5. POCHODNA FUNKCJI

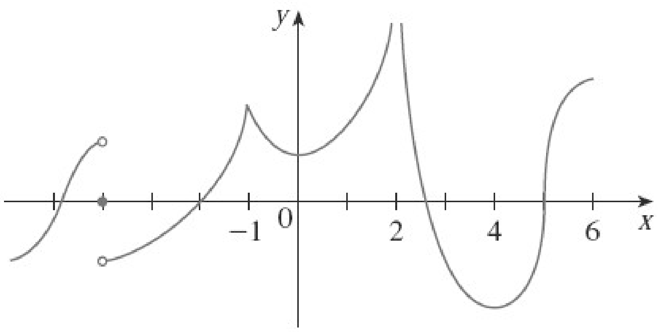
Zadanie 5.1. Na podstawie definicji zbadać czy funkcja

a) $f(x)=\begin{cases} x^2+x+1 & \text{dla } x\ge 1 \\ 3x^2 & \text{dla } x<1 \end{cases}$ **b)** $f(x)=|x-1|$

ma pochodną (jest różniczkowalna) w punkcie $x_0=1$.

Zadanie 5.2. Zbadać ciągłość oraz istnienie pochodnej funkcji $f(x)=\begin{cases} x\,arctg\dfrac{1}{x} & \text{dla } x\ne 0 \\ 0 & \text{dla } x=0 \end{cases}$ w punkcie $x_0=0$.

Zadanie 5.3. Dany jest wykres funkcji. Określić czy funkcja jest różniczkowalna w podanych punktach $x=-4,\ x=-1,\ x=2,\ x=4$.



Zadanie 5.4. Obliczyć pochodne funkcji

a) $y=\frac{2}{5}x^5+\sqrt[5]{x^3}+\frac{2}{x^5}$ **b)** $y=\frac{3}{x^3\sqrt{x}}$ **c)** $V(r)=\frac{4}{3}\pi r^3$ **d)** $z(y)=\frac{A}{y^6}+Be^y$

e) $y=\sqrt{x}\cos x$ **f)** $y=\frac{\sin x}{1+2x^2}$ **g)** $y=(3+3x)^{2017}$ **h)** $y=2\sin 2x+\sin^2 x+\sin x^2$

i) $y=\ln^2 2x+3e^{\mathrm{arctg}3x}$ **j)** $z=\arcsin\frac{1}{x-1}$ **k)** $t=\left(ctg3x+\frac{4}{x}\right)^{13}$ **l)** $f(x)=(x^3+\sqrt{a})\cdot e^{-x}$

ł) $v=x^4+4^x+4x^x$ **m)** $\frac{d}{dx}\ln\frac{x+3}{\sqrt{x-1}}$ **n)** $\frac{d}{dx}x^{\sin x}$

Zadanie 5.5. Wyznaczyć równanie stycznej do krzywej w punkcie P

a) $y = x\sqrt{x}$ P=(1,1) **b)** $f(x) = arctgx^2$ P=(0,f(0)) **c)** $f(x) = e^{-x^2}$ P=(1,e^{-1})

d) $f(x) = \arcsin\frac{1-x}{2}$ w punkcie przecięcia się z osią OX.

Zadanie 5.6. Obliczyć granice stosując regułę de L'Hospitala

a) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\ln(1+x)}{2x}$ **b)** $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x}$ **c)** $\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\ln\sin x}{\ln\sin 2x}$ **d)** $\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{e^x - e^{-x}}{\ln\cos x}$ **e)** $\lim\limits_{x\to\pi}\left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\pi - x}\right)$

f) $\lim\limits_{x\to 1^+}\left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x}\right)$ **g)** $\lim\limits_{x\to 1^+}(x-1)\ln(x-1)$ **h)** $\lim\limits_{x\to 0^+} x^{\sin x}$ **i)** $\lim\limits_{x\to\infty}(\ln x)^{\frac{1}{x}}$ **j)** $\lim\limits_{x\to\infty} x(\pi - 2arctgx)$

Zadanie 5.7. Dobierając odpowiednią funkcję $f(x)$ i korzystając z pojęcia różniczki, obliczyć przybliżoną wartość wyrażenia

a) $\sin 1{,}58$ **b)** $\mathrm{arcctg} 0{,}03$ **c)** $(2{,}001)^5$ **d)** $\sqrt{0{,}98}\ln 0{,}98$