课程名称：概率与数理统计　班级：　学号□□□□□□□□□□　姓名：

装　订　线

东北林业大学
2017－2018学年第一学期期末考试试题

考试科目： 概率论与数理统计　　**试卷总分：** 100分

考试时间： 120分钟　　**占总评比例：** 40%

题号	一	二	三	四	卷面分
得分					
评卷教师					

得分	

一、选择题（每个小题四个备选答案中只有一个正确答案）（本大题共5小题，每小题3分，总计15分）

1、下列函数中不能作为连续型随机变量 X 的概率密度函数的是_______；

（A） $f_1(x)=\begin{cases}3e^{-3x}, & x>0\\ 0, & x\le 0\end{cases}$　　（B） $f_2(x)=\begin{cases}2x, & -\sqrt{3}\le x\le 2\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$

(C) $f_3(x)=0.5e^{-|x|},-\infty<x<+\infty$　　（D） $f_4(x)=(\pi)^{-0.5}e^{-x^2},-\infty<x<+\infty$

2、设 X_1,X_2 是来自正态总体 $N(\mu,1)$ 的样本，则对统计量 $\mu_1=\frac{2}{3}X_1+\frac{1}{3}X_2$，$\mu_2=\frac{1}{4}X_1+\frac{3}{4}X_2$，$\mu_3=\frac{1}{2}X_1+\frac{1}{2}X_2$，以下结论中错误的是_______；

（A） μ_1,μ_2,μ_3 都是 μ 的无偏估计量　　（B） μ_3 比 μ_1,μ_2 更有效

(C) μ_1,μ_2,μ_3 都是 μ 的一致估计量　　（D） μ_3 比 $\frac{\mu_1+\mu_2}{2}$ 更有效

3、设 $(X_1,X_2,\cdots,X_n)$ 是来自总体 $X\sim N(0,1)$ 的样本，则下列结论中错误的是_______；

（A） $(X_1-X_2)\Big/\sqrt{X_3^2+X_4^2}\sim t(2)$　　（B） $\sqrt{n-1}X_1\Big/\sqrt{\sum_{i=2}^{n}X_i^2}\sim t(n-1)$

(C) $\left[\sum_{i=1}^{3}(n-3)X_i^2\right]\Big/\left[\sum_{i=4}^{n}3X_i^2\right]\sim F(3,n-3)$　　（D） $(X_1+X_2)\Big/\sqrt{X_1^2+X_2^2}\sim t(2)$

4、设 $(X_1,X_2,\cdots,X_{n_1})$ 来自总体 $X\sim N(\mu_1,\sigma_1^2)$，$(Y_1,Y_2,\cdots,Y_{n_2})$ 来自总体 $Y\sim N(\mu_2,\sigma_2^2)$，且 X 与 Y 独立。$\overline{X}=\frac{1}{n_1}\sum_{i=1}^{n_1}X_i$，$\overline{Y}=\frac{1}{n_2}\sum_{i=1}^{n_2}Y_i$，$S_1^2=\frac{1}{n_1}\sum_{i=1}^{n_1}(X_i-\overline{X})^2$，

开课学院：　理学院　　　　教研室主任（专业负责人）：

$S_2^2=\frac{1}{n_2}\sum_{i=1}^{n_2}(Y_i-\overline{Y})^2$，则如下结论中错误的是______；

（A）$\xi=\sqrt{n_1n_2}\left[\overline{X}-\overline{Y}-\left(\mu_1-\mu_2\right)\right]\Big/\sqrt{n_2\sigma_1^2+n_1\sigma_2^2}\sim N(0,1)$

（B）$\eta=n_1(n_2-1)\sigma_2^2S_1^2\big/[n_2(n_1-1)\sigma_1^2S_2^2]\sim F(n_1-1,n_2-1)$

(C) $\zeta=n_1S_1^2\sigma_1^{-2}+n_2S_2^2\sigma_2^{-2}\sim\chi^2(n_1+n_2-2)$

（D）$\rho=\sqrt{n_1+n_2-2}\cdot\xi\big/\zeta\sim t(n_1+n_2-2)$

5、如下结论中错误的是______；

（A）样本标准差是总体标准差的无偏估计量

（B）当正态总体均值未知时，总体方差的最大似然估计量不是无偏估计量

(C) $X\sim B(1,p)$，则$\overline{X}$是p的最大似然估计量

（D）$X\sim P(\lambda)$，则$\overline{X}$是λ的矩估计量

得分	

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，总计 15 分）

1、甲乙两人独立的向同一目标射击，甲击中的概率为 0.6，乙击中的概率为 0.8，两人各射击一次，则甲击中乙不击中的概率为__________；

2、设二维随机变量(X,Y)的联合概率密度函数$f(x,y)=kx^2y^3e^{-(2x+0.5y)}$，$(x\ge 0,y\ge 0)$，则常数$k=$__________；

