Complementos/ Tópicos Avançados de Electromagnetismo

Exame (época especial) 8 de setembro de 2020

1. Considere um cabo coaxial orientado segundo zz´. Admita que o cabo é suficientemente comprido para que se possa ignorar o efeito dos bordos. Imagine que uma corrente harmónica $I(t) = I_0\, cos(\omega t)$ é injectada no circuito formado pelos eléctrodos interior e exterior do cabo.
   a) Mostre que o campo eléctrico no espaço entre eléctrodos é $\vec{E} = \frac{\mu_0 I \omega}{2\pi}\sin(\omega t)\ln\left(\frac{a}{s}\right)\,\hat{z}$
   b) Obtenha a densidade de corrente de deslocamento que se estabelece no interior do cabo, entre o eléctrodo central e a malha.

2. Uma esfera metálica de raio *a* está carregada com uma carga *Q* e revestida por uma coroa esférica isoladora de espessura (*b*-*a*). Esta coroa é constituída por um dieléctrico isotrópico,linear e neutral, com uma constante dieléctrica ε. Calcule:
   a) Os vectores deslocamento eléctrico $\overrightarrow{D}$ e campo eléctrico $\vec{E}$ em função da distância ao centro da esfera.
   b) Obtenha o valor do potencial eléctrico φ no centro da esfera, admitindo que $\varphi(\infty) = 0$.

3. Considere duas cargas pontuais de sinais opostos separadas por uma distância *2d*. Considere um plano equidistante das duas cargas e, por integração do tensor de Maxwell neste plano, determine a força que uma carga exerce na outra.

4. Exprima as equações de Maxwell em termos dos potenciais $\vec{A}$ e φ. Explique convenientemente o seu raciocínio

$$\left(\quad \nabla\cdot\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}\,;\ \nabla\cdot\vec{B} = 0\,;\ \nabla\times\vec{E} = -\dot{\vec{B}}\,;\nabla\times\vec{B} = \mu_0\vec{J} + \frac{1}{c^2}\dot{\vec{E}}\ \right)$$

5. As componentes dos campos eléctrico e magnético alteram-se sob a transformação de Lorentz usual como:

$$\begin{bmatrix} E'_x \\ E'_y \\ E'_z \\ B'_x \\ B'_y \\ B'_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma & 0 & 0 & 0 & -v\gamma \\ 0 & 0 & \gamma & 0 & +v\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma\frac{v}{c^2} & 0 & \gamma & 0 \\ 0 & -\gamma\frac{v}{c^2} & 0 & 0 & 0 & \gamma \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \\ B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix}$$

onde $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$.

   a) Usando este resultado, calcule os campos eléctrico e magnético gerados por uma carga pontual que se move segundo xx´com velocidade uniforme.
   b) Calcule o respectivo vector de Poynting.