Anabela Pereira PG50209
André Cruz PG50211
Catarina Oliveira PG50211

A Física dos Dispositivos Básicos

Problemas

P2 - A junção p^+n de Si em polarização direta e inversa

Considere um díodo longo de junção abrupta p^+n de silício com concentração de impurezas dadoras do lado n e aceitadoras do lado p, $N_d = 2 \times 10^{15} cm^{-3}$ e $N_a = 5 \times 10^{17} cm^{-3}$. Os tempos de recombinação de portadores minoritários são $\tau_h \approx 400ns$ para buracos do lado n e $\tau_e \approx 50ns$ para eletrões do lado p^+. A área da secção transversal do díodo é de $0.1mm^2$. O tempo de geração térmica na região de depleção é $2\mu s$. Suponha que a corrente inversa é dominada pela taxa de geração térmica na região de depleção.

a) Calcule a corrente direta a 27 °C quando a tensão no díodo é de 0.6 V.

Sabe-se que a densidade de corrente direta no díodo corresponde à soma entre a densidade de corrente de difusão e a densidade de corrente de recombinação:

$$J = J_{so} \exp\left(\frac{eV}{kT}\right) + J_{ro} \exp\left(\frac{eV}{2kT}\right) \tag{1}$$

onde J_{so} (densidade de corrente inversa de saturação) é dada por:

$$J_{so} = \left[\left(\frac{eD_h}{L_h N_d}\right) + \left(\frac{eD_e}{L_e N_a}\right)\right] n_i^2 \tag{2}$$

e

$$J_{ro} = \frac{en_i}{2}\left(\frac{W_p}{\tau_e} + \frac{W_n}{\tau_h}\right) \tag{3}$$

Começando pelo cálculo da corrente de difusão:

$$J_{difusao} = J_{so} \exp\left(\frac{eV}{kT}\right) = \left[\left(\frac{eD_h}{L_h N_d}\right) + \left(\frac{eD_e}{L_e N_a}\right)\right] \exp\left(\frac{eV}{kT}\right) n_i^2 \tag{4}$$

É necessário determinar D_h, D_e, L_h e L_e.

$$D_h = \frac{kT\mu_h}{e} \tag{5}$$

$$D_e = \frac{kT\mu_e}{e} \tag{6}$$

Analisando o gráfico da figura 1, observa-se que para uma concentração de dadores $N_d = 2 \times 10^{15} cm^{-3}$ tem-se uma mobilidade de lacunas $\mu_h = 450 cm^2 V^{-1} s^{-1}$ e para uma concentração de aceitadores $N_a = 5 \times 10^{17} cm^{-3}$ tem-se uma mobilidade de eletrões $\mu_e = 750 cm^2 V^{-1} s^{-1}$.

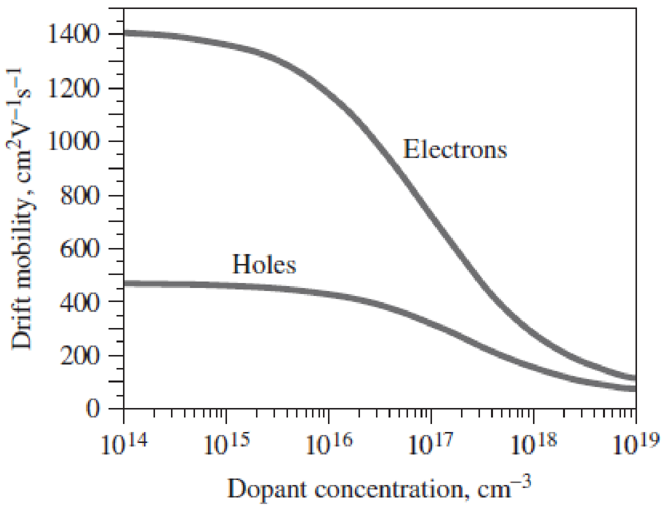


Figure 1: A variação do mobilidade de deriva em função da concentração de dopantes no Si para eletrões e buracos a 300 K.

