04 03 2022

INSTRUMENTAÇÃO

FILTROS

ATIVOS

vão ter ganho (vamos ter que fornecer energia)

= à que está no livro!

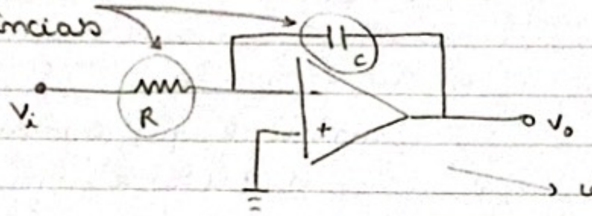
· Notação que vamos usar:

↳ FILTRO DA 1ª ORDEN

* PASSA - BAIXO

$* = \dfrac{\text{impedância da realimentação}}{\text{impedância de entrada}}$

temos 2 impedâncias



→ é o amp. integrador

A sua função de transferência:

$$H = -\underbrace{\frac{Z_c}{R}}_{*} = -\frac{1}{j\omega RC}, \quad \text{onde } \omega = 2\pi f$$

H → ganho

Z_c → impedância do condensador

ω → frequência angular

f → frequência do sinal

substitui aqui

→ função de transferência

$$H(jf) = -\frac{1}{j(f/f_0)} = \frac{j}{(f/f_0)}$$

e ÷ por f_0 → porque queremos saber a relação entre f e f_0 (pois queremos sempre comparar as frequências dos sinais)..

para $f_0 = \dfrac{1}{2\pi RC}$ → frequência de corte

começa a cortar o sinal a partir desta!

Relembrar: módulo e fase de nº imaginários

O módulo da função transferência é:

$$|H| = \frac{1}{f/f_0}$$

ou módulo do ganho

Os ganhos também pode ser representados por dB:

$$\boxed{|H|_{dB} = 20 \log |H|} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow |H|_{dB} = 20 \log \left[\frac{1}{(f/f_0)}\right] = -20 \log (f/f_0)$$

→ variando f em relação a f_0, vamos variar o ganho

NOTA: o que vai acontecer neste amp é que a partir de frequências = a f_0, vai deixar de passar (o ganho vai diminuir drasticamente!).

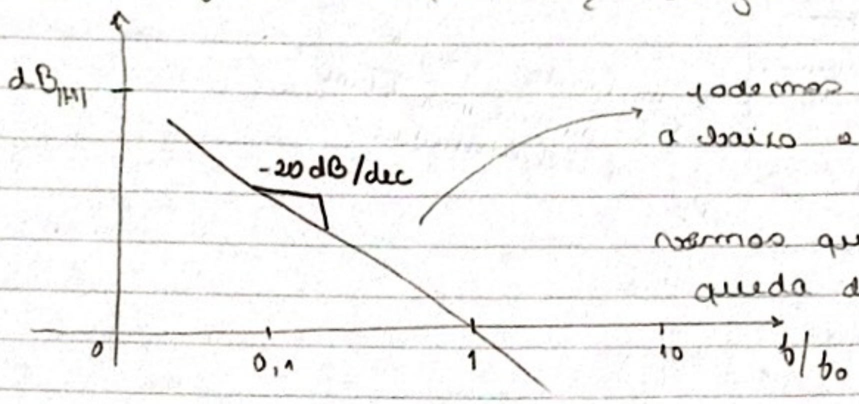
parte imaginária

Calculando agora a fase:

$$\measuredangle H = \arctan\left(\frac{(1/f/f_0)}{0}\right) = 90°$$

→ parte real é 0!

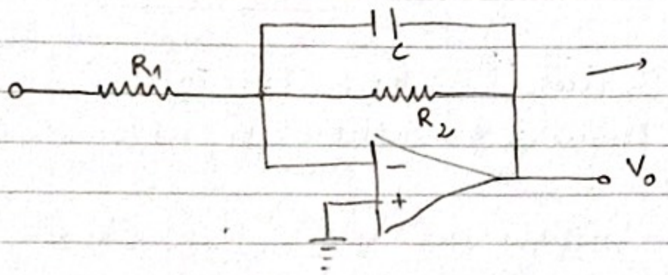
⚠ É muito + fácil a representação do ganho em dB!



podemos ver uma década abaixo e uma acima
↓
vemos que temos uma queda de -20 dB por década
↓
devido a usarmos um log de base 10.

quando $f = f_0$, $\underbrace{dB_{|H|}}_{\text{o módulo da função de transferência}} = 0$!

