Interferência + Difração

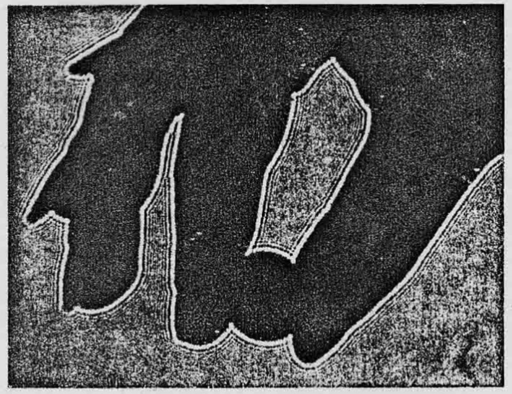
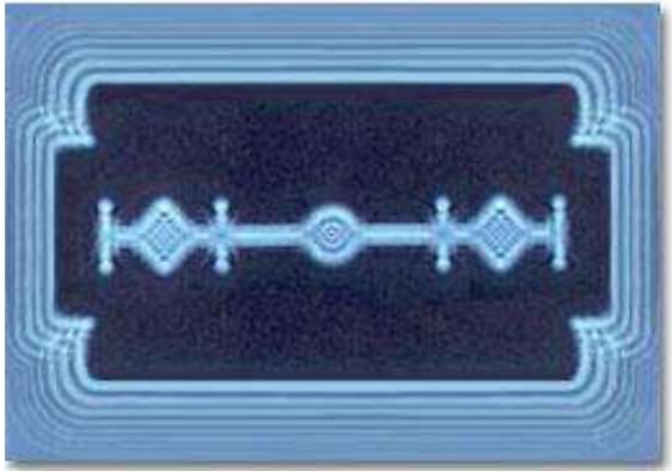


Fig. 10.1 The shadow of a hand holding a dime, cast directly on 4 × 5 Polaroid A.S.A. 3000 film using a He–Ne beam and no lenses.

- Interferência e a natureza quântica da luz
- Difração duma fenda simples no limite Fraunhofer (campo longo)



Exemplo do uso duma cavidade Fabry-Perot

nature
COMMUNICATIONS

ARTICLE

https://doi.org/10.1038/s41467-021-26652-7 OPEN

Check for updates

A Fabry-Pérot cavity coupled surface plasmon photodiode for electrical biomolecular sensing

Giles Allison[1✉], Amrita Kumar Sana[1], Yuta Ogawa[1], Hidemi Kato[1], Kosei Ueno[2], Hiroaki Misawa[3,4], Koki Hayashi[1] & Hironori Suzuki[1]

NATURE COMMUNICATIONS | (2021)12:6483 | https://doi.org/10.1038/s41467-021-26652-7 |

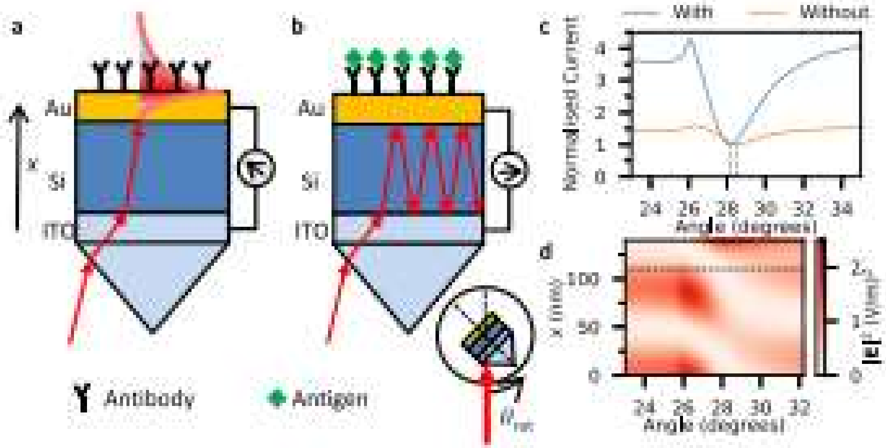
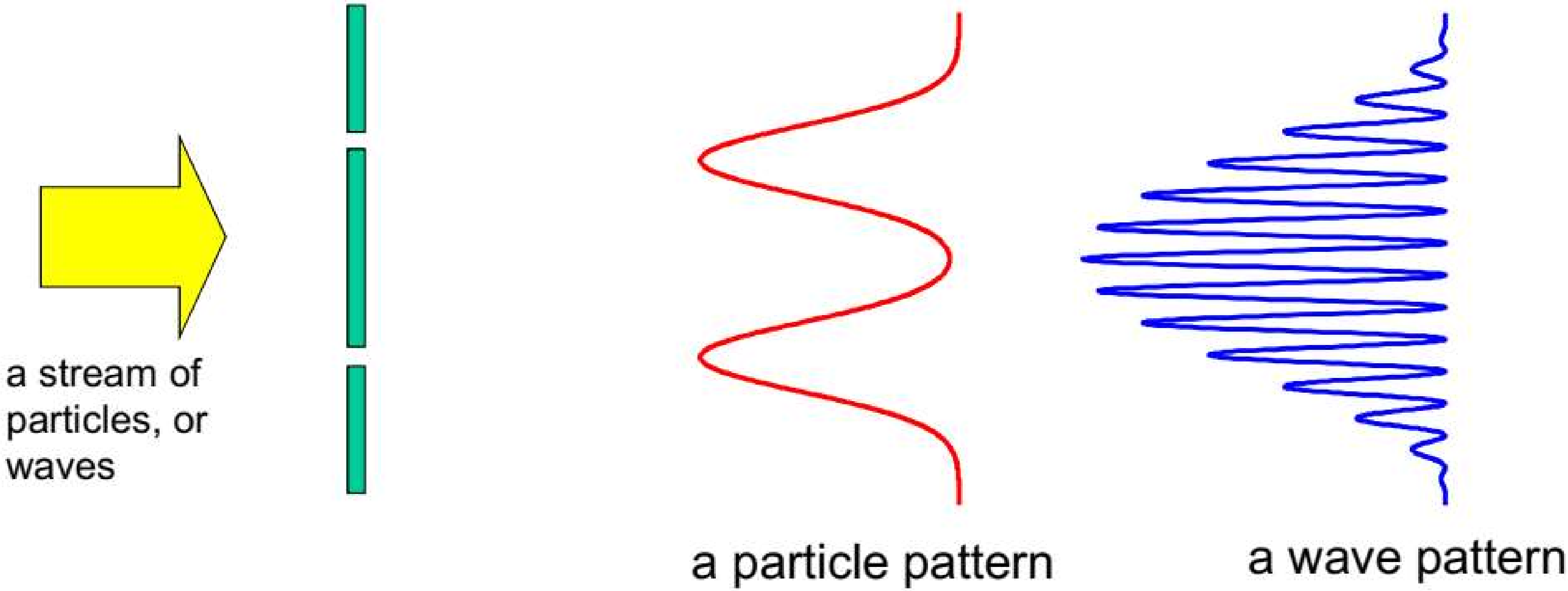


Fig. 1 Surface plasmon detection and Fabry-Pérot enhancement. **a, b** Schematic representation of current generation. Photocurrent is generated by incident light photoexciting electrons in the silicon layer that are subsequently driven into the ITO contact by the in-built electric field. In **a** antibodies are immobilized on the gold surface and the incident angle fixed to generate a surface plasmon resonance in the gold film. Reflection is minimal at this angle, so only incoming light generates photocurrent. In **b** antigens are bound to the antibodies, which causes a change of refractive index leading to a loss of plasmon resonance and increase in reflection by the gold film and subsequently absorption in the silicon layer. Binding is thus observed as a change of current. The silicon layer acts as a nanocavity with multiple reflections enhancing the change of current.

Um dos 25 artigos mais populares de Nature Communications em 2021

A experiência de dulpa fenda e a natureza da luz



As padrões esperadas são muito diferentes no caso que o feixe incidente consiste de partículas ou ondas....

