

# Física do Corpo Humano

Licenciatura em Física

Percursos C – Física Médica

Ano letivo de 2020/2021 1º semestre.

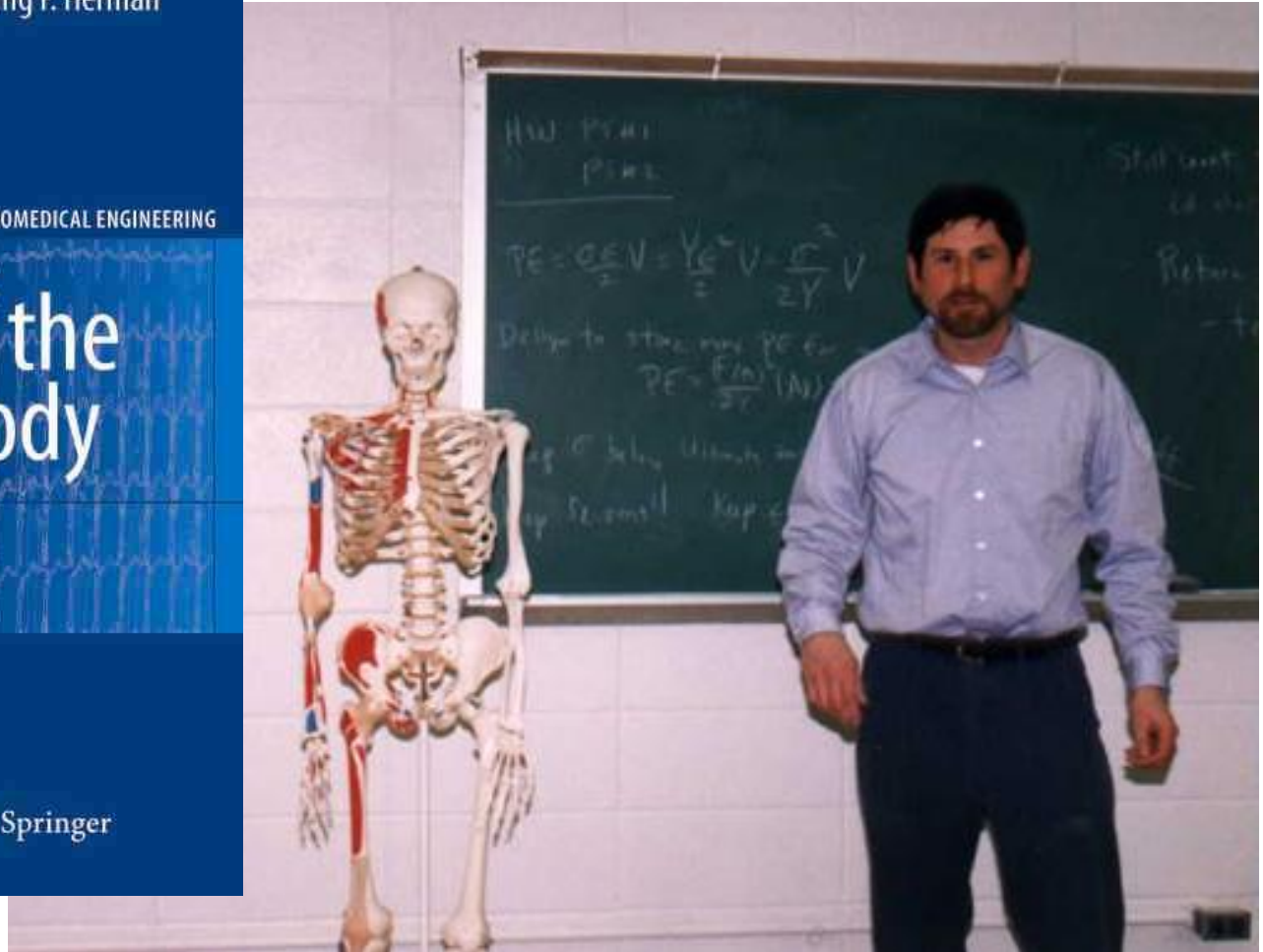
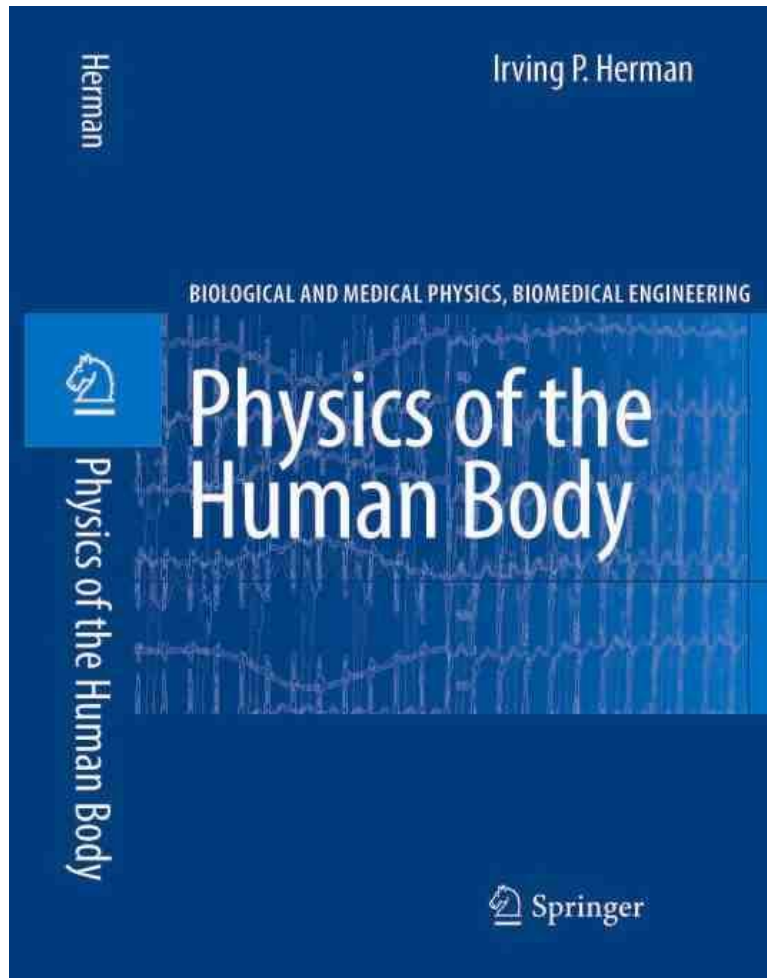
Fluidos

