1

Leis de Maxwell (no vácuo): (sit. estáticas)

dens. vol. de cargas livres

$\hookrightarrow \nabla\cdot\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$ $\quad\hookrightarrow \nabla\cdot\vec{B} = 0$ $\quad\hookrightarrow \nabla\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$ $\quad\hookrightarrow \nabla\times\vec{B} = \mu_0\cdot\vec{j}$

densidade de corrente elétrica

Teorema de Gauss: $\int_V (\nabla\cdot\vec{A})\,d\vec{v} = \oint_S \vec{A}\cdot d\vec{a}$

Teorema de Stokes: $\int_S (\nabla\times\vec{A})\cdot d\vec{a} = \oint_C \vec{A}\cdot d\vec{l}$

$\nabla\cdot\vec{j}$ só é zeros em sit. de correntes estacionárias (magnetostática)

Problema leis de Maxwell $\Rightarrow$ $\boxed{\nabla\cdot(\nabla\times\vec{B}) \neq 0}$ (o que ñ pode)

$\boxed{\nabla\cdot\vec{j} + \frac{\partial\rho}{\partial t} = 0}$ $\leftarrow$ aplicação da conservação local da carga

Leis de Maxwell (no vácuo) Gerais:

$\nabla\cdot\vec{E} = \frac{\rho_e}{\varepsilon_0}$ $\quad \nabla\cdot\vec{B} = 0$ $\quad \nabla\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$ $\quad \boxed{\nabla\times\vec{B} = \mu_0\cdot\vec{j} + \mu_0\cdot\varepsilon_0\cdot\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}}$

$j_d = \varepsilon_0\cdot\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} \longrightarrow \nabla\times\vec{B} = \mu_0\cdot[\vec{j} + \vec{j}_d]$

$\hookrightarrow$ dens. de corrente de deslocamento

vácuo $\rightarrow$ $\boxed{\vec{j}_\ell = 0 \quad \rho_\ell = 0}$

$\boxed{I = \int_S \vec{j}\cdot d\vec{a}}$ — área com corrente $\vec{j}$

$\boxed{\vec{j} = \sigma\cdot\vec{E}}$

$\frac{\partial Q}{\partial t} = I_c$

$\hookrightarrow$ correntes livres / corrente atómica das cargas

$\boxed{\nabla\times\vec{E} = 0}$, num caso estático, com $\vec{B}$ constante

$\boxed{\frac{1}{c^2} = \varepsilon_0\cdot\mu_0}$

lei da força de Lorentz: $F = q(\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B})$

Eq. de Maxwell rearranjadas: (homogéneas)

C.E. e C.M. no lado esquerdo

$\nabla\cdot\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$

$\nabla\cdot\vec{B} = 0$

$\nabla\cdot\vec{E} + \frac{\partial\vec{B}}{\partial t} = 0$

$\nabla\times\vec{B} - \mu_0\cdot\varepsilon_0\cdot\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} = \mu_0\cdot\vec{j}$

As eq. de Maxwell mostram como as cargas produzem campos.

A lei da força mostra como os campos afetam as cargas.

Leis de Maxwell com cargas magnéticas:

$\nabla\cdot\vec{E} = \frac{\rho_e}{\varepsilon_0}$ $\quad \nabla\cdot\vec{B} = \mu_0\cdot\rho_m$ $\quad \nabla\times\vec{E} = -\frac{1}{\varepsilon_0}\cdot\vec{j}_m - \frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$

$\nabla\times\vec{B} = \mu_0\cdot\vec{j}_e + \mu_0\cdot\varepsilon_0\cdot\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$

$\boxed{\rho_m}$ $\rightarrow$ densidade de carga magnética

$j_m$ $\rightarrow$ corrente de ...

$\nabla\cdot\vec{j}_m = -\frac{\partial\rho_m}{\partial t}$

$\boxed{\rho_e}$ $\rightarrow$ densidade de carga elétrica

$j_e$ $\rightarrow$ corrente de ...

