

$$g(\nu) = \sigma(\nu) [\bar{N}_2 - \bar{N}_1] \quad ; \quad g_0(\nu) = \sigma(\nu) \left[\frac{P}{P + I_{\nu}^{sat}} \right] N_T \Rightarrow I_{\nu}^{sat} = h\nu \frac{P + I_{21}}{\sigma(\nu)}$$

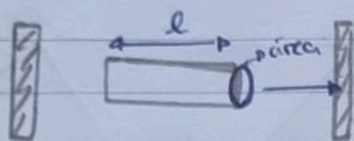
→ Então, a intensidade máxima que é transmitida na cavidade é:

$$I_{out}^{opt} = I_{\nu}^{sat} g_0(\nu) l = h\nu \frac{P + I_{21}}{\sigma(\nu)} \cdot \sigma(\nu) \frac{P}{P + I_{21}} N_T l$$

$$I_{out}^{opt} = h\nu P N_T l$$

$$P_{out}^{opt} = h\nu_L \underbrace{P N_T (l \text{ área})}_{N = \text{de átomos colocados no estado superior/segundo } V_g}$$

→ Este sistema é então + eficiente do que o de 3 níveis



$$N + V_g = n_T$$

$$V_g = l \cdot \text{área}$$

Eficiência Quântica

→ A conservação eficiente de potência do limite superior é dada por:

$$\text{Eficiência Quântica} = \frac{h\nu_L}{h\nu_{30}} \rightarrow \begin{matrix} \text{energia de transição laser} \\ \text{energia de excitação} \end{matrix}$$

→ Norma situação ideal, cada fóton absorvido da fonte resulta na emissão dum fóton laser. Mas como a transição de $0 \rightarrow 3$ é mais energética, então

$$\frac{h\nu_L}{h\nu_{30}} \leq 1$$

Sondas Estacionárias: spatial hole burning

→ A fórmula geral do ganho é:

$$g(\nu) = \frac{g_0(\nu)}{1 + 4(I_{\nu} + I_{\nu}^{sat}) \sin^2 kz}$$

Agora consideramos que $\sin^2 kz = \frac{1}{2}$, isto é, ignorando

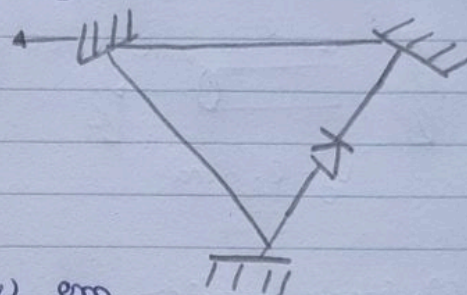
mos a dependência espacial da fórmula. Agora vamos considerar o efeito do spatial hole burning.

→ O que acontece é que como há sobreposição de ondas, nos modos o ganho não é aproveitado. Isto é, ~~pod~~ há interferência destrutiva. Pelo que a intensidade de saída diminui.

Nota Como contornar isto

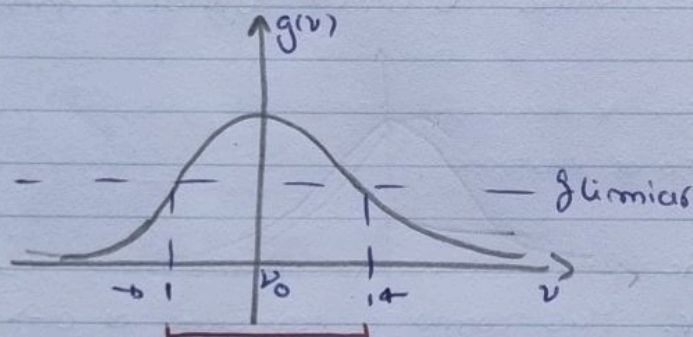
↳ Num gás, p.e. HeNe, com um tempo de vida no estado superior da transição laser os átomos podem deslocar-se e avaliar/melhorar(?) o efeito de spatial hole burning.

↳ Usar uma cavidade na forma de anel com um diodo ótico.



Frequências que podem oscilar

→ Se traçarmos um gráfico de $g(\nu)$ em função de ν obtém-se:



Ganho das frequências com ganho $> g_{limiar}$

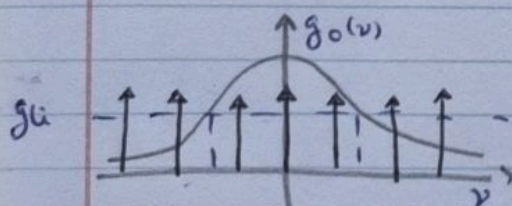
$$g(\nu) = \sigma(\nu) [\bar{N}_2 - \bar{N}_1]$$

$$g_{limiar} = -\frac{1}{2L} \ln(r_1 r_2)$$

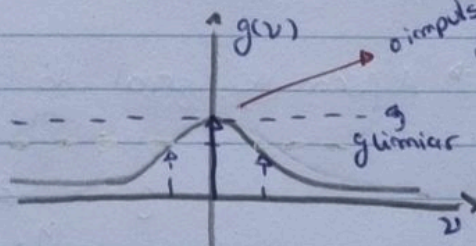
Modos

$$\nu_m = m \frac{c}{2L}$$

→ Num transição homogênea: (~~se saturar~~) o ganho vai saturar até que seja igual as perdas (ganho limiar = g). O modo mais forte, isto é, ^{com ganho} mais elevado ganho / sobrevive.



