

T2 - Análise de Circuitos em Corrente Alternada

André Cruz - a92833; Beatriz Demétrio - a92839; Carlos Ferreira - a92846

9 de março de 2021

1 Valores Teóricos

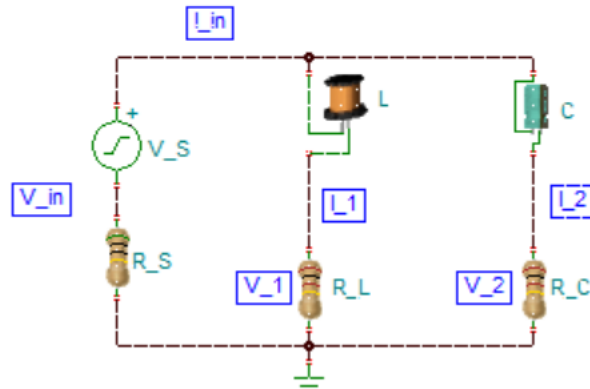


Figure 1: Circuito com os repetitivos valores a calcular

Temos os seguintes valores para os componentes apresentados:

$$\begin{aligned}R_S &= 50 \, \Omega \\R_L &= 100 \, \Omega \\R_C &= 100 \, \Omega \\V_S &= 10 \, V \\L &= 1 \, mH = 1 \times 10^{-3} \, H \\C &= 1 \, \mu F = 1 \times 10^{-6} \, F\end{aligned}$$

1.1 Frequência 2 kHz

1.1.1 Obtenção da Impedância Total

Para o ramo que contém o condensador C e a resistência R_C , a impedância do condensador é igual a:

$$Z_C = \frac{-i}{2\pi fC} = \frac{-i}{2 \times \pi \times 2 \times 10^3 \times 1 \times 10^{-6}} = -79,58i \Omega$$

Como o condensador e a resistência estão em série, então vamos ter que:

$$Z_1 = Z_C + R_C = 100 - 79,58i = 127,80 \angle -38,51^\circ \Omega$$

Para o ramo que contém a bobine L e a resistência R_L , a impedância da bobine é igual a:

$$Z_L = 2\pi fLi = 2 \times \pi \times 2 \times 10^3 \times 1 \times 10^{-3} = 12,57i \Omega$$

Como a bobine e a resistência estão em série, então vamos ter que:

$$Z_2 = Z_L + R_L = 100 + 12,57i = 100,79 \angle 7,16^\circ \Omega$$

Como Z_1 e Z_2 estão em paralelo, vai-se ter que:

$$Z_3 = \frac{Z_1 \times Z_2}{Z_1 + Z_2} = 59,54 - 13,56i = 61,07 \angle -12,83^\circ \Omega$$

Como Z_3 e R_S estão em série, por isso a impedância total do circuito é:

$$Z_T = Z_3 + R_S = 109,54 - 13,56i = 110,38 \angle -7,05^\circ \Omega$$

Logo, a reactância total é igual a $13,56 \Omega$ e a resistência total é igual a $110,38 \Omega$.

1.1.2 Cálculos dos valores pedidos na tabela

Considerando que V_S é o valor eficaz, vamos ter que os valores de V_{in} e de I_{in} são:

- $I_{in} = \frac{V_S}{Z_T} = \frac{10}{109,54 - 13,56i} = 89,91 \times 10^{-3} + 11,13 \times 10^{-3}i = 0,0906 \angle 7,05^\circ A$
- $V_{in} = V_S - V_{R_S} = V_S - I_{in}R_S = 5,50 - 0,56i = 5,53 \angle -5,77^\circ A$

Assumindo que a fase de V_{in} é igual a 0° , então vamos ter que:

- $V_{in} = 5,53 \angle 0^\circ V$
- $I_{in} = 0,0906 \angle 12,82^\circ A$
- $I_1 = \frac{V_{in}}{Z_2} = \frac{5,53 \angle 0^\circ}{100,79 \angle 7,16^\circ} = 0,0544 - 0,00684i = 0,0549 \angle -7,16^\circ A$
- $I_2 = \frac{V_{in}}{Z_1} = \frac{5,53 \angle 0^\circ}{127,80 \angle -38,51^\circ} = 0,0339 + 0,0270i = 0,0433 \angle 38,51^\circ A$
- $V_1 = I_1 \cdot R_L = 100 \times 0,0549 \angle -7,16^\circ = 5,49 \angle -7,16^\circ V$
- $V_2 = I_2 \cdot R_C = 100 \times 0,0433 \angle 38,51^\circ = 4,33 \angle 38,51^\circ V$