$\nabla\cdot\vec{j}_e = -\frac{\partial\rho_e}{\partial t}$

Até hoje: $\boxed{\rho_m = 0}$ e $\boxed{\vec{j}_m = 0}$

lei de Gauss:

$$\int_V (\nabla \cdot \vec{E})\, d\vec{v} = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

$$= \int_V \rho \, d\vec{v} \ \boxed{ou} \ \int_S \sigma \, d\vec{a} \ \boxed{ou} \ \int_C \lambda \, d\vec{l}$$

$\rho$ → dens. volúmica; $\sigma$ → dens. superficial; $\lambda$ → dens. linear

lei de Ampère:

C.E. constante → $\int_S (\nabla \times \vec{B}) \cdot d\vec{a} = \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = I_{inc} \cdot \mu_0$

$\boxed{\frac{\partial Q}{\partial t} = I \Rightarrow Q(t) = I \cdot t}$

condensador plano → $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$, onde $\sigma = \frac{Q}{A}$, $\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \frac{\partial Q}{\partial t} \cdot \frac{1}{A} = \frac{I}{A}$ → $A$: área de uma das placas

$V = -\int_O^a \vec{E} \cdot d\vec{l}$ — $a$: onde queremos o potencial; $O$: ref. (mt. vezes $\infty$)

$\leftarrow \nabla^2 V = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} \Rightarrow \vec{E} = -\nabla V$

$\boxed{\int \frac{1}{s}\, ds = \ln(s)}$ $\boxed{\int \frac{1}{s^2}\, ds = -\frac{1}{s}}$

- calcular C.E. → gaussiana (s) ($\nabla \cdot$), amperiana (c) ($\nabla \times$)
- calcular C.M. → amperiana (c) (seção transversal)

cabo coaxial → $\vec{B}$ (entre condutores) $= \hat{\phi}$; $\vec{B}$ (fora) $= \emptyset$

Como $\vec{B}$ fora é $\emptyset$, pela lei de Faraday, $\vec{E}$ (fora) $= \emptyset$

cilindro: $\int d\vec{a} = \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^s r\, dr$ (superfície)

$\boxed{\text{· Podemos ter C.E. sem ter C.M., desde que } \vec{J}_L = \vec{J}_d \text{ (para se anularem na lei de Ampère)}}$

função de Heaviside

$$\Theta(z) = \begin{cases} 0, & z < 0 \\ 1, & z > 0 \end{cases}$$

função escalar

$$\frac{\partial \Theta(z)}{\partial z} = \delta(z) \rightarrow \begin{cases} 0, & z \neq 0 \\ \infty, & z = 0 \end{cases}$$

$$\nabla \times (f \cdot \vec{A}) = f(\nabla \times \vec{A}) - \vec{A} \times (\nabla f)$$
$$\nabla \cdot (f \cdot \vec{A}) = f(\nabla \cdot \vec{A}) + \vec{A} \cdot (\nabla f)$$

$$\nabla \left(\frac{\hat{r}}{r^2}\right) = 4\pi \, \delta(\vec{r}) \qquad \nabla \left(\frac{1}{r}\right) = \frac{\hat{r}}{r^2}$$

- $\mathcal{E} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -L \cdot \frac{\partial I}{\partial t}$

coordenadas esféricas:

$$\nabla \times \vec{A} = \frac{1}{r^2 \operatorname{sen}\phi} \cdot \begin{vmatrix} \hat{r} & r\operatorname{sen}\phi\, \hat{\theta} & \hat{\phi} \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{\partial}{\partial \phi} \\ A_r & r \cdot A_\theta & r \operatorname{sen}\theta \cdot A_\phi \end{vmatrix}$$

---

$\boxed{\text{Matéria}}$ → temos um meio material, que já tem cargas ligáveis, onde injeto cargas livres. Os campos que lá aplico afetam ambas as cargas!

