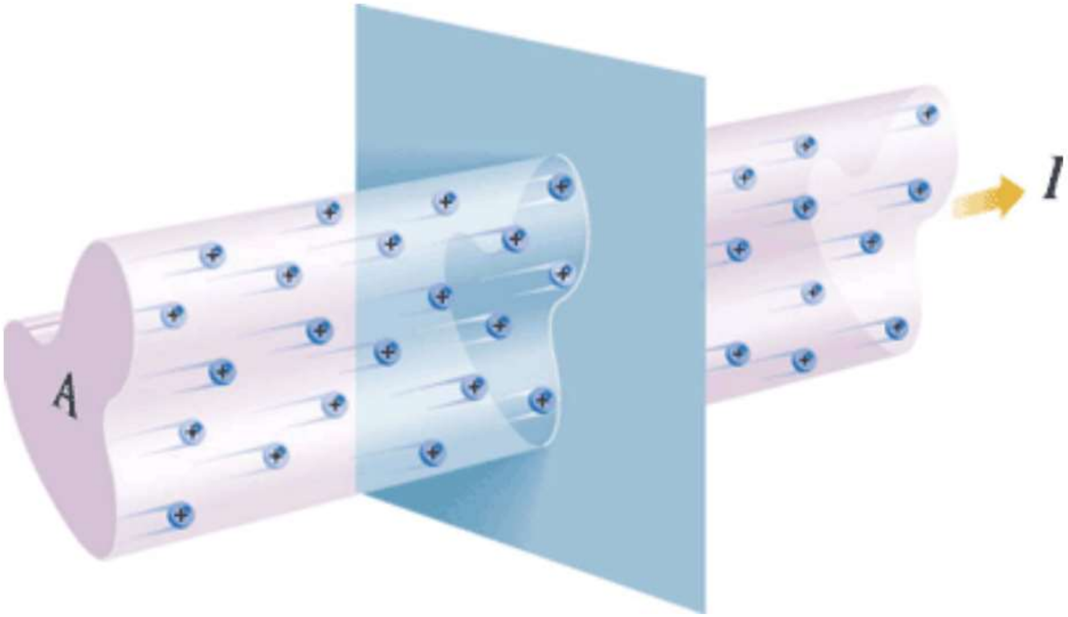
A ótica dos metais



Função dielétrica complexa

Modelo de Drude

Propriedades óticas dos metais
- Profundidade da penetração (“skin depth”)
- refletividade

Referência Hecht 4.8

Ondas EM num meio dielétrico

$$E(z,t) = E_0(z=0)\boxed{e^{-\alpha z/2}}\exp\left[i\left(\boxed{nk_0 z} - \omega t\right)\right]$$

Absorção → atenuação do campo com a distância de propagação

Índice de refração → altera k e em consequência o comprimento de onda

$$k_0 \rightarrow nk_0 \qquad \lambda_0 \rightarrow \frac{\lambda_0}{n}$$

A frequência permanece inalterada

O constante dielétrico do meio é relacionado com o índice de refração:

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\frac{\varepsilon_{meio}}{\varepsilon_0}}$$

Índice de refração complexo

$$E(z,t) = E_0(z=0)\,e^{-\alpha z/2}\,\mathrm{e}^{\left[i\left(nk_0 z - \omega t\right)\right]}$$

$$= E_0(z=0)\exp\left[i\left(i\frac{\alpha}{2k_0}+n\right)k_0 z\right]\mathrm{e}^{-i\omega t}$$

Convenção de sinal não é universal

O índice de refração complexo

$$\tilde{n} = n + i\boxed{\frac{\alpha}{2k_0}}$$

$$= n + i\boxed{\frac{\alpha\lambda_0}{4\pi}}$$

$$= n + i\boxed{\frac{\alpha c_0}{2\omega}}$$

$$\tilde{n} = n + i\boxed{\kappa}$$

$$\kappa \geq 0$$

quantidade adimensional

Uma maneira conveniente agrupar os efeitos de α e n numa única quantidade

Constante dielétrica complexa

Se o índice de refração é complexo a constante dielétrica também é complexa

$$n = \sqrt{\frac{\varepsilon_{meio}}{\varepsilon_0}} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} \varepsilon_{meio} &= \varepsilon_0 \tilde{n}^2 \\ &= \varepsilon_0 \left(n + i\kappa\right)^2 \end{aligned}$$

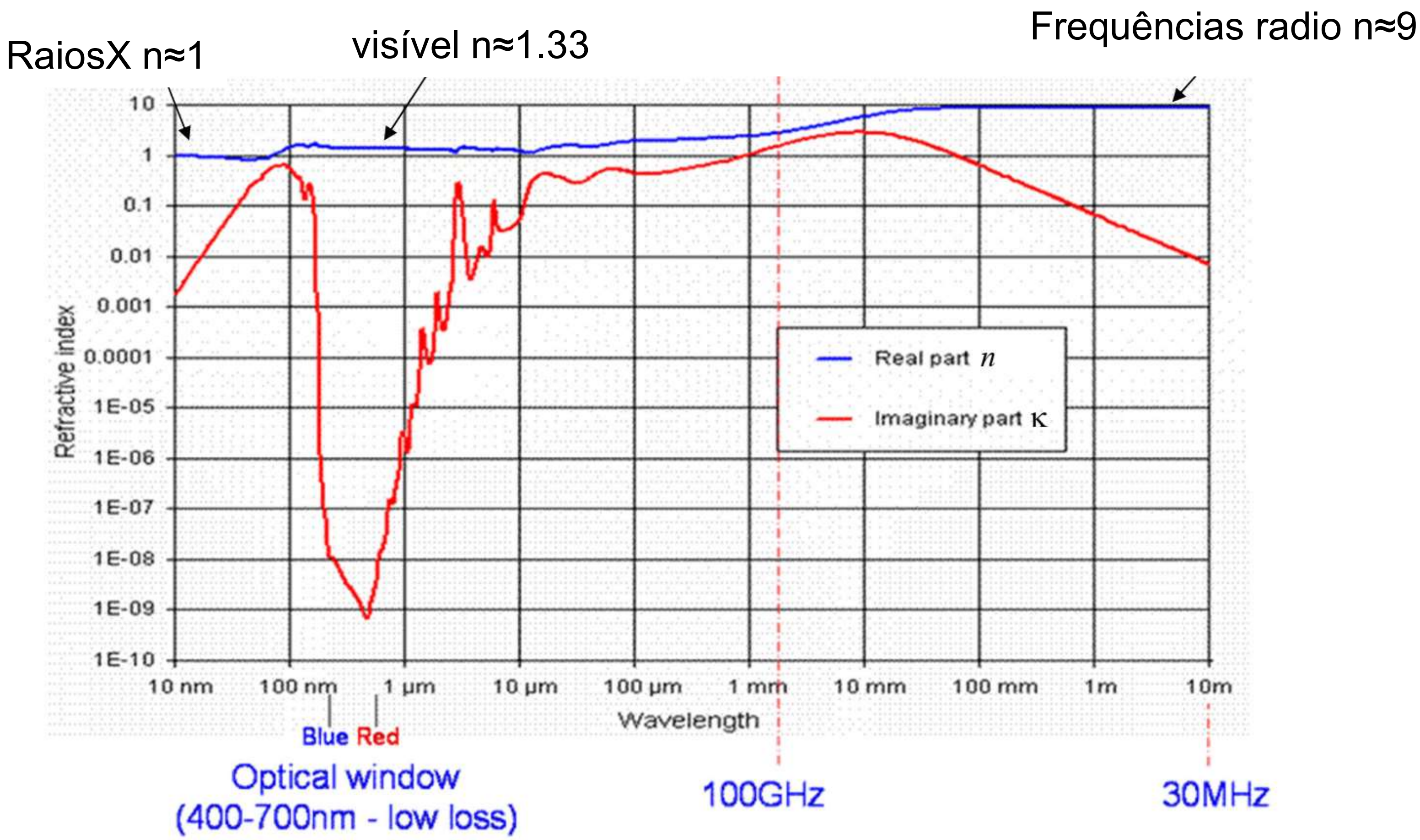
$$\varepsilon_R + i\varepsilon_I = \varepsilon_0 \left[\left(n^2 - \kappa^2 \right) + 2in\kappa \right]$$

