est grâce à la qualité et à l'implication de ses chercheurs que le Canada occupe une place prépondérante en cette matière. L'installation à Montréal de l'Institut de la statistique de l'UNESCO a d'ailleurs été motivée par la réputation d'excellence de notre pays en ce domaine. L'Institut est responsable de la collecte et de la dissémination des statistiques liées à la science, à la technologie et à l'éducation dans l'Organisation des Nations Unies.

Aujourd'hui, le monde des statistiques n'est plus réservé à quelques initiés : il est accessible à tous, grâce à Internet en particulier. Les adultes devraient maintenant être en mesure de comprendre les statistiques d'intérêt public comme celles que Statistique Canada produit annuellement et met à la disposition de ses citoyennes et citoyens. Une multitude de données sont ainsi publiées et l'adulte peut, selon son intérêt ou les besoins du cours, vérifier l'existence de liens de causalité entre deux caractères dans un domaine qui lui tient à cœur.

FAMILLE DE SITUATIONS D'APPRENTISSAGE

La famille *Traitement de données* regroupe les situations qui comportent un problème pouvant être traité en partie par la collecte ou le traitement de données, dans une perspective fondamentale. Le cours *Collecte de données en contexte fondamental* fournit à l'adulte l'occasion de poser des actions qui visent à le rendre apte à effectuer ou à comparer des collectes de données.

En traitant les situations-problèmes de ce cours, l'adulte est amené, entre autres, à décoder le sens des symboles, des termes et des notations utilisés, à interpréter des codes et des règles pour différencier la probabilité de la chance de gagner un montant d'argent dans un jeu de hasard ou encore, à interpréter correctement l'intensité et le signe du coefficient de corrélation.

DOMAINES GÉNÉRAUX DE FORMATION

Les domaines généraux de formation couvrent les grands enjeux contemporains. Idéalement, le choix des situations à traiter doit être fait dans le respect des intentions éducatives des différents domaines généraux de formation puisque ces domaines représentent des toiles de fond sur lesquelles se greffent les situations-problèmes servant ainsi à donner du sens aux apprentissages de l'adulte. Deux de ces domaines sont particulièrement appropriés à ce cours : *Santé et bien-être* et *Orientation et entrepreneuriat*.

Santé et bien-être

De nombreuses situations traitées à l'aide de la statistique peuvent être abordées en conformité avec l'intention éducative du DGF *Santé et bien-être*. Par exemple, l'adulte peut suivre l'évolution de sa propre situation dans un programme structuré de conditionnement physique dans le but d'atteindre une santé optimale. Cet exercice pourrait finalement le motiver à prendre de bonnes décisions par rapport au maintien de sa santé et provoquer l'intégration de saines habitudes dans son régime de vie.

Orientation et entrepreneuriat

L'adulte intéressé aux domaines scientifiques pourrait faire une expérience qui inclurait l'interprétation de ses résultats à l'aide des statistiques étudiées dans ce cours. L'approche expérimentale et scientifique intègre la compilation, l'analyse et l'interprétation des résultats. La représentation des données sur un graphique en nuage de points permet de distinguer les résultats extrêmes ou aberrants et de repérer de possibles erreurs de manipulation. L'exploration d'une situation en rapport avec ses champs d'intérêt et ses aptitudes, dans le but de s'approprier des stratégies liées au déroulement d'une expérience scientifique, est directement en relation avec l'un des axes de développement du DGF *Orientation et entrepreneuriat.*

EXEMPLE DE SITUATION D'APPRENTISSAGE

Toutes les situations d'apprentissage ou situations-problèmes, peu importe le domaine général de formation retenu, placent l'adulte au cœur de l'action. Elles favorisent le développement des compétences disciplinaires et transversales visées, l'acquisition de notions et de concepts mathématiques de même que la mobilisation de ressources diverses utiles à la réalisation de la tâche.

Le tableau qui suit présente les éléments nécessaires à l'élaboration de toute situation d'apprentissage ou situation-problème. On y précise ceux retenus dans l'énoncé de situation-problème décrit à la page suivante.

ÉLÉMENTS NÉCESSAIRES À L'ÉLABORATION D'UNE SITUATION D'APPRENTISSAGE, D'UNE SITUATION-PROBLÈME	
Domaine général de formation (ciblé) – Permet de contextualiser les apprentissages, de leur donner du sens.	• Santé et bien-être
Compétences disciplinaires (prescrites) – Se développent dans l'action. Nécessitent la participation active de l'adulte.	• Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes • Déployer un raisonnement mathématique • Communiquer à l'aide du langage mathématique
Famille de situations d'apprentissage (prescrite) – Regroupe des situations appropriées au cours à partir de problématiques tirées de la réalité. – Permet, entre autres, l'acquisition de connaissances mathématiques.	• Traitement de données
Compétences transversales (ciblées) – Se développent en contexte en même temps que les compétences disciplinaires.	• Exercer son jugement critique
Savoirs essentiels (prescrits) – Sont des connaissances, des concepts, des notions mathématiques à acquérir.	• Voir liste

Cette rubrique propose, en fait, un exemple d’énoncé de situation-problème accompagné d’exemples d’actions associées au traitement mathématique. Cet énoncé est constitué d’un contexte qui sert de fil conducteur, mais les activités d’apprentissage incluses n’y sont pas détaillées de façon formelle. L’accent est plutôt mis sur un exemple de traitement mathématique pertinent, qui respecte les quatre phases de la résolution : la représentation, la planification, l’activation et la réflexion. Toutefois, même si ce n’est pas explicite, on peut discerner les éléments qui composent cet énoncé, éléments identifiés dans le précédent tableau, soit : le domaine général de formation, les compétences disciplinaires, la famille de situations, les compétences transversales et les savoirs essentiels. Pour favoriser l’apprentissage, ces différents éléments doivent former un tout cohérent et signifiant pour l’adulte.

L’enseignante ou enseignant peut se servir de chacun des éléments comme autant d’objets de formation. Ces objets peuvent être des actions associées à chacune des phases de résolution, des actions relatives aux compétences disciplinaires ou transversales ou encore aux savoirs prescrits. L’enseignante ou enseignant a la possibilité d’utiliser l’exemple de traitement mathématique fourni pour construire d’autres tâches complexes ou d’autres activités d’apprentissage liées aux connaissances mathématiques que l’adulte doit acquérir.

Énoncé de situation-problème	**Exemples d’actions associées au traitement mathématique d’une situation-problème appartenant à la famille *Traitement de données***
L’adulte réalise qu’il a enregistré un surplus de poids au cours des dernières années en raison de son mode de vie sédentaire. Il décide donc de s’inscrire dans un centre de conditionnement physique afin de suivre un programme structuré de remise en forme. Avant d’entreprendre ce programme, il doit se soumettre à l’évaluation de sa condition physique : endurance, force musculaire, flexibilité, poids et taille.	**Procédé intégrateur :** *Comparaison de collectes de données* Au cours de l’une ou l’autre des phases de résolution, l’adulte pourrait accomplir les actions suivantes : Représentation • Décider des éléments qu’il juge pertinents pour son analyse; • Énoncer des conjectures comme : Devrait-il y avoir une corrélation entre l’endurance et la durée de l’entraînement, ou entre la force musculaire et le type d’exercice choisi? Planification • Déterminer les informations à recueillir (endurance, force musculaire, poids, etc.); • Recueillir périodiquement les informations associées à divers exercices afin d’en faire l’analyse ultérieurement; • Choisir le registre de représentation qui semble le plus approprié (le nuage de points, par exemple).

Énoncé de situation-problème	Exemples d'actions associées au traitement mathématique d'une situation-problème appartenant à la famille *Traitement de données*	
Après avoir déterminé ses attentes (augmenter sa masse musculaire ou son endurance ou encore perdre du poids), il décide de vérifier lequel des exercices qui lui sont proposés offre le rendement le plus intéressant.	Activation	• Pour un type d'exercice, vérifier et qualifier la corrélation entre, par exemple : • le VO2 max (débit maximum d'oxygène consommé lors d'un effort) ou les pulsions cardiaques et le nombre de jours d'entraînement (variables liées à l'endurance); • la charge maximale et le nombre de jours d'entraînement (variables liées à la force musculaire); • la mesure de la souplesse et le nombre de jours d'entraînement (variables liées à la flexibilité); • le poids et le nombre de jours d'entraînement (variables liées à la perte de poids); • Transposer les données dans un autre registre de représentation pour mieux faire ressortir ses conclusions.
	Réflexion	• Établir des liens structurés et fonctionnels entre des savoirs comme l'intensité et le signe du coefficient de corrélation ainsi que la détermination de la droite de corrélation; • Comparer ses résultats avec ceux de ses pairs pour déterminer les autres facteurs qui auraient pu être pris en considération; • Vérifier la cohérence de sa solution.

ATTENTES DE FIN DE COURS

Pour résoudre des situations-problèmes de la famille *Collectes de données*, l'adulte réalise, compare et interprète des collectes de données issues d'expériences. Pour ce faire, il met en œuvre les trois compétences disciplinaires du programme, soit : *Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes*, *Déployer un raisonnement mathématique* et *Communiquer à l'aide du langage mathématique*.

L'adulte qui réalise une collecte de données utilise des stratégies de résolution de situations-problèmes afin de cerner la problématique et d'en dégager les tâches à exécuter. Il détermine les éléments importants à retenir et les obstacles à surmonter, dans le but d'étudier des problématiques statistiques à deux caractères. De plus, lorsqu'il met en œuvre sa solution, il établit un plan et l'exécute en respectant chacune des étapes validées au préalable : cueillette et traitement (interprétation et analyse) des données. Durant la dernière étape, il déploie un raisonnement mathématique en explorant la problématique à l'étude et en y dégageant des régularités. Il énonce des conjectures à partir d'une droite ou de courbes de corrélation en vue de prendre des décisions à moyen ou à long terme. Il tire également des conclusions lorsqu'il dégage des lois ou des règles en lien avec les propriétés des fonctions à l'étude. Enfin, lorsqu'il produit un message à caractère mathématique, il utilise un registre de représentation adéquat en fonction des contraintes de la situation-problème : l'adulte choisit le modèle fonctionnel le mieux adapté à la situation.

La comparaison des collectes de données implique l'interprétation d'un message à caractère mathématique par l'établissement de liens entre les éléments du message, par la découverte du sens global ou encore par l'association des images, des objets ou des savoirs à des termes et à des symboles mathématiques. De plus, l'adulte déploie un raisonnement mathématique en construisant et en exploitant des réseaux de ressources cognitives afin de comparer des tendances comme le taux de variation, le taux de croissance, le coefficient de corrélation ou toute autre caractéristique des fonctions à l'étude.

Lorsqu'il interprète des données issues d'une expérience, en lien avec l'étude d'une éventuelle corrélation entre deux quantités, il décode les éléments du langage mathématique en distinguant le sens des termes utilisés en mathématique de leur sens commun. De plus, il interprète les messages à caractère mathématique en distinguant les éléments pertinents de ceux qui ne le sont pas et en reconnaissant l'objet du message. Il déploie un raisonnement mathématique en construisant des réseaux de ressources cognitives de nature mathématique, par exemple une droite de corrélation ou un modèle fonctionnel adapté à la situation lorsqu'il s'agit d'une statistique à deux caractères. Il établit des généralisations, dégage des lois et des règles et déduit des propositions qui l'amènent à prendre des décisions éclairées.

Tout au long de sa résolution de situations-problèmes, l'adulte utilise ses connaissances en lien avec les savoirs mathématiques liés aux fonctions afin de les mettre à profit dans des études statistiques à deux variables. L'emploi des symboles, des termes et des notations liés à ces savoirs est exact et les lois, théorèmes, corolaires ou lemmes déduits ou induits par l'adulte sont toujours validés à l'aide de différentes sources afin de bonifier sa bibliothèque mathématique personnelle. De plus, il n'hésite pas à demander de l'aide lorsqu'une difficulté se présente.

CRITÈRES D'ÉVALUATION DES COMPÉTENCES VISÉES PAR LE COURS

Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes

- *Manifestation, oralement ou par écrit, d'une compréhension adéquate de la situation-problème*
- *Mobilisation de stratégies et de savoirs mathématiques appropriés à la situation-problème*
- *Élaboration d'une solution* appropriée à la situation-problème*
- *Validation appropriée des étapes** de la solution élaborée*

* La solution comprend une démarche, des stratégies et un résultat.
** Le modèle mathématique, les opérations, les propriétés ou relations.

Déployer un raisonnement mathématique

- *Formulation d'une conjecture appropriée à la situation*
- *Utilisation correcte des concepts et des processus mathématiques appropriés*
- *Mise en œuvre convenable d'un raisonnement mathématique adapté à la situation*
- *Structuration adéquate des étapes d'une démarche pertinente*
- *Justification congruente des étapes d'une démarche* pertinente

Communiquer à l'aide du langage mathématique

- *Interprétation juste d'un message à caractère mathématique*
- *Production d'un message conforme à la terminologie, aux règles et aux conventions propres à la mathématique et en fonction du contexte*

Cours

MAT-4173-2

Représentation géométrique en contexte fondamental 1

Mathématique

PRÉSENTATION DU COURS

Le but du cours *Représentation géométrique en contexte fondamental 1* est de rendre l'adulte apte à traiter des situations qui requièrent la représentation géométrique d'un objet ou d'un espace physique à l'aide de la trigonométrie, dans une perspective fondamentale.

L'adulte qui suit le cours résout diverses situations-problèmes qui lui permettent d'enrichir ses connaissances en géométrie, et plus précisément en trigonométrie. En résolvant des situations-problèmes qui mettent à profit les connaissances liées à la trigonométrie, l'adulte induit des propriétés des triangles et déduit des mesures. Le recours aux raisonnements proportionnels et géométriques ainsi qu'aux connaissances sur les triangles semblables mène aux différentes relations métriques dans le triangle rectangle. Les énoncés géométriques à l'étude devraient idéalement émerger comme conclusions des activités d'exploration soumises à l'adulte. Ces énoncés l'aident par la suite à justifier ses étapes de travail lorsqu'il résout une situation-problème. Ainsi, l'adulte fait appel aux différentes relations associées aux figures géométriques et sollicite des raisonnements proportionnels et géométriques en vue de rechercher des mesures manquantes à partir de figures isométriques, semblables ou équivalentes ou encore à l'aide de la trigonométrie. Ces raisonnements le conduisent aussi à déduire des mesures manquantes dans des figures géométriques, issues ou non de similitudes, pour valider ou réfuter une conjecture. Il s'appuie alors sur des définitions, des propriétés, des relations et des théorèmes pour prouver d'autres conjectures. Parfois, il dégage la structure du raisonnement déployé dans une démarche faite par une autre personne, il l'analyse, la critique et la reformule en d'autres mots. Enfin, il organise ses communications autour de relations métriques ou trigonométriques afin de permettre la description du lien qui existe entre différentes mesures à l'intérieur d'une figure.

Au terme de ce cours, l'adulte sera en mesure de représenter et de décrire un objet ou un espace physique en ayant recours à diverses relations métriques ou trigonométriques, dans le respect des règles et conventions mathématiques utilisées en géométrie. Il sera à même d'utiliser différentes stratégies et raisonnements pour planifier l'aménagement d'un espace physique répondant adéquatement à certaines contraintes.

COMPÉTENCES DISCIPLINAIRES

Pour résoudre des situations-problèmes, l'adulte a recours aux trois compétences disciplinaires du cours, soit :

- *Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes*;
- *Déployer un raisonnement mathématique*;
- *Communiquer à l'aide du langage mathématique*.

L'emploi de stratégies efficaces incite l'adulte à déployer un raisonnement mathématique rigoureux et à communiquer avec clarté à l'aide du langage mathématique, en démontrant qu'il en respecte les codes et les conventions propres. C'est donc par l'activation intégrée des trois compétences disciplinaires et à l'aide d'autres ressources que l'adulte parvient à résoudre des situations-problèmes.

La rubrique *Démarche et stratégies* explique comment faire évoluer une situation-problème vers une solution par la mise à contribution des trois compétences disciplinaires.

DÉMARCHE ET STRATÉGIES

Pour résoudre un problème, l'adulte a besoin de stratégies efficaces qu'il adapte aux situations présentées.

Il traite des situations-problèmes en utilisant une démarche qui comprend quatre phases de résolution :

- **la représentation**;
- **la planification**;
- **l'activation**;
- **la réflexion**.

Le tableau qui suit présente sommairement chacune des phases de la démarche de résolution et quelques exemples de stratégies que l'adulte peut employer pour traiter les situations. Ces phases ne se présentent pas nécessairement de façon successive. De nombreux allers-retours entre les quatre phases peuvent être nécessaires lors de la résolution d'une situation-problème.

DÉMARCHE ET STRATÉGIES	
LA REPRÉSENTATION	
- L'adulte prend contact avec la situation-problème afin de bien cerner le contexte, le problème et la tâche à effectuer. Il utilise des stratégies d'observation et de représentation essentielles au raisonnement inductif. - Il met en place les éléments qui lui permettent de planifier les grandes lignes de sa déduction en matière de similitude. - Il distingue le sens des termes utilisés en mathématique de leur sens commun pour démonter sa compréhension des concepts : angle de dépression, angle d'inclinaison, côté adjacent, etc.	
Exemples de stratégies	• reformuler les énoncés dans ses propres mots afin d'illustrer son appropriation de la situation-problème; • se représenter la situation-problème, mentalement ou par écrit; • dresser l'inventaire de ses stratégies en géométrie ainsi que des relations métriques liées à la situation; • décrire les caractéristiques de la situation; • déterminer des questions en rapport avec celle-ci.
LA PLANIFICATION	
- Pour planifier sa solution, l'adulte cherche des pistes et privilégie celles qui semblent les plus efficaces et économiques. - Le raisonnement mathématique le mène à différents registres de représentation pour mettre en évidence certaines propriétés des rapports trigonométriques. - En formant des liens entre les éléments du message et en donnant une description littérale des rapports des côtés homologues de deux figures planes, il arrive à construire une figure illustrant la description.	
Exemples de stratégies	• diviser la situation-problème en sous problèmes; • utiliser des listes, des tableaux, des schémas, du matériel concret ou des dessins en vue de préparer la mise en œuvre de sa solution.
L'ACTIVATION	
- En déployant un raisonnement mathématique, l'adulte tente de démontrer des énoncés de géométrie liés aux triangles rectangles et prend soin d'exemplifier plusieurs fois avant de tirer des conclusions. - Pour exécuter le plan d'une structure architecturale, il tient compte de la proportion dictée par l'échelle et respecte les symboles et les conventions liés à ce concept.	
Exemples de stratégies	• simplifier la situation-problème en la comparant à une situation analogue traitée antérieurement afin de s'en servir comme déclencheur pour un problème plus complexe; • tracer, à partir des paramètres d'une fonction, une esquisse pour anticiper des résultats; • comparer les paramètres d'un triangle rectangle avec ceux d'un triangle quelconque afin d'établir des liens ou d'émettre des lois comme celle qui régit les cosinus.
LA RÉFLEXION	
- L'adulte adopte une attitude réflexive tout au long du traitement de la situation et se questionne régulièrement sur ses étapes de travail, et sur les choix qu'il fait, avec l'intention de valider sa solution. - Le raisonnement l'amène à émettre des conjectures sur des cas limites ou particuliers de triangles quelconques afin de valider certains résultats. Le raisonnement lui permet également de rejeter des extrapolations qui n'auraient aucun sens dans la réalité. - Il valide son message à caractère mathématique en consultant différentes sources d'information.	
Exemples de stratégies	• vérifier sa solution au moyen d'exemples ou de contre-exemples; • déterminer les stratégies liées au traitement de situations-problèmes en géométrie (appliquer une règle, se référer à un théorème, etc.); • utiliser la calculatrice ou un logiciel de modélisation géométrique comme outil de validation.

COMPÉTENCES TRANSVERSALES

Les compétences transversales ne se construisent pas dans l'abstrait : elles prennent racine dans des situations-problèmes et participent, à divers degrés, au développement des compétences disciplinaires, et inversement.

Plusieurs compétences transversales peuvent contribuer au traitement de situations de la famille *Mesure et représentation spatiale*. Le programme d'études en propose deux qui apparaissent les plus appropriées pour ce cours : *Mettre en œuvre sa pensée créatrice* et *Exploiter les technologies de l'information et de la communication*.

Compétence d'ordre intellectuel

La compétence *Mettre en œuvre sa pensée créatrice* est fortement mise à contribution dans ce cours de représentation géométrique. Pour traiter une situation d'apprentissage qui comporte certains défis techniques à analyser et à relever durant la construction d'une structure, l'adulte cherche des solutions inédites aux problèmes. Il pourrait par ailleurs être appelé à fournir une démonstration du théorème de Pythagore. Y a-t-il encore place pour l'innovation alors que ce théorème a été démontré de multiples façons, toutes différentes les unes des autres? Souvent, la créativité réside moins dans l'ajout que dans le traitement des ressources disponibles. L'adulte est encouragé à se laisser guider tant par son intuition que par sa logique.

Compétence d'ordre méthodologique

La compétence *Exploiter les technologies de l'information et de la communication* pourrait aider l'adulte à traiter les situations qui exigent la représentation d'objets ou d'espaces physiques. En effet, l'utilisation d'un logiciel de géométrie facilite les manœuvres sur des figures, permet de créer des isométries ou des homothéties, de modifier les angles et de valider les relations trigonométriques par la démonstration. De tels outils incitent l'adulte à diversifier les usages qu'il en fait.

CONTENU DISCIPLINAIRE

Dans ce cours, l'adulte réactive et approfondit l'ensemble des savoirs géométriques acquis précédemment. Afin de traiter efficacement les situations-problèmes, il complète sa formation en s'appropriant les savoirs propres à ce cours.

Savoirs prescrits

En vue de traiter efficacement les situations d'apprentissage proposées dans ce cours, l'adulte développe deux procédés intégrateurs énoncés comme suit :

- **la conception de l'aménagement d'un espace physique;**
- **la description et la représentation bidimensionnelle ou tridimensionnelle d'un objet ou d'un espace physique.**

Ces procédés, mis en valeur dans les situations d'apprentissage du présent cours, favorisent l'intégration des savoirs mathématiques et des compétences disciplinaires. Les situations d'apprentissage traitées doivent toucher à l'un ou l'autre de ces procédés intégrateurs. Toutefois, l'ensemble des situations choisies doit être assez vaste pour couvrir les deux procédés.

Savoirs mathématiques	Limites et précisions
Relations trigonométriques et métriques dans le triangle	
• Représentation et interprétation de situations à l'aide de triangles	*Les rapports trigonométriques à l'étude sont le sinus, le cosinus et la tangente.* *La loi des sinus et la loi des cosinus sont également à l'étude dans ce cours.* *La formule de Héron est facultative dans la présente séquence.* *Les autres relations métriques et trigonométriques sont spécifiées dans la liste des énoncés, à la fin du tableau de savoirs mathématiques.*
• Justification à l'aide des propriétés des rapports trigonométriques	L'adulte utilise de façon formelle les propriétés des rapports trigonométriques pour justifier les étapes de sa solution.

