课程名称：线性代数　　班级　　学号□□□□□□□□□□　　姓名：

装　订　线

东北林业大学
2016－2017 学年第 1 学期 期末考试试题

考试科目： 线性代数　　　　**试卷总分：** 100 分

考试时间： 120 分钟　　　　**占总评比例：** 50 %

题号	一	二	三	四	卷面分
得分					
评卷教师					

得分	

一、填空题（本大题共 5 小题，每小题 2 分，合计 10 分）

1、设 3 阶方阵 A 的特征值为 $1,2,3$，则 $\left|A^3-5A^2+7A\right|=$________；

2、设向量组 $\alpha_1=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix},\alpha_2=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix},\alpha_3=\begin{pmatrix}1\\2\\t\end{pmatrix}$ 线性相关，则 $t=$________；

3、设 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 是 R^3 的一个规范正交基，$\beta_1=\alpha_1-2\alpha_2+3\alpha_3$，$\beta_2=2\alpha_1+3\alpha_2+\alpha_3$，

则内积 $[\beta_1,\beta_2]=$________；

4、设 A 为 n 阶正交阵，则 A 的行列式 $|A|=$________；

5、设 A 为 n 阶方阵，且满足 $A^2+2A=E_n$，则 $R(A+2E_n)=$ ________。

得分	

二、选择题（本大题共 5 小题，每小题 2 分，合计 10 分）

1、已知矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&1&1\\2&3&4\\3&4&5\end{pmatrix},B=\begin{pmatrix}2&3&4\\1&1&1\\4&5&6\end{pmatrix},P_1=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\1&0&1\end{pmatrix},P_2=\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}$,

则 $B=$（　　　）.

A） P_1P_2A； B）AP_2P_1； C）AP_1P_2； D）P_2P_1A。

2、下列结论<u>正确</u>的是（　　　）.

A）若向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性相关，则 α_1 可表示为其余向量的线性组合；

B）若向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 中任意一个向量都可由其余向量线性表示，则 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性相关；

开课学院：理学院　　　　教研室主任（专业负责人）：王文龙

C）若向量组$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 中任意两个向量线性无关, 则$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性无关;

D）若向量组$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性相关，则$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$中任意一个向量都可由其余向量线性表示.

3、A是n阶方阵，λ和μ是矩阵A的两个特征值，x与y分别是对应于特征值λ与μ的特征向量，则下列结论**正确**的是（　　）

A) 若$\lambda=\mu$，则x与y对应成比例;

B) 若$\lambda\neq\mu$，且$\lambda+\mu$也是A的特征值，则其对应的特征向量是$x+y$;

C) 若$\lambda\neq\mu$，则$x+y$不可能是A的特征向量;

D) 若$\lambda=0$，则x为零向量。

4、设A为3阶方阵, $R(A)=1$, A^*为A的伴随矩阵，则下面结论**正确**的是（　　　）.

A) $R(A^*)=0$;　B) $R(A^*)=2$;　C) $R(A^*)=1$;　D）$R(A^*)=3$。

5、设A为$m\times n$矩阵, $Ax=0$是非齐次线性方程组$Ax=\beta$所对应的齐次线性方程组，则下列结论**正确**的是（　　　）.

A) 若$Ax=0$只有零解，则$Ax=\beta$有唯一解;

B) 若$Ax=\beta$有无限多个解，则$Ax=0$只有零解;

C) 若$Ax=\beta$有无限多个解，则$Ax=0$有非零解;

D）若$Ax=0$有非零解，则$Ax=\beta$有无限多个解。

得分	

三、证明题（本大题共 4 小题，每小题 10 分，合计 40 分）

1、 设向量β可由向量$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性表示, 证明此表示法唯一的充要条件是$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性无关。

2、设$\begin{cases}\beta_1= \quad\quad \alpha_2+\alpha_3+\cdots+\alpha_n \\ \beta_2=\alpha_1 \quad\quad +\alpha_3+\cdots+\alpha_n \\ \quad\quad\cdots \\ \beta_n=\alpha_1+\alpha_2+\cdots+\alpha_{n-1}\end{cases}$，证明:向量组$\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_n$与$\beta_1,\beta_2,\ldots,\beta_n$等价。

3、设 $A=\alpha\alpha^T+\beta\beta^T$，这里 α 与 β 都是 n 维列向量,

（1）证明: $R(A)\le 2$； （2） 当 α 与 β 线性相关时，证明: $R(A)\le 1$。

4、设 A 与 B 都是 n 阶方阵, 证明：矩阵 AB 与 矩阵 BA 有相同的特征值。

得分	

四、计算题（本大题共 4 小题，每小题 10 分，合计 40 分）

1、设 $\alpha_1=(1,1,1)^T$，$\alpha_2=(1,2,3)^T$，$\alpha_3=(1,4,9)^T$，

（1）证明：$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 为 R^3 的一个基；（2）把 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 施密特正交化，然后再单位化。

2、求非齐次方程组 $\begin{cases} x_1-5x_2+2x_3-3x_4=11 \\ 5x_1+3x_2+6x_3-x_4=-1 \\ 2x_1+4x_2+2x_3+x_4=-6 \end{cases}$ 的通解。

3、已知向量组 $\alpha_1=\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix},\alpha_2=\begin{pmatrix}2\\1\\3\end{pmatrix},\alpha_3=\begin{pmatrix}3\\1\\4\end{pmatrix},\alpha_4=\begin{pmatrix}0\\2\\0\end{pmatrix},\alpha_5=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$,

（1）求该向量组的秩及其一个最大无关组；

（2）把该向量组中的其余向量用（1）中选定的最大无关组线性表示。

4、设 $A=\begin{pmatrix}-1&1&0\\-4&3&0\\1&0&2\end{pmatrix}$，求矩阵 A 的特征值和特征向量。