O que pode ser invertida

$$n = \sqrt{\frac{1}{2\varepsilon_0} \left(\left|\varepsilon\right| + \varepsilon_R \right)}$$

$$\kappa = \sqrt{\frac{1}{2\varepsilon_0} \left(\left|\varepsilon\right| - \varepsilon_R \right)}$$

Exemplo: índice de refração complexo de água



Em metais existe eletrões livres

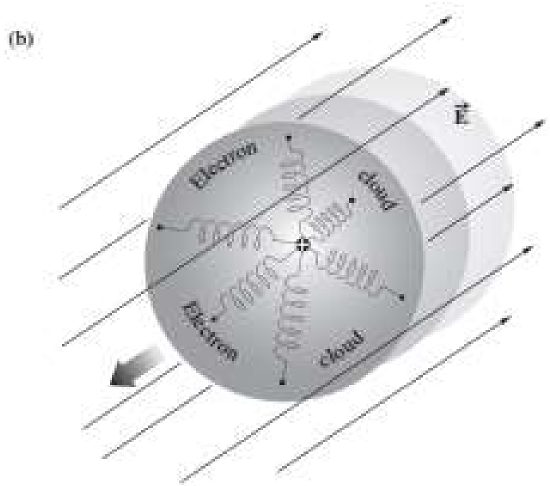


Figure 3.38 (a) Distortion of the electron cloud in response to an applied $\vec{E}$-field. (b) The mechanical oscillator model for an isotropic medium—all the springs are the same, and the oscillator can vibrate equally in all directions.

Modelo Lorentz
Bom para materiais isoladores

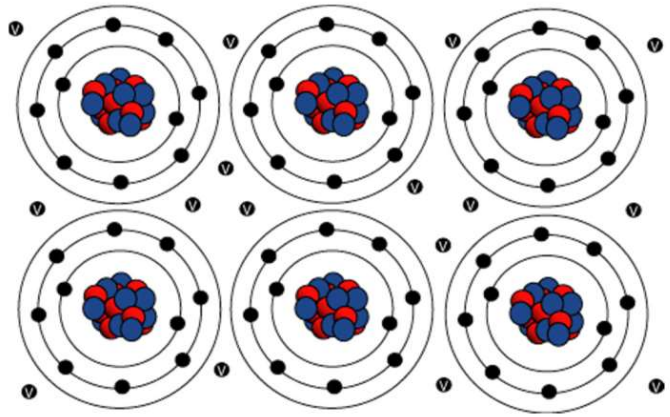
Em metais espera que o efeito dominante venha dos eletrões livres.

Paul Drude
(1863 - 1906)

- Rede cristalina dos iões fixos
- Eletrões da banda de condução são livres
- Vez em quando um eletrão livre sofre uma colisão e sai numa direção aleatória

O modelo tem um parâmetro livre
τ: tempo médio entre colisões

Valor típico $\tau \approx 10^{-14}$s



Condutividade dos Metais na teoria Drude

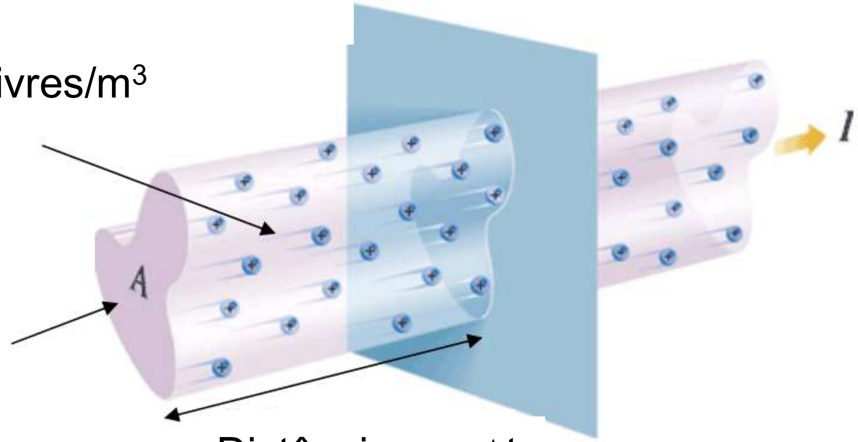
Entre cada colisão os eletrões se aceleram em resposta ao campo elétrico $a = \dfrac{-eE}{m}$

Suponha logo seguir uma colisão (t=0) a velocidade do eletrão é $\vec{\mathbf{v}}_0$

Então no tempo t a velocidade é

$$\vec{\mathbf{v}}(t) = \vec{\mathbf{v}}_0 - \frac{e\vec{\mathbf{E}}}{m}t$$

$$\vec{\mathbf{v}}_{med} = -\frac{e\vec{\mathbf{E}}}{m}\tau$$



$$I = \frac{-eN\left(A\vec{\mathbf{v}}_{med}\Delta t\right)}{\Delta t}$$

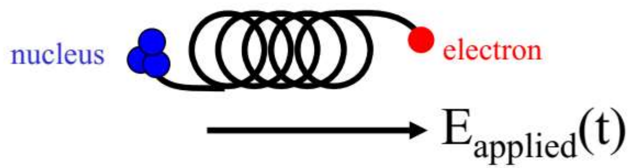
A densidade da corrente $\vec{\mathbf{J}} = \dfrac{I}{A} = \underbrace{\dfrac{e^2 N\tau}{m}}_{\sigma}\vec{\mathbf{E}}$

