

东北林业大学课程考试答案评分标准

课程名称: 线性代数 学分: 教学大纲编号:
 试卷编号: 考试方式: 笔试 考试时间: 90 分钟

一、填空题 (本大题共 8 小题, 每空 2 分, 总计 20 分)

1、 6; 2、 -24, $6^{99} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$; 3、 40, $\frac{2}{3}$;

4、 $\frac{A-E}{2}$; 5、 $\begin{pmatrix} a_1^{-1} & & \\ & a_2^{-1} & \\ & & \ddots \\ & & & a_n^{-1} \end{pmatrix}$; 6、 $\begin{pmatrix} 0 & B^T \\ A^T & 0 \end{pmatrix}$;

7、 $\lambda = -1$; 8、 16

二、证明题 (本大题共 2 小题, 每小题 10 分, 总计 20 分)

1、 (1) 由 $A^T = A$, 故 $P^T = (B^T AB)^T = B^T A^T (B^T)^T = B^T AB = P$ 5 分

(2) $(P^2)^T = (PP)^T = P^T P^T = PP = P^2$ 8 分

(3) $f(P) = P^2 + P - 2E$,

$f(P)^T = (P^2)^T + P^T - (2E)^T = (P^2 + P - 2E) = f(P)$ 10 分

2、 (1) $AA^* = |A|E_n$, 所以 $|A^*| = |A|^{n-1} \neq 0$, 故 A^* 可逆;8 分

(2) $A = |A|(A^*)^{-1}$, 由 $|A^*| = -2$, 得 $|A| = -2$,

从而 $A = -2(A^*)^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$ 10 分

三、计算题 (本大题共 4 小题, 每小题 15 分, 总计 60 分)

(1) D_n 所有列加到第 1 列
$$\begin{vmatrix} x+(n-1)a & a & \cdots & a \\ x+(n-1)a & x & \cdots & a \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x+(n-1)a & a & \cdots & x \end{vmatrix}$$

$$= [x+(n-1)a] \begin{vmatrix} 1 & 0 & \cdots \\ 1 & x-a & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & \cdots & x-a \end{vmatrix} = [x+(n-1)a](x-a)^{n-1} \dots 10 \text{ 分}$$

(2) 当 $n=1$ 时, $D_n = x = 0 \Rightarrow x = 0$ 12 分

当 $n>1$ 时, $D_n = [x+2(n-1)](x-2)^{n-1} = 0$

$\Rightarrow x = -2(n-1)$ 或 $x = 2$ 15 分

2、 (1) 此行列式为范德蒙行列式, 所以

$D = (4-2)(4+1)(4-1)(1-2)(1+1)(-1-2) = 180$...10 分

课程名称: 线性代数 学分: 3 教学大纲编号: 1001
 试卷编号: 1001 考试方式: 笔试 考试时间: 90 分钟

$$(2) 2A_{41} + 2A_{42} + 2A_{43} + A_{44} = -A_{44}$$

$$= - \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 4 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -(1-2)(1+1)(-1-2) = -6 \quad \dots 15 \text{ 分}$$

$$3、(1) |A| = \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 4 & -3 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} = -25 \quad \dots \dots \dots 8 \text{ 分}$$

$$(2) A^{-1} = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}^{-1} & \\ & \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3}{25} & \frac{4}{25} & 0 & 0 \\ \frac{4}{25} & \frac{-3}{25} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 1 \end{pmatrix} \quad \dots 10 \text{ 分}$$

$$(3) A^2 = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}^2 & \\ & \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 25 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 25 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 1 \end{pmatrix} \quad \dots 13 \text{ 分}$$

$$A^{2n} = \begin{pmatrix} 25 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 25 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 10n & 1 \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} 25^n & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 25^n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 10n & 1 \end{pmatrix} \quad \dots 15 \text{ 分}$$

$$4、(1) |P| = 2, P^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad \dots \dots \dots 8 \text{ 分}$$

$$(2) A = P \Lambda P^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \quad \dots \dots \dots 12 \text{ 分}$$

$$(3) A = P \Lambda^n P^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 4-2^{n+1} & 2^{n+1}-2 \\ 4-2^{n+2} & 2^{n+2}-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-2^n & 2^n-1 \\ 2-2^{n+1} & 2^{n+1}-1 \end{pmatrix} \quad \dots \dots \dots 15 \text{ 分}$$