课程名称：线性代数　　班级　　学号□□□□□□□□□□　　姓名：

装　订　线

东北林业大学
2016－2017 学年第 1 学期 期末考试试题

考试科目： 线性代数　　　　**试卷总分：** 100 分

考试时间： 120 分钟　　　　**占总评比例：** %

题号	一	二	三	卷面分
得分				
评卷教师				

得分	

一、填空题（本大题共 5 小题，每小题 2 分，合计 10 分）

1、设 $A=\begin{pmatrix}1 & -2 & 1\end{pmatrix}^T$ 且 $B=AA^T$，则 $B^{2017}=$ ________________；

2、设向量组 $\alpha_1=\begin{pmatrix}1\\-3\\-3\end{pmatrix},\alpha_2=\begin{pmatrix}1\\t\\-3\end{pmatrix},\alpha_2=\begin{pmatrix}1\\6\\t\end{pmatrix}$ 线性相关，则 $t=$ ________；

3、设 A 为 4×5 矩阵，且 $R(A)=3$，则齐次线性方程 $Ax=0$ 解空间的维数为 _______；

4、设 A 为 3 阶矩阵，$|A|=\dfrac{1}{2}$，则 $\left|(2A)^{-1}-5A^*\right|=$ ____________；

5、设 A 为 3 阶方阵且 $R(A)=2$，则 A 的伴随矩阵的秩 $R(A^*)=$ _______。

得分	

二、证明题（本大题共 3 小题，每小题 10 分，合计 30 分）

1、令 A 是 n 阶可逆矩阵，A^* 为其伴随矩阵，证明：A^* 也可逆且 $(A^*)^{-1}=(A^{-1})^*$；

2、令 $A^2=E_n$，证明 $R(A+E_n)+R(A-E_n)=n$。

3、设向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性相关，向量组 $\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 线性无关，证明：

（1）α_1 能由 α_2,α_3 线性表示并且表示法唯一；

（2）α_4 不能由 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性表示。

开课学院：理学院　　　　教研室主任（专业负责人）：王文龙

课程名称：线性代数　班级　学号□□□□□□□□□□　姓名：

装　订　线

得分	

三、计算题（本大题共 4 小题，每小题 15 分，合计 60 分）

1、 设 n 阶行列式 $D_n=\begin{vmatrix}5&1&1&1\\1&4&1&1\\1&1&3&1\\1&1&1&2\end{vmatrix}$；

（1）计算 D_n 的值；

（2）求 D_n 第二列元素代数余子式的和：$A_{12}+A_{22}+A_{32}+A_{42}$；

2、设 4 元非齐次线性方程组 $\begin{cases}x_1+x_2=5\\2x_1+x_2+x_3+2x_4=1\\5x_1+3x_2+2x_3+2x_4=3\end{cases}$，

（1）写出该线性方程组所对应的齐次线性方程组的基础解系；

（2）写出该线性方程组的一个特解；

（3）写出该线性方程组的通解。

3、设

$$\alpha_1=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix},\alpha_2=\begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix},\alpha_3=\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix},\beta_1=\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix},\beta_2=\begin{pmatrix}2\\3\\4\end{pmatrix},\beta_3=\begin{pmatrix}3\\4\\3\end{pmatrix},$$

（1）证明：$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 与 β_1,β_2,β_3 都为三维实向量空间 $\mathbb{R}^3$ 的基；

（2）求 α_1,α_2 在基 β_1,β_2,β_3 中的坐标；

（3）求由基 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 到基 β_1,β_2,β_3 的过渡矩阵。

4、设 $A=\begin{pmatrix}-2&1&1\\0&2&0\\-4&1&3\end{pmatrix}$，

（1）求矩阵 A 的特征值和特征向量。

（2）若一元多项式 $f(x)=x^2-3x+4$，求行列式 $|f(A)|$。

2017 年 5 月 20 日