Lei de Ohm com uma condutividade $\sigma = \dfrac{e^2 N\tau}{m}$

Equação de Onda

$$\nabla^2 \vec{E} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} \qquad P(t) = -eNx(t)$$

No modelo de Lorentz



$$k_{mola} = m\omega_0^2$$

$$x(t) = \frac{eE_0}{m} \frac{1}{(\omega^2 - \omega_0^2) + 2i\gamma\omega} e^{-i\omega t}$$

No limite em que o eletrão é livre $\omega_0 \to 0$

$$x(t) \to \frac{e}{m}\left(\frac{1}{\omega^2 + 2i\gamma\omega}\right) E_0 e^{-i\omega t}$$

$$P(t) \to \frac{-e^2 N}{m}\left(\frac{1}{\omega^2 + 2i\gamma\omega}\right) E_0 e^{-i\omega t} = \varepsilon_0 \underbrace{\left[\boxed{\frac{-e^2 N}{\varepsilon_0 m}}\left(\frac{1}{\omega^2 + 2i\gamma\omega}\right)\right]}_{\chi(\omega)} E_0 e^{-i\omega t}$$

Definir uma frequência de “plasma” $\boxed{\omega_p^2 = \frac{e^2 N}{\varepsilon_0 m}}$

Equação de Onda

$$\nabla^2 \vec{E} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2}$$

$$\vec{P}(t) = -\varepsilon_0 \left(\frac{\omega_p^2}{\omega^2 + 2i\gamma\omega} \right) \vec{E}_0 e^{-i\omega t}$$

$$\nabla^2 \vec{E} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = -\mu_0 \varepsilon_0 \left(\frac{\omega_p^2}{\omega^2 + 2i\gamma\omega} \right) \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \boxed{\left[1 - \left(\frac{\omega_p^2}{\omega^2 + 2i\gamma\omega} \right) \right]} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$$

Índice de refração complexo

$$\boxed{\tilde{n}_{metal}^2 = \varepsilon_{metal}(\omega) = 1 - \left(\frac{\omega_p^2}{\omega^2 + 2i\gamma\omega} \right)}$$

Limite de frequências baixas

$$\tilde{n}_{metal}^2 = \varepsilon_{metal}(\omega) = 1 - \left(\frac{\omega_p^2}{\omega^2 + 2i\gamma\omega} \right)$$

Valores típicas de $\gamma \sim \frac{1}{\tau} \sim 10^{14} r/s$

Exemplo Cobre @ 100Mhz

$$\omega = 2\pi x 10^8 r/s \ll \gamma \qquad \lambda \approx 3m$$

$$\frac{\omega_p^2}{2\gamma\omega} = \frac{e^2 N}{2\varepsilon_0 \gamma\omega} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \omega} \approx 10^{10} \qquad \tilde{n}_{metal}^2 \approx i\frac{\sigma}{\varepsilon_0\omega} \qquad \tilde{n}_{metal} = n + i\kappa \approx \frac{1+i}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{\sigma}{\varepsilon_0\omega}} \approx 4.7x10^4(1+i)$$

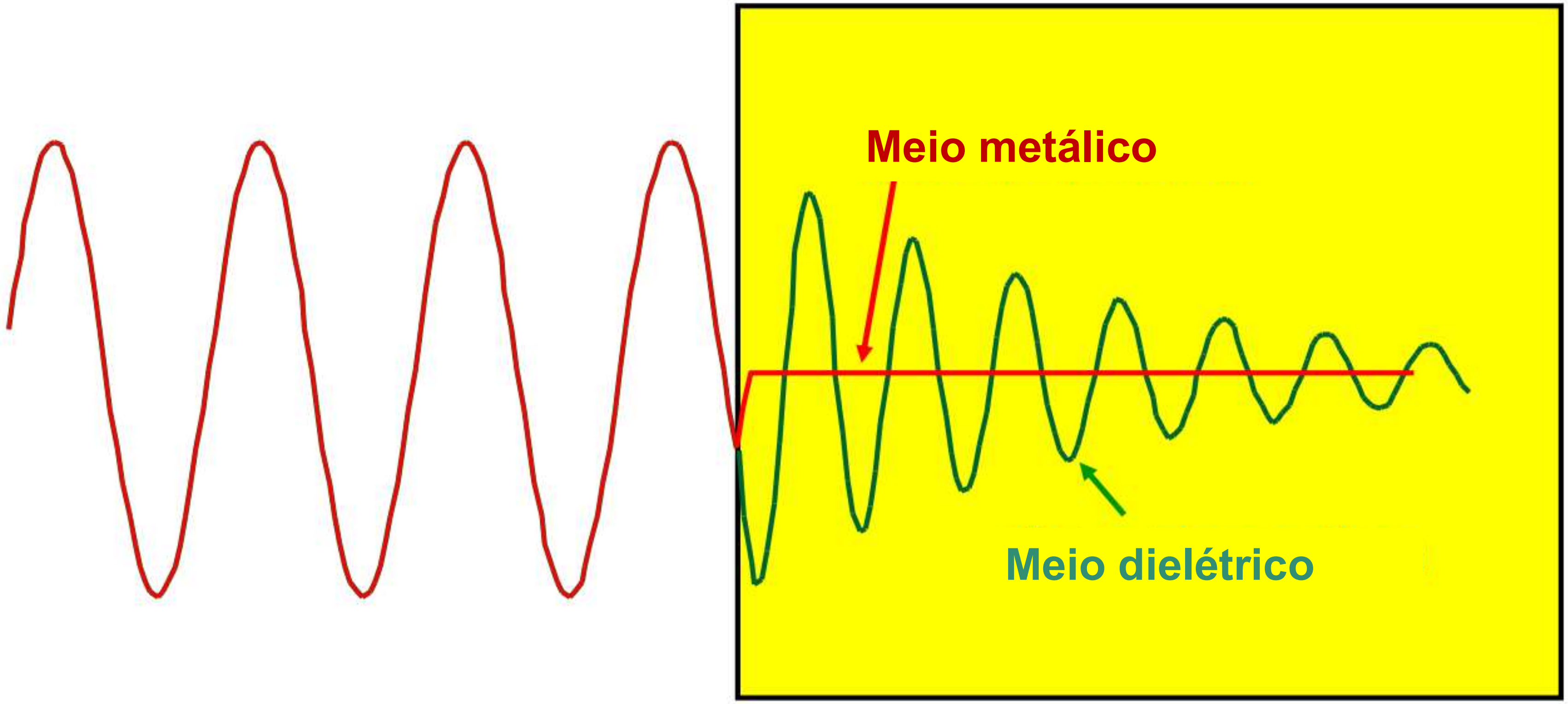
Ambas as partes reais e imaginarias são bastante elevadas

$$E(z,t) = E_0 \exp\left[i\left(\tilde{n}k_0 z - \omega t\right)\right]$$
$$= E_0 e^{-\alpha z/2} \exp\left[i\left(nk_0 z - \omega t\right)\right]$$

