

Complementos de Electromagnetismo

2º teste

10 de Janeiro de 2022

1.

(a) Escreva as expressões que descrevem os campos eléctrico e magnético associados a uma onda plana de frequência ω e fase $\delta=0$, que se propaga no vazio ao longo da direcção $\hat{k} = \frac{1}{\sqrt{3}}(\hat{x}+\hat{y}+\hat{z})$ com uma polarização paralela ao plano xz.

(b) Admita que a referida onda tem uma intensidade de 1000 W/m^2 . Se incidir perpendicularmente num perfeito reflector qual a pressão que nele vai exercer? Explique convenientemente.

(4 valores)

2.

(a) Imagine que para impedir a saída de radiação (10^{10} Hz) através da janela de um forno de micro-ondas quer revestir o vidro com um filme de prata. Qual a espessura que esse filme deve ter para que detenha 90% da intensidade da radiação?

(b) Estime o comprimento de onda da radiação e a velocidade de fase no interior do filme de prata.

Observações: os campos de uma onda plana no interior de um meio condutor podem ser descritos como $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k}x - \omega t)}$, $\vec{B} = \vec{B}_0 e^{i(\vec{k}x - \omega t)}$ sendo $\vec{k} = k + i\eta$, $k =$

$\omega \sqrt{\frac{\epsilon\mu}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\epsilon\omega}\right)^2} + 1 \right]^{1/2}}$, e $\eta = \omega \sqrt{\frac{\epsilon\mu}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\epsilon\omega}\right)^2} - 1 \right]^{1/2}}$. Admita para a prata $\sigma = 10^7 (\Omega m)^{-1}$ e $\epsilon = 8,85 \times 10^{-12} \frac{F}{m}$. Observe que, para a frequência indicada, $\frac{\sigma}{\epsilon\omega} \gg 1$.

(4 valores)

3.

Considere um guia de ondas formado por um tubo rectangular oco, de paredes perfeitamente condutoras e com uma secção transversal de $2 \times 1 \text{ cm}^2$. Para uma frequência de excitação de $1.2 \times 10^{11} \text{ Hz}$ que modos TE se podem nele propagar?

Observação: recorde que para um tubo condutor rectangular de secção transversal $a \times b$ o

número de onda do modo TE mn é $k_{mn} = \sqrt{\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - \left[\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2\right]}$.

(3 valores)

4.

(a) Mostre como as equações de Maxwell homogéneas ($\nabla \cdot \vec{B} = 0$ e $\nabla \times \vec{E} + \dot{\vec{B}} = 0$) permitem definir os potenciais \vec{A} e φ .

(b) Exprima as equações de Maxwell que relacionam campos e fontes ($\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ e $\nabla \times \vec{B} - \frac{1}{c^2} \dot{\vec{E}} = \mu_0 \vec{j}$) em termos dos referidos potenciais.

(c) O que entende por liberdade de gauge?

(4.5 valores)

5.

Uma corrente constante I_0 é abruptamente injectada num fio rectilíneo de comprimento infinito (orientado segundo zz') no instante $t = 0$ (isto é: $I = I_0$ se $t > 0$ e $I = 0$ se $t \leq 0$). O fio permanece electricamente neutro.

(a) Mostre que o potencial vector magnético retardado sentido num ponto a uma distância s do fio é:

$$\vec{A}(s, t) = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi} \hat{z} \cdot \ln \left[\frac{ct + \sqrt{(ct)^2 - s^2}}{s} \right]$$

Explique convenientemente o seu raciocínio.

(Nota: $\int \frac{dz}{\sqrt{s^2 + z^2}} = \ln[z + \sqrt{s^2 + z^2}] + C$).

(b) Obtenha os campos eléctrico e magnético correspondentes. Verifique que obtém o resultado magnetostático no limite em que $t \rightarrow \infty$?

(4.5 valores)