1. (2 valores) Represente graficamente os campos vectoriais $\vec{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ dados por:
   (a) $\vec{F}(x, y) = (y, 1)$
   (b) $\vec{F}(x, y) = (y, x)$

2. (1,5 valores) Assumindo que $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ e $\vec{F} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ são suficientemente suaves, mostre que
$$\nabla \cdot (f\vec{F}) = f\nabla \cdot \vec{F} + \vec{F} \cdot \nabla f.$$

3. (2,5 valores) Utilize a mudança de variáveis $u = x + y$ e $v = x - y$ para calcular
$$\int\int_D e^{\frac{x+y}{x-y}} dxdy,$$
onde D é a região trapezoidal com vértices $(1, 0)$, $(2, 0)$, $(0, -2)$ e $(0, -1)$.

4. (2 valores) Represente graficamente a região de integração e calcule o seguinte integral triplo
$$\int_0^1 \int_0^x \int_{x^2+y^2}^1 dzdydx.$$

5. (2,5 valores) Determine o volume do sólido limitado pelo plano $z = 0$ e pelo parabolóide $z = 1 - x^2 - y^2$.

6. (3 valores) Considere uma região $D \in \mathbb{R}^2$ com fronteira C onde se pode aplicar o Teorema de Green.
   (a) Mostre que a área de D é dada por
$$A(D) = \frac{1}{2} \int_C xdy - ydx.$$
   (b) Utilize o resultado anterior para calcular a área da elipse $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$.

7. (2,5 valores) Use o Teorema de Stokes para determinar $\displaystyle\int\int_S (\nabla \times \vec{F}) \cdot d\vec{S}$, onde $\vec{F}(x, y, z) = (yz, xz, xy)$ e S é a parte da superfície esférica $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, com $z \geq 0$, que se encontra dentro do cilindro $x^2 + y^2 = 1$.

8. (1,5 valores) Seja S uma superfície e $\vec{F} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um campo vectorial ortogonal a ∂S. Mostre que
$$\int\int_S (\nabla \times \vec{F}) \cdot d\vec{S} = 0$$

9. (2,5 valores) Considere $\vec{F} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ dado por $\vec{F}(x, y, z) = (x^3, y^3, z^3)$. Usando o Teorema de Gauss, determine o fluxo do campo $\vec{F}$ através da esfera unitária $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, i.e $\displaystyle\int\int_S \vec{F} \cdot d\vec{S}$.