Física da Matéria Condensada

1º Teste

28 de Abril 2015

I

Considere um gás de electrões livres 3d, confinado a um volume V.

(a) Exprima o módulo do vector de onda de Fermi como função da densidade de electrões ($k_F(n)$).

(b) Obtenha a densidade de estados electrónicos em função da energia ($g(E)$).

(c) Mostre que, a $T = 0\,K$, a energia média por electrão é $\frac{E}{N} = \frac{3}{5} E_F$

II

Admita que impõe condições de fronteira periódicas a uma cadeia de átomos 1-dim. (com N átomos, N = par). Mostre então que o teorema de Bloch (expresso na forma $\psi_k(x+L) = e^{ikL}\psi_k(x)$) impõe que existam N k's fisicamente distintos.

III

(a) Use a aproximação dos electrões quase-ligados para calcular a relação de dispersão $\varepsilon(k)$ para uma cadeia de átomos idênticos separados entre si de uma distância b. Admita que as orbitais atómicas relevantes são não-degeneradas e considere apenas interacções entre vizinhos imediatos.

(b) Se cada átomo contribuir com um electrão para a banda de energia, comportar-se-á o sistema como condutor ou isolador (a $T = 0\,K$).

IV

(a) Mostre a equivalência entre as formulações de Bragg e de von Laue para a interferência construtiva da radiação difractada por um cristal.

(b) Obtenha o factor de estrutura de uma rede cúbica de corpo centrado e explicite as regras de extinção que espera observar se indexar as reflexões à rede recíproca da célula convencional.

□

Nota para o problema III:

$$[\varepsilon(\vec{k}) - E_m]\, b_m = -[\varepsilon(\vec{k}) - E_m]\, b_m \sum_{\vec{R}\neq 0} \int e^{i\vec{k}\cdot\vec{R}}\, \psi_m^*(\vec{r})\, \psi_m(\vec{r}-\vec{R})\, d\vec{r} \; +$$

$$+\, b_m \int \psi_m^*(\vec{r})\, \Delta U\, \psi_m(\vec{r})\, d\vec{r} + b_m \sum_{\vec{R}\neq 0}{}' \int e^{i\vec{k}\cdot\vec{R}}\, \psi_m^*(\vec{r})\, \Delta U\, \psi_m(\vec{r}-\vec{R})\, d\vec{r}$$

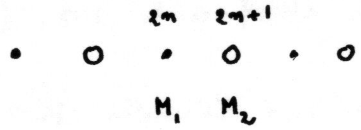
Física da Matéria Condensada

2º Teste

16 Junho 2015

---

1. Considere uma cadeia $d=1$ com dois átomos por célula unitária. Admita que existem apenas interacções harmónicas entre vizinhos imediatos.



Obtenha as relações de dispersão correspondentes, identificando os ramos óptico e acústico.

2. A energia térmica de um gás de fonões é dada, na aproximação de Einstein, por:

$$U = \frac{N\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/kT}-1}$$

a) Obtenha o calor específico $C_v(T)$ nesta aproximação

b) Mostre que $C_v(T\to 0)\to 0$; como compara $C_v(T\ll 1)$ nesta aproximação, com o comportamento experimental observado num isolador?

3. a) Partindo da função dieléctrica de Lorentz para um modo vibracional polar:

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_\infty + \frac{\Delta\varepsilon\,\Omega_{TO}^2}{\Omega_{TO}^2-\omega^2} \qquad (*)$$

mostre que $\dfrac{\varepsilon(0)}{\varepsilon_\infty} = \dfrac{\Omega_{LO}^2}{\Omega_{TO}^2}$ (Relação de Lyddane-Sachs-Teller).

Justifique convenientemente.

3b) Considere agora que uma onda electromagnética (fotões) incide sobre um meio cuja função dieléctrica é descrita por (*). Obtenha as relações de dispersão características das excitações que resultam do acoplamento entre fotões e fonões TO (polaritões). Discuta o seu comportamento no limite $k \to 0$ e $k \to \infty$.

Pista: $\omega = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon(\omega)}} k$