

T2 – Estudo de choques num sistema de atrito reduzido ✓

1. Objetivos teóricos

- Estudo de choques a uma dimensão: **conservação da quantidade de movimento.**
- **Classificação dos choques em função do seu carácter elástico.**

2. Objetivos técnicos

- Utilização de uma calha de ar: **nivelamento da calha e do cavaleiro.**
- Determinação do **centro de massa de um corpo.**
- **Medição de velocidades com fotocélulas.**

3. Introdução à experiência

A utilização de uma calha de ar apresenta duas vantagens importantes no estudo de choques :

(i) serve para alinhar o movimento dos corpos de forma a que os choques se deem nas condições pretendidas de forma reprodutível e (ii) compensando o peso sem introduzir atrito apreciável garante que o movimento dos corpos se faz com velocidade constante antes e após o choque numa extensão suficiente para que as medidas da velocidade dos corpos sejam fáceis e precisas.

Há três aspetos técnicos importantes nesta experiência : **nivelar a calha e o cavaleiro de forma a compensar o peso deste**; **determinar a posição do centro de massa dos cavaletes para poder regular a posição dos batentes de forma a evitar que o choque provoque movimento de rotação dos cavaleiros** ; **melhorar a precisão da medição das velocidades.**

O nivelamento da calha faz-se por meio de dois parafusos. É importante que a **distribuição de massas do cavaleiro seja simétrica para que este se mantenha horizontal.** Com efeito a força de pressão do ar sob o cavaleiro que vai compensar o peso deste é perpendicular à sua superfície inferior. Se o cavaleiro estiver inclinado, devido a uma má distribuição das massas, esta força deixa de ser vertical e a sua soma com o peso não é nula mas tem uma resultante horizontal que acelera o cavaleiro (faça a experiência : o sentido desta aceleração é o que esperava ?).

Os centros de massa de cada cavaleiro no momento do choque definem uma reta que deve incluir o ponto de contacto (central) do choque para que os cavaleiros não ganhem movimento de rotação. Nota : as possibilidades de regulação da posição dos batentes nos cavaleiros são grosseiras.

A velocidade do cavaleiro é determinada indiretamente medindo uma distância (comprimento da bandeira) e o tempo que o cavaleiro demora a percorrer essa distância. O sinal de sincronismo que inicia e para o cronómetro é gerado em função da bandeira do cavaleiro interromper ou não um feixe de luz (Figura 1).

$$\Delta t \leftarrow \left. \begin{array}{l} \text{A velocidade do cavaleiro é determinada indiretamente medindo uma distância (comprimento da bandeira) e o tempo que o cavaleiro demora a percorrer essa distância.} \end{array} \right\} v = \frac{d}{\Delta t}$$

ERROS:

- inclinação da calha;
- o fluxo de ar que a calha produz pode nem sempre ser constante;
- a massa das bolas bastante reduzidas e com velocidade muito reduzida;
- Laboratório de Mecânica Newtoniana 2020/2021 também, o tempo torna-se imensurável;
- não conseguimos criar um ambiente ideal sem atrito no laboratório onde fizemos a experiência.

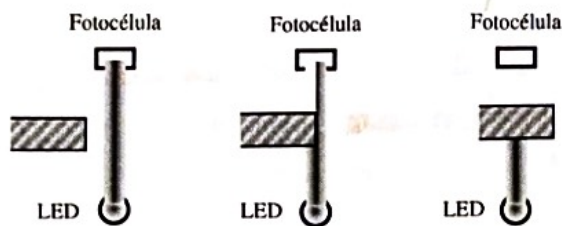
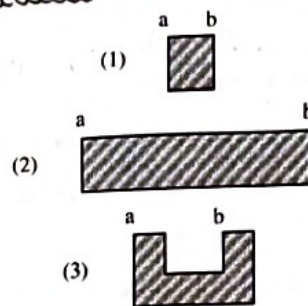


Figura 1



erro de
aparelho
de medição
de tempo

Devido à largura do feixe de luz não ser desprezável, o sinal elétrico gerado pela fotocélula não é uma onda quadrada (ver Figura 2), mas apresenta uma rampa inicial e final. Os circuitos eletrônicos deverão decidir, analisando este sinal, a partir de que instante a bandeira já interrompeu / deixou de interromper o feixe de luz. O sincronismo da cronometragem nem sempre se efetua a meio da rampa, podendo ter lugar numa zona da rampa mais para baixo ou para cima do centro, introduzindo-se assim um erro na distância percorrida.

