

T1 - Análise de circuitos corrente contínua

1 Introdução

Neste trabalho iremos analisar comportamento de alguns circuitos DC, usando o método de tensão nos nós (Análise nodal) e descrição bi-porto.

1.1 Análise nodal

A análise nodal expressa a lei de Kirchhoff dos nós em termos das tensões nesses nós, escolhendo um dos nós como nó de referência ($V_3=0$).

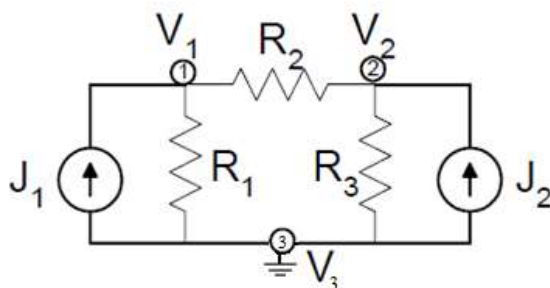


Figura 1

Aplicando a lei dos nós 1 e 2 temos:

$$\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_1 - V_2}{R_2} = J_1$$

$$\frac{V_2}{R_3} - \frac{V_1 - V_2}{R_2} = J_2$$

Na forma matricial temos:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_2} \\ -\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \end{bmatrix} \quad [Y] \cdot [V] = [J]$$

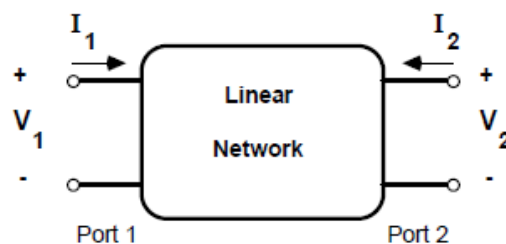
A matriz Y designa-se por matriz de admitância do circuito elétrico. Resolvendo o sistema obtemos:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \end{bmatrix} \quad [V] = [Z] \cdot [J]$$

Onde $Z=Y^{-1}$ é a matriz de impedância do circuito.

1.2 Descrição bi-porto

Um par de terminais numa rede elétrica designa-se por porto. Em geral qualquer rede elétrica pode conter um número arbitrário de portos, no entanto na generalidade dos sistemas/dispositivos eletrónicos temos um sinal de entrada e um de saída, sendo por isso comum descrever estes sistemas por uma rede bi-porto. O problema é assim descrever a relação matemática entre as correntes e as tensões nos 2 portos.



Basicamente são possíveis 5 descrições diferentes:

a) Impedância

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

b) Admitância

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

c) Híbrida

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

d) Híbrida inversa

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

e) Transmissão

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

Os parâmetros das várias descrições podem ser determinados, aplicando pares de sinais de excitação e medindo as respostas da rede elétrica. No caso da descrição em impedância, temos:

- z_{11} , obtém-se aplicando V_1 ao porto 1 e medindo a corrente I_1 no porto 1, mantendo o porto 2 em aberto ($I_2=0$).

$$z_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{I_2=0}$$

- z_{12} , obtém-se aplicando V_2 ao porto 2 e medindo a corrente I_2 no porto 2 e a tensão V_1 no porto 1, mantendo o porto 1 em aberto ($I_1=0$).
- z_{21} , obtém-se aplicando V_1 ao porto 1 e medindo a corrente no porto 1 e a tensão V_2 no porto 2, mantendo o porto 2 em aberto ($I_2=0$).
- z_{22} , obtém-se aplicando V_2 ao porto 2 e medindo a corrente I_2 no porto 2, mantendo o porto 1 em aberto ($I_1=0$).

$$z_{12} = \frac{V_1}{I_2} \Big|_{I_1=0}$$

$$z_{21} = \frac{V_2}{I_1} \Big|_{I_2=0}$$

$$z_{22} = \frac{V_2}{I_2} \Big|_{I_1=0}$$

Os parâmetros de admitância obtêm-se de forma semelhante, fazendo $V_1=0$ (porto 1 curto-circuitado) ou $V_2=0$ (porto 2 curto-circuitado).