Outra configuração deste circuito:



o C e o R_2
como estão em paralelo:

$$H = -\frac{R_2 // (1/j\omega C)}{R_1}$$

impedância do condensador

FILTRO PASSA-BAIXO COM GANHO → de 1ª ordem!

porque além do condensador temos uma resistência na malha de realimentação

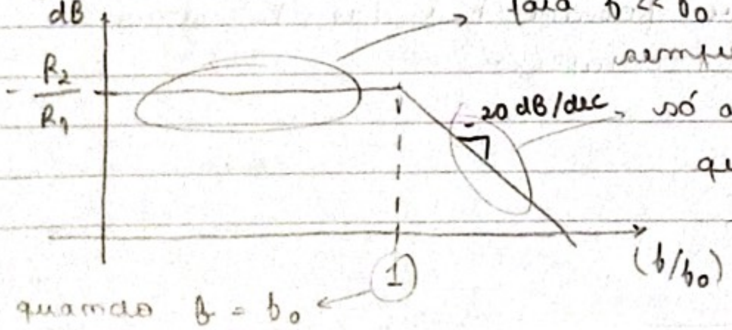
TPC → calcular função de transferência

vai ser = a:

$$H(jf) = -\frac{R_2}{R_1} \times \frac{1}{1 + j(f/f_0)} \quad \text{onde } f_0 = \frac{1}{2\pi R_2 C}$$

este é que é o tal ganho acrescentado

O ganho vai variar da seguinte forma:

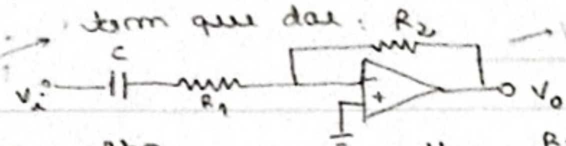


→ para $f \ll f_0$, o ganho, em dB, vai ser sempre $= a -R_2/R_1$.

só aqui é que temos uma queda de -20 dB por década

quando $f = f_0$

é trocar a resistência com o condensador → tem que dar: → com ganho



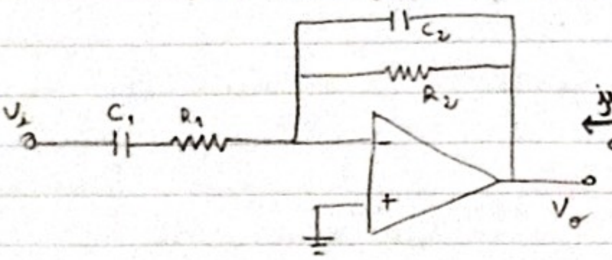
TPC → fazer o filtro passa-alto.

$$H = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{j(f/f_0)}{1+j(f/f_0)}$$

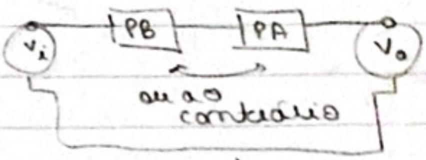
onde $f_0 = \frac{1}{2\pi R_1 C}$

* FILTRO PASSA-BANDA: vai ser baseado no passa-alto e no passa-baixo → ligávamos os 2 em série c/ importando ordem

o + simples que se pode fazer:



juntando os 2, e chegando a uma forma + estruturada:



a base dos 2 vai ser igual!

o ganho vai ser:

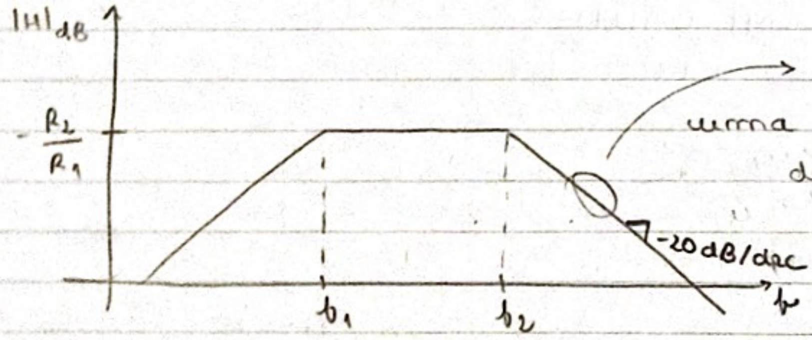
$$H = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{j(f/f_1)}{\left[1+j\left(f/f_1\right)\right]\left[1+j\left(f/f_2\right)\right]}$$

O problema aqui é que vamos ter 2 frequências de corte!

