EQUIPA DOCENTE

Docente responsável: Luís Silvino Marques (Gab: B2069, email: LSAM@fisica.uminho.pt)

HORÁRIO DE ATENDIMENTO

Luís Marques: *Quinta-feira (12h00-13h00);*

REGIME DE FUNCIONAMENTO

• A assistência às aulas da componente prática é obrigatória.

• Estão dispensados da frequência das aulas práticas os alunos que obtiveram aprovação na componente laboratorial em anos transactos.

OBJECTIVOS DA DISCIPLINA

• Proporcionar aos alunos uma visão da electrónica e o conhecimento dos vários dispositivos.

• Desenvolver alguns conceitos de electrónica que permitam a interpretação de fenómenos do quotidiano e a explicação do funcionamento de alguns equipamentos.

• Dotar os alunos de capacidades mínimas de projecto de sistemas electrónicos para aplicações simples recorrendo a dispositivos/módulos electrónicos disponíveis comercialmente.

PROGRAMA SUCINTO

1 – Introdução à electrónica. Tópicos preliminares.

2 – Semicondutores e díodos.

3 - O transístor.

4 - O amplificador operacional.

5 - Circuitos digitais.

6 - Sistemas de aquisição de dados e controlo de processos.

1 - INTRODUÇÃO À ELECTRÓNICA.

1.1 – Sinais [3].

1.1.1 – Conceito de sinal.
1.1.2 – Classificação de sinais.
1.1.3 – Descrição de sinais. Parâmetros característicos.
1.1.4 – Espectro de frequência de um sinal.

1.2 - Análise de circuitos eléctricos [2,3].

1.2.1 – Elementos de circuitos eléctricos.
1.2.2 – Associação em série e paralelo. Divisor de corrente e de tensão.
1.2.3 – Leis fundamentais dos circuitos eléctricos. Leis de Kirchhoff.
1.2.4 – Métodos de análise de circuitos. Análise nodal e por malhas.
1.2.5 – Teoremas de circuitos eléctricos: Sobreposição, Thévenin, Norton, Máxima Transferência Potência.
1.2.6 – Redes biporto. Parâmetros hibridos.
1.2.7 – Análise de circuitos de corrente alternada.
1.2.8 – Resposta em frequência. Diagramas de Bode.

1.3 – Sistemas [3]

1.3.1 – Conceito de sistema
1.3.2 – Representação de sistemas. Diagrama de blocos.
1.3.3 – Especificações típicas de sistemas.
1.3.4 – Amplificadores.
1.3.5 – Realimentação. Estabilidade e critério de Barkhausen.

2 – Semiconductores e díodos [1,2,3].

2.1 – Estrutura atómica

2.2 – Níveis de energia

2.3 – Teoria de bandas em cristais

2.4 – Isolantes semicondutores e metais

2.5 – Impurezas dadoras e aceitadoras

2.6 – Corrente de difusão e de deriva

2.7 – A junção p-n

2.8 – A polarização de uma junção p-n. Polarização directa e polarização inversa.

2.9 – Díodo semiconductor. Característica tensão – corrente.

2.10 – O díodo como elemento de circuitos.
2.10.1 – O diodo ideal
2.10.2 – Recta de carga. Ponto de operação do díodo.
2.10.3 – Modelo do díodo para grandes sinais. Linearização da característica do díodo.
2.10.4 – Modelo incremental do díodo ou modelo para pequenos sinais.

2.11 - Limites de operação do díodo.
2.11.1 – Corrente máxima e tensão de disrupção inversa.
2.11.2 – Tempos de comutação.

2.12– Outros tipos de díodos: díodo Zener, fotodíodo, díodo emissor de luz (LED), díodo Laser.

2.13 - Aplicações dos díodos.

2.13.1 – Circuitos rectificadores. Filtragem e estabilização.
2.13.2 – Protecção de circuitos. Circuitos limitadores.
2.13.3 – Circuito amarrador ou recuperador DC.
2.13.4 – Multiplicador de tensão.

3 – O transístor [1,2,3].

3.1 – Tipo de transístores. O transístor de junção bipolar (TJB).

3.2 – Componentes de corrente do TJB. Modelo de Eber-Molls.

3.3 – Modos de funcionamento do transístor: corte, saturação, zona activa.

3.4 – Configuração de circuitos com transístores. Características de entrada e saída.

3.5 – Polarização do transístor. Linha de carga.

3.6 – O TJB como comutador e como amplificador.

3.8 – Limites de operação do transístor bipolar.

3.9 – Modelos do transístor para pequenos sinais.

3.10 – Análise linear de circuitos amplificadores com transístores.

3.11 – Aplicações do transístor bipolar
3.11.1 – Transístor Darlington.
3.11.2 – Fonte de corrente. Espelho de corrente.
3.11.3 – Regulador de tensão. Reguladores monolíticos.
3.11.4 – Amplificador diferencial.
3.11.5 – Amplificador em vaivém (“push-pull”)

4 – O amplificador operacional [1,2,3].

4.1 - Amplificador operacional
4.1.1 - Representação esquemática
4.1.2 - Circuito equivalente
4.1.3 - Características do ampop ideal
4.1.4 - Características dos ampop reais.

4.2 – Circuitos lineares com ampop.

4.2.1 - Amplificador inversor. Conversor Corrente-Tensão
4.2.2 - Amplificador não inversor. Conversor Tensão-Corrente.
4.2.3 - Amplificador diferencial e de instrumentação.
4.2.4 - Integrador e diferenciador.
4.2.5 - Filtros activos. Filtros de Butterworth.
4.2.6 – Osciladores sinusoidais.

4.3 – Circuitos não lineares com opamp.

4.3.1 – Comparador com e sem histerese
4.3.2 - Rectificador de precisão. Detector de pico.
4.3.3 – Gerador de onda quadrada e triangular.

5 – Sistemas digitais [1,3]

5.1 – Sistemas de numeração. Sistema binário.

5.2 – Álgebra de Boole. Portas lógicas e leis básicas.

5.3 – Famílias lógicas: Diode logic, TTL , CMOS.

UM

5.4 – Simplificação e implementação de funções lógicas. Mapas de Karnaugh.

5.5 – Circuitos combinatórios: Somadores, descodificadores, Multiplexadores.

5.6 – Circuitos sequenciais: Flip-Flop, contadores, registo de deslocamento.

6 – Sistemas de aquisição de Dados [3].

6.1 – Blocos básicos de um sistema de aquisição dados.

6.2 – Transdutores. Sensores e actuadores.

6.3 – Conversão de dados. Conversores Analógico – digital e Digital – analógico.

6.4 – Interfaces comerciais de aquisição de dados.

MÉTODO DE AVALIAÇÃO

Como esta disciplina é de conteúdo programático misto, do tipo teórico-experimental, a avaliação desta disciplina consiste nas seguintes provas de avaliação:

i) 2 testes com um peso total de 1/2 na classificação final da disciplina.

ii) Um exame prático a realizar no laboratório na última semana de aulas. A duração deste exame é de aproximadamente 60 minutos e consiste na montagem de circuitos e de questões orais. A classificação do exame prático tem peso de 75% na classificação da componente laboratorial. A classificação da componente prática tem um peso de 1/2 na classificação final da disciplina.

Nota 1: Para admissão à prova de avaliação referida em ii) é necessário que o aluno tenha realizado todos os ***trabalhos práticos*** propostos.

Nota 2: A aprovação na componente laboratorial é indispensável para ser admitido a exame da componente teórica. A classificação mínima é de 10 valores.

BIBLIOGRAFIA (Existente na biblioteca)

1. Electrónica vol 1 e 2, A.. Malvino, Mc Graw-Hill.
2. Circuitos eléctricos, J. Edminister, Mc Graw-Hill.
3. Eletronics: A system approach, Neil Storey. Prentice Hall.

1 – Introdução à electrónica

A electrónica assume uma importância preponderante na nossa sociedade actual nas mais variadas áreas:

- Transportes
- Indústria
- Economia e finanças
- Telecomunicações
- Saúde
- Diversão e lazer

Os sistemas electrónicos são hoje em dia fundamentais em grande parte dos equipamentos, cujo projecto consiste cada vez mais na selecção criteriosa de subsistemas disponíveis e na sua interligação de modo a satisfazer determinadas especificações.

A disciplina de electrónica surge assim com naturalidade na estrutura curricular de grande parte dos cursos científicos, com o objectivo de proporcionar aos alunos, a compreensão de alguns conceitos básicos relacionados com a electrónica e dotá-los da capacidade de utilizar subsistemas electrónicos disponibilizados pela tecnologia moderna.

1.1.1 - Conceito de sinal

A **electrónica** pode-se definir como a área do saber que se ocupa do processamento e transmissão de sinais eléctricos.

O conceito de **sinal** está ligado às observações que fazemos da natureza que nos rodeia. Um sinal é toda a quantidade, física ou não, contendo uma mensagem decifrável. Por exemplo:

• o estado do tempo pode ser descrito por intermédio da informação contida em sinais que representam a temperatura do ar, a pressão atmosférica, a velocidade do vento, humidade, etc

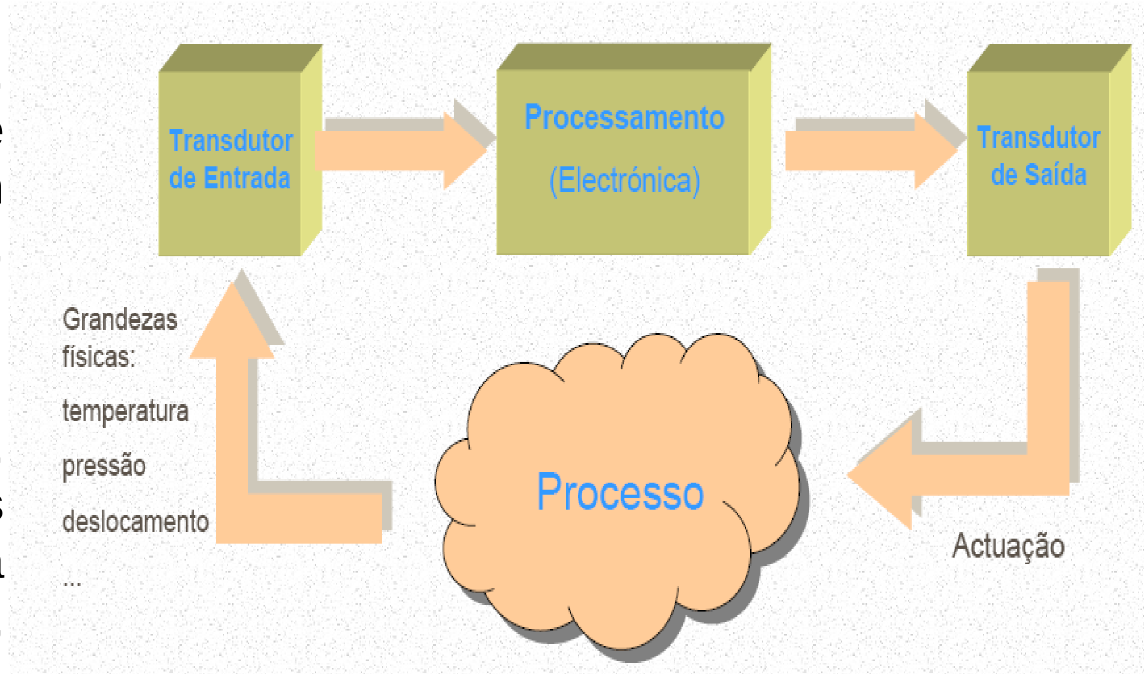
• numa emissão de rádio ou TV a voz do locutor produz um sinal acústico que contém a informação relativa à mensagem que ele pretende transmitir.

• Índice bolsista, cotação do petróleo, são exemplos de sinais sem suporte físico.

Para extrair a informação dos sinais o observador (Homem ou máquina) necessita de processar os sinais de forma adequada, recorrendo em geral a sistemas electrónicos.

Uma das operações essenciais é a conversão de um sinal de uma grandeza física num sinal eléctrico, de modo a ser processado pelo sistema electrónico, bem como a operação inversa. Os dispositivos que realizam estas tarefas designam-se por transdutores e podem-se classificar como:

- **Transdutores de entrada**, realizam a conversão de energia não-eléctrica em sinais eléctricos (microfone, termopar, célula fotovoltaica, etc).
- **Transdutores de saída**, realizam a conversão dos sinais eléctricos em energia não-eléctrica (altifalante, motor eléctricos).

