

Projectos Física Computacional

Os projectos devem ser fornecidos com código fonte e powerpoint da apresentação oral do trabalho. Da apresentação deve constar:

- Motivação
- Descrição da implementação(ões) numérica(s).
- Apresentação e discussão dos resultados obtidos.
- Conclusão.

Os projectos devem ser realizados em grupos de 2 a 3 elementos. Entrega do projecto até à data da apresentação oral.

Apresentação oral do projecto computacional: 25 de Janeiro 14h.

Projecto 1 Movimento de projectil com resistência do ar

Considere o movimento de um projectil, de massa M , lançado com velocidade inicial v_0 fazendo um ângulo α com a horizontal. Durante o seu movimento o projectil está sujeito à acção da força gravítica ($g=9.8 \text{ ms}^{-2}$) e da força de resistência do ar dada por

$$\vec{F}_{\text{atrito}} = -B_2 \frac{\rho(y)}{\rho_0} v^2 \hat{v},$$

onde B_2 é o coeficiente de atrito, $\rho(y)$ a densidade do ar a uma altura y , ρ_0 a densidade do ar ao nível do mar ($y=0$), v a velocidade com que se desloca o corpo.

Faça um programa capaz de calcular a posição, velocidade e aceleração do projectil dados v_0 , α , B_2/M .

1) Demonstre o funcionamento do programa comparando a trajectória do projectil com e sem consideração da resistência do ar. Considere por exemplo $v_0=700\text{m/s}$, $B_2/M=4 \times 10^{-5} \text{ m}^{-1}$.

2) Compare os métodos de integração de Euler e Runge Kutta 4ª ordem, teste os métodos usando vários valores para o passo de tempo.

3) Introduza o efeito da presença do vento usando a seguinte expressão

$$\vec{F}_{\text{atrito}} = -B_2 \frac{\rho(y)}{\rho_0} |\vec{v} - \vec{v}_{\text{vento}}| (\vec{v} - \vec{v}_{\text{vento}})$$

Qual o efeito sobre as trajectórias do facto do vento ser a favor ou contra.

Projecto 2 Movimento Planetário.

Considere um sistema solar hipotético, com um planeta em órbita em torno do sol. Assume-se que a massa do sol é suficientemente elevada de modo que o seu movimento pode ser desprezado. A única força que actua no planeta é a gravidade dada pela lei de gravitação de Newton:

$$F_G = \frac{GMm}{r^2}$$

onde M é a massa do sol, m a massa do planeta, r a distância entre eles e G a constante de gravitação.

1) Faça um programa para calcular aposição da terra em função do tempo.

Use para as distâncias unidades astronómicas. No caso da Terra $r=1$ AU. Para estimar a velocidade inicial imponha uma órbita circular. (use $GM=4\pi^2$ AU³/ano²). Use os vários métodos de integração de EDO. Calcule a energia total do sistema e verifique qual dos métodos conserva a energia exactamente.

2) Calcule a orbita de mercúrio. Use a velocidade inicial dada por

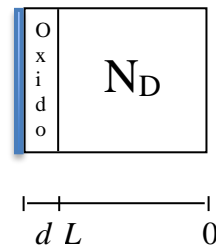
$$v_0 = \sqrt{\frac{GM(1-e)}{a(1+e)}} \text{ assumida } a=0.39 \text{ AU e excentricidade } e=0.206 \text{ e ainda } r=a(1+e).$$

Determine a velocidade do planeta no periélio e no afélio.

3) Considere agora o caso da presença de um segundo planeta. Calcule as órbitas dos 2 planetas (Marte e Júpiter). Despreze o movimento do sol.

