Complementos de Eletromagnetismo *(Lic. Física)* 2015/16
Tópicos Avançados de Eletromagnetismo *(M.I. Eng. Física)* 2015/16

1º teste (2ª versão) / 4 de Janeiroo de 2016 / duração: 2h30

Universidade do Minho
Escola de Ciências

1. *(4 valores)* Num certo intervalo de tempo um condensador de placas paralelas circulares (muito grandes), de raio R, descarrega-se, provocando a variação temporal do campo elétrico entre as placas à taxa de dE/dt. Seja r a distância ao eixo que une os centros das duas placas. Mostre que o campo magnético induzido cresce linearmente com r no interior do condensador ($r \leq R$) e varia com o inverso de r na região exterior ao condensador ($r \geq R$). Qual é a direção desse campo?

2. *(4 valores)* Uma esfera neutra, de raio a, feita de um material dielétrico linear, isótropo e homogéneo, de constante dieléctrica relativa ε_r, é colocada numa região onde previamente estava estabelecido um campo elétrico uniforme dirigido segundo o eixo dos zz: $\vec{E}_0 = E_0 \vec{u}_z$. Pretende-se determinar o potencial elétrico, φ, nas regiões interior ($r \leq a$) e exterior ($r \geq a$) à esfera. Utilizando argumentos físicos plausíveis chegou-se à seguinte possível solução para o problema (em coordenadas esféricas):

$$\varphi(r,\theta) = -\frac{3E_0 r\cos\theta}{\varepsilon_r + 2}, \qquad (r \leq a)$$

$$\varphi(r,\theta) = -E_0 r\cos\theta + \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 2}\frac{a^3 E_0 \cos\theta}{r^2}, \qquad (r \geq a)$$

a) Indique as condições fronteiras a que deve obedecer o potencial e examine se a solução acima apresentada verifica essas condições.

b) Verifique se a solução obedece à equação de Laplace. Esta é a única solução possível para o problema? Justifique.

3. *(4 valores)* Uma esfera de raio R, centrada na origem, possui uma densidade volúmica de carga dada por

$$\rho(r,\theta) = k\frac{R^2}{r^2}\cos(2\theta)$$

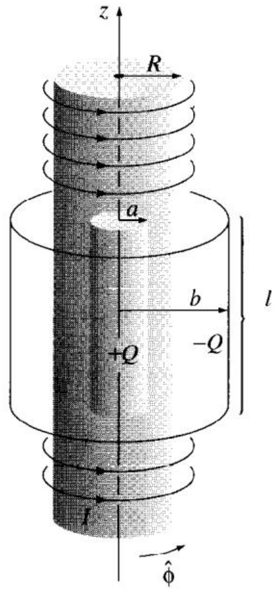
onde k é uma constante e r e θ são as coordenadas esféricas usuais.

a) Ache os dois primeiros termos do desenvolvimento multipolar do potencial deste sistema.

b) Obtenha uma expressão aproximada do campo elétrico devido a esta esfera para pontos muito afastados da origem.

4. *(4 valores)*

a) Considere um solenóide muito comprido, de raio R, com n espiras por unidade de comprimento e percorrido por uma corrente contínua de intensidade I. No interior e exterior do solenóide são colocados dois tubos cilíndricos abertos nas extremidades, muito compridos, de comprimento l, coaxiais, de raios a e b e cargas $+Q$ e $-Q$, repetivamente (ver figura). Determine o momento angular total armazenado nos campos.



b) Suponha agora que a intensidade de corrente que percorre o solenóide diminui gradualmente, com uma taxa dI/dt, até se anular. Depois deste processo observa-se que os cilindros rodam.

Determine o campo eléctrico induzido quando a corrente está a variar. Determine ainda o momento angular adquirido por cada um dos cilindros durante o processo de diminuição da corrente. Compare o momento angular total do sistema com o momento angular determinado na alínea anterior e comente o resultado.

5. *(4 valores)*

a) Considere uma região do espaço no vácuo onde se estabelece um campo eletromagnético variável por ação de fontes completamente exteriores ao domínio de observação considerado. Escreva as equações de Maxwell nesta situação. Mostre, a partir dessas equações, que os campos elétrico e magnético obedecem a equações de onda.

b) Escreva as funções sinusoidais dos campos elétrico e magnético que são as soluções mais simples dessas equações e mostre que essas ondas eletromagnéticas são transversais.

FIM