Estas notas resultam directamente da adaptação de materiais de apoio utilizados nas aulas de Física do Corpo Humano para o curso de Licenciatura em Física – Percurso C – Física Médica, para o ano letivo de 2020/2021.

São facultadas apenas para servirem como guia das matérias abordadas, podendo ser vistas como “sumários” alargados e ilustrados de cada um dos temas. Sendo, na sua maioria, cópias directas dos “slides” apresentados **não devem**, pelo exposto, **ser tomadas como elemento de estudo**.

As publicações referidas na bibliografia (todas elas existentes nas bibliotecas da Universidade do Minho e /ou na posse do docente responsável) deverão servir para o estudo aprofundado dos temas tratados nesta unidade curricular.

Francisco J. M. Macedo  
(DF – UM)



Irving Herman and assistant for Physics of the Human Body.  
(Herman is the one on your right.)

(fonte: <http://www.columbia.edu/~iph1/PHBcourse.html>)

Capítulo 7 – Fluid Pressure, Fluid Flow in the Body, and Motion in Fluids

Capítulo 8 – Cardiovascular System

# Conceito de “fluido”

## Tensões normais e de corte

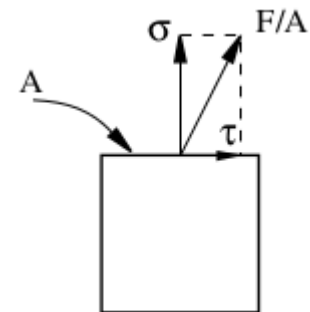
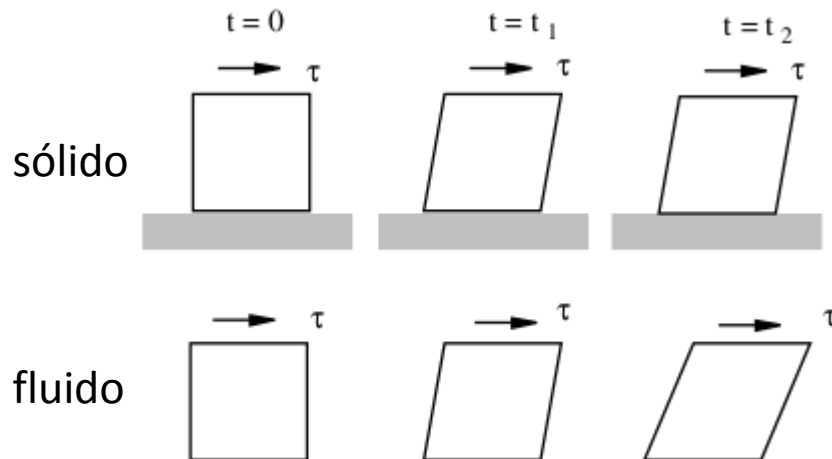
Tensão **normal**,  $\sigma$ , é a força por unidade de área exercida perpendicularmente à superfície em que atua.

Tensão **de corte** (ou **tangencial**),  $\tau$ , é a força por unidade de área exercida tangencialmente à superfície em que atua.

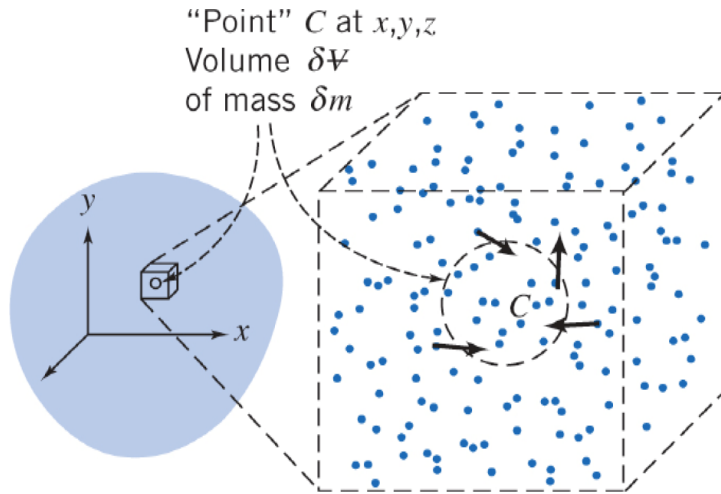
Fluido - substância que se deforma continuamente quando sob a acção de uma **tensão de corte**.

ou

-substância que, em repouso, não consegue suportar **tensões de corte**.



## O fluido como um meio contínuo ?



$$\rho = \frac{\delta m}{\delta V}$$

Se o volume de amostragem ( $\delta V$ ) for **muito pequeno**, digamos microscópico, devido ao movimento molecular aleatório, pode-se numa vez encontrar uma molécula, noutra três, etc.

⇒ o valor da massa volúmica irá variar de uma medição para outra.

→ incerteza microscópica e é causada pela natureza descontínua e flutuante da matéria.

Se  $\delta V$  for **muito grande**, (e.g. a sala) estatisticamente o número de moléculas no interior vai ser constante.

Devido às variações da massa volúmica no interior do volume, o valor médio pode ser diferente do valor real no centro da sala.

