Cálculo EE

Ficha 1 — Setembro

Funções reais de variável real

1. Nas alíneas seguintes, verifica se as situações apresentadas descrevem uma função. Em caso afirmativo, identifica o domínio e, se possível, o contradomínio.

   (a) A cada número real r, associa-se a área de um círculo de raio r.

   (b) A cada pessoa do concelho de Braga, associa-se o seu número de telefone.

   (c) A cada número irracional associa-se o número 1 e a cada número racional o número 0.

   (d) $\{(4,3),(1,3),(2,2),(0,1)\}$.

   (e) $\{-2,4,7,8\}$.

   (f) $\big\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : y=-x+7\big\}$.

   (g) $\big\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : y\leq -x+7\big\}$.

   (h) $\big\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : y=2 \text{ se } x\leq 0, y=3 \text{ se } x\geq 0\big\}$.

2. Para cada problema, escreve a expressão algébrica que o traduz e o domínio.

   (a) Para cada valor de x pertencente ao domínio, determinar a raíz quadrada da diferença entre x e 5.

   (b) Para cada valor de x pertencente ao domínio, determinar a diferença entre a raíz quadrada de x e 5.

   (c) Para cada valor de x pertencente ao domínio, determinar a diferença entre o triplo de x e 5.

   (d) Para cada valor de x pertencente ao domínio, determinar a soma do quadrado de x e 5.

   (e) Considera dois quadrados: um cujo lado mede x m e outro cujo lado mede mais 10 m que o primeiro. Determina a expressão que permite determinar a soma das áreas dos dois quadrados (em m^2) em função de x.

   (f) Escreve a área limitada por um quadrado em função do perímetro do quadrado.

   (g) Escreve a área de um círculo em função do perímetro da circunferência que a limita.

   (h) Considera um tubo cilíndrico para transportar posters com um comprimento de l metros e um raio de $0,1$ metros. O custo do material para construir a parte central do tubo é 2 euros/m^2 e o custo do material para construir as bases do tubo é 5 euros/m^2. Escreve uma fórmula que permite calcular o custo C do fabrico de um tubo em função do comprimento l.

3. Determina o domínio e esboça o gráfico das seguintes funções definidas pelas respectivas expressões algébricas:

   (a) $y=\sqrt{1-x}$

   (b) $y=1-x^2$

   (c) $y=\dfrac{1}{1-x}$

4. Quais das seguintes expressões algébricas representam a mesma função (considerando a definição e domínio)?

   a) 0 *b*) 1 *c*) $\sqrt{x^2} - x$

   d) $\dfrac{x}{x}$ *e*) $\dfrac{x^2+1}{x^2+1}$ *f*) $(\sqrt{x})^2 - x$

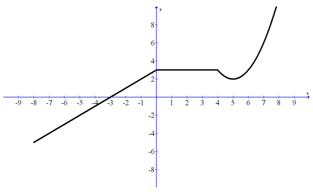
5. Considere as tabelas de valores:

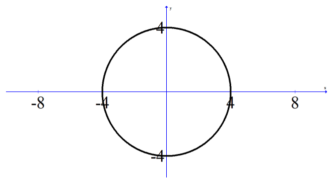
x	$f(x)$
0	0
1	1
2	4
3	9

x	$g(x)$
0	4
1	6
2	8
3	10

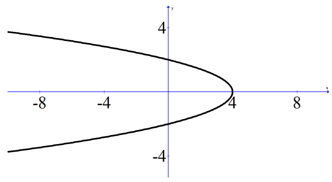
   Para cada tabela, define uma expressão algébrica que permite descrever a transformação dos valores x nos valores $f(x)$ e $g(x)$, respectivamente.

6. Quais das seguintes curvas são gráficos de funções?


a)



b)



c)

7. Determina o contradomínio das funções descritas. Indica os intervalos onde a função é crescente e decrescente. Esboce o gráfico das funções descritas analiticamente.

   a) $y = (x-1)^2,\ x \in \mathbb{R}$ b) $f : [-2, +\infty[\to \mathbb{R},\ f(x) = x^2$

   c) $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \le -2 \\ x-1 & \text{se } -2 < x < 3 \\ x & \text{se } x \ge 3 \end{cases}$

8. Dá exemplo de funções $f : [-1, 1] \to \mathbb{R}$ tais que:

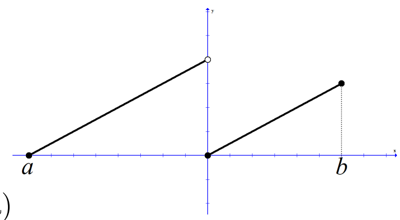
   (a) f é par;

   (b) f é ímpar e estritamente crescente;

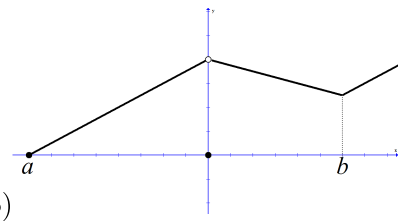
   (c) f não é par nem ímpar;

   (d) f é par e ímpar.

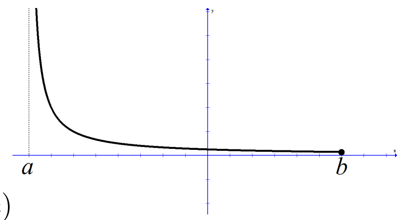
9. Em cada uma das alíneas seguintes, verifique se a função representada no intervalo $[a, b]$ admite extremos (locais ou absolutos); se é limitada (no caso de não ser, se é majorada ou minorada). diga se:



a)



b)



c)

10. Em cada uma das alíneas, caracteriza a função inversa da dada (domínio, contradomínio e expressão).

    a) $y = \frac{x}{x+1}$ b) $y = 2\exp(-x+1)$ c) $y = (x+1)^3 - 2$

    d) $y = x^2 + 2,\ x < 0$ e) $y = 2^x$ f) $r = \frac{1}{2}5^t$