Termodinâmica e Física Estatística

2º Teste (duração: 2h) 18 - Junho - 2013

1. Considere dois sistemas de spins independentes e isolados, com $N_A = 4$ e $N_B = 16$ spins, respectivamente. Num campo magnético uniforme B, as suas energias são $E_A = -2\mu B$ e $E_B = -2\mu B$ (μ = momento magnético de cada spin).

   a) Qual o número de micro-estados acessíveis para o sistema composto?

   b) Se os dois sistemas A e B interagirem termicamente entre si até atingirem o equilíbrio, qual será o número de micro-estados acessível final?

   c) Qual o aumento de entropia induzido pela interacção térmica?

2. Os níveis de energia de um oscilador harmónico $d=1$ são $\varepsilon_m = (m + \frac{1}{2})\hbar\omega$. Para um oscilador harmonico em equilíbrio térmico a uma temperatura T obtenha:

   a) A função de partição

   b) A energia média

3. Considere uma cadeia de N spins de Ising ($d=1$) com interacções apenas entre vizinhos imediatos

$$E = -J \sum_{i=1}^{N-1} S_i S_{i+1}$$

Calcule as funções de partição para $N=2$ e $N=3$ spins.

4. Numa aproximação semi-clássica, a função de partição de um gás ideal de N-partículas num volume V é:

$$Z_N = \frac{V^N}{N!}\left(\frac{2\pi m kT}{h^2}\right)^{3N/2}$$

Obtenha, partindo deste resultado, as equações de estado

$PV = NkT$ e $E = \frac{3}{2}NkT$

5. Considere a distribuição de Fermi-Dirac

$$n(\varepsilon) = \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon-\mu(T))}+1}$$

a) Mostre que a T=0 K:

$$n(\varepsilon) = \begin{cases} 1 & \text{se } \varepsilon < \mu(0) \\ 0 & \text{se } \varepsilon > \mu(0) \end{cases}$$

b) Para um gás de fermiões $d=3$ a densidade de estados é $g(\varepsilon) = \frac{V(2m)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3}\varepsilon^{1/2}$. Mostre então que

$$N = \frac{V}{3\pi^2}\left(\frac{2m\,\mu(0)}{\hbar^2}\right)^{3/2}$$

[$\mu(0)$ = potencial químico a $T=0$]