$$D_e = \frac{kT\mu_e}{e} = \frac{1.373 \times 10^{-23}[J/K] \times 300.15[K] \times 750[cm^2V^{-1}s^{-1}]}{1.6 \times 10^{-19}[C]} = 19.32cm^2/s$$

$$D_h = \frac{kT\mu_h}{e} = \frac{1.373 \times 10^{-23}[J/K] \times 300.15[K] \times 450[cm^2V^{-1}s^{-1}]}{1.6 \times 10^{-19}[C]} = 11.59cm^2/s$$

Fazendo agora os cálculos para os comprimentos de difusão dos eletrões e dos buracos:

$$L_e = \sqrt{D_e\tau_e} = \sqrt{19.32 \times 50 \times 10^{-9}} = 9.83 \times 10^{-4}cm$$

$$L_h = \sqrt{D_h\tau_h} = \sqrt{11.59 \times 400 \times 10^{-9}} = 2.15 \times 10^{-3}cm$$

Substituindo estes valores na equação (2):

$$J_{so} = \left[\left(\frac{eD_h}{L_hN_d}\right) + \left(\frac{eD_e}{L_eN_a}\right)\right] n_i^2$$

$$= \left[\left(\frac{1.6 \times 10^{-19} \times 11.59}{2.15 \times 10^{-3} \times 2 \times 10^{15}}\right) + \left(\frac{1.6 \times 10^{-19} \times 19.32}{9.83 \times 10^{-4} \times 5 \times 10^{17}}\right)\right] (1 \times 10^{10})^2 = 4.38 \times 10^{-11}Acm^{-2}$$

Calculando a corrente de difusão através da equação (4):

$$J_{difusao} = 4.38 \times 10^{-11} \exp\left(\frac{1.6 \times 10^{-19} \times 0.6}{1.373 \times 10^{-23} \times 300.15}\right) = 0.57Acm^{-2}$$

Passando agora ao cálculo da corrente de recombinação:

$$J_{recombinacao} = J_{ro} \exp\left(\frac{eV}{2kT}\right) = \frac{en_i}{2}\left(\frac{W_p}{\tau_e} + \frac{W_n}{\tau_h}\right) \exp\left(\frac{eV}{2kT}\right) \tag{7}$$

Verifica-se que é necessário do valor da largura da junção.

$$W = \left[\frac{2\varepsilon\left(N_a + N_d\right)\left(V_0 + V\right)}{eN_aN_d}\right]^{\frac{1}{2}} \tag{8}$$

onde

$$V_0 = \left(\frac{kT}{e}\right) ln\left(\frac{N_dN_a}{n_i^2}\right) \tag{9}$$

$$\Leftrightarrow V_0 = \left(\frac{1.375 \times 10^{-23} \times 300.15}{1.6 \times 10^{-19}}\right) ln\left(\frac{2 \times 10^{15} \times 5 \times 10^{17}}{\left(1 \times 10^{10}\right)^2}\right) = 0.772V$$

Substituindo em 8:

$$W = \left[\frac{2 \times 1.036 \times 10^{-12}\left(2 \times 10^{15} + 5 \times 10^{17}\right)(0.772 - 0.6)}{1.6 \times 10^{-19} \times 2 \times 10^{15} \times 5 \times 10^{17}}\right]^{\frac{1}{2}} = 3.34 \times 10^{-5}cm$$

É agora necessário determinar W_n e W_p, sabendo que:

$$W = W_n + W_p \tag{10}$$

e que

$$N_aW_n = N_dW_p \tag{11}$$

Logo, tem-se que:

$$W_n = \frac{N_aW}{N_a + N_d} = \frac{5 \times 10^{17} \times 3.34 \times 10^{-5}}{5 \times 10^{17} + 2 \times 10^{15}} = 3.33 \times 10^{-5}cm$$

$$W_p = \frac{N_dW}{N_a + N_d} = \frac{2 \times 10^{15} \times 3.34 \times 10^{-5}}{5 \times 10^{17} + 2 \times 10^{15}} = 1.33 \times 10^{-7}cm$$

Pode-se agora calcular a corrente de recombinação.

