1. A temperatura da atmosfera num ponto (x, y, z) é dada por $T(x, y, z) = x^3 - xy + yz^2$. Um mosquito encontra-se no ponto $a = (1, 2, 3)$. Em que direção e sentido o mosquito tem de voar para aquecer mais rapidamente?

2. Determine a equação do plano tangente em $a = (0, \sqrt{2}, 1)$ às superfícies dadas pelas seguintes equações:

   (a) $\dfrac{x^2}{2} + \dfrac{y^2}{4} + \dfrac{z^2}{2} = 1$

   (b) $z = x^2 + \dfrac{y^2}{2}$

3. Considere a função $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por $f(x, y) = 2y^3 - 3y^2 - x^2 + 1$.

   (a) Determine os pontos críticos de f e a natureza destes pontos (ponto de extremo local de f ou ponto de sela).

   (b) Represente graficamente (no mesmo desenho) as curvas dadas pelas equações seguintes:

$$\begin{cases} z = f(x,y) \\ y = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} z = f(x,y) \\ y = 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} z = f(x,y) \\ x = 0 \end{cases}$$

4. Estude com relação a máximos e mínimos locais as funções dadas nas alíneas seguintes:

   (a) $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3x - 3y + 4$

   (b) $f(x, y) = e^{-x^2-y^2}$

5. Sabendo que as seguintes funções admitem extremos globais relativos à condição dada, determine estes extremos utilizando o método dos multiplicadores de Lagrange.

   (a) $f(x, y) = x + 2y, \quad x^2 + 4y^2 = 2$

   (b) $f(x, y, z) = x + 2y + z, \quad x^2 + 2y^2 + z^2 = 4$

6. Encontre os pontos da elipse $x^2 + xy + y^2 = 3$ (de centro na origem) mais próximos e os mais afastados da origem. Esboce a elipse.

7. Mostre que o paralelepípedo com área de superfície fixa e volume máximo é o cubo.