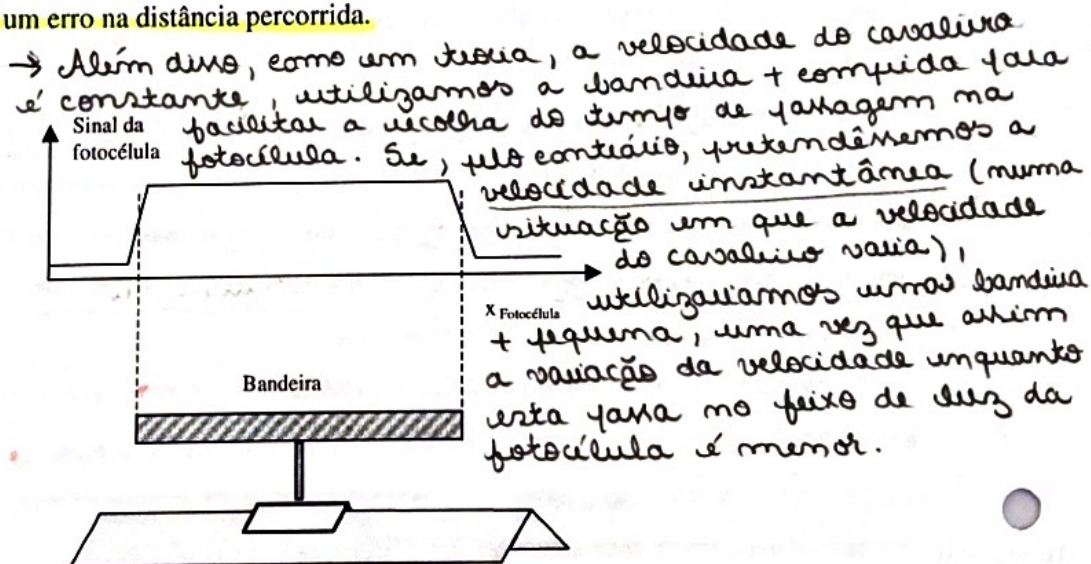


Figura 2

Para reduzir o erro de sincronismo (ver figura 1), pode usar-se uma bandeira mais comprida, (2) em lugar de (1), diminuindo o erro relativo (mas não o erro absoluto) ou então usar-se a bandeira dupla, (3) em lugar da (1), neste caso a cronometragem faz-se em duas rampas a subir (ou a descer), cancelando o erro de sincronizar demasiado em baixo ou em cima.

4. Conhecimentos teóricos

Um choque é uma interação de pequena duração entre dois ou mais corpos e durante a qual atuam forças (muito) intensas.

As regras de energia devem mais facilmente nos adaptadores!

$E_c \rightarrow$ energia cinética

temos que ter um atenução que os sentidos das velocidades, o que afeta os sinais destas.

Laboratório de Mecânica Newtoniana 2020/2021

como o atrito

Supondo as forças externas desprezáveis, face a estas, verifica-se a conservação da quantidade de movimento total dos corpos que chocam:

$$\sum_i m_i \vec{v}_i = \text{constante} \Rightarrow \begin{cases} p_x = m_1 \cdot v_{1x} + m_2 \cdot v_{2x} \\ p_y = m_1 \cdot v_{1y} + m_2 \cdot v_{2y} \end{cases}$$

ter um atenução que as acções mudam nos cavaleiros, m_1 e m_2 aumentam (1)

Parte da energia cinética inicial pode ser convertida em deformação, calor, etc., sendo a restante redistribuída pelos corpos por forma a não violar (1):

→ dirigida nos adaptadores (zonas onde os cavaleiros chocam entre eles). (2)

$$\sum \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \sum \frac{1}{2} m_i v_i'^2 + E_{\text{deformação}}$$

