

Ficha 4

1. As coordenadas do vetor $x \in \mathbb{R}^2$ na base $(1, 1), (-1, 1)$ são $(2, 3)$. Encontre as coordenadas do x na base $(-1, 2), (2, 1)$.
2. Seja $A \in L(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^2)$. A sua matriz na base canónica é

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

encontre a matriz de A na base $(-1, 1), (2, 1)$.

3. Mostre que

(a)

$$|[a, b]|^2 = \det \begin{pmatrix} \langle a, a \rangle & \langle a, b \rangle \\ \langle a, b \rangle & \langle b, b \rangle \end{pmatrix},$$

(b)

$$|\langle [a, b], [c, d] \rangle| = \det \begin{pmatrix} \langle a, c \rangle & \langle a, d \rangle \\ \langle b, c \rangle & \langle b, d \rangle \end{pmatrix}.$$

4. Calcule o produto misto dos vetores com as seguintes coordenadas numa base canónica:
 - (a) $a(1, -1, 1), b(7, 3, -5), c(-2, 2, -2),$
 - (b) $a(3, 5, 1), b(4, 0, -1), c(2, 1, 1).$
5. Calcule o sinal das permutações:
 - (a) $(5, 4, 3, 2, 1),$
 - (b) $(6, 4, 5, 2, 3, 1).$

6. Calcule os determinantes das matrizes:

(a)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

(b)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$