Caráter Ondulatório de eletrões

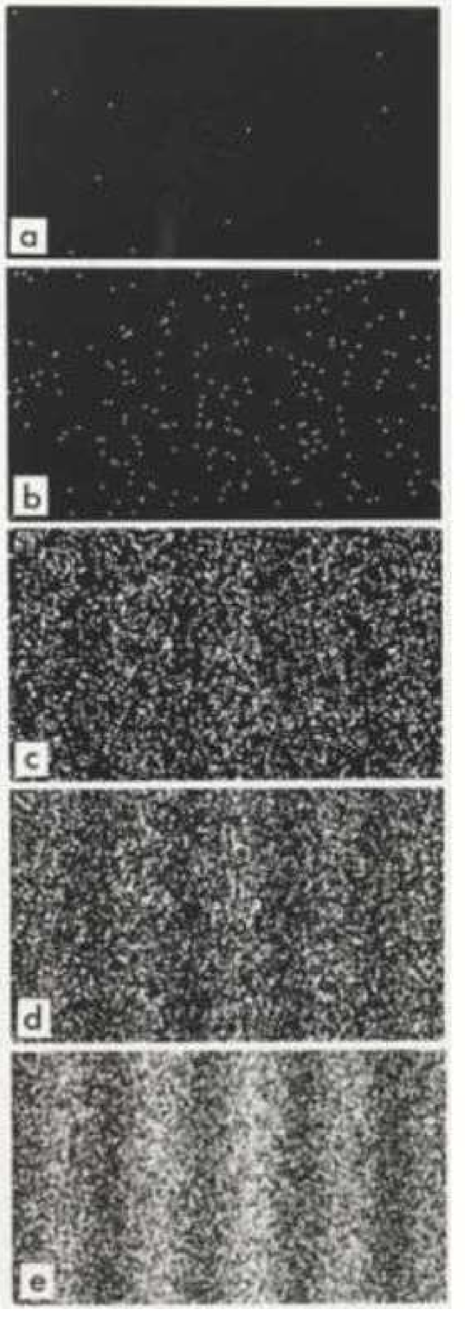
Louis de Broglie,
1892-1987

Efeito fotoelétrico: luz é absorvida em pacotes bem definidas (fotões), i.e. Ondas EM podem assumir propriedades que associámos com partículas.
De Broglie sugeriu que o converso também seria possível, partículas pode demonstrar propriedades ondulatórios

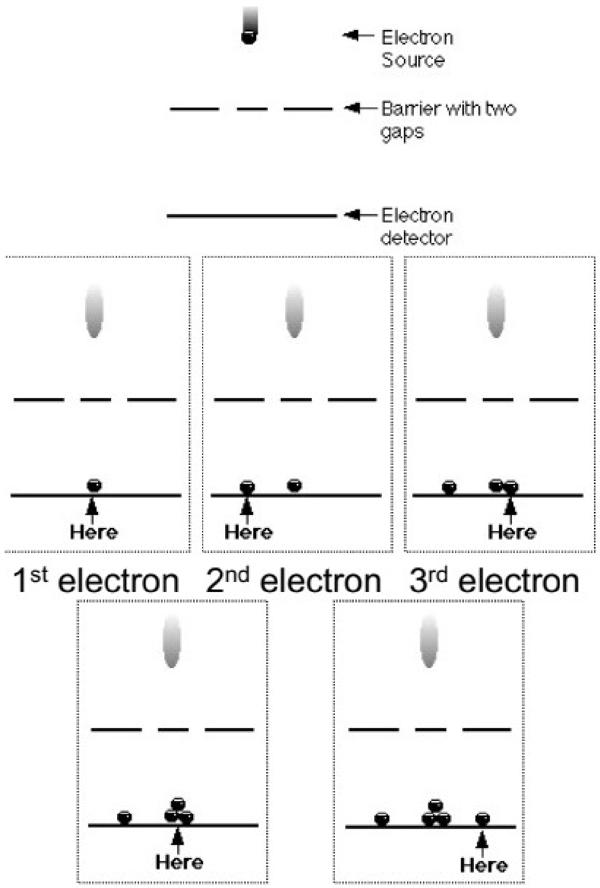
Nobel 1927

$$\lambda = h/p$$

Ao enviar eletrões mono energéticas através uma placa com duas fendas uma padrão de interferência pode ser observada

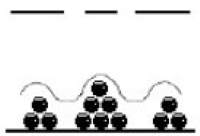


Observar os eletrões destrói a Interferência

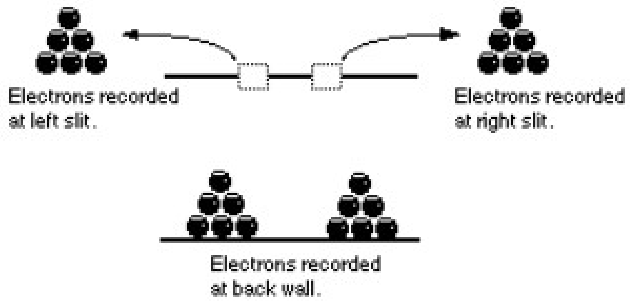


1st electron 2nd electron 3rd electron

4th electron 5th electron



Eventually, a diffraction pattern



Detetar qual fenda o eletrão atravessou destrói a padrão de interferência

Sem obter informação sobre o caminho a padrão de interferência aparece

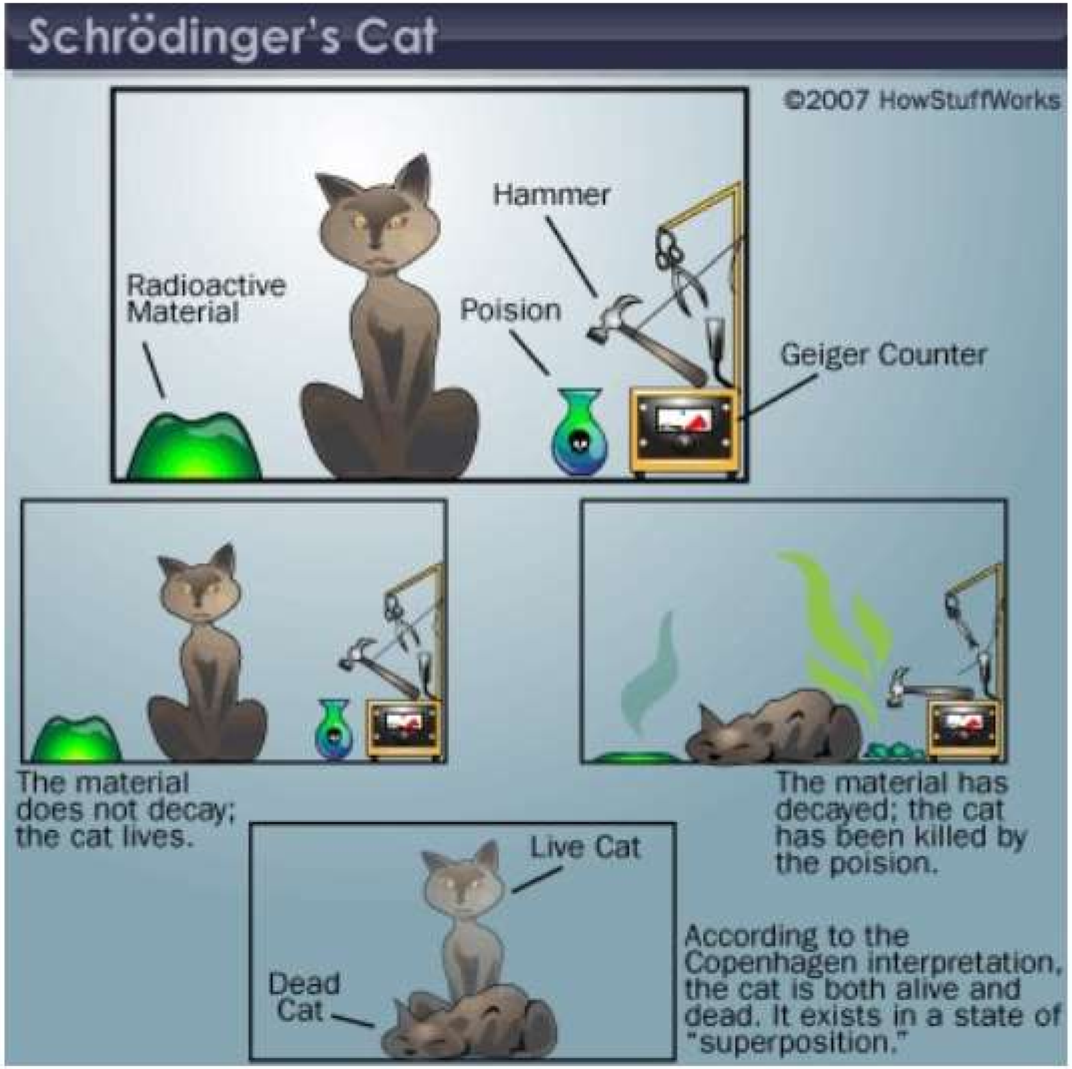
O gato de Schrödinger

Depois 1 hora existe 50% probabilidade que a partícula desintegra matando o gato.

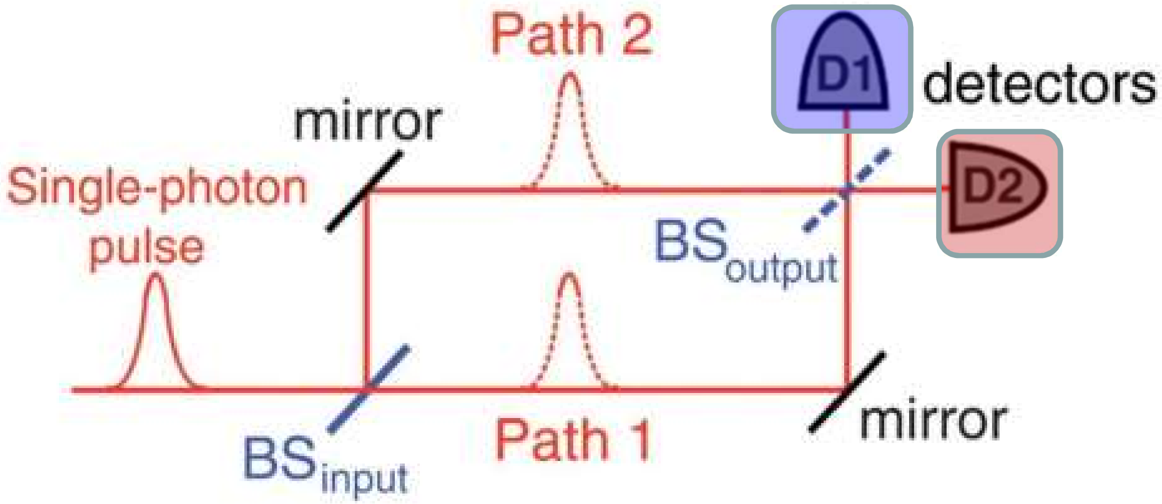
Depois uma hora qual é o estado do gato?