Para dois corpos A e B que se movem antes e após o choque segundo o eixo dos xx estas

equações tomam a forma:

→ ou seja, no mesmo sentido, admitido como o positivo. (3)

$$\begin{cases} m_A v_{xA} + m_B v_{xB} = m_A v'_{xA} + m_B v'_{xB} \\ \frac{1}{2} m_A v_{xA}^2 + \frac{1}{2} m_B v_{xB}^2 = \frac{1}{2} m_A v_{xA}'^2 + \frac{1}{2} m_B v_{xB}'^2 + E_{\text{deformação}} \end{cases} \Rightarrow E_{ci} = E_{cf} + E_d \rightarrow \text{energia de}$$

Os choques podem classificar-se em função do valor da energia de deformação. Analisando deformação um choque de dois corpos no referencial do centro de massa, os corpos aproximam-se um do outro antes do choque e, após este, ou ficam parados ou se afastam com uma velocidade relativa menor ou igual à inicial. Assim o parâmetro e , chamado coeficiente de restituição e definido como segue,

$$e = \frac{v'_{xB} - v'_{xA}}{v_{xA} - v_{xB}} \left\{ \begin{array}{l} \text{ter um atenução os sentidos das velocidades} \end{array} \right. \quad (4)$$

está compreendido entre 0 e 1 (verifique que o seu valor não se altera se chamarmos A ao corpo B e vice-versa). A classificação dos choques é a seguinte:

→ Quanto maior a E_d , menor será o valor de e , pois que + inelástico será o choque.

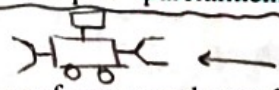
Choque perfeitamente elástico ($e = 1$)	Choque parcialmente elástico/inelástico ($0 < e < 1$)	Choque perfeitamente inelástico ($e = 0$)
$E_{\text{cinicial}} = E_{\text{cfinal}}$	$E_{\text{cinicial}} \neq E_{\text{cfinal}}$	$E_{\text{cinicial}} \neq E_{\text{cfinal}}$
$v_{\text{relativa inicial}} = v_{\text{relativa final}}$	$v_{\text{relativa inicial}} \neq v_{\text{relativa final}} \neq 0$	$v_{\text{relativa final}} = 0$

→ plástica

5. Procedimento experimental

Existem adaptadores com elásticos que se fixam nos cavaleiros e permitem realizar choques quase elásticos. Existem igualmente adaptadores que prendem e não se soltam permitindo simular choques perfeitamente inelásticos. É igualmente possível realizar choques parcialmente elásticos/inelásticos.

↳ de extrema importância colocar os adaptadores



A dificuldade principal reside na escolha da posição das fotocélulas por forma a poder medir quer as velocidades dos corpos antes do choque quer as velocidades destes após o choque. Em todas as situações (sem exceção: porquê?) o choque deve ter lugar com os dois cavaleiros na zona entre

nos 2 lados dos cavaleiros para que

a distribuição das massas do cavaleiro seja simétrica e este se mantenha na horizontal

as fotocélulas e durante toda a duração do choque nenhuma bandeira pode estar a interceptar os feixes de luz. Atenção também ao retorno dos cavaleiros após o choque com o limitador do fim da calha

para que seja sempre possível obter os tempos de passagem (e por sua vez a velocidade) dos cavaleiros antes e depois do choque ocorrer!

para não danificar o cavaleiro nem os adaptadores.



Figura 3

Escolha um conjunto de choques que permita fazer o seu estudo em função de:

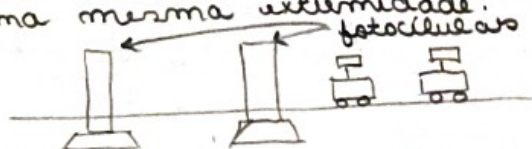
- 1- massa dos cavaleiros (mesma massa ou massas diferentes)
- 2- velocidades iniciais (um parado, os dois a moverem-se em sentidos opostos, os dois a moverem-se no mesmo sentido)
- 3- Caráter elástico do choque (choques quase elásticos, choques perfeitamente inelásticos, choques parcialmente elásticos/inelásticos)

6. Tratamento dos dados e resultados da experiência

Analise os resultados que obteve nos choques estudados, comparando a quantidade de movimento e a energia cinética antes e depois do choque.

