

UNIVERSIDADE DO MINHO
ESCOLA DE CIÊNCIAS

Análise de Circuitos de Corrente Contínua

TRABALHO LABORATORIAL 1
ELETRÓNICA E INSTRUMENTAÇÃO EM FÍSICA

Afonso Costeira A89636
André Mouquinho A90129
Miguel Godinho A89624

3 de novembro de 2020

Conteúdo

1	Sumário	2
2	Procedimento, Resultados e Análise	3
2.1	Circuito Equivalente de Thévenin	3
2.2	Ponte de Wheatstone	8
3	Conclusão	13

1 Sumário

Esta atividade experimental é composta por duas etapas distintas.

A primeira etapa consiste na análise de um circuito de corrente contínua o qual será comparado a um circuito equivalente de Thévenin, de modo a verificar o teorema homônimo.

A segunda etapa tem como objetivo estudar a Ponte de Wheatstone.

2 Procedimento, Resultados e Análise

Tal como dito anteriormente no sumário a atividade experimental é dividida em duas partes:

2.1 Circuito Equivalente de Thévenin

Primeiramente, no protocolo fornecido pelo professor, é-nos pedido que seja montado o circuito da 1.

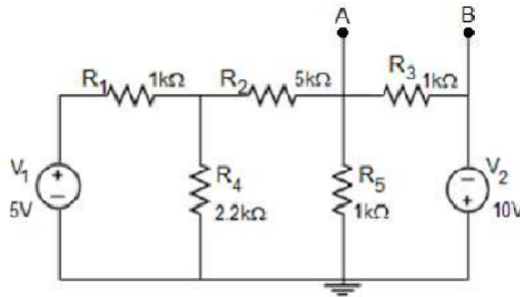


Figura 1: Circuito Elétrico A do protocolo.

No entanto, devido à falta de equipamento, o circuito montado teve alterações nos valores das resistências R_2 e R_4 de $5\text{ k}\Omega$ para $4.6\text{ k}\Omega$ e de $2.2\text{ k}\Omega$ para $1.7\text{ k}\Omega$, respetivamente, e o valor da segunda fonte de tensão V_2 de 10 V para 8 V .

Esta falta de material foi constante para todos os circuitos montados e sempre que tivemos de substituir por novas componentes procuramos as que tinham os valores mais próximos dos pedido nos protocolos para conseguirmos de modo a não fugirmos muito ao protocolo e não prejudicar o objetivo da atividade experimental. Assim, para não nos estarmos constantemente a repetir com o aspeto do circuito daqui para a frente iremos apenas colocar o circuito "final", isto é, o que realmente montamos e iremos somente indicar os valores originais do protocolo.

As medições que fizemos para calcular os valores das nossas componentes raramente eram estáveis e os valores que tiramos foi o que julgávamos que era o valor médio entre o intervalo de valores que apareciam do multímetro com o objetivo de termos o valor real. O mesmo aconteceu para qualquer medição feita daqui para adiante. Esta escolha na medição pode causar discrepâncias com os valores teóricos e para não estarmos nos constantemente a repetir ao retomarmos a esta possibilidade iremos denominar como *erro 1*.

Continuando, procedeu-se com a montagem do seguinte circuito da figura 2.

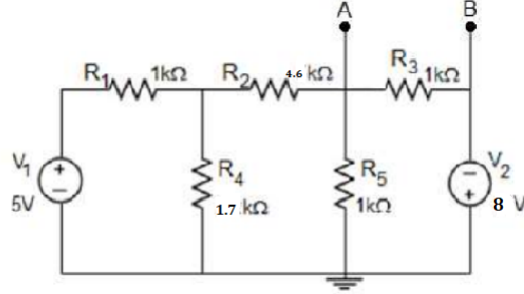


Figura 2: Circuito Elétrico A

Com o circuito montado, medimos a corrente em R_3 usando um multímetro.

$$I_{R3} = 4.90 \text{ mA}$$

Depois de medido a corrente substituiu-se as fontes por curto-circuitos, retirámos o R_3 , medimos a resistência entre AB e medimos a corrente de curto-circuito entre AB. Os valores recolhidos encontram-se na tabela 1.