1.1.3 Verificação das Leis de Kirchoff

Verificando as leis de Kirchoff das malhas e dos nós, obteve-se o seguinte:

- $I_{in} = I_1 + I_2 \simeq 0,0883 + 0,0202i = 0,0906 \angle 12,82^\circ A \implies$ é o que verificamos anteriormente. Logo, é verdadeira esta afirmação e por isso verifica-se a lei dos nós.
- $-V_{in} + V_L + V_1 = 0 \Leftrightarrow -V_{in} + I_1 \cdot Z_L + V_1 = 0 \Leftrightarrow 0,00015 + 0,00024i = 0 \implies$ como estes valores são muito pequenos e temos que considerar que foram feitos vários arredondamentos e conversões, então poderemos considerar que esta afirmação é verdadeira. Logo, verificamos a lei das malhas.
- $-V_1 - V_L + V_C + V_2 = 0 \Leftrightarrow -V_1 - I_1 \cdot Z_L + I_2 \cdot Z_C + V_2 = 0 \Leftrightarrow -0,0034 - 0,0029i = 0 \implies$ como estes valores são muito pequenos e temos que considerar que foram feitos vários arredondamentos e conversões, então poderemos considerar que esta afirmação é verdadeira. Logo, aqui também verificamos a lei das malhas.

1.1.4 Cálculo das Potências

- Potência Ativa:

$$P = V_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \cos(\theta_V - \theta_I) \Leftrightarrow P = 5,53 \times 0,0906 \times \cos(-12,82^\circ) \Leftrightarrow P = 488,53 \text{ mW}$$

- Potência Reativa

$$Q = V_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \sin(\theta_V - \theta_I) \Leftrightarrow Q = 5,53 \times 0,0906 \times \sin(-12,82^\circ) \Leftrightarrow Q = -111,17 \text{ mVAr} \implies \text{Portanto, podemos dizer que este circuito com uma frequência de 2 kHz é predominantemente capacitivo.}$$

- Potência Aparente

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \Leftrightarrow S = \sqrt{(488,53)^2 + (-111,17)^2} \Leftrightarrow S = 501,02 \text{ mVA}$$

- Fator de Potência

$$pf = \cos(-12,82^\circ) = 0,975$$

1.2 Frequência 20 kHz

1.2.1 Obtenção da Impedância Total

Para o ramo que contém o condensador C e a resistência R_C , a impedância do condensador é igual a:

$$Z_C = \frac{-i}{2\pi f C} = \frac{-i}{2 \times \pi \times 20 \times 10^3 \times 1 \times 10^{-6}} = -7,96i \Omega$$

Como o condensador e a resistência estão em série, então vamos ter que:

$$Z_1 = Z_C + R_C = 100 - 7,96i = 100,32 \angle -4,55^\circ \Omega$$

Para o ramo que contém a bobine L e a resistência R_L , a impedância da bobine é igual a:

$$Z_L = 2\pi fLi = 2 \times \pi \times 20 \times 10^3 \times 1 \times 10^{-3} = 125,66i \Omega$$

Como a bobine e a resistência estão em série, então vamos ter que:

$$Z_2 = Z_L + R_L = 100 + 125,66i = 160,59[51,49^\circ \Omega$$

Como Z_1 e Z_2 estão em paralelo, vai-se ter que:

$$Z_3 = \frac{Z_1 \times Z_2}{Z_1 + Z_2} = 66,58 + 19,67i = 69,42[16,46^\circ \Omega$$

Como Z_3 e R_S estão em série, por isso a impedância total do circuito é:

$$Z_T = Z_3 + R_S = 116,58 + 19,67i = 118,23[9,58^\circ \Omega$$

Logo, a reactância total é igual a $19,67 \Omega$ e a resistência total é igual a $116,58 \Omega$.