3、设随机变量$X\sim U(0,1)$，且$Y=X^2$，令$F(x,y)$为(X,Y)的分布函数，则$F(1,4)=$__________；

4、设两个相互独立的随机变量X和Y分别服从正态分布$N(4,1)$和$N(1,1)$，则$P(X-2Y\ge 2)=$__________；

5、设总体$X\sim N(\mu,0.09)$，现获得 6 个观察值：15.1，15.2，14.8，14.9，15.1，14.6，则总体均值μ的置信度为 98%的置信区间为________________________。(题目用到的分位数在试卷的第 6 页)

2017 年　12 月 24 日

得分	

三、计算题（每问 7 分，共 63 分）

1、设某种电子管的使用寿命服从正态分布,从中随机抽取 15 个进行检验,平均使用寿命为 195 小时,标准差 S 为 300 小时,求整批电子管使用寿命的方差 σ^2 的置信度为 95%的置信区间。 (题目用到的分位数在试卷的第 6 页)

2、比较成年男女红细胞数的差别，抽查正常男子 36 名，女子 26 名，测得男性的样本均值和样本方差是 465.13 及 54.80^2；女性的样本均值和样本方差是 422.16 及 49.30^2 （单位：万 $/mm^3$）。假定血液中细胞数服从正态分布，问：(1) 男女红细胞数目的不均匀性是否一致，即问两个正态总体的方差是否相同？ (2) 性别对红细胞数有无影响，即问两个正态总体的均值是否相同？$(\alpha = 0.05)$ (题目用到的分位数在试卷的第 6 页)

3、设总体 X 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}e^{x}, & x<0\\ \frac{1}{4}x+\frac{1}{2}, & 0\le x<2\\ 1, & x\ge 2\end{cases}$，$(X_1,X_2,...,X_n)$ 为来自该总体的简单随机样本，令 $Y=\min\left\{X_1,X_2,...,X_n\right\}$，求：(1) X 的概率密度函数；(2) Y 的概率密度函数。

4、设离散型二维随机变量 (X,Y) 的分布律为：

X \ Y	-1	0	1
0	a	0.2	0.3
1	0.1	0.1	b

且 $P(Y<X)=0.4$，求：(1) 常数 a , b ；(2) X 与 Y 的相关系数 ρ_{XY} 。

课程名称：概率论与数理统计 班级：

装 订 线

学号□□□□□□□□□□

5、设总体 X 的概率密度为 $f(x;\theta)=\begin{cases}\dfrac{2\theta^2}{x^3}, & x>\theta\\ 0, & x\le\theta\end{cases}$，其中 $\theta>0$ 为未知参数，$(X_1,X_2,\ldots,X_n)$ 为来自总体 X 的简单随机样本，求：⑴ θ 的矩估计量；⑵ θ 的最大似然估计量。

得分	

四、证明题（本题共 7 分）

设 $(X_1, X_2, ..., X_n)$ 为来自总体 $N(\mu, \mu)$ 的一个样本，其中未知参数 $\mu > 0$，$\overline{X}$ 是样本均值，S^2 是样本方差，证明：对于任一 $\alpha(0 \le \alpha \le 1)$，$\alpha\overline{X} + (1-\alpha)S^2$ 是 μ 的无偏估计量和一致估计量。

附 表 ： $u_{0.01} = 2.33,\quad u_{0.025} = 1.96,\quad u_{0.005} = 2.57,\quad u_{0.05} = 1.64,\quad \chi^2_{0.975}(14) = 5.629,$

$\chi^2_{0.975}(15) = 6.262,\quad \chi^2_{0.025}(14) = 26.119,\quad \chi^2_{0.025}(15) = 27.488,\quad F_{0.025}(25,35) = 2.07,$

$F_{0.025}(35,25) = 2.18$，$t_{0.025}(60) = 1.96$

2017 年　12 月 24 日