

Cálculo para Ciências

1^o teste A

19.01.2022

Justifique todas as respostas.

Exercício 1. [1,0 valores] Mostre que

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad \operatorname{sh}^2(2x) + \operatorname{ch}^2(2x) = \operatorname{ch}(4x).$$

Exercício 2. [9,0 valores] Calcule os seguintes integrais:

a) $\int \frac{x^2}{(x-1)(x+1)^2} dx;$

b) $\int_0^1 x^3(x^2+5)^6 dx;$

c) $\int \frac{x}{\sqrt{x^2-1} + \sqrt[4]{x^2-1}} dx$, fazendo a mudança de variável $y^4 = x^2 - 1$.

Exercício 3. [5,0 valores] Calcule a área:

a) da região $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, 1 \leq y \leq e^{2x}\};$

b) limitada pelas curvas $y = 2 - x^2$ e $y = |x|$.

Exercício 4. [3,0 valores] Dado $x \in \mathbb{R}$, seja $G(x) = \int_{e^x}^{e^{2x}} \ln(t^2 + 1) dt$. Justifique que G é derivável e calcule G' .

Exercício 5. [2,0 valores] Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função integrável. Mostre que

$$\int_0^\pi x f(\sin x) dx = \frac{\pi}{2} \int_0^\pi f(\sin x) dx.$$

Sugestão: Faça a mudança de variável $x = \pi - y$.

FIM
BOA SORTE