东北林业大学

2015－2016 学年第 1 学期 阶段考试试题

得分	

一、填空题（本大题共 8 小题，每空 2 分，总计 20 分）

1、排列$1,3,5,7,2,4,6,8$的逆序数是多少：__________________________；

2、行列式$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \end{vmatrix}=$________；$A=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$，则$A^{100}=$ __________；

3、设$|A_{3\times3}|=5$，则$|2A|=$_______；设$|B_{n\times n}|=2$，$|C_{n\times n}|=3$，则$|BC^{-1}|=$______；

4、设方阵A满足$A^2-A-2E=0$，则$A^{-1}=$____________________________；

5、设$a_1a_2\cdots a_n\neq0$，则$\begin{pmatrix} a_1 & & & \\ & a_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & a_n \end{pmatrix}^{-1}=$__________________________；

6、设A和B分别是m阶和n阶矩阵，令$P=\begin{pmatrix} 0 & A \\ B & 0 \end{pmatrix}$，则$P^T=$______________；

7、齐次线性方程组$\begin{cases} \lambda x_1-x_2=0 \\ (2\lambda+1)x_1+\lambda x_2=0 \end{cases}$有非零解，参数$\lambda$应满足：__________；

8、行列式$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}=$__________________。

得分	

二、证明题（本大题共 2 小题，每小题 10 分，总计 20 分）

1、设A,B都是n阶矩阵，且A是对称阵，$P=B^TAB$，（1）证明P是对称阵；（2）证明P^2是对称阵；（3）令$f(x)=x^2+x-2$，证明$f(P)$是对称阵。

2、设$n\left(n\geq 2\right)$阶方阵A可逆，

（1）证明其伴随矩阵A^*也可逆；（2）如果$A^*=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$，求$A$。

得分	

三、计算题（本大题共 4 小题，每小题 15 分，总计 60 分）

1、设$D_n=\begin{vmatrix}x & a & \cdots & a\\ a & x & \cdots & a\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ a & a & \cdots & x\end{vmatrix}$，（1）求$D_n$的值；（2）令$a=2$，求$D_n=0$的根。

2、设$D=\begin{vmatrix}1 & 1 & 1 & 1\\ 2 & -1 & 1 & 4\\ 4 & 1 & 1 & 16\\ 8 & -1 & 1 & 64\end{vmatrix}$，（1）求$D$的值；（2）求$2A_{41}+2A_{42}+2A_{43}+A_{44}$的值。

3、设$A=\begin{pmatrix}3 & 4 & 0 & 0\\ 4 & -3 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 5 & 1\end{pmatrix}$，（1）求$|A|$；（2）求$A^{-1}$；（3）求$A^2$及$A^{2n}$。

4、设$P=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 1 & 4\end{pmatrix},\Lambda=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 2\end{pmatrix}$，$AP=P\Lambda$，（1）求$P^{-1}$；（2）求$A$；（3）求$A^n$。