Considere $M_{\text{jupiter}}/M_{\text{sol}}=9.5 \times 10^{-4}$; $r_{\text{jupiter}}=5.2$ AU e $M_{\text{Marte}}/M_{\text{sol}}=3.3 \times 10^{-7}$ e $r_{\text{Marte}}=1.52$ AU

Projecto 3 Junção MIS



Considere uma junção metal oxido semiconductor tipo n (MOS) em equilíbrio. O potencial electrostático na junção pode ser descrito simplesmente pela equação de Poisson

$$\frac{d^2V}{dx^2} = -\frac{\rho(x)}{e_s} = -\frac{e}{e_s} (N_D(x) + p(x) - n(x)), \quad (1)$$

onde N_D , $n(x)$, $p(x)$ são os perfis de impurezas dadoras, a densidade de electrões e a densidade de lacunas, respectivamente. A densidade de lacunas e de electrões são dados por

$$p(x) = n_i e^{-\frac{eV}{k_B T}}$$
$$n(x) = n_i e^{\frac{eV}{k_B T}}.$$

Pretende-se desenvolver um programa para calcular o perfil de potencial electrostático no interior da junção MOS em equilíbrio, usando a equação de Poisson sujeita às seguintes condições fronteira:

$$V(0) = 0$$
$$V(L + d) = V$$

Use o método das diferenças finitas para discretizar o problema. Demonstre o funcionamento do programa calculando o perfil da densidade de carga $\rho(x)$, de potencial electrostático e de campo eléctrico, $E(x)$, para $N_D = 10^{14} - 10^{17} \text{ cm}^{-3}$. Represente a tensão na interface oxido semiconductor. Estime a capacidade total da junção em função da tensão aplicada. Estime a largura da zona de depleção (região em que $E(x) \neq 0$) em função da concentração de impurezas.

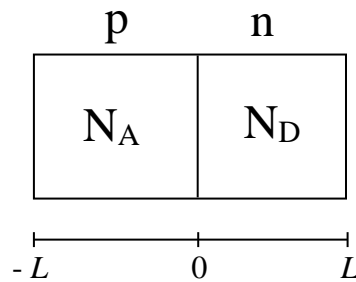
Dados para o problema.

O material semiconductor é o silício: Constante dieléctrica = 11.7 $n_i = 1.02 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$

Os restantes parâmetros da junção são:

$L = 5 \mu\text{m}$, $d = 100 \text{ nm}$, $T = 300 \text{ K}$, $N_D(x) = \text{Constant}$

Projecto 4 Junção pn.



Considere uma junção semicondutora pn em equilíbrio. O potencial electrostático na junção pode ser descrito simplesmente pela equação de Poisson

$$\frac{d^2V}{dx^2} = -\frac{\rho(x)}{\epsilon_s} = -\frac{e}{\epsilon_s} (N_D(x) - N_A(x) + p(x) - n(x)), \quad (1)$$

onde N_D , N_A , $n(x)$, $p(x)$ são os perfis de impurezas dadoras, aceitadoras, a densidade de electrões e a densidade de lacunas, respectivamente. A densidade de lacunas e de electrões são dados por

$$p(x) = n_i e^{-\frac{eV}{k_B T}}$$
$$n(x) = n_i e^{\frac{eV}{k_B T}}.$$

Pretende-se desenvolver um programa para calcular o perfil de potencial electrostático no interior de uma junção semicondutora pn em equilíbrio, usando a equação de Poisson sujeita às seguintes condições fronteira:

$$V(-L) = 0$$

$$V(L) = V_{bi} = \frac{k_B T}{e} \ln \left(\frac{N_D N_A}{n_i^2} \right).$$

Use o método das diferenças finitas para discretizar o problema. Demonstre o funcionamento do programa calculando o perfil da densidade de carga $\rho(x)$, de potencial electrostático e de campo eléctrico, $E(x)$, para uma junção simétrica, $N_D = N_A$, e uma assimétrica $N_D = 100 N_A$. Estime a largura da zona de depleção (região em que $E(x) \neq 0$) em função da concentração de impurezas para uma junção simétrica.

Dados para o problema.

