Campo incidente de largura estreita

Taxa de absorção

$$B_{12}\rho(\nu)S_{12}(\nu)=\frac{1}{h\nu}\frac{\lambda^2 A_{21}}{8\pi}I_\nu S_{12}(\nu)$$

$$c\rho(\nu)=I_\nu \qquad B_{12}=\frac{1}{h\nu}\frac{c^3}{8\pi\nu^2}A_{21}$$

A "secção eficaz da transição"

Unidades de I_ν são energia/área/tempo $\Rightarrow \frac{\lambda^2 A_{21}}{8\pi}S_{12}(\nu)\equiv\sigma(\nu)$ tem unidades duma área

Pormenor efeitos de degenerescência

Em geral os estados atómicos têm degenerescência.

A degenerescência não faz diferença na forma de curva do espectral. A lei de Planck não tem nada a ver com a degenerescência. Estado excitado 2 (g=5), estado fundamental 1 (g=3). Fotões absorvidos e depois estimulados não fazem parte da emissão do corpo negro.

Se a degenerescência do estado 2 é m_2 e do estado 1 é m_1

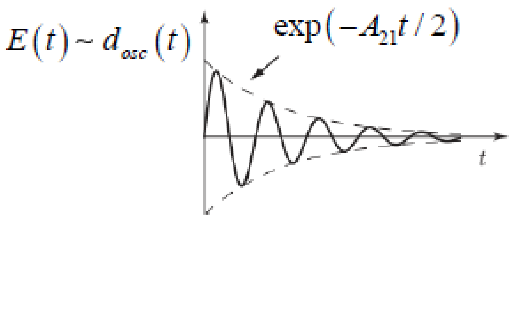
Boltzmann $\frac{N_2}{N_1}=\frac{g_2}{g_1}\exp\left[\frac{-h\nu_{21}}{k_B T}\right]$ Einstein $m_1 B_{12}=m_2 B_{21}$

$$A_{21}=\frac{8\pi\nu_{21}^2}{c^3}h\nu_{21}B_{21}$$

Isso assume que todos os estados do nível 1 e 2 têm a mesma população. Nem sempre é verdade, ex. quando a luz é polarizada.

Perfil espetral da emissão espontânea

Dipolo oscilante com um amplitude
que decai exponencialmente



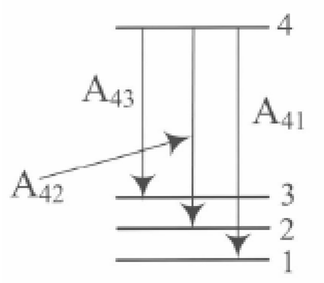
$$\text{Poynting} \quad I = \tfrac{1}{2} c n \varepsilon_0 \left|E_0\right|^2 \qquad \left(\frac{c}{n}\right)\rho = I$$

$$L(\omega) = \frac{A_{21}/2\pi}{(\omega - \omega_{21})^2 + (A_{21}/2)^2}$$

Os átomos são osciladores com um fator de qualidade extremamente elevado.

Transições radiativas (alargamento natural)

Se um nível pode cair para vários níveis inferiores:



As taxas de decaimento espontânea somam

$$\frac{dN_4}{dt} = -\left(A_{43} + A_{42} + A_{41}\right) N_4 = -A_4 N_4$$

$$A_k = \frac{1}{\tau_k^{rad}} = \sum_{E_j < E_k} A_{kj}$$

Alargamento devido a colisões

O campo EM oscila com frequência altas o núcleo fica quase estacionário.

Sem colisões a nuvem eletrónica oscila ao longo da direção do campo elétrico. Colisões "duras" vão reorientar os eixos da oscilação. O efeito médio de um número elevado das colisões seria de anular a polarização dos átomos (moléculas) que tenham sofrida colisões. Colisões mudam a fase de oscilador.

Lorentz**:** em média depois uma colisão o eixo da oscilação terá uma orientação arbitrária.