1.2.2 Cálculos dos valores pedidos na tabela

Considerando que V_S é o valor eficaz, vamos ter que os valores de V_{in} e de I_{in} são:

- $I_{in} = \frac{V_S}{Z_T} = \frac{10}{116,58+19,67i} = 0,0834 - 0,0141i = 0,0846[9,58^\circ A$
- $V_{in} = V_S - V_{R_S} = V_S - I_{in}R_S = 5,83 + 0,705i = 5,87[6,895^\circ A$

Assumindo que a fase de V_{in} é igual a 0° , então vamos ter que:

- $V_{in} = 5,87[0^\circ V$
- $I_{in} = 0,0846[-16,475^\circ A$
- $I_1 = \frac{V_{in}}{Z_2} = \frac{5,87[0^\circ}{160,59[51,49^\circ} = 0,0228 - 0,0286i = 0,0366[-51,49^\circ A$
- $I_2 = \frac{V_{in}}{Z_1} = \frac{5,87[0^\circ}{100,32[-4,55^\circ} = 0,0583 + 0,00464i = 0,0585[4,55^\circ A$
- $V_1 = I_1 \cdot R_L = 100 \times 0,0366[-51,49^\circ = 3,66[-51,49^\circ V$
- $V_2 = I_2 \cdot R_C = 100 \times 0,0585[4,55^\circ = 5,85[4,55^\circ V$

1.2.3 Verificação das Leis de Kirchoff

Verificando as leis de Kirchoff das malhas e dos nós, obteve-se o seguinte:

- $I_{in} = I_1 + I_2 \Leftrightarrow I_{in} \simeq 0,0811 - 0,02396i \Leftrightarrow I_{in} \simeq 0,0846 \angle -16,46^\circ A \Rightarrow$ é o que verificamos anteriormente. Logo, é verdadeira esta afirmação e por isso verifica-se a lei dos nós.
- $-V_{in} + V_L + V_1 = 0 \Leftrightarrow -V_{in} + I_1 \cdot Z_L + V_1 = 0 \Leftrightarrow 0,00267 + 0,00101i = 0 \Rightarrow$ como estes valores são muito pequenos e temos que considerar que foram feitos vários arredondamentos e conversões, então poderemos considerar que esta afirmação é verdadeira. Logo, verificamos a lei das malhas.
- $-V_1 - V_L + V_C + V_2 = 0 \Leftrightarrow -V_1 - I_1 \cdot Z_L + I_2 \cdot Z_C + V_2 = 0 \Leftrightarrow -0,0043 + 0,00052i = 0 \Rightarrow$ como estes valores são muito pequenos e temos que considerar que foram feitos vários arredondamentos e conversões, então poderemos considerar que esta afirmação é verdadeira. Logo, aqui também verificamos a lei das malhas.

1.2.4 Cálculo das Potências

- Potência Ativa:

$$P = V_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \cos(\theta_V - \theta_I) \Leftrightarrow P = 5,87 \times 0,08458 \times \cos(16,48^\circ) \Leftrightarrow P = 476,09 \text{ mW}$$

- Potência Reativa

$$Q = V_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \sin(\theta_V - \theta_I) \Leftrightarrow Q = 5,87 \times 0,08458 \times \sin(16,48^\circ) \Leftrightarrow Q = 140,84 \text{ mVar} \Rightarrow \text{Portanto, podemos dizer que este circuito com uma frequência de 20 kHz é predominantemente indutivo.}$$

- Potência Aparente

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \Leftrightarrow S = \sqrt{(476,09)^2 + (140,84)^2} \Leftrightarrow S = 496,49 \text{ mVA}$$

- Fator de Potência

$$pf = \cos(16,48^\circ) = 0,959$$

1.3 Cálculo do valor do condensador C_1

Só podemos fazer este cálculo, de forma a que o fator de potência seja unitário (isto é, igual a 1), para circuitos predominantemente indutivos. Daí poderemos fazer só para a frequência de 20k Hz. A corrente que irá passar neste condensador, que irá ser colocado em paralelo com o gerador, terá que ser a componente reativa da corrente eficaz. Por isso, iremos ter que:

$$I_C = I \sin(\theta_V - \theta_I) = 0,08458 \times \sin(16,46^\circ) = 23,97 \text{ mA}$$

Não nos podemos esquecer que esta corrente está avançada 90° em relação à tensão V_{in} , que nós tomamos como referência.