Polarização (cargas) → vai pelo potencial escalar (V)

b → cargas ligáveis

$\sigma_b = \vec{P} \cdot \hat{n}$ → densidade superficial de cargas ligadas

$\rho_b = -\nabla \cdot \vec{P}$ → densidade volúmica de cargas ligadas

Provamos que um meio neutralizado eletricamente pode ser descrito com um meio que é caracterizado por uma distribuição volúmica de cargas e uma certa distribuição superficial de cargas, na superfície que delimita esse mesmo volume.

**Magnetização** (correntes) → vai pelo potencial vetor ($\vec{A}$)

$\vec{j}_b = \nabla \times \vec{M}$ → densidade volúmica de correntes ligadas

$\vec{K}_b = \vec{M} \times \hat{n}$ → densidade superficial de correntes ligadas

**Caso dinâmico**: densidade volúmica do mom. dipolar varia no tempo

$$\vec{P}(t) \Rightarrow \rho_b = -\nabla \cdot \vec{P} \equiv \rho_b(t)$$

[:.] eq. da continuidade: $\dfrac{\partial \rho_b(t)}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{j}_P = 0 \Rightarrow \boxed{\vec{j}_P = \dfrac{\partial \vec{P}}{\partial t}}$

$\vec{j}_P$: densa corrente de polarização

- se o sistema for mt. extenso: → $\vec{\sigma}_b$, → $\vec{K}_b$ } ñ se considera! ↓ ñ afetam

↓ apenas os termos de volume são relevantes!

$$\boxed{\vec{j} = \vec{j}_f + \vec{j}_b + \vec{j}_P = \vec{j}_f + \nabla \times \vec{M} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}}$$

$\vec{j}$: dens. corrente total; $\vec{j}_f$: livres → que controlo; $\vec{j}_b$: ligadas; $\vec{j}_P$: polarização (se a polarização variar no tempo)

$$\boxed{\rho = \rho_f + \rho_b = \rho_f - \nabla \cdot \vec{P}}$$

$\rho$: dens. carga total; $\rho_f$: livres → que controlo; $\rho_b$: ligadas

} meio eletricamente e magneticamente polarizável

- Aplicando estas densidades nas eq. de Maxwell: ↑ apenas as eq. que têm fontes (de Gauss e de Ampère)

(considerando um meio material ∞)

⊙ $\nabla \cdot \vec{E} = \dfrac{\rho_f - \nabla \cdot \vec{P}}{\varepsilon_0} \Rightarrow \nabla \cdot [\underbrace{\varepsilon_0 \cdot \vec{E} + \vec{P}}_{\vec{D}}] = \rho_f \Rightarrow \boxed{\nabla \cdot \vec{D} = \rho_f}$

$\vec{D}$ ↳ campo auxiliar deslocamento elétrico

Definiu-se estes campos aux. pois o meio é isotrópico (propriedades independentes da direção)

⊙ $\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \cdot \left[\vec{j}_f + \nabla \times \vec{M} + \dfrac{\partial \vec{P}}{\partial t}\right] + \mu_0 \cdot \varepsilon_0 \cdot \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

⇓

$\nabla \times [\underbrace{\mu_0^{-1} \cdot \vec{B} - \vec{M}}_{\vec{H}}] = \vec{j}_f + \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t} \Rightarrow \boxed{\nabla \times \vec{H} = \vec{j}_f + \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t}}$

$\vec{H}$ ↓ campo aux. excitação magnética relações constitutivas: dizer como $\vec{D}$ e $\vec{H}$ dependem de $\vec{E}$ e $\vec{B}$ ($\vec{P}$ / $\vec{M}$)

dependem do meio material $\left\{ \begin{array}{l} \vec{D}(\vec{E},\vec{B}) \\ \vec{H}(\vec{E},\vec{B}) \end{array} \right.$

- Para caracterizar completamente um campo, precisamos do seu divergente e do seu rotacional.

