

Cálculo para Ciências

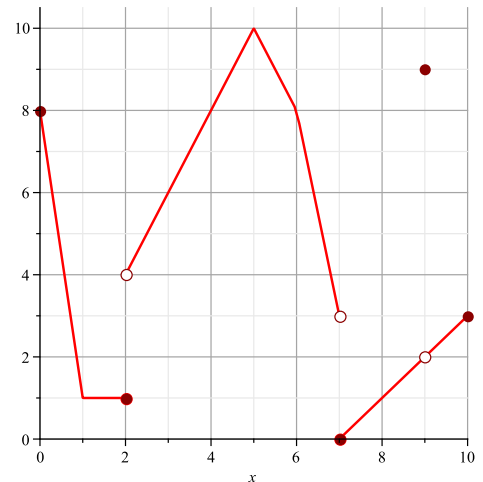
1^o teste

09.11.2022

Justifique todas as respostas.

Exercício 1. [6,0 valores] Considere a função $f : [0, 10] \rightarrow \mathbb{R}$ cujo gráfico se apresenta na figura anexa.

- a) Indique o contradomínio de f .
- b) Determine $f^{-1}([1, 8])$.
- c) Indique os minimizantes locais de f .
- d) Indique os maximizantes locais de f .
- e) Indique os pontos onde f é descontínua.
- f) Indique o valor de $f'(4)$.
- g) Indique os pontos onde f não é derivável.
- h) Determine $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(\frac{1}{x})$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(\frac{7x-1}{x})$.



Exercício 2. [4,5 valores] Calcule

- a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x + \ln x}{x^3 - 3x + 2}$;
- b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x) \operatorname{tg}(3x)}{x(e^x - 1)}$.

Exercício 3. [1,5 valores] Calcule a derivada da função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x e^{\sin(x^2)}$.

Exercício 4. [6,0 valores] Considere a função $f(x) = x^2 - 2 - \ln x$, $x > 0$.

- a) Mostre que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ e $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$.
- b) Mostre que f' tem exatamente um zero.
- c) Conclua, justificando, que f tem exatamente dois zeros.

Exercício 5. [2,0 valores] Seja $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ contínua e derivável em $]0, 1[$ tal que $f(0) = f(1) = 0$. Mostre que existe $c \in]0, 1[$ tal que $f(c) = 2f'(c)$.

Sugestão: Considere a função $g : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $g(x) = f(x) e^{-\frac{1}{2}x}$.

FIM
BOA SORTE