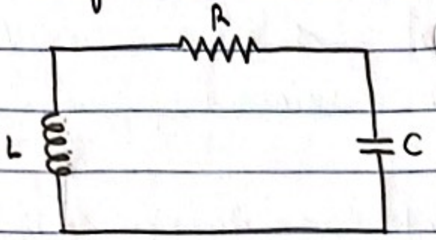
22/03/2021	T4 - OSCILAÇÕES AMORTECIDAS NO CIRCUITO RLC	

VALORES TEÓRICOS

- Demonstração da equação diferencial de 2ª ordem aplicando a lei das malhas

Quando fechamos o circuito em $t = 0$, ficamos com:



Aplicando a lei das malhas (a soma algébrica das tensões de cada componente da malha é nula):

$$V_L + V_R + V_C = 0 \qquad (1)$$

onde estas tensões de cada componentes são dadas por:

- $V_R = Ri$
- $V_C = Q/C = \frac{1}{C}\int i\,dt$
- $V_L = L\frac{di}{dt}$

Substituindo na equação 1, temos que:

$$L\frac{di}{dt} + RI + \frac{1}{C}\int i\,dt = 0$$

Mas como $i = \frac{dq}{dt}$, então a equação característica do circuito apresentada em cima é igual a:

$$L\frac{d^2q}{dt} + R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

c.q.d.

- Cálculo dos valores das Resistências $L = 39\ mH = 39\times10^{-3}\ H$

$C = 10\ nF = 10\times10^{-9}\ F$

AMORTECIMENTO CRÍTICO

$$\left[\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}\right] = 0 \Leftrightarrow R = \frac{2L}{\sqrt{LC}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow R = \frac{2\times39\times10^{-3}}{\sqrt{39\times10^{-3}\times10\times10^{-9}}} \Leftrightarrow R \simeq 3,95\ k\Omega$$

AMORTECIMENTO FORTE

$$\left(\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}\right) > 0 \Leftrightarrow R > 3{,}95\,k\Omega$$

ou seja, para se verificar este amortecimento forte tem de se considerar um valor de resistência superior a $3{,}95\,k\Omega$ (o valor que escolhemos foi de $10\,k\Omega$).

AMORTECIMENTO FRACO

$$\left(\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}\right) < 0 \Leftrightarrow R < 3{,}95\,k\Omega$$

ou seja, para se verificar este amortecimento fraco tem de se considerar um valor de resistência inferior a $3{,}95\,k\Omega$ (o valor que escolhemos foi de $100\,\Omega$).

- Cálculo das frequências e amortecimentos

Para um AMORTECIMENTO CRÍTICO: $\omega_0 = \gamma$ e $\omega_m = 0$

$$\rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{39\times10^{-3}\times10\times10^{-9}}} \simeq 50636{,}97 \text{ rad/s}$$

$$\rightarrow \gamma = \frac{R}{2L} = \frac{3{,}95\times10^{3}}{2\times39\times10^{-3}} \simeq 50641{,}02 \text{ rad/s}$$

Tendo em conta que o valor de R é aproximado, podemos considerar que $\omega_0 \simeq \gamma$ e, por isso, $\omega_m \simeq 0$

Provamos, assim, que para $R = 3{,}95\,k\Omega$ nos encontramos perante um amortecimento crítico.

Para um AMORTECIMENTO FRACO: $\omega_0 > \gamma$ e $\omega_m = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$

$$\left.\begin{aligned} &\rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \simeq 50636{,}97 \text{ rad/s} \\ &\rightarrow \gamma = \frac{R}{2L} = \frac{100}{2\times39\times10^{-3}} \simeq 1282{,}05 \text{ rad/s} \end{aligned}\right\} \omega_0 > \gamma$$

$$\rightarrow \omega_m = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} \simeq \sqrt{(50636,97)^2 - (1282,05)^2} \simeq 50620,74 \text{ rad/s}$$

Com isto, comprova-se que se trata de um amortecimento fraco !!

Para um AMORTECIMENTO FORTE: $\omega_0 < \gamma$ e $\omega_m = j\alpha$ onde $\alpha = \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$.

$$\rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \simeq 50636,97 \text{ rad/s}$$

$\omega_0 < \gamma$

$$\rightarrow \gamma = \frac{R}{2L} = \frac{10 \times 10^3}{2 \times 39 \times 10^{-3}} \simeq 128205,13 \text{ rad/s}$$

$$\rightarrow \alpha = \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2} \simeq \sqrt{(128205,13)^2 - (50636,97)^2} \simeq 117781,37 \text{ rad/s}$$

Logo, $\omega_m = j\,117781,37$ rad/s

Com isto, comprova-se que se trata de um amortecimento forte !!