

课程名称:

班级:

学号

☐
☐
☐
☐
☐
☐
☐
☐
☐
☐
 姓名:

东北林业大学

2015—2016 学年第一学期阶段考试试题考试科目: 高等数学A1 (1)试卷总分: 100分考试时间: 90分钟占总评比例: 20 %

题号	一	二	三	四	卷面分
得分					
评卷教师					

装

得分	
----	--

 一、填空题(本大题共 5 小题, 每小题 4 分, 总计 20 分)
1、已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $[0, \frac{\pi}{4}]$, 则 $f(\arctan x)$ 的定义域为_____.2、已知 $\lim_{x \rightarrow 2} x^2 = 4$, 那么 $\delta =$ _____, 当 $|x - 2| < \delta$ 时, $|x^2 - 4| < 0.001$.3、计算 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} =$ _____, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} =$ _____.4、计算 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x =$ _____, $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{\frac{1}{x}} =$ _____.5、 $x = 0$ 是 $f(x) = \frac{\sin x}{|x|}$ 的_____间断点.答案: 1、 $[0, 1]$ 2、0.0002 3、0, 1 4、 e , e 5、跳跃

订

得分	
----	--

 二、单选题(本大题共 5 小题, 每小题 4 分, 总计 20 分)

线

1、下列函数中与 $f(x) = 2x$ 为同一个函数的是 ().A、 $e^{\ln 2x}$; B、 $\ln e^{2x}$; C、 $\sin(\arcsin 2x)$; D、 $\arcsin(\sin 2x)$.

2、下列各式中极限存在的是 ().

A、 $\lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{1}{x}}$; B、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2^x - 1}$; C、 $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin x$; D、 $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x}$.3、当 $x \rightarrow 0$ 时, 下列无穷小量中, 阶数最低的无穷小是 ().A、 $\ln \cos x$; B、 $\sqrt{1+x^2} - 1$; C、 $\tan x - \sin x$; D、 $e^x - e^{-x}$.

4、若函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + a, & x \geq 1 \\ \cos \pi x, & x < 1 \end{cases}$ 在 $x=1$ 连续, 则 a 的值为 ().

A、0; B、1; C、-1; D、-2.

5、设 $f(x)$ 和 $\varphi(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内有定义, $f(x)$ 为连续函数, 且 $f(x) \neq 0$, $\varphi(x)$ 有间断点, 则 ().

A、 $\varphi[f(x)]$ 必有间断点; B、 $[\varphi(x)]^2$ 必有间断点;

C、 $f[\varphi(x)]$ 必有间断点; D、 $\frac{\varphi(x)}{f(x)}$ 必有间断点.

答案: B D D D D

得分	
----	--

 三、求极限 (本大题共 5 小题, 每小题 8 分, 总计 40 分)

$$\begin{aligned} 1、\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+3} - \sqrt{n})\sqrt{n} \\ = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$2、\lim_{n \rightarrow +\infty} n \left(\frac{1}{n^2+1} + \frac{1}{n^2+2} + \cdots + \frac{1}{n^2+n} \right)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\frac{1}{n^2+1} + \frac{1}{n^2+2} + \cdots + \frac{1}{n^2+n} \right) = 1$$

东北林业大学
2015—2016 学年第一学期阶段考试试题

3、 $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{2x}{x^2 + 1}$
 $= 2$

4、 $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - x^2)^{\csc^2 x}$
 $= e^{-1}$

5、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin(e^{x^2} - 1)}{\ln(\cos^2 x)}$
 $= -1$

课程名称：

班级：

学号

☐
☐
☐
☐
☐
☐
☐
☐
☐
☐

姓名：

装

订

线

得分	
----	--

四、证明题（本大题共 2 小题，每小题 10 分，总计 20 分）

1、利用极限定义，证明： $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1+x^3}{2x^3} = \frac{1}{2}$.

证明： $\forall \varepsilon > 0$ ， $\left| \frac{1+x^3}{2x^3} - \frac{1}{2} \right| = \frac{1}{2|x|^3} < \varepsilon$ ，得 $|x| > \frac{1}{\sqrt[3]{2\varepsilon}}$

取 $X = \frac{1}{\sqrt[3]{2\varepsilon}} > 0$ ，当 $|x| > X$ 时， $\left| \frac{1+x^3}{2x^3} - \frac{1}{2} \right| < \varepsilon$ 。得证

2、证明：方程 $x^3 + 2 \arctan x = 1$ 在 $(0,1)$ 内至少有一个根.

证明：设 $f(x) = x^3 + 2 \arctan x - 1$ ，则 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续，

$$\text{且 } f(0) = -1 < 0, \quad f(1) = \frac{\pi}{4} > 0,$$

则由零点存在定理，在 $(0,1)$ 内至少存在一点 c ，使得 $f(c) = 0$ ，得证。