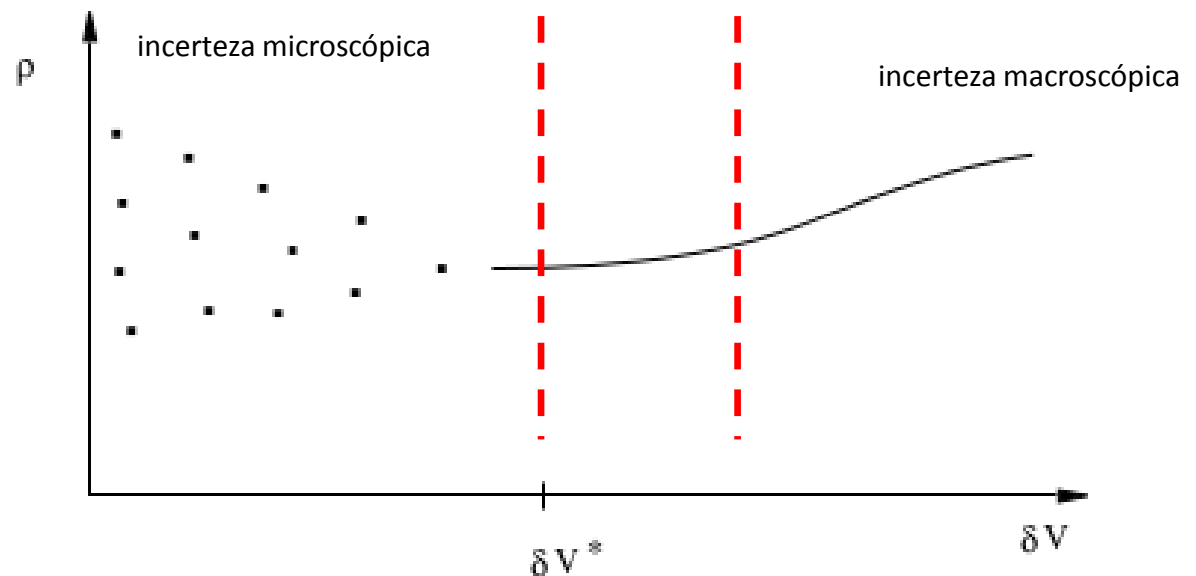
→ incerteza macroscópica e é causado pela variação espacial das variáveis do fluido.

## O fluido como um contínuo

Como calcular um valor “razoável” para a massa volúmica?

$\delta V^*$ , nem demasiado grande nem demasiado pequeno.

$$\rho = \lim_{\delta V \rightarrow \delta V^*} \frac{\delta m}{\delta V}$$



Foi estimado que para uma medida correta, esse volume devia conter à volta de  $10^6$  moléculas.

Em condições ambientais normais, um volume  $\delta V^*$  da ordem de  $10^{-9} \text{ mm}^3$  contém cerca de  $3 \times 10^7$  moléculas.

Assumir-se-á que a definição anterior de  $\rho$  origina uma função contínua e diferenciável.

As substâncias que são estudadas assumindo essa hipótese designam-se por **meios contínuos** e são tratadas num ramo da física que é a “Física dos Meios Contínuos”.

(UC do 2º ano do curso de Licenciatura em Física – Percurso A).

Esta hipótese, **permite modelizar a matéria descontínua como sendo contínua**.

Limite de validade - A hipótese de meio contínuo é válida para  $\sqrt[3]{\delta V^*} \ll L$

em que  $L$  é uma medida característica do escoamento

A aproximação do meio contínuo significa que em cada ponto da região de fluido considerado é possível construir um volume suficientemente pequeno comparado com essa região do fluido mas suficientemente grande comparado com o livre percurso médio das moléculas.

## Qual a importância desta aproximação?

-Uma vez que o volume considerado em cada ponto é muito pequeno quando comparado com o tamanho da região de fluido considerado, o volume efetivo pode ser tomado nesse ponto em vez de termos de considerar um conjunto de pontos.

-Como o volume considerado é muito maior que o livre percurso médio, significa que contém um grande número de moléculas, permitindo-nos calcular um “volume médio” com significado real.

Juntando as duas razões acima, podemos associar as médias calculadas a pontos do fluido

→ podemos falar em “campos” (de velocidade, de massa volúmica, ...) definidos nessa região do fluido.

