

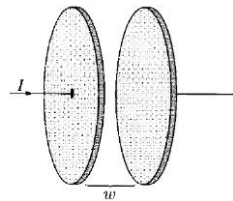
Complementos/Tópicos Avançados de Electromagnetismo

1º teste

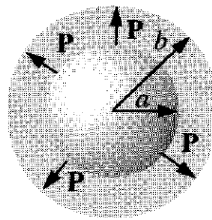
TESTE A

18 de Novembro de 2022

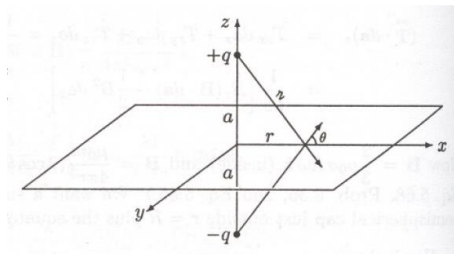
1. a) Explique por que razão a lei de Ampère original (correspondente a um regime estacionário: $\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$) deve ser corrigida com a inclusão de uma “corrente de deslocamento” ($\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$).
- b) Considere um condensador de armaduras planas com área A e distanciadas de w ($w \ll 1$: ignore os efeitos de bordos), inicialmente descarregado (ver figura). A $t=0$ injecta-se uma corrente constante I que carrega o condensador (a carga distribui-se sempre uniformemente nas armaduras). Calcule os campos eléctrico e magnético que se estabelecem no espaço entre armaduras durante este processo de carga. Explique os seus cálculos.



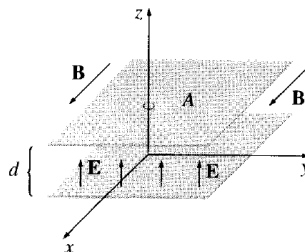
2. a) Uma coroa esférica espessa (raio interno a e raio externo b , ver figura) é constituída por um material dieléctrico linear, electricamente neutro, e com uma polarização eléctrica espontânea radial $\vec{P}(\vec{r}) = \frac{k}{r} \hat{r}$. Calcule o campo eléctrico gerado nas três regiões distintas ($r < a$, $a < r < b$, $r > b$). Justifique convenientemente a resposta.
- b) As equações de Maxwell impõem que os campos auxiliares \vec{D} e \vec{H} respeitem as equações $\nabla \cdot \vec{D} = \rho_f$ e $\nabla \times \vec{H} = \vec{j}_f + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$. Estas equações são semelhantes às equações que exprimem as leis de Gauss ($\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$) e de Maxwell-Ampère ($\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$). Contudo, esta semelhança é, em geral, enganadora. Porquê?



3. Duas cargas pontuais de sinais opostos estão separadas por uma distância $2d$. Calcule a força que uma carga exerce sobre a outra integrando o tensor de Maxwell sobre o plano equidistante das cargas (ver figura). Explique convenientemente os seus cálculos.



4. Um condensador plano carregado (placas orientadas perpendicularmente ao eixo dos zz' , ver figura) é colocado num campo magnético uniforme $\vec{B} = B\hat{x}$.
- Calcule o momento linear electromagnético existente no espaço entre armaduras (ignore o efeito de bordos).
 - Admita que um fio resistivo é colocado entre as armaduras do condensador por forma a que haja uma descarga total do condensador. Qual o impulso mecânico que é transmitido ao condensador neste processo?



Observações eventualmente úteis:

Polarização e cargas ligadas: $-\nabla \cdot \vec{P} = \rho_b$; $\sigma_b = \vec{P} \cdot \hat{n}$

Campos auxiliares: $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$; $\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M})$

Divergência em coordenadas esféricas: $\nabla \cdot \vec{v} = \frac{1}{r^2} \partial_r(r^2 v_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \partial_\theta(\sin \theta v_\theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \partial_\phi(v_\phi)$

Tensor de Maxwell: $T_{ij} = \epsilon_0(E_i E_j - \frac{1}{2} \delta_{ij} E^2) + \frac{1}{\mu_0}(B_i B_j - \frac{1}{2} \delta_{ij} B^2)$

$$\int_0^\infty \frac{r dr}{(r^2 + d^2)^3} = \left(\frac{1}{2d^2}\right)^2$$

Densidade volúmica de momento linear: $\vec{p}_{em} = \epsilon_0(\vec{E} \times \vec{B})$

Força que actua num elemento de corrente sob um campo magnético: $d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$