<table>
<tr><th>Savoirs mathématiques</th><th>Limites et précisions</th></tr>
<tr><td>Relations trigonométriques et métriques dans le triangle (Suite)
Détermination de la pente, de mesures et de positions à l’aide de relations métriques et trigonométriques dans le triangle</td><td>Les mesures et les positions recherchées dans ce cours ont trait au concept de distance et aux propriétés des figures isométriques, semblables ou équivalentes :
angles de triangles ou de figures se décomposant en triangles
hauteur relative à l’hypoténuse, projection orthogonale des cathètes sur l’hypoténuse
côtés d’un triangle
aires et volumes de figures
longueur d’un segment issu d’une isométrie ou d’une similitude
distance entre deux points</td></tr>
<tr><td>Triangles semblables et isométriques
Détermination des conditions minimales d’obtention de triangles isométriques ou semblables</td><td>L’adulte utilise de façon formelle les propriétés des figures isométriques ou semblables pour justifier les étapes de sa solution. Il pourrait avoir à démontrer ces propriétés.

Ces conditions sont spécifiées dans la liste des énoncés à la fin du tableau sur les savoirs mathématiques.</td></tr>
<tr><td>Figures équivalentes
Détermination de mesures</td><td>Les figures équivalentes à l’étude dans ce cours ont trait aux longueurs, aux aires et aux volumes.</td></tr>
</table>

Énoncés

L'adulte doit maîtriser les énoncés prescrits qui suivent. Ils peuvent être utilisés dans une preuve ou une démonstration.

E1. Deux triangles qui ont tous leurs côtés homologues isométriques sont isométriques.

E2. Deux triangles qui ont un angle isométrique compris entre des côtés homologues isométriques sont isométriques.

E3. Deux triangles qui ont un côté isométrique compris entre des angles homologues isométriques sont isométriques.

E4. Des figures planes sont isométriques si et seulement si tous leurs côtés et tous leurs angles homologues sont isométriques.

E5. Deux triangles qui ont deux angles homologues isométriques sont semblables.

E6. Deux triangles dont les mesures des côtés homologues sont proportionnelles sont semblables.

E7. Deux triangles possédant un angle isométrique compris entre des côtés homologues de longueurs proportionnelles sont semblables.

E8. Des sécantes coupées par des parallèles sont partagées en segments de longueurs proportionnelles.

E9. Le milieu de l'hypoténuse d'un triangle rectangle est équidistant des trois sommets.

E10. Les côtés d'un triangle sont proportionnels au sinus des angles opposés.

E11. Le segment joignant les milieux de deux côtés d'un triangle est parallèle au troisième côté et sa mesure égale la moitié de celle du troisième côté.

E12. Dans un triangle rectangle, la mesure de chaque côté de l'angle droit est moyenne proportionnelle entre la mesure de sa projection sur l'hypoténuse et celle de l'hypoténuse entière.

E13. Dans un triangle rectangle, la mesure de la hauteur issue du sommet de l'angle droit est moyenne proportionnelle entre les mesures des deux segments qu'elle détermine sur l'hypoténuse.

E14. Dans un triangle rectangle, le produit des mesures de l'hypoténuse et de la hauteur correspondante égale le produit des mesures des côtés de l'angle droit.

E15. Le carré de la longueur d'un côté d'un triangle quelconque est égal à la somme des carrés des longueurs des autres côtés, moins le double du produit des longueurs des autres côtés par le cosinus de l'angle compris entre ces deux côtés.

E16. Le segment joignant les milieux des côtés non parallèles d'un trapèze est parallèle aux bases et sa mesure égale la demi-somme des mesures des bases.

Repères culturels

La géométrie s'enorgueillit d'une riche histoire. Les penseurs grecs de l'Antiquité étaient avant tout des géomètres. À partir d'objets abstraits, ils ont organisé la géométrie de façon déductive. L'adulte qui apprivoise l'abstraction et qui étudie les principes de la déduction pourra considérer avec intérêt l'évolution de la pensée de ces mathématiciens dont la contribution est considérable. Que ce soit Thalès de Milet, Euclide ou encore Archimède, de nombreux penseurs ont contribué à enrichir les connaissances de leur époque en faisant des liens avec d'autres disciplines comme la mécanique ou l'astronomie. À la fin du XVIe siècle, après une longue période presque exclusivement associée à l'astronomie, la trigonométrie a fini par s'étendre à d'autres domaines comme l'arpentage.

Aujourd'hui, la trigonométrie et la géométrie ne sont pas remises en question. L'étude des symétries et des formes trouve des applications en chimie, dans la compréhension de la structure des molécules et des cristaux. Les architectes, pour leur part, ont recours aux concepts géométriques pour élaborer leurs plans.

Un nombre élevé de contextes se prêtent au traitement des diverses facettes de la représentation géométrique. L'adulte pourrait, selon ses centres d'intérêt, étudier l'œuvre d'artistes comme Escher ou Reutersvärd, le positionnement par GPS, des principes mécaniques ou même l'astronomie pour découvrir l'utilité de la géométrie dans l'interprétation de la réalité actuelle.

FAMILLE DE SITUATIONS D'APPRENTISSAGE

La famille *Mesure et représentation spatiale* regroupe les situations dont le problème peut être traité en partie par la description ou la représentation géométrique d'un objet ou d'un espace physique. Le cours *Représentation géométrique en contexte fondamental 1* fournit l'occasion à l'adulte de poser des actions en vue de développer ses capacités de représentation spatiale.

En traitant les situations-problèmes de ce cours, l'adulte est amené, entre autres, à utiliser une table de valeurs ou un graphique dans le plan cartésien, à résoudre certaines situations-problèmes à rebours lorsque leur solution comporte plusieurs étapes ou que certaines données ne sont pas fournies ou encore, à tenir compte de la proportion dictée par l'échelle pour produire le plan d'une structure architecturale et respecter ainsi les symboles et les conventions liés à ce concept.

DOMAINES GÉNÉRAUX DE FORMATION

Les domaines généraux de formation couvrent les grands enjeux contemporains. Idéalement, le choix des situations à traiter doit être fait dans le respect des intentions éducatives des différents domaines généraux de formation puisque ces domaines représentent des toiles de fond sur lesquelles se greffent les situations-problèmes servant ainsi à donner du sens aux apprentissages de l'adulte. Deux de ces domaines sont particulièrement appropriés à ce cours : *Environnement et consommation* et *Orientation et entrepreneuriat*.

Environnement et consommation

Les notions de trigonométrie vues dans ce cours pourraient permettre une comparaison entre le fonctionnement de deux réseaux de télécommunications, l’un par voie terrestre et l’autre par satellite. L’analyse comparative conduit l’adulte à reconnaître les impacts des avancées de la technologie en vue du développement économique, par opposition à un projet écologique qui respecte davantage un environnement durable. Une telle problématique suscite une prise de conscience qui incite l’adulte à entretenir un rapport dynamique avec son milieu. Ce type de réflexion est en étroite corrélation avec l’intention éducative du DGF *Environnement et consommation.*

Orientation et entrepreneuriat

L’adulte passionné ou simplement curieux pourrait s’initier aux notions d’architecture en étudiant quelques-unes des structures urbaines les plus remarquables, issues du génie humain. Par exemple, il pourrait dessiner le viaduc de Millau. Les différents calculs mathématiques rattachés au dessin de cette structure pourraient entraîner une meilleure connaissance des métiers de l’architecture et du génie civil, conformément aux axes de développement du DGF *Orientation et entrepreneuriat*.

EXEMPLE DE SITUATION D'APPRENTISSAGE

Toutes les situations d'apprentissage ou situations-problèmes, peu importe le domaine général de formation retenu, placent l'adulte au cœur de l'action. Elles favorisent le développement des compétences disciplinaires et transversales visées, l'acquisition de notions et de concepts mathématiques de même que la mobilisation de ressources diverses utiles à la réalisation de la tâche.

Le tableau qui suit présente les éléments nécessaires à l'élaboration de toute situation d'apprentissage ou situation-problème. On y précise ceux retenus dans l'énoncé de situation-problème décrit à la page suivante.

ÉLÉMENTS NÉCESSAIRES À L'ÉLABORATION D'UNE SITUATION D'APPRENTISSAGE, D'UNE SITUATION-PROBLÈME	
Domaine général de formation (ciblé) – Permet de contextualiser les apprentissages, de leur donner du sens.	• Environnement et consommation
Compétences disciplinaires (prescrites) – Se développent dans l'action. Nécessitent la participation active de l'adulte.	• Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes • Déployer un raisonnement mathématique • Communiquer à l'aide du langage mathématique
Famille de situations d'apprentissage (prescrite) – Regroupe des situations appropriées au cours à partir de problématiques tirées de la réalité. – Permet, entre autres, l'acquisition de connaissances mathématiques.	• Mesure et représentation spatiale
Compétences transversales (ciblées) – Se développent en contexte en même temps que les compétences disciplinaires.	• Exploiter les technologies de l'information et de la communication
Savoirs essentiels (prescrits) – Sont des connaissances, des concepts, des notions mathématiques à acquérir.	• Voir liste

Cette rubrique propose, en fait, un exemple d’énoncé de situation-problème accompagné d’exemples d’actions associées au traitement mathématique. Cet énoncé est constitué d’un contexte qui sert de fil conducteur, mais les activités d’apprentissage incluses n’y sont pas détaillées de façon formelle. L’accent est plutôt mis sur un exemple de traitement mathématique pertinent, qui respecte les quatre phases de la résolution : la représentation, la planification, l’activation et la réflexion. Toutefois, même si ce n’est pas explicite, on peut discerner les éléments qui composent cet énoncé, éléments identifiés dans le précédent tableau, soit : le domaine général de formation, les compétences disciplinaires, la famille de situations, les compétences transversales et les savoirs essentiels. Pour favoriser l’apprentissage, ces différents éléments doivent former un tout cohérent et signifiant pour l’adulte.

L’enseignante ou enseignant peut se servir de chacun des éléments comme autant d’objets de formation. Ces objets peuvent être des actions associées à chacune des phases de résolution, des actions relatives aux compétences disciplinaires ou transversales ou encore aux savoirs prescrits. L’enseignante ou enseignant a la possibilité d’utiliser l’exemple de traitement mathématique fourni pour construire d’autres tâches complexes ou d’autres activités d’apprentissage liées aux connaissances mathématiques que l’adulte doit acquérir.

Énoncé de situation-problème	**Exemples d’actions associées au traitement mathématique d’une situation-problème appartenant à la famille** ***Mesure et représentation spatiale***
La déduction de distances par la triangulation est pratique pour déterminer des longueurs difficilement mesurables. En arpentage, par exemple, la triangulation est utile lorsque des obstacles physiques comme un cours d’eau ou un boisé rendent impossible la mesure de certaines distances. L’adulte est appelé à prouver la validité du principe de triangulation dans le plan. Dans un premier temps, il doit déterminer, sur une photo satellite, la distance réelle entre deux points séparés par un cours d’eau. Il doit ensuite démontrer que l’utilisation de la triangulation aurait permis, à partir d’un de	**Procédé intégrateur :** *Description et représentation bidimensionnelle d’un espace physique* Au cours de l’une ou l’autre des phases de résolution, l’adulte pourrait accomplir les actions suivantes : Représentation • Prendre connaissance des éléments fournis par la photo satellite; • Esquisser un triangle reliant les trois points mentionnés; • Déterminer la tâche à exécuter : démontrer que la triangulation permet d’obtenir le résultat auquel on arrive lorsqu’on mesure directement la distance entre deux points sur un plan. Planification • Déterminer les étapes à suivre pour monter sa preuve : tracer le triangle reliant les trois points de la situation, faire un lien avec ses connaissances mathématiques, utiliser un langage mathématique adéquat pour formuler sa preuve, vérifier le réalisme de sa solution; • Énoncer les concepts mathématiques nécessaires à la preuve : concept de distance, propriétés des figures isométriques, énoncés trigonométriques, loi des sinus et loi des cosinus.

Énoncé de situation-problème	**Exemples d'actions associées au traitement mathématique d'une situation-problème appartenant à la famille** ***Mesure et représentation spatiale***	
ces points plus un troisième situé sur la même rive de ce cours d'eau, de déduire cette distance.	Activation	• Tracer, sur la photo satellite, le triangle reliant les trois points A, B et C; • Relever les mesures d'angles et de distance entre ces trois points; • Déterminer, à l'aide de l'échelle fournie, la distance réelle entre les trois points; • Déterminer s'il s'agit d'un triangle scalène ou d'un triangle rectangle; • Déterminer, en fonction des informations disponibles, la loi applicable : loi des sinus ou loi des cosinus; • Utiliser la loi des sinus pour calculer la distance entre les deux points A et C situés de part et d'autre du cours d'eau; • Montrer que cette valeur est très proche de celle déterminée à l'aide de la photo satellite en utilisant un mode de représentation approprié et un langage mathématique adéquat.
	Réflexion	• Émettre des conjectures sur les raisons pouvant expliquer une légère différence entre le résultat obtenu par la loi des sinus et la mesure sur le plan : limite inhérente à la précision des mesures d'angles et de distances sur la photo satellite; • Se demander dans quelle autre situation cette méthode pourrait être utilisée : navigation, GPS, astronomie; • Se demander dans quel cas on applique la loi des sinus plutôt que la loi des cosinus.

ATTENTES DE FIN DE COURS

Pour résoudre des situations-problèmes de la famille *Mesure et représentation spatiale*, l'adulte décrit et représente en deux ou trois dimensions des objets ou des espaces physiques et conçoit l'aménagement d'un tel espace. Pour ce faire, il met en œuvre les trois compétences disciplinaires du programme, soit : *Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes*, *Déployer un raisonnement mathématique* et *Communiquer à l'aide du langage mathématique*.

L'adulte qui décrit et représente des espaces physiques et des objets interprète et produit des esquisses, des dessins ou des plans. Ces derniers sont exécutés à l'aide de figures complexes pouvant être décomposées en triangles rectangles ou quelconques. Il distingue les éléments clés du langage mathématique (par exemple : échelle, dimensions, périmètre, aire, etc.), et associe des images, des objets ou des savoirs à des termes et à des symboles mathématiques. De plus, il met à profit de nouveaux savoirs mathématiques tels que la loi des sinus ou des cosinus qui lui permettent de déterminer des mesures manquantes dans des situations peu conventionnelles.

Lorsque l'adulte conçoit l'aménagement d'un espace physique, il recourt à des stratégies variées : tracer un schéma, un dessin, découper la tâche en sous-tâches, etc. Il applique un processus complexe de la représentation de la problématique à la validation de sa solution en utilisant ses connaissances de la trigonométrie. L'adulte exploite le concept de triangulation pour concevoir l'aménagement d'un espace physique et valide toutes les étapes traversées, à l'aide des théorèmes à l'étude dans ce cours. L'adulte déduit des mesures manquantes, induit des résultats et tire des conclusions issues de l'étude des théorèmes. Lorsqu'il tire des conclusions quant aux propriétés de certaines figures, il en démontre l'exactitude en élaborant une preuve formelle.

Tout au long de sa résolution de situations-problèmes, l'adulte utilise ses connaissances en lien avec les savoirs mathématiques : relations trigonométriques et métriques dans le triangle, triangles semblables et isométriques ainsi que figures équivalentes. L'emploi des symboles, des termes et des notations liés à ces savoirs est exact et les lois, théorèmes, corolaires ou lemmes déduits ou induits par l'élève sont toujours validés à l'aide de différentes sources afin de bonifier sa bibliothèque mathématique personnelle. De plus, il n'hésite pas à demander de l'aide lorsqu'une difficulté se présente.

CRITÈRES D'ÉVALUATION DES COMPÉTENCES VISÉES PAR LE COURS

Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes

- *Manifestation, oralement ou par écrit, d'une compréhension adéquate de la situation-problème*
- *Mobilisation de stratégies et de savoirs mathématiques appropriés à la situation-problème*
- *Élaboration d'une solution* appropriée à la situation-problème*
- *Validation appropriée des étapes** de la solution élaborée*

* La solution comprend une démarche, des stratégies et un résultat.
** Le modèle mathématique, les opérations, les propriétés ou relations.

Déployer un raisonnement mathématique

- *Formulation d'une conjecture appropriée à la situation*
- *Utilisation correcte des concepts et des processus mathématiques appropriés*
- *Mise en œuvre convenable d'un raisonnement mathématique adapté à la situation*
- *Structuration adéquate des étapes d'une démarche pertinente*
- *Justification congruente des étapes d'une démarche* pertinente

Communiquer à l'aide du langage mathématique

- *Interprétation juste d'un message à caractère mathématique*
- *Production d'un message conforme à la terminologie, aux règles et aux conventions propres à la mathématique et en fonction du contexte*

6.4.2 Cours de la 5e secondaire

Cours

MAT-5170-2

Optimisation en contexte fondamental

Mathématique

PRÉSENTATION DU COURS

Le but du cours *Optimisation en contexte fondamental* est de rendre l'adulte apte à traiter des situations qui requièrent l'optimisation à l'aide de la programmation linéaire dans une perspective fondamentale.

L'adulte qui suit le cours cherche une solution optimale à une situation comportant un ensemble de contraintes. Il tient compte de ces contraintes et les traduit en employant un système d'inéquations à deux variables et définit la fonction à optimiser. Sa représentation graphique de la situation lui permet d'observer le polygone de contraintes ou la région solution pour résoudre graphiquement ou algébriquement le système.

La situation-problème amène l'adulte à optimiser une relation linéaire, qu'elle soit économique ou objective. Elle lui permet d'agir en fonction de contraintes à respecter, et l'analyse qu'il en fait le conduit à déterminer la solution qui lui semble la plus avantageuse. L'adulte apprend à illustrer son raisonnement et à expliciter la solution optimale qu'il a dégagée. Ainsi, il démontre comment il a procédé pour interpréter la région solution et les sommets du polygone. Il importe donc que l'adulte ait pris soin de vérifier la vraisemblance du résultat obtenu selon le contexte, et de spécifier le degré de précision dont il a tenu compte. S'il constate que le résultat auquel il est arrivé est peu probable, il propose des modifications, suggère une nouvelle piste de solution et formule des recommandations pour la rendre plus efficiente.

Au terme de ce cours, l'adulte sera en mesure de représenter des situations d'optimisation. Sa production, juste et claire, sera réalisée dans le respect des règles et des conventions mathématiques. L'adulte fera ressortir les solutions limites dans son analyse ainsi que les solutions entières lorsque la situation fera référence à des cas discrets ou que l'une des limites se retrouvera sur les points de grille.

COMPÉTENCES DISCIPLINAIRES

Pour résoudre les situations-problèmes proposées, l'adulte a recours aux trois compétences disciplinaires, soit :

- *Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes*;
- *Déployer un raisonnement mathématique*;
- *Communiquer à l'aide du langage mathématique*.

L'emploi de stratégies efficaces incite l'adulte à déployer un raisonnement mathématique rigoureux et à communiquer avec clarté à l'aide du langage mathématique, en démontrant qu'il en respecte les codes et les conventions propres. C'est donc par l'activation intégrée des trois compétences disciplinaires et à l'aide d'autres ressources que l'adulte parvient à résoudre des situations-problèmes.

La rubrique *Démarche et stratégies* explique comment faire évoluer une situation-problème vers une solution par la mise à contribution des trois compétences disciplinaires.

DÉMARCHE ET STRATÉGIES

Pour résoudre une situation-problème, l'adulte a besoin de stratégies efficaces qu'il adapte aux situations présentées.

Il traite des situations-problèmes en utilisant une démarche qui comprend quatre phases de résolution :

- **la représentation**;
- **la planification**;
- **l'activation**;
- **la réflexion**.

Le tableau qui suit présente sommairement chacune des phases de la démarche de résolution et quelques exemples de stratégies que l'adulte peut employer pour traiter les situations. Ces phases ne se présentent pas nécessairement de façon successive. De nombreux allers-retours entre les quatre phases peuvent être nécessaires lors de la résolution d'une situation-problème.

DÉMARCHE ET STRATÉGIES	
LA REPRÉSENTATION	
- L'adulte prend contact avec la situation-problème afin de bien cerner le contexte, le problème et la tâche à effectuer. Il construit sa représentation de la situation en employant des stratégies d'observation et de représentation essentielles au raisonnement inductif. - Durant cette appropriation du contexte et du problème, il est aussi amené à déployer des raisonnements déductifs. - Il a une maîtrise adéquate des éléments rattachés au langage mathématique.	
Exemples de stratégies	• déterminer dans un tableau, la nature de la tâche à exécuter; • écrire littéralement les éléments de la situation qui lui semblent pertinents, facilitant ainsi la recherche des contraintes économiques ou techniques pour mathématiser le problème; • déterminer des questions en rapport avec celle-ci; • recueillir les informations pertinentes (maximum, minimum, fonction économique).
LA PLANIFICATION	
- Afin de planifier sa solution, l'adulte cherche des pistes et privilégie celles qui semblent les plus efficaces et économiques. - Une planification correcte implique de sa part le décodage des éléments du langage mathématique, le sens des symboles et des termes, les notations.	
Exemples de stratégies	• rechercher une règle algébrique qui tiendrait compte de la meilleure relation entre les contraintes et les conséquences imposées par la situation-problème : déterminer les paramètres pertinents de la droite baladeuse ou de la fonction économique; • procéder par esquisse intuitive pour borner graphiquement (rectangle parallèle aux axes du plan cartésien) l'ensemble solution.
L'ACTIVATION	
- Placé au cœur du traitement d'une situation-problème, l'adulte déploie un raisonnement mathématique en présentant graphiquement les demi-plans issus des contraintes. - Il déduit le pas des axes en analysant les valeurs maximale et minimale que peuvent prendre les variables. - Il utilise un langage mathématique rigoureux et respecte le sens des symboles, des termes et des notations afin d'éviter la confusion.	
Exemples de stratégies	• procéder par essais et erreurs pour mathématiser certaines contraintes; • construire des tables de valeurs afin d'avoir deux points pour représenter les droites frontières du polygone de contraintes; • procéder par étapes successives dans le but de résoudre les inéquations.
LA RÉFLEXION	
- L'adulte adopte une attitude réflexive tout au long du traitement de la situation, se questionne régulièrement sur ses étapes de son travail et sur les choix qu'il fait. - Il fait des allers et retours sur le graphique et la fonction économique lorsque les solutions sont entières. - Il exprime ses idées en respectant les codes et les conventions mathématiques et tient compte des contraintes de la situation dans l'expression de son message.	
Exemples de stratégies	• vérifier la cohérence de sa solution en comparant, par exemple, le nombre de solutions possibles d'un système d'équations avec le nombre de solutions trouvées ou en validant intuitivement, que les coordonnées des points trouvés sont bien celles des sommets du polygone de contraintes; • utiliser des logiciels de représentation graphique comme outil de validation.