R_{TH}	$0.84 \text{ k}\Omega$
I_{TH}	10.34 mA

Tabela 1: Valores recolhidos da resistência e corrente.

Ligámos novamente as fontes e medimos a tensão entre AB.

$$V_{TH} = 8.66 \text{ V}$$

Com a obtenção dos valores de tensão e corrente calculámos a resistência, pela lei de Ohm.

$$R_{TH} = \frac{V_{TH}}{I_{TH}}$$

logo

$$R_{TH_2} = \frac{8.66}{10.34} = 0.84 \text{ k}\Omega$$

Os valores de R_{TH} e R_{TH_2} são iguais, o que é o ideal. O que é estranho devido a termos erros 1 nas medições feitas para a resistência de Thévenin.

De seguida, é pedido para calcular o valor teórico para a resistência e tensão de Thévenin e comparar os valores. A resistência de Thévenin é dada pela resistência equivalente nos terminais.

$$R_{TH} = R_{eq} = \left(\frac{1}{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4} \right)^{-1} + R_2} + \frac{1}{R_5} \right)^{-1} = 0.84 \text{ k}\Omega$$

$$R_{TH_{teorico}} = 0.84 \text{ k}\Omega$$

Aqui voltamos a ter um valor igual ao experimental, o que de novo é estranho, por termos erros 1 nas medições. Continuamente, calculamos a tensão de Thévenin teórica. A tensão de Thévenin será a tensão que chega aos terminais AB.

$$V_{TH_{teorico}} = V_2 + R_5 \cdot I_5 = V_2 + R_5 \cdot \frac{V_C}{R_2 + R_5}$$

onde V_C representa a tensão do nó que conecta as resistências R_1 , R_2 e R_4 . Procedemos então ao cálculo de V_C pela 2ª Lei de Kirchhoff (Lei das Malhas):

$$\frac{V_1 - V_C}{R_1} = \frac{V_C}{R_3} + \frac{V_C}{R_2 + R_5} \Leftrightarrow V_C = 2.83 \text{ V}$$

Deste modo, a tensão de Thévenin teórica vem:

$$V_{TH_{teorico}} = 8.51 \text{ V}$$

Este valor não coincide exatamente com o valor medido experimentalmente ($V_{TH} = 8.66 \text{ V}$), porém o desvio percentual é de apenas 2%. Tal percentagem de discrepância pode ser explicada pelo erro 1.

Para terminar, foi-nos pedido para montarmos o circuito equivalente de Thévenin e medirmos a corrente em R_3 . Não conseguimos as componentes que pretendíamos, isto é, uma resistência e uma tensão com os valores experimentais da resistência e tensão de Thévenin, respetivamente, e fomos a procura das componentes com os valores mais parecidos com elas. Neste ponto, podemos indicar que não esperamos ter o mesmo valor de corrente, pois não usamos as componentes que queríamos, então desde que a corrente dê aproximadamente o mesmo resultado ficaremos satisfeitos. No entanto, pela lei de Ohm sabemos que a corrente é igual a tensão a dividir pela resistência e ao diminuirmos os valores de tensão e resistência (ambas as competentes que encontramos disponíveis tinham valores menores que as que queríamos) pode ser que a corrente não mude porque a divisão pode se manter constante. Podíamos fazer mais contas para verificar se a corrente se iria manter a mesma ao mudar teoricamente, mas achamos desnecessário, porque dificilmente a corrente iria se manter constante.

Na figura 3 encontra-se circuito que foi montado.

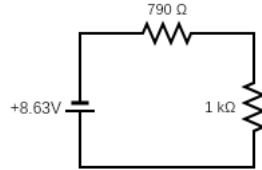


Figura 3: Circuito equivalente de Thévenin com as componentes disponíveis).

Com o circuito fomos proceder com a ultima parte, medir a corrente em R_3 do circuito de Thévenin.

$$I_{R3\text{Circuito de Thévenin}} = 4.90 \text{ mA}$$

Este valor dá exatamente igual ao valor da corrente em R_3 medido inicialmente. Tal como dito anteriormente, não esperávamos que este valor fosse igual, porque ao fazer a substituição das componentes no circuito equivalente de Thévenin que queríamos pelas componentes que conseguimos adquirir seria de esperar que o valor fosse totalmente diferente, além, que em todas as medições tivemos constantemente o erro 1. Tal semelhança verificou-se quando calculamos o valor de resistência de Thévenin pelo método experimental indireto (lei de Ohm) e teórico e fomos comparar com o experimental.