→ considerando que $f_2 > f_1$, então:

- $f_1 = \frac{1}{2\pi R_1 C_1}$ → frequência inferior de corte
- $f_2 = \frac{1}{2\pi R_2 C_2}$ → frequência superior de corte
  vai pertencer ao passa-baixo

Graficamente, vamos ter que:



→ é aqui que vamos ter uma queda de -20 dB por década.

⇓

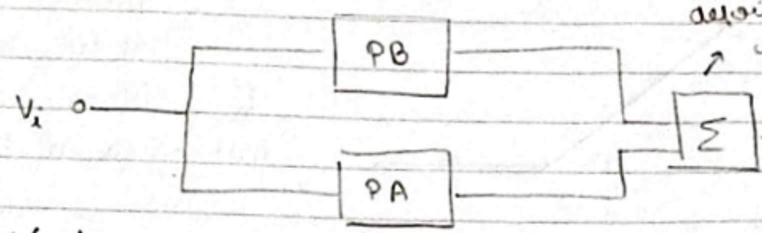
$\underbrace{\text{é considerado + de 2ª ordem do que propriamente de 1ª}}$

mas de qualquer forma + à frente vamos ver um + complexo

✶ FILTRO REJEITA - BANDA

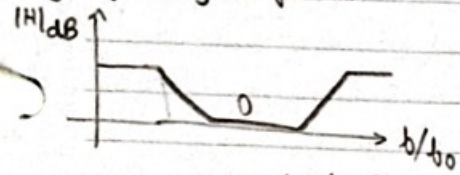
coloca-se um passa-alto com um filtro passa-baixo em paralelo:

depois tem que se somar o sinal



ou seja, aqui já não é indiferente, com esta soma vai haver "rejeições" de frequências

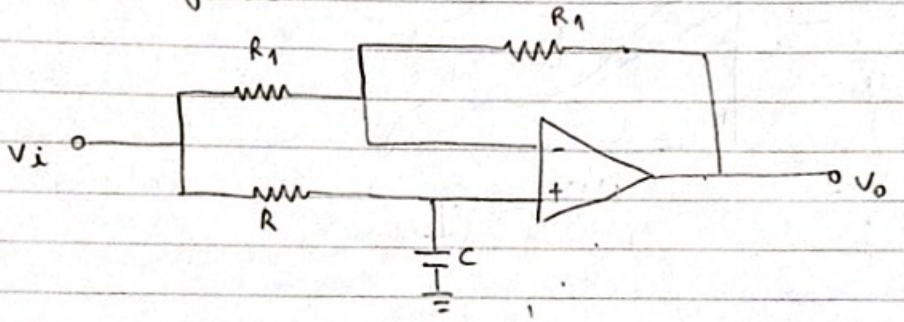
O gráfico já fica



✶ FILTRO DESLOCADOR DE FASE

em que vamos alterar a fase e o ganho vai ser = a 1 para manter a amplitude igual

basicamente, só queremos mudar a fase!!



A função de transferência correspondente é:

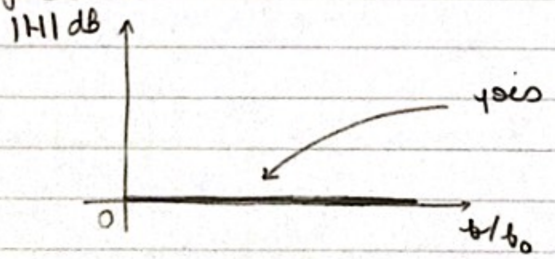
$$H(jf) = \frac{1 - j(f/f_0)}{1 + j(f/f_0)} \quad \text{onde} \quad f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$$

Pretendemos apenas mexer na fase!