Reposta intuitiva: existe 50% chance que o gato sobreviveu – só sabe ao certo quando abra a caixa.

Reposta de MQ: Ao longo do tempo o sistema se evolve numa sobreposição de estado gato vivo + gato morte. Ao abrir a caixa uma medida é realizada e o sistema “se colapsa” num dos estados.

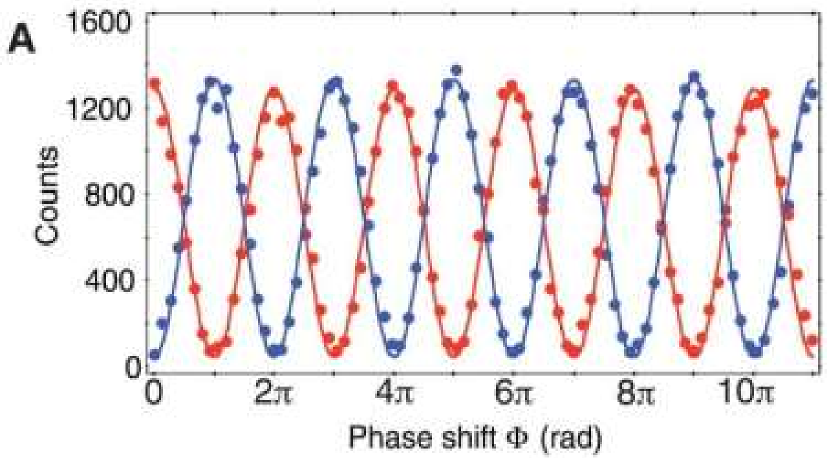


Um experiência com fotões únicas



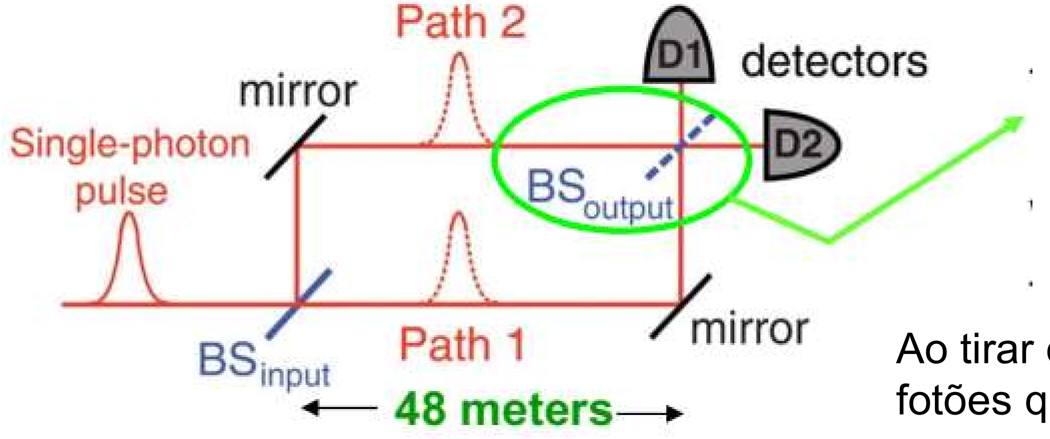
O fotão só pode ser detetado uma vez – é detetado no detetor D1 ou D2
Mais qual detetor recebe o fotão varia com a diferencia da fase entre os caminhos.

Cada fotão "toma" os dois caminhos alternativos



V. Jacques et al., *Science* (March 2007)

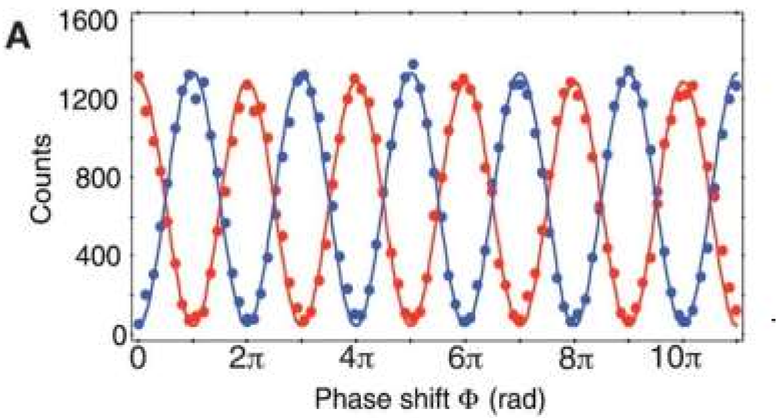
Experiência de escolha adiada



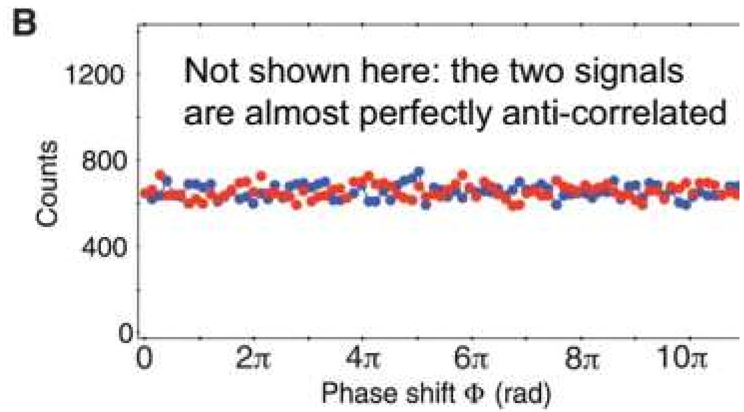
John Wheeler: Decidir tira ou deixar o segundo divisor de feixe depois o fotão ter passado pelo primeiro divisor de feixe

Ao tirar o divisor de feixe D1 (2) só deteta fotões que se propagam no caminho 1 (2).

Com divisor



Sem divisor

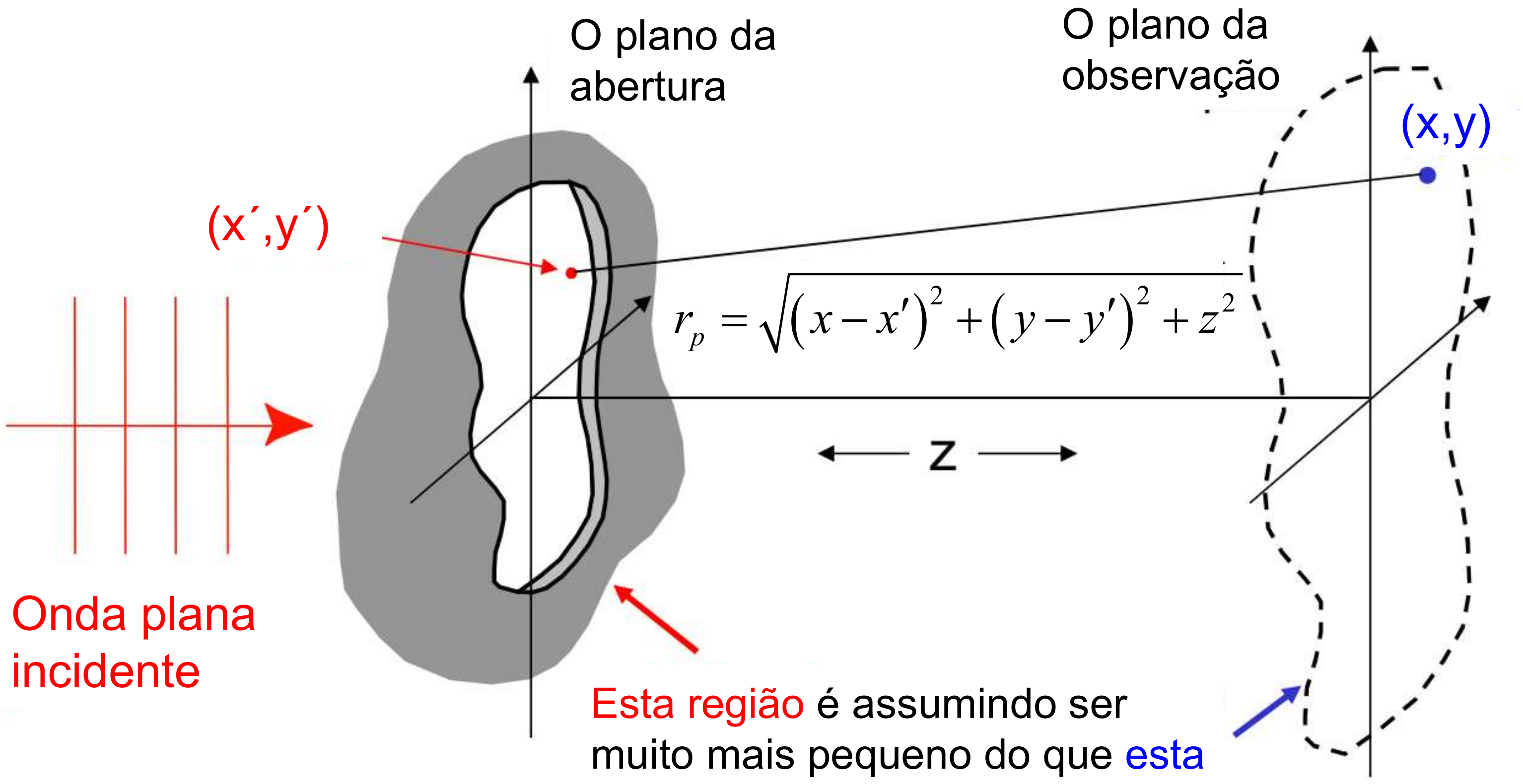


A medida determina se efeitos ondulatórios ou particulares são observados

V. Jacques et al., *Science* (March 2007)

Difração

O problema sobre consideração



Referências: Physics of Light and Optics, Peatross e Ware, Caps 9 e 10

Optics, Hecht, Cap. 10

Difração

Quando uma onda plana passa numa obstrução algumas das onda esféricas de Huygens são eliminadas e os restantes podem exibir padrões complexas de interferências.

