

装

订

线

## 东北林业大学

## 2016—2017 学年第二学期期末考试试题

考试科目：概率论与数理统计

试卷总分：100 分

考试时间：120 分钟

占总评比例：40%

题号	一	二	三	卷面分
得分				
评卷教师				

得分   一、选择题（每个小题四个备选答案中只有一个正确答案）（本大题共 5 小题，每小题 3 分，总计 15 分）

1、假设一批产品中一、二、三等品各占 60%，30%，10%，从中任意取出一件，结果不是三等品，则取到的是一等品的概率为\_\_\_\_\_；

- (A)  $\frac{1}{3}$       (B)  $\frac{2}{5}$       (C)  $\frac{3}{5}$       (D)  $\frac{2}{3}$

2、设  $A, B$  为两个随机事件，且  $A \subset B$ ， $0 < P(A) < 1$ ，则\_\_\_\_\_；

- (A)  $P(\overline{AB}) = 1 - P(B)$       (B)  $P(\overline{A} \overline{B}) = 1 - P(B)$   
(C)  $P(B|A) = P(B)$       (D)  $P(B|\overline{A}) = P(B)$

3、设连续型随机变量  $X$  的概率密度函数为  $f(x) = \begin{cases} ae^{-2x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$ ，则常数  $a$  的值为\_\_\_\_\_；

- (A) 2      (B) 1      (C)  $\frac{1}{2}$       (D) -2

4、设  $X_1, X_2, X_3$  是来自总体  $N(0, \sigma^2)$  ( $\sigma > 0$ ) 的简单随机样本，则统计量  $S = \frac{X_1 - X_2}{\sqrt{2}|X_3|}$

服从的分布为\_\_\_\_\_；

- (A)  $F(1,1)$       (B)  $F(2,1)$       (C)  $t(1)$       (D)  $t(2)$

5、设  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  ( $n \geq 2$ ) 为来自总体  $N(\mu, 1)$  的简单随机样本， $\bar{X}$  是样本均值，则下列结论中错误的是\_\_\_\_\_；

- (A)  $\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2$  服从  $\chi^2$  分布      (B)  $2(X_n - X_1)^2$  服从  $\chi^2$  分布

- (C)  $\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$  服从  $\chi^2$  分布      (D)  $n(\bar{X} - \mu)^2$  服从  $\chi^2$  分布

得分	
----	--

## 二、填空题 (本大题共 5 小题, 每小题 3 分, 总计 15 分)

1、设随机变量  $\xi \sim N(4, 9)$ , 已知  $\Phi(0.653) = 0.7422$ ,  $\Phi(1.96) = 0.9750$ , 则

$$P(4 < \xi < 9.88) = \underline{\hspace{2cm}};$$

2、设  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  为来自总体  $N(\mu, 2^2)$  的简单随机样本, 样本均值  $\bar{x} = 9.5$ , 参数  $\mu$  的置信度为 0.95 的双侧置信区间的置信上限为 10.8, 则  $\mu$  的置信度为 0.95 的双侧置信区间为  $\underline{\hspace{2cm}}$ ;

3、设  $(X_1, X_2, \dots, X_8)$  是来自总体  $X \sim N(0, \sigma^2)$  的样本, 则  $\frac{\sum_{i=1}^4 X_i^2}{\sum_{j=5}^8 X_j^2} \sim \underline{\hspace{2cm}};$

4、设随机变量  $X \sim N(0, 4)$ , 则  $DX^2 = \underline{\hspace{2cm}};$

5、设随机变量  $X$  与  $Y$  相互独立,  $X$  的概率分布为  $P(X=0) = \frac{1}{3}$ ,  $P(X=1) = \frac{2}{3}$ ,  $Y$  的概率密度函数为  $f_Y(y) = \begin{cases} 2y, & 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ , 记  $Z = X + Y$ , 则  $Cov(Y, Z) = \underline{\hspace{2cm}}.$