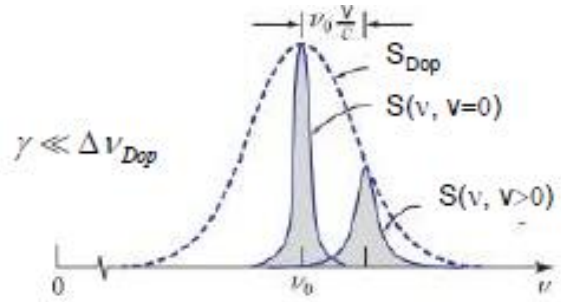
γ_c é a frequência/ taxa com a qual as colisões ocorrem.

$$\bar{\sigma}(\mathrm{X}, \mathrm{Y}) = \frac{\pi}{4}(d_{\mathrm{X}} + d_{\mathrm{Y}})^2$$

$$\gamma_c \approx N \sigma \overline{\mathrm{v}}_{rel}$$

$$\bar{v}_{\mathrm{rel}} = \left[\frac{8 k_B T}{\pi}\left(\frac{1}{m_{\mathrm{X}}} + \frac{1}{m_{\mathrm{Y}}}\right)\right]^{1/2}.$$

Alargamento devido o efeito Doppler



$$S(\nu) = \frac{1}{\delta\nu_D}\left(\frac{4\ln 2}{\pi}\right)^{1/2} e^{-4(\nu-\nu_0)^2 \ln 2/\delta\nu_D^2} \quad \delta\nu_D = 2\frac{\nu_0}{c}\left(\frac{2k_B T}{m_X}\ln 2\right)^{1/2}$$

Em geral o efeito Doppler é dominante e é difícil medir a largura da linha natural sem recorrer a técnicas sofisticadas. No entanto, nas asas do perfil o perfil Lorentziano domina.

Alargamento das transições

Efeitos Homogéneos: afeitam todos os átomos, moléculas de forma igual. Ex: tempo da vida radiativa finita, colisões, fonões.

Efeitos não homogéneos: uma deslocação da frequência central devido uma propriedade individual do átomo/molécula. Ex: o efeito Doppler.

Nota: amortecimento só se aplica a efeitos homogéneos.

Coeficientes de absorção e ganho

$$\boxed{g(\nu) = \sigma(\nu)\left(N_2 - \frac{g_2}{g_1}N_1\right) = \frac{\lambda^2 A_{21}}{8\pi}\left(N_2 - \frac{g_2}{g_1}N_1\right)S(\nu).}$$

Coeficiente do ganho ou absorção (com unidades de m^{-1})

$N_2 - (g_2/g_1)N_1 < 0,$

Colisão elástica: população permanece nos estados.

Colisão inelástica: transferência de população.

Diferença entre absorção e emissão estimulada é emissão espontânea.

Usar espelhos para realimentar o meio com ganho

Ao atravessar o meio com ganho g a intensidade é aumentada por um fator exp(gl). Depois de uma volta completa na cavidade, o ganho líquido é nulo.

Condição limiar (estacionária) $r_1 r_2 \exp(g 2\ell) = 1$ $\qquad g_{\text{limiar}} = -\frac{1}{2\ell}\ln(r_1 r_2)$

Cavidade vazia

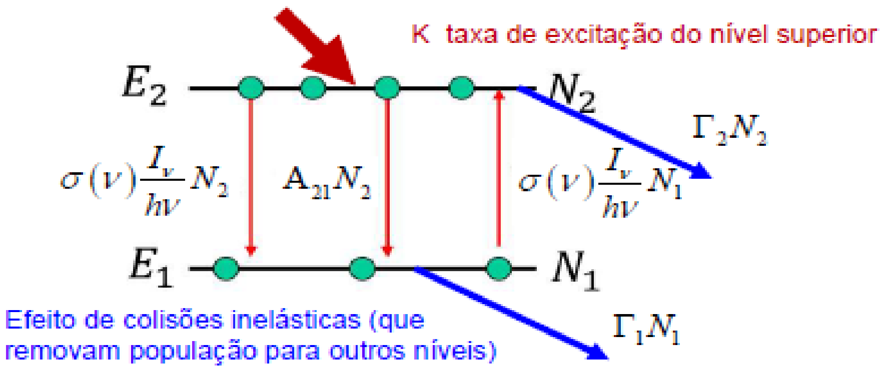
No limite em que as refletividades são elevadas a intensidade não se alterará muito durante uma volta.