$$J_{recombinacao} = \frac{1.6 \times 10^{-19} \times 1 \times 10^{10}}{2}\left(\frac{1.33 \times 10^{-7}}{50 \times 10^{-9}} + \frac{3.33 \times 10^{-5}}{400 \times 10^{-9}}\right) = 6.87 \times 10^{-8}Acm^{-2}$$

Com os valores da densidade de corrente de difusão e recombinação, pode-se finalmente calcular a densidade de corrente direta.

$$J = J_{difusao} + J_{recombinacao} = 0.57 + 6.86 \times 10^{-8} = 0.57Acm^{-2}$$

Logo a corrente direta será

$$I = J \times A = 0.57 \times 0.1 \times 10^{-2} = 0.57mA$$

b) Estime a corrente direta a 57 °C quando a tensão no díodo ainda é 0.6 V.

Para calcularmos a corrente direta a 57ºC, tem-se primeiramente de encontrar uma relação entre esta e a corrente direta para 27ºC. Para T=57ºC(330.15K), $n_i \approx 1.0 \times 10^{11} cm^{-3}$. Sabe-se que:

$$I_{so} = AJ_{so} = Aen_i^2 \left[\left(\frac{D_h}{L_h N_d} \right) + \left(\frac{D_e}{L_e N_a} \right) \right]$$

Fazendo o quociente entre duas correntes inversas de saturação para temperaturas diferentes, têm-se:

$$\frac{I_{so(330.15K)}}{I_{so(300.15K)}} = \frac{Aen_{i(330.15K)}^2 \left[\left(\frac{D_h}{L_h N_d} \right) + \left(\frac{D_e}{L_e N_a} \right) \right]}{Aen_{i(300.15K)}^2 \left[\left(\frac{D_h}{L_h N_d} \right) + \left(\frac{D_e}{L_e N_a} \right) \right]} =$$

Embora os coeficientes e o comprimento de difusão dos eletrões e das lacunas variem com a temperatura, o efeito da concentração intrínseca é predominante, logo:

$$I_{so(330.15K)} = I_{so(300.15K)} \left[\frac{n_{i(330.15K)}}{n_{i(300.15K)}} \right]^2$$

Substituindo:

$$I_{so(330.15K)} = 4.38 \times 10^{-31} \times 0.1 \times 10^{-2} \left[\frac{1 \times 10^{11}}{1 \times 10^{10}} \right]^2 = 4.38 \times 10^{-32} A$$

Assim, a corrente direta total será:

$$I = I_{so} \exp\left(\frac{eV}{kT} \right) = 4.38 \times 10^{-32} \exp\left(\frac{1.6 \times 10^{-19} \times 0.6}{1.373 \times 10^{-23} \times 330.15} \right) = 6.9 \times 10^{-23} A$$

c) Qual é a corrente inversa a 27°C quando a tensão do díodo é -5V.

Sabe-se que a densidade de corrente inversa é dada por:

$$J_{rev} = \left[\left(\frac{eD_h}{L_h N_d} \right) + \left(\frac{eD_e}{L_e N_a} \right) \right] n_i^2 + \frac{eWn_i}{\tau_g} = J_{SO} + \frac{eWn_i}{\tau_g}$$

Fazendo o cálculo para a largura da zona de depleção:

$$W = \left[\frac{2\varepsilon \left(N_a + N_d \right) \left(V_0 - V \right)}{eN_a N_d} \right]^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{2 \times 1.036 \times 10^{-12} \left(2 \times 10^{15} + 5 \times 10^{17} \right) (0.772 + 5)}{1.6 \times 10^{-19} \times 2 \times 10^{15} \times 5 \times 10^{17}} \right]^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow W = 1.94 \times 10^{-4} cm$$

Substituindo os valores na equação x:

$$J_{rev} = 4.38 \times 10^{-31} + \frac{1.6 \times 10^{-19} \times 1.94 \times 10^{-4} \times 1 \times 10^{10}}{2 \times 10^{-6}} = 1.552 \times 10^{-7} Acm^{-2}$$

Mais uma vez, para a obtenção da corrente, é necessário multiplicar a densidade de corrente pela área da secção transversal.

$$I_{rev} = J_{rev} \times A = 1.552 \times 10^{-7} \times 0.1 \times 10^{-2} A$$

d) Estime a corrente inversa a 57°C quando a tensão do díodo é –5V. Nota: Suponha que a corrente direta seja determinada pela equação de Shockley (difusão de portadores minoritários).