得分	
----	--

## 三、计算题 (每问 5 分, 共 70 分)

1、为估计某零件的长度, 从工厂产品库中随机抽取 8 个零件, 测得长度为 (单位: cm):  
500.90, 490.01, 501.63, 500.73, 515.87, 511.85, 498.39, 514.23

由经验知道, 该零件的长度服从正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$ 。

求: (1) 当  $\sigma^2$  未知时, 求参数  $\mu$  的置信度为 0.95 的置信区间;

(2) 参数  $\sigma^2$  的置信度为 0.95 的置信区间。(题目用到的分位数在试卷的第 6 页上)

东北林业大学  
2016—2017 学年第二学期期末考试试题

课程名称：概率论与数理统计  
班级：

装

订

学号：□□□□□□□□□□  
姓名：

线

2、已知甲、乙两车间生产同一种螺栓，每个甲车间螺栓的直径  $X$  cm 服从正态分布  $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ ，每个乙车间螺栓的直径  $Y$  cm 服从正态分布  $Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$ 。从一批甲车间螺栓中随机抽取 8 个，测量其直径分别为

14.4, 15.5, 14.8, 15.0, 15.2, 15.1, 14.8, 15.2

从一批乙车间螺栓中随机抽取 10 个，测量其直径分别为

15.0, 14.8, 14.8, 14.6, 14.8, 14.6, 14.9, 14.6, 14.7, 15.2

试在显著性水平  $\alpha = 0.10$  的情况下，检验

(1)甲、乙两车间生产的螺栓直径方差是否相同；

(2)甲、乙两车间生产的螺栓直径是否相同。(题目用到的分位数在试卷的第 6 页上)

3、设离散型二维随机变量 $(X, Y)$ 中随机变量 $X$ 与 $Y$ 的概率分布分别为

X	0	1
P	3/4	1/4

Y	0	1
P	5/6	1/6

且 $P(XY=1)=\frac{1}{12}$ 。求：

(1) $(X, Y)$ 的联合概率分布列；(2)  $Z = X^2 + Y^2$ 的概率分布列；

(3) $X$ 与 $Y$ 的相关系数 $\rho_{XY}$ 。

4、甲、乙两门火炮同时对敌坦克进行独立射击，甲、乙击中敌人坦克的概率分别为 0.4,0.5。已知敌人坦克被 1 门火炮击中而被毁的概率为 0.6，被 2 门火炮同时击中则敌人坦克必被击毁，求敌人坦克被击毁的概率。

东北林业大学  
2016—2017 学年第二学期期末考试试题

5、设总体  $X$  的概率密度为  $f(x, \theta) = \begin{cases} \frac{1}{1-\theta}, & \theta \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ 。其中  $\theta$  为未知参数，

$x_1, x_2, \dots, x_n$  为来自该总体的简单随机样本。

(1)求  $\theta$  的矩估计量  $\theta_{\text{矩}}$ ； (2)求  $\theta$  的最大似然估计量  $\theta_L$ ；

(3)求  $E\theta_{\text{矩}}$ ，  $D\theta_{\text{矩}}$ 。

6、设总体  $X$  的概率密度为  $f(x, \theta) = \begin{cases} \frac{3x^2}{\theta^3}, & 0 < x < \theta \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ 。其中  $\theta > 0$  为未知参数，

$X_1, X_2, X_3$  为来自总体  $X$  的简单随机样本，令  $T = \max \{X_1, X_2, X_3\}$ 。

(1)求总体  $X$  的分布函数  $F_X(x)$ ；

(2)求  $T$  的概率密度；

(3)确定常数  $a$ ，使  $aT$  为  $\theta$  的无偏估计量。

附表：  $t_{0.025}(7) = 2.3646$ ，  $\chi_{0.975}^2(7) = 1.690$ ，  $\chi_{0.025}^2(7) = 16.013$ ，  $F_{0.05}(7, 9) = 3.29$ ，

$F_{0.05}(9, 7) = 3.68$ ，  $t_{0.05}(16) = 2.1199$