Estes campos são de facto médias de quantidades associadas às moléculas, mas, do ponto de vista macroscópico, podem ser considerados como campos associando quantidades a pontos do fluido.

Ex: no caso da massa volúmica, para um ponto  $x$  na região do fluido e um instante  $t$ ,  $\rho(x,t)$  representa o valor médio da massa de moléculas contidas no pequeno volume associado a  $x$  no instante  $t$ . Do ponto de vista macroscópico é apenas uma quantidade que nos permite obter a massa por integração.



## Limites

### Válida para

escoamentos de rotina com velocidades moderadas, tais como aqueles encontrados em fábricas de produtos químicos, aplicações de engenharia e aerodinâmica dos veículos.

### Não é válida para

escoamentos a pressões próximas de zero (chamados gases rarefeitos), tais como a reentrada de sondas/naves espaciais na atmosfera e em **aplicações de microfluídica**, onde fenômenos de transporte de líquidos ocorrem em dispositivos à escala micro e nano.

## Equilíbrio Termodinâmico local

A dinâmica de fluidos está muito ligada à termodinâmica que estuda os estados da matéria em equilíbrio.

⇒ Propriedades da matéria são constantes no tempo e no espaço.  
(Situação muito rara em fluidos em movimento.)

No entanto, é possível assumir que dentro de certas condições, cada pedaço do fluido está em equilíbrio termodinâmico.

Como o mecanismo responsável para se atingir o equilíbrio são as colisões moleculares, torna-se importante o **livre percurso médio,  $\lambda$**

**livre percurso médio,  $\lambda$**  - a distância que as moléculas percorrem antes de colidirem.  
(Este terá de ser menor que a distância,  $L$ , que contabiliza as variações espaciais de uma dada variável termodinâmica.)

$$L = c / \nabla c \quad \text{em que} \quad \nabla c = \frac{\delta c}{\delta x} \hat{i} + \frac{\delta c}{\delta y} \hat{j} + \frac{\delta c}{\delta z} \hat{k}$$

Argumentos semelhantes podem ser usados para a variável tempo, sendo que o tempo de colisão terá de ser menor que a escala temporal característica do escoamento.

Equilíbrio local implica que as relações termodinâmicas podem ser aplicadas a cada ponto do fluido.

No caso de escoamento de gases, as hipóteses de meio contínuo e de equilíbrio termodinâmico local são expressas através do número de Knudsen ( $Kn$ )

$$Kn = \frac{\lambda}{L}$$

Para  **$Kn < 0.1$**  o meio pode ser considerado como contínuo.

(é descrito em termos de variáveis macroscópicas: velocidade; massa volúmica; pressão; temperatura)

$Kn \ll 1$  – regime hidrodinâmico  Eq. Navier-Stokes

$Kn \gg 1$  – regime de Knudsen

As cinco páginas seguintes são de leitura facultativa. Por restrições de tempo, e não sendo a abordagem em causa fundamental para a UC, este assunto não foi desenvolvido nas aulas. No entanto, aconselha-se a leitura, caso se pretenda ter uma compreensão mais profunda dos temas deste capítulo.

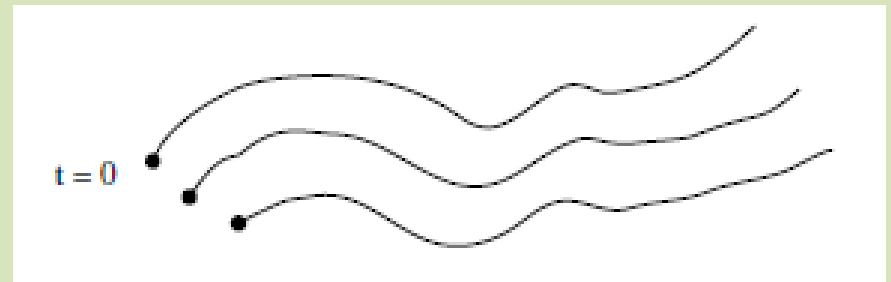
As páginas em causa estão claramente identificadas pelo fundo em tom verde.