Profundidade de penetração é uma fração de λ

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{c}{2\omega\kappa} \approx 3.2\mu m \approx \frac{\lambda}{900,000}$$

Profundidade de penetração é pequena



Metais são bons refletores

Veremos que á incidência normal a refletividade dum meio é dado pela contrasto do índice de refração com o ar

$$R = \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^2 \approx 1 \quad \text{se n} \gg 1$$

Exemplo Cobre @ 100Mhz

$$n \approx 4.7x10^4 \qquad\qquad R \approx 0.9999455$$

Limite de frequências altas

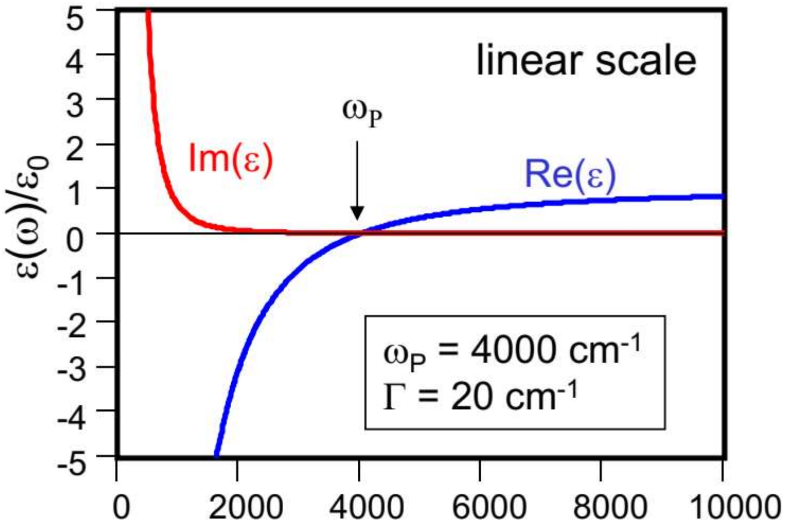
Quando $\omega \gg \gamma$ (visível e frequências maiores)

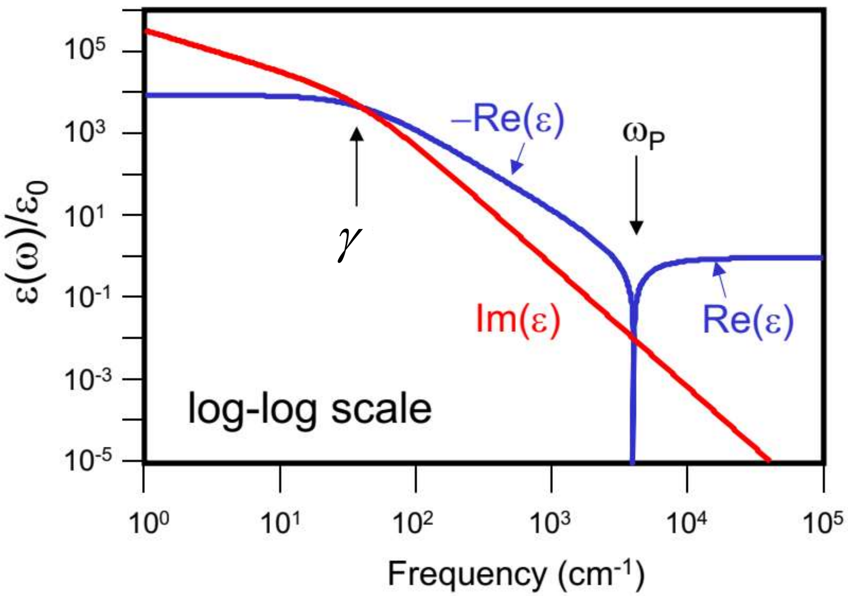
$$\omega_p = \sqrt{\frac{e^2 N}{\varepsilon_0 m}} \sim 10^{16} - 10^{17}\, r/s$$

em metais

$$\tilde{n}^2_{metal} = \varepsilon_{metal}(\omega) = 1 - \left(\frac{\omega_p^2}{\omega^2 + 2i\gamma\omega}\right) \approx 1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2$$

Puro real





$1cm^{-1} = 30GHz$

Im(ε) →0 quando ω>>γ $\mathrm{Re}(\varepsilon) = 0 \quad @\,\omega = \omega_p$ $|\mathrm{Re}(\varepsilon)| = \mathrm{Im}(\varepsilon) \quad @\,\omega = \gamma$

As previsões da teoria Drude são razoáveis para prata

$$\varepsilon_{metal}(\omega) = 1 - \left(\frac{\omega_p^2}{\omega^2 + 2i\gamma\omega} \right)$$