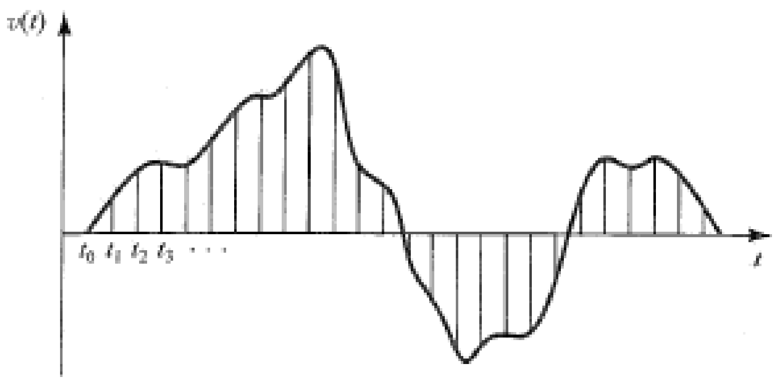


1.1.2 – Classificação de sinais

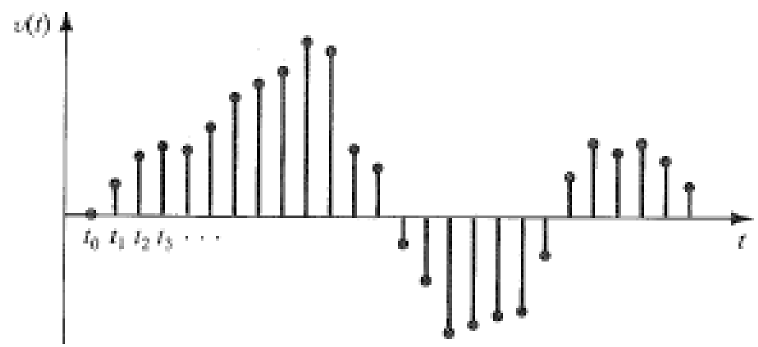
Os sinais podem-se classificar com base em vários critérios. Assim, os sinais podem ser:

- **Determinísticos**, se é possível prever o valor do sinal em qualquer instante de tempo, ou **aleatórios** caso contrário.

- **Discretos ou contínuos (no tempo e/ou amplitude)**, se estão definidos apenas em determinados instantes de tempo (e/ou assumir apenas determinados valores de amplitude) ou não. Um sinal discreto no tempo e em amplitude é comum designar-se por **sinal digital,** caso contrário diz-se que é um **sinal analógico**.



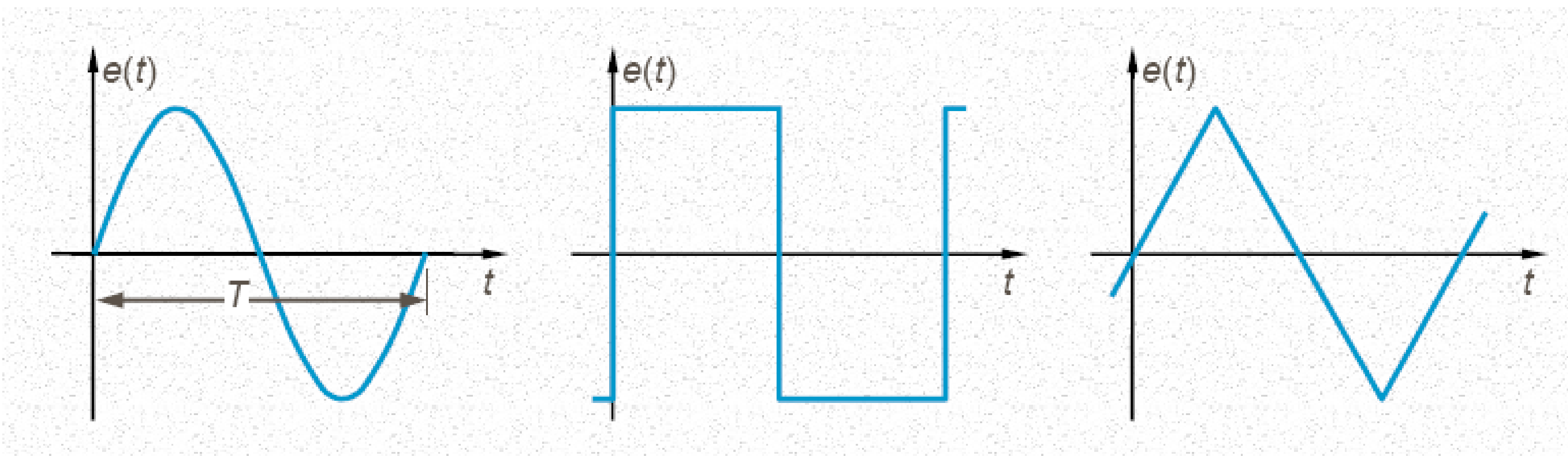
Sinal contínuo no tempo e em amplitude



Sinal discreto no tempo e contínuo em amplitude

• **Estáticos ou dinâmicos**, consoante o valor (amplitude) do sinal se mantém constante durante o período de observação ou não.

• **Periódicos**, quando o valor instantâneo do sinal se repete ao fim de um intervalo de tempo fixo, designado por período do sinal, qualquer que seja o instante de tempo considerado: $e(t) = e(t+T), \ \forall_t$. Caso contrário dizem-se **não periódicos**.



1.1.3 – Reprresentação de sinais. Parâmetros característicos.

Um sinal pode-se representar graficamente através de um diagrama da amplitude do sinal durante o período de observação.

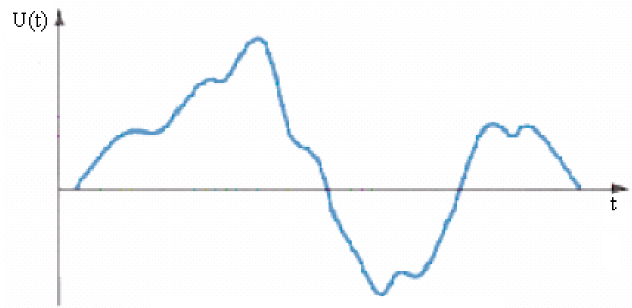
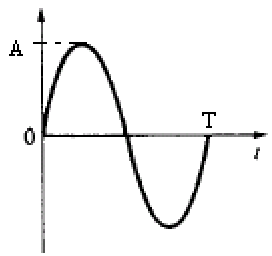


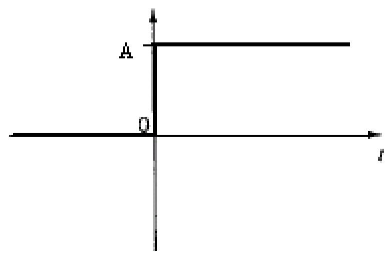
Figura 1.1 Sinal arbitrário de tensão

Em alguns casos, é possível descrever rigorosamente um sinal através de uma expressão matemática.



$$e(t) = A sen\left(2\pi \frac{t}{T}\right)$$

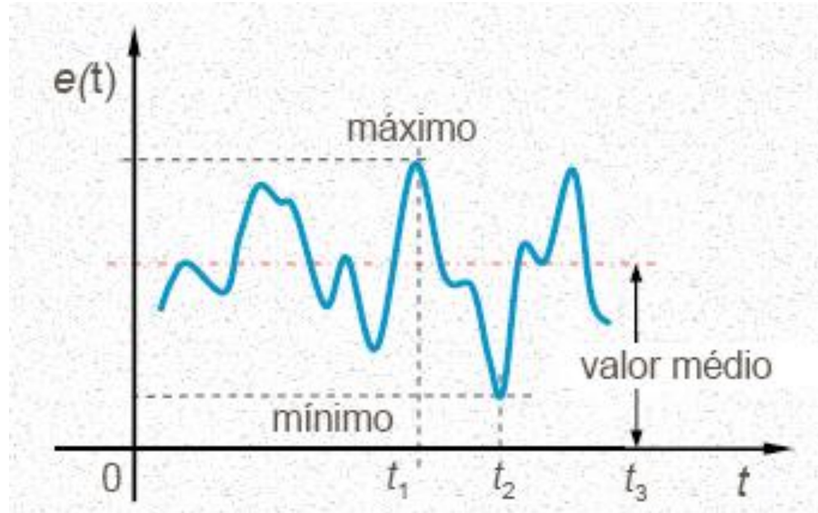
(a) Sinal sinusoidal



$$e(t) = \begin{cases} A, & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

(b) Sinal em degrau

Em geral, é suficiente dar apenas uma indicação de um parâmetro particular do sinal, e(t), durante o período de observação τ:



•**Valor máximo**,

$$e_p = \mathbf{max}\{|e(t)|\}$$

•**Valor pico a pico**,

$$e_{pp} = \mathbf{max}\{e(t)\} - \mathbf{min}\{e(t)\}$$

•**Valor médio** ou componente contínua,

$$e_m = \frac{1}{\tau}\int_0^{\tau} e(t)dt$$

•**Valor eficaz** (ou RMS)

$$e_{rms} = \sqrt{\frac{1}{\tau}\int_0^{\tau} e^2(t)dt}$$

Para um sinal sinusoidal:

$$e_p = A \qquad e_{pp} = 2A$$

$$e_m = 0 \qquad e_{rms} = \frac{A}{\sqrt{2}}$$

1.1.4 – Espectro de frequência de um sinal

Qualquer **sinal periódico** com frequência f_0=1/T pode ser decomposto numa soma de sinusóides de diferentes frequências e amplitudes. A sua expansão de Fourier é dada pela série

$$e(t) = \tfrac{1}{2}a_a + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos(n\omega_o t) + b_n sen(n\omega_o t)) = \tfrac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}C_n\cos(n\omega_o t + \delta_n)$$

onde a_n, b_n, C_n, são dados por

$$a_n = \tfrac{2}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} e(t)\cos(n\omega_o t)dt \qquad b_n = \tfrac{2}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} e(t)sen(n\omega_o t)dt$$

$$|C_n| = \sqrt{(a_n)^2 + (b_n)^2} \qquad \delta_n = \arctan\left(-b_n \big/ a_n\right)$$

O termo a_0 é o **valor médio** de $e(t)$, os restantes termos designam-se por **harmónicas** e têm frequências múltiplas da componente fundamental f_0.

O **espectro de um sinal** é constituído pelas várias componentes sinusoidais do sinal, e consiste num espectro de amplitude ($|C_n|$) versus frequência e num espectro de fase (δ_n) versus frequência.

Enquanto que o espectro dos sinais periódicos é discreto, o espectro de frequência X(ω) de um sinal aperiódico, *x(t),* tem a característica de ser contínuo, e obtém-se efectuando a **transformada de Fourier** do sinal.

EXEMPLO:

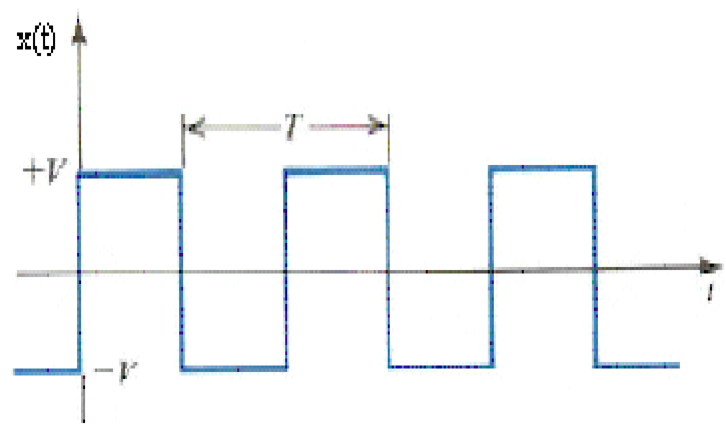
A onda quadrada representada na figura pode ser expressa como

$$a_0 = 0 \qquad a_n = 0 \qquad b_n = \frac{2V}{n\pi}(1-\cos(n\pi))$$

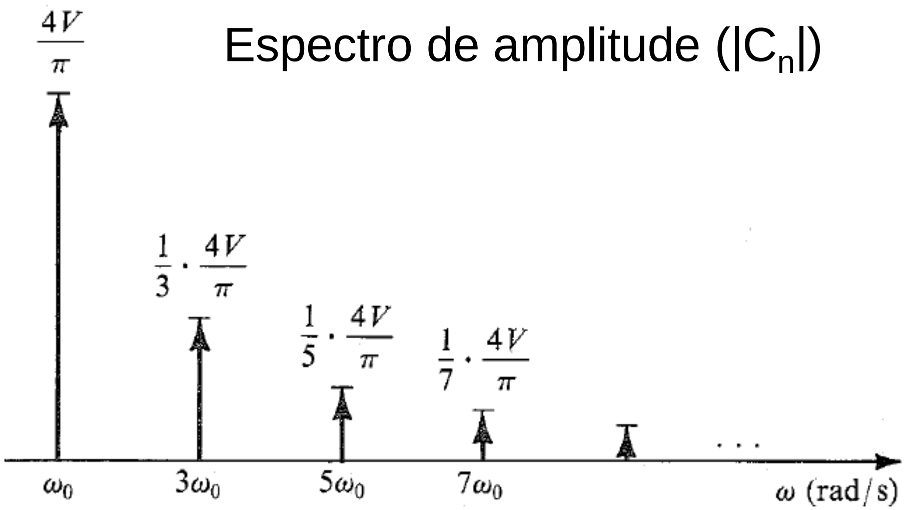
$$|C_n| = \frac{2V}{n\pi}(1-\cos(n\pi)) \qquad \delta_n = -\frac{\pi}{2} \qquad n = 1,2,\ldots.$$

ou seja,

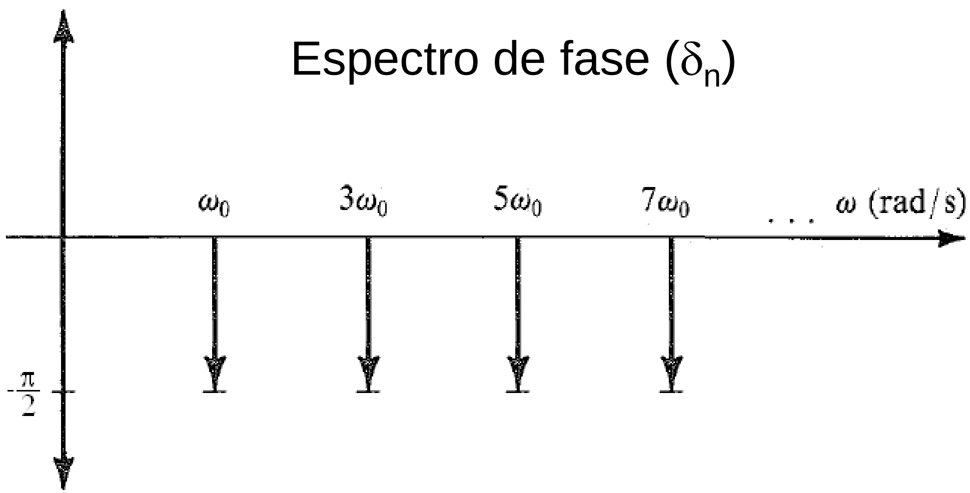
$$x(t) = \frac{4V}{\pi}\left(sen(\omega_o t) + \tfrac{1}{3}sen(3\omega_o t) + \tfrac{1}{5}sen(5\omega_o t) + \ldots\right)$$