Um fluido pode ser modelizado como um grande número de “pedaços” de fluido que se deslocam, rodam ou se deformam. Este modelo simples revela-se muito útil na compreensão da física de fluidos.

### Descrição Lagrangiana de um fluido

Esta descrição consiste em seguir cada partícula de fluido usando, por exemplo, uma equação de trajectória para cada uma. Como o fluido contém um número enorme de partículas, cada partícula é seleccionada através da sua posição inicial,  $x_0$ , quando  $t=0$

$$x = x(x_0, t)$$



Nesta descrição a aceleração de uma partícula de fluido é determinada como na cinemática do corpo rígido

$$v(x_0, t) = \frac{dx(x_0, t)}{dt}$$
$$a(x_0, t) = \frac{dv(x_0, t)}{dt} = \frac{d^2 x(x_0, t)}{dt^2}$$

em que  $x = x(x_0, t)$  representa a posição de uma dada partícula como função do tempo

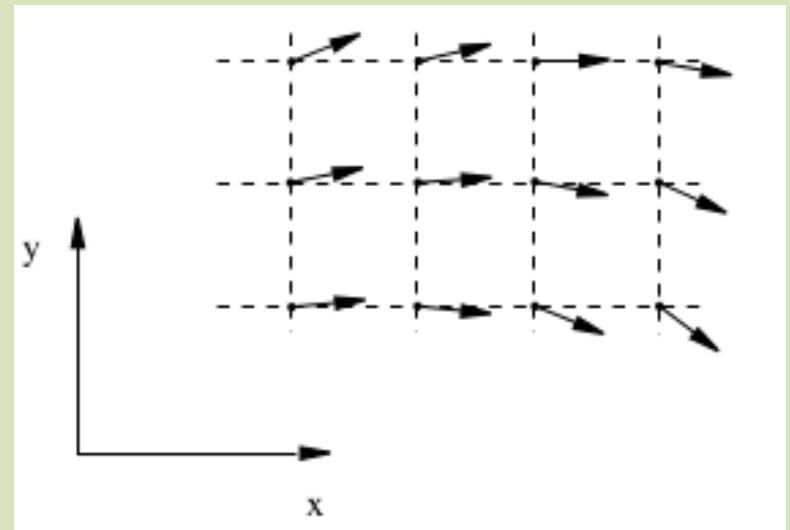
## Descrição Euleriana de um fluido

Na descrição Euleriana, não é seguido directamente o fluido.

O foco é posto num domínio espacial fixo através do qual o fluido flui.

Esta formulação consiste em atribuir uma velocidade a cada ponto do espaço,  $x$ , em cada instante  $t$  – campo de velocidade

$$v = v(x, t)$$



## A derivada substancial ou material

Em mecânica clássica as leis da física são formuladas para uma partícula ou um conjunto de partículas.

No entanto, na formulação Euleriana, as partículas não são seguidas individualmente.

O fluido é descrito através de propriedades em pontos fixos.

Assim, se é necessária a evolução de propriedades (ex: energia, momento,...) de partículas do fluido é necessária uma transformação matemática que permita recuperar a dependência em cada partícula de fluido. (“ligação” entre as descrições Euleriana e Lagrangeana)

Seja  $r(t)$  a posição de uma dada partícula de fluido

$$\mathbf{r}(t) = \begin{Bmatrix} r_x(t) \\ r_y(t) \\ r_z(t) \end{Bmatrix}$$

## A derivada substancial ou material

A velocidade dessa partícula é dada por:

$$\mathbf{v}(t) = \begin{Bmatrix} u(t) \\ v(t) \\ w(t) \end{Bmatrix} = \frac{d\mathbf{r}(t)}{dt} = \begin{Bmatrix} \frac{dr_x(t)}{dt} \\ \frac{dr_y(t)}{dt} \\ \frac{dr_z(t)}{dt} \end{Bmatrix}$$

Seja  $c=c(x, y, z, t)$  uma variável escalar Euleriana

(por ex. uma componente da **velocidade**, uma **concentração**, a **temperatura**, etc, em que  $x, y, z$  são as coordenadas espaciais).

