



1. (4 valores) Um plano condutor, horizontal, infinitamente extenso, inicialmente descarregado, passa a sofrer a influência eletrostática produzida por uma carga pontual $+q$ que é colocada num ponto O à distância h acima do plano condutor. Seguidamente o plano condutor é ligado à terra.

a) Mostre que o campo criado acima do plano condutor é o mesmo que seria observado se se colocasse uma segunda carga pontual $-q$ no ponto O' , simétrico de O em relação ao plano condutor, e se retirasse o plano.

b) Calcule a força de atração que o plano condutor exerce sobre a carga $+q$ em O .

c) Calcule a densidade superficial de carga que o plano condutor adquire por influência eletrostática num ponto genérico à distância r de O .

2. (4 valores) Considere um condensador de placas paralelas ao plano xy , sem qualquer dielétrico entre as placas. A placa inferior, com densidade de carga $-\sigma$, é colocada em $z = -d/2$ e a placa superior, com densidade de carga $+\sigma$, é colocada em $z = +d/2$.

a) Determine os valores de todos os elementos do tensor de Maxwell na região entre as placas.

b) Calcule a força por unidade de área que é exercida na placa superior (sugestão: utilize o tensor de Maxwell determinado na alínea anterior).

3. (4 valores) Os campos elétrico e magnético de uma onda eletromagnética que se propaga segundo o eixo dos zz num meio com condutividade σ , permissividade ϵ e permeabilidade magnética μ podem exprimir-se, respetivamente, por

$$\vec{E}(z, t) = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k}z - \omega t)} \quad \text{e} \quad \vec{B}(z, t) = \vec{B}_0 e^{i(\vec{k}z - \omega t)},$$

onde:

$$\tilde{k} = k + i\kappa; k = \omega \sqrt{\frac{\epsilon\mu}{2}} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\epsilon\omega}\right)^2} + 1 \right]^{1/2}; \kappa = \omega \sqrt{\frac{\epsilon\mu}{2}} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\epsilon\omega}\right)^2} - 1 \right]^{1/2}.$$

a) Utilizando a lei de Faraday mostre que os dois campos são mutuamente ortogonais e não estão em fase.

b) Mostre ainda que a intensidade desta onda é dada por $I = (k/2\mu\omega)E_0^2 e^{-2\kappa z}$, onde E_0 é a amplitude do campo elétrico.

4. (4 valores) Os potenciais eletromagnéticos de um certo sistema, expressos em coordenadas esféricas r, θ e ϕ , são

$$\varphi = \begin{cases} \frac{\sigma R}{\epsilon_0} & , \\ \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0 r} & , \end{cases} \quad \vec{A} = \begin{cases} \frac{1}{3}\mu_0 R \omega \sigma r \sin \theta \vec{e}_\phi, & r \leq R \\ \frac{1}{3}\mu_0 R^4 \omega \sigma \frac{\sin \theta}{r^2} \vec{e}_\phi, & r \geq R \end{cases}$$

onde: R, σ e ω são constantes características do sistema; ϵ_0 e μ_0 são a permissividade elétrica e a permeabilidade magnética do vácuo, respetivamente.

a) Determine os campos elétrico e magnético associados.

b) Mostre que neste sistema as cargas e as correntes, fontes dos campos, não podem estar distribuídas em volume.

5. (4 valores) Considere um solenoide muito comprido em repouso relativamente ao referencial S_0 (com eixos cartesianos x_0, y_0, z_0). Para um observador em S_0 o solenoide tem o eixo no plano $x_0 y_0$, inclinado de $\alpha = 45^\circ$ relativamente ao eixo das abcissas, tem uma densidade de espiras n e é percorrido por uma corrente contínua de intensidade I . Um segundo referencial, S , desloca-se no sentido positivo do eixo das abcissas com velocidade constante v relativamente a S_0 .

a) Arbitre um sentido para a corrente e determine o campo elétrico e o campo magnético no interior do solenoide para um observador no referencial S .

b) Considere agora uma carga pontual q que se desloca no interior do solenoide no sentido positivo do eixo das abcissas com velocidade constante v relativamente a S_0 . Determine a força eletromagnética devida ao solenoide que é exercida sobre q para um observador no referencial S .

FIM