

东北林业大学

2017—2018 学年第一学期期末考试试题 B考试科目： 概率论与数理统计试卷总分： 100 分考试时间： 120 分钟占总评比例： 40%

装

订

线

题号	一	二	三	四	卷面分
得分					
评卷教师					

得分	
----	--

一、选择题（每个小题四个备选答案中只有一个正确答案）（本大题共 5 小题，每小题 3 分，总计 15 分）

1、设随机变量 $X \sim N(-1, 1)$ ，则使 $P(X > a) = P(X < a)$ 成立的 $a =$ _____；

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) -1

2、某人向同一目标独立重复射击，每次击中目标的概率为 $\frac{1}{4}$ ，则此人第 3 次射击恰好是第 2 次命中目标的概率为 _____；

- (A) $\frac{3}{32}$ (B) $\frac{3}{8}$ (C) $\frac{3}{64}$ (D) $\frac{3}{16}$

3、设 (X_1, X_2, \dots, X_n) 是来自总体 $X \sim U(0, \lambda)$ 的样本 (λ 未知)，则 _____；

- (A) $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i - \frac{\lambda}{2}$ 是一个统计量 (B) $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i - EX$ 是一个统计量
- (C) $X_1 + X_2$ 是一个统计量 (D) $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2 - DX$ 是一个统计量

4、设 (X_1, X_2, \dots, X_n) 是来自正态总体的一个简单随机样本， \bar{X} 为样本平均值，则下列结论中错误的是 _____；

- (A) \bar{X} 与 $\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ 独立 (B) X_i 与 X_j 独立 (当 $i \neq j$)

- (C) $\sum_{i=1}^n X_i$ 与 $\sum_{i=1}^n X_i^2$ 独立 (D) X_i 与 X_j^2 独立 (当 $i \neq j$)

5、设随机变量 X 与 Y 满足 $E(XY) = EX \cdot EY$, 则下列不正确的是_____;

- (A) $Cov(X, Y) = 0$ (B) X 与 Y 相互独立
(C) $\rho_{XY} = 0$ (D) $D(2X - Y) = 4DX + DY$

得分	
----	--

二、填空题 (本大题共 5 小题, 每小题 3 分, 总计 15 分)

1、设随机变量 X 的全部可能取值为 0、1、2, 已知 $P(\xi = 1) = 0.3$, $P(\xi = 2) = 0.1$,

$F(x)$ 是 ξ 的分布函数, 则当 $0 \leq x < 1$ 时, $F(x) =$ _____;

2、已知连续型二维随机变量 (X, Y) 的联合分布函数为 $F(x, y)$, 则其联合概率密度函数

$f(x, y) =$ _____;

3、设 (X_1, \dots, X_9) 是来自总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的简单随机样本, S^2 是样本方差, 则

$DS^2 =$ _____;

4、设总体 X 服从标准正态分布, (X_1, X_2, \dots, X_n) 为取自 X 的样本, 则

$\frac{\left(\frac{n}{3} - 1\right) \sum_{i=1}^3 X_i^2}{\sum_{i=4}^n X_i^2} \sim$ _____;

5、从一批零件中随机抽取 10 个, 测得其直径与标准尺寸间的偏差(单位:毫米)分别为 2,

1, -2, 3, 2, 4, -2, 5, 3, 4, 记零件直径尺寸的偏差为 X , 且 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 则直径均值 μ 的置信度为 0.95 的置信区间为_____。(题目用到的分位数在试卷的第 6 页)

东北林业大学
2017—2018 学年第一学期期末考试试题 B

得分	
----	--

 三、计算题（每问 7 分，共 63 分）

1、设某种电子管的使用寿命服从正态分布, 从中随机抽取 15 个进行检验, 平均使用寿命为 195 小时, 标准差 S 为 300 小时, 求整批电子管使用寿命的方差 σ^2 的置信度为 95% 的置信区间。（题目用到的分位数在试卷的第 6 页）

2、比较成年男女红细胞数的差别, 抽查正常男子 36 名, 女子 26 名, 测得男性的样本均值和样本方差是 465.13 及 54.80^2 ; 女性的样本均值和样本方差是 422.16 及 49.30^2 (单位: 万/ mm^3)。假定血液中细胞数服从正态分布, 问: (1) 男女红细胞数目的不均匀性是否一致, 即问两个正态总体的方差是否相同? (2) 性别对红细胞数有无影响, 即问两个正态总体的均值是否相同? ($\alpha = 0.05$) (题目用到的分位数在试卷的第 6 页)

3、设总体 X 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1 \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arcsin x, & -1 < x < 1 \\ 1, & x \geq 1 \end{cases}$, (X_1, X_2, \dots, X_n) 为

来自该总体的简单随机样本, 令 $Y = \min\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$, 求: (1) X 的概率密度函数;
(2) Y 的概率密度函数。

4、设离散型二维随机变量 (X, Y) 的分布律为:

$X \backslash Y$	-1	0	1
0	0.1	0.2	a
1	0.2	0.1	b

且 $EX = 0.4$, 求: (1) 常数 a, b ; (2) 协方差 $\text{cov}(X, Y)$ 。

东北林业大学
2017—2018 学年第一学期期末考试试题 B

5、设总体 X 的概率密度函数为：

$$f(x, \theta) = \begin{cases} \frac{\theta^k}{(k-1)!} x^{k-1} e^{-\theta x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

其中 k 为已知的正整数。 (X_1, X_2, \dots, X_n) 为取自 X 的样本，求未知参数 θ 的矩估计量与最大似然估计量。

课程名称：概率论与数理统计
班级：

装

订

学号
☐
☐
☐
☐
☐
☐
☐
☐
☐
☐
姓名

线

得分	
----	--

四、证明题（本题共 7 分）

设 (X_1, X_2, \dots, X_n) 为来自总体 $N(\mu, \mu)$ 的一个样本，其中未知参数 $\mu > 0$ ， \bar{X} 是样本均值， S^2 是样本方差，证明：对于任一 $\alpha (0 \leq \alpha \leq 1)$ ， $\alpha \bar{X} + (1 - \alpha)S^2$ 是 μ 的无偏估计量和一致估计量。

附表： $t_{0.025}(9) = 2.262$ ， $t_{0.025}(60) = 1.96$ ， $\chi_{0.975}^2(14) = 5.629$ ， $\chi_{0.975}^2(15) = 6.262$ ，
 $\chi_{0.025}^2(14) = 26.119$ ， $\chi_{0.025}^2(15) = 27.488$ ， $F_{0.025}(25, 35) = 2.07$ ， $F_{0.025}(35, 25) = 2.18$