Em lançamentos com sentidos opostos, colocamos um cavaleiro em cada extremidade da calha, provocando um choque + significativo e, por sua vez, uma maior E_d resultante do impacto em relação a situação em que os lançamentos foram realizados no mesmo sentido.

Em lançamentos com o mesmo sentido, os 2 cavaleiros eram colocados na mesma extremidade.



Após o lançamento do 1º cavaleiro, o 2º seria lançado com maior velocidade para que o choque ocorra entre as fotocélulas e, assim, permitir a obtenção da velocidade após o choque na segunda fotocélula.

NOTA: em choques onde utilizamos adaptadores com elásticos, o valor da energia de deformação ($E_d = E_{ci} - E_{cf}$) poderá vir a apresentar valores negativos. Isso acontece a um vez na colocação do adaptador, pelo que o elástico preso neste terá dado um "impulso extra" durante o choque.

T3 – Conservação de energia e momento. Pêndulo balístico.

1. Objetivos

Estudo de choques a uma dimensão

Verificação da conservação da quantidade de movimento.

Medição de velocidades com fotocélulas.

Estudo do choque de um projétil com um corpo rígido.

→ ao impacto, verifica-se naturalmente uma variação da E_p do pêndulo, que inicialmente posicionado na vertical e no seu ponto + baixo, acaba de variar devido à falta de transição de E_c vindo da esfera.

→ existe transição total do momento da esfera para o pêndulo, embora haja perda de parte de energia, que se manifesta na forma de som/calor, por exemplo. O estudo e compreensão das colisões entre objetos, está associado a alguns princípios físicos elementares de conservação que serão analisados nesta parte do trabalho.

O pêndulo balístico é um dos métodos clássicos mais usados em experiências de laboratório que tenham por objetivo a determinação da velocidade de um projétil. Neste sistema, uma esfera é disparada contra um pêndulo, analisando-se em seguida as relações de energia e momento antes e após o choque. → o pêndulo, que estava em repouso, vai descrever um deslocamento resultante da colisão da esfera.

Existem dois métodos de calcular a velocidade da esfera. No primeiro, a que chamaremos método aproximado, vamos assumir que o pêndulo e a esfera se comportam como se fossem apenas uma massa pontual localizada no centro de massa do sistema. No segundo, a que chamaremos método exato, vamos considerar a inércia rotacional do pêndulo. No terceiro, vamos chamar de método direto.

1. Método aproximado

A variação da energia potencial do pêndulo em consequência do impacto do projétil é dada

por:

$$\Delta E_p = Mg \Delta h_{CM} \quad (1)$$

Em que M corresponde à massa do sistema pêndulo+esfera, g à aceleração da gravidade e Δh_{CM} à variação de altura do centro de massa do pêndulo. De acordo com a figura 1:

$$\Delta h_{CM} = R_{CM}(1 - \cos \theta) \quad (2)$$

e assim, consideramos que $E_{p(\text{inicial})} = 0$

$$\Delta E_p = Mg R_{CM}(1 - \cos \theta) \quad (3)$$

Em que R_{CM} representa a distância entre

o eixo de rotação do pêndulo e o centro de massa do sistema pêndulo+esfera. Esta energia potencial

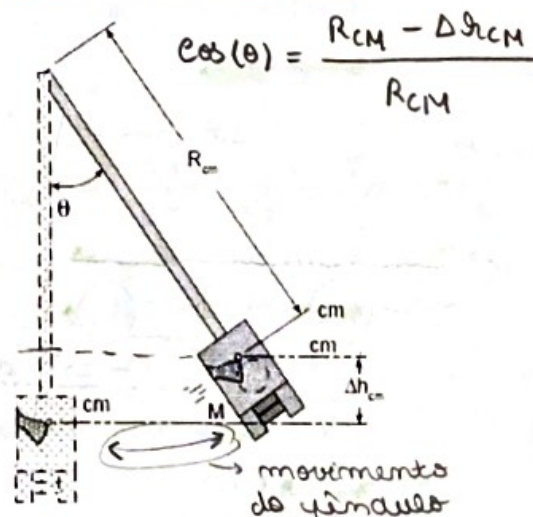


Figura 1

$$\Delta E_{cm} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_{c0} = E_{pf}$$