- $\nabla \times \vec{D} = \underbrace{\varepsilon_0 (\nabla \times \vec{E})}_{\text{sit. estática} = \emptyset} + \nabla \times \vec{P}$

devido a este fator, apenas quando este é zero é que podemos considerar a analogia entre a lei de Gauss e $\nabla \cdot \vec{D} = \rho_f$

se $\nabla \times \vec{P} \neq 0$, $\nabla \cdot \vec{D}$ ñ chega para caracterizar $\vec{D}$

em todos os ex., antes de usar o $\nabla \cdot \vec{D}$, confirmar se $\nabla \times \vec{D} = \emptyset$ (ou seja, se $\nabla \times \vec{P} = \emptyset$)

- polarização uniforme $\Rightarrow \boxed{\nabla \cdot \vec{P} = \emptyset} \rightarrow \boxed{\rho_b = \emptyset}$
- magnetização uniforme $\Rightarrow \boxed{\nabla \cdot \vec{M} = \emptyset} \wedge \boxed{\nabla \times \vec{M} = \emptyset}$
- Quando o problema tem simetria $\Rightarrow \nabla \times \vec{P} = \emptyset$
  - ↳ esfera; condensador plano; cilindro

## Condições de fronteira numa descontinuidade do meio:

↳ onde $\boxed{\nabla \times \vec{P} = \emptyset}$

$$\boxed{D_1^{\perp} - D_2^{\perp} = \sigma_f}$$

→ comp. D ⊥ à superfície apresenta uma descontinuidade correspondente à densidade superficial de cargas livres

caixa dos remedios → +

$$\boxed{B_1^{\perp} - B_2^{\perp} = \emptyset}$$

$$\boxed{E_1^{\parallel} - E_2^{\parallel} = \emptyset}$$

agrafo → +

$$\boxed{H_1^{\parallel} - H_2^{\parallel} = \vec{K}_f \times \hat{n}}$$

---

## meio neutral e isotrópico (meio simples)

$\chi_e$ → suscetibilidade elétrica do meio
↳ $= (\varepsilon_r - 1)$

$\chi_m$ → suscetibilidade magnética do meio

$$\vec{P} \propto \vec{E} \rightarrow \boxed{\vec{P} = \varepsilon_0 \cdot \chi_e \cdot \vec{E}}$$

$$\vec{M} \propto \vec{H} \rightarrow \boxed{\vec{M} = \chi_m \cdot \vec{H}}$$

constante dielétrica do meio

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \cdot [\vec{E} + \chi_e \cdot \vec{E}] = \overbrace{\varepsilon_0 [1 + \chi_e]}^{\varepsilon} \vec{E} \rightarrow \vec{D} = \varepsilon \cdot \vec{E}$$

funções de resposta

que ñ provocam quebra de simetria

$$\vec{B} = \mu_0 \cdot [\vec{H} + \vec{M}] = \underbrace{\mu_0 \cdot [1 + \chi_m]}_{\mu} \vec{H} \rightarrow \vec{B} = \mu \cdot \vec{H}$$

permeabilidade magnética do meio

- Como falamos de um meio isotrópico, as funções de resposta são apenas números que não mudam mesmo invertendo o tempo e/ou espaço ($\varepsilon$ e $\mu$) $\Rightarrow$ Escalares

Os outros, apesar de serem nº tbm, alteram o resultado final e, por isso, ñ são considerados escalares, mas sim pseudo-escalares.

- Princípio de Newmann

↳ Nenhuma propriedade do meio pode violar a simetria do mesmo (as propriedades do meio têm que respeitar a simetria do meio).