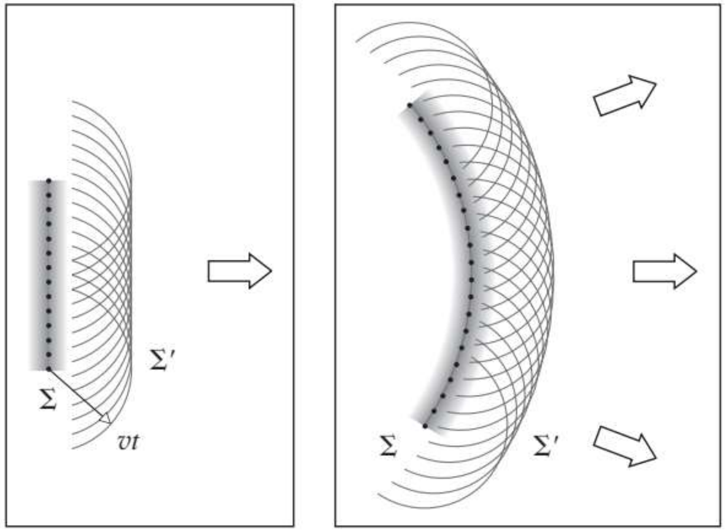
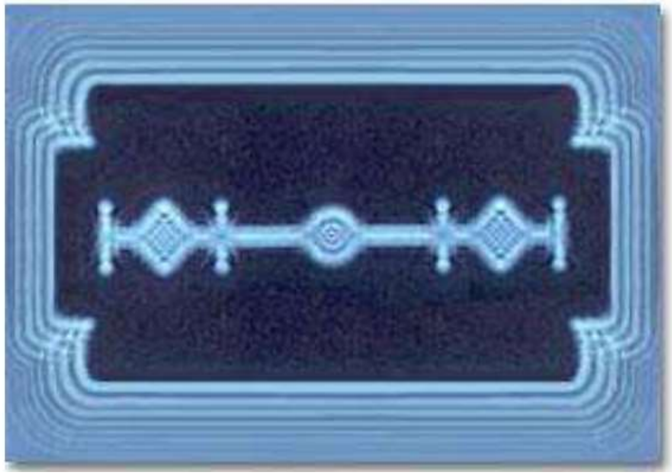


Figure 4.32 According to Huygens's Principle, a wave propagates as if the wavefront were composed of an array of point sources, each emitting a spherical wave.

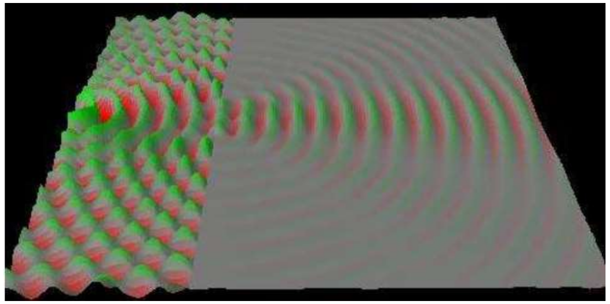


Sombra de uma lamina de barbear iluminada por luz laser

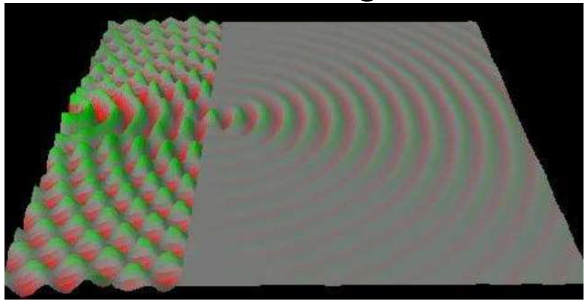
O fenómeno é bastante geral

Acontece com luz, som, ondas de água,…

Quanto mais apertado a abertura
mais as ondas se espalham

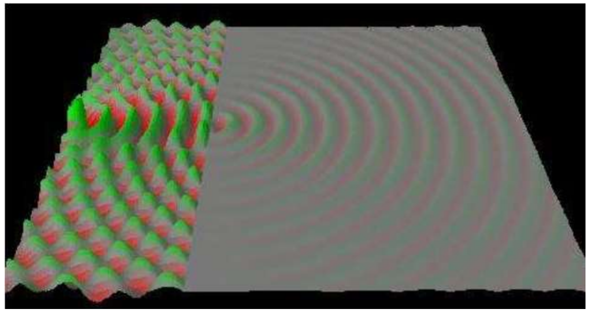


fenda larga



fenda mais pequena

Difração de ondas marítimas em Tel Aviv



fenda muita pequena

Alguns exemplos

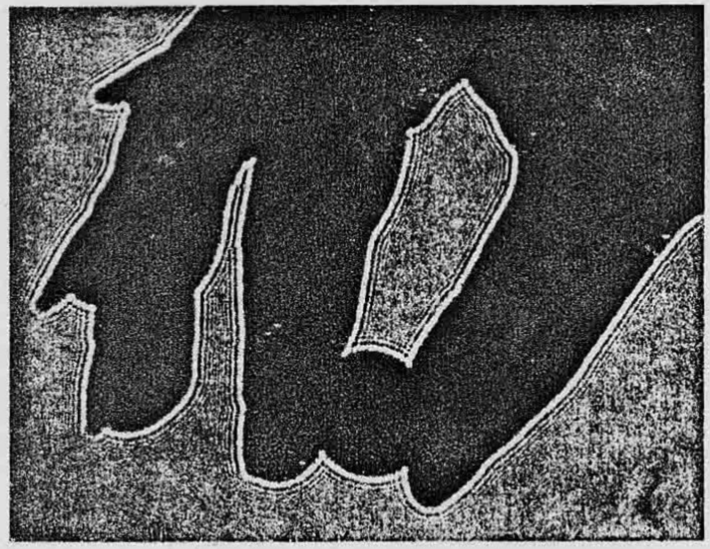
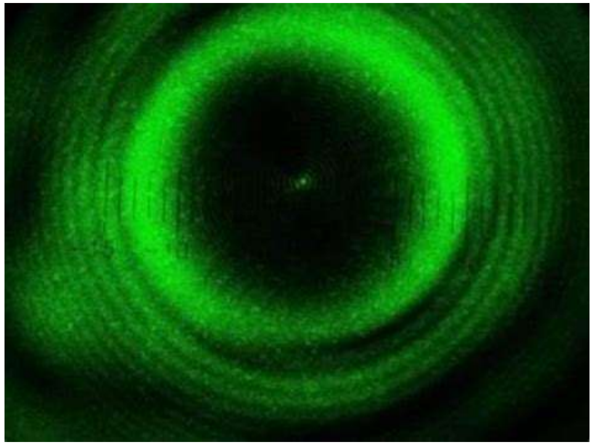
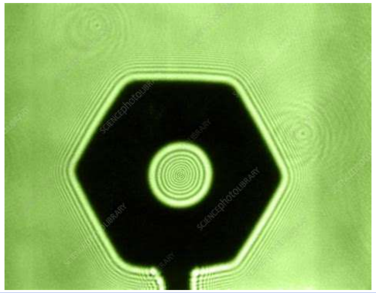


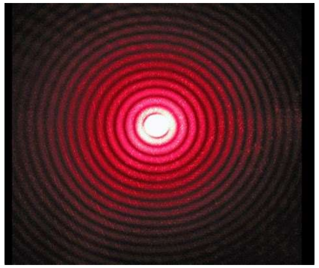
Fig. 10.1 The shadow of a hand holding a dime, cast directly on 4 × 5 Polaroid A.S.A. 3000 film using a He–Ne beam and no lenses.