g_0



$$g(\nu) = \frac{g_0(\nu)}{1 + \frac{I_{cav}}{I_{sat}}}$$

$$1 + \frac{I_{cav}}{I_{sat}}$$

Por vezes pode sobreviver + do que o modo central

o impulso devia = g_{limiar}
não se desvanecer

menor que a largura de Doppler: $\delta\nu_D \gg \delta\nu_0 \sqrt{1 + I_\nu / I_\nu^{\text{sat}}}$. Após alguns cálculos obtém-se que:

$$g(\nu) = \frac{g_0(\nu)}{\sqrt{1 + I_\nu / I_\nu^{\text{sat}}}}$$

ou seja, é mais difícil saturar uma transição não homogênea.

→ No estado estacionário:

$$g_{\text{límiar}} = \frac{g_0(\nu)}{\sqrt{1 + I_\nu^{\text{cav}} / I_\nu^{\text{sat}}}}$$

$$\left(\frac{g_0(\nu)}{g_{\text{límiar}}} \right)^2 = \left(\sqrt{1 + \frac{I_\nu^{\text{cav}}}{I_\nu^{\text{sat}}}} \right)^2$$

→ E a intensidade de saída da cavidade sem spatial hole burning é:

e com:

$$I_\nu = I_\nu^{\text{sat}} \left[\left(\frac{g_0(\nu)}{g_{\text{límiar}}} \right)^2 - 1 \right]$$

$$I_\nu = I_\nu^{\text{sat}} \frac{t}{2} \left[\left(\frac{g_0(\nu)}{g_{\text{límiar}}} \right)^2 - 1 \right]$$

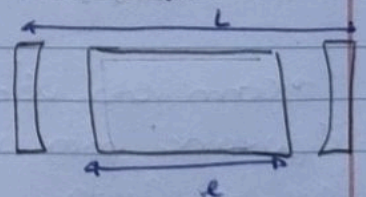
→ No geral, o perfil de ganho é dado pelo meio homogêneo e não homogêneo. Contudo, pressupõe-se o meio da transição através do meio dominante.

5.9. Frequency Pulling

→ Até agora não tivemos em conta o efeito do índice de refração do meio na oscilação do laser. Mas, na realidade, o índice de refração determina de certa forma a frequência de oscilação do laser.

→ Num cavidade vazia a frequência de oscilação é dada por: $\nu = \frac{m c}{2L} \equiv \nu_m$ (neste caso, o ganho e o índice de refração do meio não são tidos em conta)

→ se tivermos em conta o índice de refração, a fase adquirida por um modo longitudinal depois de uma volta completa:



$$\underbrace{\frac{2\pi\nu}{c} \cdot 2(L-l)}_{\text{sem meio}} + \underbrace{\frac{2\pi n(\nu)\nu}{c} \cdot 2l}_{\text{com meio}} = m 2\pi$$

→ E então:

$$\nu = \frac{1}{2} \frac{mc}{(L-l) + m(\nu)l}$$

→ Assim a frequência de oscilação do laser ν será \neq de ν_{em} se $m(\nu) \neq 1$.

$$\nu_{\text{em}} - \nu = \frac{l}{L} (m(\nu) - 1) \nu \quad (*)$$

→ Para determinar $m(\nu)$, vamos considerar uma transição com perfil Lorentziano, alargamento homogêneo, onde

$$a(\nu) = \frac{\lambda^2 A_{21} (N_1 - N_2)}{8\pi} \frac{(1/\pi) \delta\nu_0}{(\nu_0 - \nu)^2 + \delta\nu_0^2}$$

→ Com a propagação de uma onda plana, obtém-se que

$$\begin{aligned} m(\nu) &= 1 + \frac{\lambda}{4\pi} \frac{(\nu_0 - \nu)}{\delta\nu_0} a \quad [\text{Homogêneo}] \\ &= 1 - \frac{\lambda}{4\pi} \frac{(\nu_0 - \nu)}{\delta\nu_0} g \quad [\text{Não homogêneo}] \end{aligned}$$

→ No estado estacionário, o ganho no modo de oscilação satura quando $g = g_{\text{límiar}}$:

$$m(\nu) = 1 - \frac{\lambda}{4\pi} \frac{(\nu_0 - \nu)}{\delta\nu_0} g_{\text{límiar}}$$

