



1. Determine o comprimento de onda  $\lambda_{\max}$  da radiação eletromagnética emitida pelo corpo humano, para o qual o poder emissivo espectral regista o valor máximo. Considere que o corpo humano se comporta como um radiador perfeito e que se encontra à temperatura de  $37^\circ\text{C}$ . Estime a potência radiada pelo corpo humano, considerando a área do indivíduo médio igual a  $1.5\text{m}^2$ .

2. O Universo encontra-se preenchido de radiação térmica com distribuição espectral correspondente a um corpo negro à temperatura efetiva de  $T=2.7\text{K}$  (radiação eletromagnética de fundo, isotrópica, proveniente do Big-Bang). Determine o comprimento de onda  $\lambda_{\max}$  para o qual é máxima a densidade espectral de energia. Em que região do espectro eletromagnético ele se situa?

3. Sabendo que a intensidade máxima da radiação solar ocorre para um comprimento de onda igual a  $\lambda_{\max} = 550\text{ nm}$  (verde), calcule a temperatura da superfície do Sol e a potência radiada pelo mesmo (considere o Sol como um corpo negro). Calcule a temperatura de um corpo negro que esteja colocado à superfície da Terra. ( $R_{\text{Sol}} = 6.96 \cdot 10^8\text{ m}$ ,  $D_{\text{Terra-Sol}} = 1.496 \cdot 10^{11}\text{ m}$ ).

4. Um sistema de 10 partículas encontra-se em equilíbrio à temperatura  $T \rightarrow 0\text{ K}$ . Sabendo que o espectro de energias permitido a cada partícula é dado por  $\varepsilon_n = n^2 \varepsilon_0$ , com  $\varepsilon_0 = 0.1\text{ eV}$  e  $n=1,2,\dots$ , e que todos os estados possuem igual probabilidade intrínseca de ocupação, determine:

a) A energia mínima deste sistema admitindo que:

a1) as partículas são bósons;                      a2) as partículas são férmions.

b) Se o sistema de férmions se encontrar a uma temperatura de  $300\text{K}$ , determine qual a probabilidade de ocupação de um nível cuja energia seja  $0.0375\text{ eV}$  superior à energia de Fermi a  $0^\circ\text{K}$ .

5. a) Sabendo que a massa do Sol é  $2 \times 10^{30}\text{ kg}$  estime o número de eletrões nesta estrela (admita que o Sol é maioritariamente constituído por hidrogénio atómico,  $M_0(\text{H}) = 1.008\text{ g/mol}$ ).

b) Considerando que a energia de Fermi  $\varepsilon_F$ , é independente da temperatura tem-se:

$$\varepsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m_e} \left( 3\pi^2 \frac{N}{V} \right)^{\frac{2}{3}}$$

Calcule a energia de Fermi dos eletrões:

i) numa anã branca com a mesma massa que o Sol e com raio  $2 \times 10^7\text{ m}$ ;

ii) num pulsar com a mesma massa que o Sol e com raio  $1 \times 10^5\text{ m}$ .



6. Considere um sistema unidimensional, constituído por  $N$  eletrões, para o qual a densidade de estados é dada por:

$$g(E) = \frac{l}{h} \sqrt{\frac{2m}{E}}$$

onde  $l$  é o comprimento da amostra,  $m$  é a massa do eletrão,  $h$  é a constante de Planck e  $E$  é a energia. Cada estado pode ser ocupado por dois eletrões.

- Determine o nível de Fermi deste sistema à temperatura  $T=0$  K (potencial químico a  $T=0$ K).
- Calcule a energia média por eletrão à mesma temperatura.

7. Considere-se um metal de massa  $M$  ocupando um volume  $V$  e à temperatura  $T$ . Em primeira aproximação admite-se que os iões positivos têm por efeito criar um potencial que impede os eletrões de abandonarem o metal e que podem desprezar-se as interações eletrão - eletrão. O número de eletrões que se encontram no nível de energia  $E_i$ , quando o sistema se encontra em equilíbrio, é dado

por  $N_i = \frac{g_i}{e^{(E_i - E_F)/kT} + 1}$ , onde  $g_i$  é o peso estatístico do nível  $E_i$  (sendo o spin do eletrão igual a 1/2

tem-se  $g_i=2$ ) e  $E_F$  é uma função dependente das variáveis termodinâmicas do sistema.

a) Admitindo que  $E_F(T)$  tende para um limite finito  $E_F^0$  quando  $T \rightarrow 0$ , represente  $N_i/g_i$  em função de  $E_i$  à temperatura  $T=0$  K (admite-se que a energia potencial do eletrão é nula no interior do metal). Interprete fisicamente a curva assim obtida.

b) Determine  $E_F^0$  para o cobre. (Dados:  $N_A=6 \times 10^{23}$ ;  $\rho_{Cu}=9 \times 10^3$  kg/m<sup>3</sup>;  $M(Cu)=63.6$  g/mol;  $h=6.62 \times 10^{-34}$  J/s;  $e=1.60 \times 10^{-19}$  C;  $m_e=9.1 \times 10^{-31}$  kg; n° de eletrões de valência do átomo de Cu = 2).