Nós chegamos a conclusão que a razão dos valores iguais deve-se a nossa negligência nas aproximações que fizemos: em todos os cálculos e medições aproximamos sempre a 2 casas decimais quando dava sempre (ou quase sempre) para termos 4 casas decimais. Nós fizemos esta escolha, porque quando estávamos a medir os valores instáveis encontravam-se sempre (ou quase sempre) nessas casas e mais valia ter apenas os valores estáveis. Quando fomos obter a resistência de Thévenin pela lei de Ohm e pelo teorema de Thévenin ou a tensão de Thévenin pela teorema decidimos abraçar as 2 casas decimais para fazermos comparações com as mesmas casas decimais. Esta escolha faz com que o tenhamos a limitação de comparação de somente de 2 casas decimais e que os nossos valores sejam iguais (semelhante para a tensão de Thévenin).

Na verdade, esta aproximação só nos ajuda com objetivo principal desta parte da experiência que é a provar o teorema de Thévenin, porque quando construímos o circuito equivalente de Thévenin não fizemos com as componentes que queríamos e esperávamos valores diferentes de corrente só que como as nossas componentes eram parecidas às que queríamos ao fazermos a nossa aproximação essa diferença torna-se irrelevante e obtemos a mesma corrente, provando assim o teorema de Thévenin. Da mesma forma, ao obter valor iguais e semelhantes para a resistência de Thévenin e para a tensão de Thévenin, respectivamente, comprovamos que o nosso procedimento de obtenção para a resistência e tensão de Thévenin experimental é válido. No entanto, quando queremos provar qual dos métodos para calcular a resistência de Thévenin, diretamente ou pela lei de Ohm, é melhor (um subobjetivo desta parte) iríamos necessitar de fazer medidas mais rigorosas para obtermos de mais casas decimais, porque nos deram valores iguais, além que teríamos de analisar as incertezas dos multímetro. Mas ao obtermos o mesmo valor para a resistência de Thévenin, podemos concluir que se não quisermos ser completamente rigorosos qualquer um dos métodos é válido.

2.2 Ponte de Wheatstone

Nesta segunda parte, começou-se por montar o circuito da figura 4:

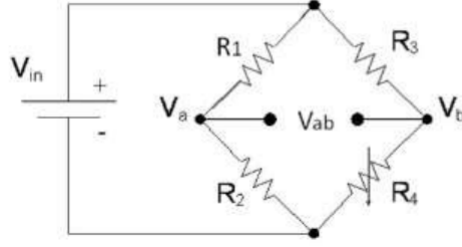


Figura 4: Ponte de Wheatstone. No protocolo: $R_2 = R_3 = 0.5 R_1 = 1 k\Omega$; Componentes Obtidas: $R_2 = R_3 = 1 k\Omega$; $R_1 = 1.7 k\Omega$

Antes de procedermos com alguma medição, determinámos o valor da tensão entre A e B, V_{AB} pela regra dos divisores de tensão:

$$V_{AB} = \left(\frac{R_4}{R_4 + R_3} - \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) V_{in} \quad (1)$$

A partir da Eq.(1) determina-se o valor de R_4 .

$$V_{AB} = 0 = \left(\frac{R_4}{R_4 + R_3} - \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) V_{in} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{R_4}{R_4 + R_3} - \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{R_4}{R_3} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow R_4 = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow R_4 = 588 \Omega$$

Obtendo o valor de R_4 teórico (o qual vamos chamar $R_{4teórico}$ daqui para a frente). Ligámos a fonte de tensão com 8 V e variámos a resistência variável, R_4 até a V_{ab} ser 0 V. O melhor ajuste conseguido foi para $V_{ab} = 0,087 V$ e o valor de R_4 registado para esta tensão foi de 556Ω , que está muito perto do valor teórico previamente. Este valor de V_{ab} será considerado o nosso ponto de referência daqui para a frente.