↳ Portanto, em termos de amplitude, vamos ter que o $|H|$ é = a 1!

Graficamente:

pois log (1) é = a 0!

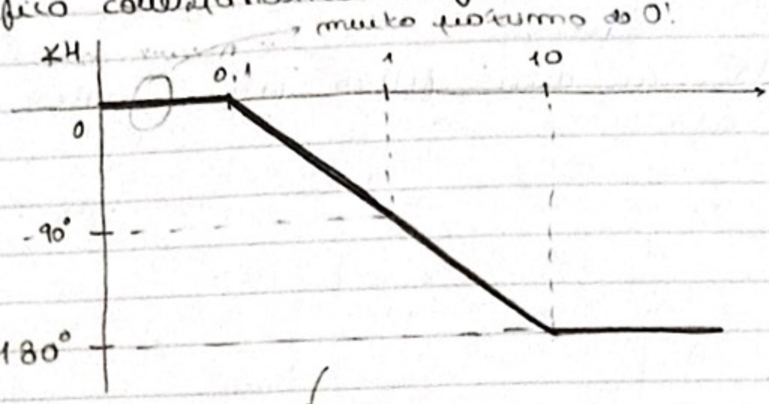


Já a fase é dada por:

$$\angle H = \arctan\left(\frac{(-f/f_0)}{1}\right) - \arctan\left(\frac{f/f_0}{1}\right) =$$

$$= -2\arctan(f/f_0)$$

O gráfico correspondente à fase:

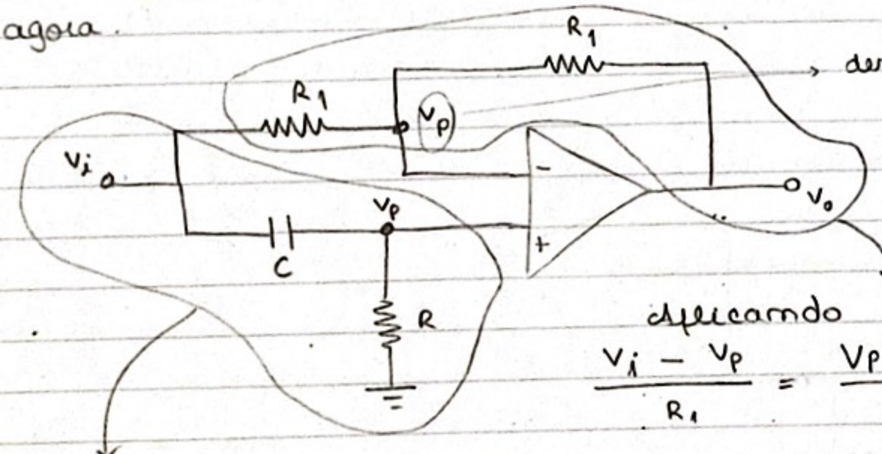


assim, variando os valores de f com f_0, obtem-se a mudança de fase

dependendo da escolha de f e f₀, podemos mudar a fase do circuito

EXERCÍCIO:

Fazer um filtro deslocador fase, onde trocarmos o condensador por uma resistência (e vice-versa). Determine a função de transferência e a fase. Diga tem que tipo de circuito tem agora.



devido à regra da realimentação negativa $V^+ - V^- \simeq 0$

Aplicando as leis das malhas:

$$\frac{V_i - V_p}{R_1} = \frac{V_p - V_o}{R_1} \Leftrightarrow V_o = 2V_p - V_i$$

Para saber V_p, vamos aplicar a regra do divisor de tensão:

$$V_p = \frac{V_i \times R}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{R}{\frac{1+Rj\omega C}{j}} \times V_i = \frac{Rj\omega C}{1+Rj\omega C} V_i$$

Como $\omega = 2\pi f$, então:

$$V_p = \frac{j\frac{f}{\frac{1}{2\pi RC}}}{1+j\frac{f}{\frac{1}{2\pi RC}}} V_i = \frac{j(f/f_0)}{1+j(f/f_0)} V_i$$

Logo,

$$V_o = 2 \cdot \frac{j(f/f_0)}{1+j(f/f_0)} V_i - V_i \Leftrightarrow V_o = \dots \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow V_o = \frac{V_i\,(2j(f/f_0) - 1 - j(f/f_0))}{1+j(f/f_0)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow V_o = \frac{-1 + j(f/f_0)}{1+j(f/f_0)} V_i$$

é dada por $\frac{V_o}{V_i}$!! $V_o \to$ saída, $V_i \to$ entrada

A função de transferência é:

$$H(jf) = \frac{-1 + j(f/f_0)}{1 + j(f/f_0)}$$

→ até agora aparente ser um deslocador. Vamos ver como é a fase para verificar se de facto é um deslocador de fase.

