Física de Semicondutores e Nanoestruturas (MF)
Teste 1

1. Explique sucintamente, do ponto de vista da estrutura de bandas de energia eletrónica:
a) Qual é a diferença entre metais, isoladores e semicondutores?
(1v)
b) Qual é a diferença entre semicondutores com gap direto e indireto?
(1v)
c) Qual é a diferença entre lacunas leves e pesadas?
(1v)
d) O que são singularidades de van Hove no espectro da densidade de estados electrónicos?
(1v)
(Pode fazer desenhos explicativos.)

2. a) Apresente um gráfico qualitativo que demonstre a varação da concentração de eletrões na banda de condução em função da temperatura e comente brevemente sobre as regiões caraterísticas nesta variação.
(1v)
b) Que fatores determinam a condutividade elétrica dum condutor? Qual deles é determinante para a variação da condutividade com a temperatura: (1) nos semicondutores e (2) nos metais?
(1v)
c) Partindo da fórmula geral, deduza a forma explícita da função densidade de estados, $g(E)$, na banda de condução dum semicondutor tridimensional hipotético em que o espectro de energia dos eletrões tem a seguinte forma: $E(\vec{p}) = E_c + C|\vec{p}|$ onde C=const.
(2v)

3. O espectro eletrónico na banda de condução e na banda de lacunas leves de um semicondutor com o *gap* suficientemente estreito pode ser descrito pela expressão proposta por Kane, que tem a seguinte forma:

$$E(\vec{k}) = E_c + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_0} + \frac{1}{2}\left(- E_g \pm \sqrt{E_g^2 + \frac{8}{3} P^2 k^2} \right)$$

em que m_0 é a massa do electrão livre, E_g é a energia do *gap* e P é um parâmetro (o elemento de matriz do operador de momento linear, conhecido como o parâmetro de Kane). O sinal "+" ou "-" aplica-se aos electrões e lacunas leves, respectivamente.
a) Obtenha a expressão para a massa efectiva no fundo da banda de condução.
b) Calcule o quociente entre a massa efectiva e a massa do eletrão livre para o arseniete de gálio tomando $E_g = 1.42$ eV e $P = 1.0\times10^{-7}$ eV·cm.
(4v)

4. Às temperaturas suficientemente baixas, a função de Fermi-Dirac pode ser aproximada por um degrau,

$$f_{FD}(E,E_F)=\frac{1}{1+\exp\left(\dfrac{E-E_F}{k_BT}\right)}\rightarrow\begin{cases}1, & E<E_F\\ 0, & E>E_F\end{cases}$$

Usando esta aproximação:
a) Obtenha a relação entre a concentração de eletrões na banda de condução e o nível de Fermi, E_F.
b) Calcule o valor de E_F (em eV), relativamente ao fundo da banda de condução para o arseniete de gálio se a concentração de eletrões for $n=1.0\times10^{18}\,\text{cm}^{-3}$. Tome a massa efectiva dos eletrões na banda de condução $m^*=0.067m_0$ e considere $T=30\,\text{K}$.
(4v)

5. O semicondutor GaAs tem (a $T=300\,\text{K}$) a energia do *gap* $E_g=1.42\,\text{eV}$, a massa efectiva de electrões livres $m^*=0.065m_0$, a constante dieléctrica $\varepsilon=12.9$ e a constante da rede $a=0.565\,\text{nm}$.

a) Calcule o raio de Bohr efetivo que corresponde ao estado fundamental dum dador hidrogenóide.
b) Calcule a energia de ionização deste dador (em eV) e compare-a com a energia térmica.
c) Avalie o numero de células unitárias do cristal no interior duma esfera de raio de Bohr efetivo.
(4v)

Formulário

$$g(E')=\frac{2}{(2\pi)^3}\int_{E(\vec{k})=E'}\frac{dA_{\vec{k}}}{\left|\nabla_{\vec{k}}E(\vec{k})\right|};\quad g(E)=\frac{2^{1/2}m^{*3/2}}{\pi^2\hbar^3}\sqrt{E-E_c};\quad n=\int_{E_c}g(E)f_{FD}(E,E_F)dE$$

$$n=N_c\cdot F_{1/2}\left(\frac{E_F-E_c}{k_BT}\right);\quad N_c=2\frac{\left(\nu\, m^*k_BT\right)^{3/2}}{(2\pi)^{3/2}\hbar^3}=2.5\times10^{19}\left(\frac{T}{300\text{K}}\right)^{3/2}\left(\frac{\nu\, m^*}{m_0}\right)^{3/2}\left[\text{cm}^{-3}\right];$$

$$E_F=\frac{E_d+E_c}{2}+\frac{k_BT}{2}\ln\frac{N_d}{\beta_dN_c};\quad N_d^+=\frac{N_d}{1+\beta_d\exp\left(\dfrac{E_F-E_d}{k_BT}\right)};\quad n_i=\sqrt{N_cN_v}\exp\left(-\frac{E_g}{2k_BT}\right)$$

$$E_d=E_c-\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)\frac{e^2}{2\varepsilon a_b};\quad a_B=(4\pi\varepsilon_0)\frac{\varepsilon\hbar^2}{m^*e^2}$$