Física da Matéria Condensada

2º teste 5 de Junho de 2018

I (5,5) valores

Considere uma cadeia linear harmónica formada por átomos idênticos (com massa *m*; admita que as interacções ocorrem apenas entre vizinhos imediatos), mas em que as constantes de força entre vizinhos alternam entre C_1 e C_2. Admita que a separação entre os átomos da cadeia é *a/2*.

a) Obtenha as relações de dispersão $\omega(k)$ correspondentes aos modos normais de vibração da cadeia.

b) Esboce a olho as curvas de dispersão que obtém, identificando as frequências possíveis para k=0 e para k=π/a

II (3)

Considere a energia de um gás de fonões de um cristal em equilíbrio térmico à temperatura T,

$$u = \frac{1}{V}\sum_{\vec{k},s} \hbar\omega_s(\vec{k})\left[\frac{1}{2} + n_s(\vec{k})\right],$$

onde $n_s(\vec{k}) = \frac{1}{e^{+\beta\hbar\omega_s(\vec{k})}-1}$ é a distribuição de Planck e $\beta = \frac{1}{kT}$.

Mostre que o correspondente calor especifico reproduz, no limite das altas temperaturas, o resultado clássico de Dulong et Petit.

III (6)

a) Obtenha a densidade de modos normais de vibração para uma cadeia monoatómica (1-dim).

b) Calcule a frequência de Debye como função da velocidade de propagação do som e da densidade de átomos nesta rede unidimensional (número de átomos por unidade de comprimento). Explique o seu raciocínio.

c) Obtenha, na aproximação de Debye, a expressão geral para a energia associada às vibrações térmicas.

d) Mostre que o calor específico a baixas temperaturas decai proporcionalmente com a temperatura ($C_v \propto T$).

IV (5,5)

Considere a dispersão da constante dieléctrica relativa associada a um modo vibracional óptico descrito por um oscilador de Lorentz:

$$\varepsilon(\omega) = 1 + \frac{\Omega_{TO}^2 \Delta\varepsilon}{\Omega_{TO}^2 - \omega^2},$$

onde Ω_{TO} representa a frequência do modo transversal e $\Delta\varepsilon$ a sua força dieléctrica. (considera-se aqui por simplicidade que o amortecimento do modo é nulo, $\Gamma = 0$.)

a) Explique por que razão a frequência do modo vibracional longitudinal correspondente Ω_{LO} é maior do que do que a do modo transversal (se $\Delta\varepsilon > 0$), verificando-se a relação:

$$\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon_\infty} = \frac{\Omega_{LO}^2 - \Omega_{TO}^2}{\Omega_{TO}^2} \qquad \text{(Lyddane-Sachs-Teller)}$$

b) Mostre que ondas electromagnéticas com frequências compreendidas entre Ω_{LO} e Ω_{TO} não se podem propagar no cristal (banda de radiação residual ou reststrahlen).
(Pista: lembre-se que $n = \sqrt{\varepsilon}$ e use a relação acima)