

Структуры данных. Куча



НЕФЕДОВА ЕКАТЕРИНА

Определение



Куча – это структура данных типа дерево, которая удовлетворяет свойству кучи: если узел В является потомком узла А, то $\text{ключ}(A) \geq \text{ключ}(B)$ – max-куча (или \leq – min-куча)



Дерево является кучей, если:

1. Каждый родитель больше (меньше) своих потомков, т.о. корень дерева максимальный (минимальный) элемент.
2. Все слои дерева заполнены полностью, за исключением последнего слоя, т.е. дерево должно быть квазиполным.

Интерфейс



Heap { //max-куча

SiftUp – просеивание вверх

SiftDown – просеивание вниз

add – добавление в конец + SiftUp

getMax – получить максимум

extractMax – извлечение максимума: замена на последний элемент + SiftDown

increaseKey – увеличение ключа + SiftUp (обновление ключа, замена на новый не меньше исходного)

delete - increaseKey до корня + extractMax

}

Сложность операций



SiftUp	$O(\log N)$
SiftDown	$O(\log N)$
add	$O(\log N)$
getMax	1
extractMax	$O(\log N)$
increaseKey	$O(\log N)$
delete	$O(\log N)$

Биномиальная куча



Биномиальная куча – это множество биномиальных деревьев, которые удовлетворяют следующим свойствам:

1. Каждое дерево является кучей
2. Для любого целого $k \geq 0$ существует не более одного дерева со степенью k

Куча является сливаемой, т.е. существует операция merge.

Сложность операций



SiftUp	$O(\log N)$
SiftDown	$O(\log N)$
add	$O(\log N)$
getMax	$O(\log N)$
extractMax	$O(\log N)$
increaseKey	$O(\log N)$
delete	$O(\log N)$
merge	$O(\log N)$

Биномиальные деревья



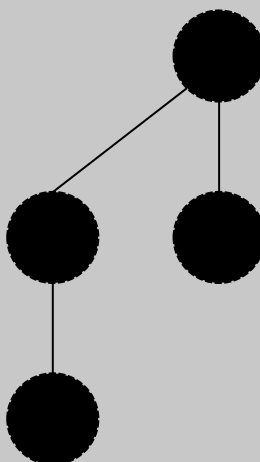
B_0



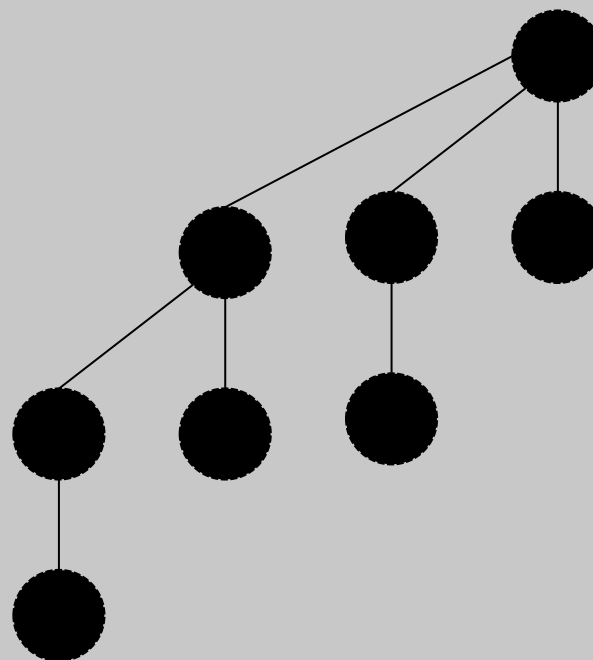
B_1



B_2



B_3



Особенности



- Head -> список корней биномиальных деревьев, упорядоченные по степеням.
- Слияние двух куч – объединение списков корней, восстановление свойств кучи.
- Добавление нового элемента – создание кучи, состоящей из одного элемента, и слияние с исходной.
- Удаление max/min – разделение на 2 кучи (исходная без дерева, содержащего элемент, новая – поддеревья, удаляемого элемента), затем их сливаем.

Фибоначчиева куча



Фибоначчиева куча – это структура данных, которая представляет собой набор деревьев, упорядоченных в соответствии со свойством неубывающей пирамиды.

Деревья могут иметь различные степени.

Максимальная степень $D(n)$ узла в фибоначчиевой куче из n элементов: $D(n) \leq \log n$.

Сложность операций



SiftUp	$O(\log N)$
SiftDown	$O(\log N)$
add	1
getMax	1
extractMax	$O(\log N)$
increaseKey	1
delete	$O(\log N)$
merge	1

Особенности



- Head -> минимальный/максимальный элемент в списке корней деревьев
- Добавление элемента – добавление в список корней
- Слияние куч – объединение списков корней, поправка head
- Удаление min/max – поддеревья, удаляемого элемента, объединяются с исходным списком корней, выполняется уплотнение, поправка на head
- Уплотнение – приведение фибоначчиевой кучи к виду, где все деревья имеют разные степени. Если 2 дерева имеют одинаковые степени, они объединяются.