



1. [4.0 val.] Considere um sistema de três cargas pontuais q_1 , q_2 e q_3 , no vácuo, separadas entre si. Pode-se determinar a energia potencial do sistema mediante o cálculo da energia despendida no transporte, sob certas condições, das cargas desde o infinito até às posições que atualmente ocupam.

a) Demostre, utilizando esta via, que a energia potencial do sistema é dada por

$$W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}} \right),$$

onde ϵ_0 é a permissividade do vácuo e r_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) é a distância entre as cargas i e j .

b) Mostre, utilizando o raciocínio da alínea anterior, que a energia potencial de uma distribuição para n cargas depois de estendida a uma distribuição contínua de cargas é dada por

$$W = \frac{1}{2} \int_{\text{vol.}} \rho V dv,$$

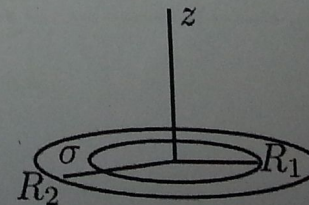
onde ρ é a densidade volúmica de carga, V o ~~potencial~~ ^{potencial} e dv o volume elementar.

2. [6.0 val.] Considere um anel com densidade superficial de carga σ e com raios interior e raio exterior, respetivamente, R_1 e R_2 , como é ilustrado na figura.

a) Sem fazer qualquer cálculo diga, justificando, quanto vale o campo eléctrico no centro do anel.

b) Calcule o potencial eléctrico num ponto arbitrário z no eixo de simetria do anel.

c) Escreva a expressão para o campo eléctrico num ponto arbitrário z no eixo de simetria do anel.



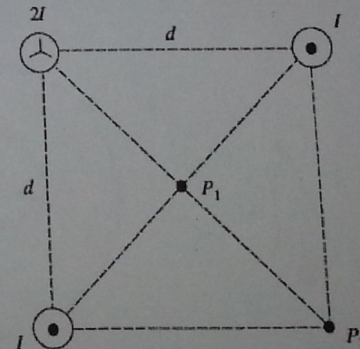
3 [4 val.] Considere um cilindro de raio R e comprimento infinito com uma distribuição volumica de carga não uniforme de densidade $\rho = ar^2$, onde a é uma constante e r é a distância ao eixo do cilindro.

- Mostre que a carga contida numa porção do cilindro de altura h é dada por $Q = \pi a R^4 h / 2$.
- Calcule o vetor campo elétrico dentro ($r < R$) e fora do cilindro ($r > R$).
- Tomando o potencial nulo em $r = 0$, determine o potencial à superfície do cilindro.

4. [6.0 val.] Considere um fio condutor cilíndrico, de raio R e comprimento infinito, percorrido por uma corrente contínua de densidade uniforme J .

- Esboce as linhas de campo magnético \vec{B} (dentro e fora do condutor) e represente num gráfico a dependência do \vec{B} versus r .
- Determine o campo magnético \vec{B} para todos os pontos de espaço (dentro e fora do condutor).

c) Considere a situação representada na figura de três fios paralelos com correntes perpendiculares ao plano da figura (plano xy). Um dos fios transporta uma corrente $2I$ e os outros dois fios uma corrente I com o sentido oposto. Calcule o vetor campo magnético nos pontos P_1 e P_2 .



- Considere a distância $d \gg R$. (i) Determine a expressão que traduz a força por unidade de comprimento ($f = F/l$) que os fios exercem entre si e refira-se ao carácter atrativo ou repulsivo destas forças. (ii) Calcule o valor $f = F/l$ aplicado ao fio de corrente $2I$ devido aos outros dois fios.

(Nota: $\int \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} dx = \sqrt{a^2 + x^2} + C$; $\int \frac{x}{a^2 + x^2} dx = \frac{\ln(a^2 + x^2)}{2} + C$;

$$\int \frac{x}{(a^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} dx = -\frac{1}{\sqrt{a^2 + x^2}} + C)$$