

Prova Escrita de Física Quântica

12 de Abril de 2019

1. (2pts) Considere o seguinte circuito quântico que programa o computador da IBM.



Figure 1: Circuito quântico.

- (a) Encontre a forma do operador que representa este programa quântico.
 - (b) Se o qubit inicial do computador estiver no estado $|\uparrow\rangle$, diga qual o estado final do qubit depois de actuar nesse estado com o operador do item anterior.
2. (4pts) Considere um interferómetro de Mach-Zehnder com um dos braços maior que o outro. Escreva na forma de um produto de matrizes o operador que descreve esse interferómetro. Dê a forma explícita das matrizes.
 3. (6pts) Considere o seguinte estado quântico:

$$|\psi\rangle = |\uparrow\rangle + ie^{-i\pi/2}|\downarrow\rangle \quad (1)$$

- (a) Determine o *bra* associado *ket* anterior.
- (b) Se necessário, normalize o estado anterior.
- (c) Considerando o estado definido na equação (1), se forem feitas N medidas de spin para cima, quantos resultados, em média, darão como estado final o sistema com spin para cima
- (d) Sabendo que um estado geral tem a forma

$$|\psi\rangle = \cos \frac{\theta}{2} |\uparrow\rangle + \sin \frac{\theta}{2} e^{i\phi} |\downarrow\rangle, \quad (2)$$

diga quais os ângulos θ e ϕ para o estado definido na equação (1).

(e) Desenhe o estado definido pela equação (1) na esfera de Bloch.

4. (6pts) Considere o seguinte Hamiltoniano

$$H = \hbar\omega\sigma_x. \quad (3)$$

(a) Encontre os valores próprios e os vectores (ou estados) próprios do sistema.

(b) Se o estado inicial do sistema for

$$|\psi(t=0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}|\uparrow\rangle + i\sqrt{\frac{2}{3}}|\downarrow\rangle, \quad (4)$$

determine o estado no tempo t , $|\psi(t)\rangle$, se o sistema evoluir de acordo com o hamiltoniano H .

(c) Determine o projector associado com o estado $|\psi(t=0)\rangle$.

5. (2pts) Considere o estado dado pela equação (2), com $\theta = \pi/2$ e $\phi = 0$.

(a) Calcule a média do operador $S_x = \hbar\sigma_x/2$.

(b) Mesmo que não tenha calculado a média do item anterior, admita que o resultado teria sido $\hbar/2$. Diga o que poderia concluir sobre o estado (2) relativamente ao operador S_x .