∴ num meio linear e neutral e isotrópico apenas se consideram $\varepsilon$ e $\mu$:

meio simples → $\boxed{\vec{D} = \varepsilon . \vec{E}}$ , $\boxed{\vec{B} = \mu . \vec{H}}$ } $\alpha$, $\beta$ e $\gamma$ ñ existem → pseudo-escalares

## Energia num sistema dielétrico

↳ meio dielétrico infinito, ideal e eletricamente neutro:

↳ condutividade $= \emptyset$
↳ $\sigma_b = \emptyset$
↳ $j_\ell = \emptyset$

→ ñ considero cargas e correntes de superfície

Vou injetar carga dentro desse meio → $\rho_\ell$ → gera um potencial $V$ estático

$$\Delta W = \vec{E} \cdot \Delta \vec{D} \xrightarrow[\text{meio simples}]{} \Delta W = \Delta \underbrace{\left[ \frac{1}{2} . \varepsilon . E^2 \right]}_{u_e} = \Delta \left[ \frac{1}{2} D . \vec{E} \right]$$

$\Delta W$ ↓ variação da densidade volúmica de energia elétrica

$u_e$ ↓ densidade volúmica de energia elétrica

- simetria esférica → meio dielétrico polariza-se radialmente
↓
posso usar a pseudo-lei de Gauss ← $\nabla \times \vec{P} = \emptyset$

$$\Delta W = \int_V \vec{E} . \Delta \vec{D} \, d\vec{v} = \frac{1}{2} . \int \vec{D} . \vec{E} \, d\vec{v} = \text{(meio dielétrico neutral e linear)}$$

$$= \frac{\varepsilon_0}{2} . \int \vec{E}^2 \, d\vec{v}$$

$\Delta W$ ↓ energia do sistema (trabalho necessário para produzir o referido sistema)

- **Dielétrico homogêneo eletricamente neutro**

$$\rho_b = -\nabla \cdot \vec{P}$$

meio simples

$$\vec{D} = \varepsilon \cdot \vec{E}$$

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \cdot \chi_e \cdot \vec{E} = \varepsilon_0 \cdot \chi_e \cdot \frac{\vec{D}}{\varepsilon} = \frac{\cancel{\varepsilon_0} \cdot \chi_e}{\cancel{\varepsilon_0} \cdot \varepsilon_r} \cdot \vec{D}$$

$$\rho_b = -\nabla \cdot \left[ \frac{\chi_e}{\varepsilon_r} \cdot \vec{D} \right] = -\frac{\chi_e}{\varepsilon_r} \cdot (\nabla \cdot \vec{D}) =$$

$$= -\frac{\chi_e}{\varepsilon_r} \cdot \rho_\ell$$

$$= \boxed{\rho_b = -\frac{\chi_e}{1+\chi_e} \cdot \rho_\ell}$$

se $\rho_\ell \to 0 \Rightarrow \rho_b \to 0$

- **Meio material homogêneo e neutral**

$$\vec{j}_b = \nabla \times \vec{M} = \chi_m \cdot \nabla \times \vec{H} = \chi_m \cdot \vec{j}_f$$

Um isolador ( $\vec{j}_f = 0$ ) homogéneo tem apenas correntes superficiais !

—//— (ex) —//—

fio elétrico metálico (flui corrente) e tem uma $\Delta V$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{V}{\ell} \cdot \hat{z}}$$ → direção do fio

coordenadas cilíndricas  cabo → $V = V(r)$

$$\nabla^2 V = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r}\left( r \frac{\partial}{\partial r} V_r \right) + \frac{1}{s^2} \cdot \frac{\partial^2 V_\phi}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 V_z}{\partial z^2}$$

solenoide → $\boxed{\vec{B} = \mu_0 \cdot n \cdot I_s(t) \cdot \hat{z}}$ (dentro) , $\vec{E} = \emptyset$

esfera → $\boxed{\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{R^2} \hat{r}}$

loop de corrente $\Rightarrow$ $\frac{\partial W}{\partial t} = -\varepsilon . I$