$$\frac{\omega_p}{2\pi} \approx 2200\ THz$$

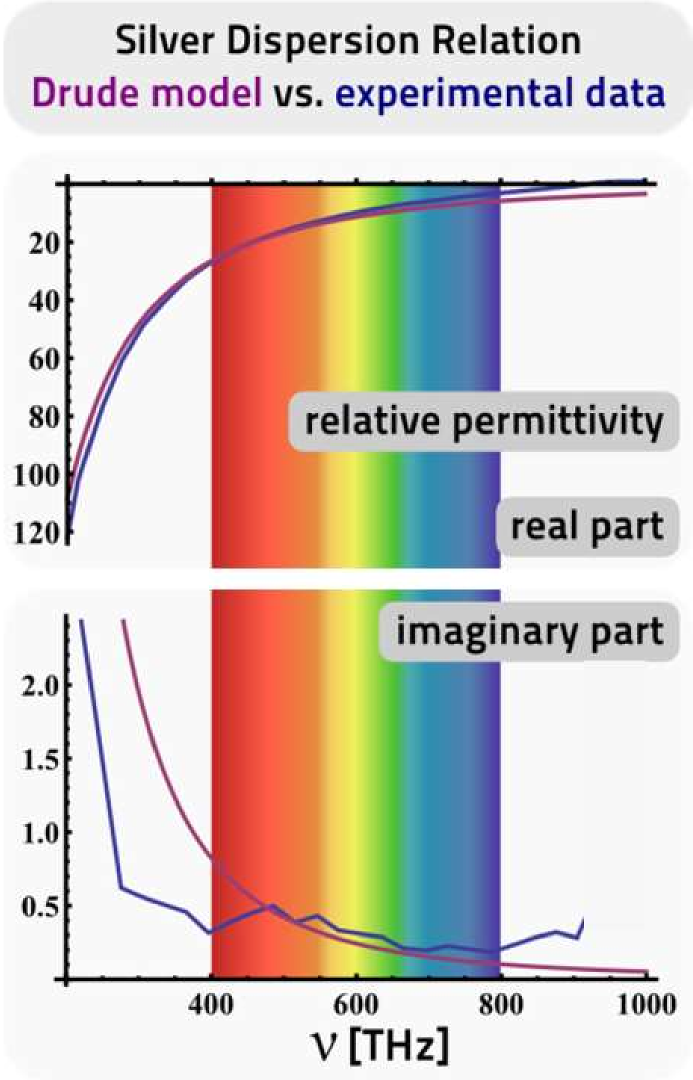
$$\lambda_p \approx 138\ nm$$

$$\frac{|\mathrm{Re}(\varepsilon)|}{\varepsilon_0}$$

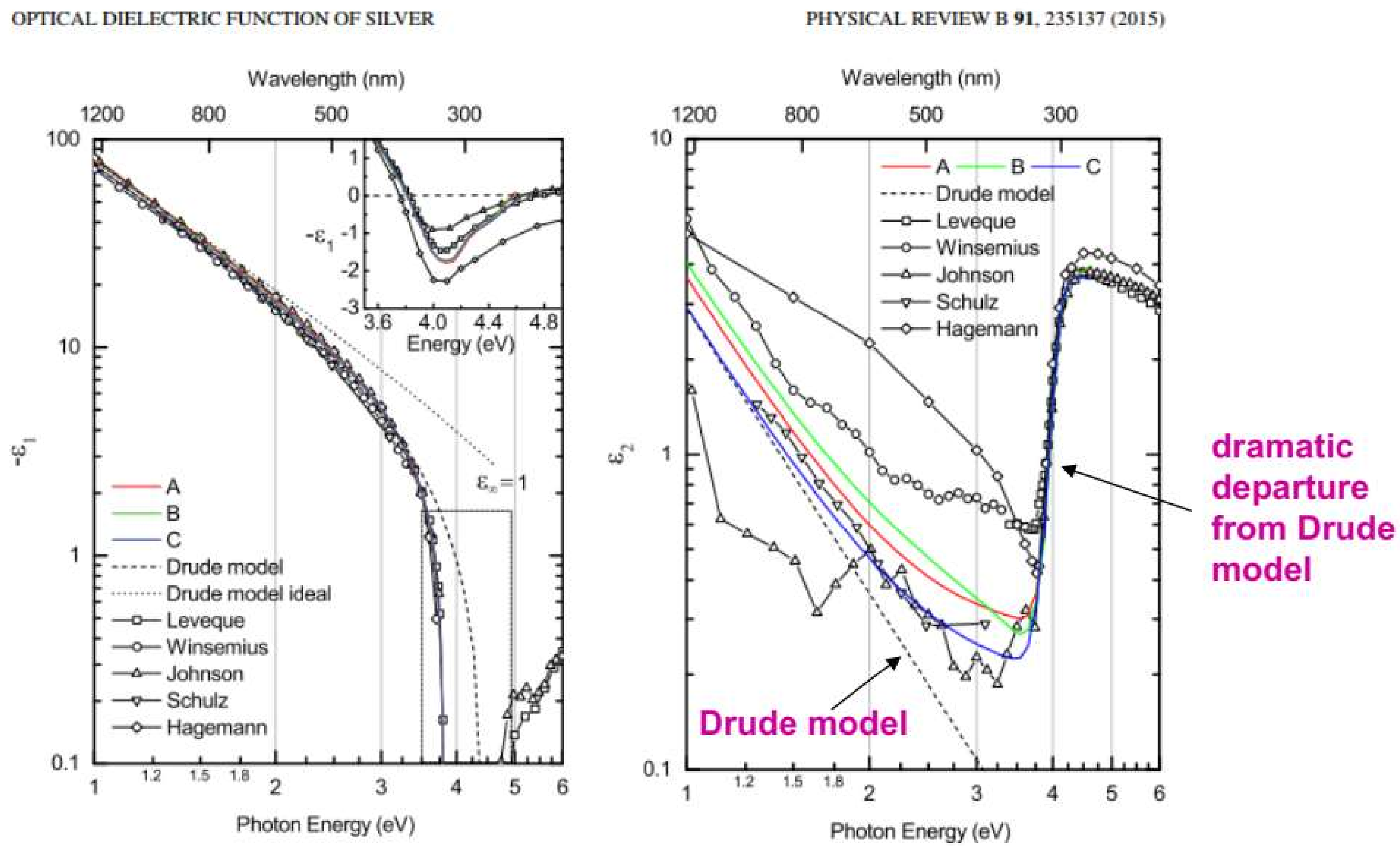
grande e negativa
para $\omega \ll \omega_p$

$$\frac{\mathrm{Im}(\varepsilon)}{\varepsilon_0}$$

pequena e positiva



Mas não perfeito



$$\hbar\omega_p \approx 9eV$$

$$\lambda_p = 138\,nm$$

A estrutura a volta de 4eV é devido a "ionização" dum eletrão interior para a banda de valência

Frequências muita altas

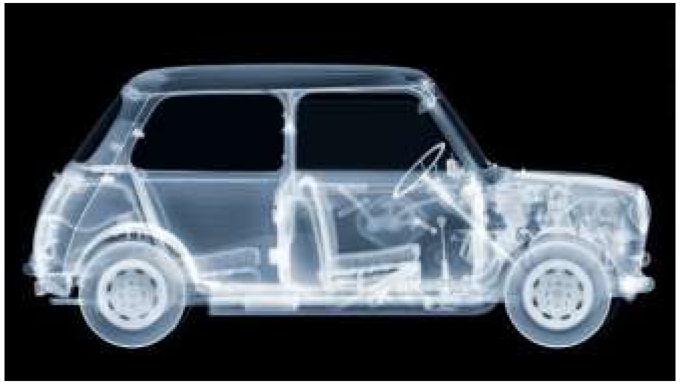
$$\omega \gg \gamma \quad n(\omega) \approx \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}}$$

$$\omega < \omega_p \quad \tilde{n}(\omega) \to i\sqrt{\frac{\omega_p^2}{\omega^2} - 1}$$

