

Justifique as suas respostas.

1. Uma onda electromagnética monocromática no vácuo é descrita por:

$$E = 250 \text{ (V/m)} e^{i(3.5407 \times 10^{15} \text{ (rad/s)} t - 2.7836 \times 10^6 \text{ (rad/m)} x - 5.9050 \times 10^6 \text{ (rad/m)} y - 9.8417 \times 10^6 \text{ (rad/m)} z - \pi/2)}.$$

Usam-se coordenadas cartesianas, com grandezas SI. E é o campo eléctrico, apenas com componente vertical, transversal à direcção de propagação.

- a) Calcule: amplitude do campo eléctrico, comprimento de onda e frequência. (2 V)
- b) Para além dos valores da alínea anterior, diga tudo o que sabe sobre a onda (progressiva, estacionária, plana, esférica, direcção de propagação, vector de onda, frequência angular, velocidade de propagação?). (2 V)
- c) Escreva uma expressão que descreva a indução magnética. Qual a amplitude da indução magnética? (1 V)

Soluções

a)

$$\left\{ \begin{array}{l} A = 250 \text{ (V/m)} \\ \omega = 3.5407 \times 10^{15} \text{ (rad/s)} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} f = \frac{\omega}{2\pi} = 5.635 \times 10^{14} \text{ (1/s)} \\ \lambda_0 = \frac{c}{f} = 532 \text{ (nm)} \end{array} \right.$$

b) Progressiva, plana, c , $\omega = 3.5407 \times 10^{15} \text{ (rad/s)}$, vector de onda $\mathbf{k} = k_x \hat{x} + k_y \hat{y} + k_z \hat{z}$,

$$\left\{ \begin{array}{l} k_x = 2.7836 \times 10^6 \text{ (rad/m)} \\ k_y = 5.9050 \times 10^6 \text{ (rad/m)} \\ k_z = 9.8417 \times 10^6 \text{ (rad/m)} \end{array} \right.$$

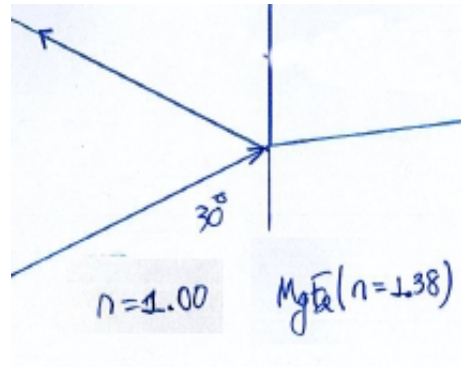
direcção de propagação $\mathbf{s} = s_x \hat{x} + s_y \hat{y} + s_z \hat{z}$,

$$\begin{cases} s_x = \frac{k_x}{k} = 0.2357 \\ s_y = \frac{k_y}{k} = 0.5000 \\ s_z = \frac{k_z}{k} = 0.8333 \end{cases}$$

c) $\mathbf{B} = \frac{1}{\omega} \mathbf{k} \times \mathbf{E} = \frac{1}{c} \mathbf{s} \times \mathbf{E}$

$$\begin{cases} E_0 = 250 \text{ (V/m)} \\ B_0 = 8.3391 \times 10^{-7} \text{ (Vs/m}^2\text{)} \end{cases}$$

2. Filme vertical de MgF_2 ($n = 1.38$; sem absorção), conforme figura. Incide um feixe de um laser de He-Ne (632.8 nm) a propagar-se num plano vertical. A radiação incidente pode ser descrita por duas componentes do campo eléctrico, uma num plano vertical e a outra na horizontal, ambas com amplitude 100 V/m. Pretende saber o que se passa na reflexão externa ar- MgF_2 .