Vamos supôr que o material semiconductor é o sílicio:

$$\text{Constante dieléctrica} = 11.7 \quad n_i = 1.02 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3},$$

Os restantes parâmetros da junção são:

$$L = 5 \text{ } \mu\text{m}, T = 300\text{K}, N_D(x) = \text{Constante}, N_A(x) = \text{Constante}.$$

Projecto 5 Modelo de Ising 2D

Considere o modelo de Ising para uma rede de $N \times N$ spins. A energia do sistema, supondo nulo o campo magnético B externo, é

$$E = -J \sum_{i,j=1}^N s_{i,j} (s_{i+1,j} + s_{i,j+1})$$

onde J é a energia de interacção entre spins vizinhos. A magnetização é

$$M = \sum_{i,j=1}^N s_{i,j}.$$

A variação de energia quando se troca um único spin é

$$\Delta E = E_2 - E_1 = 2Js_{i,j}^{(1)} (s_{i+1,j} + s_{i-1,j} + s_{i,j+1} + s_{i,j-1})$$

e a de magnetização

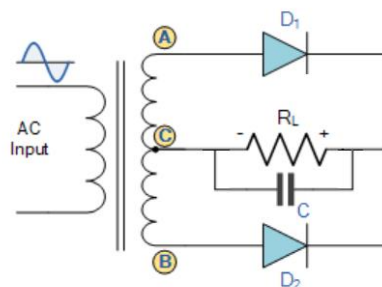
$$\Delta M = M_2 - M_1 = 2s_{i,j}^{(2)}.$$

Faça um programa que implemente o modelo de Ising para uma rede de $N \times N$ spins com condições fronteira periódicas, usando o método de Monte Carlo e o algoritmo de Metropolis. Considere $J=1$ e $k_B=1$.

Calcule a energia média do sistema, a magnetização, para uma rede 16×16 , variando a temperatura T entre 1.5 e 3 em passos de 0.1. A partir do gráfico de Magnetização determine aproximadamente a temperatura crítica de transição de estado do sistema.

Projecto 6 Circuito rectificador onda completa.

Considere o seguinte circuito elétrico. Considere $R=100\Omega$ $C=100\mu F$ e que a corrente nos díodos é dada por $I_d = 10^{-14} * (e^{40v_d} - 1)$ A.



Escreva um programa para determinar para determinar a corrente na resistência quando $V_{AC} = -V_{BC} = 5 \sin(100\pi t)$.

Projecto 7 Equação de Schrodinger unidimensional independente do tempo para o átomo de hidrogénio.

Considere a equação de Schrodinger unidimensional independente do tempo para um electrão no átomo de hidrogénio,

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left[\frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial r^2} \right] \varphi(r) + V(r)\varphi(r) = E\varphi(r)$$

onde

$$V(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

Faça um programa para determinar os 3 primeiros níveis de energia do átomo de hidrogénio e respectivas funções de onda usando o algoritmo de shooting. Determine o raio de Bohr, calculando o máximo da densidade de probabilidade para o estado fundamental.

Projecto 8 Equação de Schrodinger unidimensional independente do tempo para um poço de potencial.

Considere a equação de Schrodinger (ES) unidimensional independente do tempo para uma partícula num poço de potencial $V(z)$ simétrico em torno da origem ($z=0$),

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \varphi(z) + V(z)\varphi(z) = E\varphi(z).$$

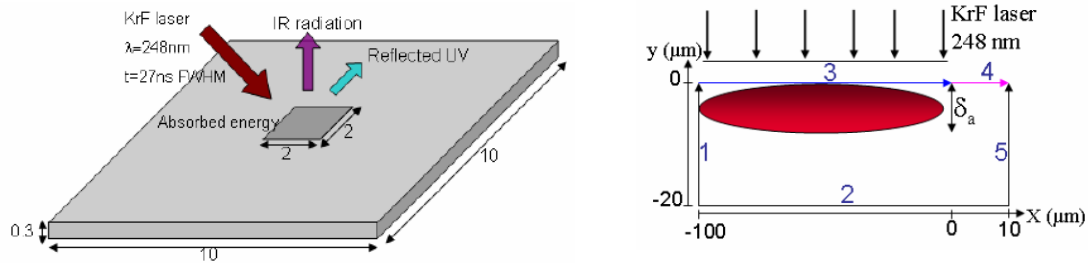
Faça um programa para determinar as soluções da ES para um poço de potencial rectangular

$$V(z) = \begin{cases} 0 & -L/2 < z < L/2 \\ V & \text{outros casos} \end{cases}.$$

Use o algoritmo de shooting (ou outro) e a aproximação standard para a 2ª derivada. Demonstre o funcionamento do programa calculando os primeiros valores próprios e respectivas funções onda, para várias larguras do poço (L) e alturas da barreira de potencial (V).