P4 - Capacidade da junção *p-n*

A capacidade (C) de uma junção Si p^+n abrupta em polarização inversa foi medida em função da tensão de polarização inversa, V_r, conforme indicado na Tabela seguinte. A área da secção transversal da junção p-n é $500\mu m \times 500\mu m$. Traçando o gráfico $1/C^2$ versus V_r, obtenha o potencial intrínseco, V_o, e a concentração de dadores, N_d, na região n. Qual é o valor de N_a?

V_r (V)	1	2	3	5	10	15	20
C (pF)	38.3	30.7	26.4	21.3	15.6	12.9	11.3

Figure 2: Tabela com a capacidade para diversos valores da tensão de polarização inversa (V_r)

Primeiro começa-se por se traçar o gráfico de $1/C^2$ vs V_r:

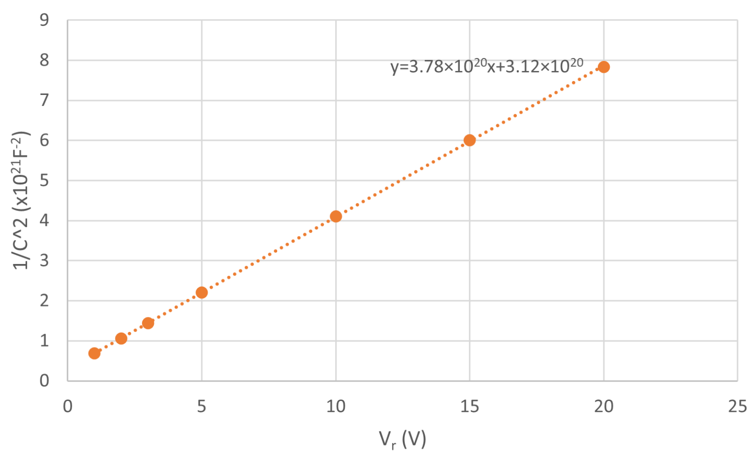


Figure 3: Gráfico de $1/C^2$ em função de (V_r)

Substitui-se as variáveis da equação do gráfico pelas respetivas incógnitas:

$$\frac{1}{C^2} = 3.78 \times 10^{20} V_r + 3.12 \times 10^{20} \tag{12}$$

E sabe-se que:

$$C = \frac{A}{(V_o - V)^{\frac{1}{2}}} \left[\frac{e\varepsilon N_a N_d}{2(N_a + N_d)}\right]^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow \frac{1}{C^2} = \frac{2(N_a + N_d)}{A^2 e\varepsilon N_a N_d}(V_o + V_r) \tag{13}$$

Sendo que :

$$\frac{2(N_a + N_d)}{A^2 e\varepsilon N_a N_d} = 3.78 \times 10^{20} \tag{14}$$

Pode se obter o potencial intrínseco através de:

$$\frac{2(N_a + N_d)}{A^2 e\varepsilon N_a N_d} V_o = 3.12 \times 10^{20} \Leftrightarrow V_o = \frac{3.12 \times 10^{20}}{\frac{2(N_a+N_d)}{A^2 e\varepsilon N_a N_d}} \Leftrightarrow V_o = \frac{3.12 \times 10^{20}}{3.78 \times 10^{20}} \Leftrightarrow V_o = 0.83V \tag{15}$$

Como é uma junção p^+n pode-se considerar que $N_a >> N_d$ e então $N_a + N_d \approx N_a$:

$$\frac{2(N_a + N_d)}{A^2 e\varepsilon N_a N_d} = 3.78 \times 10^{20} \Leftrightarrow \frac{2}{A^2 e\varepsilon N_d} = 3.78 \times 10^{20} \Leftrightarrow N_d = \frac{2}{3.78 \times 10^{20} A^2 e\varepsilon} \tag{16}$$

$$\Leftrightarrow N_d = \frac{2}{3.78 \times 10^{20} A^2 e\varepsilon}$$

Sendo $e = 1.60 \times 10^{-19} C$, $\varepsilon = 1.053 \times 10^{-10} F/m$ e $A = 500\mu m \times 500\mu m = 250 \times 10^{-9} m^2$ temos que a concentração de dadores é:

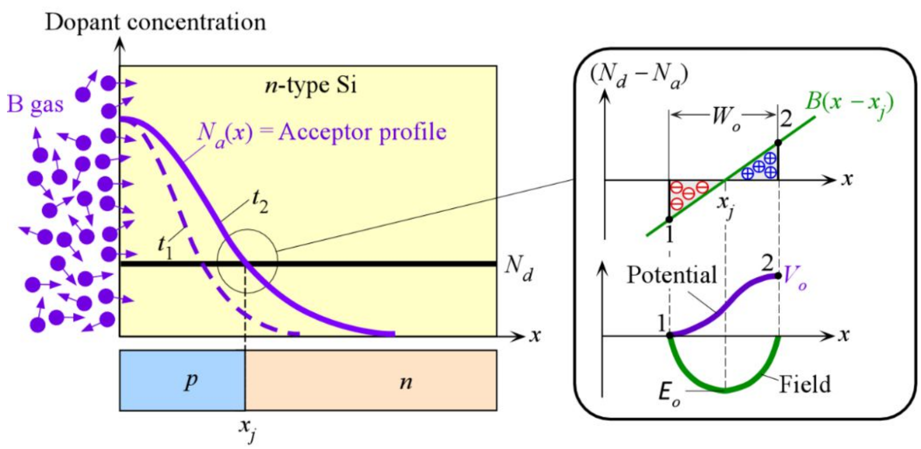
$$N_d = \frac{2}{3.78 \times 10^{20} \times (250 \times 10^{-9})^2 \times 1.60 \times 10^{-19} \times 1.053 \times 10^{-10}} \tag{17}$$

$$\Leftrightarrow N_d = 5.02 \times 10^{21} m^{-3} = 5.02 \times 10^{15} cm^{-3}$$

Utilizando a equação (x) e considerando a temperatura ambiente $T = 300K$ e por isso $n_i = 1.0 \times 10^{10}$:

$$N_a = \frac{n_i^2}{N_d} exp\left(\frac{V_o e}{KT}\right) = \frac{(1.0 \times 10^{10})^2}{5.02 \times 10^{15}} exp\left(\frac{0.83 \times 1.60 \times 10^{-19}}{1.38 \times 10^{-23} \times 300}\right) = 1.70 \times 10^{18} cm^{-3} \tag{18}$$

P5 - Junção *p-n* linearmente calibrada e abrupta



A figura mostra uma junção **linearmente calibrada** de aceitadores (B) numa bolacha de Si tipo n. $N_a(x)$ é o perfil de aceitadores para tempos arbitrários de difusão dos átomos do gás B no silício. Ao fim do tempo $t_2(> t_1)$ as concentrações de dadores e de aceitadores são iguais em $x = x_j$. O processo é terminado para o valor desejado de x_j. A concentração líquida de dopantes é $(N_d - N_a)$, e numa vizinhança de x_j depende linearmente de $x : N_d - N_a = Bx$.

a) Sendo V a tensão aos terminais do dispositivo, mostre que o campo na junção, E_{max}, e a largura da região de depleção, W, são dados por $E_{max} = -\dfrac{eBW^2}{8\varepsilon}$ e $V_o - V = \dfrac{eBW^3}{12\varepsilon}$.
Resolução

b) Usando as equações anteriores e $V_o = \dfrac{kT}{e} ln\left(\dfrac{BW_o}{2n_i}\right)^2$ mostre que $W_o^2 = \dfrac{6\varepsilon V_o}{en_i exp(eV_o/2kT)}$.
Resolução

c) Considere uma junção Si *p-n* calibrada linearmente em que $V_o = 0.60V$. Quais são B e W_o para este dispositivo? Quanto vale $N_d - N_a$ no final da região de depleção em $x = W_o/2$?
Resolução

d) Compare os resultados de c) com a largura da camada de depleção e as concentrações de dopantes para o dispositivo de junção abrupta com idêntico valor de $V_o = 0.60V$.
Resolução