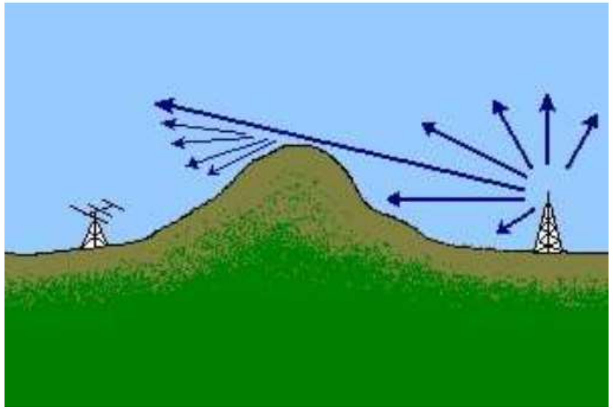


Sombra de uma esfera iluminada por luz laser

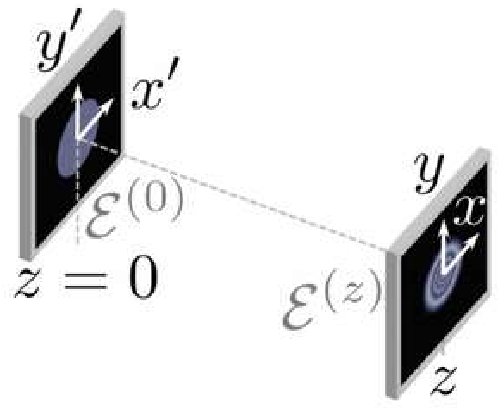
Em geral a luz não se propagação estritamente em linhas retas.







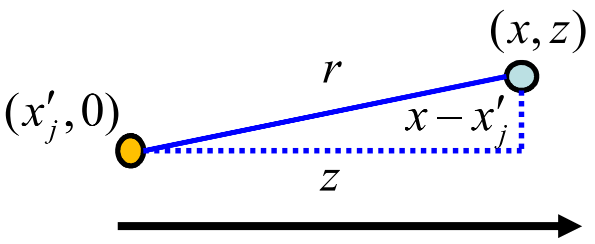
Formalismo de Fresnel



Dada uma distribuição das irradiâncias $\mathcal{I}$(x´,y´, z=0), qual será a irradiância $\mathcal{I}$(x,y, z) depois propagar uma distância z?

Reposta de Fresnel:
O campo no cada ponto (x', y') no plano z=0 vai dar origem á uma onda esférica no plano z

$$\mathcal{E}(x,y,z) = A\frac{f_{jm}}{ikz}e^{ikz}\exp\left\{ik\left[\left(x-x_j'\right)^2+\left(y-y_m'\right)^2\right]/2z\right\}$$



Somar as contribuições de todos os pontos

$$\mathcal{E}(x,y,z) = \frac{A}{ikz}e^{ikz}\sum_{j,m} f_{jm}\exp\left\{ik\left[\left(x-x_j'\right)^2+\left(y-y_m'\right)^2\right]/2z\right\}$$

$$r = \sqrt{z^2+\left(x-x_j'\right)^2}$$

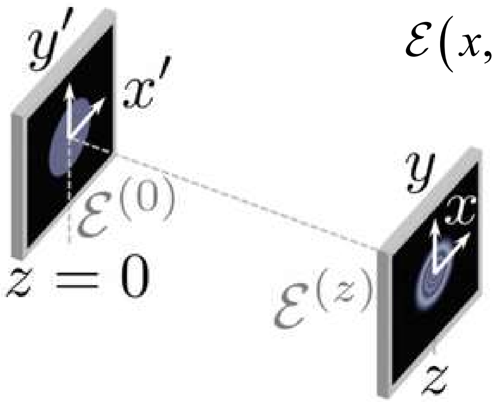
$$r_p = z+\left(x-x_j'\right)^2/2z$$

aprox. Fresnel
~aprox. pariaxial

No limite continuo

$$\mathcal{E}(x,y,z) = \frac{A}{ikz}e^{ikz}\int dx'dy' f(x',y')\exp\left\{ik\left[\left(x-x'\right)^2+\left(y-y'\right)^2\right]/2z\right\}$$

Formalismo de Fresnel



$$\mathcal{E}(x,y,z) = \frac{A}{ikz} e^{ikz} \int dx'dy' f(x',y') \exp\left\{ik\left[(x-x')^2 + (y-y')^2\right]/2z\right\}$$

$f(x',y')$ a função de abertura ou a função da transmissão

Representa a fração do campo incidente no plano z=0 que é transmitida

A é um constante de normalização: Considere uma onda plana $\mathcal{E}(x,y,z) = \mathcal{E}_0 e^{ikz}$

$$\mathcal{E}_0 e^{ikz} = \frac{A}{ikz} e^{ikz} \int_{-\infty}^{\infty} dx' \int_{-\infty}^{\infty} dy' \exp\left\{ik\left[(x-x')^2 + (y-y')^2\right]/2z\right\}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx' \, \mathrm{e}^{ik(x-x')^2/2z} = \int_{-\infty}^{\infty} dx' \, \mathrm{e}^{-\pi(x-x')^2/i\lambda z} = \sqrt{i\lambda z}$$

$$\mathcal{E}_0 e^{ikz} = \frac{A}{ikz} e^{ikz} (i\lambda z) \qquad \frac{A}{ikz} = \frac{\mathcal{E}_0}{i\lambda z}$$

Diversão Integrais Gaussianas

Considere um integral de forma

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} du\, \mathrm{e}^{-a(u-u_0)^2} \qquad x = \sqrt{a}\,(u-u_0) \quad du = dx/\sqrt{a}$$

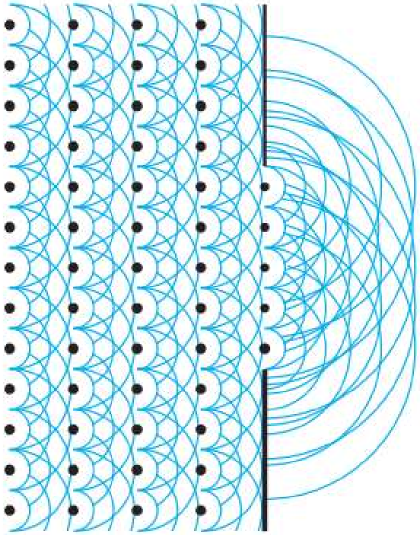
$$I = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} dx\, \mathrm{e}^{-x^2}$$

$$I^2 = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} dx\, \mathrm{e}^{-x^2} \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} dy\, \mathrm{e}^{-y^2}$$

$$= \frac{1}{a} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\infty} r dr e^{-r^2} = \frac{\pi}{a} \int_0^{\infty} 2 r dr e^{-r^2} = \frac{\pi}{a} \left(-e^{-r^2} \right) \Big|_0^{\infty} = \frac{\pi}{a}$$

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} du\, \mathrm{e}^{-a(u-u_0)^2} = \sqrt{\frac{\pi}{a}}$$

Integral da propagação Fresnel-Huygens



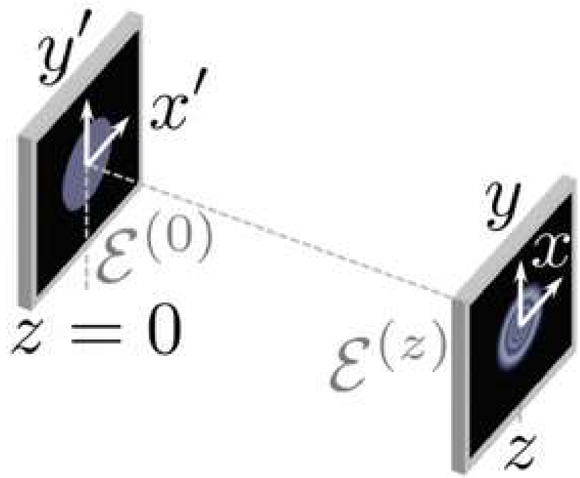
Cada ponto na abertura [f(x´, y´)] é tratado como uma fonte de onda esférica
Dentro da aproximação Fresnel o integral representa a sobreposição destas fontes.

$$\mathcal{E}(x,y,z) = \frac{\mathcal{E}_0}{i\lambda z} e^{ikz} \int_{-\infty}^{\infty}\int f(x',y') \mathrm{e}^{\left\{ik\left[(x-x')^2+(y-y')^2\right]/2z\right\}} dx'dy'$$

Efetivamente uma soma infinita de fasores

$$r_p{}^2 = (x-x')^2 + (y-y') + z^2$$

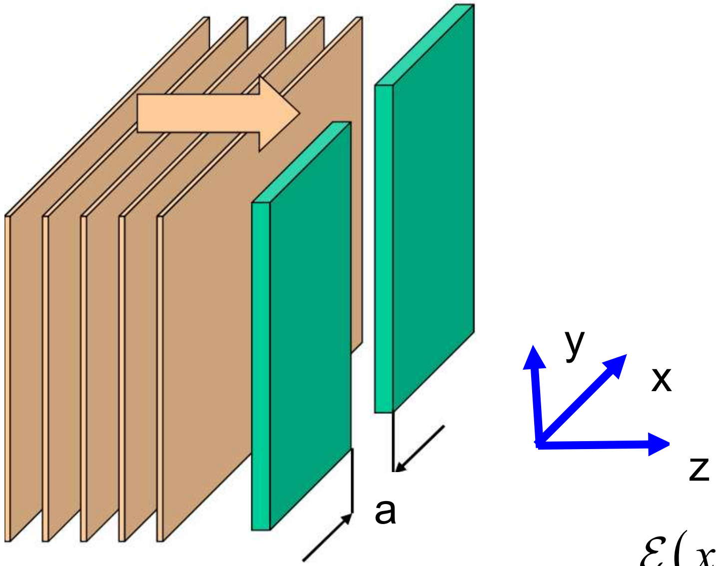
$$r_p \approx z + \frac{(x-x')^2 + (y-y')^2}{2z}$$



Aproximação Fresnel
(paraxial)

$$z \gg x, y, x', y'$$

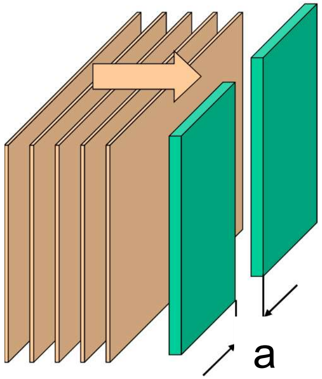
Caso de uma fenda simples



$$\mathcal{E}(x,y,z)=\frac{\mathcal{E}_0}{i\lambda z}e^{ikz}\int_{-\infty}^{\infty}\int f(x',y')\mathrm{e}^{\left\{ik\left[(x-x')^2+(y-y')^2\right]/2z\right\}}dx'dy'$$

Talvez o problema mais simples de difração.
Mesmo assim o integral é complicado – é necessário efetuar ainda mais uma aproximação para chegar á um resultado analítico.