Temos que a impedância desse condensador será igual a:

$$Z_C = X_C = \frac{V_{in}}{I_C} = \frac{5,87}{0,02397} = 244,889 \Omega$$

Portanto, para calcular o valor do condensador que teremos que colocar em paralelo de forma a tornar o fator de potência unitário tem o seguinte valor:

$$C = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{1}{2 \times \pi \times 20 \times 10^3 \times 244,889} = 32,49 nF$$

2 Valores Práticos

2.1 Valores medidos dos fasores das várias grandezas

De forma a obter os valores eficazes dos fasores para posterior comparação com os valores teóricos, e com recurso ao sistema de simulação *Tina-TI* de simulação foram adicionados todos os multímetros necessários, ilustrados na imagem seguinte:

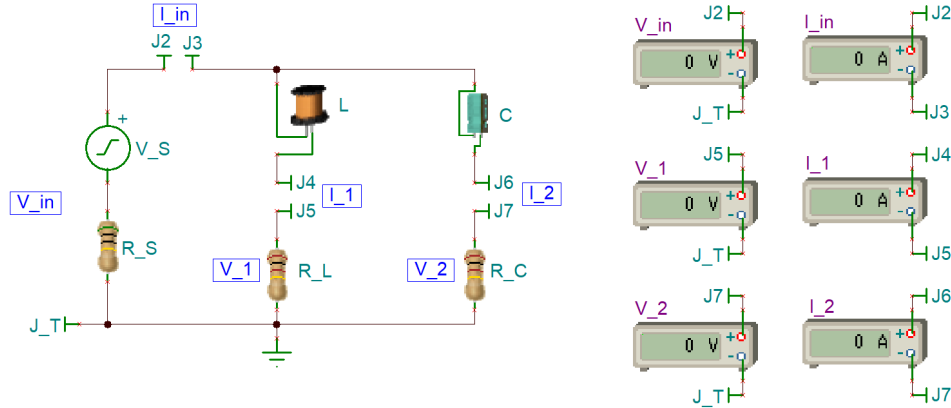


Figure 2: Circuito com respetivos multímetros

Tal como nos valores teóricos, V_{in} apresentou, para $f = 2 kHz$, uma fase de $\approx -5,77^\circ$, tal como apresentado na figura 3 e, para $f = 20 kHz$, uma fase de $\approx 6,88^\circ$, tal como apresentado na figura 4. Para que esta fase fosse 0° , e sabendo que V_{in} corresponde à d.d.p. do conjunto “*fonte de tensão + resistência interna*”, aplicou-se uma fase oposta à apresentada inicialmente em V_{in} de forma a anular esta, tal como apresentado nas figuras 5 e 6.

Considerou-se $V_S = 10\text{ V}$ um valor eficaz, pelo que se procedeu à sua conversão para posterior indicação da amplitude nas configurações da fonte de tensão.