Puro imaginário –
profundidade de penetração pequena

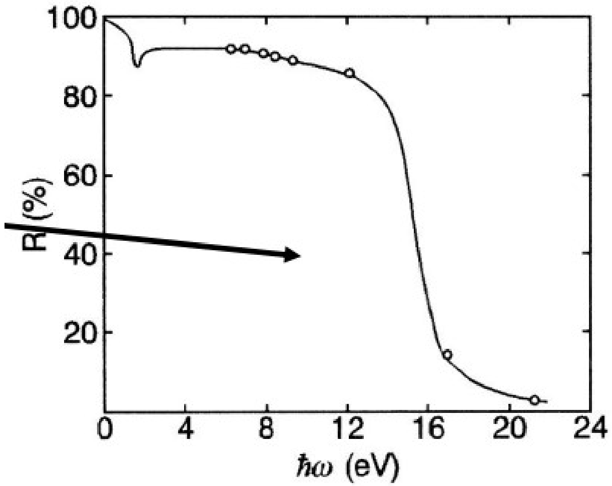
$$\omega \gg \omega_p \quad n(\omega) \to 1$$

Os metais fiam transparentes nos raios x

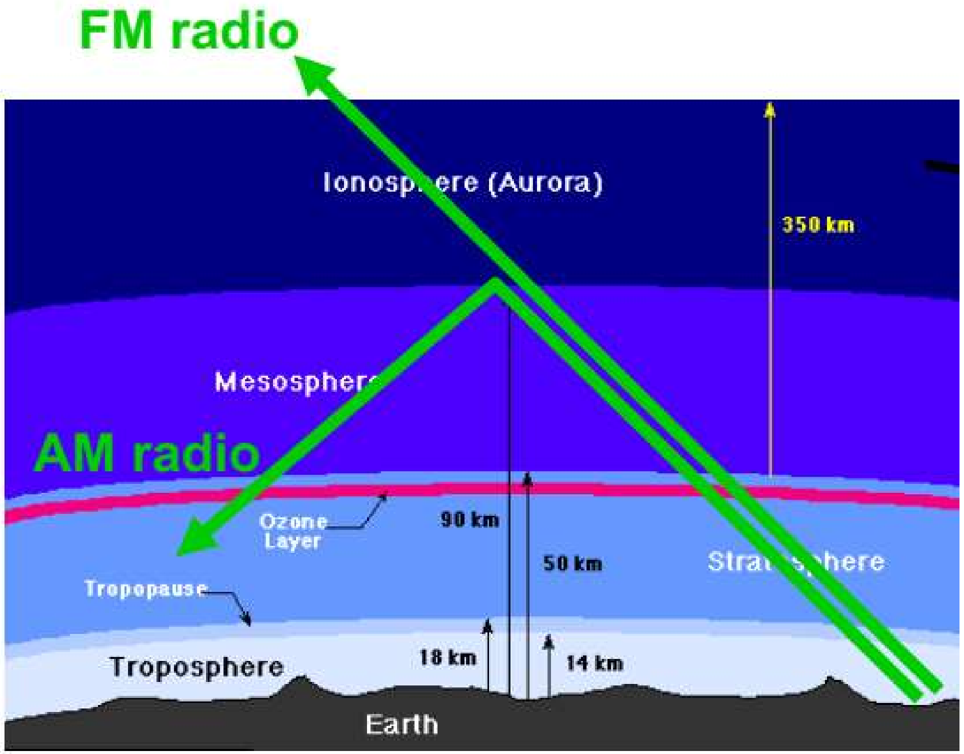


Aluminum
(H. Raether, Springer Tracts in Mod. Phys. Vol 38 (1965))

A refletividade baixa muito para frequência além da frequência de plasma



Ionosfera

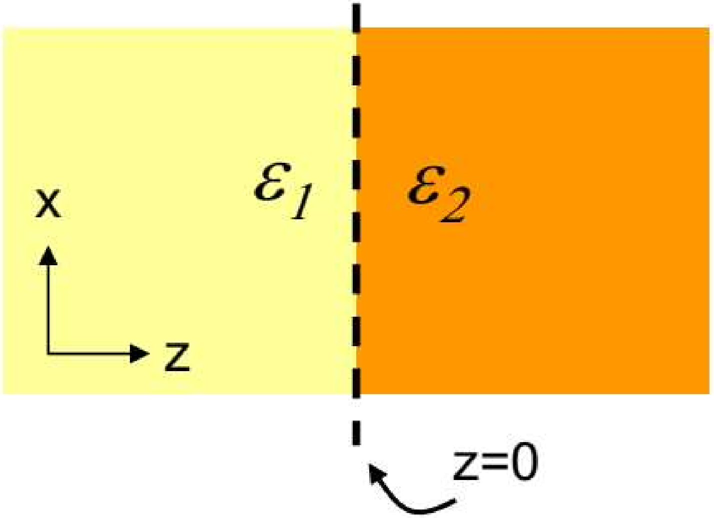


Na atmosfera N ≈ $10^{12}/m^3$

$$\omega_P = \sqrt{\frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m_e}} = 2\pi \times 9 \text{ MHz}$$

ondas AM são refletidas
ondas FM são transmitidas

Ondas presos numa interface



Considere uma onda na interface entre dois meios semi-infinitos

Existe uma solução as equações de Maxwell que se propaga ao longo da interface?

Procuramos soluções da forma

$$\vec{E}_1 = \left(E_{1x}, 0, E_{1z}\right) e^{-\kappa_1 \omega |z|/c} e^{i(n_1 k_0 x - \omega t)} \qquad \vec{E}_2 = \left(E_{2x}, 0, E_{2z}\right) e^{-\kappa_2 \omega |z|/c} e^{i(n_2 k_0 x - \omega t)}$$

$$\vec{B}_1 = \left(0, B_{1y}, 0\right) e^{-\kappa_1 \omega |z|/c} e^{i(n_1 k_0 x - \omega t)} \qquad \vec{B}_2 = \left(0, B_{2y}, 0\right) e^{-\kappa_2 \omega |z|/c} e^{i(n_2 k_0 x - \omega t)}$$

Estes ondas se propagam ao longo da interface e decaem exponencialmente nos dois meios (também não são ondas transversas…)

Ondas na interface

Ampere $\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

$$\vec{E}_1 = \left(E_{1x}, 0, E_{1z}\right) e^{+\kappa_1 \omega z/c} e^{i\left(n_1 k_0 x - \omega t\right)}$$

$$\vec{B}_1 = \left(0, B_{1y}, 0\right) e^{+\kappa_1 \omega z/c} e^{i\left(n_1 k_0 x - \omega t\right)}$$

Para os componentes ao longo do eixo dos xxs

$$\vec{E}_2 = \left(E_{2x}, 0, E_{2z}\right) e^{-\kappa_2 \omega z/c} e^{i\left(n_2 k_0 x - \omega t\right)}$$

$$\vec{B}_2 = \left(0, B_{2y}, 0\right) e^{-\kappa_2 \omega z/c} e^{i\left(n_2 k_0 x - \omega t\right)}$$

$$-\frac{\kappa_1}{c} \omega B_{1y} = -i\omega \mu_0 \varepsilon_1 E_{1x} \qquad \frac{\kappa_2}{c} \omega B_{2y} = -i\omega \mu_0 \varepsilon_2 E_{2x}$$