Projecto 9 Cristalização de substrato de silício por aquecimento laser nanosegundo.

Um feixe laser pulsado incide num substrato de silício (dimensões em mm).



A evolução da temperatura no substrato de silício é governada pela equação de condução do calor:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (-k \nabla T) = Q$$

onde T é a temperatura. ρ a densidade, C_p a capacidade calorífica específica, k a condutividade térmica do material. Q é o termo de aquecimento volumétrico devido à absorção de radiação pelo material:

$$Q(x,y) = (1-R) \cdot \alpha \cdot P_{in}(t) \cdot e^{-\alpha \cdot y}$$

onde R a refletividade, α o coeficiente de absorção do silício, e P_{in} a intensidade incidente do feixe laser, dada por:

$$P_{in}(t) = W \cdot \sin^2(0.5 \cdot \pi \cdot t / \tau) / \tau$$

onde W é a densidade de energia do pulso e τ a largura a meia altura do pulso laser. As condições fronteira a usar nas diferentes superfícies são:

$$(3,4) \quad \vec{n} \cdot (k \nabla T) = \sigma \cdot \epsilon (T_{amb}^4 - T^4)$$

$$(1,2,5) \quad \vec{n} \cdot (k \nabla T) = 0$$

Considere os seguintes parâmetros para o Si e para o feixe laser:

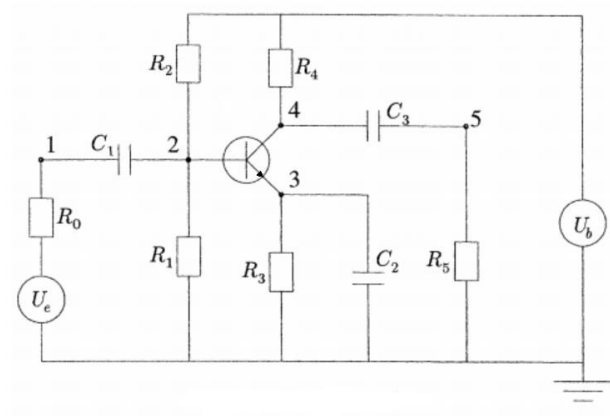
$R=0.61$, $\alpha = 10^9 / 6 \text{ m}^{-1}$, $\rho=2320 \text{ Kg/m}^3$, $k=148 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$, $C_p=710 \text{ J/(Kg} \cdot \text{K)}$, $T_{amb}=293 \text{ K}$, $\tau=25 \cdot 10^{-9} \text{ s}$, $W=0.9 \text{ J/cm}^2$.

Determine a evolução temporal da temperatura no ponto $(-50 \mu\text{m}, 0)$ e o perfil espacial da temperatura para $t=27 \text{ ns}$.

Projecto 10 Amplificador com transístor MOSFET.

Considere o seguinte circuito amplificador com um transístor BJT. Utilize as equações de Eber-Molls para descrever o transístor:

$$I_e = g(V_{be}), \quad I_c = \alpha \cdot g(V_{be}) \quad \text{e} \quad g(V) = \beta \cdot (e^{V/U_F} - 1).$$



$U_b = 6,$	$R_0 = 1000,$
$U_F = 0.026,$	$R_k = 9000 \quad \text{for } k = 1, \dots, 5.$
$\alpha = 0.99,$	$C_k = k \cdot 10^{-6} \quad \text{for } k = 1, \dots, 3$
$\beta = 10^{-6},$	

Escreva um programa para determinar para determinar U_5 quando $U_E = 0.1 \cdot \sin(200\pi \cdot t)$.