É notável que não conseguimos alcançar os 0 V nem os $588\ \Omega$. Tal deve ter acontecido devido a sensibilidade da resistência variável, isto é, ao variar a resistência não devia de variar $1\ \Omega$ a $1\ \Omega$, logo possivelmente nunca iamos conseguir exatamente o valor de $588\ \Omega$. Por outro lado, as resistências que tínhamos não tinham os valores exatamente indicados, porque os nossos multímetros não estavam constantes e variam depois das casas das décimas, então o que o nosso grupo procurou foi sempre o valor aproximado, assim nunca nos aquele valor teórico, possivelmente não nos iria dar o valor desejado de 0 V .

Para finalizar, determinámos a sensibilidade da ponte no ponto de referência recolhendo os valores de V_{ab} para diferentes valores de resistência R_1 .

Antes de fazermos a determinação experimental, vamos rever um pouco o que fizemos até agora do ponto de vista teórico e determinar o nosso valor teórico. A Eq.(1) é um função que dá o valor V_{ab} em função das componentes da resistências e do V_{in} . Para o caso pedido, vamos considerar as resistências R_4 , R_3 e R_2 como constantes com valores correspondentes a $556\ \Omega$, $1\text{ k}\Omega$ e $1\text{ k}\Omega$, respetivamente, também vamos considerar o V_{in} como constante com um valor de 8 V . Sendo assim a Eq.(1) torna-se uma função V_{ab} em função de R_1 como nos é pedido.

Procedemos à análise desta função utilizando as funcionalidades da linguagem de programação *Python*. Fizemos um gráfico da função em que se faz variar o valor de R_1 entre 0 e $10\text{ k}\Omega$ no qual obtivemos o gráfico na figura 5.

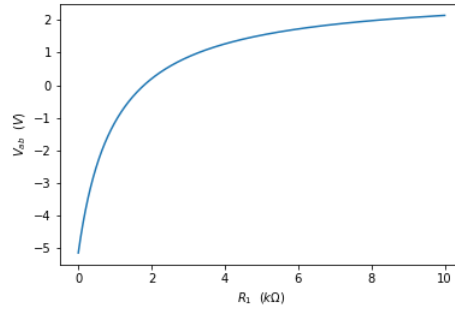


Figura 5: V_{ab} em função de R_1 teórico.

Aqui é possível observar que o valor de V_{ab} não obedece a uma função linear e que tem limite para ∞ e 0.

$$\lim_{R_1 \rightarrow \infty} V_{ab}(R_1) = \lim_{R_1 \rightarrow \infty} \left(\frac{R_4}{R_4 + R_3} - \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) V_{in} = \frac{R_4}{R_4 + R_3} V_{in} = -5.141\text{ V}$$

$$\lim_{R_1 \rightarrow 0} V_{ab}(R_1) = \lim_{R_1 \rightarrow 0} \left(\frac{R_4}{R_4 + R_3} - \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) V_{in} = \left(\frac{R_4}{R_4 + R_3} - \frac{R_2}{R_2} \right) V_{in} = 2.859\text{ V}$$

A sensibilidade é dada pela derivada da Eq.(1) por uma das resistências, neste caso, pela resistências R_1 .

$$S = \frac{dV_{ab}}{\partial R_1} = \frac{R_2}{(R_2 + R_1)^2} V_{in} \quad (2)$$

Novamente, usando a funcionalidades de *Python* fizemos um gráfico da função de sensibilidade teórica em que fizemos variar o valor de R_1 entre 0 e 5 $k\Omega$ no qual obtivemos o gráfico na figura 6.

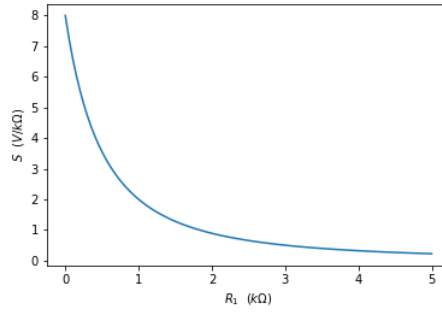


Figura 6: Sensibilidade em função de R_1 teórico.