Tempo da vida médio dum fotão na cavidade

$$\tau_{cav} \approx \left(\frac{2L}{c}\right)\frac{1}{1-r_1 r_2}$$

"Output coupling" saída "útil" das fotões

Equações dinâmicas para as populações



$$\frac{dN_2}{dt} = \boxed{-\Gamma_2 N_2} - \frac{\sigma(\nu)}{h\nu}I_\nu(N_2 - N_1) - A_{21}N_2, \qquad +K$$

$$\frac{dN_1}{dt} = \boxed{-\Gamma_1 N_1} + \frac{\sigma(\nu)}{h\nu}I_\nu(N_2 - N_1) + A_{21}N_2.$$

$$\frac{dI_\nu}{dt} = \frac{cl}{L}g(\nu)I_\nu - \frac{c}{2L}(1 - r_1 r_2)I_\nu$$

Se não considerarmos degenerescência, taxa de absorção igual a taxa estimulada.

Taxa de emissão estimulada A21N2, nível 2 ganha população por causa do efeito de absorção. Absorção e emissão estimuladas tem sinais diferentes para N1. Ganha por emissão A21N2 para o caso de N1.

Tendo em conta:

$$u_\nu = \frac{h\nu q_\nu}{V}, = \frac{I_\nu}{c} \qquad \frac{V_g}{V} = \frac{l}{L}$$

$$KV_g = p. \qquad n = NV_g$$

$$g(\nu) = \sigma(\nu)\left[N_2 - \frac{g_2}{g_1}N_1\right]$$

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{dn_2}{dt} &= -(\Gamma_2 + A_{21})n_2 - \frac{cl}{L}g(\nu)q_\nu + p, \\ \frac{dq_\nu}{dt} &= \frac{cl}{L}g(\nu)q_\nu - \frac{c}{2L}(1 - r_1 r_2)q_\nu, \end{aligned}}$$

Se for igual número de emissões estimuladas e absorções, ganho seria 0. Aumentar população em 2, espelhos reutilizam ganho, fonte de excitação eterna é o laser para criar esta disparidade.

$$\frac{d}{dt}(n_2 + q_\nu) = \boxed{-(\Gamma_2 + A_{21})n_2}\boxed{+p}\boxed{-\frac{c}{2L}(1 - r_1 r_2)q_\nu}$$

Varação do número total das excitações (átomos + fotões)

Colisões inelásticas, emissão espontânea

Fotões que saem da cavidade ("output coupling")

À medida que N2 se aproxima N1, a taxa de absorção se aproxima da taxa de emissão estimulada.

Absorção, fotões passa de 1 para 2; mas cai por emissão estimulada. Apenas os que saem por emissão espontânea são perdidos, estimulada não porque vai para 1 (de 1 para 2). Os que são perdidos vão de 2 para o 'caralho'.

P tem de ser sempre maior, quanto muito igual, a T2+A21, se não o número de fotões é negativo. Assumir que N1=0, não há nenhum átomo nesse estado inferior. Ganho é secção eficaz vezes N2.

Sistema 3 Níveis

Criar Inversão de população: ter mais átomos em 2 que em 1 para poder amplificar. Solução é juntar mais um nível. Começa no estado fundamental, lâmpada excita átomos para nível superior; usar sistema de ir desse estado para um terceiro, de menor energia.

$$\left(\frac{dN_1}{dt}\right)_{\text{pumping}} = -PN_1 \qquad \left(\frac{dN_2}{dt}\right)_{\text{pumping}} \approx \left(\frac{dN_3}{dt}\right)_{\text{pumping}} = -\left(\frac{dN_1}{dt}\right)_{\text{pumping}} = PN_1$$

Perto da condição limiar, o fluxo dos fotões na cavidade é baixo.