Na interface os campos têm ser contínuos

$$E_{1x}(z=0) = E_{2x}(z=0)$$

$$B_{1x}(z=0) = B_{2x}(z=0)$$

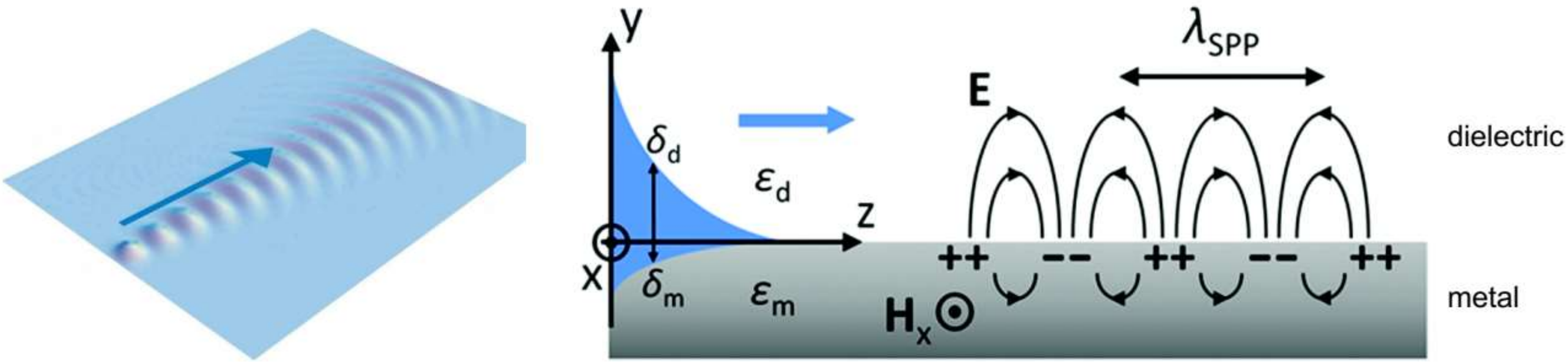
Juntos estes condições implicam que

$$\frac{\varepsilon_1}{\kappa_1} + \frac{\varepsilon_2}{\kappa_2} = 0$$

Como κ é sempre positiva uma das constantes dielétricas tem ser negativa – o que acontece num metal quando $\omega < \omega_p$

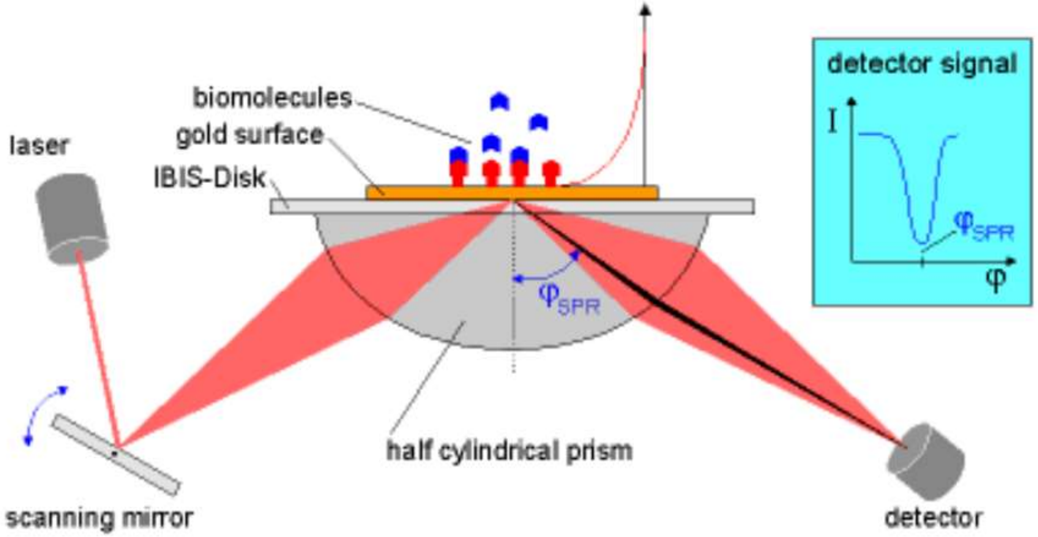
Ondas plasmáticas da superfície (“Surface plasmon polaritons”)

Encontramos uma solução que é um onda que se propaga na interface entre um metal e um meio dielétrico (por exemplo ar)

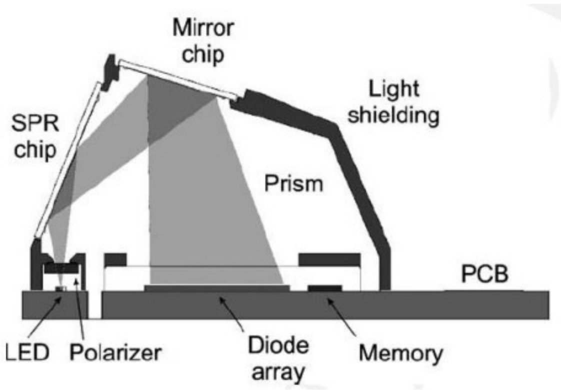


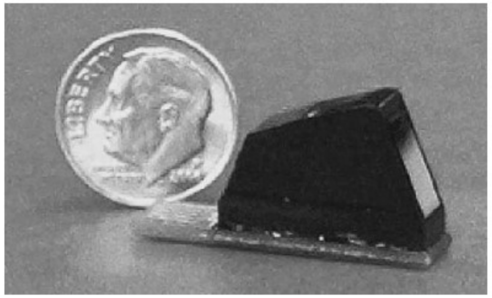
Os eletrões livres no metal se oscilam em sincronia com o campo EM que se propaga na superfície.

