



Universidade do Minho

Departamento de Matemática e Aplicações

Análise Complexa

LFis /MIEFis

09/11/2015

Primeiro Teste

Todas as respostas deverão ser convenientemente justificadas.

Duração: 90m

1. Seja $z \in \mathbb{C}$.

- (a) Apresente *todas* as soluções da equação $\sin z = i$.
- (b) Mostre que $\cos^2 z + \sin^2 z = 1$.
- (c) Será a função $\cos z$ uma função limitada?

2. Considere a função $f : \mathbb{C} \longrightarrow \mathbb{C}$ definida por

$$f(x + iy) = x^2 + 2ixy + 3x - y^2 + 3iy + 1.$$

Mostre que f é analítica em \mathbb{C} .

3. Indique o valor dos seguintes integrais.

- (a) $\int_{\gamma} e^{z^2} dz$, onde $\gamma = \{z \in \mathbb{C} : |z| = 1\}$.
- (b) $\int_{\gamma} ze^z dz$, onde γ é o segmento de reta que une os pontos $-i$ e i .
- (c) $\int_{\gamma} \frac{\sinh(z^2 + 1)}{z^3 - z^2} dz$, onde $\gamma = \{z \in \mathbb{C} : |z| = 3\}$.

Cotações: 1. a) 1.5 valores, b) 1.5 valores, c) 1 valor;
2. 1.5 valores;
3. a) 1.5 valores, b) 1.5 valores, c) 1.5 valores.