COMPÉTENCES TRANSVERSALES

Les compétences transversales ne se construisent pas dans l'abstrait : elles prennent racine dans des situations-problèmes et participent, à divers degrés, au développement des compétences disciplinaires, et inversement.

Plusieurs compétences transversales peuvent contribuer au traitement de situations de la famille *Recherche de solutions optimales*. Le programme d'études en propose deux qui apparaissent les plus appropriées pour ce cours : *Résoudre des problèmes* et *Exploiter l'information*.

Compétence d'ordre intellectuel

Si la compétence transversale *Résoudre des problèmes* est intimement liée à la mathématique, elle peut être abordée sous un angle plus large, dans une situation d'apprentissage plus vaste où la mathématique s'avère un atout de taille. C'est le plus souvent par tâtonnement et recadrage du problème que l'on parvient à construire une solution qui, tout en étant satisfaisante, n'est pas la seule possible. Dans le but de mobiliser et de développer cette compétence, l'adulte peut être mis à contribution pour construire lui-même des situations d'apprentissage associées à un questionnement qui lui est propre. Souvent, la programmation linéaire offre la souplesse nécessaire de modélisation et de construction du réel par linéarisation du monde observable.

Compétence d'ordre intellectuel

Traiter une situation d'apprentissage en relation avec le concept d'aide humanitaire pourrait permettre à l'adulte de développer et de mobiliser sa compétence transversale *Exploiter l'information*. Il faut non seulement savoir repérer cette information et juger de sa valeur, mais aussi apprendre à l'organiser. Aborder des problématiques telles que le déploiement des militaires en Afghanistan ou au Timor oriental offrirait à l'adulte une belle occasion d'organiser l'information trouvée sur le Web pour planifier et optimiser un plan pour les effectifs à déployer.

CONTENU DISCIPLINAIRE

Dans ce cours, l'adulte réactive et approfondit un ensemble de savoirs arithmétiques et algébriques acquis précédemment. Afin de traiter efficacement les situations-problèmes, il complète sa formation en s'appropriant les savoirs propres à ce cours.

Savoirs prescrits

En vue de traiter efficacement les situations d'apprentissage proposées dans ce cours, l'adulte développe un procédé intégrateur énoncé comme suit :

- **l'optimisation d'une situation à l'aide de la programmation linéaire.**

Ce procédé, mis en valeur dans les situations d'apprentissage du présent cours, favorise l'intégration des savoirs mathématiques et des compétences disciplinaires. Les situations d'apprentissage proposées devront toucher ce procédé intégrateur.

Savoirs mathématiques	Limites et précisions
Programmation linéaire	
• Système d'inéquations du premier degré à deux variables	
• Représentation des contraintes et de la fonction à optimiser (fonction objectif ou économique)	La représentation des contraintes peut se faire sous forme algébrique ou graphique. Dans ce cours, l'expression est limitée à la fonction à optimiser par une équation de la forme $Ax + By + C = Z$ dans laquelle A, B et C sont des nombres rationnels.
• Détermination et interprétation des sommets et de la région solution (fermée ou non)	
• Modification des conditions de la situation pour la rendre plus efficiente	

Repères culturels

Ce sont les travaux des mathématiciens Joseph Fourrier (1768-1830) et Georges Dantzig (1914-2005) qui sont à l'origine de la programmation linéaire. Au cours de la Seconde Guerre mondiale, Dantzig, qui était dans l'armée de l'air américaine, mit au point une technique permettant de régler au moindre coût le problème de distribution de l'armée. Cette méthode qui allie puissance et souplesse a été récupérée pour résoudre des problèmes économiques variés.

Dans le domaine de la santé, certaines décisions sont souvent controversées parce que subordonnées à des intérêts financiers. La programmation linéaire, une branche de l'optimisation, est très utile pour guider la prise de décision dans ce domaine. Elle peut aussi aider à résoudre des problèmes d'optimisation dans de nombreux autres domaines.

On pourrait penser aux conflits d'intérêt qui menacent la protection de l'environnement. Par exemple, pour nourrir une population ou pour lui fournir de l'énergie, jusqu'où peut-on exploiter un milieu sans le détruire? L'adulte pourrait étudier comment certains scientifiques ont pu répondre à cette question et déterminer un point d'équilibre grâce à la programmation linéaire.

En permettant les calculs et le traitement des données, l'informatique facilite grandement la recherche de solutions optimales. C'est d'ailleurs une des raisons pour lesquelles l'optimisation a envahi de nombreux champs d'activité. L'adulte ne pourra donc que constater, encore une fois, l'apport indéniable de la mathématique à la recherche de solutions optimales.

FAMILLE DE SITUATIONS D'APPRENTISSAGE

La famille *Recherche de solutions optimales* visée par ce cours regroupe les situations dont le problème peut être en partie traité par l'optimisation, à l'aide de la programmation linéaire. Le cours *Optimisation en contexte fondamental* fournit l'occasion à l'adulte de poser des actions en vue de le rendre apte à maximiser un profit, un procédé, un nombre d'objets ou de personnes, ou encore à minimiser des coûts ou des pertes.

En traitant les situations-problèmes de ce cours, l'adulte est amené, entre autres, à reconnaître et décoder le sens des symboles, des termes et des notations, à distinguer le sens des termes mathématiques de ceux qui relèvent du sens commun ou encore, à déduire la solution optimale en substituant, aux coordonnées de l'équation de la fonction économique, les coordonnées des sommets du polygone de contraintes.

DOMAINES GÉNÉRAUX DE FORMATION

Les domaines généraux de formation couvrent les grands enjeux contemporains. Idéalement, le choix des situations à traiter doit être fait dans le respect des intentions éducatives des différents domaines généraux de formation puisque ces domaines représentent des toiles de fond sur lesquelles se greffent les situations-problèmes servant ainsi à donner du sens aux apprentissages de l'adulte. Deux de ces domaines sont particulièrement appropriés à ce cours : *Santé et bien-être* et *Environnement et consommation*.

Santé bien-être

Certaines situations d'apprentissage proposées sensibilisent l'adulte au domaine de la santé. Le cours d'optimisation pourrait présenter des situations où les inquiétudes relatives à la santé sont écartées au profit d'intérêts financiers. C'est parfois, pour l'adulte, l'occasion d'objectiver des situations d'apprentissage illustrant le mince équilibre entre la santé et le profit tiré des décisions de certaines entreprises. Ce cours favorise l'étude de problèmes dont la solution doit tenir compte, d'une part, des besoins en matière de santé et, d'autre part, de la diminution des dépenses. L'adulte est amené à se responsabiliser par rapport à l'adoption de saines habitudes de vie, ce qui correspond à l'un des axes de développement du DGF *Santé et bien-être*.

Environnement et consommation

Certaines situations d'apprentissage liées aux techniques de raffinage du pétrole peuvent inciter l'adulte à entretenir un rapport dynamique avec son milieu, tout en gardant une distance critique à l'égard de la consommation et de l'exploitation de l'environnement. Le calcul de l'obtention du meilleur préchauffage des bruts et des charges ainsi que la détermination du meilleur équilibre « vapeur-électricité » d'une raffinerie sont deux exemples d'optimisation qui touchent des problématiques environnementales. Un exposé sur de telles problématiques incite l'adulte à se construire des références en vue de décisions ultérieures.

EXEMPLE DE SITUATION D'APPRENTISSAGE

Toutes les situations d'apprentissage ou situations-problèmes, peu importe le domaine général de formation retenu, placent l'adulte au cœur de l'action. Elles favorisent le développement des compétences disciplinaires et transversales visées, l'acquisition de notions et de concepts mathématiques de même que la mobilisation de ressources diverses utiles à la réalisation de la tâche.

Le tableau qui suit présente les éléments nécessaires à l'élaboration de toute situation d'apprentissage ou situation-problème. On y précise ceux retenus dans l'énoncé de situation-problème décrit à la page suivante.

ÉLÉMENTS NÉCESSAIRES À L'ÉLABORATION D'UNE SITUATION D'APPRENTISSAGE, D'UNE SITUATION-PROBLÈME	
Domaine général de formation (ciblé) – Permet de contextualiser les apprentissages, de leur donner du sens.	• Environnement et consommation
Compétences disciplinaires (prescrites) – Se développent dans l'action. Nécessitent la participation active de l'adulte.	• Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes • Déployer un raisonnement mathématique • Communiquer à l'aide du langage mathématique
Famille de situations d'apprentissage (prescrite) – Regroupe des situations appropriées au cours à partir de problématiques tirées de la réalité. – Permet, entre autres, l'acquisition de connaissances mathématiques.	• Recherche de solutions optimales
Compétences transversales (ciblées) – Se développent en contexte en même temps que les compétences disciplinaires.	• Résoudre des problèmes • Exploiter l'information
Savoirs essentiels (prescrits) – Sont des connaissances, des concepts, des notions mathématiques à acquérir.	• Voir liste

Cette rubrique propose, en fait, un exemple d'énoncé de situation-problème accompagné d'exemples d'actions associées au traitement mathématique. Cet énoncé est constitué d'un contexte qui sert de fil conducteur, mais les activités d'apprentissage incluses n'y sont pas détaillées de façon formelle. L'accent est plutôt mis sur un exemple de traitement mathématique pertinent, qui respecte les quatre phases de la résolution : la représentation, la planification, l'activation et la réflexion. Toutefois, même si ce n'est pas explicite, on peut discerner les éléments qui composent cet énoncé, éléments identifiés dans le précédent tableau, soit : le domaine général de formation, les compétences disciplinaires, la famille de situations, les compétences transversales et les savoirs essentiels. Pour favoriser l'apprentissage, ces différents éléments doivent former un tout cohérent et signifiant pour l'adulte.

L'enseignante ou enseignant peut se servir de chacun des éléments comme autant d'objets de formation. Ces objets peuvent être des actions associées à chacune des phases de résolution, des actions relatives aux compétences disciplinaires ou transversales ou encore aux savoirs prescrits. L'enseignante ou enseignant a la possibilité d'utiliser l'exemple de traitement mathématique fourni pour construire d'autres tâches complexes ou d'autres activités d'apprentissage liées aux connaissances mathématiques que l'adulte doit acquérir.

Énoncé de situation-problème	**Exemples d'actions associées au traitement mathématique d'une situation-problème appartenant à la famille** ***Recherche de solutions optimales***
L'industrie du transport par camion constitue un secteur extrêmement important de l'activité économique canadienne. Même si elle se porte bien, cette industrie doit être en mesure de faire face à de nombreux défis comme la compétition ou encore la hausse du prix du carburant. Par conséquent, la gestion des parcs de camions doit être très serrée et les entreprises de camionnage préfèrent maximiser l'utilisation de leurs véhicules avant d'en augmenter le nombre.	**Procédé intégrateur :** *Optimisation d'une situation à l'aide de la programmation linéaire* Au cours de l'une ou l'autre des phases de résolution, l'adulte pourrait accomplir les actions suivantes : Représentation • Écrire littéralement les éléments de la situation qui lui semblent pertinents; • Déterminer les variables en jeu comme le nombre de chauffeurs et le kilométrage parcouru; • Diviser la situation-problème complexe en sous-problèmes pour mettre en relief les relations entre les contraintes de l'énoncé et le problème : les coûts liés au fonctionnement de l'entreprise, les revenus qu'elle peut espérer en tirer, la maximisation du rendement de l'entreprise, l'analyse du système d'inéquations en fonction de la droite baladeuse.

<table>
<tr><th>Énoncé de situation-problème</th><th colspan="2">Exemples d’actions associées au traitement mathématique d’une situation-problème appartenant à la famille
Recherche de solutions optimales</th></tr>
<tr><td rowspan="3">On demande à l’adulte de maximiser l’utilisation d’un parc de camions en tenant compte de certaines contraintes comme le nombre maximum d’heures de travail consécutives permises, le coût minimum de fonctionnement d’un camion par kilomètre parcouru, etc. L’adulte devra faire ressortir les solutions limites. De plus, la droite baladeuse est parallèle à l’un des côtés du polygone de contraintes et on demande à l’adulte de démontrer que cette situation peut être la cause de plusieurs valeurs optimales.</td><td>Planification</td><td>• Utiliser des techniques de foisonnement d’idées si le travail se fait en équipe, pour rechercher des pistes de solution;
• Se référer à la solution d’une situation-problème analogue pour concrétiser son plan;
• Énumérer les savoirs mathématiques nécessaires au traitement de la situation : choix des variables, détermination des contraintes, établissement d’un système d’inéquations du premier degré à deux variables, représentation graphique de la région solution, comparaison de la pente des côtés du polygone de contraintes et de la droite baladeuse dans le but de déterminer les droites parallèles, etc.</td></tr>
<tr><td>Activation</td><td>• Sélectionner les variables : nombre de chauffeurs, kilométrage parcouru;
• Par essais et erreurs, mathématiser les contraintes de la situation;
• Construire des tables de valeurs afin de tracer les droites délimitant le polygone de contraintes;
• Déterminer le sommet du polygone de contraintes qui optimise la rentabilité du parc de véhicules;
• Calculer le coût minimal de fonctionnement;
• Déterminer le côté parallèle à la droite baladeuse (fonction économique), puis démontrer la possibilité de solutions multiples.</td></tr>
<tr><td>Réflexion</td><td>• Vérifier la cohérence de la réponse en s’assurant, à l’aide d’un point aléatoire, que la région solution a été correctement déterminée;
• Comparer sa solution et ses résultats avec ceux de ses pairs, dans le but de faire ressortir les forces et les faiblesses du modèle proposé;
• Se demander si un autre moyen plus simple permettrait de déterminer les sommets du polygone de contraintes (par comparaison plutôt que par substitution par exemple);
• Se questionner sur le rôle des paramètres de la droite baladeuse.</td></tr>
</table>

ATTENTES DE FIN DE COURS

Pour résoudre des situations-problèmes de la famille *Optimisation*, l'adulte optimise une situation à l'aide de la programmation linéaire. Pour ce faire, il met en œuvre les trois compétences disciplinaires du programme, soit : *Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes*, *Déployer un raisonnement mathématique* et *Communiquer à l'aide du langage mathématique*.

L'adulte qui utilise la programmation linéaire pour résoudre des situations-problèmes met à profit divers modèles mathématiques et stratégies de différents ordres, combinant raisonnement et créativité pour surmonter les obstacles. Il décode l'information pertinente en vue de planifier la recherche d'une solution optimale. Il traduit les différentes contraintes en employant un système d'inéquations à deux variables et définit algébriquement la fonction à optimiser. Il représente graphiquement le polygone de contraintes et la région solution. Les coordonnées des sommets sont déterminées soit algébriquement, soit par approximation à partir de graphique. Pour démontrer une conjecture, il déploie un raisonnement déductif structuré et utilise adéquatement la forme codifiée que requiert la démonstration. Il appuie son argumentation d'illustrations, d'explications ou de justifications. Lorsqu'il établit la preuve (par l'absurde, par la contraposée, par induction, etc.), il sollicite divers types de raisonnement, dont la disjonction de cas. Il observe des cas particuliers issus de la réalité et généralise ses observations. Enfin, l'expérimentation de certaines situations le conduit à analyser des données en vue de dégager les conditions nécessaires et suffisantes pour tirer une conclusion, à prendre des décisions et à déterminer la meilleure façon de procéder, d'optimiser ou de procéder à une régulation.

Lorsqu'il réalise des études de cas, des synthèses, des preuves ou des démonstrations et des exposés pour traiter des situations-problèmes liées à la programmation linéaire, il cible astucieusement l'intention des messages mathématiques à émettre ou à interpréter. Il sélectionne le médium, le type de discours et de registre de représentation adaptés à l'interlocuteur et à l'intention du message. Il effectue aisément le passage d'un registre à l'autre. Il utilise un large éventail de stratégies de communication qui lui permettent, entre autres, de réguler la transmission d'un message selon les réactions spécifiques de l'interlocuteur ou pour tenir compte d'exigences nouvelles. Il s'approprie un langage qui combine de façon pertinente des termes courants, mathématiques, techniques et scientifiques.

Tout au long de la résolution de situations-problèmes, l'adulte utilise ses connaissances en lien avec les savoirs mathématiques, soit la programmation linéaire. L'emploi des symboles, des termes et des notations liés à ces savoirs est exact et les lois, théorèmes, corolaires ou lemmes déduits ou induits par l'adulte sont toujours validés à l'aide de différentes sources afin de bonifier sa bibliothèque mathématique personnelle. De plus, il n'hésite pas à demander de l'aide lorsqu'une difficulté se présente.

CRITÈRES D'ÉVALUATION DES COMPÉTENCES VISÉES PAR LE COURS

Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes

- *Manifestation, oralement ou par écrit, d'une compréhension adéquate de la situation-problème*
- *Mobilisation de stratégies et de savoirs mathématiques appropriés à la situation-problème*
- *Élaboration d'une solution* appropriée à la situation-problème*
- *Validation appropriée des étapes** de la solution élaborée*

* La solution comprend une démarche, des stratégies et un résultat.
** Le modèle mathématique, les opérations, les propriétés ou relations.

Déployer un raisonnement mathématique

- *Formulation d'une conjecture appropriée à la situation*
- *Utilisation correcte des concepts et des processus mathématiques appropriés*
- *Mise en œuvre convenable d'un raisonnement mathématique adapté à la situation*
- *Structuration adéquate des étapes d'une démarche pertinente*
- *Justification congruente des étapes d'une démarche* pertinente

Communiquer à l'aide du langage mathématique

- *Interprétation juste d'un message à caractère mathématique*
- *Production d'un message conforme à la terminologie, aux règles et aux conventions propres à la mathématique et en fonction du contexte*

Cours

MAT-5171-2

Modélisation algébrique et graphique en contexte fondamental 2

Mathématique

PRÉSENTATION DU COURS

Le but du cours *Modélisation algébrique et graphique en contexte fondamental 2* est de rendre l'adulte apte à traiter des situations qui requièrent une représentation par un modèle algébrique ou graphique exprimant un lien de dépendance entre quantités, dans une perspective fondamentale.

L'adulte qui suit le cours explore plusieurs situations pouvant être traduites par une fonction périodique. Dans l'analyse plus particulière des fonctions trigonométriques, l'étude du cercle trigonométrique est mise à profit pour contextualiser ces situations. Ce cercle permet à l'adulte de visualiser la périodicité des fonctions trigonométriques et les lignes trigonométriques, de dégager des propriétés et de démontrer certaines identités. Le recours aux fonctions définies par parties rend par ailleurs possible l'analyse de diverses situations, comme la rémunération pendant et après les heures régulières de travail. Une règle est déterminée et définie sur chaque intervalle de domaine. Le concept de continuité intervient alors et permet d'interpréter le changement du taux de variation.

Les opérations sur les fonctions sont abordées dans des contextes signifiants, notamment l'impôt total à payer (addition) ou le calcul des taxes de vente (composition). L'étude de ces opérations ne doit pas être une fin en soi, mais elle doit permettre l'analyse et la modélisation de situations. Les concepts d'infini et de continuité permettent à l'adulte de donner du sens aux asymptotes des fonctions, et réciproquement. La définition du concept de limite est introduite de façon intuitive (sans faire appel au symbolisme) afin de favoriser la compréhension de certaines situations. L'étude des fonctions rationnelles, tangentes, exponentielles ou logarithmiques est également propice à des discussions sur ces concepts.

Au terme de ce cours, l'adulte sera en mesure de représenter des situations concrètes à l'aide de l'algèbre. Sa production juste et claire sera réalisée dans le respect des règles et des conventions mathématiques. La représentation algébrique ou graphique d'une situation à partir de fonctions réelles et de leurs réciproques lui permettra d'induire ou de déduire des résultats par interpolation ou extrapolation. De plus, il utilisera différents registres de représentation afin de généraliser le comportement à un ensemble de situations.

COMPÉTENCES DISCIPLINAIRES

Dans ce cours, la résolution de situations-problèmes implique le recours aux trois compétences disciplinaires, soit :

- *Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes*;
- *Déployer un raisonnement mathématique*;
- *Communiquer à l'aide du langage mathématique*.

L'emploi de stratégies efficaces incite l'adulte à déployer un raisonnement mathématique rigoureux et à communiquer avec clarté à l'aide du langage mathématique, en démontrant qu'il en respecte les codes et les conventions propres. C'est donc par l'activation intégrée des trois compétences disciplinaires et à l'aide d'autres ressources que l'adulte parvient à résoudre des situations-problèmes.

La rubrique *Démarche et stratégies* explique comment faire évoluer une situation-problème vers une solution par la mise à contribution des trois compétences disciplinaires.

DÉMARCHE ET STRATÉGIES

Pour résoudre une situation-problème, l'adulte a besoin de stratégies efficaces qu'il adapte aux situations qui lui sont présentées.

Il traite des situations-problèmes en utilisant une démarche qui comprend quatre phases de résolution :

- **la représentation**;
- **la planification**;
- **l'activation**;
- **la réflexion**.

Le tableau qui suit présente sommairement chacune des phases de la démarche de résolution et quelques exemples de stratégies que l'adulte peut employer pour traiter les situations. Ces phases ne se présentent pas nécessairement de façon successive. De nombreux allers-retours entre les quatre phases peuvent être nécessaires lors de la résolution d'une situation-problème.

<table>
<tr><th colspan="2">DÉMARCHE ET STRATÉGIES</th></tr>
<tr><th colspan="2">LA REPRÉSENTATION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- L’adulte prend contact avec la situation-problème afin de bien cerner le contexte, le problème et la tâche à effectuer. Il utilise des stratégies d’observation et de représentation essentielles au raisonnement inductif.
- Il développe sa compétence à communiquer à l’aide du langage mathématique en se familiarisant davantage avec les symboles et les notations en relation avec les savoirs mathématiques du cours.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• écrire littéralement les éléments de la situation qui lui semblent pertinents, facilitant ainsi la recherche d’un lien de dépendance afin de déterminer les variables de la situation;
• estimer, par exemplification avec des nombres, le type de relation qui lit les variables de la situation;
• représenter, à l’aide d’une esquisse de plan cartésien, le lien de dépendance entre les variables;
• recueillir les informations pertinentes afin d’illustrer sa compréhension du lien de dépendance entre les variables.</td></tr>
<tr><th colspan="2">LA PLANIFICATION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- Pour planifier sa solution, l’adulte cherche des pistes et privilégie celles qui semblent les plus efficaces et économiques.
- Il cherche à extrapoler des résultats à l’aide d’une règle algébrique ou d’un graphique et élargit ainsi ses réseaux de ressources cognitives.
- Il décode les éléments du langage mathématique tels que le sens des symboles, des termes et des notations ainsi que les différents registres de représentation, afin de planifier correctement la solution.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• faire une carte conceptuelle liant les différentes étapes de la solution;
• se faire une liste des éléments appropriés à la représentation graphique ou algébrique d’une fonction;
• se questionner de façon systématique en vue de consolider son plan de travail. Par exemple : Quel devrait être le pas des axes?</td></tr>
<tr><th colspan="2">L’ACTIVATION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- Placé au cœur d’une situation-problème, l’adulte construit des liens, entre autres, entre la forme algébrique et graphique, ce qui lui permet de dégager et de généraliser les règles.
- Il utilise l’échelle appropriée au contexte pour représenter graphiquement la situation-problème afin que cette représentation garde tout son sens par rapport à la situation.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• changer de perspective;
• procéder par recherche systématique dans le but de déterminer la règle algébrique d’une fonction;
• rechercher des combinaisons dans le but de déterminer la règle d’une fonction quadratique.</td></tr>
<tr><th colspan="2">LA RÉFLEXION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- L’adulte adopte une attitude réflexive tout au long du traitement de la situation et se questionne régulièrement sur ses étapes de travail, et sur les choix qu’il fait, avec l’intention de valider sa solution.
- La mise en œuvre du raisonnement l’amène à émettre des conjectures sur des cas limites ou particuliers afin de valider certains résultats obtenus et lui permet aussi de rejeter des extrapolations qui n’auraient aucun sens dans la réalité.
- Il s’assure, par l’utilisation de stratégies, que les variables dépendante et indépendante sont bien définies, que les axes sont bien gradués, qu’il ne manque aucune unité de mesure et que les données sont bien retranscrites.</td></tr>
</table>

COMPÉTENCES TRANSVERSALES

Les compétences transversales ne se construisent pas dans l'abstrait : elles prennent racine dans des situations-problèmes et participent, à divers degrés, au développement des compétences disciplinaires, et inversement.

