

1ª Prova Escrita de Física Quântica II

4 de Novembro de 2020

1 Regras para a realização do exame

- O material de consulta permitido é exclusivamente o seguinte: notas disponíveis na blackboard. Não é permitida a consulta da internet nem de qualquer outro material escrito ou em vídeo, que não o material acima indicado.
- A prova é individual, pelo que é realizada sem troca de informação com e sem a ajuda de terceiros.
- A prova tem a duração máxima de 3 horas, sendo realizada das 9h às 12h. O resto do tempo é destinado a produzir o ficheiro de entrega. Os formatos permitidos para o ficheiro são: PDF (preferencialmente) ou LyX. O ficheiro em PDF pode ser produzido a partir do LyX ou de LaTeX.
- O ficheiro com a resolução do teste deve ser remetido à delegada de curso. Inês Espada, até às 20:00. Ficheiros remetidos depois dessa hora não serão aceites.
- A delegada remete-me um ficheiro zip/rar até às 20:30 com todas as provas recebidas dentro do tempo regulamentar.
- A declaração abaixo deve ser assinada por cada estudante individualmente e remetida como a última folha do PDF.
- O formato do nome do ficheiro é “primeiro e ultimo nome do aluno_nº do aluno_FQ_II_prova_1.pdf”.

2 Minuta para a declaração de compromisso

Eu, (nome do aluno) _____,
aluno N.º _____, do curso _____,
declaro ter cumprido todas as regras acima indicadas. Braga, 4 de Dezembro de
2020, (Assinatura) _____

3 Enunciado da prova escrita

1. (2+2 pts) Considere um sistema cujo hamiltoniano é dado por

$$H = \frac{L_- L_+}{2I} + \frac{L_z^2}{2I_z}, \quad (1)$$

onde I e I_z têm unidades de momento de inércia, $\vec{L} = (L_x, L_y, L_z)$ é o operador de momento angular orbital, e L_+ e L_- são os operadores escada de subida e de descida, respectivamente. Considere que o sistema está no sub-espaço $l = 1$. Determine os valores próprios do hamiltoniano nesse sub-espaço, usando explicitamente a forma como os operadores escada actuam nos estados. Há uma maneira independente de verificar o seu resultado. Diga que maneira é essa.

2. (1+5 pts) Considere duas partículas com spin $s_1 = 3/2$ e spin $s_2 = 1/2$, respectivamente. Sabendo que o spin total tem a forma $\vec{S} = \vec{S}_1 + \vec{S}_2$ e que os operadores de spin das duas partículas actuam em sub-espaços diferentes:

- (a) diga quantas torres de momento angular existem e quais os valores do momento angular total.
- (b) construa a tabela de coeficientes de Clebsch-Gordon para este sistema.

3. (1+6 pts) Considere o seguinte hamiltoniano que representa um oscilador harmónico unidimensional

$$H_0 = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega_0^2 x^2. \quad (2)$$

- (a) Diga quais os valores próprios deste hamiltoniano.
- (b) Admita agora que o hamiltoniano anterior é perturbado por um termo da forma

$$H_1 = \frac{1}{2\alpha} p^2. \quad (3)$$

- i. Diga qual a unidade de α .
- ii. Calcule a correcção à energia de um estado $|n\rangle$ em primeira ordem de teoria de perturbações.
- iii. Calcule a correcção à energia de um estado $|n\rangle$ em segunda ordem de teoria de perturbações.
- iv. Calcule a função de onda do estado de número quântico n em primeira ordem de teoria de perturbações.
- v. Encontre as energias próprias exactas do hamiltoniano $H = H_0 + H_1$.

4. (3 pts) Mostre que o estado $|\alpha\rangle$ dado abaixo é um estado próprio do operador de destruição, ou seja que $a|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle$:

$$|\alpha\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} C_n |n\rangle, \quad (4)$$

desde que as constantes C_n sejam escolhidas apropriadamente. Sugestão: aplique a em $|\alpha\rangle$ e use $a|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle$.