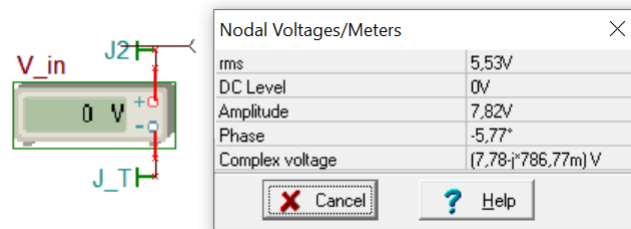


Figure 3: Análise AC de V_{in} , para $f = 2\text{ kHz}$

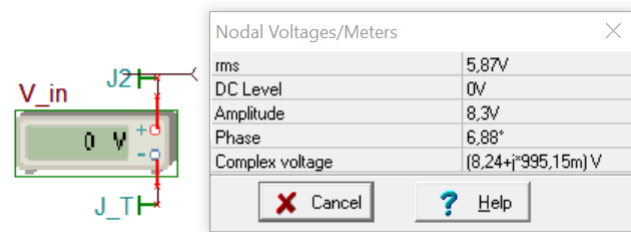


Figure 4: Análise AC de V_{in} , para $f = 20\text{ kHz}$

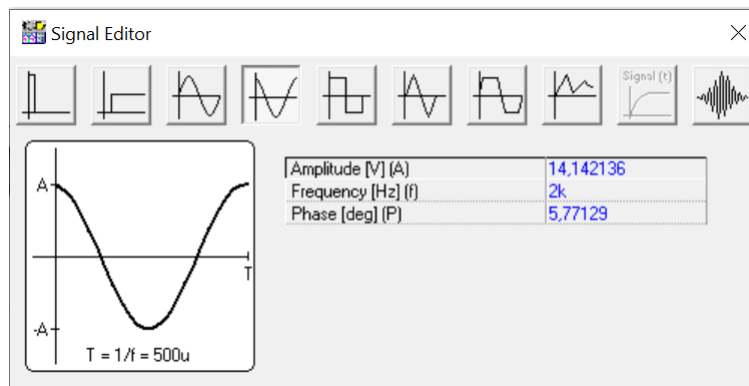


Figure 5: Características AC da fonte de tensão para $f = 2\text{ kHz}$

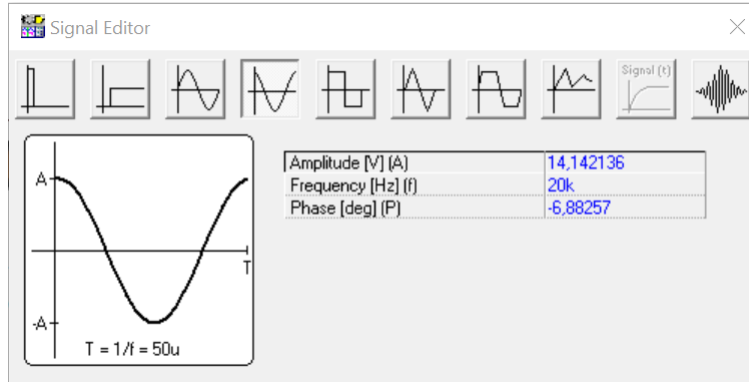


Figure 6: Características AC da fonte de tensão para $f = 20\text{ kHz}$

Foram recolhidos os seguintes valores:

| Frequência (kHz) | Fasor | | |
|--------------------------------|----------|---------|-------------------|
| | | $ RMS $ | Fase ($^\circ$) |
| 2 | V_{in} | 5,53V | 0 |
| | V_1 | 5,49V | -7,16 |
| | V_2 | 4,33V | 38,51 |
| | I_{in} | 90,6mA | 12,83 |
| | I_1 | 54,89mA | -7,16 |
| | I_2 | 43,29mA | 38,51 |
| 20 | V_{in} | 5,87V | 0 |
| | V_1 | 3,66V | -51,49 |
| | V_2 | 5,85V | 4,55 |
| | I_{in} | 84,58mA | -16,46 |
| | I_1 | 36,56mA | -51,49 |
| | I_2 | 58,54mA | 4,55 |

Table 1: Valores práticos dos fasores, obtidos com recurso ao *TINA-TI*

Comprova-se que os valores obtidos se aproximam dos calculados.

2.2 Impedância, reatância e resistência totais do circuito

Para obtenção dos valores da impedância, reatância e resistência totais do circuito, substituiu-se a fonte de tensão por um Ohmímetro o qual, após indicada a frequência desejada, apresenta os valores pretendidos quando analisado em AC. As figuras 7 e 8 indicam os valores obtidos para $f = 2\text{ kHz}$ e $f = 20\text{ kHz}$, respetivamente:

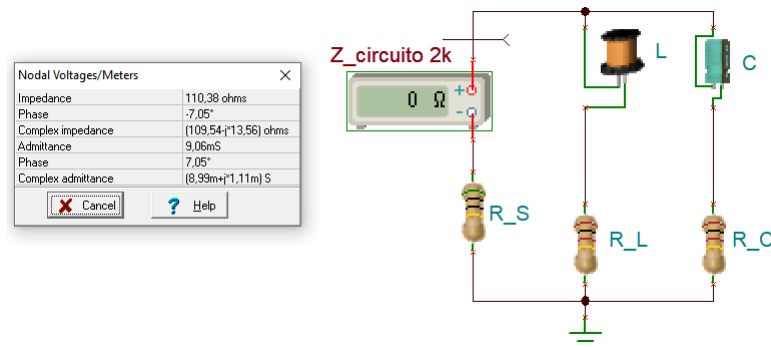


Figure 7: Valores da impedância, reatância e resistência totais do circuito para $f = 2 \text{ kHz}$

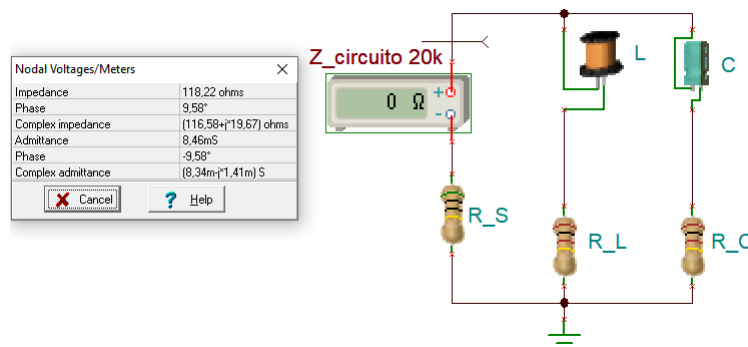


Figure 8: Valores da impedância, reatância e resistência totais do circuito para $f = 20 \text{ kHz}$

Comprova-se que os valores obtidos são idênticos aos calculados previamente.