- a) Quais os ângulos de incidência, reflexão e transmissão (se não os definir da mesma maneira que no livro adoptado, Klein & Furtak, explique como os define) ? (1.5 V)
- b) Descreva a luz refletida: amplitudes dos campos refletido, refletâncias das componentes horizontal e vertical e refletância total. (2.5 V)
- c) E se a luz incidir ao contrário, da direita para a esquerda, do interior do filme de MgF_2 para o ar ? Faça um esquema do que sucede (apenas um esquema simples, não quero saber amplitudes ou refletâncias dos componetes horizontal e vertical). (1.5 V)

Soluções

a)

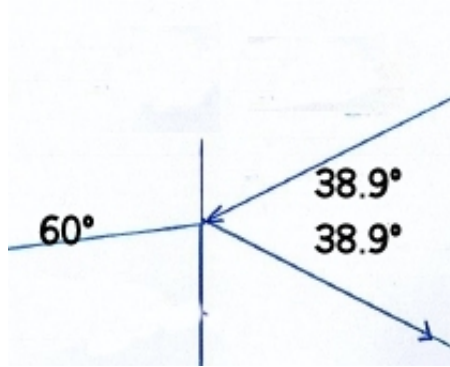
$$\begin{cases} \theta = 60^\circ \\ \theta' = 38.9^\circ \\ \theta'' = 60^\circ \end{cases}$$

b)

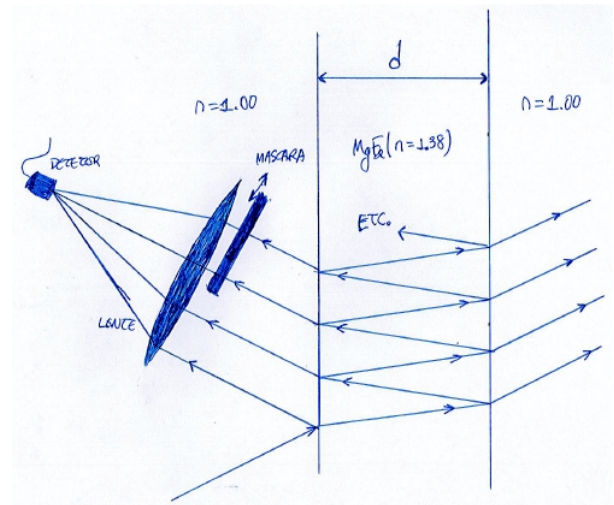
	ρ	E_0 (V/m)	R
\perp	-0.3648	36.48	0.1331
\parallel	-0.0603	6.03	0.00364

$$R_{TOTAL} = R_{Efectiva} = \frac{1}{2} (R_{\perp} + R_{\parallel}) = 0.1367$$

c)



3. Considere a situação da figura: um filme de MgF_2 ($n = 1.38$; sem absorção), de espessura constante (lâmina de faces paralelas; a espessura do filme é tão maior que o comprimento de coerência da radiação que as sucessivas reflexões e transmissões são independentes) em ar. Está interessado em descrever a reflexão. A orientação do campo eléctrico é constante e perpendicular ao plano de incidência. O ângulo de incidência é 60° . As sucessivas reflexões (e transmissões) surgem separadas por uma distância que depende da espessura do filme. Se tiver uma lente, pode fazer com que todas as reflexões incidam num fotodetector.



Tem uma máscara (um nome sofisticado para um pedaço de cartolina preta) que pode deslocar de modo a deixar passar mais ou menos feixes refletidos para o fotodetector.

Vai considerar 2 situações: a da figura (2 feixes no detector) e uma sem máscara (todos os feixes no detector).

a) Os vários feixes sofrem várias reflexões e transmissões. Reflexões ar-MgF₂ e MgF₂-ar (e o mesmo para as transmissões). Mostre-me que as refletâncias ar-MgF₂ e MgF₂-ar são iguais. E o mesmo para as correspondentes transmitâncias. (1.5 V)

Repare como isto é prático, deixa de ter de considerar dois coeficientes de reflexão e dois de transmissão para ter apenas um de reflexão e um de transmissão.

b) Qual a refletância na situação da figura, com máscara ? (1.5 V)

c) Qual a refletância sem máscara (todos os feixes no detector) ? (1.5 V)

d) Compare as refletâncias para 1, 2 e todos os feixes no detector. Comente (é necessário considerar todos os feixes ?; basta um pequeno número ?). (1 V)

Nota: $\sum_{n=0}^{+\infty} x^{2n} = \frac{1}{1-x^2}$, se $|x| < 1$; $\sum_{n=0}^{+\infty} x^{2n+1} = x \sum_{n=0}^{+\infty} x^{2n} = \frac{x}{1-x^2}$.