Integral sobre y´



$$\mathcal{E}(x,y,z)=\frac{\mathcal{E}_0}{i\lambda z}e^{ikz}\int_{-a/2}^{a/2}\mathrm{e}^{\left\{ik(x-x')^2/2z\right\}}\,dx'\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{e}^{\left\{ik(y-y')^2/2z\right\}}dy'$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{e}^{ik(y-y')^2/2z}dy'=\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{e}^{-\pi(y-y')^2/i\lambda z}dy'=\sqrt{i\lambda z}$$

Integral Gaussiano $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty}du\,\mathrm{e}^{-\beta(u-u_0)^2}=\sqrt{\frac{\pi}{\beta}}$ Re(β) ≥0

$$\mathcal{E}(x,y,z)=\frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{i\lambda z}}e^{ikz}\int_{-a/2}^{a/2}\mathrm{e}^{\left\{ik(x-x')^2/2z\right\}}\,dx'$$

Soma infinita de ondas cilíndricas

O amplitude das ondas cilíndricas $\sim\frac{1}{\sqrt{z}}$

O amplitude das ondas esféricas $\sim\frac{1}{z}$

Integral sobre x´

$$\mathcal{E}(x,y,z)=\frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{i\lambda z}}e^{ikz}\int_{-a/2}^{a/2}\exp\left[ik(x-x')^2/2z\right]dx'$$

Mudanças cosméticas definir $u=\frac{2x}{a};\, u'=\frac{2x'}{a}$

$$k(x-x')^2/2z \;\rightarrow\; \pi\frac{(a/2)^2}{z\lambda}(u-u')^2$$

$$dx' \;\rightarrow\; 2du'/a$$

$N_F \equiv \frac{(a/2)^2}{z\lambda}$ Número Fresnel

O número Fresnel determine a variação máxima da fase

$$\mathcal{E}(x,z)=\frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{i}}\sqrt{N_F}e^{ikz}\int_{-1}^{1}\exp\left[i\pi N_F(u-u')^2\right]du'$$

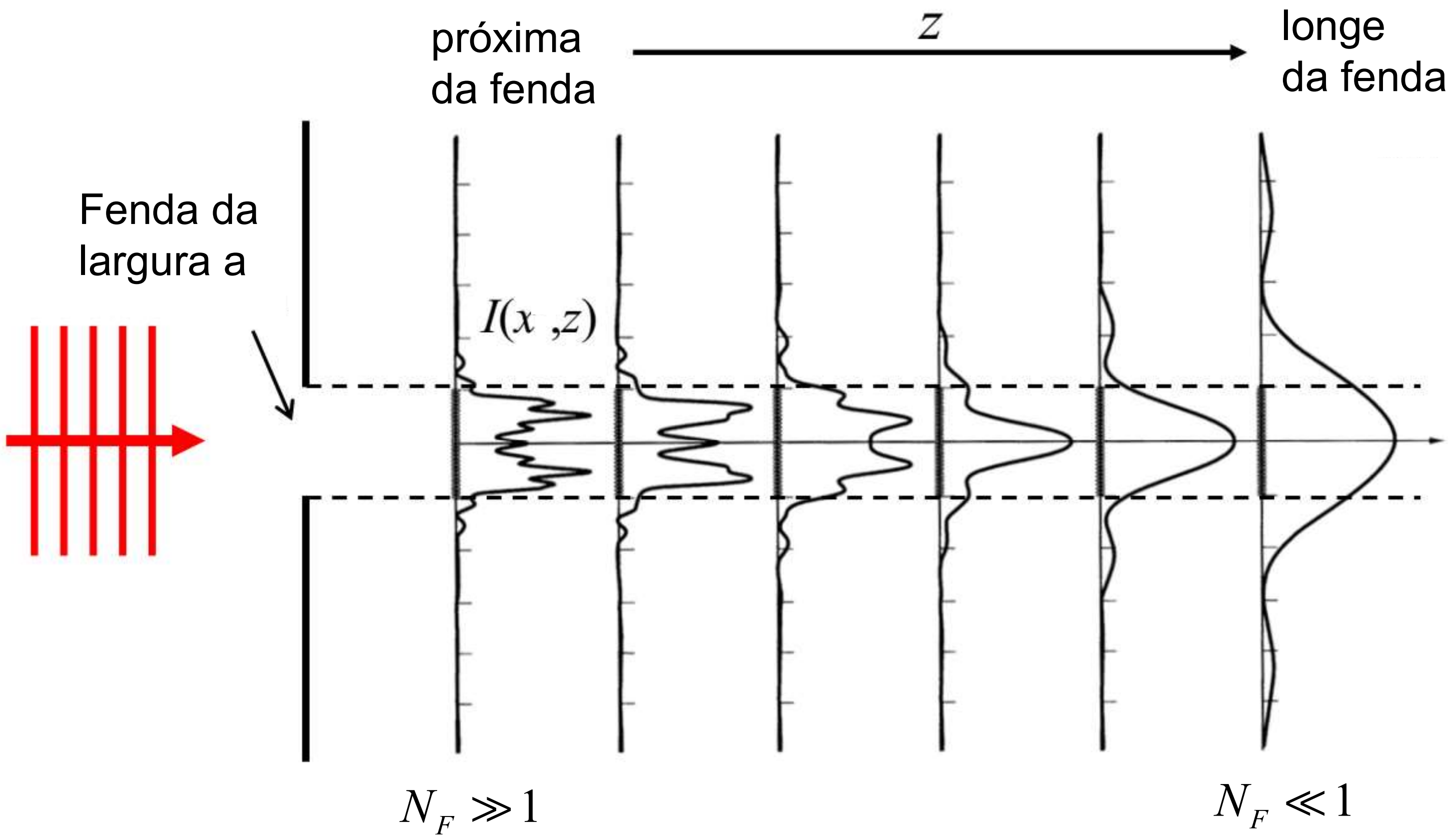
Em geral, a resolução deste integral não pode ser expressa em termos de funções analíticas, mas pode ser calculado numericamente

$$\mathcal{I}(x,z)=N_F\mathcal{I}_0\left|\int_{-1}^{1}\exp\left[i\pi N_F(u-u')^2\right]du'\right|^2$$

$\mathcal{I}=\frac{1}{2}\varepsilon_0 cn|\mathcal{E}|^2$ Poynting

Difração de uma fenda simples

$$\mathcal{I}(x,z) = N_F \mathcal{I}_0 \left| \int_{-1}^{1} \exp\left[i\pi N_F (u-u')^2 \right] du' \right|^2 \qquad u = \frac{2x}{a} \qquad N_F \equiv \frac{(a/2)^2}{z\lambda}$$