P9 - O efeito da iluminação no desempenho da célula solar

Uma célula solar sob iluminação AM1.5 tem uma corrente de curto-circuito, $I_{sc} = 50mA$ e uma tensão de circuito aberto, $V_{oc} = 0.65V$. Quais são a corrente de curto-circuito e a tensão de circuito aberto quando a intensidade da luz é reduzida pela metade? (Assuma o fator de idealidade do díodo, $\eta = 1$)

Sabe-se que a corrente corrente elétrica de uma junção perante iluminação é dada por:

$$I = -I_{ph} + I_0 \left[\exp\left(\frac{eV_{oc}}{\eta kT}\right) - 1 \right] \tag{19}$$

sendo I_{ph} a fotocorrente (corrente com origem na fonte de luminosa AM1.5) e $I_0 \left[\exp\left(\frac{eV_{oc}}{\eta kT}\right) - 1 \right]$ a corrente da junção. Igualando I=0 (circuito aberto) e considerando que $V_{oc} >> \eta kT/e$ tem-se que:

$$V_{oc} = \frac{\eta kT}{e} \ln\left(\frac{I_{ph}}{I_o}\right) \tag{20}$$

A fotocorrente varia linearmente com a intensidade luminosa ($I_{ph} = kI_{luminosa}$), onde k é uma constante. Assim, a variação da tensão de circuito aberto para uma dada temperatura, será:

$$V_{oc2} - V_{oc1} = \frac{\eta kT}{e} \ln\left(\frac{I_{ph2}}{I_{ph1}}\right) = \frac{\eta kT}{e} \ln\left(\frac{I_{luminosa2}}{I_{luminosa1}}\right) \tag{21}$$

Substituindo:

$$V_{oc2} = 0.65 + \frac{1 \times 1.373 \times 10^{-23} \times 300}{1.6 \times 10^{-19}} \ln\left(\frac{1}{2}\right) = 0.63V$$

Sendo a luz a única fonte de corrente, a corrrente de curto circuito corresponderá à fotocorrente, logo quando a intensidade luminosa diminui para metade têm-se:

$$I_{sc2} = I_{sc1} \left(\frac{I_{luminosa2}}{I_{luminosa1}}\right) = 50 \times 10^{-3} \times \frac{1}{2} = 25mA \tag{22}$$

P10 - A resistência em série

A resistência em série causa uma queda de tensão quando uma corrente é extraída de uma célula solar. Se V for a tensão real na saída da célula solar (medida pelo utilizador), então a tensão no díodo é $V - IR_s$. Baseado no diagrama do circuito equivalente, trace os gráficos de I vs. V para uma célula solar de Si com $\eta = 1.5$ e $I_o = 3 \times 10^{-6}mA$ para uma iluminação que gera na célula $I_{ph} = 10mA$, para os valores de $R_s = 0$, 20 e 50Ω. Comente os resultados em termos do desempenho da célula solar.

O diagrama do circuito equivalente fica então:

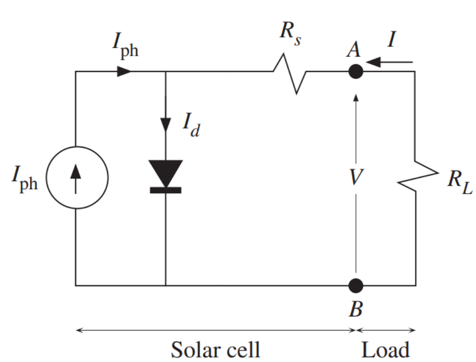


Figure 4: Diagrama do circuito equivalente

Sabe-se que a corrente total da célula solar é dada por:

$$I = -I_{ph} + I_0 \left[\exp\left(\frac{eV_d}{\eta kT} \right) - 1 \right] \tag{23}$$

Sendo V_d a tensão no díodo pode-se então substituir por $V - IR_s$:

$$I = -I_{ph} + I_0 \left[\exp\left(\frac{e(V - IR_s)}{\eta kT} \right) - 1 \right] \tag{24}$$

