Exercícios de Física Computacional

Escola de Ciências da Universidade do Minho

Física e Engenharia Física

ano letivo 2020/21, 1º semestre

Folha 5

1. Calcule $\int_0^{\pi} \sin(x)\,\mathrm{d}x$ e $\int_0^{2,5} e^x\,\mathrm{d}x$ usando um método de Monte Carlo.

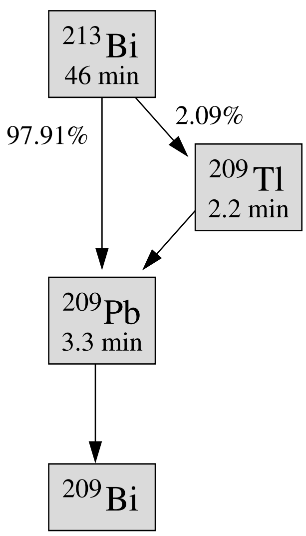
2. O movimento Browniano é um processo estocástico em que a posição em função do tempo é dada por $X(t+dt) = X(t) + N(0, (\delta)^2 dt; t, t+dt)$, sendo δ uma constante e $N(a, b; t_0, t_1)$ uma distribuição normal de valores aleatórios com média a e variância b em que os parâmetros t_0 e t_1 denotam a independencia estatística de N em diferentes intervalos de tempo (*i.e.* se $[t_0, t_1]$ e $[t_2, t_3]$ são intervalos de tempo dijuntos, então $N(a, b; t_0, t_1)$ e $N(a, b; t_2, t_3)$ são independentes).

   (a) Implemente uma função correspondente ao movimento Browniano a uma dimensão (processo de Wiener) e represente diversas sequências temporais da posição.

   (b) Implemente uma função correspondente ao movimento Browniano a duas dimensões e represente um trajeto obtido com essa função.

3. No decaimento radioativo a probabilidade de um determinado átomo (isótopo) ter decaído num intervalo δt é dada por $p(t) = 1 - 2^{-\delta t/\tau}$, em que τ é o tempo de meia vida da espécie radioativa em causa.

   O isótopo ^{213}Bi decai para o isótopo ^{209}Bi, que pode ser considerado estável, através de duas cadeias, cujas probabilidades e tempos de meia vida estão representados na figura seguinte:



Assuma uma amostra inicial de 10^4 átomos de ^{213}Bi e intervalos de tempo de $\delta t = 1\,\mathrm{s}$:

(a) Para cada átomo de ^{209}Pb decida aleatoriamente se este decaiu ou não, de acordo com a probabilidade adequada. Escreva o código *python* necessário para isto, monitorizando o número de átomos de ^{209}Pb e de ^{209}Bi em função do tempo.

(b) Repita o mesmo para o ^{209}Tl, tendo em conta que cada decaimento irá incrementar o número de átomos de ^{209}Pb.

(c) Considere as probabilidades da figura para o decaimento do ^{213}Bi, contabilizando o número de átomos em cada cadeia de decaimento.

(d) Represente, no mesmo gráfico, o número de átomos para cada espécie em função do tempo, considerando o intervalo $t \in [0, 2 \times 10^4]$ s.

(e) Discuta os resultados obtidos.

Sugestão: pode resolver o problema de uma forma integrada, com um único código *python*, mas tenha em atenção a ordem em que aborda cada decaimento, de forma a garantir que cada átomo não pode decair mais de uma vez.

4. Leia o ficheiro `folha5-data1.txt` e represente os pontos num histograma definido entre 0 e 50 e com um *binning* adequado. Obtenha a função de interpolação por *splines* do conteúdo de cada *bin*, sobrepondo-a no mesmo histograma.

5. Considere os seguintes *arrays* `numpy`, que representam velocidades medidas (em m/s) para determinados instantes de tempo (em s):

```
time = np.array([ 0,      1,      2,      3,      4    ])
v    = np.array([ 0.,     0.308,  0.55,   0.546,  0.44 ])
```

   Represente o histograma e a correspondente função de interpolação por *splines*. Estime o instante em que foi atingida a velocidade máxima.