O seu módulo é dado por: $|H| = 1$

ou seja, ñ mudou nada até agora!

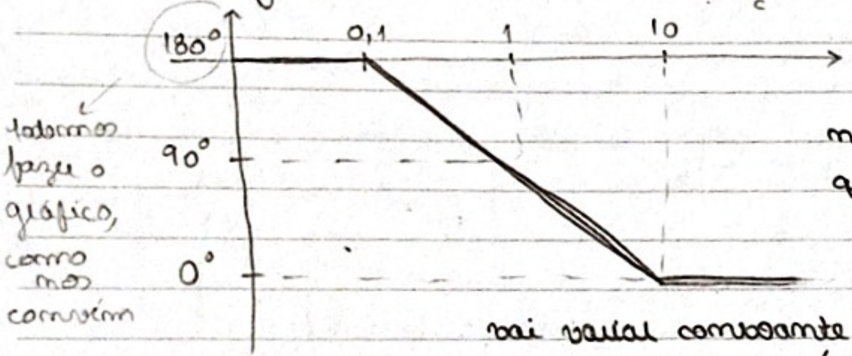
Já a fase vai ser dada por: ⊛1

$$\measuredangle H = 180° - \arctan\left(\frac{f/f_0}{-1}\right) - \arctan\left(\frac{f/f_0}{1}\right) \Leftrightarrow$$

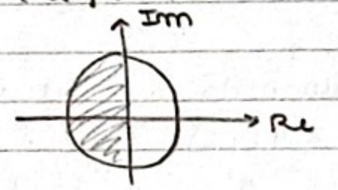
$$\Leftrightarrow \measuredangle H = 180° - \arctan(f/f_0) - \arctan(f/f_0) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \measuredangle H = 180° - 2\arctan(f/f_0)$$ ← como a fase altera e depende das frequências, trata-se de um deslocador de fase.

Vendo graficamente a evolução da fase:



⊛1 → se a parte real é negativa, o ∡ α estará no 2º ou 3º quadrante, daí que somamos 180° na fase (180° + α):



vai variar consoante o tipo de filtro!!

↳ FILTROS DE 2ª ORDEM

A função de transferência:

$$H(jf) = \frac{N}{1 - (f/f_0)^2 + (f/Q)(f/f_0)}$$

$N \to$ vai depender de que tipo de filtro estamos a tratar

denominador → vai ser sempre = (vai ter sempre o mesmo denominador)

$Q \to$ fator de qualidade } vai depender se o filtro é muito bom ou ñ

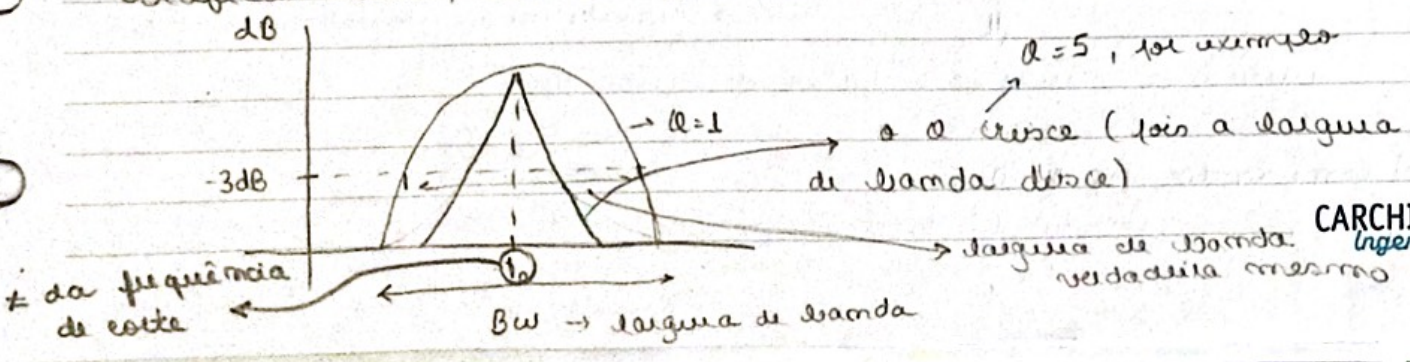
↘ vai ser dado por:

$$Q = \frac{f_0}{BW}$$

$f_0 \to$ frequência central

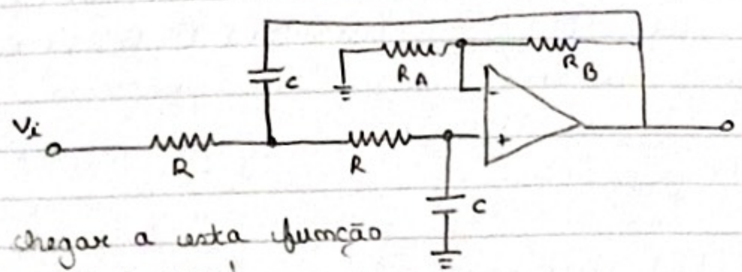
$BW \to$ largura de banda

Graficamente, vamos ter que:



⚠ O N vai variar com o tipo de filtro!
vai ser muito + eficiente no corte

✱ KRC 2ª ordem passa-baixo:



está na realimentação

como o denominador tem que ser aquilo, obriga-nos a que o K seja isto!

(k) → ganho

$$K = 1 + \frac{R_B}{R_A}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$$

$$Q = \frac{1}{3-K}$$

isto é verdade se:

TPC: chegar a esta função de transferência!

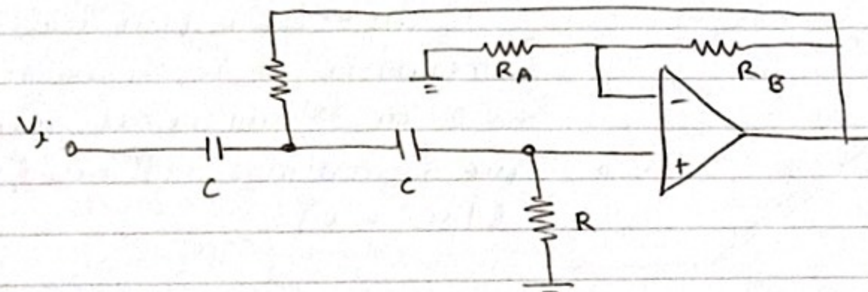
A função de transferência:

$$H(jf) = \frac{K}{1-(f/f_0)^2+(j/Q)(f/f_0)}$$

exceto na malha de realimentação

KRC 2ª ordem passa-alto

Se quisermos o passa-alto trocamos o condensador por resistências (e vice-versa):



→ como não mudarmos a malha de realimentação então o K, que é o ganho, fica =.

Reduzindo a expressão da função de transferência:

$$H(jf) = \frac{-K(f/f_0)^2}{1-(f/f_0)^2+(j/Q)(f/f_0)} \longrightarrow K = 1 + \frac{R_B}{R_A}$$

$$Q = \frac{1}{3-K} \qquad f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$$

⚠ O filtro de 2ª ordem é muito + eficiente no corte do que 1ª ordem.

Tenta-se sempre que f_0 seja assim exceto nos casos em que não se utilizam resistências.

não é fixo (daí usarmos o potenciómetro)

EXERCÍCIO:

Considere um filtro passa-alto de 2ª ordem. Quer-se que o Q varie entre $0,5 \leq Q \leq 5$ e uma frequência de corte $f_0 = 100\ Hz$. Para isto, é aconselhado usar um potenciómetro com $R_{tot} = 100\ k\Omega$ → resistência do potenciómetro

⇓

queremos variar o fator de qualidade!

$Q = 0,5$ ⟶ como $Q = \frac{1}{3-K}$ e $K = 1 + \frac{R_B}{R_A}$.

1º) Começando por $Q = 0,5$:

$$0,5 = \frac{1}{3-K} \Leftrightarrow 0,5(3-K) = 1 \Leftrightarrow K = 1$$

2º) Para o caso em que $Q = 5$:

Já para $Q = 5$ ⟶ $5 = \frac{1}{3-k} \Leftrightarrow k = 2,8$

Com os valores de k, tiramos o valor de R_B e R_A.

- $k = 1 \Rightarrow 1 = 1 + \frac{R_B}{R_A} \Leftrightarrow \frac{R_B}{R_A} = 0$ ⟶ logo $R_B = 0\,\Omega$, R_A = pode ser qualquer valor

- $k = 2,8 \Rightarrow 2,8 = 1 + \frac{R_B}{R_A} \Leftrightarrow 1,8 = \frac{R_B}{R_A} \Leftrightarrow R_B = 1,8\,R_A$

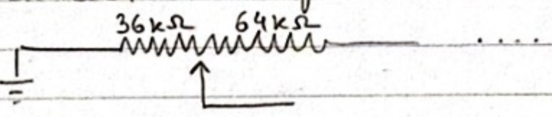
Temos que saber o que vamos ter que colocar no circuito. ⟶ dimensioná-lo
↳ de acordo com o que é dado!

⟶ assim, ao variar a patilhinha do potenciómetro, conseguimos gerar 2 resistências que correspondem a R_A e R_B!
Logo, basicamente vamos substituir R_A e R_B por um potenciómetro!
⟶ com a resistência + perto da terra e a seta + longe (para o 1º caso). Para o 2º caso:

$$\begin{cases} R_{pot} = 100\,k\Omega = \underbrace{R_A + R_B}_{\text{estavam em série}} \\ R_B = 1,8\,R_A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} R_B = 64\,k\Omega \\ R_A = 36\,k\Omega \end{cases}$$

⇓

basicamente, quando no potenciómetro ficar



...

de R e C
↑
Já para calcular (dimensionar) o valor do condensador e da resistência:
(considerando $C = 1\,mF$) ⟶ escolhemos o C porque existe + valores de resistências!! ↘ ⊛2

$$\underbrace{100}_{=f_0} = \frac{1}{2\pi \times 1mF \cdot R} \Leftrightarrow R = 1,5\,M\Omega$$

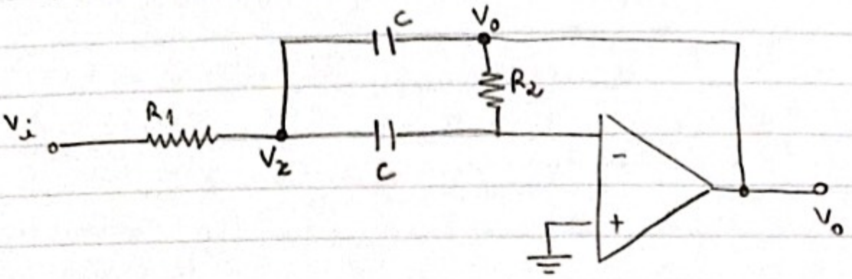
↳ vem de:

$$R = \frac{1}{2\pi \times 1mF \times 100\,Hz} = 1,5\,M\Omega$$

⊛2 → Como sabemos, os valores dos condensadores são + "limitados" (existem exemplares com valores ≠), por isso vamos atribuir-lhe um valor "padrão".

tbm é KRC porque tem ganho, resistências e condensadores

FILTRO PASSA-BANDA DE 2ª ORDEM



basicamente, 1º vamos obter V_x e em 2º escrevemos V_o em ordem a V_x.

Deduzindo a função de transferência: } TPC

vamos ter que escrever $\frac{V_o}{V_i}$ mais propriamente $\frac{V_o}{V_x}$!

$$H(jf) = -2Q^2 \frac{(j/Q)(f/f_0)}{1-(f/f_0)^2+(j/Q)(f/f_0)}$$

daí isto com a condição de que:

- $Q = \frac{1}{2}\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^{1/2}$ — vai ser dado
- $f_0 = \frac{1}{2\pi C\sqrt{R_1 R_2}}$ ⇒ frequência central

$Q = \frac{f_0}{BW}$ — largura de banda

ñ há resistência na malha de realimentação (logo ñ é $\frac{1}{2\pi RC}$)