(*)

$$\frac{l}{L} \left[- \frac{\lambda_0}{4\pi} \frac{(\nu_0 - \nu)}{\delta\nu_0} g_{\text{límiar}} \right] \nu = \nu_{\text{em}} - \nu$$

$$\delta\nu_{\text{cav}} (\nu - \nu_0) = \delta\nu_0 (\nu_{\text{em}} - \nu)$$

→ se $\delta\nu_{\text{cav}} = \frac{1}{4\pi \tau_{\text{cav}}} = \frac{c}{4\pi L} g_{\text{límiar}}$

→ Com isto vê-se que a frequência de radiação do laser é puxada para o centro do perfil de ganho, no sentido em que se afasta da frequência da cavidade vazia

Vai para $\rightarrow \nu_0$

Afasta-se de ν_{em} .

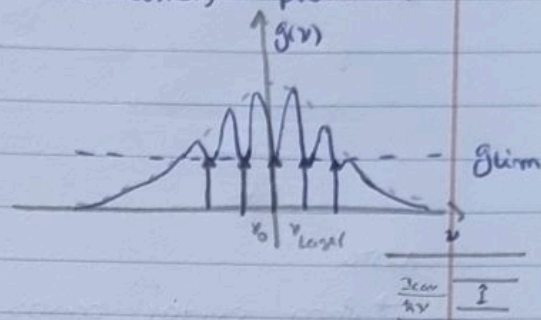
→ A grandeza deste deslocamento

depende da razão $\frac{\delta\nu_{\text{cav}}}{\delta\nu_0}$. Tipicamente $\delta\nu_{\text{cav}} \ll \delta\nu_0$

→ Nas transições não homogêneas, os átomos ativos têm diferentes frequências de transições centrais, ν_0 , devido às diferentes velocidades e ao efeito de Doppler. Assim a saturação acontece apenas nas classes dos átomos com uma frequência de transição próxima dos modos da cavidade.

↳ Aqui vários modos podem oscilar.

$$\nu' = \nu_0 \left(1 + \frac{v_z}{c} \right) \Rightarrow v_z = \frac{\nu - \nu_0}{\nu_0} c$$



Saturação na curva de Doppler

18/11/2022

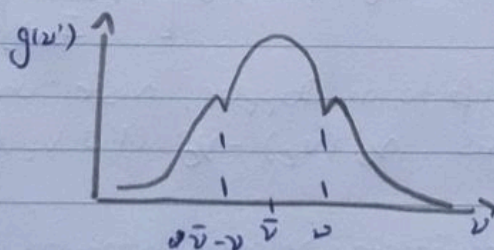
→ Uma onda a viajar para a direita (\rightarrow) vai saturar átomos com a componente da velocidade em z :

$$\frac{v_z}{c} = \frac{\nu - \bar{\nu}}{\bar{\nu}} \quad \nu_m = \nu_0 \left(1 + \frac{v_z}{c} \right)$$

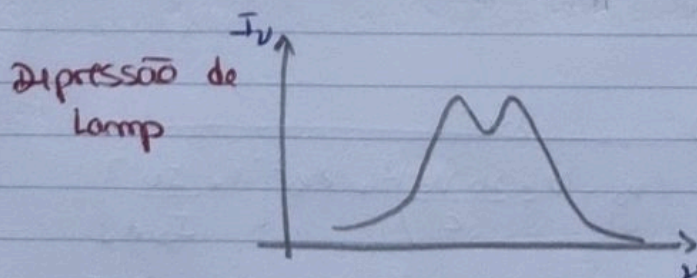
→ O mesmo se verifica para uma onda a propagar-se para a esquerda:

$$\frac{v_z}{c} = - \frac{\nu - \bar{\nu}}{\bar{\nu}} \quad \nu_m = \nu_0 \left(1 - \frac{v_z}{c} \right)$$

→ Assim um campo a propagar-se na cavidade vai gerar dois buracos espectrais, devido a I^- e I^+ . Estes são colocados simetricamente à volta da frequência central da transição.



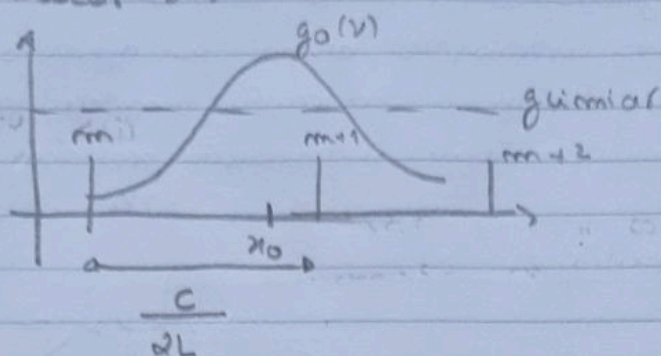
→ Esta depressão chama-se Depressão de Lamb, e acontece quando o modo da cavidade é ressonante com a transição, os dois sobrepõem-se (interagem com os mesmos átomos).



