TP 3 (cont. dos problemas de TP2 : sistema isolado)

$s = 1/2$

14. Considere N spins independentes [distinguíveis porque localizados nos nodos de uma rede], ou momentos magnéticos independentes $\mu = g\mu_B S$, em interacção com um campo magnético exterior B (uniforme). Admita que o sistema de spins está isolado do exterior (o campo B é constante).

 a) Enumere o número de micro-estados compatível com os parametros macroscópicos N, B, E. $[\Omega(E,N,B)]$

 b) Considere $S = k \ln \Omega$ (onde k é a constante de Boltzmann que tem as dimensões de uma entropia termodinâmica). Usando a definição de temperatura $\frac{1}{T} = \left(\frac{\partial S}{\partial E}\right)_{B,N}$ e a aproximação de Stirling ($\ln N! \sim N \ln N - N$), obtenha $T(m, B)$

 c) Obtenha a energia médio por spin

 d) Calcule as probabilidades de um dado spin estar alinhado com o campo (i.e. paralelo ao campo) e estar alinhado antiparalelamente ao campo.

15. Considere uma partícula clássica confinada a uma caixa 1D de comprimento L

 a) Obtenha o número de estados com energia compreendida entre $[0, E[$. $(\Omega(E))$

15 b) Obtenha a densidade de estados $g(E)$ correspondente, i.e., o número de estados com energia entre E e $E+dE$.

16. a) Repita o problema anterior admitindo agora que a partícula é quântica.

b) Um electrão está confinado numa caixa de comprimento L e tem uma energia de $144 \frac{h^2}{8mL^2}$. Qual o número de microestados $\Omega(E)$?

17. Obtenha $\Omega(E)$ e $g(E)$ para um oscilador harmónico 1D

a) clássico.

b) Quântico.

18. a) Obtenha $\Omega(E)$ e $g(E)$ para quântico numa caixa 3D cúbica.

b) Estime o número de microestados acessíveis a uma molécula de N_2 numa caixa de 1 litro

c) Use o resultado da alínea (a) para estimar $\Omega(E)$ para um gás de N partículas independentes numa caixa de volume V

d) Uma contagem mais precisa do que aquela que fez em (c) conduz a:

$$\Omega(E,N,V) = \frac{1}{N!}\left(\frac{V}{h^3}\right)^N \frac{(2\pi m E)^{\frac{3N}{2}}}{(3N/2)!}$$

Use esta expressão para obter a entropia de um gás (semi-clássico) isolado num volume V.

e) Usando o resultado da alínea anterior obtenha a equação de estado para o exemplo de um gás perfeito.