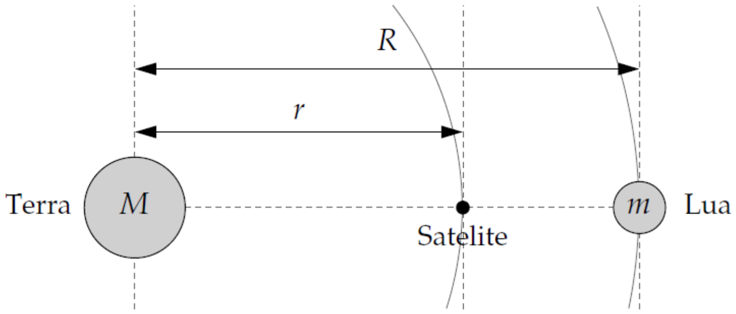
Ficha 4 Métodos para solução de sistemas equações lineares e não lineares

1. No ponto de Lagrange *L*1 entre a Terra e a Lua um satélite irá orbitar a Terra em perfeita sincronia com a Lua, estando sempre entre os dois planetas. Tal deve-se ao equilíbrio entre as atrações da Terra e da Lua:



(a) Assumindo órbitas circulares, mostre que a distância *r* entre o centro da Terra e o ponto *L*1 é dada por:

$$\frac{GM}{r^2} - \frac{Gm}{(R-r)^2} = \omega^2 r,$$

(b) Determine numericamente a distância *r* entre o centro da Terra e o ponto *L*1 considerando:
$G = 6.674 \times 10^{-11}\ m^3kg^{-1}s^{-2}$,
$M = 5.974 \times 10^{24}$ kg,
$m = 7.348 \times 10^{22}$ kg,
$R = 3.844 \times 10^{8}$ m,
$\omega = 2.662 \times 10^{-6}\ s^{-1}$.

2. Considere a equação $x = e^{1-x^2}$.
(a) Resolva-a graficamente.

(b) Resolva-a iterativamente usando método do ponto fixo e $x = ½$ como valor inicial. O método converge?
(c) Obtenha uma equação equivalente, tomando o logarítmo de ambos os lados da equação e repita o método anterior. O método agora converge?

3. Determine o comprimento da ligação no cristal NaCl minimizando o potencial de interacção:

$$V(r) = -14.41/r + 1090 * e^{(-r/0.33)}, \quad r \text{ em Å}.$$

4. Implemente um algoritmo iterativo para calcular a raiz quadrada de um nº com base no método de Newton.

5. Determine a solução do sistema de equações lineares usando o método iterativo de Jacobi.

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

6. Determine os 2 pontos na vizinhança de (0,0) onde se intersectam as curvas:

$$x^2 + x - y^2 = 1$$

e

$$y - \sin\left(x^2\right) = 0\,.$$

7. Determine a solução do sistema de equações não lineares seguinte usando o método iterativo do ponto fixo Gauss-Seidel.

$$\begin{aligned} x_1^2 + 10x_1 + 2x_2^2 - 13 = 0 \\ 2x_1^3 - x_2^2 + 5x_2 - 6 = 0 \end{aligned}$$

8. O sistema de equações seguinte tem uma única solução. Calcule-a com 5 casas decimais usando o método de Newton-Raphson e o valor inicial (0,0).

$$\begin{cases} -5x_1 + 2sen(x_1) + cos(x_2) & = & 0 \\ 4cos(x_1) + 2sen(x_2) - 5x_2 & = & 0 \end{cases}$$