Recorre-se agora ao MATLAB para traçar os gráficos para os diferentes valores da resistência em série:

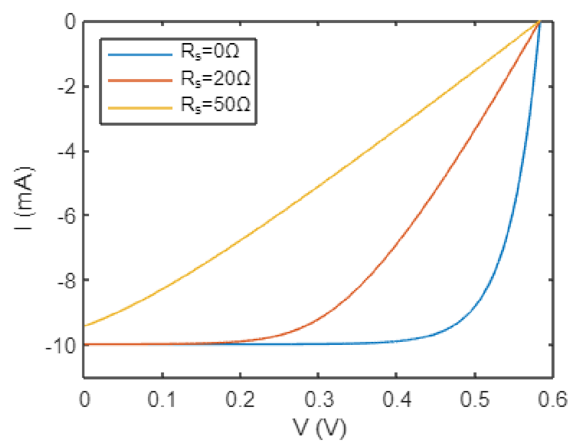


Figure 5: Gráfico de I vs V para diferentes R_s

Aqui ao aumentar o valor da resistência conseguimos diminuir a corrente de curto-circuito mantendo a tensão de circuito aberto. **FALTA COMENTAR ISTO!!!!!!**

P11 - A resistência em paralelo (shunt)

Considere a resistência *shunt* R_p de uma célula solar. Sempre que houver uma tensão V aos terminais da célula solar, a resistência *shunt* atrai uma corrente V/R_p. Baseado no diagrama do circuito equivalente, trace os gráficos de I vs. V para uma célula solar de Si com $\eta = 1.5$ e $I_o = 3 \times 10^{-6} mA$ para uma iluminação que gera na célula $I_{ph} = 10mA$, para os valores de $R_p = \infty$, 1000, 100Ω. Comente os resultados em termos do desempenho da célula solar.

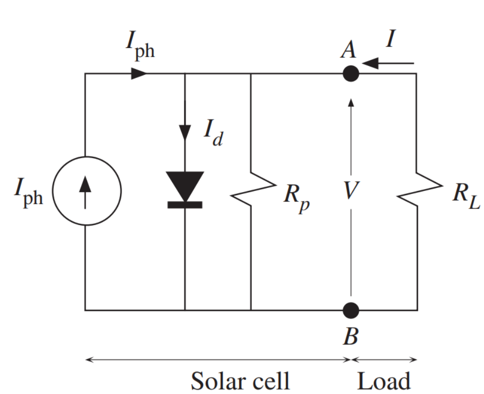


Figure 6: Diagrama do circuito equivalente

$$I = -I_{ph} + I_0 \left[\exp\left(\frac{eV_d}{\eta kT} \right) - 1 \right] + \frac{V_p}{R_p} \tag{25}$$

Como o díodo está em paralelo com a resistência *shunt*, a tensão aos seus terminais vai ser igual à tensão aos terminais da resistência que por sua vez é igual à tensão aos terminais da célula solar, $V_d = V_p = V$, e então a equação (25) fica:

$$I = -I_{ph} + I_0 \left[\exp\left(\frac{eV}{\eta kT} \right) - 1 \right] + \frac{V}{R_p} \tag{26}$$

Mais uma vez, utilizando o MATLAB obteve-se o seguinte gráfico de I vs. V para diferentes valores da resistência em paralelo:

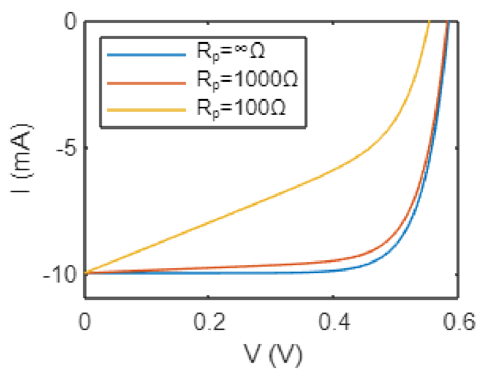


Figure 7: Diagrama do circuito equivalente

Aqui ao diminuir o valor da resistência conseguimos diminuir a tensão de circuito aberto mantendo a corrente de curto-circuito. **FALTA COMENTAR ISTO!!!!!!**