2.3 Verificação das Leis de Kirchoff

Sendo que os valores necessários para a verificação das Leis de Kirchoff são bastante próximos dos calculados teoricamente, conclui-se que as leis permanecem válidas para os recolhidos através do *TINA-TI*, pelo que não se considerou necessário repetir os cálculos.

2.4 Cálculo das Potências

A potência ativa, reativa e o fator de potência do circuito para as duas frequências foram obtidos com recurso ao medidor de potências virtual do *TINA-TI*. A montagem do circuito segue-se na figura 9.

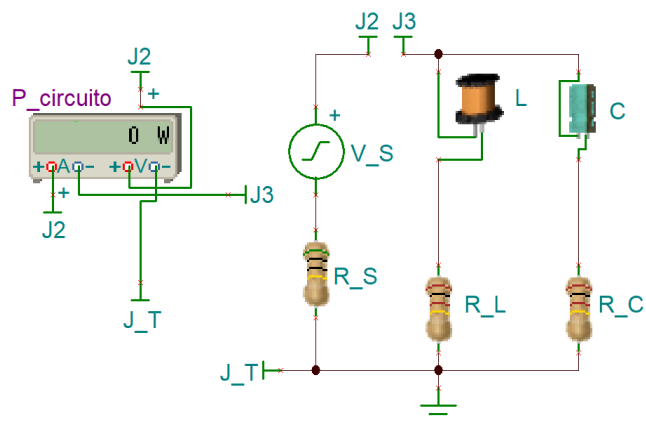


Figure 9: Circuito com medidor de potências

Foram obtidos os seguintes valores:

| Frequência (kHz) | | |
|---------------------|------|------------|
| | | |
| 2 | pf | 975m |
| | P | 488,72mW |
| | Q | -111,27mVA |
| | S | 501,23mVA |
| 20 | pf | 959m |
| | P | 476,33mW |
| | Q | 140,73mVA |
| | S | 496,68mVA |

Table 2: Valores das potências, obtidos com recurso ao *TINA-TI*

Comparando os valores obtidos com os calculados, conclui-se que estes são aproximadamente semelhantes.

2.5 Cálculo do valor do condensador C_1

Tal como descrito na parte teórica, a adição do condensador em paralelo com o gerador para que o fator de potência seja unitário ($= 1$) só é possível em circuitos predominantemente indutivos (onde $Q < 0 \text{ VAr}$). Novamente se conclui, analisando os valores da tabela **2**, que esta correção do pf apenas é possível para o circuito com $f = 20 \text{ kHz}$. Teoricamente obteve-se que o condensador pretendido terá como valor $C_1 = 32,49 \text{ nF}$. Através do simulador, confirmou-se a veracidade do valor do condensador calculado, representado na figura **10** onde $pf = 1$ e a fase do circuito é $\approx 0^\circ$.

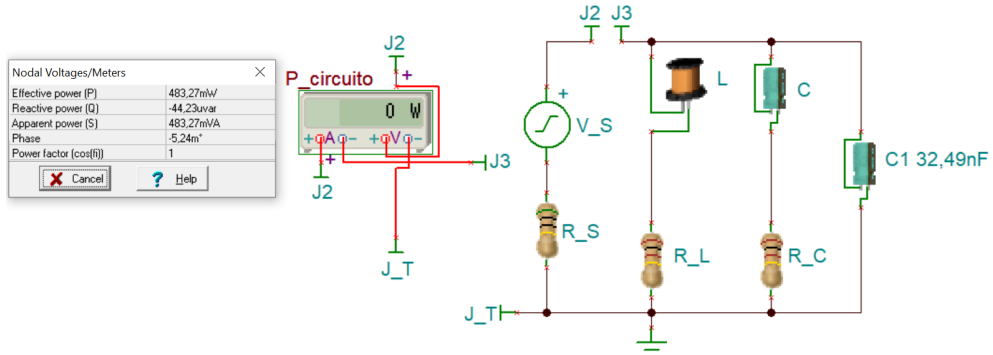


Figure 10: Circuito com a adição do C_1 para $f = 20 \text{ kHz}$