7

representação do x máximo alcançado pelo pêndulo e variação da altura deste em relação à posição inicial

variação da energia potencial

MOMENTO LINEAR: $P = m \cdot v \rightarrow P_{\text{esfera}} = m \cdot v_{\text{esfera}}$ do pêndulo

$$E_c = \frac{M v^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 E_c}{M}}$$

Laboratório de Mecânica Newtoniana 2020/2021

é igual à energia cinética do pêndulo imediatamente após a colisão. Imediatamente após a colisão o momento linear do pêndulo é dado por

$$P_p = \sqrt{2 M E_c}$$

imediatamente após a colisão até ao momento em que o pêndulo atinge a altura máxima

isto como ^{mão} considerado a resistência do ar, há conservação de energia e por isso temos que:

$$P_{\text{inicial}} = P_{\text{final}} \Leftrightarrow P_{\text{esfera}} = P_{\text{pêndulo}} \Leftrightarrow P_{\text{esfera}} = \sqrt{2 M E_c}$$

Seja $p_{\text{esf}} = m v_{\text{esf}}$, em que m representa a massa da esfera, e atendendo às relações de conservação referidas, a velocidade da esfera pode ser calculada por:

$$v_{\text{esf}} = \frac{M}{m} \sqrt{2 g R_{\text{CM}} (1 - \cos \theta)}$$

$$= \frac{P_{\text{esfera}}}{m} \quad (5)$$

II. Método exato

aqui consideramos o pêndulo como um pêndulo físico, isto é, não tem uma distribuição uniforme da massa. Tal como no caso anterior a energia potencial é dada pela equação (3). Neste caso a energia cinética do pêndulo terá de ser calculada através de:

$$E_c = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad \left. \begin{array}{l} \text{MOMENTO ANGULAR: } L = I \omega \text{ onde } I = m R^2 \\ \downarrow \\ L = m R^2 \omega \Leftrightarrow L = m R v \end{array} \right\} \quad (6)$$

VELOCIDADE LINEAR: $v = \omega R$

Em que I representa o momento de inércia e ω a velocidade angular imediatamente após a colisão. Sendo $L_p = I \omega$ o momento angular, a energia cinética é então dada por:

$$E_c = \frac{L_p^2}{2 I} \quad \text{do pêndulo} \quad (7)$$

MOMENTO ANGULAR \rightarrow é uma grandeza que se conserva. Combinando as duas equações anteriores teremos:

$$L_p = \sqrt{2 I E_c} \quad (8)$$

De acordo com as leis de conservação, este momento angular é igual ao momento angular da esfera

imediatamente antes da colisão

$$L_{\text{esf}} = m R_{\text{esf}}^2 \omega = m R_{\text{esf}} v$$

distância entre o eixo de massa da esfera e o eixo de rotação do (9) pêndulo

Em que R_b representa a distância entre o eixo de rotação do pêndulo e o centro da esfera.

Como $L_p = L_{\text{esf}}$, então:

$$v_{\text{esf}} = \frac{1}{m R_b} \sqrt{2 I M g R_{\text{CM}} (1 - \cos \theta)} \quad (10)$$

distância entre o eixo de rotação e o centro de massa do sistema.

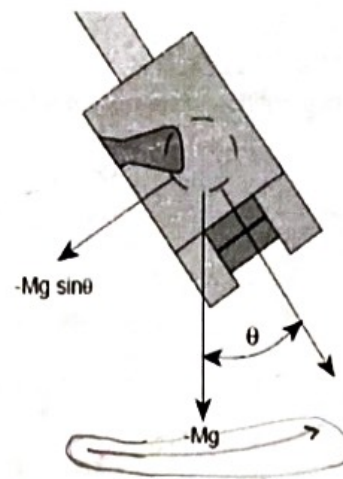
o momento angular da esfera imediatamente antes da colisão é o momento angular do pêndulo imediatamente depois.

