



Universidade do Minho

Departamento de Matemática e Aplicações

Análise Complexa

LFis /MIEFis

20/12/2016

Segundo Teste

Todas as respostas deverão ser convenientemente justificadas.

Duração: 90m

1. Determine a série de Laurent da função

$$f(z) = \frac{z+1}{z^4 - 3z^3 + 2z^2}$$

no anel $A = \{z \in \mathbb{C} : 1 < |z| < 2\}$.

2. Considere a função $f(z) = \frac{\cos z - 1}{z^5}$.

(a) Determine o tipo de singularidade de $f(z)$ em $z_0 = 0$.

(b) Calcule $\int_{\gamma} f(z) dz$ onde $\gamma = \{z \in \mathbb{C} : |z| = 1\}$.

3. Calcule os integrais reais:

(a) $\int_0^{+\infty} \frac{x^2}{(x^2 + 4)^2} dx;$

(b) $\int_0^{+\infty} \frac{\cos(2x)}{x^2 + 1} dx.$

4. Considere a função $f : [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = |x|$.

(a) Determine a série de Fourier de $f(x)$ para $x \in [-\pi, \pi]$.

(b) Determine a soma de $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2}$.

Cotações:

- 1. 1.5 valores;
- 2. (a) 1.5 valores, (b) 1.5 valores;
- 3. (a) 1.5 valores, (b) 1.5 valores;
- 4. 1.5 valores, (b) 1 valor.