Exercícios de Física Computacional

Escola de Ciências da Universidade do Minho

Física e Engenharia Física

ano letivo 2019/2020, 1º semestre

Folha 6

1. Calcule $\int_0^\pi \sin(x)dx$ e $\int_0^{2,5} e^x dx$ usando

   (a) o método dos retângulos.

   (b) o método do trapésio.

   (c) o método de Simpson.

   (d) um método de Monte Carlo.

2. O período de um pêndulo de comprimento ℓ que oscila a um ângulo grande, α, é dado por

$$T = T_0 \frac{\sqrt{2}}{\pi} \int_0^\alpha \frac{d\theta}{\sqrt{\cos\theta - \cos\alpha}}$$

   em que $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$. Calcule o integral de T/T_0 entre $0°$ e $90°$.
   Sugestão: use a mudança de variável $\sin(\theta/2) = \sin(\alpha/2)\sin\phi$ e lembre-se que $\cos\theta = 1 - 2\sin^2(\theta/2)$.

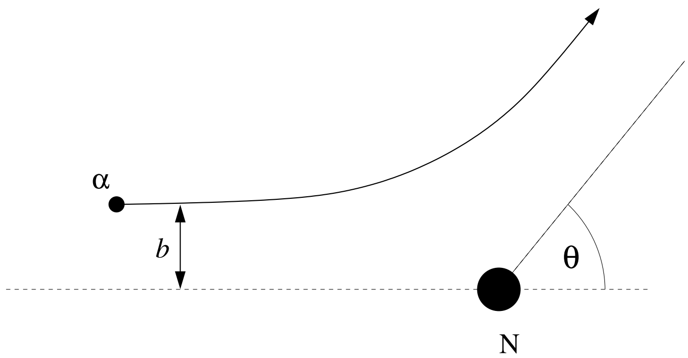
3. O movimento Browniano é um processo estocástico em que a posição em função do tempo é dada por $X(t+dt) = X(t) + N(0, (\delta)^2 dt; t, t+dt)$, sendo δ uma constante e $N(a, b; t_0, t_1)$ uma distribuição normal de valores aleatórios com média a e variância b em que os parâmetros t_0 e t_1 denotam a independencia estatística de N em diferentes intervalos de tempo (*i.e.* se $[t_0, t_1]$ e $[t_2, t_3]$ são intervalos de tempo dijuntos, então $N(a, b; t_0, t_1)$ e $N(a, b; t_2, t_3)$ são independentes).

   (a) Implemente uma função correspondente ao movimento Browniano a uma dimensão (processo de Wiener) e represente diversas sequências temporais da posição.

   (b) Implemente uma função correspondente ao movimento Browniano a duas dimensões e represente um trajeto obtido com essa função.

Para casa:

4. No início do sec. XX, Ernest Rutherford e os seus colaboradores mostraram que quando uma partícula α (i.e. um núcleo de hélio com dois protões e dois neutrões) passa perto de um núcleo atómico N é dispersada como mostrado na figura seguinte:



Esta dispersão obedece à seguinte relação:

$$\tan(\frac{1}{2}\theta) = \frac{Ze^2}{2\pi\varepsilon_0 Eb}$$

em que Z é o número atómico do núcleo, $\varepsilon = 8,854 \times 10^{-12}\mathrm{A}^2\mathrm{s}^4\mathrm{kg}^{-1}\mathrm{m}^{-3}$ é a constante de permissividade do vácuo, E é a energia cinética da partícula α e b é o parâmetro de impacto.

Considere um feixe de partículas α com energia cinética de 7,7 MeV que tem uma distribuição Gaussiana em x e em y com um desvio padrão de $\sigma = a_0/100$, onde $a_0 = 5.292 \times 10^{-11}$ m é o raio de Bohr, e que é disparado contra uma folha fina de ouro ($Z = 79$). Calcule numericamente, usando Monte Carlo, qual a probabilidade de uma partícula ser dispersa a um ângulo maior que $90°$.