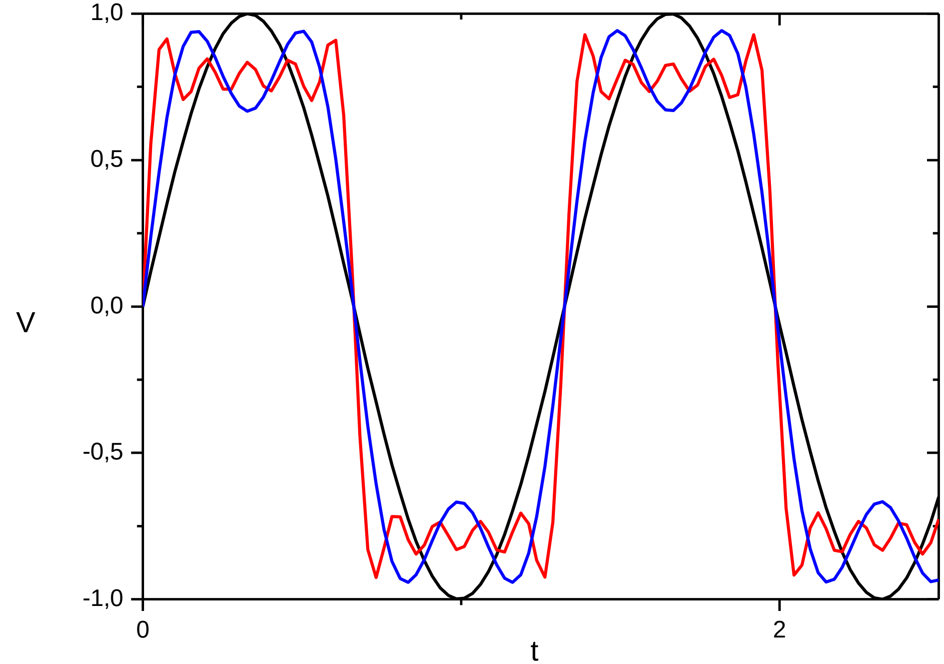


Espectro de amplitude ($|C_n|$)



Espectro de fase (δ_n)





$$v(t) = sen(\omega_o t)$$

$$v(t) = sen(\omega_o t) + \tfrac{1}{3}\, sen(3\omega_o t)$$

$$v(t) = sen(\omega_o t) + \tfrac{1}{3}\, sen(3\omega_o t) + \tfrac{1}{5}\, sen(5\omega_o t) + $$
$$+ \tfrac{1}{7}\, sen(7\omega_o t) + \tfrac{1}{9}\, sen(9\omega_o t)$$

1.2 – Análise de circuitos eléctricos

Os componentes fundamentais da matéria são partículas electricamente carregadas. A **carga eléctrica** destas partículas pode ser de dois tipos, que arbitrariamente se denominam positivo e negativo.

Os **electrões,** por exemplo, são partículas carregadas negativamente, enquanto os **protões** são partículas que possuem carga eléctrica positiva.

Um corpo diz-se carregado negativamente se tem um excesso de electrões e positivamente se há um défice de electrões em relação à carga positiva. A unidade SI de carga eléctrica é o Coulomb (C).

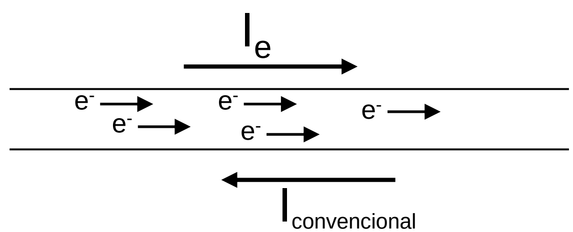
O movimento de cargas em geral está confinado a um caminho pré-definido (circuito eléctrico), formado por materiais bons condutores de electricidade (caso de alguns metais) e/ou materiais isolantes (maus condutores de electricidade) formando barreiras contra o abandono desses caminhos.

A **corrente eléctrica** define-se como a quantidade de carga que atravessa uma secção de um condutor por unidade de tempo

$$I = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t}.$$

A unidade SI de intensidade de corrente é o Ampére (A).

Apesar da corrente eléctrica resultar do movimento de electrões, convencionou-se como sentido positivo da corrente o oposto ao do fluxo de electrões.

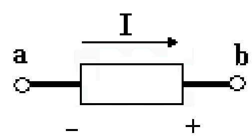


A razão tem a ver com o facto de na altura em que se desenvolveram as leis básicas da electricidade, se acreditar que o fluxo de carga se devia a portadores positivos.

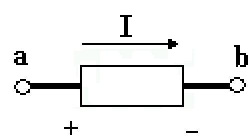
Os portadores de carga ao deslocarem-se num condutor perdem parte da sua energia cinética, sendo necessário fornecer energia às cargas para manter a corrente no circuito.

O trabalho realizado ao deslocar uma carga positiva unitária entre 2 pontos de um circuito eléctrico, define-se como sendo a **tensão** ou **diferença de potencial entre esses 2 pontos** (trabalho por unidade de carga). A unidade SI de tensão é o Volt (V).

Se o trabalho é realizado sobre a carga unitária ao deslocar-se de um ponto **a** para um ponto **b,** a sua energia potencial aumenta e diz-se que existe um **aumento de tensão** de a para b**.**



Se o trabalho é realizado pela carga unitária, a sua energia potencial diminui e diz-se que existe uma **queda de tensão** de a para b.



O trabalho realizado para deslocar uma carga de Q Coulomb entre 2 pontos **a** e **b**, entre os quais existe uma tensão V_{ab} é

$$W = V_{ab} Q$$

A potência eléctrica (cedida ou absorvida pela parte do circuito entre **a** e **b**), ou trabalho realizado por unidade de tempo entre os pontos **a** e **b**, é

$$P = \frac{W}{\Delta t} = V_{ab} \frac{Q}{\Delta t} = V_{ab} I$$

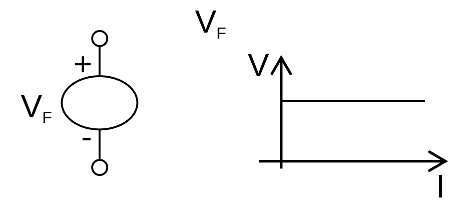
A unidade SI de potência é o Watt (W).

UM

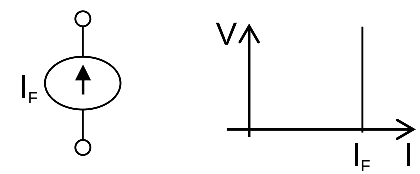
1.2.1 – Elementos de circuitos eléctricos

A energia que é necessário fornecer aos portadores de carga para manter a corrente no circuito é obtida de uma fonte de energia eléctrica. As fontes de energia eléctrica podem ser de 2 tipos:

- **Fonte de Tensão independente**, garante uma tensão constante aos seus terminais independentemente da corrente fornecida ao circuito.



- **Fonte de corrente independente**, garante uma corrente fixa ao circuito independentemente da tensão aos seus terminais.



Em sistemas eléctricos é frequente surgirem fontes controladas (ou dependentes), nas quais a tensão ou corrente fornecida é uma função da tensão ou corrente noutro ponto do circuito.

Fonte de tensão

Controlada por tensão | Controlada por corrente

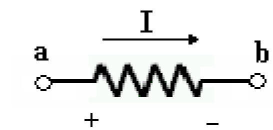
Fonte de corrente

Controlada por tensão | Controlada por corrente

A aplicação de uma tensão (V_{ab}) aos terminais (**a** e **b**) de um circuito eléctrico dá origem a uma corrente através do circuito, cuja intensidade (*I*) é controlada pela **resistência eléctrica** (*R*) do circuito, dada pela lei de Ohm

$$R = \frac{V_{ab}}{I}.$$

A unidade SI de resistência eléctrica é o Ohm (Ω) e representam-se nos circuitos eléctricos pelo símbolo



.

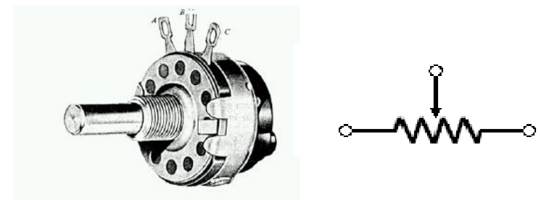
Os portadores de carga ao atravessarem uma resistência parte da sua energia cinética é convertida em calor (efeito de Joule), devido às colisões com os átomos do material, dando origem a uma diminuição da sua energia potencial (queda de tensão) na resistência. A potência dissipada na resistência é

$$P = V_{ab} I = RI^2 = \frac{V_{ab}^2}{R}.$$

- A resistência é assim uma medida da oposição que um material oferece à passagem de corrente eléctrica, dependendo da sua resistividade eléctrica (ρ), do comprimento (L) e da secção transversal (S) do condutor

$$R = \rho \frac{L}{S}$$

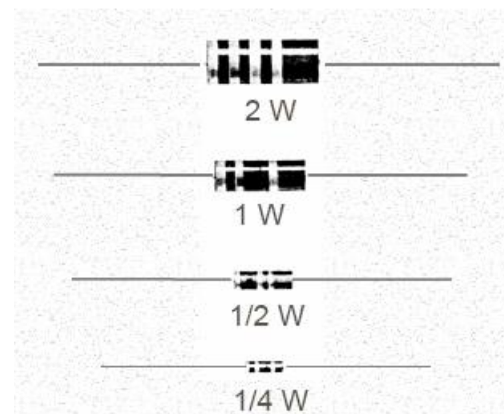
onde ρ é uma função da temperatura ambiente e do material.



Potenciómetro rotativo (e símbolo)

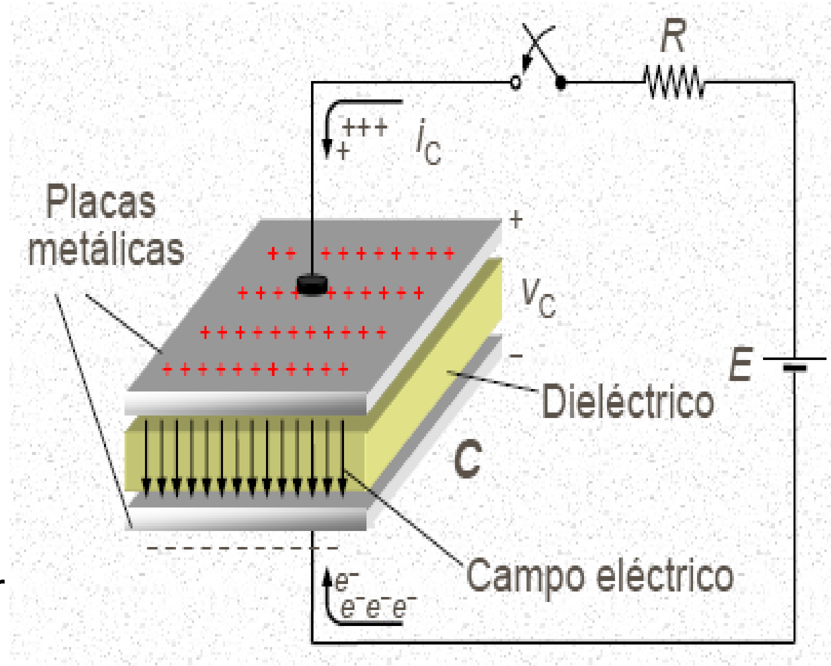
- Se por vezes a resistência eléctrica é indesejável num circuito (por exemplo, no transporte e distribuição de energia), em circuitos eléctricos são usadas para controlo de tensão ou para aproveitamento do efeito de Joule, existindo uma grande variedade de resistências para diferentes fins.

- Normalmente é especificado seu valor com uma determinada tolerância (1%, 5%, 10%) e a potência máxima que uma resistência pode dissipar sem que as suas características se alterem, aumentando as suas dimensões com a potência especificada.



Resistência fixa de carbono (várias potências)

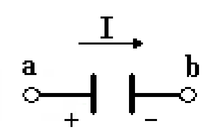
Um condensador é um dispositivo constituído por 2 superfícies metálicas (armaduras) separadas por um isolador. Aplicando uma diferença de potencial (V_{ab}) aos terminais do condensador, é transferida para cada uma das armaduras uma quantidade de carga Q com sinais opostos.



A capacidade (C) de um condensador armazenar carga é dada pela relação:

$$C = \frac{Q}{V_{ab}},$$

cuja unidade SI de capacidade é o Farad (F).

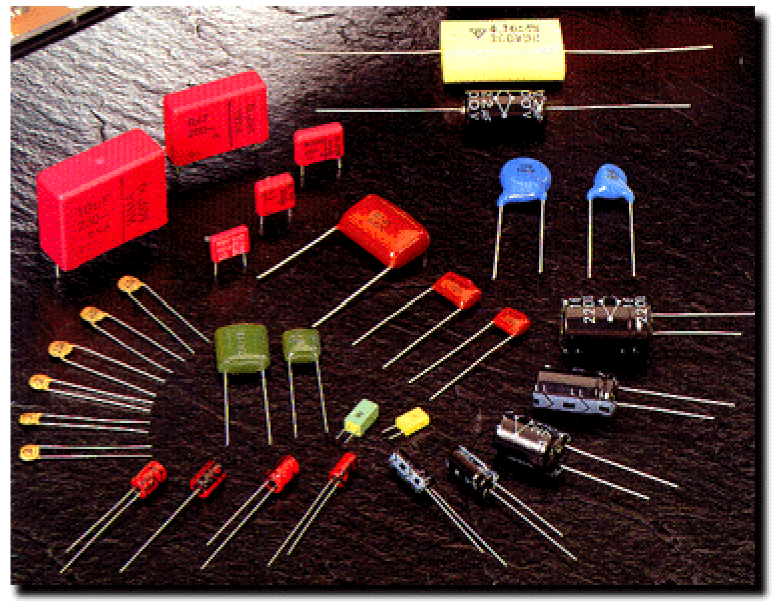


Símbolo condensador

Num condensador, a corrente eléctrica está relacionada com a ddp aos seus terminais por

$$i = C\frac{dV}{dt} \quad \text{ou} \quad V = \frac{1}{C}\int i dt.$$

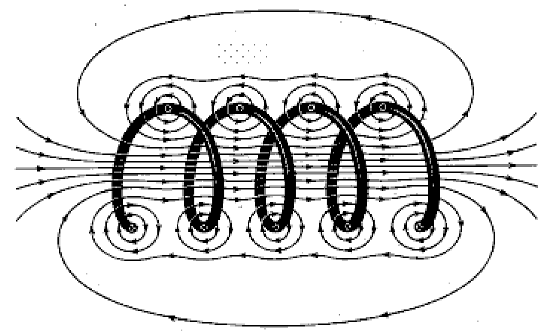
Ao contrário das resistências os condensadores (ideais) não dissipam energia por efeito de Joule, apenas armazenam energia. A energia armazenada num condensador carregado com uma carga *Q* é



$$W = \int VIdt = \int V\frac{dQ}{dt}dt = \int \frac{Q}{C}\frac{dQ}{dt}dt$$

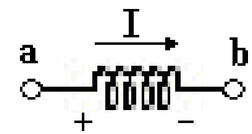
$$= \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}CV^2.$$

Uma indutância (ou bobina) consiste num enrolamento em hélice de um fio metálico feito geralmente em torno de um núcleo de um material ferromagnético.



Quando a corrente que percorre a indutância varia no tempo é induzida aos seus terminais uma diferença de potencial dada por

$$V = L\frac{di}{dt} \quad \text{ou} \quad i = \frac{1}{L}\int V dt.$$



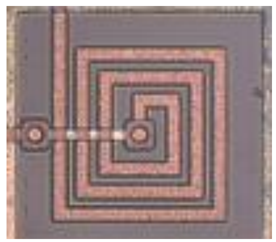
Símbolo indutância

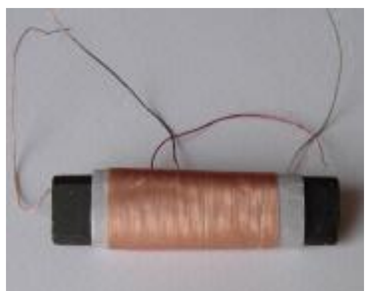
Onde L é o coeficiente de auto-indução ou indutância da bobina, cuja unidade SI é o Henry (H).

As indutâncias (ideais), tal como os condensadores (ideais), não dissipam energia por efeito de Joule, armazenando no entanto energia sob a forma de um campo magnético. A energia armazenada numa bobina percorrida por uma corrente de intensidade máxima, *I*, é

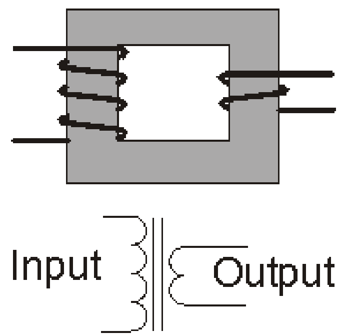
$$W = \int V i dt = \int L \frac{di}{dt} i dt = \frac{1}{2} L I^2 .$$

Bobines





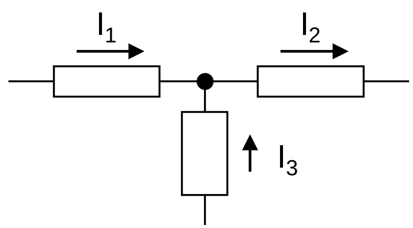
Antena radio

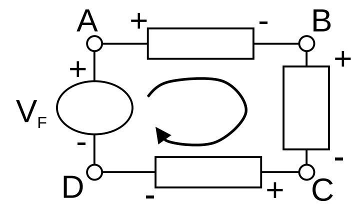


Transformador

1.2.2 – Leis fundamentais de circuitos eléctricos. Leis de Kirchoff.

- Um nó de um circuito eléctrico, define-se como um ponto do circuito onde é feita a junção de dois ou mais elementos.
- Uma malha num circuito eléctrico, é um percurso fechado que não inclui outros percursos fechados no seu interior.





- **Lei de Kirchhoff para a corrente (Lei dos nós)**

  Em qualquer nó de um circuito eléctrico, a soma das correntes que chegam é igual à soma das correntes que saem.

  Por exemplo, para o nó da figura temos: $I_1+I_3=I_2$

- **Lei de Kirchhoff para a tensão (Lei das malhas)**

  Para qualquer malha fechada percorrida num único sentido, a soma algébrica dos aumentos e quedas de potencial é nula.

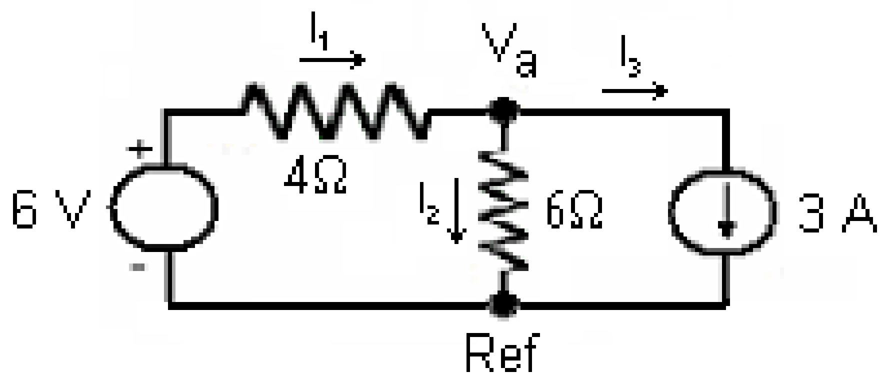
  Os aumentos de potencial consideram-se com sinal **+** e as quedas de potencial com sinal **-**.

  Por exemplo, para a malha da figura circulando no sentido indicado temos: $V_F - V_{AB} - V_{BC} - V_{CD} = 0$

1.2.3 – Métodos de análise de circuitos eléctricos.

- **Método da tensão nos nós**

Um dos nós essenciais do circuito é seleccionado como referência, e atribui-se a cada um dos restantes nós essenciais uma tensão em relação ao nó de referência. Em seguida, escreve-se a lei de Kirchhoff das correntes para cada um desses nós, usando as tensões definidas. As tensões nos nós constituem as incógnitas do problema.

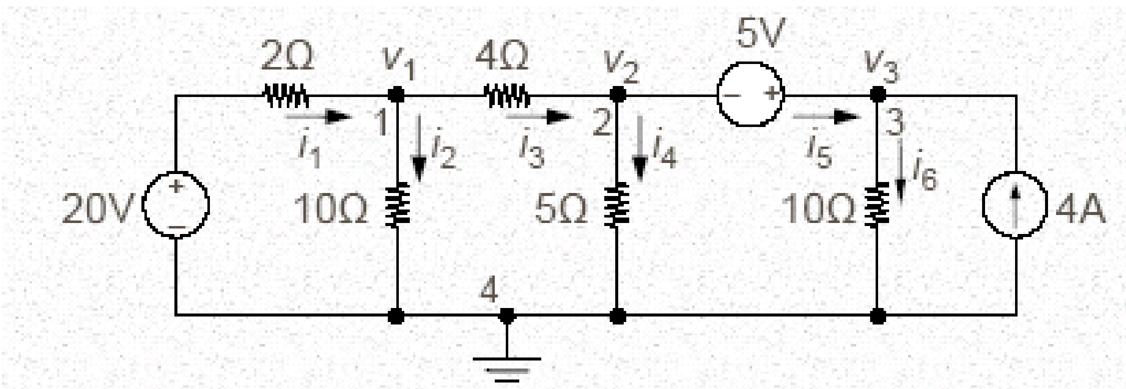


$$I_1 - I_2 - I_3 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{6 - V_a}{4} - \frac{V_a}{6} - 3 = 0$$

$$V_a = -3.6V \quad \text{e} \;\; \mathrm{I}_2 = \frac{V_a}{6} = -0.6A$$

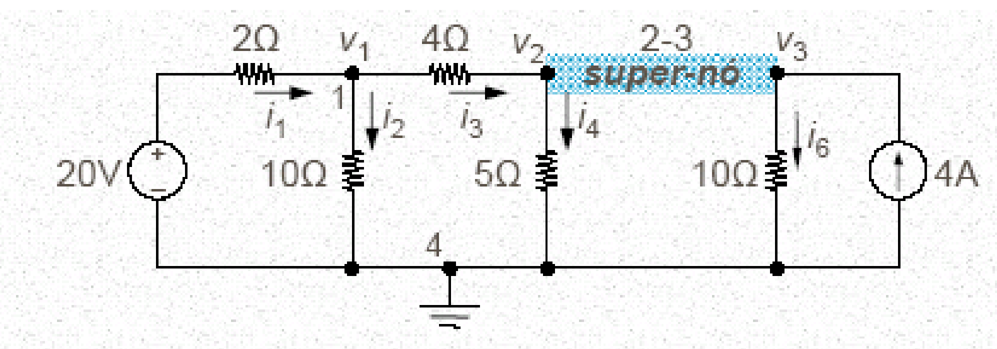
- **Método da tensão nos nós (caso especial)**

Fonte de tensão ligada entre dois nós essenciais distintos da referência.



$$V_3 = V_2 + 5$$

Como não existe nenhuma relação que permita determinar I_5 a partir da tensão do gerador de 5V, vamos considerar um **super nó**, constituído pelos nós 2 e 3 e aplicar a lei dos nós.



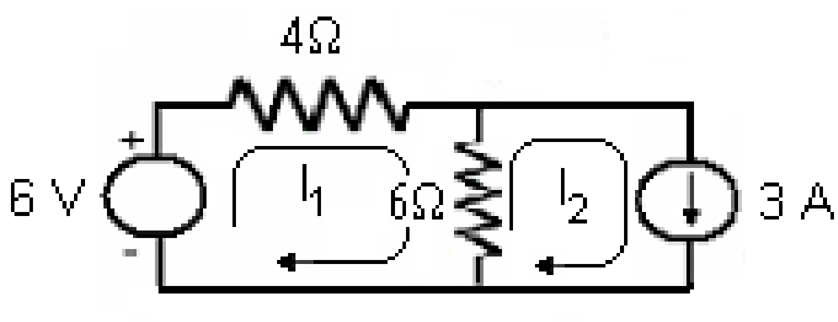
$$I_1 - I_2 - I_3 = 0 \Leftrightarrow \frac{20 - V_1}{2} - \frac{V_1}{10} - \frac{V_1 - V_2}{4} = 0$$

$$I_3 - I_4 - I_6 + 4 = 0 \Leftrightarrow \frac{V_1 - V_2}{4} - \frac{V_2}{5} - \frac{V_3}{10} + 4 = 0$$

- **Método das correntes de malha**

Para cada malha do circuito supõe-se uma mesma corrente circular em todos os elementos da malha.

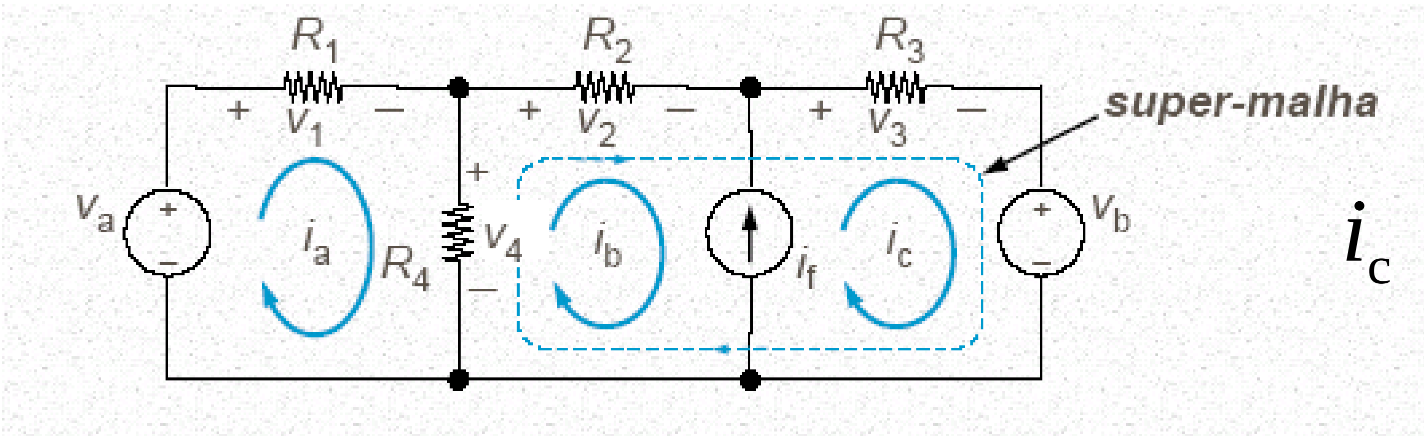
Em seguida escreve-se a lei de Kirchhoff das tensões para cada uma das malhas, exprimindo as correntes em cada elemento em função das correntes de malha que o atravessam.



$$\begin{cases} 6 - 4I_1 - 6(I_1 - I_2) = 0 \\ I_2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} I_1 = 2.4A \\ I_2 = 3A \end{cases}$$

$$I(R = 6\Omega) = I_1 - I_2 = -0.6\mathrm{A}$$

- **Método das correntes de malha (**Caso especial - Fonte de corrente comum a duas malhas**).**



$$i_c = i_b + i_f$$

Como a relação entre i_b e i_c é conhecida, vamos considerar uma **super malha** constituída pelas malhas b e c e aplicar a lei de Kirchhoff das tensões.

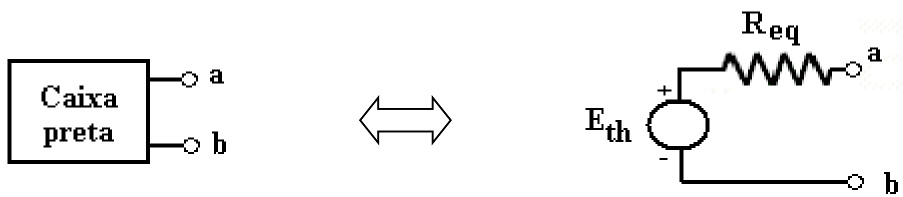
$$\begin{cases} -R_1 i_a - R_4(i_a - i_b) + V_a = 0 \\ R_4(i_a - i_b) - R_2 i_b - R_3 i_c - V_b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -R_1 i_a - R_4(i_a - i_b) + V_a = 0 \\ R_4(i_a - i_b) - R_2 i_b - R_3(i_b + i_f) - V_b = 0 \end{cases}$$

- **Teorema da sobreposição**

Para qualquer circuito linear sujeito à acção de várias fontes independentes, a tensão num dado elemento (ou a corrente que o atravessa) pode ser obtida pela soma algébrica dos efeitos individuais de cada fonte. Para determinar os **efeitos individuais de cada fonte independente** substitui-se as restantes fontes independentes pela sua resistência interna: as fontes de tensão por um curto-circuito e as fontes de corrente por um circuito aberto.

- **Teorema de Thévenin**

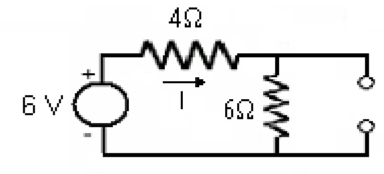
Qualquer rede linear composta por fontes e resistências e acessível através de 2 terminais, pode ser representada por um circuito equivalente com uma fonte de tensão, cuja fem é a **tensão de thévenin**, em série com uma resistência **(resistência equivalente ou de thévenin)**.



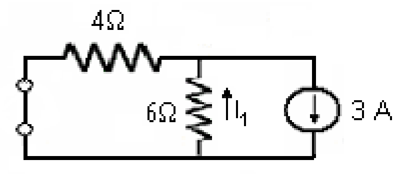
A **resistência de Thévenin** obtém-se substituindo todas as fontes pela sua resistência interna e calculando nessa situação a resistência entre os terminais **a** e **b**. A **tensão de Thévenin (E_{th})** é a tensão entre os terminais **a** e **b** na situação de circuito aberto e considerando o efeito de todas as fontes.

Exemplo:

•Teorema da sobreposição



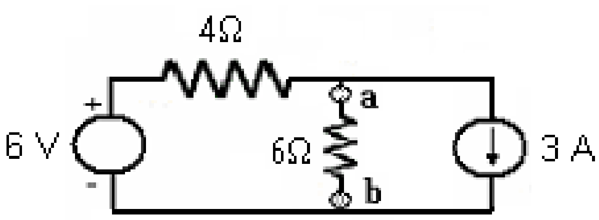
$$I = \frac{6}{4+6} = 0.6A$$

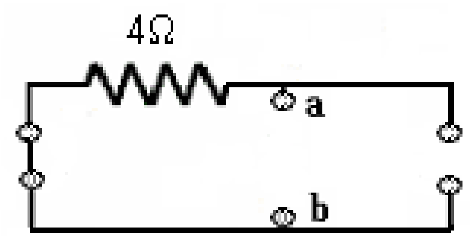


$$I_1 = 3.\frac{4}{6+4} = 1.2A$$

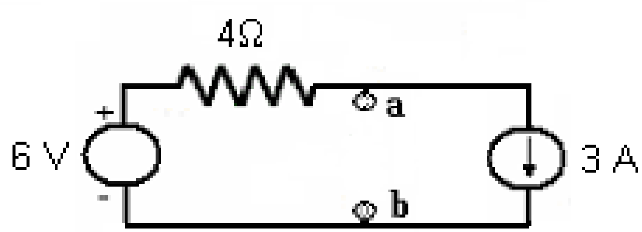
$$I(R = 6\Omega) = I - I_1 = -0.6A$$

•Teorema de Thévenin



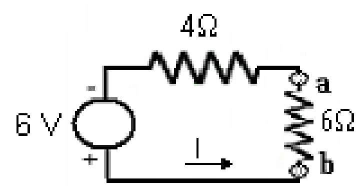


$$R_{th} = R_{ab} = 4\Omega$$



$$-V_{ab} - 4\times 3 + 6 = 0 \Leftrightarrow V_{ab} = -6V$$

O circuito equivalente de Thévenin é:

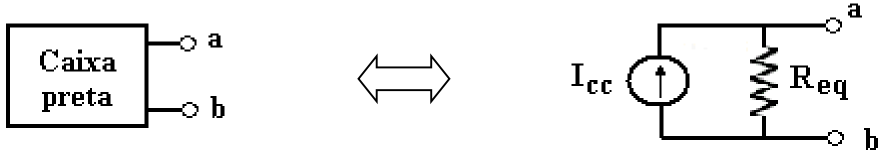


$$I = \frac{6}{4+6} = 0.6A$$

- **Teorema de Norton**

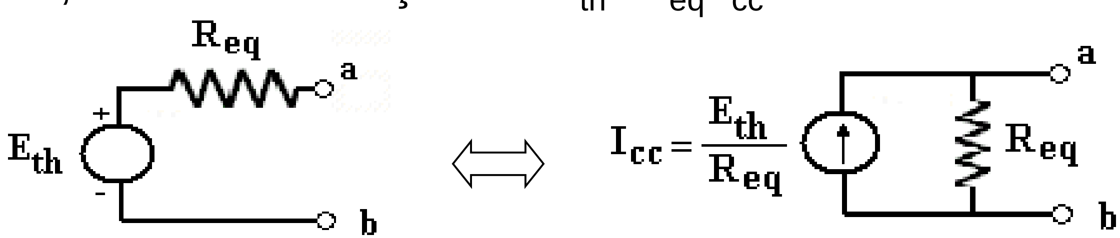
Qualquer rede linear composta por fontes e resistências e acessível através de 2 terminais, pode ser representada por um circuito com uma fonte de corrente em paralelo com uma resistência.

A **resistência equivalente (R_{eq})** é calculada de forma idêntica à indicada para o **teorema de Thévenin**. A **corrente equivalente da fonte (I_{cc})** é a corrente que circula nos terminais **a** e **b** com estes curto-circuitados e considerando o efeito de todas as fontes.

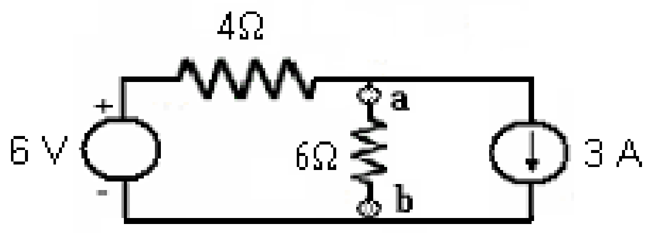


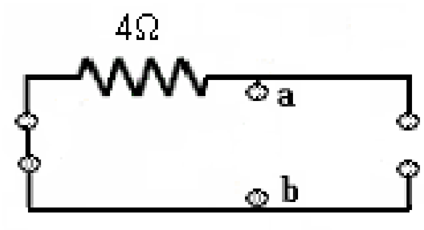
Se o circuito além de **fontes independentes** possui também **fontes controladas**, o procedimento utilizado para determinar a resistência equivalente já não pode ser usado. Neste caso calcula-se previamente E_{th} e I_{cc} sendo a resistência equivalente dada pela razão entre Eth e Icc.

É possível transformar um circuito equivalente de **Thévenin** num circuito equivalente de **Norton**, e vice-versa, usando a relação: $E_{th}=R_{eq}.I_{cc}$.

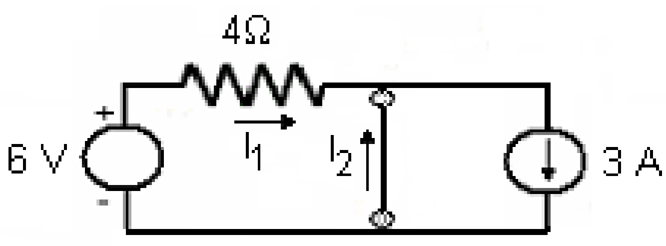


•**Teorema de Norton**



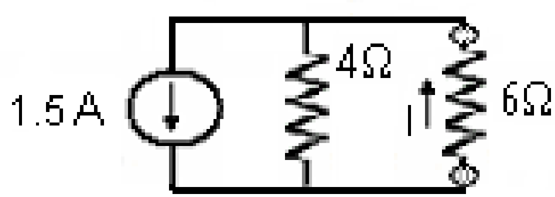


$$R_{th} = R_{ab} = 4\Omega$$



$$I_1 = \frac{6}{4} = 1.5\text{A} \Leftrightarrow I_2 = 3 - I_1 = 1.5A$$

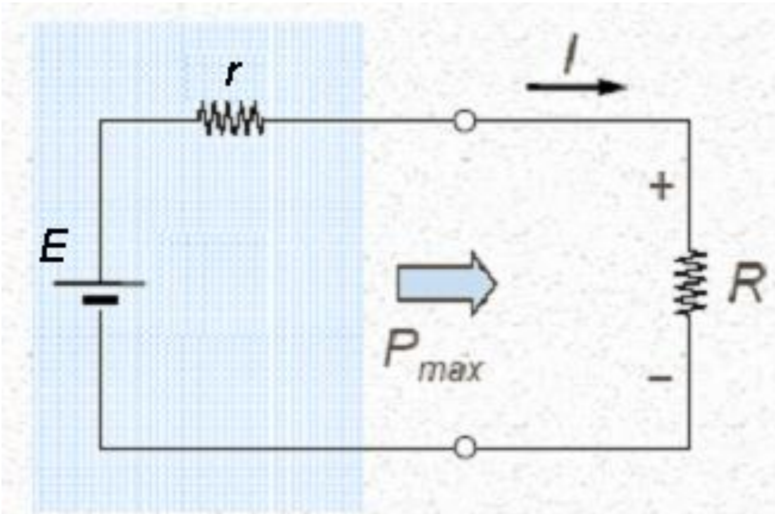
O circuito equivalente de Norton é:



$$I = 1.5\frac{4}{4+6} = 0.6A$$

- **Teorema da máxima transferência de potência**

A máxima transferência de potência entre um gerador e uma carga R ocorre quando a resistência de carga é igual à resistência interna do gerador



A potência fornecida pelo gerador à carga é:

$$\mathrm{P} = R.I^{2} = R\frac{E^{2}}{(R+r)^{2}}$$

sendo máxima quando **dp/dR=0**, o que ocorre se:

$$R = r.$$

Nestas circunstâncias diz-se que há adaptação de resistências entre o gerador e a carga, sendo a potência máxima fornecida pelo gerador à carga dada por

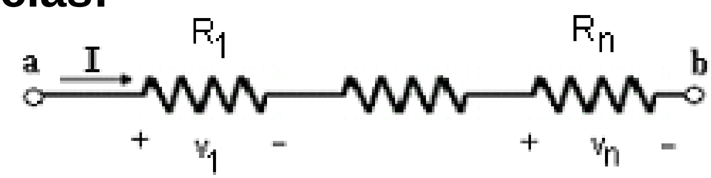
$$\mathrm{P}_{\mathrm{max}} = \frac{E^{2}}{4r}$$

1.2.5 – Associação série e paralelo de elementos.