→ O resultado é uma depressão na potência do laser.

→ Isto acontece se mexermos num dos espelhos, os modos vão

deslocar-se.



Ao variar L vamos variar a distância entre os picos e consequentemente variar a posição dos dips. Lamp dip aproxima-se os modos!

Nota

→ Para evitar baixos comprimentos de onda (laser + pequenos), os modos afastam-se e vai ficando cada vez menos modos dentro da curva.

5.7. Saturação com Alargamento não homogêneo

→ No caso do meio não homogêneo, a teoria de oscilação do laser torna-se mais complicada, porque é muito mais difícil de justificar o pressuposto de que temos um único modo de oscilação.

→ Os átomos com frequência central ν_0 têm um ganho que se satura de acordo com a expressão (Lorentziana com saturação):

$$g^H(\nu) = g_0^H(\nu_0) \frac{\delta\nu_0^2}{(\nu_0 - \nu)^2 + \delta\nu_0^2 \left[1 + \frac{I\nu}{I_{sat}} \right]}$$

mas agora, devido ao efeito de Doppler, existe uma distribuição de frequências centrais $\nu_0'(\nu_z) = \nu_0 (1 \pm \nu_z/c)$

→ Assim o ganho na frequência ν para átomos com uma velocidade ν_z é:

$$g(\nu, \nu_z) = g_0^H(\nu_0) \frac{\delta\nu_0^2}{\left(\nu_0 - \nu + \frac{\nu_0 \nu_z}{c} \right)^2 + \delta\nu_0^2 \left[1 + \frac{I\nu}{I_{sat}} \right]}$$

→ Para determinar o ganho na ν , temos de integrar esta expressão sobre a distribuição de Maxwell-Boltzmann das velocidades. Para isso, assume-se que a largura Lorentziana é muito

→ Tempo eliminação adiabática de N_3 (decaimento muito rápido logo $N_3 \approx 0$), no estado estacionário sem os efeitos de absorção e emissão estimulada ($\sigma \Phi = 0$) tem-se que:

$$\bar{N}_2 - \bar{N}_1 = \frac{P - \bar{T}_{21}}{P + \bar{T}_{21}} N_T$$

E com:

$$\bar{N}_2 - \bar{N}_1 = \frac{(P - \bar{T}_{21}) N_T}{P + \bar{T}_{21} + 2\sigma \Phi_v} \quad \begin{matrix} P \rightarrow P + \sigma \Phi_v \\ \bar{T}_{21} \rightarrow \bar{T}_{21} + \sigma \Phi_v \end{matrix}$$

↳ N° de fótons na cavidade é constante. \Rightarrow Emissão Estimulada \approx saídas
ou seja Taxa de crescimento = taxa de decaimento

→ Assumido que as degenerescências são iguais ($g_1 = g_2$):

$$g(\nu) = \frac{\sigma(\nu) (P - \bar{T}_{21}) N_T}{P + \bar{T}_{21} + 2\sigma(\nu) \Phi_v} = \frac{g_0(\nu)}{1 + \Phi_v / \Phi_v^{sat}} = \frac{g_0(\nu)}{1 + I_\nu / I_\nu^{sat}}$$

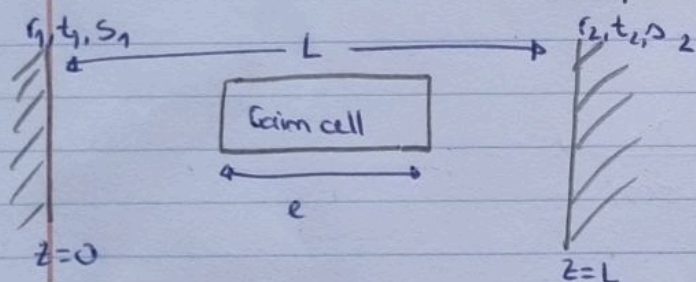
$$g_0(\nu) = \frac{\sigma(\nu) (P - \bar{T}_{21}) N_T}{P + \bar{T}_{21}}$$

$$\Phi_v^{sat} = \frac{P + \bar{T}_{21}}{2\sigma(\nu)}$$

$$I_\nu^{sat} = h\nu \Phi_v^{sat}$$

Ganho para pg sinais

Fluxo de sat
quando $\Phi = \Phi^{sat}$
 $g = g_0/2$



→ sabe-se que no estado estacionário:

$$0 = \frac{dI_\nu}{dt} = \frac{\epsilon \ell}{L} g(\nu) I_\nu - \frac{\epsilon}{2L} (1 - r_1 r_2) I_\nu$$

$$g(\nu) = \frac{1}{2L} (1 - r_1 r_2)$$

→ No limiar, ou seja, no estado estacionário tem-se que:

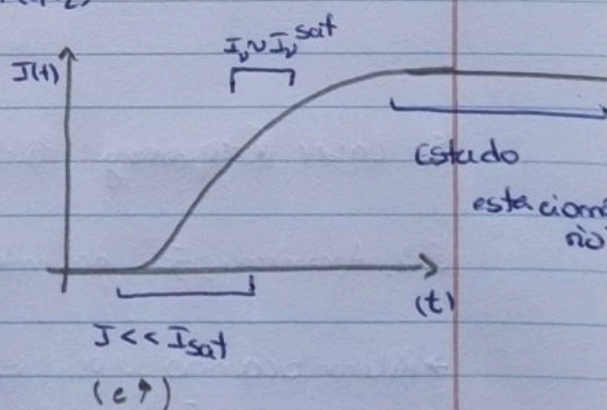
$$r_1 r_2 e^{g_{limiar} \cdot 2L} = 1 \Rightarrow g_{limiar} = -\frac{1}{2L} \ln(r_1 r_2)$$

→ Um fóton que seja emitido ao longo do eixo do laser vai encontrar um ganho. A intensidade de radiação vai aumentar exponencialmente

→ Quando $I_\nu \sim I_\nu^{sat}$, o ganho começa a saturar e a ampliação diminui.

$$g(\nu) = \frac{g_0(\nu)}{1 + I_\nu / I_\nu^{sat}}$$

→ Quando $g(\nu) = g_{limiar}$, as perdas são iguais ao ganho logo o estado de equilíbrio é atingido e I_ν fica estável.



→ se desprezarmos a taxa de emissão espontânea, no limite estacionário: $g = g_{\text{limiar}}$

$$\frac{dg_v}{dt} = 0 \Rightarrow -(1 - r_1 r_2 e^{2g_{\text{limiar}} L}) = 0$$

$$r_1 r_2 e^{2g_{\text{limiar}} L} = 1$$

$$\Rightarrow \tau_{\text{Laser}} \rightarrow \infty$$

→ E como $2\delta\nu_{\text{Laser}} = \frac{1}{2\pi \tau_{\text{Laser}}} \rightarrow 0$

→ Como já referimos na prática, a contribuição da emissão espontânea, faz com que o ganho sature ligeiramente acima do valor do ganho limiar e que a largura seja finita, mas pequena.

$$\frac{1}{\tau_{\text{Laser}}} = c \frac{1 - r_1 r_2 e^{2g L}}{2Lm} ; \quad 2\delta\nu_L = \frac{1}{2\pi \tau_L} \approx c \frac{1 - r_1 r_2 e^{2g L}}{2\pi (2Lm)}$$

Largura inteira a meia altura

→ Para calcular o ganho limiar, considere que no estado estacionário:

$$\frac{d\bar{q}_v}{dt} = 0 \Rightarrow c \frac{1 - r_1 r_2 e^{2g L}}{2Lm} \bar{q}_v = c \sigma(\nu) \bar{N}_2$$

→ Então: $2\delta\nu_L \approx c \frac{\sigma(\nu) \bar{N}_2}{2\pi \bar{q}_v}$

• Emissão Espontânea

→ Assumindo que $r_i \approx 1$ e as perdas internas são desprezáveis, a potência que sai do laser é:

$$P_L \approx \frac{\bar{q}_v h\nu}{\tau_{\text{cav}}} \approx \bar{q}_v h\nu c g_{\text{limiar}}$$

Como $g(\nu) = \sigma(\nu) (N_2 - N_1)$, no estado estacionário: $g(\nu_L) \rightarrow g_{\text{limiar}}$

$$\bar{N}_2 - N_1 \approx \Delta N_{\text{limiar}}$$

$$\sigma(\nu_L) \rightarrow \frac{g_{\text{limiar}}}{\Delta N_{\text{limiar}}}$$

$$2\delta\nu_L \approx c \frac{g_{\text{limiar}}}{\Delta N_{\text{limiar}}} \left[\frac{P_L}{h\nu c g_{\text{limiar}}} \right] \bar{N}_2 \approx$$

Limite de Schawlow-Townes

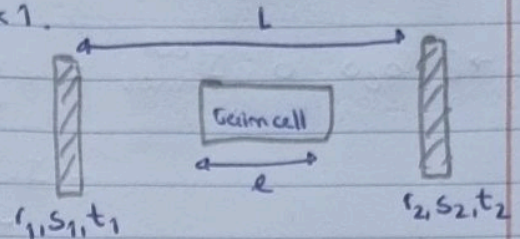
$$h\nu \frac{\bar{N}_2}{\Delta N_{\text{limiar}}} \frac{(c g_{\text{limiar}})^2}{2\pi P_L}$$

→ Então no estado estacionário tem-se que $I_v = I_v^{\text{sat}} \left(\frac{g_0(vL)}{g_{\text{límiar}}} - 1 \right)$

→ A aproximação da intensidade uniforme diz-nos que a intensidade na cavidade é $I_v = I_v^+ + I_v^-$. Se a refletividade dos espelhos for alta $r_1 \approx r_2 \approx 1$ e $t_1, t_2 \ll 1$.