É agora necessário determinar 1 o momento de inércia do sistema pêndulo+esfera. Como sabemos:

$$\sum \tau = I \alpha = (r) F \quad (11) \text{ uniforme}$$

→ distância entre o eixo de rotação e o centro de massa do sistema.

Em que τ representa o torque e α a aceleração angular.



o pêndulo está a oscilar em torno do seu eixo de rotação !!

componentes da força gravítica que atua no pêndulo.

De acordo com a figura 2 temos:

$$F = -Mg \sin \theta \quad (12)$$

→ componente tangencial ao movimento, F_x

O momento no pêndulo é então dado por:

$$I \alpha = -R_{CM} Mg \sin \theta \quad (13)$$

Como sabemos, para ângulos pequenos $\sin \theta \approx \theta$. Nessa condição,

$$\alpha \approx -\frac{Mg R_{CM}}{I} \theta \quad (14)$$

A equação acima tem a mesma forma da equação para o movimento harmónico simples linear.

$$\alpha = -\frac{k}{m} x = -\omega^2 x$$

Podemos então concluir que o pêndulo apresenta movimento harmónico simples, com uma frequência angular dada por:

$$\omega^2 = \frac{Mg R_{CM}}{I} \quad (15)$$

ESFERA → como a sua distribuição de massa é uniforme, então o seu centro de massa está no centro geométrico!

daqui resulta

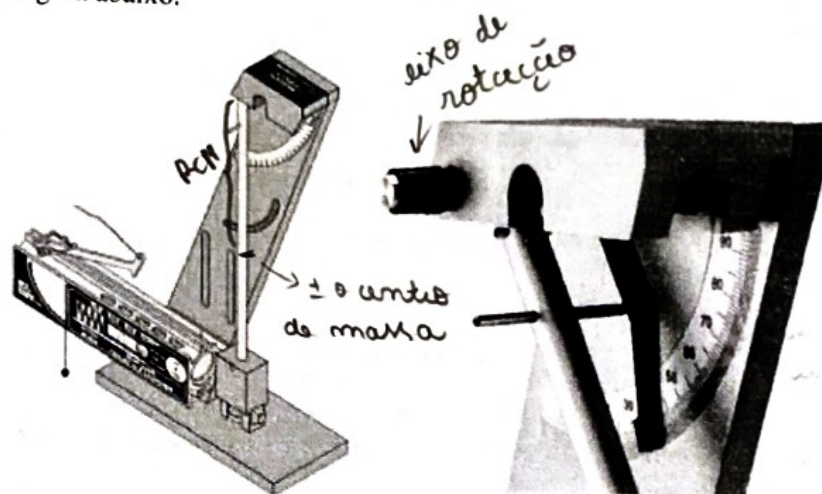
$$I = \frac{MgR_{CM}}{\omega^2} = \frac{MgR_{CM}T^2}{4\pi^2}$$

(16)

em que T representa o período do pêndulo.

2. Procedimento

Dispõe, para a realização desta parte do trabalho, de um lançador de projéteis e de um pêndulo, como mostra a figura abaixo.

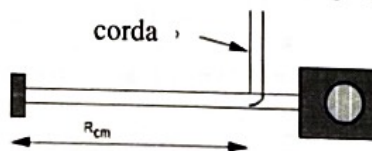


O suporte de suspensão do pêndulo tem acoplado um sistema que permite uma leitura fácil do ângulo de rotação.

Dispõe também de uma bola de aço, e de um conjunto de pequenas massas que podem ser acopladas ao pêndulo, variando a sua massa total. Meça a massa da esfera.

Usando uma corda dobrada, ou outro método que entenda adequado, estime o centro de massa do pêndulo (fig.).

→ foi-se tentando encontrar o ponto de equilíbrio.



