

## Formulário Teoria de Controlo:

$f(t)$	$F(s) = L\{f(t)\}$	$f(t)$	$F(s) = L\{f(t)\}$
$\delta(t)$	1	$t^n e^{-at}$	$\frac{n!}{(s+a)^{n+1}}$
$u(t)$	$\frac{1}{s}$	$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
$t$	$\frac{1}{s^2}$	$\cos \omega t$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$
$t^n$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$	$e^{-at} \sin \omega t$	$\frac{\omega}{(s+a)^2 + \omega^2}$
$e^{-at}$	$\frac{1}{s+a}$	$e^{-at} \cos \omega t$	$\frac{s+a}{(s+a)^2 + \omega^2}$
$te^{-at}$	$\frac{1}{(s+a)^2}$		

### Teorema da Linearidade:

$$L\{af(t)\} = aL\{f(t)\} = aF(s)$$

$$L\{af(t) + bg(t)\} = aF(s) + bG(s)$$

### Teorema da diferenciação:

$$L\left\{\frac{d^n f(t)}{dt^n}\right\} = s^n F(s) - s^{n-1}f(0) - \dots - \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}}\Big|_{t=0}$$

### Teorema da Integração Real:

$$L\left\{\int_0^t f(t)dt\right\} = \frac{1}{s}F(s)$$

### Teorema da Translação Real:

$$L\{f(t - t_0)\} = e^{-st_0}F(s)$$

### Teorema do Valor Final:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$$

### Teorema da Translação Complexa:

$$L\{e^{at}f(t)\} = F(s - a)$$

### Teorema do Valor Inicial:

$$\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s)$$

Cálculo dos coeficientes se uma raiz  $r_1$  é repetida m vezes:  $A_k = \lim_{s \rightarrow r_1} \frac{1}{(k-1)!} \frac{d^{k-1}}{ds^{k-1}} [(s - r_1)^m Y(s)]$

Tempo de subida:

$$t_s = \frac{\pi - \beta}{\omega_a}$$

Onde  $\beta = \tan^{-1} \frac{\omega_a}{\sigma}$ ,  $\sigma = \zeta \omega_n$  e  $\omega_a = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$

Tempo de pico:

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_a}$$

Tempo de estabelecimento a 2%:

$$t_{ss} = \frac{4}{\zeta \omega_n}$$

Mp – sobre-elongação normalizada:

$$M_p = \frac{y_p}{y(\infty)} = 1 + e^{-\frac{\zeta \pi}{\sqrt{1 - \zeta^2}}}$$

PO – sobre-elongação percentual ('percent overshoot'):

$$overshoot = \frac{y_p - y(\infty)}{y(\infty)} \times 100\% = e^{-\frac{\zeta \pi}{\sqrt{1 - \zeta^2}}} \times 100$$

Tabela PID 1º método:

Tipo de controlador	$K_p$	$T_i$	$T_d$
P	$\frac{\tau}{L}$	$\infty$	0
PI	$0.9 \frac{\tau}{L}$	$\frac{L}{0.3}$	0
PID	$1.2 \frac{\tau}{L}$	$2L$	$0.5L$

$$G_c(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) = 1.2 \frac{\tau}{L} \left( 1 + \frac{1}{2Ls} + 0.5Ls \right) = 0.6\tau \frac{\left( s + \frac{1}{L} \right)^2}{s}$$

Tabela PID 2º método:

Tipo de controlador	$K_p$	$T_i$	$T_d$
P	$0,5K_{cr}$	$\infty$	0
PI	$0,45K_{cr}$	$\frac{1}{1,2}P_{cr}$	0
PID	$0,6K_{cr}$	$0,5P_{cr}$	$0,125P_{cr}$

$$G_c(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) = 0,6K_{cr} \left( 1 + \frac{1}{0,5P_{cr}s} + 0,125P_{cr}s \right) = 0,075K_{cr}P_{cr} \frac{\left( s + \frac{4}{P_{cr}} \right)^2}{s}$$