1. a) Determine a matriz Jacobiana em $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ das seguintes funções:

   $i)\, f(x, y, z) = (e^y, xyz) \quad ii)\, f(x, y, z) = xy - z^2 \cos y \quad iii)\, f(x, y, z) = (z^2, e^x \cos y, zx)$

   b) Utilizando a regra da cadeia, determine as derivadas parciais da função F dada por $F(u, v) = f(u^2, uv, v^3)$ onde f é a função da alínea a)ii) anterior.

2. Seja $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ uma função diferenciável tal que, para todo o $t \in \mathbb{R}$, $f(t, 0) = 0$ e $f(0, t) = t$.

   a) Calcule $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0, 0)$ e $\dfrac{\partial f}{\partial y}(0, 0)$ e determine uma equação do plano tangente ao gráfico de f em $(0, 0)$.

   b) Seja $\theta \in \mathbb{R}$ uma constante. Considere a aplicação linear $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ cuja matriz na base canónica de $\mathbb{R}^2$ é $A = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\operatorname{sen}\theta \\ \operatorname{sen}\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$. Determine uma equação do plano tangente ao gráfico de $f \circ g$ em $(0, 0)$.

3. Seja $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ uma função diferenciável tal que, para todo $t \in \mathbb{R}$, $f(3t, t^3) = \operatorname{arctg} t$.

   a) Mostre que $3\dfrac{\partial f}{\partial x}(3t, t^3) + 3t^2 \dfrac{\partial f}{\partial y}(3t, t^3) = \dfrac{1}{1 + t^2}$.

   b) Admitindo que $\dfrac{\partial f}{\partial y}(3, 1) = 2$ calcule $\dfrac{\partial f}{\partial x}(3, 1)$.

   c) Determine uma equação do plano tangente ao gráfico de f em $(3, 1)$ e uma equação da recta tangente à curva de nível de f que passa pelo ponto $(3, 1)$.