VANTAGEM → simples
DESvantagem → pouco exato,
e difícil de reduzir a incerteza

Para a medida "direta" da velocidade de lançamento da bola coloque o fotosensor na saída do lançador e retire o braço do pêndulo. Em seguida:

- Meça o diâmetro da esfera.
- Faça o lançamento da esfera e registre o tempo de passagem no fotosensor
- Repita várias vezes o lançamento e registre os tempo correspondentes

Fazemos este método direto porque

assim permitimos fazer a comparação com os 2 métodos, exato e aproximado, e verificar a proximidade entre o 10 valor do método direto e o obtido em cada método para provar qual dos métodos é + adequado para esta experiência.

VANTAGEM → nenhuma
DESvantagem → pouco exato pois ignora a inércia rotacional do pêndulo
CONDICÃO → $I=0$; ignora também a massa da bola.

De modo a poder testar os dois modelos propostos, deve realizar as medidas necessárias à determinação da velocidade da esfera (equações 5 e 10).

Para o **método aproximado** faça vários lançamentos registrando os ângulos correspondentes. Faça medidas para diferentes ângulos (variando a massa do pêndulo).

Para o **método exato**:

- Coloque a bola no recetáculo do pêndulo e registre a distancia entre o eixo de rotação do pêndulo e o centro da esfera

- Sem estar montado o lançador, coloque o pêndulo+bola no seu suporte

- Afaste o pêndulo cinco graus e registre o tempo de 10 oscilações. Determine o período de oscilação. → $T = \frac{t}{10}$

- Coloque o lançador e o pêndulo nas suas posições.

- Faça vários lançamentos registrando os ângulos correspondentes.

Tenha especial atenção ao número de ensaios necessário para uma determinação correta de θ e de T .

3. Resultados

Execute todos os cálculos pedidos e/ou necessários à concretização dos objetivos e tarefas propostos.

Explique a opção por oscilações de pequena amplitude (ver equações 13 e 14), uma vez que I não depende de θ .

Compare os resultados obtidos, para a velocidade do projétil, pelos dois modelos propostos.

Compare com a medida "direta" da velocidade de lançamento.

Comente criticamente todos os resultados obtidos.

→ pois apesar de I não depender de θ , com isto diminuímos a distância percorrida pelo pêndulo, diminuindo assim o efeito da resistência do ar, que tendo um efeito muito elevado poderia atrapalhar o movimento. Portanto, com isto, o movimento aproxima-se de um movimento harmónico simples, sem uma força de atrito que diminua a E_m do sistema.

⊛ Os resultados do método "exato" aproximam-se + da medida "direta" da velocidade que os do método "aproximado". Com isto, mostramos que depois da colisão, o movimento do centro de massa do sistema vai-se fazer a uma rotação em torno de um eixo fixo e não da translação do ponto inicial e final, variando a E_q (método aproximado)

↓
demos que deu um atenção ao efeito do I no movimento do pêndulo para podermos calcular de forma II + exata a velocidade, visto que se trata de um pêndulo real, com uma distribuição não uniforme de massa e que por isso sofre o efeito de torque.

v_y → velocidade vertical y tem um movimento uniforme variado
 v_x → velocidade horizontal v_0 → velocidade inicial / saída
 Laboratório de Mecânica Newtoniana 2020/2021

Δ tempo de subida = tempo de descida

T1 - Estudo do movimento de um projétil.

1. Objetivos

- Estudar experimentalmente o movimento de um projétil lançado obliquamente.

- Modelar a trajetória do projétil.

→ O corpo descreve uma trajetória parábola com uma parábola

NOTA: v_x não muda, $a = 0$ em todo o percurso constante → movimento uniforme

2. Sugestões de procedimento

- A montagem experimental a utilizar (esquematizada a seguir) consiste basicamente num canhão lançador de projéteis e um fototransistor para medição de tempos. O projétil é uma esfera plástica que pode ser lançada de um ângulo escolhido, sendo possível medir a velocidade de lançamento recorrendo ao tempo de passagem à saída do canhão.