Se se seguir uma partícula de fluido então as coordenadas espaciais variam com o tempo de acordo com a posição dessa partícula ao longo do tempo,  $\mathbf{r}(t)$ . Assim, tem-se

$$c = c(r_x(t), r_y(t), r_z(t), t)$$



## A derivada substancial ou material

A derivada total de  $c$  em ordem ao tempo,  $Dc/Dt$  é dada por:

$$\begin{aligned}\frac{Dc}{Dt} &= \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial c}{\partial x} \frac{\partial r_x}{\partial t} + \frac{\partial c}{\partial y} \frac{\partial r_y}{\partial t} + \frac{\partial c}{\partial z} \frac{\partial r_z}{\partial t} = \frac{\partial c}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla)c \\ &= \frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} + v \frac{\partial c}{\partial y} + w \frac{\partial c}{\partial z}\end{aligned}$$

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{k}$$

$$\vec{v} = u \hat{i} + v \hat{j} + w \hat{k}$$

$$\frac{Dc}{Dt} = \frac{\partial c}{\partial t} + \sum_{j=1}^3 v_j \frac{\partial c}{\partial x_j}$$

Termo temporal

Termo convectivo - representa o transporte da propriedade no fluido devido ao seu movimento macroscópico.

O fluir de um fluido diz-se estacionário quando nenhuma das variáveis Eulerianas dependa do tempo. Ou seja

$$\frac{\partial \bullet}{\partial t} = 0$$

# Mecanismos de Fenómenos de Transporte

Fluido → transporte por **convecção**  
→ transporte por **difusão**

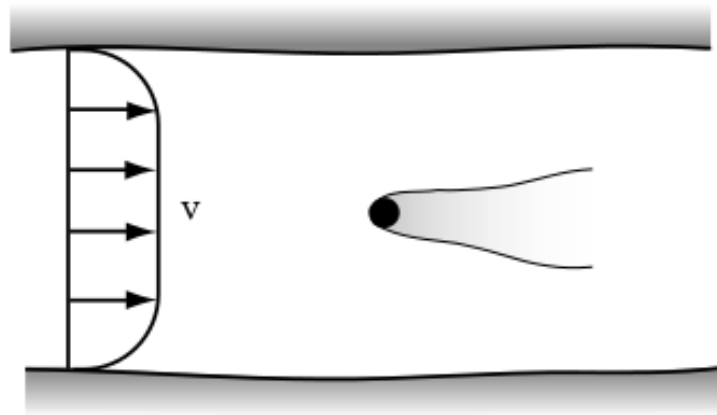
- 1- Transporte convectivo → devido à velocidade macroscópica do fluido.  
O fluido, com o seu movimento, arrasta as partículas de fluido juntamente com as suas propriedades.  
Matematicamente , o fluxo por convecção é dado pelo termo convectivo da derivada substancial

$$u \frac{\partial c}{\partial x} + v \frac{\partial c}{\partial y} + w \frac{\partial c}{\partial z}$$