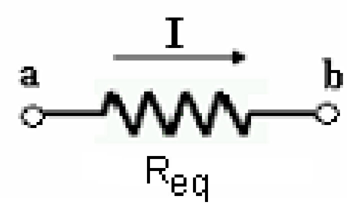
• **Ligação em série**

Dois elementos dizem-se em série se possuem apenas um terminal em comum que não está ligado a um terceiro elemento. Numa associação em série a corrente é a mesma nos vários elementos e as tensões nos vários elementos somam-se.

Resistências:



$\Longleftrightarrow$

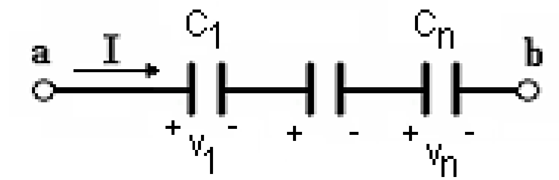


$$V_{ab} = V_1 + \ldots + V_n = (R_1 + \ldots + R_n)I = R_{eq} I \qquad R_{eq} = R_1 + \ldots + R_n$$

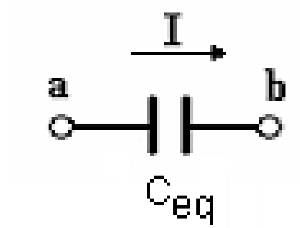
Esta associação constitui um **divisor de tensão**, uma vez que a tensão aplicada entre **a** e **b** divide-se pelas várias resistências. Por exemplo, para a resistência *j*

$$V_j = \frac{R_j}{R_1 + \ldots + R_n} V_{ab}.$$

Condensadores:

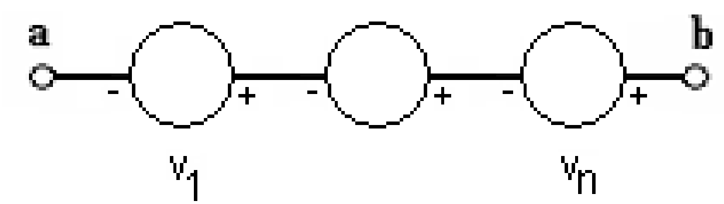


$\Leftrightarrow$

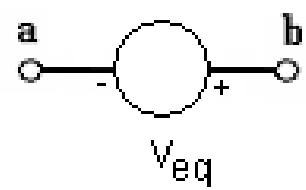


$$V_{ab} = V_1 + \ldots + V_n = \left(\frac{1}{C_1} + \ldots + \frac{1}{C_n}\right)\int I dt = \frac{1}{C_{eq}}\int I dt \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \ldots + \frac{1}{C_n}$$

Geradores de tensão:



$\Leftrightarrow$



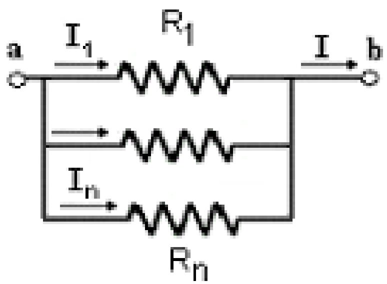
$$V_{eq} = V_1 + \ldots + V_n$$

Os geradores de tensão podem-se ligar em série, mas os geradores de corrente não, excepto se forem iguais.

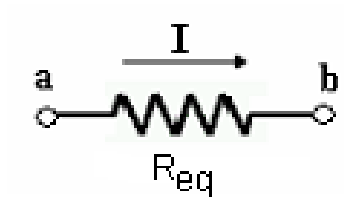
• **Ligação em paralelo**

Dois elementos dizem-se em paralelo se possuem dois terminais em comum. A tensão é a mesma nos vários elementos e a corrente total é a soma das correntes nos vários elementos.

Resistências:



$\Leftrightarrow$

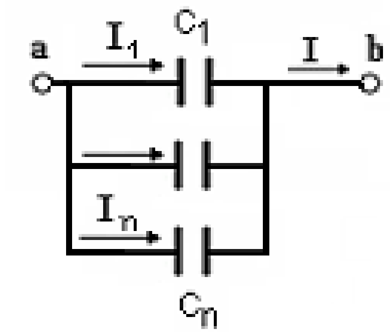


$$I = I_1 + \ldots + I_n = \left(\frac{1}{R_1} + \ldots + \frac{1}{R_n}\right) V_{ab} = \frac{1}{R_{eq}} V_{ab} \qquad \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \ldots + \frac{1}{R_n}$$

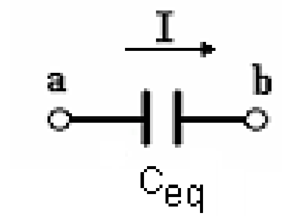
Esta associação constitui um **divisor de corrente**, uma vez que a corrente total divide-se pelas várias resistências. Por exemplo, para a resistência *j*

$$I_j = \frac{\frac{1}{R_j}}{\frac{1}{R_1} + \ldots + \frac{1}{R_n}} I.$$

Condensadores:

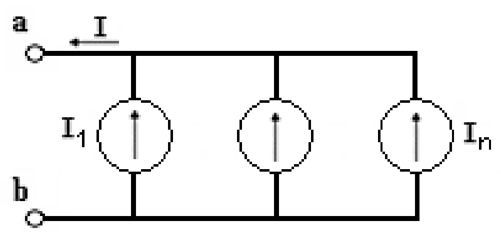


$\Leftrightarrow$

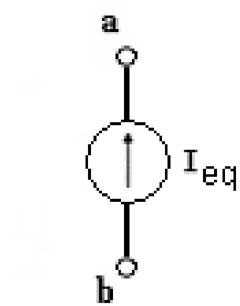


$$I = I_1 + \ldots + I_n = (C_1 + \ldots + C_n)\frac{dV_{ab}}{dt} = C_{eq}\frac{dV_{ab}}{dt} \quad \Leftrightarrow \quad C_{eq} = C_1 + \ldots + C_n$$

Geradores de corrente:



$\Leftrightarrow$



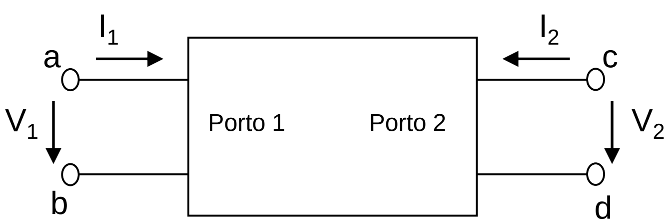
$$I_{eq} = I_1 + \ldots + I_n$$

Os geradores de corrente podem-se ligar em paralelo, mas os geradores de tensão não, excepto se forem iguais.

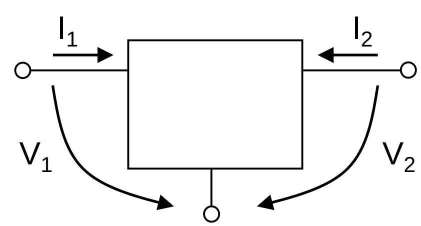
1.2.6 – Redes biporto. Parâmetros híbridos.

Muitos sistemas electrónicos podem ser considerados como tendo 2 pares de terminais (portos), através dos quais se pode fornecer ou extrair energia ou efectuar medições.

Estes sistemas designam-se por quadripólos ou **redes biporto**, um porto constitui a entrada do sistema, onde geralmente é aplicada a excitação, e o outro a saída, de onde se extraem os sinais desejados. Nalguns sistemas os portos de entrada e de saída partilham um terminal comum, designando-se por **tripólos**.



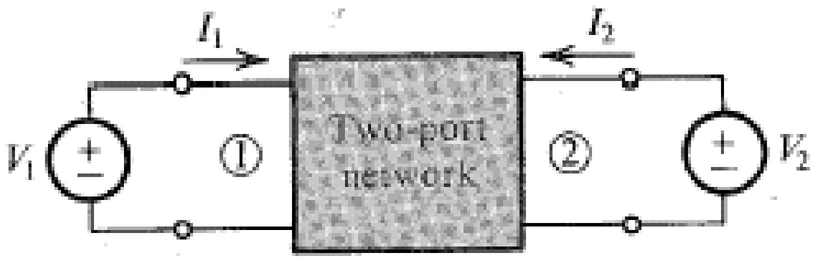
Quadripólo



Tripólo

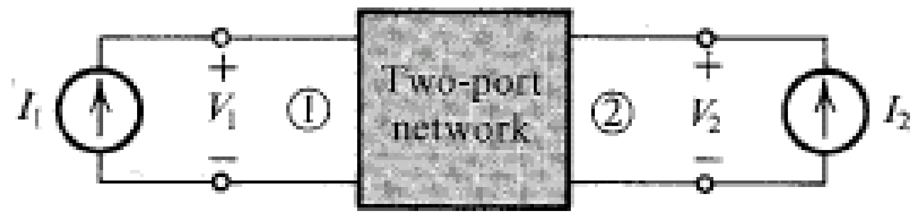
- A corrente que entra num terminal dum porto é igual à corrente que sai pelo outro terminal desse porto ($I_a=-I_b=I_1$).
- Também não é possível efectuar medições entre terminais de portos diferentes.

Um rede biporto pode ser descrita por quatro variáveis (2 independentes e 2 dependentes), que são as correntes e as tensões dos portos, relacionando-se entre si através de um conjunto de parâmetros.



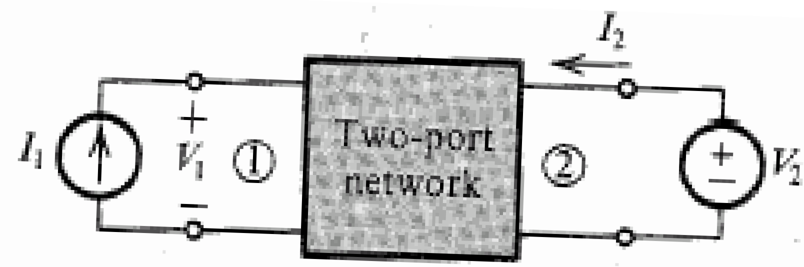
$$I_1 = y_{11}V_1 + y_{12}V_2$$
$$I_2 = y_{21}V_1 + y_{22}V_2$$

Descrição de admitância (parâmetros y)



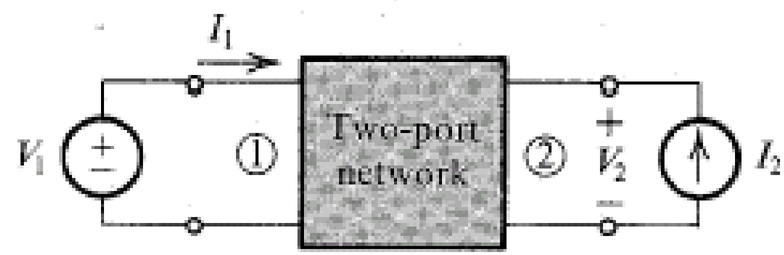
$$V_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2$$
$$V_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2$$

Descrição de impedância (parâmetros z)



$$V_1 = h_{11}I_1 + h_{12}V_2$$
$$I_2 = h_{21}I_1 + h_{22}V_2$$

Descrição híbrida (parâmetros h)



$$I_1 = g_{11}V_1 + g_{12}I_2$$
$$V_2 = g_{21}V_1 + g_{22}I_2$$

Descrição híbrida inversa (parâmetros g)