Plusieurs compétences transversales peuvent contribuer au traitement de situations de la famille *Relations entre quantités*. Le programme d'études en propose deux qui apparaissent les plus appropriées pour ce cours : *Exercer son jugement critique* et *Communiquer de façon appropriée*.

Compétence d'ordre intellectuel

La représentation d'une situation par un modèle algébrique pourrait être l'occasion, pour un adulte, de mettre en évidence sa compétence à *Exercer son jugement critique.* En effet, il importe qu'il fasse preuve de discernement durant l'analyse de données démographiques en vue de déterminer un modèle de croissance d'une population. Il doit exclure de son analyse les données superflues et faire une sélection appropriée du modèle fonctionnel qui s'applique à la situation et qui diffère selon le type d'évolution de la population étudiée. L'adulte utilise son jugement pour relativiser le poids de la marge d'erreur. Il remet l'évolution future en question, sachant que celle-ci ne peut se poursuivre indéfiniment.

Compétence de l'ordre de la communication

L'extrapolation, la démonstration et la justification pourraient inciter l'adulte à développer sa compétence à *Communiquer de façon appropriée.* La démonstration l'oblige à structurer sa pensée, à argumenter en utilisant le bon vocabulaire, à respecter les autres et à s'ouvrir à leurs idées.

CONTENU DISCIPLINAIRE

Dans ce cours, l'adulte réactive et approfondit l'ensemble des savoirs arithmétiques et algébriques acquis précédemment. Afin de traiter efficacement les situations-problèmes, il complète sa formation en s'appropriant les savoirs propres à ce cours.

Savoirs prescrits

Afin de traiter efficacement les situations d'apprentissage proposées dans ce cours, l'adulte développe trois procédés intégrateurs énoncés comme suit :

- **la représentation d'une situation par un modèle fonctionnel algébrique ou graphique;**
- **l'interpolation ou l'extrapolation à partir d'un modèle graphique;**
- **la généralisation d'un ensemble de situations par un modèle fonctionnel algébrique ou graphique.**

Ces procédés, mis en valeur dans les situations d'apprentissage du présent cours, favorisent l'intégration des savoirs mathématiques et des compétences disciplinaires. Les situations d'apprentissage traitées doivent toucher à l'un ou l'autre de ces procédés intégrateurs. Toutefois, l'ensemble des situations choisies doit être assez vaste pour couvrir les trois procédés.

Savoirs mathématiques	Limites et précisions
Expressions numériques et algébriques	
• Nombres réels	Les expressions mettent à profit les propriétés • des valeurs absolues • des radicaux • des exposants • des logarithmes
• Manipulation d'expressions arithmétiques et algébriques	La manipulation de ces expressions amène l'élève à poursuivre le développement des lois des exposants, à déduire les différentes propriétés des radicaux, • $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ • $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ • $(\sqrt{a})^2 = a$ • $\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b}$ • $\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-b}$ et à déduire les équivalences suivantes : • $a^b = c \Leftrightarrow \log_a c = b$ • $\log_a c^n = n\log_a c$ • $\log_a c = \frac{\ln c}{\ln a} = \frac{\log c}{\log a}$

Savoirs mathématiques	Limites et précisions
Relation, fonction et réciproque • Expérimentation, observation, interprétation, description et représentation de différentes fonctions réelles et de leur réciproque	La représentation des fonctions peut se faire : • verbalement • à l'aide d'une table de valeurs • algébriquement • graphiquement Les fonctions réelles à l'étude dans ce cours sont les suivantes : • exponentielle $f(x) = ac^{b(x-h)} + k$ • logarithmique $f(x) = a \log_c b(x-h) + k$ • rationnelle $f(x) = a\left(\frac{1}{b(x-h)}\right) + k$ • racine carrée $f(x) = a\sqrt{b(x-h)} + k$ • sinusoïdale $f(x) = a \sin b(x-h) + k$ $f(x) = a \cos b(x-h) + k$ • tangente $f(x) = a \tan b(x-h) + k$ • définie par partie • valeur absolue $f(x) = a\lvert b(x-h)\rvert + k$ Le concept de réciproque est principalement associé aux fonctions logarithmique, rationnelle, exponentielle et racine carrée. Pour l'expérimentation, la modélisation de données expérimentales s'effectue en associant, aux nuages de points, les courbes apparentées aux modèles fonctionnels à l'étude.
• Opérations sur les fonctions • Recherche de la règle d'une fonction ou de sa réciproque, selon le contexte	*Les quatre opérations sont à l'étude en plus de la composition de fonctions.*

Savoirs mathématiques	Limites et précisions
Relation, fonction et réciproque (*Suite*)	
• Description et interprétation des propriétés d'une fonction	Les propriétés des fonctions réelles à l'étude dans ce cours sont : • le domaine et le codomaine (l'image) • la croissance et la décroissance • les extremums • le signe • les coordonnées à l'origine
• Interprétation des paramètres multiplicatif et additif • Recherche du type de lien de dépendance à l'aide de la courbe la mieux ajustée, avec ou sans soutien technologique	
• Résolution d'équations et d'inéquations à une variable	Les types d'équations et d'inéquations à l'étude dans ce cours sont les suivants : • trigonométrique du 1er degré contenant soit un sinus, soit un cosinus ou une tangente • racine carrée • rationnelle • exponentielle et logarithmique mettant à profit les propriétés des exposants et des logarithmes Les concepts d'arc sinus, d'arc cosinus et d'arc tangente sont principalement abordés à titre d'opérations réciproques au regard de la résolution d'équations ou d'inéquations. Il en est de même des concepts de racine carrée et de logarithme introduits dans les cours précédents. *Dans l'étude des fonctions exponentielle et logarithmique, les bases 2, 10 et e sont à privilégier.*

Repères culturels

Dans nos sociétés actuelles, la croissance de la population et des effectifs compris dans chaque tranche d'âge fait partie de facteurs très importants (urbains, sociaux ou économiques) dont on doit tenir compte pour différents types de planification. En effet, il est important de connaître le nombre d'enfants qui fréquenteront les écoles dans cinq ans, le nombre de personnes qui auront besoin d'un médecin et le nombre de voitures qui circuleront sur les routes au cours des prochaines années.

Benjamin Gompertz (XIX^{e} siècle) fut l'un des premiers mathématiciens à modéliser la dynamique de la population. Ses travaux et ses équations mathématiques servent aujourd'hui à représenter de nombreuses progressions qui suivent une courbe logistique. En effet, la croissance des ventes de nouveaux produits, l'évolution de tumeurs ou d'épidémies et l'accroissement d'une population bactérienne ou animale sont souvent représentés par le modèle de Gompertz.

L'étude des fonctions en situation peut être l'occasion pour l'adulte d'aborder ce type de courbe, car dans la réalité, la croissance exponentielle n'est pas infinie : la courbe entre dans une phase différente lorsque les facteurs limitatifs sont pris en considération. C'est souvent par la compréhension de tels facteurs que l'adulte peut déterminer le sens réel de la relation représentée et en comprendre la progression.

FAMILLE DE SITUATIONS D'APPRENTISSAGE

La famille *Relation entre quantités* regroupe les situations dont le problème doit être en partie traité par une représentation fondée sur un modèle algébrique ou graphique exprimant une relation entre quantités. Le cours *Modélisation algébrique et graphique en contexte fondamental 2* fournit à l'adulte l'occasion de poser des actions en vue d'établir des relations ou des liens de dépendance entre des quantités.

En traitant les situations-problèmes de ce cours, l'adulte est amené, entre autres, à reconnaître l'effet de la modification d'un paramètre sur la représentation graphique d'une fonction, à procéder par tâtonnements dans le but de déterminer la règle algébrique d'une fonction ou encore, à déduire certains liens comme la valeur maximale d'une fonction rationnelle lorsque les valeurs des abscisses tendent vers l'infini en approchant la valeur de l'asymptote horizontale.

DOMAINES GÉNÉRAUX DE FORMATION

Les domaines généraux de formation couvrent les grands enjeux contemporains. Idéalement, le choix des situations à traiter doit être fait dans le respect des intentions éducatives des différents domaines généraux de formation puisque ces domaines représentent des toiles de fond sur lesquelles se greffent les situations-problèmes servant ainsi à donner du sens aux apprentissages de l'adulte. Deux de ces domaines sont particulièrement appropriés à ce cours : *Vivre-ensemble et citoyenneté* et *Environnement et consommation*.

Vivre-ensemble et citoyenneté

Une personne peut être mêlée à une foule dans de nombreuses circonstances : au cours de manifestations publiques, à l'occasion de fêtes nationales ou même à la sortie des classes. Chacun sait qu'une foule ne se comporte pas comme chacun des individus qui la composent et qu'on ne peut déterminer exactement la somme de ces individus. Afin de se familiariser avec les phénomènes de foule, l'adulte pourrait comparer différentes situations qui se présentent dans son centre. Il pourrait calculer le temps d'évacuation pris par un certain nombre de personnes réunies dans un espace donné et modifier les paramètres afin de trouver une règle permettant de mieux planifier l'espace disponible. Il pourrait ensuite procéder à des extrapolations relatives aux salles de cinéma ou aux immeubles de bureaux. L'étude des comportements de foule et la planification d'espaces de circulation mieux adaptés pourraient conduire l'adulte à comprendre certaines règles de la vie en société et à apporter sa contribution à l'amélioration des rapports entre les citoyens. La valorisation de règles de vie en société représente l'un des axes de développement du DGF *Vivre-ensemble et citoyenneté.*

Environnement et consommation

Certains adultes jonglent avec leurs revenus, leurs dépenses, leurs placements ou leurs dettes. C'est pourquoi les institutions financières offrent de multiples programmes de placements ou de prêts à taux variables, cumulatifs, à échéance déterminée, et autres. Comment faire un choix éclairé et apprendre à mieux gérer son argent? L'étude de caractéristiques associées au calcul des taux d'intérêt (taux de variation, sommet, valeur initiale) et la résolution des fonctions obtenues visent à mieux faire saisir les notions de budget, de placement et de crédit. L'adulte pourrait ainsi se responsabiliser par rapport à sa réussite financière, ce qui est en relation directe avec l'un des axes de développement du DGF *Environnement et consommation*.

EXEMPLE DE SITUATION D'APPRENTISSAGE

Toutes les situations d'apprentissage ou situations-problèmes, peu importe le domaine général de formation retenu, placent l'adulte au cœur de l'action. Elles favorisent le développement des compétences disciplinaires et transversales visées, l'acquisition de notions et de concepts mathématiques de même que la mobilisation de ressources diverses utiles à la réalisation de la tâche.

Le tableau qui suit présente les éléments nécessaires à l'élaboration de toute situation d'apprentissage ou situation-problème. On y précise ceux retenus dans l'énoncé de situation-problème décrit à la page suivante.

ÉLÉMENTS NÉCESSAIRES À L'ÉLABORATION D'UNE SITUATION D'APPRENTISSAGE, D'UNE SITUATION-PROBLÈME	
Domaine général de formation (ciblé) – Permet de contextualiser les apprentissages, de leur donner du sens.	• Vivre-ensemble et citoyenneté
Compétences disciplinaires (prescrites) – Se développent dans l'action. Nécessitent la participation active de l'adulte.	• Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes • Déployer un raisonnement mathématique • Communiquer à l'aide du langage mathématique
Famille de situations d'apprentissage (prescrite) – Regroupe des situations appropriées au cours à partir de problématiques tirées de la réalité. – Permet, entre autres, l'acquisition de connaissances mathématiques.	• Relation entre quantités
Compétences transversales (ciblées) – Se développent en contexte en même temps que les compétences disciplinaires.	• Exercer son jugement critique • Communiquer de façon appropriée
Savoirs essentiels (prescrits) – Sont des connaissances, des concepts, des notions mathématiques à acquérir.	• Voir liste

Cette rubrique propose, en fait, un exemple d'énoncé de situation-problème accompagné d'exemples d'actions associées au traitement mathématique. Cet énoncé est constitué d'un contexte qui sert de fil conducteur, mais les activités d'apprentissage incluses n'y sont pas détaillées de façon formelle. L'accent est plutôt mis sur un exemple de traitement mathématique pertinent, qui respecte les quatre phases de la résolution : la représentation, la planification, l'activation et la réflexion. Toutefois, même si ce n'est pas explicite, on peut discerner les éléments qui composent cet énoncé, éléments identifiés dans le précédent tableau, soit : le domaine général de formation, les compétences disciplinaires, la famille de situations, les compétences transversales et les savoirs essentiels. Pour favoriser l'apprentissage, ces différents éléments doivent former un tout cohérent et signifiant pour l'adulte.

L'enseignante ou enseignant peut se servir de chacun des éléments comme autant d'objets de formation. Ces objets peuvent être des actions associées à chacune des phases de résolution, des actions relatives aux compétences disciplinaires ou transversales ou encore aux savoirs prescrits. L'enseignante ou enseignant a la possibilité d'utiliser l'exemple de traitement mathématique fourni pour construire d'autres tâches complexes ou d'autres activités d'apprentissage liées aux connaissances mathématiques que l'adulte doit acquérir.

<table>
<tr><th>Énoncé de situation-problème</th><th colspan="2">Exemples d'actions associées au traitement mathématique d'une situation-problème appartenant à la famille
Relation entre quantités</th></tr>
<tr><td rowspan="3">Avant de permettre la construction d'une nouvelle école dans une ville en pleine croissance, les gouvernements consultent des études démographiques. Des spécialistes analysent aussi les données récentes en ce domaine. Ils dégagent une équation qui permet, par extrapolation, d'établir l'importance de la population future, avec la plus petite marge d'erreur possible.</td><td colspan="2">Procédé intégrateur : Représentation d'une situation par un modèle fonctionnel algébrique ou graphique</td></tr>
<tr><td colspan="2">Au cours de l'une ou l'autre des phases de résolution, l'adulte pourrait accomplir les actions suivantes :</td></tr>
<tr><td>Représentation</td><td>• Reformuler la situation dans ses propres mots, en retenant les éléments qui semblent pertinents;
• Émettre des conjectures, par exemple que la fonction s'accroît à l'infini;
• Exclure les données démographiques superflues, comme le revenu moyen des familles.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Énoncé de situation-problème</th><th colspan="2">Exemples d'actions associées au traitement mathématique d'une situation-problème appartenant à la famille
Relation entre quantités</th></tr>
<tr><td rowspan="3">À partir de données démographiques fictives, on demande à l'adulte de déterminer l'équation qui pourrait décrire l'évolution typique de la population d'une ville en pleine croissance, et d'analyser l'influence de la marge d'erreur sur les paramètres de ce type d'équation.</td><td>Planification</td><td>• Se référer à des situations similaires, étudiées antérieurement;
• Faire une liste des données appropriées à la représentation graphique : population, année ou période couverte, marge d'erreur;
• Représenter la situation sous forme graphique pour mieux choisir le modèle fonctionnel applicable, par exemple la fonction quadratique, la fonction exponentielle, etc.</td></tr>
<tr><td>Activation</td><td>• Mobiliser les savoirs mathématiques nécessaires au traitement de la situation actuelle : proposer une règle algébrique probable pour ensuite vérifier si elle s'applique;
• Utiliser un chiffrier électronique pour déterminer l'équation à partir des données fournies;
• Décider d'une marge d'erreur réaliste;
• Modifier les données selon la marge d'erreur choisie;
• Chercher la nouvelle règle algébrique applicable;
• Analyser les différentes règles algébriques pour déterminer quels paramètres ont été affectés par la marge d'erreur;
• Formuler clairement les conclusions de cette analyse, à l'aide du langage mathématique approprié.</td></tr>
<tr><td>Réflexion</td><td>• Comparer sa solution et ses résultats à ceux de ses pairs ou de son enseignante ou enseignant dans le but de vérifier l'adéquation des modèles fondés sur la théorie;
• Réfléchir sur le choix du modèle initial;
• Se demander si l'équation choisie serait valable à long terme (notion d'infini), si la croissance de la population est stable.</td></tr>
</table>

ATTENTES DE FIN DE COURS

Pour résoudre des situations-problèmes de la famille *Relations entre quantités*, l'adulte se représente une situation, effectue des interpolations ou extrapolations et généralise un ensemble de situations par un modèle fonctionnel algébrique ou graphique. Pour ce faire, il met en œuvre les trois compétences disciplinaires du programme, soit : *Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes*, *Déployer un raisonnement mathématique* et *Communiquer à l'aide du langage mathématique*.

L'adulte qui se représente une situation-problème à l'aide d'un modèle algébrique ou graphique décrit, symbolise, code, décode, explique ou illustre les informations tirées de tables de valeurs ou de règles algébriques. Il combine, au besoin, différents registres de représentation pour produire un message, tout en respectant les notations, les règles et les conventions du langage mathématique. Il utilise des stratégies de résolution de situations-problèmes dans le but de comparer, de proposer des correctifs, de présenter des solutions avantageuses ou optimales ou bien d'émettre des recommandations. Il formule des critiques constructives et prend des décisions éclairées à propos de problématiques issues de divers domaines, y compris celui des techniques (graphiques, biologiques, physiques, administratives, etc.).

L'interpolation ou l'extrapolation des résultats à partir d'un modèle algébrique ou graphique en vue de prendre des décisions met à profit divers modèles fonctionnels et stratégies de différents ordres, combinant raisonnement et créativité pour surmonter les obstacles de la problématique. L'adulte déploie un raisonnement déductif structuré et se familiarise avec la forme codifiée que requiert la démonstration. Il appuie son argumentation sur des illustrations, des explications ou des justifications. Il fait appel à différents types de preuve et sollicite divers types de raisonnement, dont la disjonction de cas. Ce dernier est notamment sollicité par l'analyse ou la réalisation d'étude de cas ou par la mise en œuvre d'un processus de généralisation menant à la validation d'une conjecture. L'adulte observe des cas particuliers issus de la réalité et généralise ses observations.

Lorsque l'adulte généralise un ensemble de situations par un modèle algébrique ou graphique, il précise son intention de communication. Au besoin, il passe d'un registre à un autre. Il démontre sa compréhension des problématiques à l'étude en utilisant un large éventail de stratégies de communication qui permettent, entre autres, de réguler la transmission d'un message selon les réactions spécifiques de l'interlocuteur ou pour tenir compte d'exigences nouvelles. Il s'approprie et réinvestit avec justesse un langage qui combine de façon pertinente des termes courants, mathématiques, techniques et scientifiques. Il déduit de nouvelles règles algébriques en combinant différentes opérations sur les fonctions qu'il maîtrise déjà. Il procède à une démonstration en justifiant toutes les étapes de sa démarche. De plus, il utilise efficacement les paramètres des fonctions pour illustrer des généralités sur un ensemble de fonctions.

Tout au long de sa résolution de situations-problèmes, l'adulte utilise ses connaissances en lien avec les savoirs mathématiques : relations, fonctions, réciproque et opérations sur les fonctions. L'emploi des symboles, des termes et des notations liés à ces savoirs est exact et les lois, théorèmes, corolaires ou lemmes déduits ou induits par l'adulte sont toujours validés à l'aide de différentes sources afin de bonifier sa bibliothèque mathématique personnelle. De plus, il n'hésite pas à demander de l'aide lorsqu'une difficulté se présente.

CRITÈRES D'ÉVALUATION DES COMPÉTENCES VISÉES PAR LE COURS

Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes

- *Manifestation, oralement ou par écrit, d'une compréhension adéquate de la situation-problème*
- *Mobilisation de stratégies et de savoirs mathématiques appropriés à la situation-problème*
- *Élaboration d'une solution* appropriée à la situation-problème*
- *Validation appropriée des étapes** de la solution élaborée*

* La solution comprend une démarche, des stratégies et un résultat.
** Le modèle mathématique, les opérations, les propriétés ou relations.

Déployer un raisonnement mathématique

- *Formulation d'une conjecture appropriée à la situation*
- *Utilisation correcte des concepts et des processus mathématiques appropriés*
- *Mise en œuvre convenable d'un raisonnement mathématique adapté à la situation*
- *Structuration adéquate des étapes d'une démarche pertinente*
- *Justification congruente des étapes d'une démarche* pertinente

Communiquer à l'aide du langage mathématique

- *Interprétation juste d'un message à caractère mathématique*
- *Production d'un message conforme à la terminologie, aux règles et aux conventions propres à la mathématique et en fonction du contexte*

Cours

MAT-5173-2

Représentation géométrique en contexte fondamental 2

Mathématique

PRÉSENTATION DU COURS

Le but du cours *Représentation géométrique en contexte fondamental 2* est de rendre l'adulte apte à traiter des situations qui requièrent la description et la représentation graphique de lieux géométriques, dans une perspective fondamentale.

L'adulte qui suit le cours enrichit ses liens entre la géométrie et l'algèbre, entre autres par l'utilisation d'identités trigonométriques et par l'étude des coniques. Dans le cadre de la trigonométrie, il exploite sa compréhension de la relation d'équivalence et des manipulations d'expressions algébriques pour démontrer l'identité d'expressions trigonométriques et résoudre des équations de ce type. Par ailleurs, l'étude des coniques amène l'adulte à découvrir d'autres applications, notamment en ce qui a trait aux systèmes de télécommunications. Il observe les coniques à partir de la section d'un cône ou de diverses manipulations (pliage, jeu d'ombres, construction). Il relève des régularités et cherche à définir les différentes coniques. Il en détermine les équations et en décrit chacune des régions en faisant appel à la relation d'inégalité. Il détermine les coordonnées de points d'intersection et différentes mesures à l'aide de manipulations algébriques en recourant, si nécessaire, à un changement de variable.