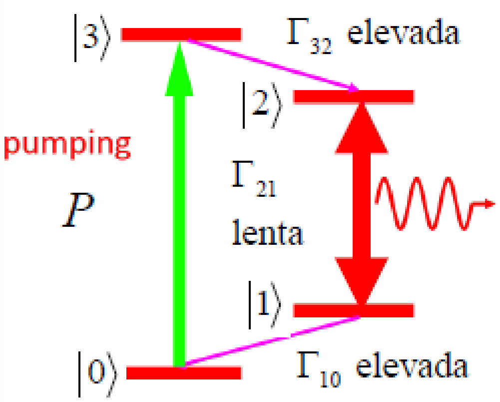
No estado estacionário $\quad \overline{N}_2 = \frac{P}{\Gamma_{21}}\overline{N}_1 \qquad \overline{N}_1 + \overline{N}_2 = N_T.$

$$\overline{N}_1 = \frac{\Gamma_{21}}{P+\Gamma_{21}}N_T \qquad \overline{N}_2 = \frac{P}{P+\Gamma_{21}}N_T \qquad \overline{N}_2 - \overline{N}_1 = \frac{P-\Gamma_{21}}{P+\Gamma_{21}}N_T$$

Para haver uma "inversão da população" $P > \Gamma_{21}$

Convêm que o estado |2> tem uma vida prolongada (Γ_{21} pequena)

Sistema 4 Níveis



$$\frac{dN_0}{dt} = -PN_0 + \Gamma_{10}N_1,$$
$$\frac{dN_1}{dt} = -\Gamma_{10}N_1 + \Gamma_{21}N_2 + \sigma(\nu)(N_2 - N_1)\Phi_\nu,$$
$$\frac{dN_2}{dt} = PN_0 - \Gamma_{21}N_2 - \sigma(\nu)(N_2 - N_1)\Phi_\nu,$$

Nível 0 perde por causa de pumping, mas ganha por causa dos que chegam ao nível 1. Nível 1 vai ser quase sempre vazio, o que possibilita ter ganho. 1 ganha por emissão estimulada, perde por absorção; 2 perde por emissão espontânea e estimulada, ganha por absorção.

No limite $\Phi_\nu \approx 0$ e no estado estacionário

$$\overline{N}_0 = \frac{\Gamma_{10}\Gamma_{21}}{\Gamma_{10}\Gamma_{21} + \Gamma_{10}P + \cancel{\Gamma_{21}P}}N_T,$$
$$\overline{N}_1 = \frac{\Gamma_{21}P}{\Gamma_{10}\Gamma_{21} + \Gamma_{10}P + \cancel{\Gamma_{21}P}}N_T,$$
$$\overline{N}_2 = \frac{\Gamma_{10}P}{\Gamma_{10}\Gamma_{21} + \Gamma_{10}P + \cancel{\Gamma_{21}P}}N_T.$$

Inversão da população $\quad \Gamma_{10} > \Gamma_{21}.$

$$\overline{N}_2 - \overline{N}_1 = \frac{P(\Gamma_{10} - \cancel{\Gamma_{21}})N_T}{\Gamma_{10}\Gamma_{21} + \Gamma_{10}P + \cancel{\Gamma_{21}P}}.$$

$$\boxed{\Gamma_{10} \gg \Gamma_{21}, P,}$$

$$\overline{N}_2 - \overline{N}_1 \approx \overline{N}_2 \approx \frac{P}{P+\Gamma_{21}}N_T.$$

Desde que P>0
Existe uma
inversão da
população

Taxa de excitação limiar: P+

Sistemas a 4 níveis são mais eficientes.

Saturação da absorção

Intensidade da saturação $I_\nu^{\text{sat}} = \frac{h\nu A_{21}}{2\sigma(\nu)}$ (sistema de 2 níveis)

Depende apenas de parâmetros da transição

Coeficiente da absorção $a(\nu) = \sigma(\nu)(\overline{N}_1 - \overline{N}_2) = \frac{a_0(\nu)}{1 + I_\nu / I_\nu^{\text{sat}}}$,

No limite de $I_\nu / I_\nu^{sat} \gg 1 \quad \alpha(\nu) \to 0$

(logo a seguir duma absorção o átomo sofre uma emissão estimulada

Saturação provoca um alargamento da transição devido ao tempo reduzido que o átomo fica no estado excitado

$$g(\nu) = \frac{g_0(\nu)}{1 + I_\nu / I_\nu^{sat}} \qquad g_0(\nu) = -\sigma(\nu) N$$

$$I_\nu^{\text{sat}} = \frac{h\nu A_{21}}{2\sigma(\nu)}$$

O ganho nunca atinge valores positivos