Soluções

a)

$$\begin{cases} \rho' &= & -\rho \\ \tau\tau' &= & 1 - \rho^2 \end{cases}$$

$$R = |\rho|^2 \text{ \& } R' = |\rho'|^2 = |\rho|^2.$$

$$R + T = 1 \text{ \& } R' + T' = 1; R = R' \Rightarrow T = T'.$$

Ou

$$\begin{cases} T &= & a \left| \frac{2}{1+a} \right|^2 \\ T' &= & a' \left| \frac{2}{1+a'} \right|^2 \\ a' &= & \frac{1}{a} \end{cases} \quad \left\{ \begin{array}{l} T' = a \left| \frac{2}{1+a} \right|^2 \end{array} \right.$$

$$\text{com } a = \frac{\tilde{n}'}{\tilde{n}} \frac{\cos \theta'}{\cos \theta}.$$

b)

$$\begin{cases} R_{21os.} &= & R + T^2 R \\ R + T &= & 1 \end{cases} \quad \left\{ \begin{array}{l} R_{21os.} = R(2 - 2R + R^2) \end{array} \right.$$

c)

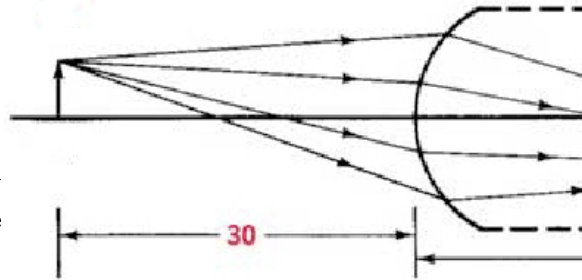
$$R_{efect.} = R + T^2 R + T^2 R + \dots = R + T^2 \sum_{n=0}^{+\infty} R^{2n+1} = \frac{2R}{1+R}$$

b-d)

# Feixes	R
1	0.1331
2	0.2331
∞	0.2350

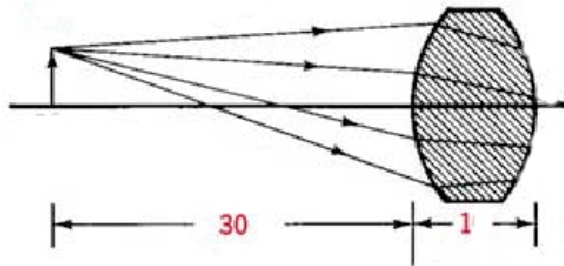
$R_{\text{fect.}, \infty} \simeq R_{\text{fect.}, 2 \text{ los.}}$. Nesta situação, bastam os 2 los.

4. Ótica paraxial de uma superfície esférica refratora. Condição de formação de imagem. A luz vem de ar para um meio de índice de refração 1.562. Tem um objecto a 30 cm do vértice da superfície (cima). O raio de curvatura da superfície esférica é 5 cm.



a) Descreva a imagem formada pela superfície refratora (localização, tamanho e orientação relativos). (2.5 V)

b) Considere agora que tem uma 2a. superfície com a mesma curvatura, de modo que a distância entre os vértices das 2 superfícies seja 1 cm (baixo). Onde se forma a imagem final ? É real ou virtual ? (1.5 V)



Soluções

a) 1 superfície refratora

$$\begin{cases} \frac{n}{D_{01}} + \frac{n'}{D_{12}} = \frac{n' - n}{R_1} \\ m_X = -\frac{n}{n'} \frac{D_{12}}{D_{01}} \end{cases}$$

$D_{01} = 30 \text{ cm}$, $R_1 = 5 \text{ cm} \Rightarrow D_{12} = 19.7551 \text{ cm}$ & $m_X = -0.4216$. 19.7551 cm à direita do vértice da superfície, reduzida & invertida.

$$R + T = 1 \text{ \& } R' + T' = 1; R = R' \Rightarrow T = T'.$$

b) $D_{01} = -18.7551 \text{ cm}$, $R_1 = -5 \text{ cm} \Rightarrow D_{12} = 5.1103 \text{ cm}$. 5.1103 cm à direita do vértice da 2a. superfície, real.