Uma descrição muito comum dos circuitos biporto é através dos **parâmetros hibridos (ou parâmetros h)**, os quais se obtêm a partir das equações

$$h_{11} = \left.\frac{V_1}{I_1}\right|_{V_2=0}$$

Impedância de entrada em curtocircuito

$$h_{21} = \left.\frac{I_2}{I_1}\right|_{V_2=0}$$

Ganho em corrente directo em curtocircuito

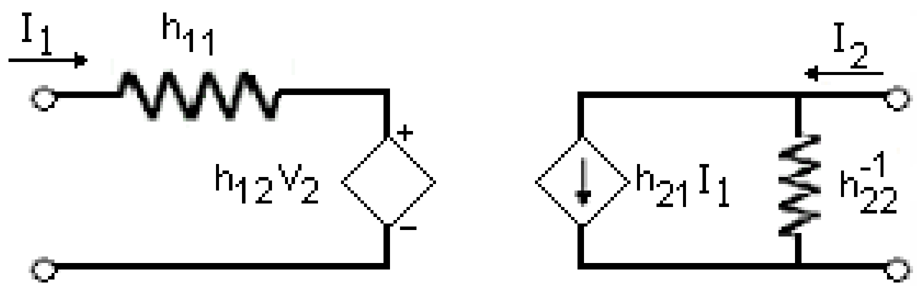
$$h_{12} = \left.\frac{V_1}{V_2}\right|_{I_1=0}$$

Ganho em tensão inverso em circuito aberto

$$h_{22} = \left.\frac{I_2}{V_2}\right|_{I_1=0}$$

Admitância de saída em circuito aberto

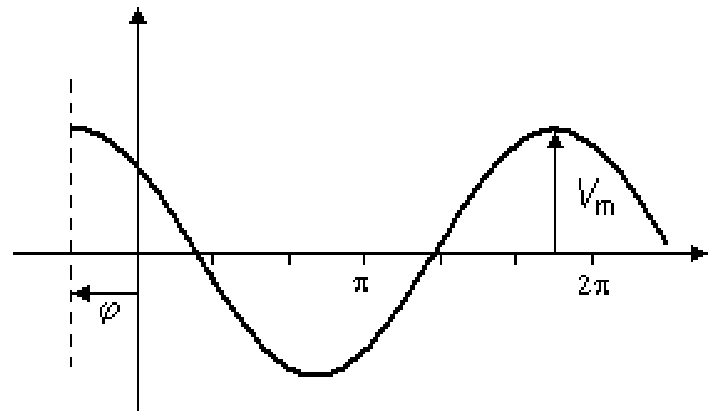
A descrição híbrida de um circuito biporto pode ser representada pelo circuito equivalente



1.2.7 – Análise de circuitos de corrente alternada.

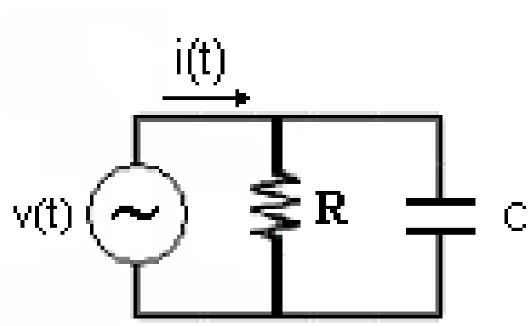
- **Análise no domínio do tempo de circuitos de CA.**

A resposta dos vários elementos de um circuito a uma excitação sinusoidal pode ser obtida usando as relações tensão-corrente definidas anteriormente.



$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \varphi)$$

Exemplo:



$$i_R(t) = \frac{v(t)}{R} = \frac{V_m}{R}\cos(\omega t)$$

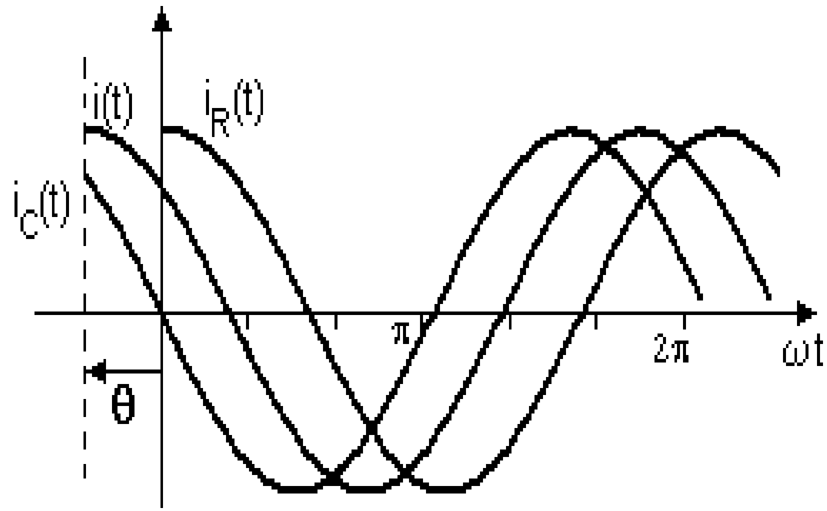
$$i_C(t) = C\frac{dv}{dt} = -\omega C V_m sen(\omega t) = \omega C V_m \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$i(t) = i_R(t) + i_C(t) = \frac{V_m}{R}\cos(\omega t) - \omega C V_m sen(\omega t)$$

A corrente i(t) pode-se escrever na forma:

$$i(t) = I_m \cos(\theta)\cos(\omega t) - I_m sen(\theta) sen(\omega t) = I_m \cos(\omega t + \theta)$$

com $I_m = V_m \sqrt{\frac{1}{R^2} + (\omega C)^2}$ $\quad e \quad tg(\theta) = \omega CR.$



As correntes no circuito são sinusoidais e têm a mesma frequência da tensão. Contudo, enquanto i_R está em fase com a tensão aplicada, i_C e *i(t)* estão avançadas de π/2 e θº em relação à tensão no gerador, respectivamente.

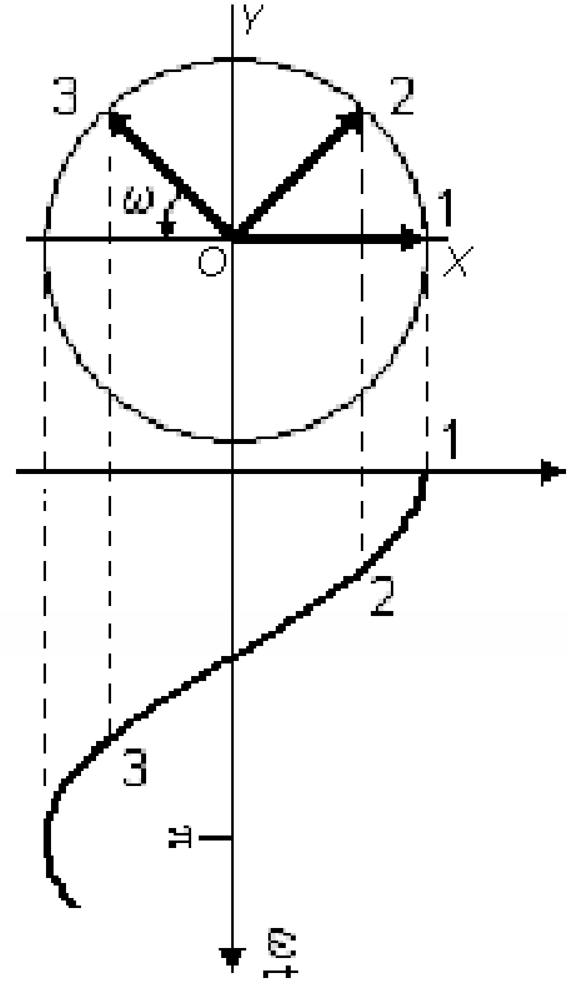
A **análise no domínio dos tempos** de circuitos CA é pouco prática, pois pode implicar uma quantidade proibitiva de manipulações trigonométricas. Por isso, é costume utilizar outros processos de representação de grandezas sinusoidais que simplifiquem o estudo dos circuitos de corrente alternada em estado estacionário.

- **Representação vectorial. Noção de fasor.**

Uma grandeza sinusoidal

$$v(t)=V_m \cos(\omega t+\varphi)$$

pode ser representada graficamente num sistema de eixos OXY por um vector de módulo igual ao valor eficaz de v(t) e direcção dada pela sua fase ($\omega t+\varphi$), representada pelo ângulo que o vector faz com o eixo OX medido no sentido anti-horário. Este vector como está a girar em torno da origem com velocidade angular constante ω, dá-se o nome de **fasor**.



O valor instantâneo de uma grandeza sinusoidal em co-seno é obtido pela projecção do fasor em cada instante sobre o eixo OX.

Como num circuito linear todas as grandezas sinusoidais têm a mesma frequência, todos os fasores partilham o mesmo movimento circular uniforme e a relação de fases entre eles mantém-se constante no tempo. Podemos deste modo ignorar o movimento circular dos fasores e usar um referencial estacionário para os apresentar (**diagrama de fasores).**

Assim, em notação fasorial temos

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \alpha) \quad \leftrightarrow \quad \bar{V} = V_{ef} \underline{|+\alpha}$$

$$\left(V_{ef} = V_m / \sqrt{2}\right)$$

$$i(t) = I_m \cos(\omega t - \beta) \quad \leftrightarrow \quad \bar{I} = I_{ef} \underline{|-\beta}$$

$$\left(I_{ef} = I_m / \sqrt{2}\right)$$

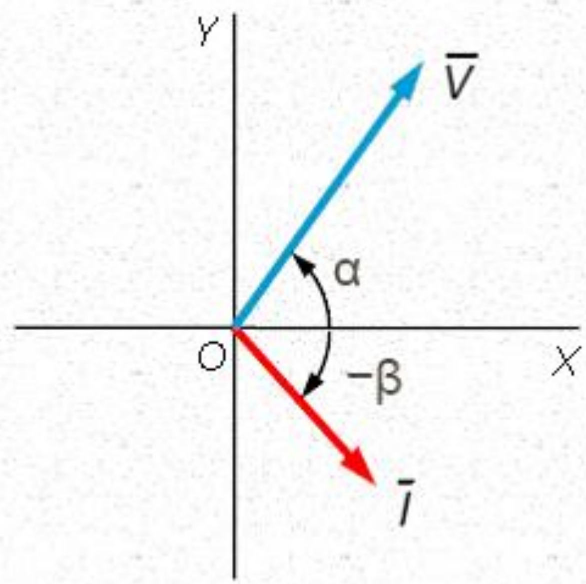


Diagrama de fasores

Exemplo: Para o circuito RC anterior

O fasor da tensão no gerador é:

$$\bar{V} = V\angle 0^{o} \quad \text{onde} \quad V = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \quad \text{é o valor eficaz da tensão.}$$

Os fasores das correntes são

$$\bar{I}_R = \frac{V}{R}\angle 0^{o} \qquad \bar{I}_C = \omega CV\angle 90^{o}$$

$$\bar{I} = \bar{I}_R + \bar{I}_C = \frac{V}{R}\angle 0^{o} + \omega CV\angle 90^{o}$$

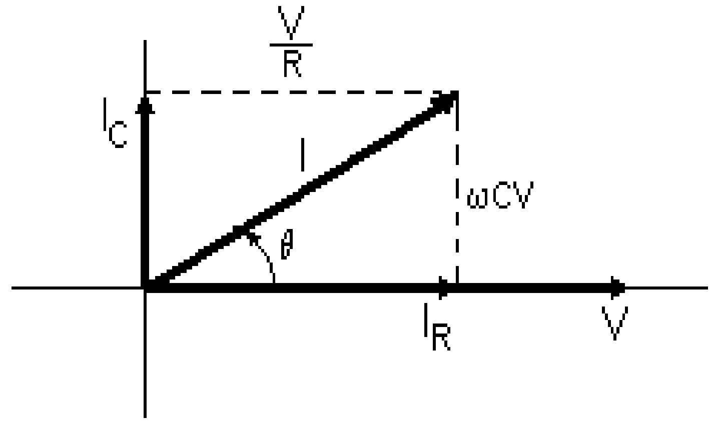


Diagrama de fasores

Esta soma de fasores está feita no diagrama, de onde se determina

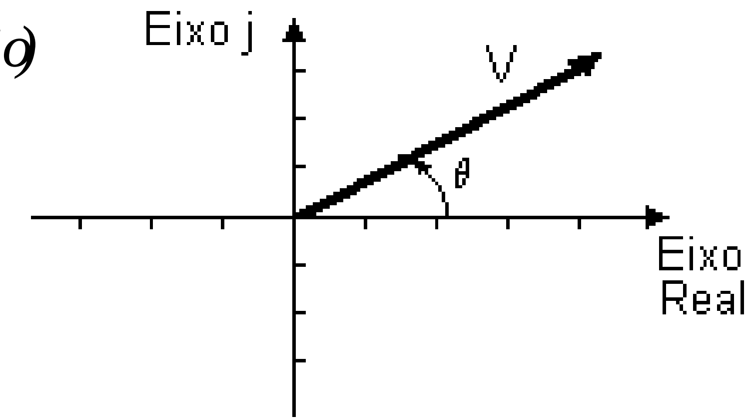
$$|I|^2 = \left(\frac{V}{R}\right)^{2} + (\omega CV)^2 \quad \text{e} \quad tg(\theta) = \omega CR$$

A análise pelo método fasorial é relativamente simples, comparativamente com a a análise no tempo, contudo não é muito prática em situações mais complexas dado que todas as operações têm de ser realizadas graficamente sobre vectores. Pelo que o diagrama de fasores usa-se sobretudo para verificação dos resultados.