Le concept de vecteur s'inscrit dans la continuité de l'étude de la linéarité entreprise au cycle précédent. Il permet d'aborder certaines situations de façon nouvelle, en faisant appel à la géométrie, et d'y combiner diverses notions telles que la proportionnalité, les fonctions linéaires (et affines), les équations du premier degré et les transformations géométriques associées au déplacement. L'adulte peut alors établir un parallèle entre les propriétés des nombres réels et celles des vecteurs. Lorsqu'il effectue des opérations sur les vecteurs, il recourt, entre autres, à la relation de Chasles. Selon les situations présentées, l'adulte peut également effectuer diverses combinaisons linéaires ou encore déterminer les coordonnées d'un point de partage à l'aide du produit d'un vecteur par un scalaire. L'étude du vecteur se fait autant dans le plan euclidien que dans le plan cartésien.

Au terme de ce cours, l'adulte sera en mesure de décrire et de représenter des transformations géométriques à l'aide des relations trigonométriques et des propriétés des figures équivalentes dans le cercle. La géométrie analytique lui permettra de modéliser algébriquement certaines transformations géométriques d'objets. Par ailleurs, il sera à même de décrire, de représenter et de généraliser certaines caractéristiques de lieux géométriques dans le plan cartésien à l'aide de vecteurs, et ce, dans le respect des règles et des conventions mathématiques utilisées en géométrie.

COMPÉTENCES DISCIPLINAIRES

Pour résoudre des situations-problèmes, l'adulte a recours aux trois compétences disciplinaires, soit :

- *Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes*;
- *Déployer un raisonnement mathématique*;
- *Communiquer à l'aide du langage mathématique*.

L'emploi de stratégies efficaces incite l'adulte à déployer un raisonnement mathématique rigoureux et à communiquer avec clarté à l'aide du langage mathématique, en démontrant qu'il en respecte les codes et les conventions propres. C'est donc par l'activation intégrée des trois compétences disciplinaires et à l'aide d'autres ressources qu'il parvient à résoudre des situations-problèmes.

La rubrique *Démarche et stratégies* explique comment faire évoluer une situation-problème vers une solution par la mise à contribution des trois compétences disciplinaires.

DÉMARCHE ET STRATÉGIES

Pour résoudre une situation-problème, l'adulte a besoin de stratégies efficaces qu'il adapte aux situations présentées.

Il traite des situations-problèmes en utilisant une démarche qui comprend quatre phases de résolution :

- **la représentation**;
- **la planification**;
- **l'activation**;
- **la réflexion**.

Le tableau qui suit présente sommairement chacune des phases de la démarche de résolution et quelques exemples de stratégies que l'adulte peut employer pour traiter les situations. Ces phases ne se présentent pas nécessairement de façon successive. De nombreux allers-retours entre les quatre phases peuvent être nécessaires lors de la résolution d'une situation-problème.

<table>
<tr><th colspan="2">DÉMARCHE ET STRATÉGIES</th></tr>
<tr><th colspan="2">LA REPRÉSENTATION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- L’adulte prend contact avec la situation-problème afin de bien cerner le contexte, le problème et la tâche à effectuer. Il utilise des stratégies essentielles au raisonnement inductif.
- Il distingue le sens des termes utilisés en mathématique de leur sens commun pour comprendre ce qu’on entend, entre autres, par foyer, ellipse, sommet, arc.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• déterminer, à partir de devis, de plans à l’échelle ou de descriptions littérales, la nature de la tâche à effectuer;
• illustrer son appropriation de la situation-problème en ciblant les savoirs mathématiques pertinents liés à des coniques;
• reformuler les énoncés dans ses propres mots afin d’illustrer son appropriation de la situation-problème et comparer sa compréhension du problème avec celle de ses pairs ou encore de l’enseignante ou enseignant.</td></tr>
<tr><th colspan="2">LA PLANIFICATION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- Afin de planifier la solution, l’adulte cherche des pistes et privilégie celles qui semblent les plus efficaces et économiques.
- Il recourt à différents registres de représentation pour mettre en évidence certaines propriétés des transformations géométriques.
- Il forme des liens entre les éléments du message ce qui pourrait lui permettre, par exemple, de déterminer si la règle algébrique utilisée est en parfaite adéquation avec la situation.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• diviser la situation-problème en sous-problèmes, par exemple pour déterminer une mesure à partir des relations métriques dans le cercle;
• utiliser des listes, des tableaux, des schémas, du matériel concret ou des dessins en vue de préparer la mise en œuvre de la solution.</td></tr>
<tr><th colspan="2">L’ACTIVATION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- Au cœur du traitement d’une situation-problème, l’adulte déploie un raisonnement mathématique et tente de démontrer des énoncés de géométrie liés aux relations métriques dans le cercle en exemplifiant plusieurs fois ces énoncés avant de tirer des conclusions.
- Il utilise un langage mathématique rigoureux afin que les étapes de travail qui assurent la mise en œuvre de la solution retenue soient réalisées efficacement.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• tracer, à partir des caractéristiques d’une conique, une esquisse pour anticiper des résultats;
• simplifier la situation-problème en la comparant à une situation analogue traitée antérieurement;
• anticiper les solutions possibles d’un système d’équations du second degré qui implique des coniques pour bien comprendre, par exemple, le lien qui existe entre le degré d’une équation et le nombre maximal de solutions possibles.</td></tr>
<tr><th colspan="2">LA RÉFLEXION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- L’adulte adopte une attitude réflexive tout au long du traitement de la situation et se questionne régulièrement sur ses étapes de travail, et sur les choix qu’il fait, avec l’intention de valider sa solution.
- Il émet des conjectures sur des cas limites ou particuliers de triangles quelconques afin de valider certains résultats en utilisant le raisonnement.
- Il consulte différents documents de référence pour valide son message à caractère mathématique lors de l’utilisation de nouveaux symboles pour décrire un aménagement ou une représentation de son environnement à l’aide de coniques et de vecteurs.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• valider sa solution au moyen d’exemples ou de contre-exemples;
• déterminer les stratégies liées au traitement de situations-problèmes en géométrie (faire un dessin, changer de perspective, etc.);
• utiliser une calculatrice ou un logiciel de modélisation géométrique comme outil de validation.</td></tr>
</table>

COMPÉTENCES TRANSVERSALES

Les compétences transversales ne se construisent pas dans l'abstrait : elles prennent racine dans des situations-problèmes et participent, à divers degrés, au développement des compétences disciplinaires, et inversement.

Plusieurs compétences transversales peuvent contribuer au traitement de situations de la famille *Mesure et représentation spatiale.* Le programme d'études en propose deux qui apparaissent les plus appropriées pour ce cours : *Exploiter les technologies de l'information et de la communication* et *Résoudre des problèmes*.

Compétence d'ordre méthodologique

La compréhension des phénomènes optiques est grandement facilitée par la simulation. Le recours aux logiciels spécialisés en géométrie et à ceux qui ont trait aux laboratoires virtuels simplifie la représentation de différents phénomènes. L'adulte pourrait également employer un tableur pour exécuter différents calculs à l'aide des rapports trigonométriques. Le développement de la compétence à *Exploiter les technologies de l'information et de la communication* peut amener l'adulte à considérer les logiciels spécialisés comme de précieux outils pour représenter la réalité.

Compétence d'ordre intellectuel

L'analyse de problèmes pour tenter d'expliquer des phénomènes mathématiques, qui s'inscrit dans diverses situations proposées, amène l'adulte à développer sa compétence à *Résoudre des problèmes*. Si le degré de complexité l'exige, il fait appel à des stratégies d'investigation et de sélection d'éléments pertinents pour résoudre le problème. Il mobilise de façon judicieuse les concepts mathématiques qu'il connaît, par exemple les coniques et les vecteurs. On doit noter que la manière de traiter une situation exige l'exploration de diverses avenues qui ne conduisent pas nécessairement à la solution recherchée. C'est en raison de la diversité des situations dans lesquelles l'adulte est placé qu'il enrichit son expérience en résolution de problèmes.

CONTENU DISCIPLINAIRE

Dans ce cours, l'adulte réactive et approfondit l'ensemble des savoirs géométriques et algébriques acquis précédemment. Afin de traiter efficacement les situations-problèmes, il complète sa formation en s'appropriant les savoirs propres à ce cours.

Savoirs prescrits

En vue de traiter efficacement les situations d'apprentissage proposées dans ce cours, l'adulte développe deux procédés intégrateurs énoncés comme suit :

- **la description et la représentation graphique de lieux géométriques;**
- **la généralisation d'énoncés géométriques à l'aide de vecteurs.**

Ces procédés, mis en valeur dans les situations d'apprentissage du présent cours, favorisent l'intégration des savoirs mathématiques et des compétences disciplinaires. Les situations d'apprentissage traitées doivent toucher à l'un ou l'autre de ces procédés intégrateurs. Toutefois, l'ensemble des situations choisies doit être assez vaste pour couvrir les deux procédés.

Savoirs mathématiques	Limites et précisions
Transformations géométriques	
• Représentation et interprétation d'une transformation géométrique	Les représentations de transformations géométriques ainsi que leur interprétation sont effectuées à l'aide de règles algébriques.
Recherche de mesures	
• Figures équivalentes • Détermination de mesures : o d'angles, o de longueurs (segments, cordes), o d'aires, o de volumes, o de capacités.	Ces mesures doivent mettre à profit les propriétés des figures isométriques, semblables ou équivalentes ainsi que des relations trigonométriques.
Lieux géométriques	
• Description, représentation et construction d'une conique	Pour cette séquence, les lieux géométriques à l'étude sont uniquement les coniques. Les coniques à l'étude sont : • la parabole (centrée à l'origine et translatée) • le cercle (centré à l'origine) • l'ellipse (centrée à l'origine) • l'hyperbole (centrée à l'origine)

Savoirs mathématiques	Limites et précisions
Lieux géométriques (*Suite*)	Les éléments décrits se limitent : • au rayon • aux axes • à la directrice • aux sommets • aux foyers • aux asymptotes • aux régions *La description des coniques à l'aide de règle algébrique se limite à la forme canonique.*
• Résolution d'un système d'équations du 2e degré en relation avec les coniques	
• Détermination de coordonnées de points d'intersection entre une droite et une conique ou encore une parabole et une autre conique	*Les inéquations liées aux coniques sont à l'étude dans cette séquence.*
Relations trigonométriques	
• Cercle trigonométrique (radian et longueur d'arc)	
• Manipulation d'expressions trigonométriques simples à l'aide des définitions (sinus, cosinus, tangente, sécante, cosécante et cotangente)	*Seules les identités pythagoriciennes ainsi que des propriétés de périodicité et de symétrie sont à l'étude dans ce cours.* *Les formules de somme et de différence d'angles sont à l'étude dans cette séquence.*

Savoirs mathématiques	Limites et précisions
Vecteurs • Résultante et projection • Opérations sur les vecteurs	Les vecteurs à l'étude sont de type géométrique ou libre. Les opérations sur les vecteurs se limitent : • à l'addition et à la soustraction de vecteurs • à la multiplication d'un vecteur par un scalaire • au produit scalaire de deux vecteurs • aux propriétés du produit scalaire de deux vecteurs o commutativité du produit scalaire $\vec{u} \bullet \vec{v} = \vec{v} \bullet \vec{u}$ o distributivité sur l'addition de vecteurs $\vec{u} \bullet (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \bullet \vec{v} + \vec{u} \bullet \vec{w}$ o associativité des scalaires $k_1\vec{u} \bullet k_2\vec{v} = k_1k_2(\vec{u} \bullet \vec{v})$ • combinaison linéaire • propriétés des vecteurs o associativité $k_1(k_2\vec{u}) = (k_1k_2)\vec{u}$ o existence d'un scalaire neutre $1\vec{u} = \vec{u}$ o existence d'un scalaire nul et d'un élément absorbant $\left(k\vec{u} = \vec{0}\right) \Leftrightarrow \left(k = 0 \vee \vec{u} = \vec{0}\right)$ o distributivité sur l'addition de vecteurs $k(\vec{u} + \vec{v}) = k\vec{u} + k\vec{v}$ o distributivité sur l'addition de scalaires $(k_1 + k_2)\vec{u} = k_1\vec{u} + k_2\vec{u}$
• Détermination des coordonnées d'un point de partage	La détermination des coordonnées d'un point de partage s'effectue à l'aide du produit d'un vecteur par un scalaire.

Énoncés

Les énoncés prescrits peuvent être utilisés dans une preuve ou une démonstration. L'adulte doit en maîtriser la liste, présentée ci-dessous.

E17. De tous les polygones équivalents à *n* côtés, c'est le polygone régulier qui a le plus petit périmètre.

E18. De deux polygones convexes équivalents, c'est le polygone qui a le plus de côtés qui a le plus petit périmètre. (À la limite, c'est le cercle équivalent qui a le plus petit périmètre.)

E19. De tous les prismes rectangulaires de même aire totale, c'est le cube qui a le plus grand volume.

E20. De tous les solides de même aire totale, c'est la boule qui a le plus grand volume.

E21. De tous les prismes rectangulaires de même volume, c'est le cube qui a la plus petite aire totale.

Vecteurs

- Soit $\vec{u}$, $\vec{v}$, et $\vec{w}$ des vecteurs dans le plan, et **r** et **s**, des scalaires.

E22. $(\mathbf{r}\vec{u} = \vec{0}) \Leftrightarrow (r = 0 \lor \vec{u} = \vec{0})$

E23. Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ des vecteurs sont non colinéaires, alors $(\mathbf{r}\vec{u} = \mathbf{s}\vec{v}) \Leftrightarrow (\mathbf{r} = \mathbf{s} = 0)$

E24. $(\vec{w}\ \text{est colinéaire à}\ \vec{u}) \Leftrightarrow (\exists!\,\mathbf{r} \in \mathbb{R} : \vec{w} = \mathbf{r}\vec{u})$

E25. $(\vec{u}\ \text{et}\ \vec{v}\ \text{sont non colinéaires}) \Leftrightarrow (\forall\vec{w},\ \exists!\,\mathbf{r} \in \mathbb{R},\ \exists!\,\mathbf{s} \in \mathbb{R} : \vec{w} = \mathbf{r}\vec{u} + \mathbf{s}\vec{v})$

E26. $(\vec{u} \perp \vec{v}) \Leftrightarrow (\vec{u} \bullet \vec{v}) = 0$

Repères culturels

La mécanique classique était, avant de devenir une science à part entière, une section de la mathématique. Jusqu'à la fin du XVIII^{e} siècle, la mécanique servait de domaine pour valider les lois et les théories de la mathématique. Encore aujourd'hui, la mécanique et la mathématique sont encore très liées. Les besoins en modélisation des faits expérimentaux ont orienté les mathématiciens vers le développement de théories comme la géométrie ou les équations différentielles. De nombreux mathématiciens y ont apporté une contribution souvent décisive, et de grands noms sont parvenus jusqu'à nous comme Euler, Cauchy, Lagrange, etc.

Un autre exemple de domaine que l'adulte pourrait être amené à explorer en relation avec ce cours est celui de la représentation en trois dimensions. L'humain est capable de visualisation spatiale de solides grâce à l'espacement entre ses yeux. En effet, chaque œil ne voit pas exactement la même image d'un objet. Le cerveau traite les différences enregistrées et permet non seulement de construire l'objet en 3D, mais aussi de percevoir la distance qui nous en sépare. Les films IMAX 3D sont produits de la même façon, la distance entre les deux caméras utilisées équivalant à la distance moyenne qui sépare les yeux humains. La création de cartes topographiques à l'aide d'un procédé d'hyperstéréographie se fonde sur le même principe. À l'occasion d'un relevé aérien, deux photos d'un même endroit sont prises à des moments différents (donc selon des points de vue différents). Il est donc possible, à partir de ces deux photos, de simuler la vision binoculaire. Par contre, l'écart entre les deux images étant plus grand que l'espace qui sépare les yeux, l'effet 3D s'en trouve exagéré (de là le préfixe *hyper*-) et il est par conséquent possible de créer des cartes topographiques plus précises. La réalisation d'un projet pourrait permettre à l'adulte de représenter un objet en trois dimensions et ainsi, de mieux ancrer les concepts mathématiques liés à ce domaine.

FAMILLE DE SITUATIONS D'APPRENTISSAGE

La famille *Mesure et représentation spatiale* regroupe les situations dont le problème doit être traité en partie à partir de la description ou de la représentation mathématique de transformations géométriques d'objets ou de lieux géométriques. Le cours *Représentation géométrique en contexte fondamental 2* fournit l'occasion à l'adulte de poser des actions en vue de développer ses capacités de représentation spatiale.

En traitant les situations-problèmes de ce cours, l'adulte est amené, entre autres, à observer les coniques à partir de la section d'un cône ou de diverses manipulations, à déterminer les coordonnées de points d'intersection et différentes mesures à l'aide de manipulations algébriques en recourant, si nécessaire, à un changement de variable ou encore, à établir un parallèle entre les propriétés des nombres réels et celles des vecteurs.

DOMAINES GÉNÉRAUX DE FORMATION

Les domaines généraux de formation couvrent les grands enjeux contemporains. Idéalement, le choix des situations à traiter devrait être fait dans le respect des intentions éducatives des différents domaines généraux de formation puisque ces domaines représentent des toiles de fond sur lesquelles se greffent les situations-problèmes servant ainsi à donner du sens aux apprentissages de l'adulte. Deux de ces domaines sont particulièrement appropriés à ce cours : Santé et bien-être et Vivre-ensemble et citoyenneté.

Santé et bien-être

De nombreuses personnes doivent porter des verres correcteurs afin d'améliorer leur vision, de près ou de loin. Mais comment corrige-t-on les troubles de la vue? À partir de cette question, l'adulte peut explorer les notions de base de l'optique pour ce qui est de la vision, incluant les miroirs et la lumière. De nombreuses notions de mathématique mènent à des explications sur ces phénomènes. Par exemple, l'adulte pourrait se servir de ses connaissances sur les coniques pour comprendre la notion de foyer dans une lentille (une loupe par exemple) ou un miroir parabolique. Il pourrait également se documenter sur l'utilisation possible des éléments des coniques dans les objets technologiques de la vie quotidienne comme les lumières rotatives sur les véhicules d'urgence. L'étude de l'optique peut conduire à adopter un mode de vie plus sécuritaire en saisissant mieux le comportement des ondes lumineuses et la façon de s'en servir sans entraîner de conséquences néfastes pour la santé, ce qui répond aux axes de développement du DGF *Santé et bien*-être.

Vivre-ensemble et citoyenneté

Les jeux font partie intégrante des sociétés qui se sont succédé sur notre planète, au fil du temps. Certains de ces jeux favorisent le développement d'aptitudes sociales alors que d'autres font davantage appel aux qualités individuelles, par exemple les épreuves de réflexion et d'intelligence, de force et d'adresse. Ces dernières représentent un matériel privilégié pour la mathématique si l'on considère leurs aspects liés à la cinématique et aux coniques. Ainsi, l'adulte pourrait avoir à calculer la trajectoire parabolique d'un projectile (javelot, dard, etc.), ou encore la vitesse vectorielle résultant de l'impact entre deux objets dans des jeux ou des sports aussi variés que le billard, le curling ou autres jeux plus anciens. L'exploration des jeux et des sports dans le temps et au-delà des frontières amène l'adulte à adopter une attitude d'ouverture sur le monde, ce qui répond bien à l'intention éducative du DGF *Vivre-ensemble et citoyenneté*.

EXEMPLE DE SITUATION D'APPRENTISSAGE

Toutes les situations d'apprentissage ou situations-problèmes, peu importe le domaine général de formation retenu, placent l'adulte au cœur de l'action. Elles favorisent le développement des compétences disciplinaires et transversales visées, l'acquisition de notions et de concepts mathématiques de même que la mobilisation de ressources diverses utiles à la réalisation de la tâche.

Le tableau qui suit présente les éléments nécessaires à l'élaboration de toute situation d'apprentissage ou situation-problème. On y précise ceux retenus dans l'énoncé de situation-problème décrit à la page suivante.

ÉLÉMENTS NÉCESSAIRES À L'ÉLABORATION D'UNE SITUATION D'APPRENTISSAGE, D'UNE SITUATION-PROBLÈME	
Domaine général de formation (ciblé) – Permet de contextualiser les apprentissages, de leur donner du sens.	• Santé et bien-être
Compétences disciplinaires (prescrites) – Se développent dans l'action. Nécessitent la participation active de l'adulte.	• Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes • Déployer un raisonnement mathématique • Communiquer à l'aide du langage mathématique
Famille de situations d'apprentissage (prescrite) – Regroupe des situations appropriées au cours à partir de problématiques tirées de la réalité. – Permet, entre autres, l'acquisition de connaissances mathématiques.	• Mesure et représentation spatiale
Compétences transversales (ciblées) – Se développent en contexte en même temps que les compétences disciplinaires.	• Exploiter les technologies de l'information et de la communication • Résoudre des problèmes
Savoirs essentiels (prescrits) – Sont des connaissances, des concepts, des notions mathématiques à acquérir.	• Voir liste

Cette rubrique propose, en fait, un exemple d'énoncé de situation-problème accompagné d'exemples d'actions associées au traitement mathématique. Cet énoncé est constitué d'un contexte qui sert de fil conducteur, mais les activités d'apprentissage incluses n'y sont pas détaillées de façon formelle. L'accent est plutôt mis sur un exemple de traitement mathématique pertinent, qui respecte les quatre phases de la résolution : la représentation, la planification, l'activation et la réflexion. Toutefois, même si ce n'est pas explicite, on peut discerner les éléments qui composent cet énoncé, éléments identifiés dans le précédent tableau, soit : le domaine général de formation, les compétences disciplinaires, la famille de situations, les compétences transversales et les savoirs essentiels. Pour favoriser l'apprentissage, ces différents éléments doivent former un tout cohérent et signifiant pour l'adulte.

L'enseignante ou enseignant peut se servir de chacun des éléments comme autant d'objets de formation. Ces objets peuvent être des actions associées à chacune des phases de résolution, des actions relatives aux compétences disciplinaires ou transversales ou encore aux savoirs prescrits. L'enseignante ou enseignant a la possibilité d'utiliser l'exemple de traitement mathématique fourni pour construire d'autres tâches complexes ou d'autres activités d'apprentissage liées aux connaissances mathématiques que l'adulte doit acquérir.

<table>
<tr><th>Énoncé de situation-problème</th><th colspan="2">Exemples d'actions associées au traitement mathématique
d'une situation-problème appartenant à la famille
Mesure et représentation spatiale</th></tr>
<tr><td rowspan="3">Les phares de voiture sont munis de deux ampoules et d'un miroir concave agissant comme réflecteur. Dans le cadre d'une exposition scientifique, l'adulte choisit de présenter le principe de fonctionnement de tels phares et d'expliquer la différence entre les feux de route (les hautes) et les feux de croisement (les basses).

En plus d'avoir à définir des notions comme le rayon de courbure ou encore le foyer, l'adulte doit exposer, à l'aide d'un graphique, les conséquences de la position de l'ampoule sur la distance éclairée, tout en employant un langage mathématique approprié.</td><td colspan="2">Procédé intégrateur : Description et représentation graphique de lieux géométriques
Au cours de l'une ou l'autre des phases de résolution, l'adulte pourrait accomplir les actions suivantes :</td></tr>
<tr><td>Représentation</td><td>• Déterminer les éléments importants en rapport avec la situation, par exemple le rayon de courbure du miroir, la position des ampoules par rapport au miroir;
• Schématiser la situation en esquissant les rayons lumineux issus des ampoules et réfléchis par le miroir courbe.</td></tr>
<tr><td>Planification</td><td>• Rechercher des pistes de solution en utilisant des techniques de foisonnement d'idées;
• Utiliser du matériel concret pour préparer la mise en œuvre de la solution.</td></tr>
</table>

Énoncé de situation-problème	Exemples d'actions associées au traitement mathématique d'une situation-problème appartenant à la famille *Mesure et représentation spatiale*	
L'adulte aura accès aux notions relatives à l'optique, mais cette situation d'apprentissage pourrait très bien être effectuée parallèlement aux cours de sciences.	Activation	• Mobiliser les savoirs mathématiques nécessaires au traitement de la situation actuelle : droite tangente à un cercle, droites perpendiculaires, normale, mesures d'angles, etc.; • Proposer une idée probable du comportement des rayons lumineux dans les deux situations, puis vérifier à l'aide d'exemples que la proposition est correcte; • Produire une représentation graphique établissant en quoi le comportement des rayons varie selon la position de la source lumineuse.
	Réflexion	• Comparer sa solution et ses résultats à ceux de ses pairs ou à ceux de l'enseignante ou enseignant dans le but de vérifier l'adéquation des modèles construits à partir de la théorie; • Se questionner sur l'effet de la modification d'un paramètre comme le rayon de courbure ou la position du foyer.

ATTENTES DE FIN DE COURS

Pour résoudre des situations-problèmes de la famille *Mesure et représentation spatiale*, l'adulte décrit et représente graphiquement ou algébriquement des lieux géométriques et généralise des énoncés géométriques à l'aide de vecteurs. Pour ce faire, il met en œuvre les trois compétences disciplinaires du programme, soit : *Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes*, *Déployer un raisonnement mathématique* et *Communiquer à l'aide du langage mathématique*.

L'adulte qui décrit et représente graphiquement ou algébriquement des lieux géométriques met à profit divers modèles mathématiques et des stratégies de différents ordres, combinant raisonnement et créativité pour surmonter un obstacle. L'adulte déploie un raisonnement déductif structuré et se familiarise avec la forme codifiée que requiert la démonstration. Il fait appel à différents types de preuve et sollicite divers types de raisonnement, dont la disjonction de cas. Ce dernier type est notamment sollicité par l'analyse ou la réalisation d'études de cas ou par la mise en œuvre d'un processus de généralisation menant à la validation d'une conjecture. Il observe des cas particuliers issus de la réalité et il en généralise des éléments. Il expérimente certaines situations qui le conduisent à analyser des données en vue de dégager les conditions nécessaires et suffisantes pour tirer une conclusion, à prendre des décisions et à déterminer la meilleure façon de procéder, d'optimiser ou de réguler une situation. De plus, il appuie ses raisonnements à l'aide d'un plan euclidien ou cartésien afin de déterminer des mesures, d'optimiser des distances, de construire des lieux géométriques, de représenter les positions relatives de figures ou de justifier des recommandations.

Lorsqu'il démontre un théorème de géométrie à l'aide de vecteurs, l'adulte traduit les hypothèses et la thèse de façon vectorielle et construit une égalité. Il développe cette égalité et utilise judicieusement la loi de Chasles afin de réduire le plus possible l'égalité de départ. Au besoin, il met à profit les propriétés du produit scalaire entre deux vecteurs. Il établit des liens entre la notation vectorielle et les propriétés des figures géométriques. De plus, l'adulte justifie toutes les étapes de sa solution en utilisant les propriétés des vecteurs de façon à rendre sa communication claire et efficace.

Tout au long de sa résolution de situations-problèmes, l'adulte utilise ses connaissances en lien avec les savoirs mathématiques : transformations géométriques, lieux géométriques, relations trigonométriques et vecteurs. L'emploi des symboles, des termes et des notations liés à ces savoirs est exact et les lois, théorèmes, corolaires ou lemmes déduits ou induits par l'adulte sont toujours validés à l'aide de différentes sources afin de bonifier sa bibliothèque mathématique personnelle. De plus, il n'hésite pas à demander de l'aide lorsqu'une difficulté se présente.

CRITÈRES D'ÉVALUATION DES COMPÉTENCES VISÉES PAR LE COURS

Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes

- *Manifestation, oralement ou par écrit, d'une compréhension adéquate de la situation-problème*
- *Mobilisation de stratégies et de savoirs mathématiques appropriés à la situation-problème*
- *Élaboration d'une solution* appropriée à la situation-problème*
- *Validation appropriée des étapes** de la solution élaborée*

* La solution comprend une démarche, des stratégies et un résultat.
** Le modèle mathématique, les opérations, les propriétés ou relations.

Déployer un raisonnement mathématique

- *Formulation d'une conjecture appropriée à la situation*
- *Utilisation correcte des concepts et des processus mathématiques appropriés*
- *Mise en œuvre convenable d'un raisonnement mathématique adapté à la situation*
- *Structuration adéquate des étapes d'une démarche pertinente*
- *Justification congruente des étapes d'une démarche* pertinente

Communiquer à l'aide du langage mathématique

- *Interprétation juste d'un message à caractère mathématique*
- *Production d'un message conforme à la terminologie, aux règles et aux conventions propres à la mathématique et en fonction du contexte*

6.5 Cours optionnels de la 5^{e} secondaire

Les cours optionnels de la 5^{e} secondaire fournissent à l'adulte les moyens qui l'aideront à accroître sa capacité d'analyse, à envisager différentes possibilités d'action, à prendre des décisions éclairées, à étayer ses raisonnements et à adopter une position personnelle au regard de différents enjeux. Ces cours ont pour but d'amener l'adulte à poursuivre sa formation citoyenne et à mieux l'outiller pour la poursuite d'études postsecondaires. Le contexte associé au premier cours optionnel relève de la mathématique générale alors que le second relève de la mathématique appliquée.

Dans l'un ou l'autre des deux cours optionnels, l'adulte optimise le développement de ses compétences de diverses façons : il compare ses solutions avec celles de ses pairs ou de son enseignante ou enseignant; il considère plusieurs points de vue, exerce son jugement critique relativement à la validation d'une solution ou d'une conjecture et cherche les causes d'un problème ainsi que les erreurs ou les anomalies qui se sont glissées dans des solutions ou des algorithmes. Il émet des recommandations en vue de corriger ou de rendre plus efficientes les actions entreprises.

En plus de rehausser ses compétences disciplinaires et de poursuivre son appropriation de nouveaux savoirs mathématiques, l'adulte approfondit sa compréhension des concepts construits antérieurement. Il importe donc de lui permettre d'exploiter ses connaissances et d'aborder les éléments de contenu de façon à mettre leur enrichissement à profit. L'accent est mis sur la consolidation et l'intégration des savoirs dans des activités variées : manipulations, explorations, simulations, jeux, présentations, rencontres avec des personnes-ressources, etc. Tout au long de son cheminement dans l'un ou l'autre des cours optionnels, l'adulte a l'occasion de mettre en œuvre ou de développer son aptitude à observer, à concevoir, à gérer, à optimiser, à faire des choix, à convaincre, etc. Les activités qui lui sont proposées sont généralement concrètes et pratiques. De plus, la technologie est mise à profit pour représenter ou traiter un grand nombre de données et faciliter les calculs qui seraient autrement fastidieux.

Les repères culturels suggérés dans ces cours présentent des aspects historiques et sociaux qui ont balisé l'évolution de la mathématique. Ils offrent aussi à l'adulte la possibilité d'apprécier la place de la mathématique dans la vie quotidienne et professionnelle ainsi que l'apport de nombreuses personnes au développement de cette discipline.

Cours

MAT-5154-2

Mathématiques financières en contexte général

Mathématique

PRÉSENTATION DU COURS

Le but du cours *Mathématiques financières en contexte général* est de rendre l'adulte apte à traiter efficacement des situations qui requièrent l'évaluation de propositions en matière de placements ainsi que la création de divers scénarios de financement dans une perspective générale.

L'adulte qui suit le cours apprend à analyser et à interpréter des situations financières, puis à élaborer des scénarios de financement répondant à ses besoins. Qu'il s'agisse de gestion personnelle, familiale ou dans un contexte professionnel, ce cours l'amène à se familiariser avec des concepts financiers tels que *capitalisation* (*valeur acquise ou future)*, *taux d'intérêt fixe*, *taux d'intérêt composé*, en vue de prendre des décisions éclairées. L'adulte utilise les diagrammes temporels pour résoudre des problèmes d'annuités, ce qui l'amène à évaluer sa planification financière en tout temps et à rétroagir au besoin.

Ce cours étant une initiation, tous les calculs se font à l'aide de formules préalablement présentées. L'adulte calcule les soldes successifs d'un fonds où l'on effectue des dépôts quelconques, il évalue la valeur d'une dette à une date donnée en se basant sur les versements dus ou estime la capitalisation et l'actualisation (valeur actuelle) d'une suite de versements égaux en utilisant soit des formules, soit des tableurs électroniques. Il s'initie au calcul de taux équivalents pour déterminer une annuité ou le nombre de versements. De plus, l'adulte sera amené à analyser le comportement des fonctions financières sur différentes périodes de temps et à comparer les représentations graphiques des situations à l'étude.

Enfin, ce cours permet à l'adulte d'explorer les concepts de versement périodique et de nombre de versements nécessaires quand la valeur du versement régulier est définie à l'avance. Une introduction aux concepts de valeur résiduelle, d'intérêt et d'amortissement du capital à une date donnée ainsi que de versement complémentaire d'une annuité de remboursement y est présentée dans une perspective générale.

Au terme de ce cours, l'adulte sera en mesure de décoder le langage financier et d'utiliser des outils de calcul liés aux mathématiques financières pour évaluer différentes propositions de placement dans le but de choisir celle qui convient le mieux à la situation. Il pourra également créer un plan de financement adapté à une situation particulière.

COMPÉTENCES DISCIPLINAIRES

La résolution des situations-problèmes de ce cours implique le recours aux trois compétences disciplinaires, soit :

- *Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes*;
- *Déployer un raisonnement mathématique*;
- *Communiquer à l'aide du langage mathématique*.

L'emploi de stratégies efficaces incite l'adulte à déployer un raisonnement mathématique rigoureux et à communiquer avec clarté, à l'aide du langage mathématique, en démontrant qu'il en respecte les codes et les conventions particulières. C'est donc par l'activation intégrée des trois compétences disciplinaires et d'autres ressources que l'adulte parvient à résoudre des situations-problèmes.

La rubrique *Démarche et stratégies* explique comment faire évoluer une situation-problème vers une solution par la mise à contribution des trois compétences disciplinaires.

DÉMARCHE ET STRATÉGIES

Pour résoudre une situation-problème, l'adulte a besoin de stratégies efficaces qu'il adapte aux situations présentées.

Il traite les situations-problèmes en utilisant une démarche qui comprend quatre phases de résolution :

- **la représentation**;
- **la planification**;
- **l'activation**;
- **la réflexion**.

Le tableau qui suit présente sommairement chacune des phases de la démarche de résolution et quelques exemples de stratégies que l'adulte peut employer pour traiter les situations. Ces phases ne se présentent pas nécessairement de façon successive. De nombreux allers-retours entre les quatre phases peuvent être nécessaires lors de la résolution d'une situation-problème.

<table>
<tr><th colspan="2">DÉMARCHE ET STRATÉGIES</th></tr>
<tr><th colspan="2">LA REPRÉSENTATION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- L’adulte prend contact avec la situation-problème pour bien cerner le contexte, le problème à résoudre et la tâche à effectuer.
- Il utilise des stratégies d’observation et de représentation essentielles au raisonnement inductif.
- Lors de son appropriation du contexte et du problème, l’adulte déploie des raisonnements déductifs, en particulier lorsqu’il s’agit de données implicites.
- Il passe d’un registre de représentation à un autre en utilisant des tableurs, des logiciels, des applications Web ou tout autre outil technologique jugé pertinent.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• reformuler la situation dans ses mots et esquisser des schémas temporels pour illustrer sa compréhension du problème;
• écrire littéralement les éléments de la situation qui semblent pertinents, facilitant ainsi la recherche d’un lien de dépendance afin de déterminer les variables en cause;
• estimer, en les illustrant par des valeurs numériques, les types de relations existant entre les variables de la situation;
• décrire les caractéristiques mathématiques de la situation dans le but de faire ressortir les limites et les contraintes réelles liées au problème;
• formuler des questions en rapport avec le problème;
• avancer de fausses suppositions dans le but de faire émerger une incohérence ou une absurdité pour corroborer ses perceptions ou les remettre en question.</td></tr>
<tr><th colspan="2">LA PLANIFICATION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- L’adulte cherche des pistes à emprunter et privilégie celles qui semblent les plus efficaces et économiques.
- Il élabore un plan en tenant compte des différents registres de représentation et des éléments du langage mathématique (sens des symboles, des termes et des notations).
- Il établit des liens structurés et fonctionnels entre ses connaissances, élargissant ainsi ses réseaux de ressources cognitives.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• tracer une carte conceptuelle liant les différentes étapes de la solution;
• faire une liste des éléments appropriés à la représentation graphique ou algébrique d’une fonction;
• se référer à une liste d’éléments à considérer en vue de consolider son plan de travail.</td></tr>
<tr><th colspan="2">L’ACTIVATION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- La construction de liens structurés et fonctionnels entre la capitalisation et l’actualisation des sommes investies permet à l’adulte d’élargir ses réseaux de ressources cognitives de nature mathématique.
- En mobilisant ses connaissances relatives aux propriétés des modèles financiers, l’adulte est amené à déduire certains liens.
- L’adulte donne du sens à la situation en utilisant une échelle appropriée au contexte pour représenter graphiquement la situation-problème.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• déterminer par recherche systématique la règle algébrique d’une fonction, en manipulant les différentes variables;
• rechercher des combinaisons de variables simples (linéaires, quadratiques ou exponentielles) dans le but de déterminer la règle d’une fonction;
• changer de perspective et observer l’évolution de la fonction en considérant l’axe des ordonnées (au lieu de celui des abscisses) comme étant son domaine.</td></tr>
<tr><th colspan="2">LA RÉFLEXION</th></tr>
<tr><td colspan="2">- L’adulte adopte une attitude réflexive tout au long du traitement de la situation-problème.
- Il se questionne régulièrement sur ses étapes de travail et sur les choix qu’il fait, avec l’intention de valider sa solution.
- Un retour réflexif permet à l’adulte de rejeter des extrapolations qui n’auraient aucun sens dans la réalité.
- L’adulte s’assure, pour le décodage des éléments à caractère mathématique, qu’il distingue bien le sens mathématique du sens commun des termes utilisés.</td></tr>
<tr><td>Exemples de stratégies</td><td>• vérifier la cohérence de sa solution :
  • en confirmant, par exemple, que l’axe des ordonnées représente l’évolution d’un emprunt ou d’un placement;
  • en s’assurant que les valeurs trouvées respectent l’image de la fonction;
  • en comparant la somme investie, les intérêts et le gain d’un placement;
  • en validant une interpolation ou une extrapolation graphique par la substitution des valeurs des variables dans l’expression algébrique.</td></tr>
</table>

COMPÉTENCES TRANSVERSALES

Les compétences transversales ne se construisent pas dans l'abstrait : elles prennent racine dans des situations-problèmes et participent, à divers degrés, au développement des compétences disciplinaires, et inversement.

Plusieurs compétences transversales peuvent contribuer au traitement de situations de la famille *Relations entre quantités*. Le programme d'études en propose deux qui apparaissent les plus appropriées pour ce cours : *Se donner des méthodes de travail efficaces* et *Exercer son jugement critique.*

Compétence d'ordre méthodologique

Lorsque l'adulte traite des situations-problèmes de la famille *Relations entre quantités*, il fait appel à des données issues de relevés financiers, de statistiques, de bilans ou de résultats d'études. Afin de mener sa tâche à terme, l'adulte doit développer la compétence *Se donner des méthodes de travail efficaces.* Il utilise alors des diagrammes temporels et des tableaux pour représenter une situation-problème, organiser et analyser des données, faciliter le dénombrement, calculer des valeurs financières et produire des graphiques illustrant l'évolution d'un placement ou d'un emprunt. Il échange avec ses pairs l'information relative à sa solution en explicitant sa démarche, ses choix de registres, ses décisions, ses recommandations ou ses conclusions. Il cherche, dans les réactions de ses pairs, des pistes qui lui permettent d'évaluer l'efficacité de sa solution ou la fiabilité de l'étude réalisée.

Compétence d'ordre intellectuel

Lorsque l'adulte déploie un raisonnement itératif, il explore et compare différentes possibilités, puis justifie ses choix. Il repère diverses relations et exploite, selon les buts poursuivis, des processus d'interpolation, d'extrapolation ou d'optimisation en s'appuyant sur sa compréhension des liens de dépendance et des concepts de fonction et de réciproque (capitalisation et actualisation). Il a recours à des procédés algébriques pour dégager des lois, des règles et des propriétés qui, à leur tour, servent à valider des conjectures, par exemple lorsque l'adulte démontre par déduction l'équivalence de deux taux d'intérêt. En développant ainsi sa compétence à *Exercer son jugement critique*, l'adulte est amené à adopter une attitude plus réfléchie avant de conclure un contrat qui le lie pour plusieurs mois.

CONTENU DISCIPLINAIRE

Dans ce cours, l'adulte réactive et approfondit l'ensemble des savoirs arithmétiques et algébriques acquis précédemment. Afin de traiter efficacement les situations-problèmes, il complète sa formation en s'appropriant les savoirs propres à ce cours.

Savoirs prescrits

En vue de traiter efficacement les situations d'apprentissage proposées dans ce cours, l'adulte développe deux procédés intégrateurs énoncés comme suit :

- **l'évaluation de propositions de placement financier adaptées à la situation;**
- **la création d'un plan de financement adapté à la situation.**

Ces procédés, mis en valeur dans les situations d'apprentissage du présent cours, favorisent l'intégration des savoirs mathématiques et des compétences disciplinaires. Les situations d'apprentissage traitées doivent toucher à l'un ou l'autre de ces procédés intégrateurs. Toutefois, l'ensemble des situations choisies doit être assez vaste pour couvrir les deux procédés**.**

Savoirs mathématiques	Limites et précisions
Calcul financier lié à un placement ou à un emprunt • Détermination de la période d'intérêt, de la capitalisation et de l'actualisation • Détermination du taux d'intérêts[1] : o simple, o composé, o équivalent.	Les formules à l'étude permettent de déterminer : • l'actualisation (valeur actuelle) : $C_0 = C_n(1+i)^{-n}$ • la capitalisation (valeur future) : $C_n = C_0(1+i)^n$ • la période d'intérêt : $n = \dfrac{\log\left(C_n/C_0\right)}{\log\,(1+i)}$ • le taux d'intérêt (i) dans des situations où l'intérêt est composé : $i = \left(\dfrac{C_n}{C_0}\right)^{1/n} - 1$

1. *L'utilisation d'un tableur électronique est recommandée.*

<table>
<tr><th>Savoirs mathématiques</th><th>Limites et précisions</th></tr>
<tr><td>Analyse d’une suite de versements égaux ou inégaux
Production et analyse de l’état de situation d’un placement
Interprétation de calculs dans un plan de financement
Analyse d’annuités (remboursement d’un emprunt par versements constants)
Interprétation de calculs des annuités
Interprétation de calculs d’actualisation et de capitalisation</td><td>L’évolution d’un placement ou d’un emprunt est représentée à l’aide de diagrammes temporels.
Les calculs de l’actualisation ou de la capitalisation d’une série de versements, égaux ou non, se font à l’aide de formules ou de logiciels.
Un retrait équivaut à un versement négatif.
L’étude d’une annuité se limite à :
la détermination d’une annuité;
l’actualisation d’une série d’annuités;
la capitalisation d’une série d’annuités.</td></tr>
<tr><td>Analyse d’amortissement
Interprétation de tableaux ou de calculs d’amortissement</td><td>L’étude d’un amortissement, progressif ou constant, se limite au calcul :
d’une annuité;
du nombre d’annuités;
de l’amortissement;
de la valeur résiduelle;
de l’intérêt et du capital dans une annuité.</td></tr>
</table>

Repères culturels

Les mathématiques financières s'appuient sur plus d'un repère culturel. De l'histoire de la monnaie aux grandes crises financières en passant par les différentes théories du crédit, de l'assurance, de l'immobilier, des actions, etc., le terreau est fertile. Ce cours offre à l'adulte les moyens de bien comprendre les grandes étapes qui ont amené les sociétés à se doter de modèles financiers. L'adulte pourrait découvrir, en outre, comment le mouvement brownien, l'équation de propagation de la chaleur ou la marche aléatoire ont influencé les mathématiciens dans l'élaboration de ces modèles.

FAMILLE DE SITUATIONS D'APPRENTISSAGE

La famille *Relations entre quantités* regroupe les situations qui comportent une problématique purement mathématique pouvant être traitée en partie par l'évaluation d'une proposition de placement financier ou par la création d'un plan de financement adapté à la situation, dans une perspective générale.

DOMAINES GÉNÉRAUX DE FORMATION

Les domaines généraux de formation couvrent les grands enjeux contemporains. Idéalement, le choix des situations à traiter devrait être fait dans le respect des intentions éducatives des domaines généraux de formation puisque ces domaines représentent des toiles de fond sur lesquelles se greffent les situations-problèmes servant ainsi à donner du sens aux apprentissages de l'adulte. Deux de ces domaines sont particulièrement appropriés à ce cours : *Vivre ensemble et citoyenneté* et *Environnement et consommation*.

Vivre-ensemble et citoyenneté

L'adulte est déjà sensibilisé à l'importance de commencer tôt à économiser. Les notions financières et les outils de calcul présentés dans ce cours lui permettront d'analyser différentes stratégies financières lorsqu'un changement important ayant un effet sur son budget surviendra dans sa vie (naissance d'un enfant, retour aux études, achat d'une maison, etc.). Il devra être en mesure de continuer à répondre aux besoins de chaque membre de sa famille tout en épargnant suffisamment pour assurer son autonomie financière et maintenir ses habitudes de vie après la retraite.