Sensores plasmáticas



As ondas plasmáticas são muito sensíveis as moléculas que possa estar na superfície

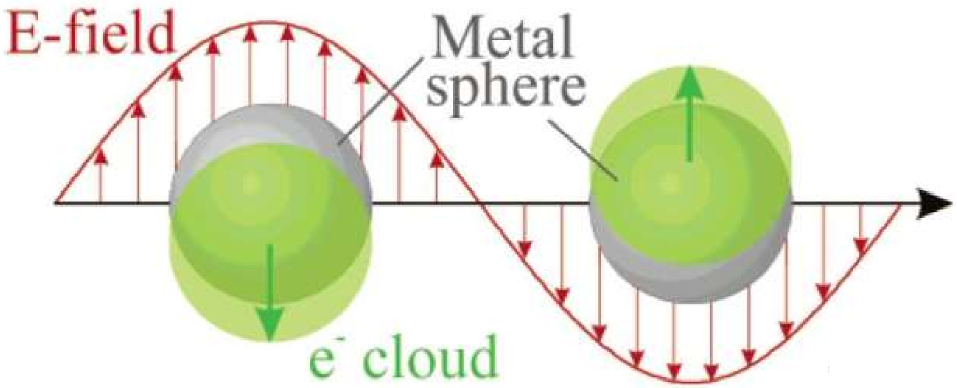


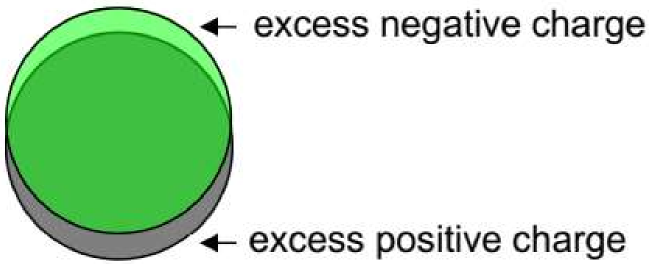


Dispositivo comercial

Ondas plasmáticas nos pontos quânticos

Em vezes duma interface semi-infinita do metal é possível também excitar ondas plasmáticas em pequenas esferas metálicas. Só neste caso as ondas não se propagam – a carga apenas se oscila com o campo elétrico.

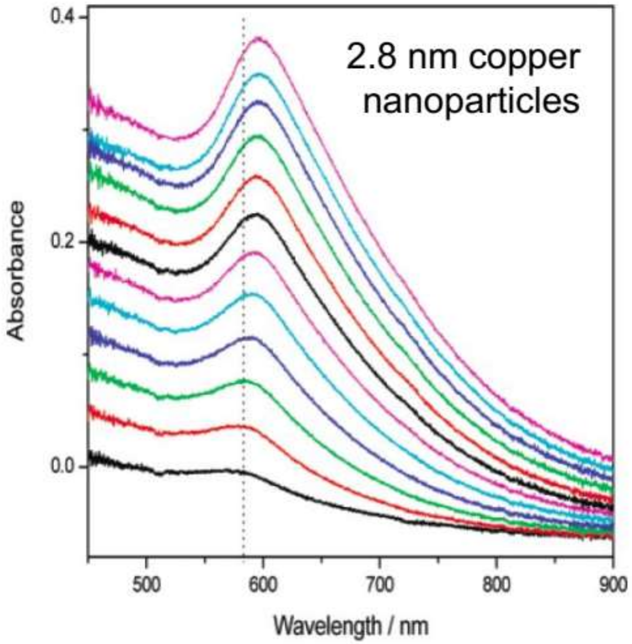




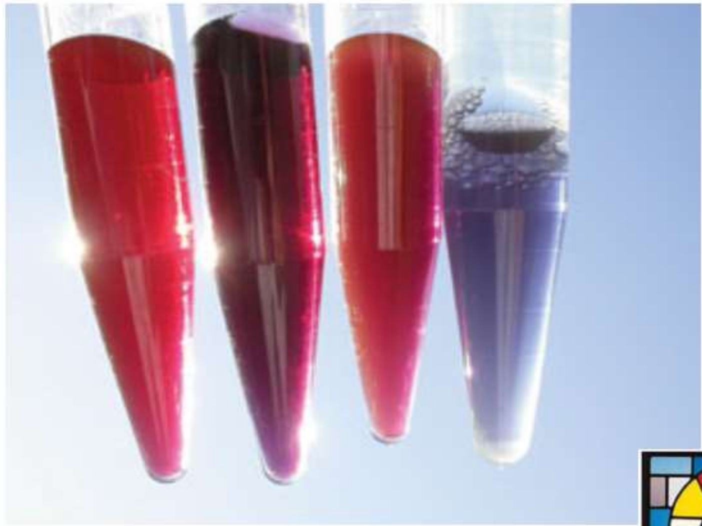
Devida a separação da carga existe uma “força de restauro” nos eletrões.
Voltamos ter uma ressonância - desta vez plasmática

Ondas plasmáticas nos pontos quânticos

A luz interage com os pontos quântico mais fortemente na frequência da ressonância das ondas plasmáticas



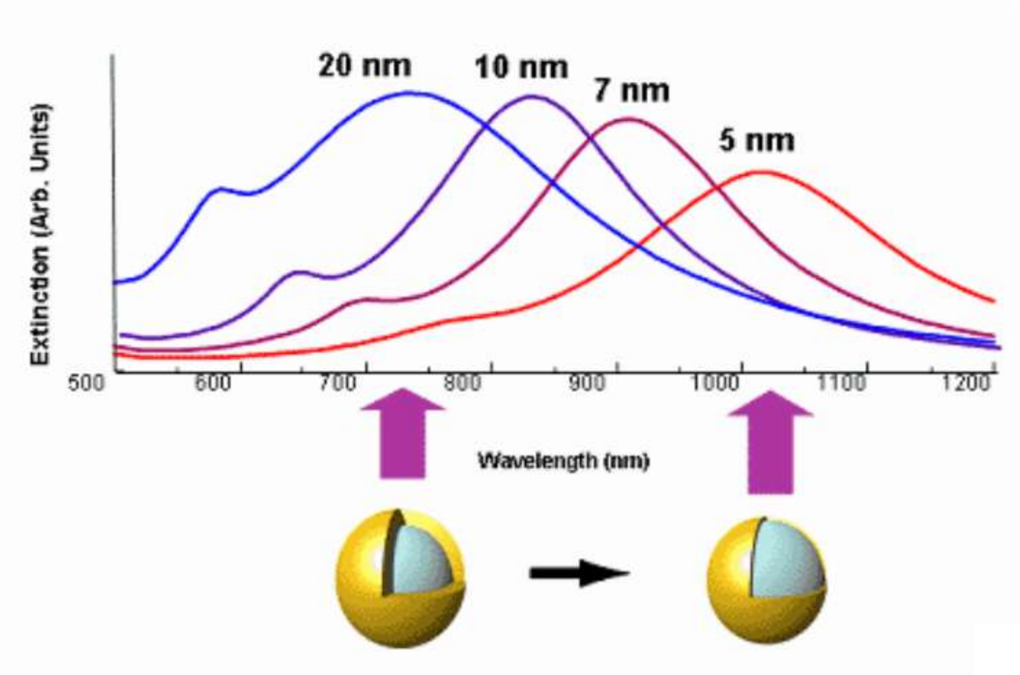
Pedersen *et al.*, J Phys Chem C (2007)



Nanopartículas de ouro são responsáveis pela cor vermelho nos vidrais

Engenharia das cores

Alterar a espessura duma camada de ouro faz que os cores variam



gold nano-shells

Halas group, Rice Univ.