Prova escrita de Física Quântica I

Primeira prova

24-04-2013

1. (4 pts) Uma partícula encontra-se no estado fundamental de uma caixa infinita, localizada entre $x = 0$ e $x = a$.

   (a) Escreva a função de onda normalizada do estado fundamental da partícula.

   (b) Sabendo que a função de onda de uma partícula que se propaga com momento p é dada por

   $$\psi_p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} e^{ipx/\hbar}, \tag{1}$$

   calcule a probabilidade de encontrar a partícula no intervalo $(p, p + dp)$ se as paredes da caixa forem subitamente removidas.

2. (4 pts) Considere o potencial da forma

   $$V(x) = \begin{cases} V_0 x/a, & 0 < x < a \\ 0, & \text{nos outros casos} \end{cases} . \tag{2}$$

   Considere também uma partícula com energia $E < V_0$ que incide da esquerda para a direita neste potencial. Calcule a expressão para a probabilidade de transmissão através deste potencial usando a aproximação WKB.

3. (4 pts) Uma partícula encontra-se numa caixa infinita, localizada entre $x = -a/2$ e $x = a/2$, no estado

   $$\psi(x) = C(a/2 - |x|) . \tag{3}$$

   (a) Determine o coeficiente C.

   (b) Faça um esboço da função de onda.

   (c) Calcule a probabilidade de uma medida da energia encontrar a partícula num estado ímpar da partícula na caixa.

   (d) Calcule a probabilidade de uma medida da energia encontrar a partícula num estado par da partícula na caixa.

4. (4 pts) Usando o princípio de incerteza de Heisenberg, $\Delta x \Delta p \sim \hbar$, estime a energia do estado fundamental do oscilador harmónico unidimensional.

5. (4 pts) Na solução de Frobenius do problema do oscilador harmónico mostrou-se a seguinte relação entre os coeficientes da expansão da função $h(y) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n y^n$:

   $$a_{n+2} = \frac{2n - (\epsilon - 1)}{(n + 2)(n + 1)} a_n , \tag{4}$$

   onde $\epsilon = 2E/(\hbar\omega)$, E é a energia do oscilador e ω a sua frequência de oscilação. Determine o polinómio de Hermite e a energia do estado quando $n = 3$.