→ Como a intensidade do feixe ao propagar-se na cavidade é constante ou quase constante, então:

$$I_v^- \approx I_v^+ \Rightarrow I_v^+ \approx 2 I_v^+$$

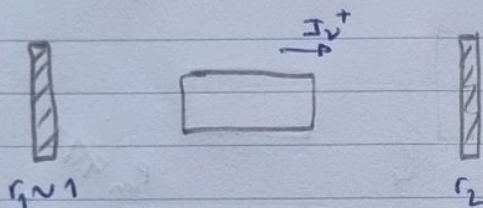


Exemplo

↳ Se $r_1 = 0,99$, $r_2 = 0,95$, $g_{\text{límiar}} = 6g_0$ e $I_v^{\text{sat}} = 10 \text{ mW/cm}^2$
 $I_v^+ = 5 I_v^{\text{sat}}$

S.3. Intensidade de saída máxima

↳ calcular o t_{maximum} , isto é, o que maximiza a intensidade de saída.



$$I_v^{\text{out}} = t_2 I_v^+ = \frac{1}{2} t_2 I_v^{\text{cav}} \\ \approx \frac{1}{2} t_2 I_v^{\text{sat}} \left(\frac{g_0}{g_{\text{límiar}}} - 1 \right)$$

→ Como $1 = r_1 + s_1 + t_1 = r_2 + s_2 + t_2$ então:

$$r_2 r_1 = (1 - s_1 - t_1)(1 - s_2 - t_2) \stackrel{??}{=} 1 - (s_1 + s_2 + t_1) - t_2$$

$s \rightarrow$ quaisquer perdas internas

$$g_{\text{límiar}} = -\frac{1}{2l} \ln(r_1 r_2) = -\frac{1}{2l} \ln(1 - s - t_2) \\ = \frac{s + t_2}{2l}$$

Nata:

$$\ln(1 - \epsilon) = -\epsilon$$

$$I_v^{\text{out}} = \frac{1}{2} t_2 I_v^{\text{sat}} \left(\frac{g_0}{g_{\text{límiar}}} - 1 \right) = \frac{1}{2} t_2 I_v^{\text{sat}} \left[\frac{2lg_0}{s + t_2} - 1 \right]$$

Derivando em ordem a t_2 sabe-se que é nulo, logo:

$$\frac{\partial I_v^{\text{out}}}{\partial t_2} = \frac{1}{2} I_v^{\text{sat}} \left[\left(\frac{2lg_0}{s + t_2} - 1 \right) - \frac{t_2 2lg_0}{(s + t_2)^2} \right] = 0$$

→ Alargamento homogêneo: $\nu \sim \nu_m + \frac{\delta\nu_{cav}}{\delta\nu_0} (\nu_0 - \nu_m)$
 1 modo a oscilar coerentemente

→ Alargamento de Doppler: $\nu \sim \nu_m + \sqrt{\frac{4 \ln 2}{\pi}} \frac{\delta\nu_{cav}}{\delta\nu_{Dop}} (\nu_0 - \nu_m)$
 em geral há pelo menos 2 modos a oscilar

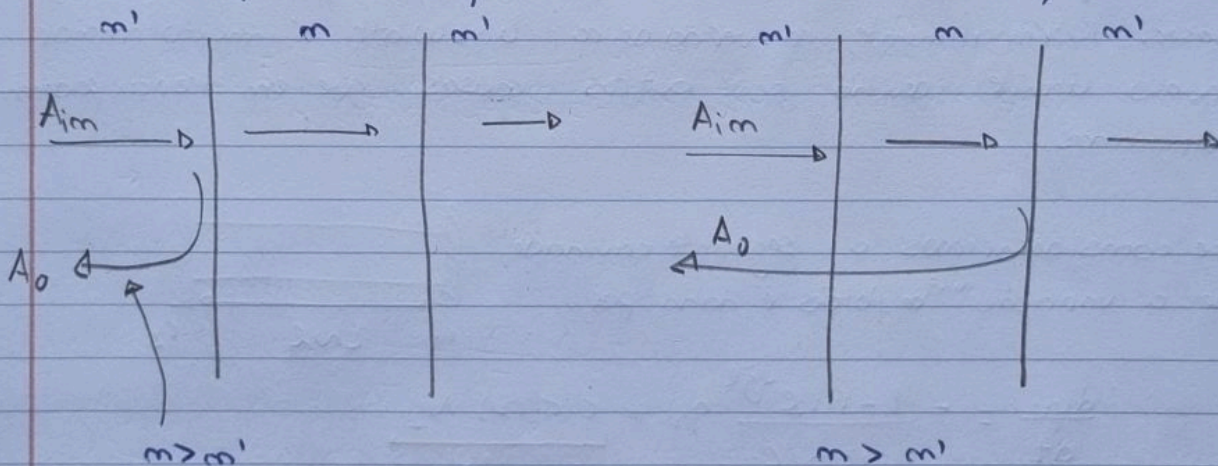
5.10 Modo único no laser com alargamento não homogêneo

→ Todas estas discussões anteriores assumiu-se que existia apenas um único modo de oscilação longitudinal.