2 Procedimento experimental

Material necessário

Resistências (510Ω, 1k, 6.8kΩ, 3.3kΩ, 5.1kΩ, 2kΩ, 10kΩ)

Fonte CC

Multímetro

Fios de ligação

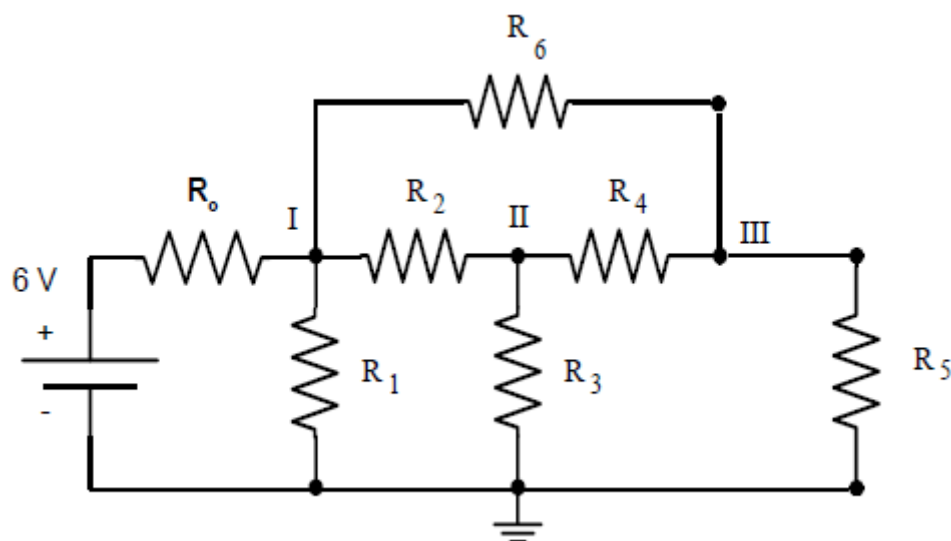


Figura 2

- Monte o circuito representado na figura 2, usando $R_0=510\ \Omega$, $R_1=1k$, $R_2=6.8k\Omega$, $R_3=3.3k\Omega$, $R_4=5.1k\Omega$, $R_5=2k\Omega$, $R_6=10k\Omega$.
- Compare os valores medidos das tensões nos nós com os valores teóricos.
- Determine as correntes em todos os ramos e verifique a lei dos nós em cada nó do circuito.
- Varie o valor de $R_5 = 0-10k\Omega$, e meça a corrente em R_5 . Faça um gráfico da potência em R_5 em função do valor de R_5 .
- Qual o valor de R_5 para se obter a máxima transferência de potência?
- Determine a matriz de impedância e admitância da rede da figura 3, medindo V_1 , V_2 , I_1 , I_2 .

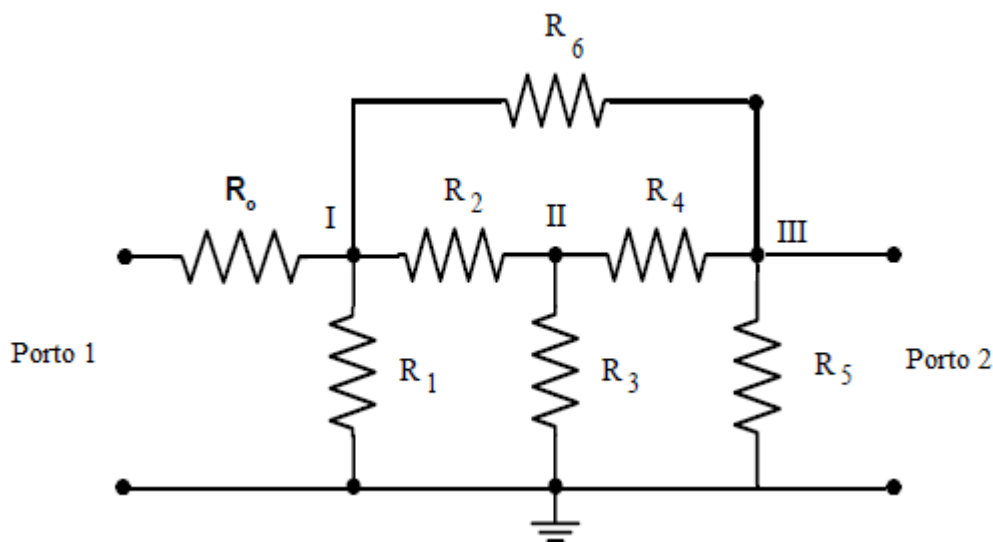


Figura 3

- Compare com as matrizes obtidas com as da análise nodal.