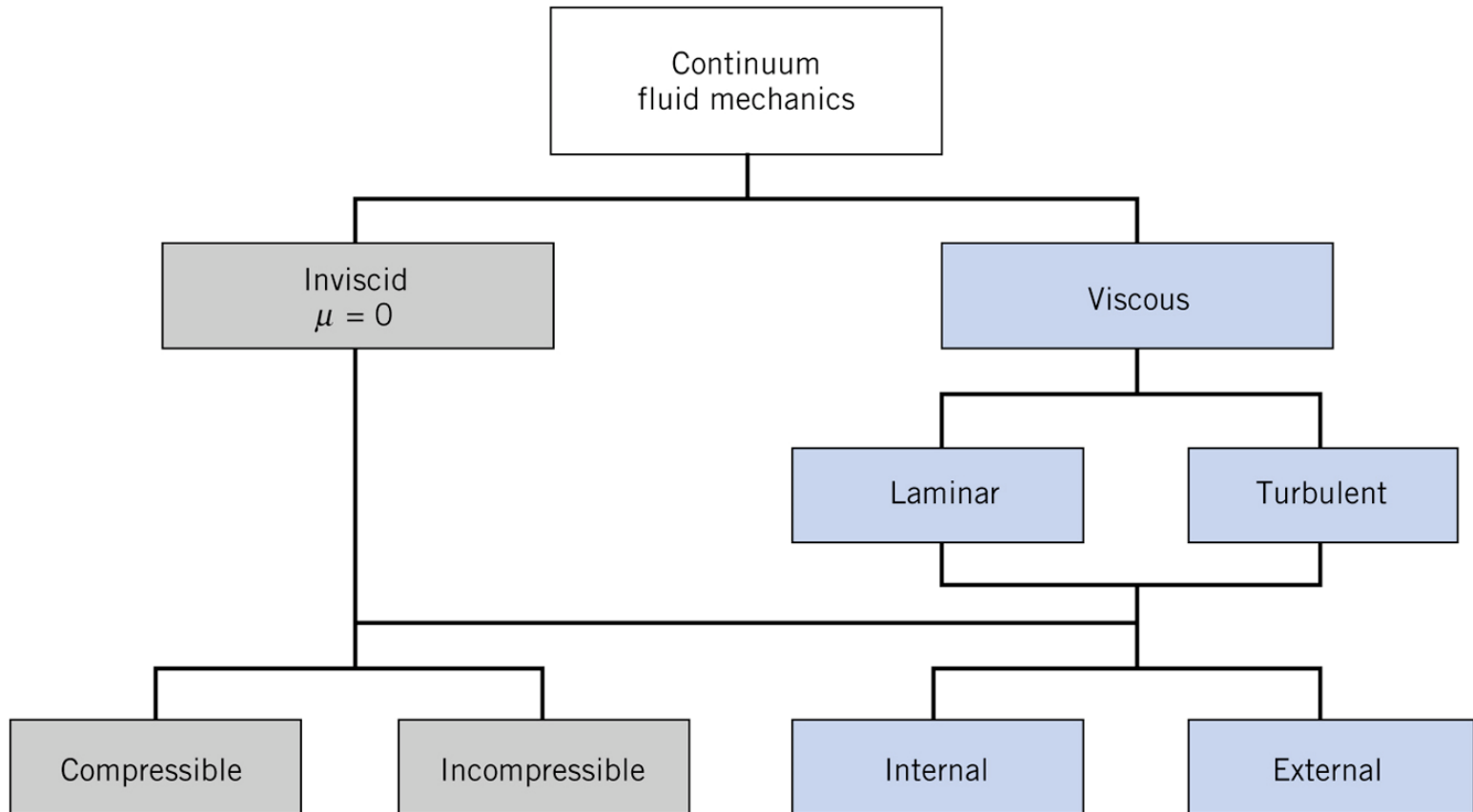
Este tipo de transporte é responsável, por exemplo, pelo transporte pelo vento de folhas quando caem das árvores.

2 - Transporte difusivo ou molecular → devido ao movimento aleatório (translacional, vibracional, etc.) de moléculas, ao nível microscópico cujo objectivo é a uniformização das propriedades (concentração, temperatura, etc).

Uma característica importante do transporte difusivo é que é necessário existirem variações das propriedades do fluido ao longo do espaço.



Ex: Transporte de poluição num rio por convecção e por difusão.



# Lei elementares da dinâmica de fluidos

Nesta secção foram revistos os conceitos básicos de Hidrostática e Hidrodinâmica, nomeadamente sobre a natureza dos fluidos, as equações da continuidade e de Bernoulli e suas consequências.

Pela sua generalidade, elementos de estudo sobre esta matéria podem ser encontrados em variados manuais de Física Geral.

Um resumo destas matérias pode ser encontrado no capítulo 7 do livro “Physics of the Human Body,” de Herman P. Irving, em particular nas secções 7.1 e 7.2.