- **Representação simbólica de fasores.**

A análise de circuitos CA pode ser substancialmente simplificada introduzindo o conceito de plano complexo para representar os fasores. Para tal é definido o operador *j,* o qual quando aplicado a um fasor fá-lo rodar de 90º no sentido anti-horário. Quando aplicado sucessivamente ao fasor 1∠0º obtém-se

$$j(j1) = j^2 = -1 \quad \text{ou} \quad j = \sqrt{-1} \quad (n^{\text{o}}\, imaginário)$$



Devido a este formalismo o plano XY pode-se chamar de plano complexo, sendo o eixo vertical designado por eixo j (ou eixo imaginário) e o eixo horizontal por eixo real.

Os fasores podem assim ser representados matematicamente por um ponto no plano complexo, ou seja por um número complexo.

Na **forma rectangular** o fasor $\overline{V}$ é,

$$\overline{V} = V_{ef}\cos\theta + jV_{ef}\,sen\theta.$$

O fasor pode-se ainda exprimir na **forma exponencial (ou polar)** recorrendo à formula de Euler

$$\overline{V} = V_{ef}\,\mathbf{cos}\theta + jV_{ef}\,sen\theta = V_{ef}\left(\mathbf{cos}\theta + j\,sen\theta\right) \quad \Leftrightarrow \quad \overline{V} = V_{ef}\,e^{j\theta}$$

onde $e^{j\theta}$ é um operador que aplicado a um fasor lhe imprime uma rotação de θº.

A representação na **forma rectangular** é útil para somar ou subtrair nº complexos, e a **forma exponencial** é usada quando se pretende multiplicar ou dividir nº complexos.

Conhecido o fasor duma grandeza, o seu valor instantâneo obtém-se imediatamente

$$v(t) = \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\left(\overline{V}e^{j\omega t}\right) = \sqrt{2}V_{ef}\cos(\omega t + \theta).$$

A representação simbólica tem a propriedade interessante de permitir simplificar a derivação e a integração de grandezas sinusoidais

$$\frac{dv}{dt} = \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\left[\frac{d}{dt}\left(\bar{V}e^{j\omega t}\right)\right] = \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\left[j\omega\bar{V}e^{j\omega t}\right].$$

$$\int v\,dt = \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\left[\int \bar{V}e^{j\omega t}dt\right] = \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\left[\frac{\bar{V}e^{j\omega t}}{j\omega}\right].$$

Usando esta propriedade da representação simbólica, as relações tensão-corrente em CA para os vários elementos escrevem-se agora como

Resistência: $v(t) = Ri(t)$ $\qquad \bar{V} = R\bar{I}$

Indutância: $v(t) = L\dfrac{di}{dt}$ $\qquad \bar{V} = j\omega L\bar{I} = X_L\bar{I}$

Condensador: $v(t) = \dfrac{1}{C}\displaystyle\int i\,dt$ $\qquad \bar{V} = \dfrac{1}{j\omega C}\bar{I} = X_c\bar{I}$

onde X_L e X_c são a reactância da bobina e do condensador, respectivamente.

No caso geral de um circuito RLC em CA, a lei de Ohm exprime-se como

$$\frac{\bar{V}}{\bar{I}} = \bar{Z} = R + jX$$

onde $\bar{Z}$ é a impedância do circuito, com X a reactância e R a parte resistiva da impedância.

Note-se que a impedância não representa uma grandeza sinusoidal (fasor), pois o factor $e^{j\omega t}$ implicito em $\bar{V}$ e $\bar{I}$, e responsável pela sua rotação, anula-se.

Usando a representação simbólica as equações diferenciais que descrevem os circuitos de CA são transformadas em equações algébricas semelhantes às obtidas para as redes puramente resistivas. Deste modo as leis fundamentais, os métodos de análise, teoremas e leis de associação apresentados anteriormente são igualmente aplicáveis ao estudo de circuitos de CA.

Exemplo: circuito RC anterior.

O fasor da tensão no gerador é: $\bar{V} = Ve^{j0°}$

$$\bar{I}_R = \frac{V}{R}e^{j0°} \qquad \bar{I}_C = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}_C} = \frac{\bar{V}}{\frac{1}{j\omega C}} = j\omega C V e^{j0°} = \omega C e^{j90°} V e^{j0°} = j\omega C V$$

$$\bar{I} = \bar{I}_R + \bar{I}_C = \frac{V}{R} + j\omega C V = V\sqrt{\frac{1}{R^2} + (\omega C)^2}\, e^{j\,\mathbf{arctan}(\omega CR)}$$

Outra forma de calcular I, seria calcular previamente a impedância do circuito

$$\frac{1}{\bar{Z}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{\frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{R} + j\omega C \qquad \bar{Z} = \frac{R}{1 + j\omega CR}$$

E usar em seguida a lei de Ohm em CA: $\bar{I} = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}} = \frac{V}{R}(1 + j\omega CR)$

- **Potência em CA**

Se a tensão aos terminais de um circuito é

$v(t) = \sqrt{2}V_{ef}\ \mathbf{cos}(\omega\, t)$ e a corrente igual a

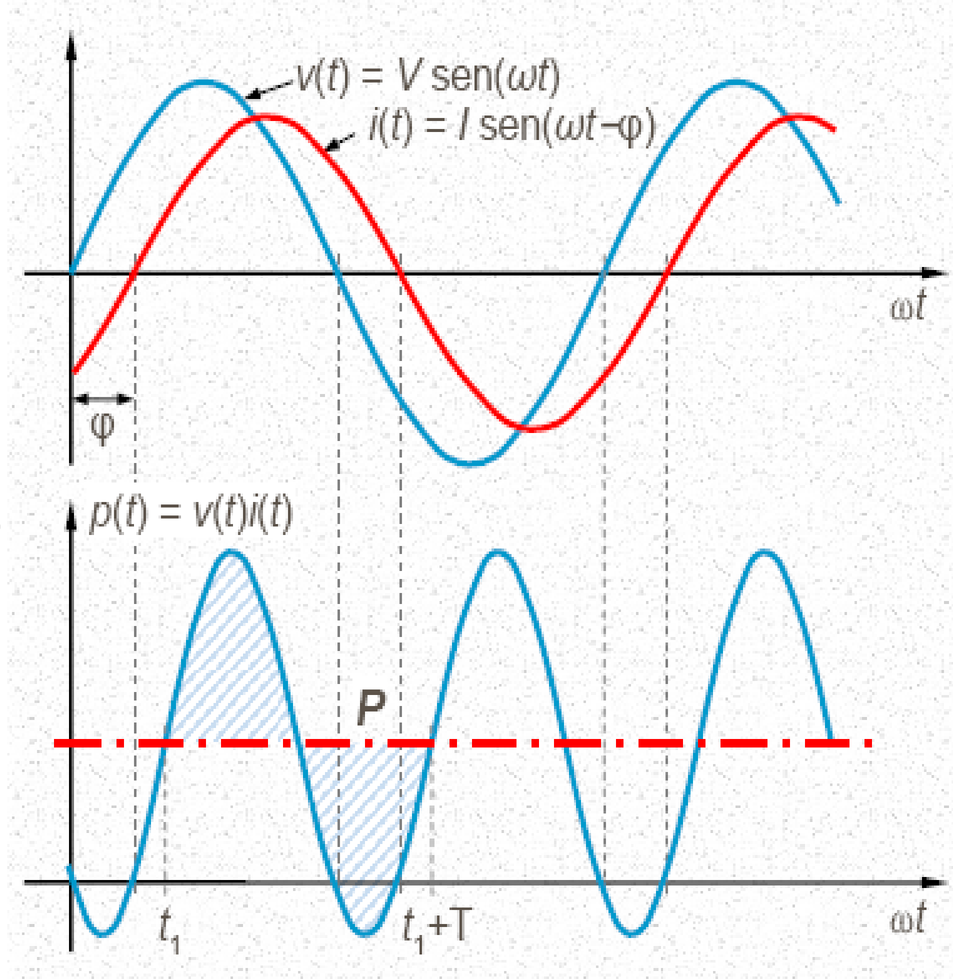
$i(t) = \sqrt{2} I_{ef}\ \cos(\omega\, t - \varphi)$, então a potência

instantânea no circuito é

$$p(t) = v(t)\cdot i(t)$$
$$= V_{ef}\, I_{ef}\left[\cos(\varphi) + \cos(2\omega\, t - \varphi)\right]\ \text{(W)}$$

A potência média no circuito é

$$P = \frac{1}{T}\int_{t_1}^{t_1+T} v(t)\cdot i(t)dt$$
$$= V_{ef}\, I_{ef}\ \cos(\varphi) \qquad \text{(W)}$$



O valor médio é a **potência activa**, P, e corresponde à potência dissipada pelo circuito

$$P = V_{ef} I_{ef} \cos\varphi = \mathrm{Re}(\bar{Z}).I_{ef}^2 \quad \text{(W)}$$

onde cos(φ) designa-se por **factor de potência** do circuito.

A **potência reactiva**, Q, corresponde à energia armazenada no circuito e não dissipada

$$Q = V_{ef} I_{ef}\, sen\varphi \quad \text{(VAR)}$$

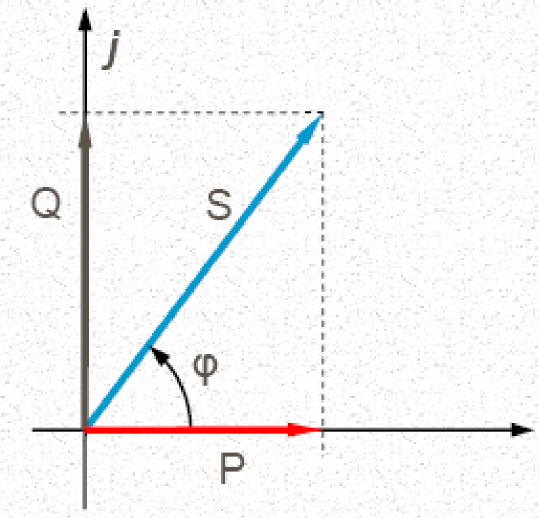


Diagrama de potências

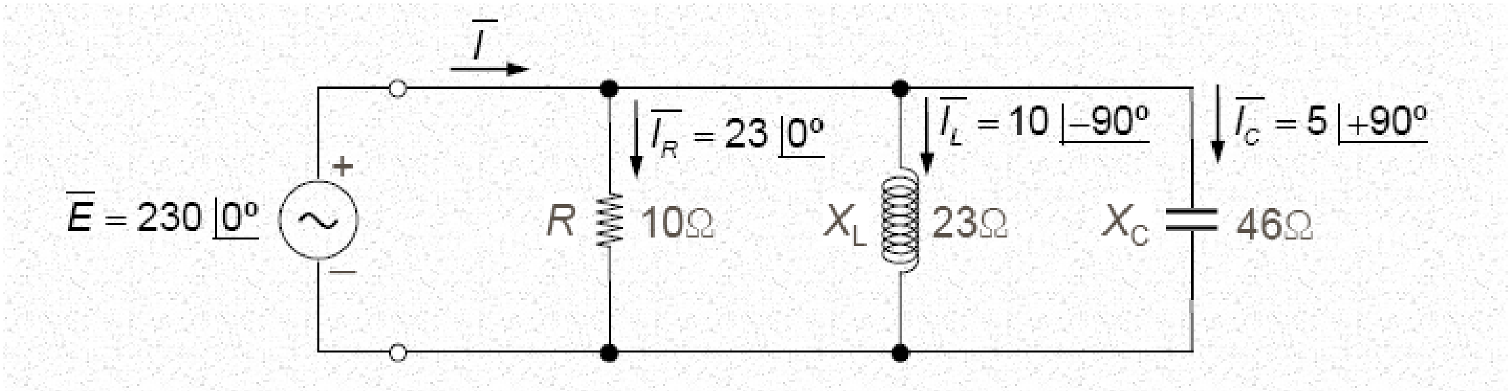
Além da potência activa, é usual especificar também a **potência aparente** dos equipamentos (potência nominal),

$$S = V_{ef} I_{ef} \quad \text{(VA)}$$

A potência complexa obtém-se a partir dos fasores, usando o complexo conjugado de *I*,

$$\bar{P} = \bar{V}.\bar{I}^* = P + jQ = S.\cos(\varphi) + jS.sen(\varphi) \quad \Rightarrow \quad S^2 = P^2 + Q^2$$

Exemplo: Calcular P, Q, S e o factor de potência do circuito.



$$P = RI_{ef}^2 = 10.(23)^2 = 5290 \text{ W}$$

$$Q_C = X_C I_C^2 = 46(5)^2 = 1150 \quad \text{VAR} \quad \text{(cap)}$$

$$Q_L = X_L I_L^2 = 23(10)^2 = 2300 \quad \text{VAR} \quad \text{(ind)}$$

$$Q_T = Q_L - Q_C = 1150 \quad \text{VAR} \quad \text{(ind)}$$

$$S = \sqrt{5290^2 + 1150^2} = 5414 \text{ VA}$$

$$\cos\varphi = \frac{5290}{5414} = 0.98$$