Como era de esperar a derivada de função não linear, continua a ser uma função não linear que tem limite para novamente para 0 e para ∞ .

$$\lim_{R_1 \rightarrow \infty} S(R_1) = \lim_{R_1 \rightarrow \infty} \frac{R_2}{(R_1 + R_2)^2} V_{in} = 0 \text{ V/k}\Omega$$

$$\lim_{R_1 \rightarrow 0} S(R_1) = \lim_{R_1 \rightarrow 0} \frac{R_2}{(R_1 + R_2)^2} V_{in} = \frac{V_{in}}{R_2} = 8 \text{ V/k}\Omega$$

A partir do gráfico e dos limites calculados podemos deduzir que quanto maior for a nossa resistência R_1 menor será a nossa sensibilidade e quanto menor for maior será a resistência.

Falta-nos agora ir calcular o valor teórico da sensibilidade para o nosso ponto de referência. Recapitulando, para o nosso ponto de referência temos que

$$R_1 = 1.7 \text{ k}\Omega \quad R_2 = 1 \text{ k}\Omega \quad V_{in} = 8 \text{ V}$$

logo a nossa sensibilidade teórica para o nosso ponto de referência será, aproximadamente,

$$S = 2.962 \text{ V/k}\Omega$$

Sendo assim, concluímos a obtenção do valor teórico e vamos passar para a parte experimental.

Na tabela 2 encontram-se os valores medidos de V_{ab} para diferentes valores de R_1 e o nosso ponto de referência.

Ponto	V_{AB} (V)	R_1 (k Ω)
Para baixo	-3.84	0.330
Referência	0.087	1.7
Para cima	1.87	4.5

Tabela 2: Valores de tensão V_{AB} e de resistência R_1 para o cálculo da sensibilidade.

Tiramos mais dados que acabaram por ser descartados por não serem úteis à nossa procura do valor da sensibilidade.

Para determinar de forma experimental a nossa sensibilidade existem dois métodos.

O primeiro é recorrer novamente às funcionalidades do *Python* e com os nossos dados tentar forçar uma função experimental igual (ou semelhante) à nossa teórica e derivar essa mesma função obtendo a função de sensibilidade experimental. Com essa função era só ir buscar o valor do nosso ponto de referência. No entanto, isto não é possível por dois motivos, primeiro os dados que temos são insuficientes e segundo, e mais importante, ninguém no nosso grupo tem capacidades para usar o *Python* para fazer nenhum dos processos anteriores. Achamos por bem, referir que este método existe e que mesmo não conseguindo ser praticado por nenhum de nós não o podemos excluir como investigadores que tentamos ser.

Sendo assim só nos sobra o segundo método. Este segundo método calcula a derivada pela variação de V_{ab} com a variação de R_1 .

$$S = \frac{\Delta V_{ab}}{\Delta R_1}$$

Esta fórmula permite-nos calcular a derivada do ponto médio da variação que usamos. Como é o ponto médio não sabemos qual é a melhor variação, logo, iremos calcular usando a variação do nosso ponto de referência com os valores recolhidos e a variação entre esses valores recolhidos.

Na tabela 3 encontra-se a sensibilidade para cada variação.

Variação	Sensibilidade ($V/k\Omega$)
Baixo-Referência	2.866
Referência-Cima	0.637
Baixo-Cima	1.369

Tabela 3: Tabela da sensibilidade em função da variação.

Sem proceder a mais cálculos é possível identificar a partir da tabela 3 que o melhor valor de sensibilidade experimental é quando a variação é entre o ponto abaixo do de referência com o de referência. Isto deve-se, possivelmente, ao facto do ponto médio dessa variação ser o mais próximo do nosso ponto de referência.

3 Conclusão

Na primeira parte, apesar das advertências, foi possível comprovar o teorema de Thévenin: a corrente contínua assumiu o mesmo valor ao substituir o nosso circuito original pelo circuito equivalente de Thévenin. Também fizemos a comparação dos nossos valores experimentais de resistência e tensão de Thévenin com os teóricos e foram iguais no caso da resistência e semelhantes no caso da tensão concluindo que o nosso procedimento para a resistência e tensão de Thévenin era o correto. Para finalizar esta parte, ainda concluímos que para calcular a resistência de Thévenin podemos usar qualquer um dos métodos propostos.

Na segunda parte conseguimos realizar um bom estudo da ponte de Wheatstone: foi possível ver como variava a tensão V_{ab} e a sensibilidade em função de R_1 .