Environnement et consommation

L'adulte aura à faire des investissements importants au cours de sa vie. Qu'il s'agisse de négocier une hypothèque, de souscrire une assurance vie ou de financer l'achat d'une voiture, sa capacité à analyser les différentes options de financement lui permettra de faire un choix éclairé. Cela correspond à l'un des axes de développement du domaine général de formation *Environnement et conso*mmation.

EXEMPLE DE SITUATION D’APPRENTISSAGE

Toutes les situations d’apprentissage ou situations-problèmes, peu importe le domaine général de formation retenu, placent l’adulte au cœur de l’action. Elles favorisent le développement des compétences disciplinaires et transversales visées, l’acquisition de notions et de concepts mathématiques de même que la mobilisation de ressources diverses utiles à la réalisation de la tâche.

Le tableau qui suit présente les éléments nécessaires à l’élaboration de toute situation d’apprentissage ou situation-problème. On y précise ceux retenus dans l’énoncé de situation-problème présenté et décrit aux pages suivantes.

ÉLÉMENTS NÉCESSAIRES À L’ÉLABORATION D’UNE SITUATION D’APPRENTISSAGE, D’UNE SITUATION-PROBLÈME	
Domaine général de formation (ciblé) – Permet de contextualiser les apprentissages, de leur donner du sens.	• Environnement et consommation • Vivre ensemble et citoyenneté
Compétences disciplinaires (prescrites) – Se développent dans l’action. Nécessitent la participation active de l’adulte.	• Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes • Déployer un raisonnement mathématique • Communiquer à l’aide du langage mathématique
Famille de situations d’apprentissage (prescrite) – Regroupe des situations appropriées au cours à partir de problématiques tirées de la réalité. – Permet, entre autres, l’acquisition de connaissances mathématiques.	• Relations entre quantités
Compétences transversales (ciblées) – Se développent en contexte en même temps que les compétences disciplinaires.	• Exercer son jugement critique • Se donner des méthodes de travail efficaces
Savoirs essentiels (prescrits) – Sont des connaissances, des concepts, des notions mathématiques à acquérir.	• Voir liste

Cette rubrique propose, en fait, un exemple d’énoncé de situation-problème accompagné d’exemples d’actions associées au traitement mathématique. Cet énoncé est constitué d’un contexte qui sert de fil conducteur, mais les activités d’apprentissage incluses n’y sont pas détaillées de façon formelle. L’accent est plutôt mis sur un exemple de traitement mathématique pertinent, qui respecte les quatre phases de la résolution : la représentation, la planification, l’activation et la réflexion. Toutefois, même si ce n’est pas explicite, on peut discerner les éléments qui composent cet énoncé, éléments identifiés dans le précédent tableau, soit : le domaine général de formation, les compétences disciplinaires, la famille de situations, les compétences transversales et les savoirs essentiels. Pour favoriser l’apprentissage, ces différents éléments doivent former un tout cohérent et signifiant pour l’adulte.

L’enseignante ou enseignant peut se servir de chacun des éléments comme autant d’objets de formation. Ces objets peuvent être des actions associées à chacune des phases de résolution, des actions relatives aux compétences disciplinaires ou transversales ou encore aux savoirs prescrits. L’enseignante ou enseignant a la possibilité d’utiliser l’exemple de traitement mathématique fourni pour construire d’autres tâches complexes ou d’autres activités d’apprentissage liées aux connaissances mathématiques que l’adulte doit acquérir.

<table>
<tr><th>Énoncé de situation-problème</th><th>Exemples d’actions associées au traitement mathématique d’une situation-problème appartenant à la famille Relations entre quantités</th></tr>
<tr><td>L’accessibilité aux études postsecondaires des enfants est une question préoccupante pour tous les parents. À un moment donné, certains parents font face à des choix. Quel type d’épargne privilégier pour assumer les coûts liés aux études? Entre un régime enregistré d’épargne-études et un régime enregistré d’épargne-retraite, lequel choisir?</td><td>Procédés intégrateurs :
Évaluation de propositions de placement financier adaptées à la situation;
Création d’un plan de financement adapté à la situation.

Au cours de l’une ou l’autre des quatre phases de résolution, l’adulte pourrait accomplir les actions suivantes :

Représentation
- Sélectionner le registre de représentation (algébrique ou graphique) le plus approprié et estimer l’évolution de quelques types de placement
- Représenter l’évolution d’une suite de versements à l’aide d’un diagramme temporel.

Planification
- Recourir à la représentation algébrique dans le but de comparer les coûts et les rendements des différents placements.

Activation
- Établir la règle algébrique qui lie les divers éléments de la situation (le taux, les intérêts, les annuités, les amortissements, etc.) pour pouvoir ensuite extrapoler le rendement associé à chaque type de régime;
- Énoncer une conjecture relative aux différentes étapes du placement, puis la vérifier algébriquement ou graphiquement;
- Utiliser un tableur pour analyser l’évolution des placements et déterminer lequel est le meilleur, ou encore pour trouver le moment à partir duquel l’un devient plus intéressant que l’autre.

Réflexion
- Remarquer que, pour des valeurs extrêmes, l’extrapolation graphique est peu réaliste;
- Valider une extrapolation graphique par un calcul algébrique;
- Vérifier le calcul de la capitalisation à l’aide de la formule de l’actualisation;
- Décider du modèle qui convient le mieux à la situation financière du ménage.</td></tr>
</table>

ATTENTES DE FIN DE COURS

Pour traiter les situations-problèmes de la famille *Relations entre quantités*, l'adulte évalue des propositions de placement financier adaptées à différentes situations ou produit un plan de financement adapté à une situation. Pour ce faire, il met en œuvre les trois compétences disciplinaires du programme, soit : *Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes*, *Déployer un raisonnement mathématique* et *Communiquer à l'aide du langage mathématique*.

Lorsque l'adulte évalue des propositions de placement financier en se représentant la situation-problème à l'aide d'un modèle algébrique ou graphique, il recourt à diverses stratégies pour cerner le problème. Pour ce faire, il reformule la situation-problème dans ses propres mots et détermine les éléments importants à retenir et les obstacles à surmonter. Il identifie efficacement les variables en jeu et cible celles dont il doit calculer la valeur (taux, durée, capitalisation, actualisation, etc.) en utilisant des tables de valeurs (parfois des tables actuarielles), des schémas ou des diagrammes temporels. Il choisit la représentation la plus juste parmi les fonctions à l'étude dans ce cours en gardant en tête qu'elle ne reflète pas parfaitement la réalité observée. Il valide sa représentation en vérifiant la cohérence de sa solution à l'aide de données bancaires connues. Lorsqu'il explique ses conclusions à la suite de l'évaluation de propositions de placement financier, il produit sa représentation de la situation-problème, détermine l'objet du message et respecte les codes et les règles mathématiques pour communiquer adroitement son intention. Il choisit le registre de représentation le mieux adapté à la situation dans le but de toucher un plus grand public.

Lorsque l'adulte crée un plan de financement à partir d'un modèle algébrique ou d'un tableau d'amortissement, il interprète le modèle présenté en formant des liens entre les éléments du message et en distinguant les éléments pertinents de ceux qui ne le sont pas. Il reconnaît l'objet du message et en dégage l'idée maîtresse. De plus, il déploie un raisonnement mathématique en explorant la situation-problème et en formulant des questions en rapport avec la problématique à l'étude. Il recueille les informations pertinentes en vue de tirer une conclusion. Il établit une ou des conjectures en proposant des idées probables ou vraisemblables et anticipe, au besoin, des annuités et des amortissements qui lui permettront de valider son plan de financement.

CRITÈRES D'ÉVALUATION DES COMPÉTENCES VISÉES PAR LE COURS

Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes

- *Manifestation, oralement ou par écrit, d'une compréhension adéquate de la situation-problème*
- *Mobilisation de stratégies et de savoirs mathématiques appropriés à la situation-problème*
- *Élaboration d'une solution* appropriée à la situation-problème*
- *Validation appropriée des étapes** de la solution élaborée*

* La solution comprend une démarche, des stratégies et un résultat.
** Le modèle mathématique, les opérations, les propriétés ou relations.

Déployer un raisonnement mathématique

- *Formulation d'une conjecture appropriée à la situation*
- *Utilisation correcte des concepts et des processus mathématiques appropriés*
- *Mise en œuvre convenable d'un raisonnement mathématique adapté à la situation*
- *Structuration adéquate des étapes d'une démarche pertinente*
- *Justification congruente des étapes d'une démarche* pertinente

Communiquer à l'aide du langage mathématique

- *Interprétation juste d'un message à caractère mathématique*
- *Production d'un message conforme à la terminologie, aux règles et aux conventions propres à la mathématique et en fonction du contexte*

Cours

MAT-5164-2

Suites et séries en contexte appliqué

Mathématique

PRÉSENTATION DU COURS

Le but du cours *Suites et séries en contexte appliqué* est de rendre l'adulte apte à traiter des situations qui requièrent une représentation à l'aide de suites numériques exprimant un lien de dépendance entre des quantités, dans une perspective appliquée.

La notion de suites arithmétiques est sans nul doute une des bases fondamentales de la mathématique moderne et son étude offre une vision plus épurée d'un lien direct entre deux variables. Lorsque les scientifiques étudient des phénomènes observables pour la première fois, ils ont comme seules ressources les nombres qu'ils colligent dans des tableaux ou des graphiques. La recherche du lien de dépendance entre ces dernières peut devenir une quête de longue haleine. Revenir aux sources de l'arithmétique aide souvent à mieux comprendre ce qui lie les variables entre elles. Ce cours vise justement l'étude de stratégies qui permettent de déterminer la régularité qui lie intimement des variables. La recherche de régularité peut se faire dans des registres de représentation variés (suites de nombres ordonnées ou numérotées, tables de valeurs, graphiques ou règles algébriques).

Ce cours présente différentes méthodes et stratégies en vue d'amener les adultes à faire la distinction entre les suites arithmétiques et géométriques de façon récursive et explicite; à établir un lien direct entre les suites géométriques et les fonctions exponentielles; à déduire et à appliquer des formules du terme général et de la somme à une suite géométrique.

De plus, le cours permet d'explorer davantage le formalisme propre aux mathématiques par l'utilisation du symbolisme pour les sommations (Σ) et les connecteurs logiques et ensemblistes, dans le but d'alléger les manipulations algébriques. Le concept de limite est introduit de façon intuitive en vue de statuer sur la convergence des suites et des séries.

Au terme de ce cours, l'adulte sera en mesure de mobiliser ses connaissances sur les fonctions polynomiales de degré un ou deux, exponentielles et logarithmiques, et de résoudre des situations-problèmes relatives aux suites et aux séries arithmétiques ou géométriques dans le respect des symboles et des conventions mathématiques. La représentation algébrique ou graphique d'une situation à l'aide de fonctions réelles lui permettra d'induire des résultats par interpolation ou extrapolation. L'adulte peut faire ces opérations à l'aide d'une table de valeurs, graphiquement ou algébriquement lorsque la règle algébrique est donnée. Il utilisera différents registres de représentation (table de valeurs, graphique ou algébrique) pour généraliser le comportement à un ensemble de situations décrites par des suites et des séries.

COMPÉTENCES DISCIPLINAIRES

La résolution des situations-problèmes dans ce cours implique le recours aux trois compétences disciplinaires, soit :

- *Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes*;
- *Déployer un raisonnement mathématique*;
- *Communiquer à l'aide du langage mathématique*.

L'emploi de stratégies efficaces incite l'adulte à déployer un raisonnement mathématique rigoureux et à communiquer avec clarté à l'aide du langage mathématique en démontrant qu'il en respecte les codes et les conventions propres. C'est donc par l'activation intégrée des trois compétences disciplinaires et à l'aide d'autres ressources qu'il parvient à résoudre des situations-problèmes.

La rubrique *Démarche et stratégies* explique comment faire évoluer une situation-problème vers une solution par la mise à contribution des trois compétences disciplinaires.

DÉMARCHE ET STRATÉGIES

Pour résoudre une situation-problème, l'adulte a besoin de stratégies efficaces qu'il adapte aux situations présentées.

Il traite les situations-problèmes en utilisant une démarche qui comprend quatre phases de résolution :

- **la représentation**;
- **la planification**;
- **l'activation**;
- **la réflexion**.

Le tableau qui suit présente sommairement chacune des phases de la démarche de résolution et quelques exemples de stratégies que l'adulte peut employer pour traiter les situations. Ces phases ne se présentent pas nécessairement de façon successive. De nombreux allers-retours entre les quatre phases peuvent être nécessaires lors de la résolution d'une situation-problème.

DÉMARCHE ET STRATÉGIES	
LA REPRÉSENTATION	
- L'adulte prend connaissance de la situation-problème afin de bien cerner le contexte, le problème et la tâche à effectuer. Il utilise des stratégies d'observation et de représentation essentielles au raisonnement inductif. - Il accroît sa familiarisation avec les notations et les symboles liés aux savoirs mathématiques ayant trait aux fonctions et aux réciproques exprimées sous la forme générale.	
Exemples de stratégies	• Écrire littéralement les éléments de la situation qui lui semblent pertinents, ce qui facilite la recherche d'un lien de dépendance pour déterminer les variables de la situation; • Estimer, en illustrant par des exemples de nombres, le type de relation qui unit les variables de la situation; • Explorer une suite géométrique de façon récursive.
LA PLANIFICATION	
- L'adulte cherche des pistes de solution et privilégie celles qui semblent les plus efficaces et économiques. - Il cherche à extrapoler des résultats à l'aide d'une règle algébrique ou d'un graphique et élargit ainsi ses réseaux de ressources cognitives. - Il décode les éléments du langage mathématique, tels que le sens des symboles, des termes et des notations ainsi que les différents registres de représentation, afin de planifier correctement la solution.	
Exemples de stratégies	• Tracer une carte conceptuelle liant les différentes étapes de la solution; • Se référer à une liste d'éléments à considérer en vue de consolider son plan de travail (le pas des axes, l'intervalle de croissance ou de décroissance, l'existence d'un maximum ou d'un minimum, etc.); • Générer les premiers trois termes d'une suite géométrique; • Écrire une fonction exponentielle si la suite géométrique est connue.
L'ACTIVATION	
- Placé au cœur d'une situation-problème, l'adulte établit des liens structurés et fonctionnels entre ses connaissances par le raisonnement, élargissant ainsi ses réseaux de ressources cognitives de nature mathématique. - L'utilisation de stratégies l'amène à associer des images, des objets ou des concepts à des termes et à des symboles mathématiques, et à transposer les données d'un registre de représentation à un autre.	
Exemples de stratégies	• Changer de perspective; • Déterminer par recherche systématique la règle algébrique d'une fonction, sous la forme générale; • Rechercher des combinaisons dans le but de déterminer la règle d'une fonction quadratique; • Linéariser un modèle non linéaire en remplaçant les valeurs de la variable indépendante (X) ou dépendante (Y) ou encore des deux variables par leur logarithme; • Comparer des suites à des modèles algébriques connus; • Sélectionner la fonction algébrique la mieux adaptée à la situation en mesurant les écarts entre les ordonnées de la suite et celles des différentes fonctions.
LA RÉFLEXION	
- L'adulte adopte une attitude réflexive tout au long du traitement de la situation et se questionne régulièrement sur ses étapes de travail et sur les choix qu'il fait, avec l'intention de valider sa solution. - La mise en œuvre du raisonnement pourrait l'amener à émettre des conjectures sur des cas limites ou particuliers afin de valider certains résultats obtenus. - L'adulte s'assure, à l'aide de stratégies, que les variables dépendante et indépendante sont bien définies, que les axes sont bien gradués, qu'il ne manque aucune unité de mesure et que les données sont bien retranscrites.	
Exemples de stratégies	• Vérifier la cohérence de sa solution en s'assurant, par exemple, que les valeurs trouvées respectent l'image de la fonction ou en validant une interpolation ou une extrapolation graphiques par la substitution des valeurs aux variables dans l'expression algébrique; • Explorer les limites d'une formule déduite du terme général; • Valider sa solution avec une représentation graphique de la règle algébrique; • Mesurer l'écart entre les valeurs de la situation-problème et le modèle construit.

COMPÉTENCES TRANSVERSALES

Les compétences transversales ne se construisent pas dans l'abstrait : elles prennent racine dans des situations-problèmes et participent, à divers degrés, au développement des compétences disciplinaires, et inversement.

Plusieurs compétences transversales peuvent contribuer au traitement de situations de la famille *Relations entre quantités*. Le programme d'études en propose deux qui apparaissent les plus appropriées pour ce cours : *Se donner des méthodes de travail efficaces* et *Communiquer de façon appropriée*.

Compétence d'ordre méthodologique

La représentation d'une situation par une suite ou une série numérique rend plus facile l'interprétation d'une situation. L'adulte peut développer la compétence *Se donner des méthodes de travail efficaces* lorsqu'il doit analyser des données issues d'observations colligées, à partir par exemple d'un phénomène biologique complexe pour lequel il n'est pas simple de circonscrire les variables en jeu.

Compétence de l'ordre de la communication

L'extrapolation, la démonstration et la justification pourraient inciter l'adulte à développer la compétence *Communiquer de façon appropriée*. La démonstration l'oblige à structurer sa pensée, à argumenter en utilisant le bon vocabulaire et possiblement à mieux respecter les autres et à s'ouvrir à leurs idées.

CONTENU DISCIPLINAIRE

Dans ce cours, l'adulte réactive et approfondit l'ensemble des savoirs arithmétiques et algébriques acquis précédemment. Afin de traiter efficacement les situations-problèmes, il complète sa formation en s'appropriant les savoirs propres à ce cours.

Savoirs prescrits

En vue de traiter efficacement les situations d'apprentissage proposées, l'adulte développe trois procédés intégrateurs énoncés comme suit :

- **la représentation d'une situation par une suite ou une série;**
- **l'interpolation ou l'extrapolation à partir d'un modèle numérique ou graphique;**
- **la généralisation d'un ensemble de situations par un modèle fonctionnel algébrique ou graphique.**

Ces procédés, mis en valeur dans les situations d'apprentissage du présent cours, favorisent l'intégration des savoirs mathématiques et des compétences disciplinaires. Les situations d'apprentissage traitées doivent toucher à l'un ou l'autre de ces procédés intégrateurs. Toutefois, l'ensemble des situations choisies doit être assez vaste pour couvrir les trois procédés.

<table>
<tr><th>Savoirs mathématiques</th><th>Limites et précisions</th></tr>
<tr><td>

Suites arithmétiques et géométriques

- Détermination du terme général, de la convergence et de la limite d'une suite

- Expérimentation, observation, interprétation, description et représentation de situations à l'aide de suites numériques

</td><td>

Dans ce cours, seules les suites arithmétiques et géométriques sont à l'étude :

- $u_{n+1} = u_n + r$ (suite arithmétique de raison r)
  - ex. : suite des nombres impairs;
- $u_{n+1} = qu_n$ (suite géométrique)
  - ex. : triangle de Sierpinski.

Les caractéristiques des suites à l'étude sont :

- croissante
- décroissante
- strictement croissante
- strictement décroissante
- monotone
- majorée
- minorée
- bornée

Les énoncés suivants sont à l'étude pour déterminer la convergence (limite) des suites.

- Toute suite monotone et bornée converge;
- Toute suite convergente est bornée;
- Soit $\{u_n\}$ une suite convergente vers a et $\{v_n\}$ une suite convergente vers b, alors :
  - $\{u_n + v_n\}$ converge vers a + b;
  - $\{u_n \cdot v_n\}$ converge vers a · b;
  - $\left\{\frac{u_n}{v_n}\right\}$ converge vers $\frac{a}{b}$
  - $\{\lambda u_n\}$ converge vers λa.

</td></tr>
</table>

Savoirs mathématiques	Limites et précisions
Séries • Détermination de la formule, de la convergence et de la limite d'une série • Expérimentation, observation, interprétation, description et représentation de situations à l'aide de séries numériques	Les tests et l'énoncé suivants sont à l'étude pour déterminer la convergence des séries : • Test de comparaison Soit U = $\sum_{i=1}^{\infty} u_i$ et V = $\sum_{i=1}^{\infty} v_i$ des séries à termes positifs : V est convergente $\wedge$ $u_i \leq v_i$, $\forall i$ $\Rightarrow$ U est convergente V est divergente $\wedge$ $u_i \geq v_i$, $\forall i$ $\Rightarrow$ U est divergente • Test du quotient Soit U = $\sum_{i=1}^{\infty} u_i$ et $L = \lim_{n\to\infty} \left\lvert \frac{u_{n+1}}{u_n} \right\rvert$: o L < 1 $\Rightarrow$ U est absolument convergente o L > 1 $\Rightarrow$ U est absolument divergente o L = 1 $\Rightarrow$ aucune conclusion ne peut être tirée • Une série est dite respectivement absolument convergente ou absolument divergente lorsque la série des valeurs absolues est convergente ou divergente.

Repères culturels

Les suites de nombres réels sont liées aux mathématiques expérimentales depuis les tout débuts dans ce domaine d'études. On retrouve l'utilisation de suites et de séries chez les civilisations anciennes, par exemple à l'époque d'Archimède, qui a développé des procédés illimités d'approximation pour calculer les aires et pour déterminer la constante π (Pi). Les suites et les séries ont aussi été utilisées en Égypte pour extraire une racine carrée à l'aide de la méthode de Héron d'Alexandrie.

Lors de la Seconde Guerre mondiale, l'évolution de l'informatique a relancé l'intérêt pour l'étude des suites et des séries. Notons par exemple, comme incidence de cette évolution, l'invention de la calculatrice dont les touches SIN, COS, TAN, LOG et EXP sont programmées à l'aide de développements limités de séries convergentes.

FAMILLE DE SITUATIONS D'APPRENTISSAGE

La famille *Relation entre quantités* regroupe les situations qui comportent un problème pouvant être traité en partie par une représentation fondée sur un modèle fonctionnel algébrique ou graphique exprimant une relation entre des quantités. Le cours *Suites et séries en contexte appliqué* fournit à l'adulte l'occasion de poser des actions en vue de le rendre apte à exprimer une relation ou un lien de dépendance entre des quantités.

Les situations-problèmes amènent l'adulte à se familiariser avec les notations et les symboles liés aux savoirs mathématiques ayant trait aux suites et aux séries. En plus d'extrapoler des résultats à l'aide d'une fonction ou d'un graphique, il peut utiliser l'échelle appropriée au contexte pour représenter graphiquement la situation-problème de manière que cette représentation garde tout son sens par rapport au contexte.

DOMAINES GÉNÉRAUX DE FORMATION

Les domaines généraux de formation couvrent les grands enjeux contemporains. Idéalement, le choix des situations à traiter doit être fait dans le respect des intentions éducatives des différents domaines généraux de formation puisque ces domaines représentent des toiles de fond sur lesquelles se greffent les situations-problèmes servant ainsi à donner du sens aux apprentissages de l'adulte. Deux de ces domaines sont particulièrement appropriés à ce cours, soit : *Vivre-ensemble et citoyenneté* et *Orientation et entrepreneuriat*.

Vivre-ensemble et citoyenneté

Plusieurs situations qui mettent en évidence un équilibre ténu entre plusieurs paramètres observables font ressortir des problématiques qui ont des conséquences directes ou indirectes sur notre vie économique. Citons, par exemple, le problème de la pullulation des mulots, bien connu des producteurs de vin. Afin de se familiariser avec certains phénomènes découlant de la dynamique entre les paramètres de cette situation complexe, l'adulte pourrait faire l'étude de ces derniers à l'aide de suites et de séries dans le but d'en simplifier l'analyse et de mieux cerner les conséquences qui vont bien au-delà du simple traitement mathématique. En effet, ce problème illustre bien l'étroite corrélation entre, d'une part, le rendement économique et le contrôle de la reproduction d’une espèce et, d’autre part, la réglementation qui en découle. Cela est en relation directe avec la valorisation de règles de vie en société et avec l’axe de développement du domaine général de formation *Vivre-ensemble et citoyenneté*.

Orientation et entrepreneuriat

L’adulte placé dans une situation d’apprentissage liée aux suites et aux séries utilisées en biologie ou dans d’autres domaines scientifiques et pour lesquelles les variables en jeu sont multiples pourrait avoir à déterminer la variation des naissances d’une espèce aux dépens d’une autre ou encore à trouver des moyens de mieux contrôler la dynamique proie-prédateur pouvant influencer l’équilibre des espèces. Par exemple, la gestion efficace du problème de la pullulation des mulots peut avoir des retombées économiques positives puisqu’une diminution du nombre de mulots implique une augmentation du rendement des récoltes et donc une hausse de l’indice boursier associé à ces récoltes, ce qui est en lien avec l’un des axes de développement du domaine général de formation *Orientation et entrepreneuriat*, qui traite de l’exploration de projets d’avenir en rapport avec ses champs d’intérêt et ses aptitudes.

EXEMPLE DE SITUATION D'APPRENTISSAGE

Toutes les situations d'apprentissage ou situations-problèmes, peu importe le domaine général de formation retenu, placent l'adulte au cœur de l'action. Elles favorisent le développement des compétences disciplinaires et transversales visées, l'acquisition de notions et de concepts mathématiques de même que la mobilisation de ressources diverses utiles à la réalisation de la tâche.

Le tableau qui suit présente les éléments nécessaires à l'élaboration de toute situation d'apprentissage ou situation-problème. On y précise ceux retenus dans l'énoncé de situation-problème décrit à la page suivante.

ÉLÉMENTS NÉCESSAIRES À L'ÉLABORATION D'UNE SITUATION D'APPRENTISSAGE OU D'UNE SITUATION-PROBLÈME	
Domaine général de formation (ciblé) – Permet de contextualiser les apprentissages, de leur donner du sens.	• Orientation et entrepreneuriat
Compétences disciplinaires (prescrites) – Se développent dans l'action. Nécessitent la participation active de l'adulte.	• Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes • Déployer un raisonnement mathématique • Communiquer à l'aide du langage mathématique
Famille de situations d'apprentissage (prescrite) – Regroupe des situations appropriées au cours à partir de problématiques tirées de la réalité. – Permet, entre autres, l'acquisition de connaissances mathématiques.	• Relations entre quantités
Compétences transversales (ciblées) – Se développent en contexte en même temps que les compétences disciplinaires.	• Se donner des méthodes efficaces de travail • Communiquer de façon appropriée
Savoirs essentiels (prescrits) – Sont des connaissances, des concepts, des notions mathématiques à acquérir.	• Voir la liste

Cette rubrique propose un exemple d'énoncé de situation-problème accompagné d'exemples d'actions associées au traitement mathématique. Cet énoncé est constitué d'un contexte qui sert de fil conducteur, mais les activités d'apprentissage incluses n'y sont pas détaillées de façon formelle. L'accent est plutôt mis sur un exemple de traitement mathématique pertinent, qui respecte les quatre phases de la résolution : la représentation, la planification, l'activation et la réflexion. Toutefois, même si ce n'est pas explicite, on peut discerner les éléments qui composent cet énoncé, éléments identifiés dans le précédent tableau, soit : le domaine général de formation, les compétences disciplinaires, la famille de situations, les compétences transversales et les savoirs essentiels. Pour favoriser l'apprentissage, ces différents éléments doivent former un tout cohérent et signifiant pour l'adulte.

L'enseignante ou enseignant peut se servir de chacun des éléments comme autant d'objets de formation. Ces objets peuvent être des actions associées à chacune des phases de résolution, des actions relatives aux compétences disciplinaires ou transversales ou encore aux savoirs prescrits. L'enseignante ou enseignant a la possibilité d'utiliser l'exemple de traitement mathématique fourni pour construire d'autres tâches complexes ou d'autres activités d'apprentissage liées aux connaissances mathématiques que l'adulte doit acquérir.

<table>
<tr><th>Énoncé de situation-problème</th><th colspan="2">Exemples d'actions associées au traitement mathématique d'une situation-problème appartenant à la famille Relations entre quantités</th></tr>
<tr><td rowspan="4">Depuis quelques années, les producteurs de vin de la région doivent mener un combat quotidien contre la pullulation de mulots. En effet, ces petits rongeurs s'attaquent aux vignes et peuvent détruire une culture entière en une seule saison.

Plusieurs moyens écologiques et durables ont été mis en œuvre, dont l'importation d'oiseaux de proie dans la région pour stabiliser le rapport proies-prédateurs.

Dans le but d'avoir un portrait précis de la situation, les cultivateurs ont demandé à des experts d'effectuer une étude.</td><td colspan="2">Procédé intégrateur : généralisation d'un ensemble de situations par un modèle fonctionnel algébrique ou graphique</td></tr>
<tr><td colspan="2">Au cours de l'une ou l'autre des phases de résolution, l'adulte pourrait accomplir les actions suivantes :</td></tr>
<tr><td>Représentation</td><td>• Sélectionner les informations pertinentes (nombre de mulots recensés pendant la période, moments des mesures, durée des observations, température, etc.) et écarter celles qui sont superflues;
• Inventorier les différents modes de représentation les mieux adaptés à la communication demandée.</td></tr>
<tr><td>Planification</td><td>• Organiser l'information;
• Étudier les variations premières et secondes des éléments de la suite;
• Mettre en relation deux à deux les paramètres expérimentaux;
• Faire une liste des éléments appropriés à la représentation graphique.</td></tr>
</table>

Énoncé de situation-problème	**Exemples d'actions associées au traitement mathématique d'une situation-problème appartenant à la famille *Relations entre quantités***	
À partir de données colligées dans un carnet par des écologistes, l'adulte produit un rapport décrivant la situation.	Activation	• Construire un tableau de données liées à la situation, tout en tenant compte des limites des instruments de mesure employés et de leur précision; • Faire l'étude des variations premières et secondes pour faire ressortir le caractère arithmétique ou géométrique de la suite; • Associer la fonction exponentielle à la suite géométrique ou linéaire à la suite arithmétique ou quadratique à la somme de données; • Comparer les coefficients de détermination pour chacune des fonctions; • Choisir la plus appropriée.
	Réflexion	• Exposer les différentes conclusions en lien avec les différents modèles algébriques; • Faire ressortir les écarts entre les ordonnées des valeurs anticipées par les fonctions et celles des valeurs obtenues lors de l'expérimentation; • Décrire des scénarios futurs à l'aide d'exemples.

ATTENTES DE FIN DE COURS

Pour résoudre des situations-problèmes de la famille *Relations entre quantités*, l'adulte se représente une situation, effectue des interpolations ou des extrapolations et généralise un ensemble de situations par un modèle fonctionnel algébrique ou graphique. Pour ce faire, il met en œuvre les trois compétences disciplinaires du programme, soit *Utiliser des stratégies de résolution de situations- problèmes*, *Déployer un raisonnement mathématique* et *Communiquer à l'aide du langage mathématique*.

L'adulte qui fait l'étude d'une situation à l'aide de suites et de séries peut se représenter cette dernière en transposant les données arithmétiques dans un graphique, ce qui lui permet de choisir efficacement le type de fonction décrivant le mieux la situation. Il combine, au besoin, différents registres de représentation pour produire un message, tout en respectant les notations, les règles et les conventions du langage mathématique. Il utilise des stratégies de résolution de situations-problèmes dans le but de comparer, de proposer des correctifs, de présenter des solutions avantageuses ou optimales, ou d'émettre des recommandations. Il formule des critiques constructives et prend des décisions éclairées à propos de problématiques issues de divers domaines, y compris celui des techniques (graphiques, biologiques, physiques, administratives, etc.).

L'interpolation ou l'extrapolation des résultats à partir d'un modèle algébrique ou graphique en vue de prendre des décisions met à profit divers modèles fonctionnels et stratégies de différents ordres, combinant raisonnement et créativité pour surmonter les obstacles de la problématique. L'adulte déploie un raisonnement déductif structuré et se familiarise avec la forme codifiée que requiert la démonstration. Il appuie son argumentation sur les propriétés des suites et des séries. De plus, il décrit ses conclusions à l'aide d'illustrations, d'explications ou de justifications.

Lorsque l'adulte généralise un ensemble de situations à l'aide d'un modèle algébrique ou graphique issu de l'étude préalable de suites et de séries, il précise son intention de communication. Au besoin, il passe d'un registre à un autre. Il démontre sa compréhension des problématiques à l'étude en utilisant un large éventail de stratégies de communication qui permettent, entre autres, de tenir compte d'exigences nouvelles. Il s'approprie et réinvestit avec justesse un langage qui combine de façon pertinente des termes courants, mathématiques, techniques et scientifiques. Il déduit de nouvelles règles algébriques en combinant différentes opérations sur les fonctions qu'il maîtrise déjà. De plus, il utilise efficacement les paramètres des fonctions pour illustrer des généralités sur un ensemble de fonctions.

Tout au long de la résolution de situations-problèmes, l'adulte utilise ses connaissances en lien avec les savoirs mathématiques : suites et séries arithmétiques et géométriques, fonctions, réciproque et opérations sur les fonctions. L'emploi des symboles, des termes et des notations liés à ces savoirs est exact et l'adulte doit toujours valider, à l'aide de différentes sources, les lois, théorèmes, corollaires ou lemmes qu'il a déduits ou induits afin de bonifier sa « bibliothèque mathématique personnelle ». De plus, il n'hésite pas à demander de l'aide lorsqu'une difficulté se présente.

CRITÈRES D'ÉVALUATION DES COMPÉTENCES VISÉES PAR LE COURS

Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes

- *Manifestation, oralement ou par écrit, d'une compréhension adéquate de la situation-problème*
- *Mobilisation de stratégies et de savoirs mathématiques appropriés à la situation-problème*
- *Élaboration d'une solution* appropriée à la situation-problème*
- *Validation appropriée des étapes** de la solution élaborée*

* La solution comprend une démarche, des stratégies et un résultat.
** Le modèle mathématique, les opérations, les propriétés ou relations.

Déployer un raisonnement mathématique

- *Formulation d'une conjecture appropriée à la situation*
- *Utilisation correcte des concepts et des processus mathématiques appropriés*
- *Mise en œuvre convenable d'un raisonnement mathématique adapté à la situation*
- *Structuration adéquate des étapes d'une démarche pertinente*
- *Justification congruente des étapes d'une démarche* pertinente

Communiquer à l'aide du langage mathématique

- *Interprétation juste d'un message à caractère mathématique*
- *Production d'un message conforme à la terminologie, aux règles et aux conventions propres à la mathématique et en fonction du contexte*

Annexe

Passage d'une séquence à une autre

Comme il est possible de le constater dans les tableaux du chapitre 4, des cours appartenant à des séquences différentes peuvent avoir un contenu disciplinaire similaire. Ainsi, l'adulte qui décide d'opter pour une autre séquence n'a pas à faire les cours dont le contenu est considéré similaire aux cours qu'elle ou qu'il aura déjà réussis. De plus, pour assurer un passage harmonieux d'une séquence à une autre, l'enseignante ou l'enseignant pourra tenir compte des précisions suivantes.

Cours réussi	Cours ayant un contenu similaire	Précisions
De CST	Vers TS	La séquence TS a 12 unités alors que la séquence CST n'en a que 8.
MAT-4151-1	Aucun	Les savoirs prescrits du cours MAT-4161-2 sont plus nombreux.
MAT-4152-1	Aucun	Les savoirs prescrits du cours MAT-4162-2 sont plus nombreux.
MAT-4153-2	MAT-4163-2	Les savoirs du cours MAT-4163-2 sont couverts par le cours MAT-4153-2, sauf quelques savoirs liés aux **relations trigonométriques et métriques dans le triangle** : • **médiatrice d'un segment;** • **aires de triangles à partir d'un angle et deux côtés ou à partir de la mesure de deux angles et d'un côté**.
MAT-5150-2	MAT-5160-2	Les savoirs du cours MAT-5160-2 sont couverts par le cours MAT-5150-2.
MAT-5151-1	Aucun	Les savoirs prescrits du cours MAT-5161-2 sont plus nombreux et différents.
MAT-5152-1	Aucun	Pas de cours correspondant en TS.
De CST	Vers SN	La séquence SN a 12 unités alors que la séquence CST n'en a que 8.
MAT-4151-1	Aucun	Les savoirs prescrits du cours MAT-4171-2 sont plus nombreux.
MAT-4152-1	Aucun	Les savoirs prescrits du cours MAT-4172-2 sont plus nombreux.
MAT-4153-2	MAT-4173-2	Les savoirs du cours MAT-4173-2 sont couverts par le cours MAT-4153-2, sauf quelques savoirs liés aux **relations trigonométriques et métriques dans le triangle** : • **loi des cosinus;** • **angles de figures se décomposant en triangles;** • **aire et volume de figures**.
MAT-5150-2	MAT-5170-2	Les savoirs du cours MAT-5170-2 sont couverts par le cours MAT-5150-2.
MAT-5151-1	Aucun	Les savoirs prescrits du cours MAT-5171-2 sont plus nombreux et différents.
MAT-5152-1	Aucun	Il n'y a pas de cours correspondant en SN.

Cours réussi	Cours ayant un contenu similaire	Précisions
De TS	Vers CST	La séquence TS a 12 unités et la séquence CST en a 8.
MAT-4161-2	MAT-4151-1	Les savoirs du cours MAT-4151-1 sont couverts par le cours MAT-4161-2.
MAT-4162-2	MAT-4152-1	Les savoirs du cours MAT-4152-1 sont couverts par le cours MAT-4162-2, sauf la **représentation de données statistiques** (**diagrammes à tiges et à feuilles**).
MAT-4163-2	MAT-4153-2	Les savoirs du cours MAT-4153-2 sont couverts par le cours MAT-4163-2, sauf quelques savoirs liés aux **relations trigonométriques et métriques dans le triangle** : • **loi des sinus;** • **formule de Héron;** • **aire d'un quadrilatère**.
MAT-5160-2	MAT-5150-2	Les savoirs du cours MAT-5150-2 sont couverts par le cours MAT-5160-2, sauf **les savoirs liés à la théorie des graphes et la résolution d'inéquations du 1er degré à deux variables.**
MAT-5161-2	MAT-5151-1[3]	Les savoirs prescrits du cours MAT-5161-2 sont plus nombreux que ceux du cours MAT-5151-1.
MAT-5163-2	Aucun	Il n'y a pas de cours correspondant en CST.
De TS	Vers SN	Les deux séquences ont le même nombre d'unités.
MAT-4161-2	MAT-4171-2	Les savoirs du cours MAT-4171-2 sont couverts par le cours MAT-4161-2, sauf la **résolution de systèmes composés d'une équation du 1er degré et d'une équation du 2e degré à deux variables,** quelques savoirs liés aux **fonctions** (**interprétation des paramètres additifs** et **passage d'une écriture à une autre pour la fonction polynomiale du 2e degré**) et **la complétion de carré**.
MAT-4162-2	MAT-4172-2	Les savoirs du cours MAT-4172-2 sont couverts par le cours MAT-4162-2.
MAT-4163-2	MAT-4173-2	Les savoirs du cours MAT-4173-2 sont couverts par le cours MAT-4163-2, sauf quelques savoirs liés aux **relations trigonométriques et métriques dans le triangle :** • **loi des sinus** • **loi des cosinus;** • **aire et volume de figures**.
MAT-5160-2	MAT-5170-2	Les savoirs du cours MAT-5170-2 sont couverts par le cours MAT-5160-2.
MAT-5161-2	MAT-5171-2	Les savoirs du cours MAT-5171-2 sont couverts par le cours MAT-5161-2, sauf les **nombres réels** (**valeurs absolues, radicaux, exposants et logarithmes**), la **manipulation d'expressions arithmétiques et algébriques** (**loi des exposants, propriétés des radicaux et équivalences entre expressions logarithmiques et exponentielles**), certaines **fonctions** (**définie par parties et valeur absolue**) et la **recherche de la règle d'une fonction ou de sa réciproque**.
MAT-5163-2	MAT-5173-2	Les savoirs du cours MAT-5173-2 sont couverts par le cours MAT-5163-2, mais les savoirs liés aux **lieux géométriques**, aux **relations trigonométriques** et aux **vecteurs** sont approfondis.

3. Bien que plusieurs savoirs du cours MAT-5151-1 ne sont pas couverts par le cours MAT-5161-2, comme ce dernier touche davantage de savoirs liés à la modélisation algébrique et graphique, l'adulte n'est pas tenu de suivre le cours MAT-5151-1.

Cours réussi	Cours ayant un contenu similaire	Précisions
De SN	Vers CST	La séquence CST a 8 unités et la séquence SN en a 12.
MAT-4171-2	MAT-4151-1	Les savoirs du cours MAT-4151-1 sont couverts par le cours MAT-4171-2.
MAT-4172-2	MAT-4152-1	Les savoirs du cours MAT-4152-1 sont couverts par le cours MAT-4172-2, sauf la **distribution à un caractère**.
MAT-4173-2	MAT-4153-2	Les savoirs du cours MAT-4153-2 sont couverts par le cours MAT-4173-2, sauf quelques savoirs liés aux **relations trigonométriques et métriques dans le triangle** (**projection orthogonale des cathètes sur l'hypoténuse**, **formule de Héron, aire d'un quadrilatère** et **coordonnées d'un point de partage**) et la **description des propriétés des rapports trigonométriques**.
MAT-5170-2	MAT-5150-2	Les savoirs du cours MAT-5150-2 sont couverts par le cours MAT-5170-2 sauf **les savoirs liés à la théorie des graphes et la résolution d'inéquations du 1er degré à deux variables**.
MAT-5171-2	MAT-5151-1[4]	Les savoirs prescrits du cours MAT-5171-2 sont plus nombreux que ceux du cours MAT-5151-1.
MAT-5173-2	Aucun	Il n'y a pas de cours correspondant en CST.
De SN	Vers TS	Les deux séquences ont le même nombre d'unités.
MAT-4171-2	MAT-4161-2	Les savoirs du cours MAT-4161-2 sont couverts par le cours MAT-4171-2.
MAT-4172-2	MAT-4162-2	Les savoirs du cours MAT-4162-2 sont couverts par le cours MAT-4172-2, sauf les savoirs liés aux **probabilités** et la **distribution à un caractère**.
MAT-4173-2	MAT-4163-2	Les savoirs du cours MAT-4163-2 sont couverts par le cours MAT-4173-2, sauf quelques savoirs liés aux **relations trigonométriques et métriques dans le triangle** : • **coordonnées d'un point de partage**; • **médiatrice d'un segment;** • **aires de triangles à partir d'un angle et deux côtés ou à partir de la mesure de deux angles et d'un côté**.
MAT-5170-2	MAT-5160-2	Les savoirs du cours MAT-5160-2 sont couverts par le cours MAT-5170-2.
MAT-5171-2	MAT-5161-2	Les savoirs du cours MAT-5161-2 ont été couverts par les cours MAT-4171-2 et MAT-5171-2.
MAT-5173-2	MAT-5163-2	Les savoirs du cours MAT-5163-2 sont couverts par le cours MAT-5173-2.

4. Bien que plusieurs savoirs du cours MAT-5151-1 ne sont pas couverts par le cours MAT-5171-2, comme ce dernier touche davantage de savoirs liés à la modélisation algébrique et graphique, l'adulte n'est pas tenu de suivre le cours MAT-5151-1.

Références bibliographiques

BARUK, Stella. *Dictionnaire des mathématiques élémentaires*, France, Seuil, 2003, 1360 p.

DE CHAMPLAIN, D., P. MATHIEU, P. PATENAUDE, H. TESSIER *Lexique mathématique, enseignement secondaire, deuxième édition*, Beauport, Les Éditions du Triangle d'Or, 1996.

DE SERRES Margot et coll. *Intervenir sur les langages en mathématiques et en sciences,* Mont-Royal, Modulo Éditeur, 2003, 408 p.

DE VICCHI, Gérard et Nicole CARMONA-MAGNALDI. *Faire vivre de véritables situations-problèmes*, Paris, Hachette éducation, 2002, 251 p.

JONNAERT, Philippe. *Compétences et sociocontructivisme, un cadre théorique*, Bruxelles, Éditions De Boeck Université, 2002, 106 p.

LASNIER, François, *Réussir la formation par compétences*, Montréal, Guérin, 2000, 485 p.

LEGENDRE, Renald. *Dictionnaire actuel de l'éducation*, 3e éd., Montréal, Guérin, 2005, 1554 p.

Le nouveau petit Robert : dictionnaire alphabétique et analogique de la langue française, Paris, Dictionnaires Le Robert, 2006, 2952 p.

MASON, John. *L'esprit mathématique*, Mont-Royal, Modulo Éditeur, 1994, 200 p.

QUÉBEC, MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION, DIRECTION GÉNÉRALE DES PROGRAMMES. *Mathématique, Résolution de problèmes, Orientation générale, Fascicule K,* 1988, 94 p.

QUÉBEC, MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. *Politique d'évaluation des apprentissages,* 2003, 68 p.

QUÉBEC, MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION, DU LOISIR ET DU SPORT. *Programme d'études, Mathématique 2e cycle*, 2006, 146 p.

QUÉBEC. MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION, DU LOISIR ET DU SPORT. *Progression des apprentissages au secondaire*, *Mathématique,* [En ligne], 2010. [http://www1.mels.gouv.qc.ca/progressionSecondaire/domaine_mathematique/mathematique/index.asp]

SCALLON, Gérard, *L'évaluation des apprentissages dans une approche par compétences*, Montréal, Edition du Renouveau pédagogique, 2004, 364 p.

TARDIF, Jacques. *Pour un enseignement stratégique*, Montréal, Logiques, 1992, 474 p.

TAURISSON, Alain. *Le sens des mathématiques au primaire*, Mont-Royal, Modulo Éditeur, 1999, 140 p.

Éducation,
Loisir et Sport
Québec