energia dispendida por unidade de tempo

meio material neutral $\Rightarrow$ $w = \frac{1}{2} . \varepsilon . E^2 + \frac{1}{2 . \mu} . B^2 = \mu_{em}$

densidade de energia

Teorema de Poynting - Heaviside

$d\vec{l} = \vec{v} . dt$

deslocamento de carga

$$\underline{dw} = \underline{\vec{F}} . d\vec{l} = q . \vec{E} . \vec{v}\, dt$$

trabalho realizado pelas forças de interação pelo elemento de carga

força que atua sobre o elemento de carga

$\vec{F} = [\vec{E} + v \times \vec{B}]\, q$

coord. cilíndricas

$\hat{\phi} \times \hat{z} = \hat{r}$

$\hat{r} \times \hat{\phi} = \hat{z}$

$\hat{z} \times \hat{r} = \hat{\phi}$

distribuição contínua de cargas e correntes

$\hookrightarrow q = \rho . d\vec{v} \qquad \rho . \vec{v} = \vec{j}$

meio linear, neutral e isotrópico :

$$\frac{dw}{dt} = -\frac{\partial}{\partial t} \underbrace{\int_V \frac{1}{2} \left( \varepsilon . E^2 + \frac{1}{\mu} . B^2 \right) d\vec{v}}_{\mu_{em}} - \underbrace{\int_S \frac{1}{\mu} (\vec{E} \times \vec{B}) . \hat{n}\, d\vec{a}}$$

energia transmitida às cargas livres do sistema em dt

trabalho mecânico

$\mu_{em}$

variação da energia eletromagnética em dt

$$\boxed{\vec{S} = \frac{1}{\mu} [\vec{E} \times \vec{B}]}$$

Vetor de Poynting

densidade do fluxo de energia p/ unidade de tempo

Teorema de Poynting - Heaviside (conservação local de energia)

$\hookrightarrow$ O trabalho total realizado p/ tempo sobre cargas livres é = à diminuição de energia armazenada nos campos p/ tempo mais a energia que flui para o sistema através de uma fronteira $\underline{S}$.

Potência (transportada / dissipada) $\boxed{\text{ou}}$ energia / tempo

$\hookrightarrow P = \int_S \vec{S} . d\vec{a}$

$\hookrightarrow$ seção transversal

$$\frac{dW}{dt} = -\frac{dU_{em}}{dt} - \int_S \vec{S} \cdot d\vec{a}$$ → energia p/tempo que passa através da superfície

densidade de corrente de energia

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial t}\left(\mu_{mec.} + \mu_{em}\right) = -\nabla \cdot \vec{S}}$$ → análoga à eq. de continuidade

$\boxed{\text{vácuo}: \mu_{mec} = \emptyset}$

$\mu_{mec.}$: (energia mecânica das cargas) → dens. volúmica mecânica associada às cargas livres

$\mu_{em}$: densidade volúmica de energia eletromagnética (a energia que está acumulada nos campo)

---

## Tensor de Maxwell

$$\vec{f} = [\rho \cdot \vec{E} + (\vec{j} \times \vec{B})]$$ ← densidade volúmica de forças

↓ meio material

$$\vec{f} = \vec{f} = (\nabla \cdot \vec{D})\,\vec{E} + [\nabla \times \vec{H} - \dot{\vec{D}}] \times \vec{B}$$

↓

(...)

↓

considerando um meio neutral e isotrópico:

$$T_{ij} = \varepsilon\left[E_i E_j - \frac{1}{2} \cdot \delta_{ij} \cdot E^2\right] + 1/\mu \cdot \left[B_i B_j - 1/2 \cdot \delta_{ij} \cdot B^2\right]$$

$$\overline{\overline{T}} = \begin{bmatrix} T_{xx} & T_{xy} & T_{xz} \\ T_{yx} & T_{yy} & T_{yz} \\ T_{zx} & T_{zy} & T_{zz} \end{bmatrix} \equiv \text{Tensor de Maxwell}$$

