Complementos de Eletromagnetismo *(Lic. Física)* 2017/18
Tópicos Avançados de Eletromagnetismo *(M.I. Eng. Física)* 2017/18
Exame – Época Especial / 24 de Julho de 2018 / duração: 2h30

Universidade do Minho
Escola de Ciências

1. *(6.5 valores)* Aplica-se uma diferença de potencial variável no tempo, $V = V(t)$, a um condensador (sem dielétrico) de placas paralelas circulares (muito grandes), de raio R e separadas da distância b. Seja r a distância ao eixo que une os centros das duas placas. Considere a aproximação quase-estática.

a) Determine o vetor campo elétrico no interior do condensador, em função de V e de b.

b) Mostre que a energia armazenada no campo elétrico, no interior do condensador, é dada por $U = \frac{1}{2b}\varepsilon_0 \pi R^2 V^2$.

c) Mostre que o campo magnético entre as placas ($r \leq R$) é dado por $B = \frac{\mu_0 \varepsilon_0 r}{2b}\frac{dV}{dt}$. Qual é a direção deste campo?

d) Utilizando os resultados das alíneas a) e c), determine o fluxo do vetor de Poynting através da superfície limítrofe do condensador.

e) Compare a taxa de variação da energia obtida na alínea b) com o resultado da alínea d). Interprete à luz do teorema de Poynting.

2. *(3.5 valores)* Uma esfera de raio R, centrada na origem, possui uma densidade volúmica de carga dada por $\rho(r,\theta) = kr\cos\theta$, onde k é uma constante e r e θ são as coordenadas esféricas usuais.

a) Ache os dois primeiros termos do desenvolvimento multipolar do potencial deste sistema.

b) Obtenha uma expressão aproximada do campo elétrico devido a esta esfera para pontos muito afastados da origem.

3. *(3.5 valores)* Considere uma distribuição contínua de carga com densidade volúmica de carga ρ.

a) Mostre que o princípio de conservação de carga impõe que se verifique a equação da continuidade $\vec{\nabla}.\vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$, onde $\vec{J}$ é o vetor densidade de corrente. $\nabla \gamma = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$

b) Mostre que a equação da continuidade se pode escrever, em notação relativista,

$$\frac{\partial J^\mu}{\partial x^\mu} = 0\,,$$

onde J^μ é o quadrivetor densidade de corrente.

4. *(3.5 valores)*

a) Escreva as funções dos campos elétrico e magnético associados a ondas eletromagnéticas que se propagam num dielétrico transparente isotrópico, linear e homogéneo (identifique todos os símbolos que utilizar). Caracterize essas ondas.

b) Determine a velocidade de fase e a velocidade de grupo das ondas eletromagnéticas de frequência ω que se propagam num meio dispersivo em que o número de onda é dado por

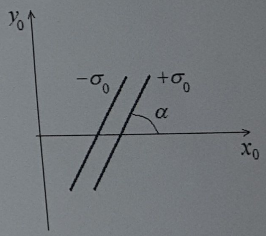
$$k = \frac{\omega}{c}\left[1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2}\right],$$

onde c é a velocidade da luz no vácuo, ω_0 é a frequência de ressonância e ω_p é uma constante. (Nota: esta expressão só é válida para frequências muito afastadas da frequência de ressonância.)

5. *(3.0 valores)* Considere um condensador de placas paralelas em repouso relativamente ao referencial S_0. Para um observador em S_0 o condensador tem as placas perpendiculares ao plano x_0y_0 e inclinadas de $\alpha = 45°$ relativamente ao eixo das abcissas, com densidades superficiais de carga $\pm\sigma_0$ (ver figura). Um outro observador encontra-se no referencial S que se desloca segundo o eixo das abcissas com velocidade constante v relativamente a S_0.

a) Determine como se relacionam as densidades superficiais de carga nas placas do condensador medidas pelos dois observadores.

b) Qual é o campo magnético entre as placas do condensador detetado em S_0 e em S? Justifique a sua resposta.



FIM