

1. Represente graficamente o traço das seguintes curvas parametrizadas:
  - (a)  $\gamma: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por  $\gamma(t) = (-1 + t, 2t)$ ,
  - (b)  $\gamma: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por  $\gamma(t) = (-1 + t, 2t)$
  - (c)  $\gamma: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por  $\gamma(t) = (2\cos t, 2\sin t)$ ,
  - (d)  $\gamma: [0, +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por  $\gamma(t) = (t, t^2)$
  - (e)  $\gamma: [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por  $\gamma(t) = (t^2, t)$
  - (f)  $\gamma: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $\gamma(t) = (\cos t, \sin t, 2)$ ,
  - (g)  $\gamma: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $\gamma(t) = (\cos t, -1, \sin t)$ ,
  - (h)  $\gamma: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $\gamma(t) = (\cos t, \sin t, t)$ .
2. Considere a curva parametrizada  $\gamma: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por  $\gamma(t) = (\cos t, \sin t)$ . Determine o vetor tangente  $\gamma'(t)$  e verifique que  $\langle \gamma(t), \gamma'(t) \rangle = 0$ .
3. Calcule o vetor tangente num instante  $t$  qualquer da curva  $\gamma(t) = (-1 + t, 2t, 1)$ .
4. O comprimento  $L(\gamma)$  de uma curva parametrizada  $\gamma: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^n$  de classe  $C^1$  é definido por

$$L(\gamma) = \int_a^b \|\gamma'(t)\| dt.$$

- (a) Seja  $\theta \in ]0, 2\pi]$ . Calcule o comprimento da curva  $\gamma(t) = (\cos t, \sin t)$ ,  $t \in [0, \theta]$ .
  - (b) Usando a substituição  $t = \operatorname{sh} x$ , calcule o comprimento da curva  $\gamma(t) = (t, \frac{t^2}{2})$ ,  $t \in [0, 1]$ .
5. Determine e represente graficamente o domínio da função  $f$  dada por:
    - a)  $f(x, y) = \frac{y}{x-2}$
    - b)  $f(x, y) = \sin\left(\frac{x}{y}\right)$
    - c)  $f(x, y) = \frac{x-y}{\sqrt{1-x^2-y^2}}$
    - d)  $f(x, y) = \sqrt{y-x^2} + \sqrt{2x-y}$
    - e)  $f(x, y) = \ln(x^2 - 2x + y^2)$
    - f)  $f(x, y) = \ln(2x^2 + y^2 - 1)$
  6. Encontre a função  $f(x, y)$  dada implicitamente pelas equações seguintes e determine o seu domínio.

$$a) 2x + y - 2z = 0 \quad b) x + y - 1 + z^2 = 0, z \geq 0 \quad c) z^2 + 4 = x^2 + y^2, z \leq 0$$