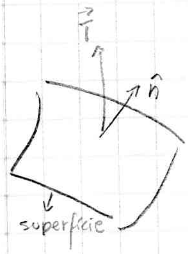
$$\boxed{\vec{f} = \nabla \cdot \overline{\overline{T}} - \varepsilon \cdot \mu \cdot \frac{\partial \vec{S}}{\partial t}}$$ ≡ densidade volúmica da força eletromagnética

$$F = \int_V \vec{f}\, d\vec{v} = \int_V (\nabla \cdot \overline{\overline{T}})\, d\vec{v} - \varepsilon \cdot \mu \cdot \int_V \frac{\partial \vec{S}}{\partial t}\, d\vec{v}$$

Força eletromagnética total!

$$= \int_S \overline{\overline{T}} \cdot \hat{n}\, d\vec{a} - \underbrace{\varepsilon \cdot \mu \cdot \int_V \frac{\partial \vec{S}}{\partial \vec{a}}\, d\vec{v}}_{\text{normalmente } = 0}$$

normalmente $= 0$, pois os campos ñ costumam variar no tempo




$$T_i = \underbrace{\tau_{ij} \cdot n_j}_{}$$

para saber tensão na superfície

- $\overline{\overline{T}}$ → força p/área que atua na superfície $S$

$$f_i^s = T_{ij} \cdot n_j$$

• Não esquecer que:

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \left[ \vec{E} \times \vec{B} \right] = \vec{E} \times \vec{H}$$

dens. do fluxo de energia magnética

num meio + simples possível:

$$\Delta \vec{F} = - \frac{\partial}{\partial t} (\vec{D} \times \vec{B})$$

• $\boxed{\text{Conservação do momento linear}}$

$$\vec{P}_{em} = \mu_0 \cdot \varepsilon_0 \cdot \int_V \vec{S} \, d\vec{v}$$

↳ momento acumulado nos campos

$$\vec{F} = \frac{\partial \vec{P}_{mec}}{\partial t} = - \varepsilon \cdot \mu \cdot \frac{\partial}{\partial t} \int_V \vec{S} \cdot d^3r + \oint \overline{\overline{T}} \cdot d\vec{a}$$

momento mecânico total das partículas

$$\boxed{\vec{P}_{mec} = \int \vec{F} \cdot dt}$$

momento total associado aos campos

momento / tempo que entra através da superfície

$$\boxed{\vec{p}_{em} = \varepsilon_0 \cdot \mu_0 \cdot \vec{S}}$$

→ dens. vol. de momento associado ao campo eletromagnético

ou dens. vol. momento linear

$$\boxed{\frac{\partial p_{mec}}{\partial t} + \frac{\partial p_{em}}{\partial t} = \int_V \nabla \cdot \overline{\overline{T}} \, d\vec{v}}$$

→ conservação local do momento linear

- $\overline{\overline{T}}$ → fluxo de densidade do momento linear

• $\boxed{\text{Conservação do momento angular}}$

$$\boxed{\vec{l}_{em} = \vec{r} \times \vec{p}_{em}} = \varepsilon_0 \cdot \cancel{\mu_0} \cdot \left[ \vec{r} \times \frac{1}{\cancel{\mu_0}} (\vec{E} \times \vec{B}) \right] =$$

densidade volúmica de momento angular

↳ no ex. do solenóide

$$\boxed{\vec{r} = s \cdot \hat{s}}$$

↳ $\vec{L}_{em} = \vec{l}_{em} \times V$

↳ momento angular total armazenado

## momento mecânico

↳ $\vec{M} = \vec{r} \times [Q \cdot \vec{E}]$

carga onde gerou o momento mecânico

## momento angular gerado pela perda de corrente

↳ $\vec{L}_a = \int \vec{M}_{(t)} \, dt$

## momento mecânico da rotação

↳ $L_{mec} = \sum_{a} \vec{L}_a$

↳ superfícies que rodam