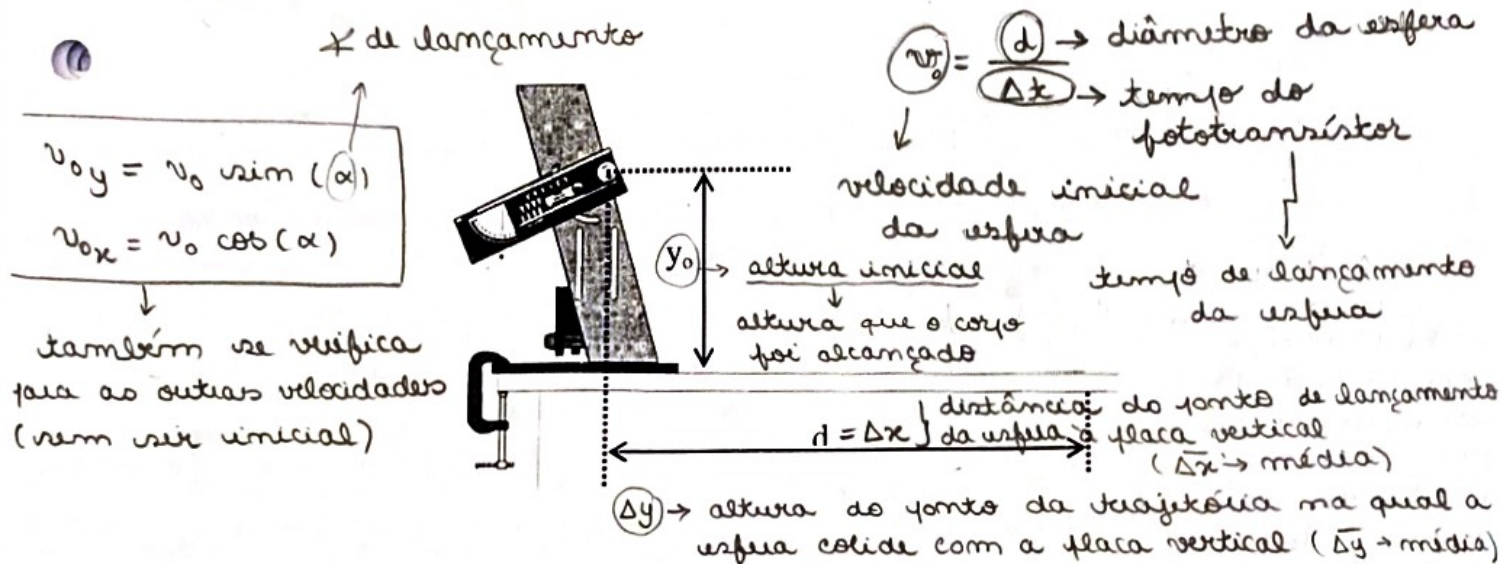


Fig 1. Esquema da montagem experimental a utilizar

Nota: verificar que inicialmente o canhão está na posição de curto alcance ("short range").

para o sensor poder fazer a medição (se a bola passar muito rápido, o sensor da dificuldade em medir) para não sair com demasiada força

- De modo a poder determinar a velocidade de lançamento deverá, escolhido um determinado ângulo de lançamento, efetuar um número suficiente de medidas independentes da distância (d) atingida pelo projétil.

- Escolha um ângulo de lançamento (por exemplo, 30°) e determine experimentalmente a trajetória do projétil. Um ponto da trajetória pode ser obtido registando a posição da marca do projétil deixada num alvo vertical; a marca é deixada pela colisão do projétil numa folha branca sobre a qual é colocada uma folha de papel químico coladas sobre uma placa rígida vertical. Os vários pontos da trajetória obtêm-se repetindo a experiência para várias distâncias do alvo ao ponto de lançamento do projétil. Sugere-se a realização de vários ensaios para cada ponto da trajetória.

Obs.: α para obter maior alcance é 45° !

EQUAÇÕES PARAMÉTRICAS DO MOVIMENTO:

$$x(t) = v_{0x} t = v_0 \cos(\alpha) t$$

$$y(t) = y_0 + v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2 = y_0 + v_0 \sin(\alpha) t - \frac{1}{2} g t^2$$