→ Para os meios homogêneos, caso se ignore o spatial hole burning apenas um modo sobrevive à saturação, o que é ideal para o modo único.

→ Contudo no meio não homogêneo, o spatial hole burning não pode ser ignorado, pelo que irão haver vários modos a oscilar. Um método para conseguir um único modo longitudinal é inserir um mecanismo de perdas seletivas que vai eliminar todos os modos exceto um.

→ Uma forma de fazer isto é com o Fabry - Pérot etalon.



→ De certa forma, as interferências destrutivas são feitas para as seguintes frequências:

$$\nu_m = \frac{m \cdot c}{2nd} \quad , \quad m=0,1,2,\dots$$

↓
índice de refração

$$= \frac{m \cdot c}{2nd \cos \theta}$$

$$= \sigma(\nu) \frac{P - T_{21}}{P + T_{21}} N_T \frac{1}{1 + [2\sigma(\nu) \Phi_\nu / (P + T_{21})]} = \frac{g_0(\nu)}{1 + \Phi_\nu / \bar{\Phi}_\nu^{\text{sat}}}$$

$$= \frac{g_0(\nu)}{1 + I_\nu / I_\nu^{\text{sat}}}$$

→ Onde:

$$g_0(\nu) = \frac{\sigma(\nu)(P - T_{21}) N_T}{P + T_{21}}$$

Ganho para Sinais Pequenos

$$\bar{\Phi}_\nu^{\text{sat}} = \frac{P + T_{21}}{2\sigma(\nu)}$$

Fluxo de saturação

→ Quando $\Phi = \bar{\Phi}^{\text{sat}}$
 $\Rightarrow g = g_0/2$

→ As expressões correspondentes para a intensidade de saturação é então:

$$I_\nu^{\text{sat}} = h\nu \bar{\Phi}_\nu^{\text{sat}} = \frac{h\nu(P + T_{21})}{2\sigma(\nu)}$$

$$q_\nu^{\text{sat}} = \frac{V}{c} \bar{\Phi}_\nu^{\text{sat}} = \frac{P + T_{21}}{2c\sigma(\nu)} V$$

→ Então num sistema de 3 níveis, a intensidade de saturação não depende apenas $h\nu/\sigma(\nu)$ mas também do pumping rate, P , e da taxa de decaimento T_{21} .

→ Ver ex. para sistema com 4 níveis

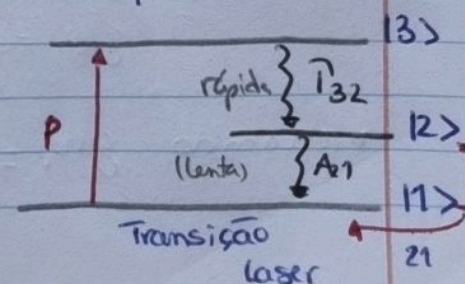
5. Laser Oscillation: Power and frequency

11/11/2022

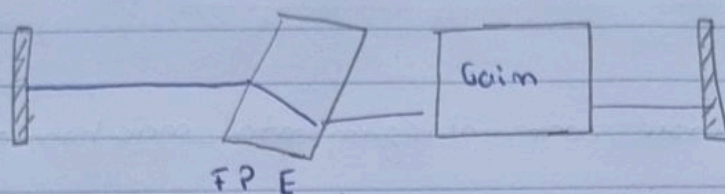
5.2. Aproximação da intensidade uniforme

→ Lembrando um sistema de 3 níveis, tem-se que: se a excitação (pumping) for através da absorção da radiação de banda larga:

$$P = \frac{\sigma(\nu_{31})}{\nu} \frac{I_p}{h\nu_{31}} \sim \frac{I_p(h\nu_e)}{h\nu_p} A_{31} \frac{\lambda_{31}^2}{8\pi m^2}$$



→ Para evitar perdas de Fresnel, em geral, usa-se uma inclinação da cavidade perto do ângulo de Brewster.
 L_n de Fabry Perot

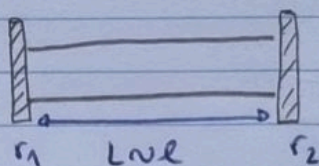


5.1.1. A largura de emissão do laser - Limite de Schawlow-Townes

→ Geralmente a largura de emissão da radiação do laser é diferente da largura quando a cavidade está vazia. No estado estacionário a amplitude do campo não decai. Seria então expectável que a largura espectral fosse estreita e sem nenhum valor mínimo.