Importância do número de Fresnel

$$N_F \equiv \frac{(a/2)^2}{z\lambda}$$

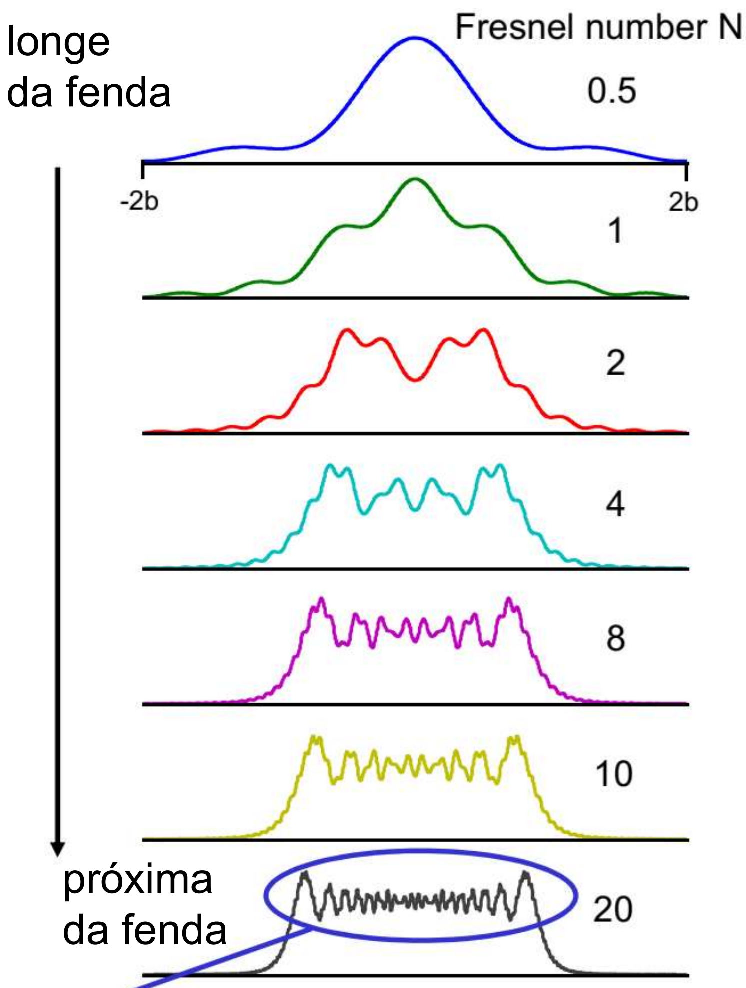
exemplo $\lambda = 500\ nm$ luz verde

$$a/2 = 10\ \mu m = 20\lambda$$

$$N = 1 \quad @ \quad z = 400\lambda = 0,2mm$$

$$a/2 = 1\ mm = 2000\lambda$$

$$N = 1 \quad @ \quad z = 4x10^6\lambda = 2m$$



Nº de oscilações = N_F

No limite N_F<<1 (campo distante)

$$\mathcal{E}(x,z)=\frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{i\lambda z}}e^{ikz}\int_{-a/2}^{a/2}\exp\left[i\frac{\pi}{\lambda z}(x-x')^2\right]dx'$$

$$N_F=\frac{(a/2)^2}{\lambda z}\ll 1$$

Aproximação Fraunhofer (depende de λ)

$$e^{i\pi x^2/2z}\int_{-a2}^{a/2}\exp\left[i\frac{\pi}{\lambda z}\left(-2xx'+x'^2\right)\right]du'$$

$$\left(\frac{x'^2}{\lambda z}\right)\leq\left(\frac{(a/2)^2}{\lambda z}\right)=N_F$$

$$e^{i\pi x^2/\lambda z}\int_{-a/2}^{a/2}\exp\left[-i2\pi\frac{xx'}{\lambda z}\right]dx'=e^{i\pi x^2/\lambda z}\left[\frac{e^{-i\pi ax/\lambda z}-e^{i\pi ax/\lambda z}}{-i2\pi x/\lambda z}\right]$$

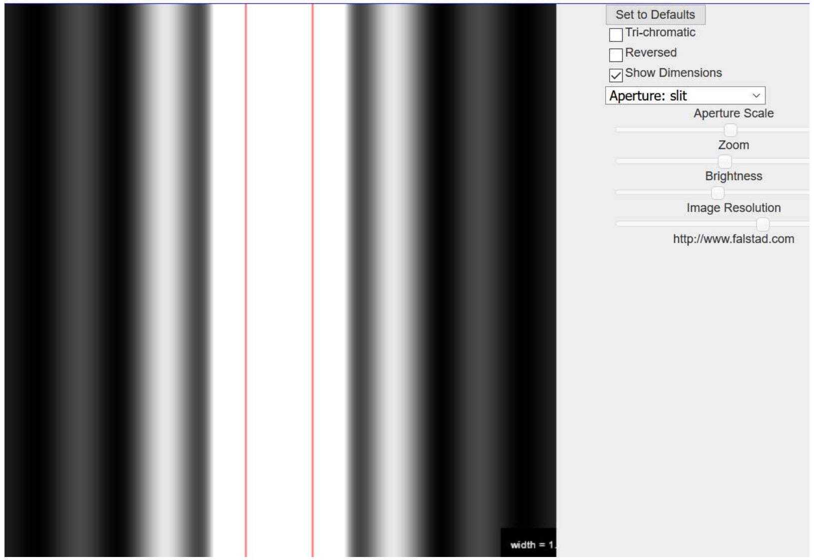
$$=e^{i\pi x^2/\lambda z}a\frac{\sin(\pi ax/\lambda z)}{\pi ax/\lambda z}$$

$$\mathcal{E}(x,z)=\frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{i\lambda z}}e^{ikz}e^{i\pi x^2/\lambda z}a\left[\frac{\sin(\pi ax/\lambda z)}{\pi ax/\lambda z}\right]$$

$$\mathcal{I}(x,z)=\mathcal{I}_0\left(\frac{a^2}{\lambda z}\right)\left[\frac{\sin(\pi ax/\lambda z)}{\pi ax/\lambda z}\right]^2$$

$$=4\mathcal{I}_0N_F\left[\frac{\sin(\pi N_F x/a)}{(\pi N_F x/a)}\right]^2$$

Difração Fenda simples (aproximação Fraunhofer)



https://www.falstad.com/diffraction/

$$\mathcal{I}(x,z) = \mathcal{I}_0 \left(\frac{a^2}{\lambda z}\right)\left[\frac{\sin(\pi a x/\lambda z)}{\pi a x/\lambda z}\right]^2$$

$$\mathrm{sinc}(\xi) = \left[\frac{\sin(\xi)}{\xi}\right]^2 \qquad \lim_{\xi\to 0} \mathrm{sinc}(\xi) = 1$$

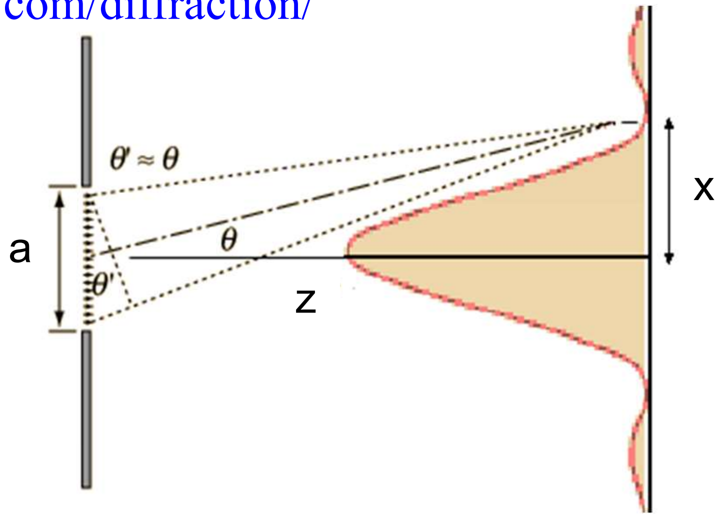
mínimos

$$\mathcal{I}(x,z) = 0 \quad @ \frac{\pi a x_{\min}}{\lambda z} = m\pi$$

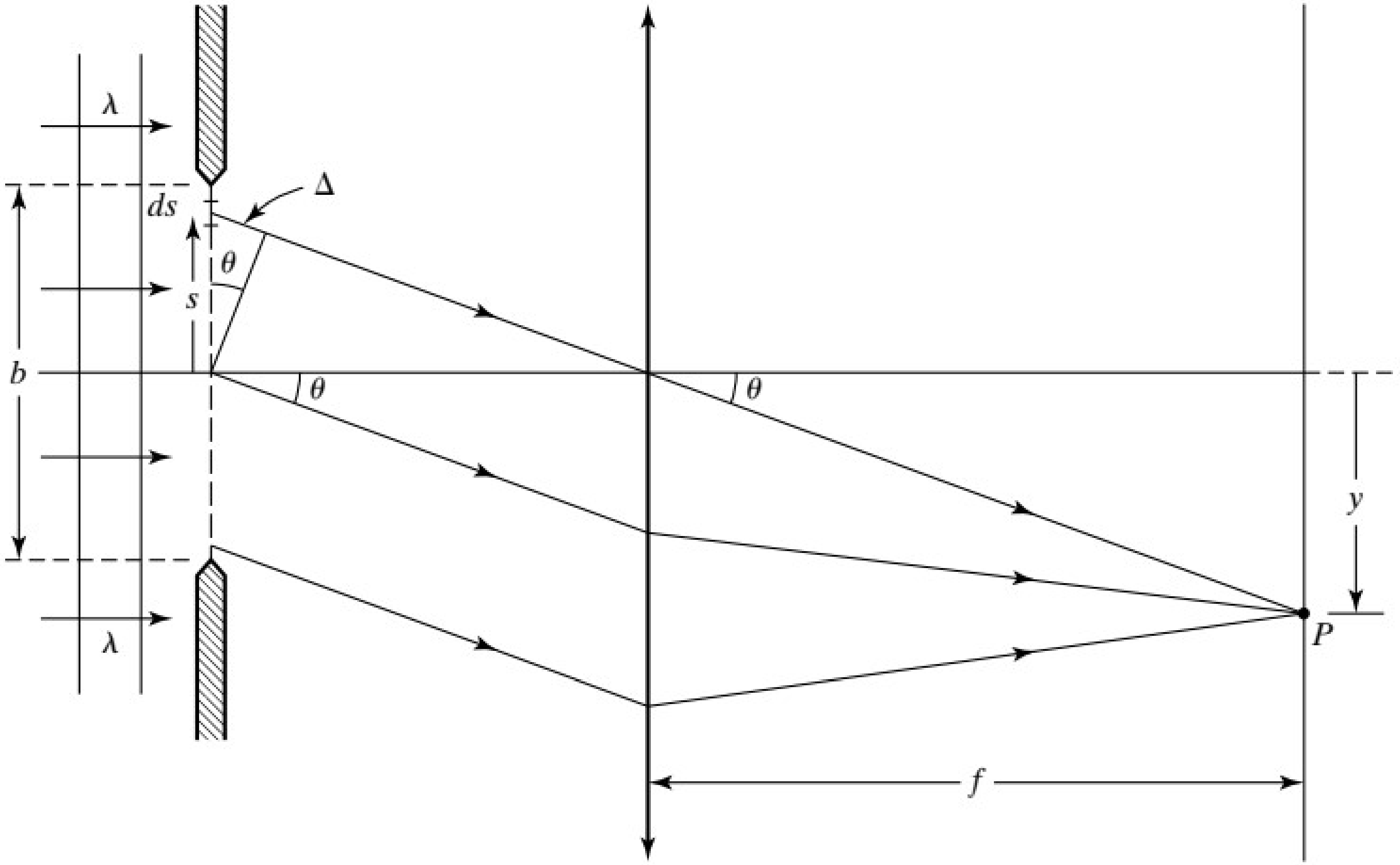
exceto m=0

$$a\frac{x_{\min}}{z} \approx a\sin\theta_{\min} = m\lambda$$

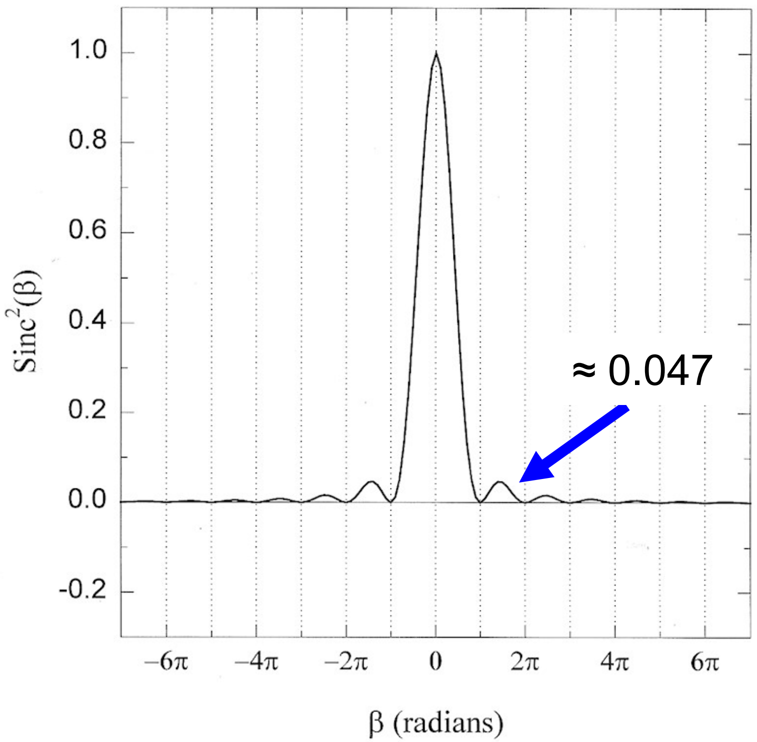
$$\sin\theta_{\min} = \frac{m\lambda}{a}$$



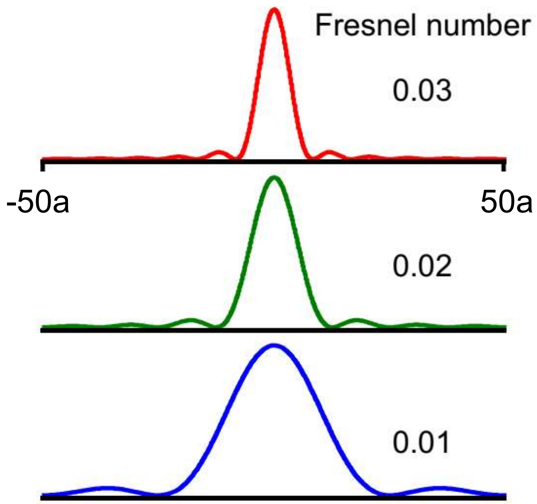
Uso duma lente para aproximar o infinito…



A função sinc



$$\mathrm{sinc}(\beta)=\left[\frac{\sin(\beta)}{\beta}\right]^2$$

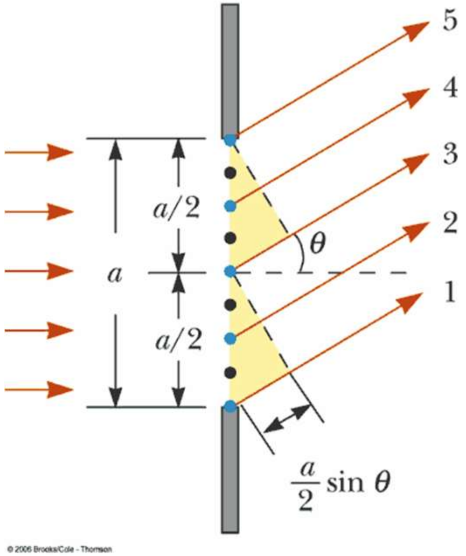


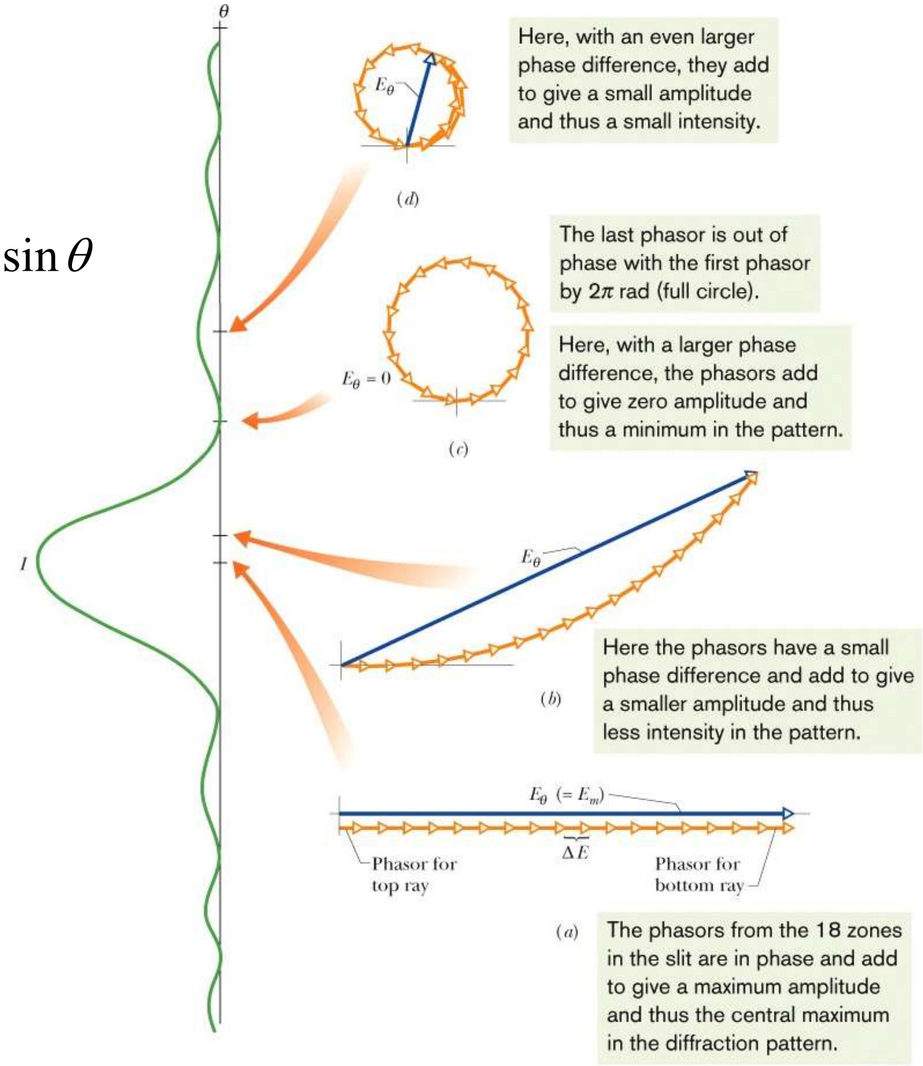
$$\mathcal{I}(x,z)=\mathcal{I}_0\left(\frac{a^2}{\lambda z}\right)\left[\frac{\sin(\pi a x/\lambda z)}{\pi a x/\lambda z}\right]^2=\mathcal{I}_0 4N_F \mathrm{sinc}^2\left(\frac{4\pi N_F x}{a}\right)$$

Interpretação em termos de fasores

$$\mathcal{I}(x,z) = \mathcal{I}_0\left(\frac{a^2}{\lambda z}\right)\left[\frac{\sin(\pi a x/\lambda z)}{\pi a x/\lambda z}\right]^2$$

$$\frac{\pi a x}{\lambda z} \approx k\frac{a}{2}\sin\theta$$





 halliday_10e_fig_36_07