

6. BADANIE PRZEBIEGU FUNKCJI

Zadanie 6.1. Wyznaczyć wszystkie asymptoty funkcji

a) $y = \frac{x^2}{x+3}$ b) $y = \frac{x^3}{2x^2 - 4x - 6}$ c) $y = xe^{\frac{2}{x}}$ d) $y = \frac{e^x}{e^x - 1}$ e) $y = x \ln(1 - x^2)$
f) $y = (x-1) \ln x$ g) $y = \frac{\ln x}{x}$ h) $y = x - 2 \operatorname{arctg} x$ i) $y = \sqrt{x^2 - 1}$ j) $y = \frac{\sin x}{x}$

Zadanie 6.2. Wyznaczyć przedziały monotoniczności i ekstremum funkcji

a) $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 4}$ b) $y = e^{\frac{1}{3}x^3 - x^2}$ c) $f(x) = \ln(3x^2 + 4)$ d) $y = xe^{\frac{2}{x}}$
e) $f(x) = \frac{e^{-x}}{x^2 - 1}$ f) $y = e^{\frac{x^2}{x^2 - 4}}$ g) $f(x) = \arcsin x + 2\sqrt{1 - x^2}$ h) $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$

Zadanie 6.3. Wyznaczyć przedziały wypukłości, wklęsłości i punkty przegięcia wykresu funkcji

a) $f(x) = 2 \ln x - \ln^2 x$ b) $y = e^x(x^2 - 4)$ c) $f(x) = x^2 \ln x$
d) $f(u) = e^{\operatorname{arctg} u}$ e) $f(x) = \ln \frac{1+x}{1-x}$ f) $y = \frac{x}{\ln x}$ g) $f(x) = \sqrt[3]{x}$

Zadanie 6.4. Wyznaczyć przedział, na którym funkcja

a) $f(x) = xe^{-x}$ jest jednocześnie malejąca i wypukła
b) $f(x) = x + \operatorname{arctg} x$ jest jednocześnie rosnąca i wklęsła
c) $f(x) = 2x^2 - \ln x$ jest jednocześnie rosnąca i wypukła

Zadanie 6.5. Wykazać, że funkcja $f(x) = \operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$ jest stała w swojej dziedzinie