→ Contudo a emissão espontânea não carrega nenhuma fase relativamente ao campo na cavidade. Pelo que adiciona incoerentemente ao campo da cavidade. Como a emissão espontânea tem uma distribuição de frequências Lorentziana, inerente, ela vai definir um valor limite fundamental para a linewidth do laser. Normalmente, a verdadeira linewidth é muito maior do que o limite devido a outras causas que em teoria podem ser eliminadas.

→ Se considerarmos a seguinte cavidade, onde a variação $\frac{dn}{dt}$ de fótons é dada por:



$$\frac{d\bar{n}}{dt} = - \frac{1 - r_1 r_2 e^{2g}}{2Lm/c} \bar{n} + \underbrace{c \sigma(\nu) N_2}_{\text{Taxa de emissão espontânea no modo longitudinal}}$$

↳ Taxa de emissão espontânea no modo longitudinal

→ Se a taxa de emissão estimulada for equivalente à taxa de emissão espontânea; quando 1 fóton incide do feixe:

$$\frac{I}{h\nu} \sigma(\nu) N_2 V_g = \frac{c u \nu}{h\nu} \sigma(\nu) N_2 V_g$$

$$\frac{c}{h\nu} \frac{h\nu}{V_g} \sigma(\nu) N_2 V_g = c \sigma(\nu) N_2$$

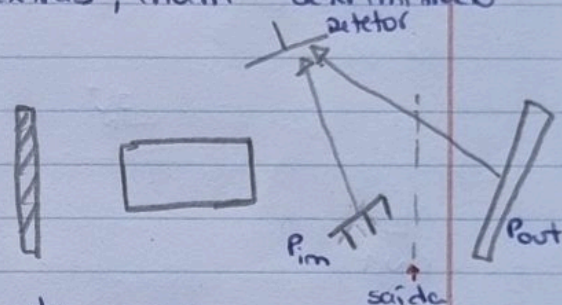
$$\frac{2g_0 l (t_2 + s) - t_2 g_0 l}{(t_2 + s)^2} - 1 = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{2g_0 l s}{(t_2 + s)^2} - 1 = 0$$

$$t_2 + s = \sqrt{2g_0 l s} \quad \text{ou} \quad t_2^{\text{opt}} = \sqrt{2g_0 l s} - s$$

$$\begin{aligned} \rightarrow \text{E logo o: } I_{\text{máx}}^{\text{out}} &= \frac{I_v^{\text{sat}}}{2} (\sqrt{2g_0 l s} - s) \left[\frac{2g_0 l}{t_2 + s} - 1 \right] \\ &= \frac{I_v^{\text{sat}}}{2} (\sqrt{2g_0 l s} - s) \left[\frac{2g_0 l}{\sqrt{2g_0 l s}} - 1 \right] \\ &= \frac{I_v^{\text{sat}}}{2} \left(\sqrt{\frac{2g_0 l}{s}} - 1 \right) \left[\sqrt{\frac{2g_0 l}{s}} - 1 \right] \\ &= \frac{I_v^{\text{sat}}}{2} s \left[\sqrt{\frac{2g_0 l}{s}} - 1 \right]^2 = \frac{I_v^{\text{sat}}}{2} \left[\sqrt{2g_0 l s} - \sqrt{s} \right]^2 \end{aligned}$$

→ Para se determinar certos parâmetros colocou-se um espelho adicional, que introduziu perdas extras, num determinado laser.

→ Este refletor vai controlar a quantidade de luz dentro e fora da cavidade



s → são perdas da intensidade de luz, exceto o que sai da cavidade por transmissão.

$$P_T = P_{\text{im}} + P_{\text{out}}$$

→ Vai-se variar o s até se atingir um valor máximo de potência

$$t_{\text{opt}} = s_{\text{opt}} + t$$

perdas do novo espelho durante a transmissão

$$s = \frac{P_{\text{im}}}{P^+} = \frac{P_{\text{im}} t}{P_{\text{out}}}$$

$$t = \frac{P_{\text{out}}}{P^+}$$

→ Quando $I_{\text{out}} = 0 \Rightarrow s = g_0 (v_L) 2l$ porque?

Eficiência de extração

→ No caso ideal, s é muito pequena, ou seja, $s \ll g_0 (v_L) 2l$, isto porque mais intensidade é transmitida da cavidade, logo melhor rendimento.

$$I_{\text{saída}}^{\text{opt}} \approx \frac{1}{2} I_v^{\text{sat}} g_0 (v_L) 2l$$

→ Se considerarmos agora um sistema de 4 níveis, tem-se que: