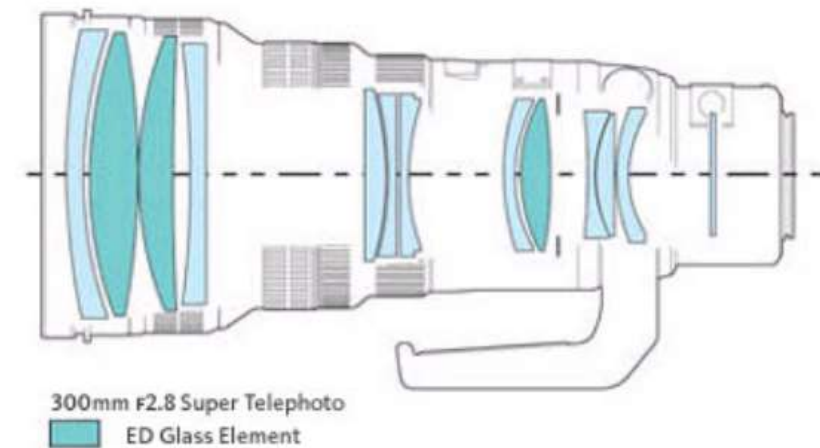
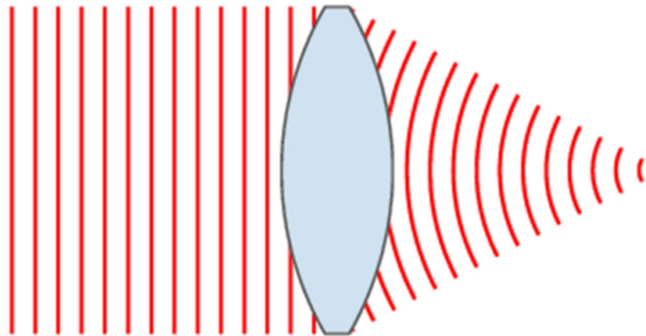
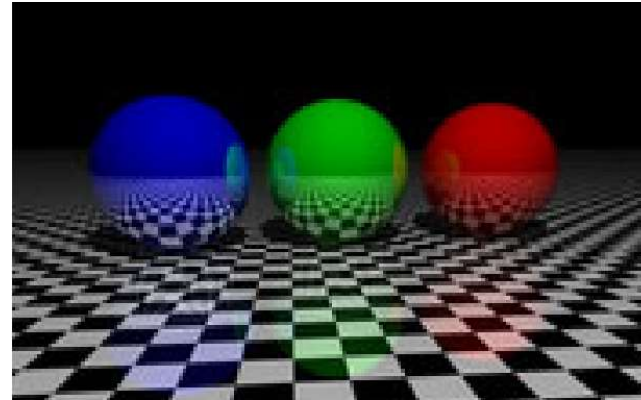


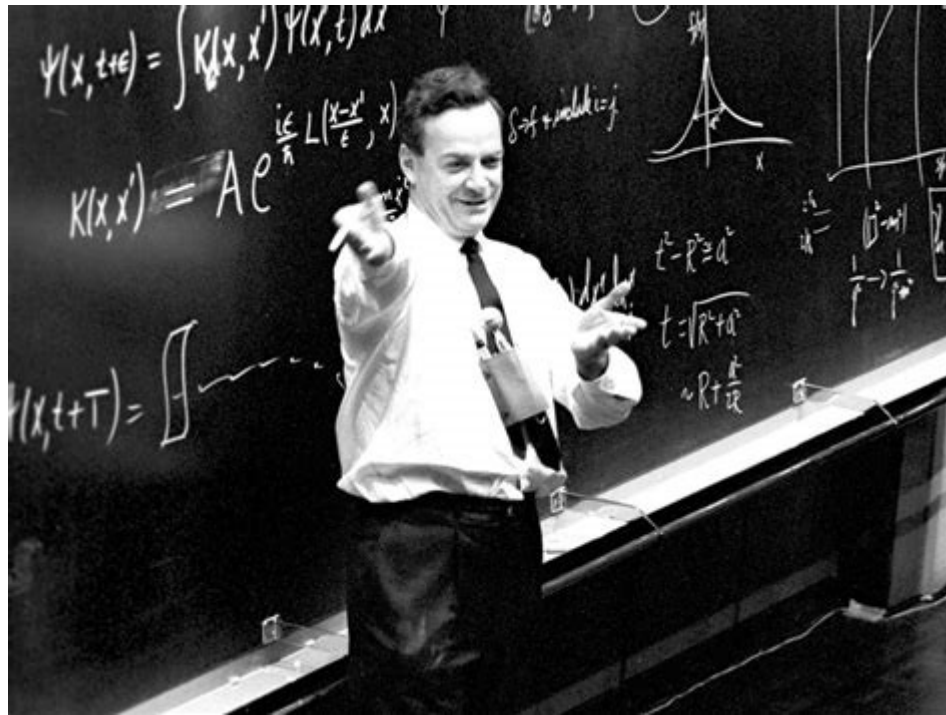
Ótica Geométrica

- Raios geométricos
- Propagação no espaço livre
- Lentes e espelhos esféricos
- Matrizes ABCD
- Traçado dos raios
- Números f



“Geometrical optics is either very simple, or else it is very complicated”

Richard P. Feynman



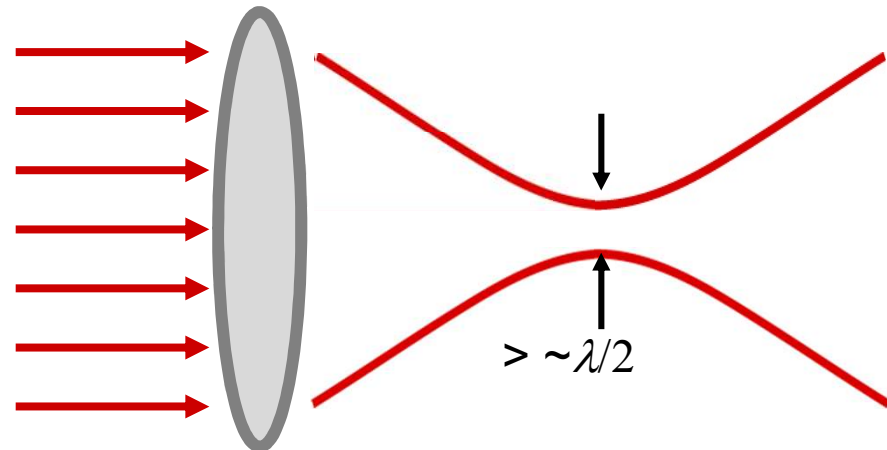
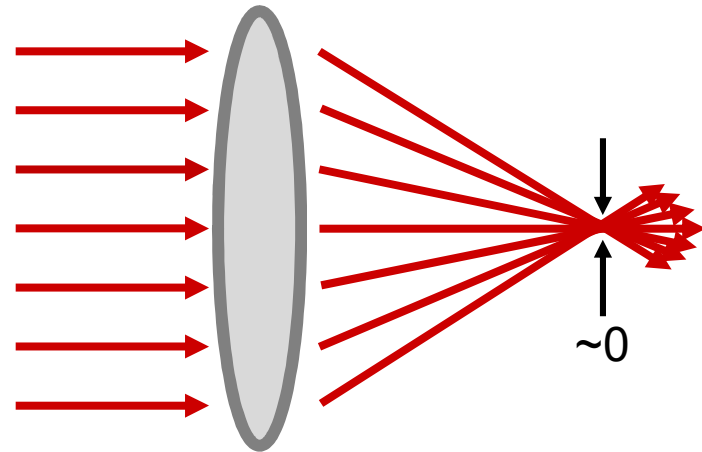
Ótica geométrica (ótica dos raios)

Ótica geométrica é uma aproximação que ignora a natureza ondulatória da luz.

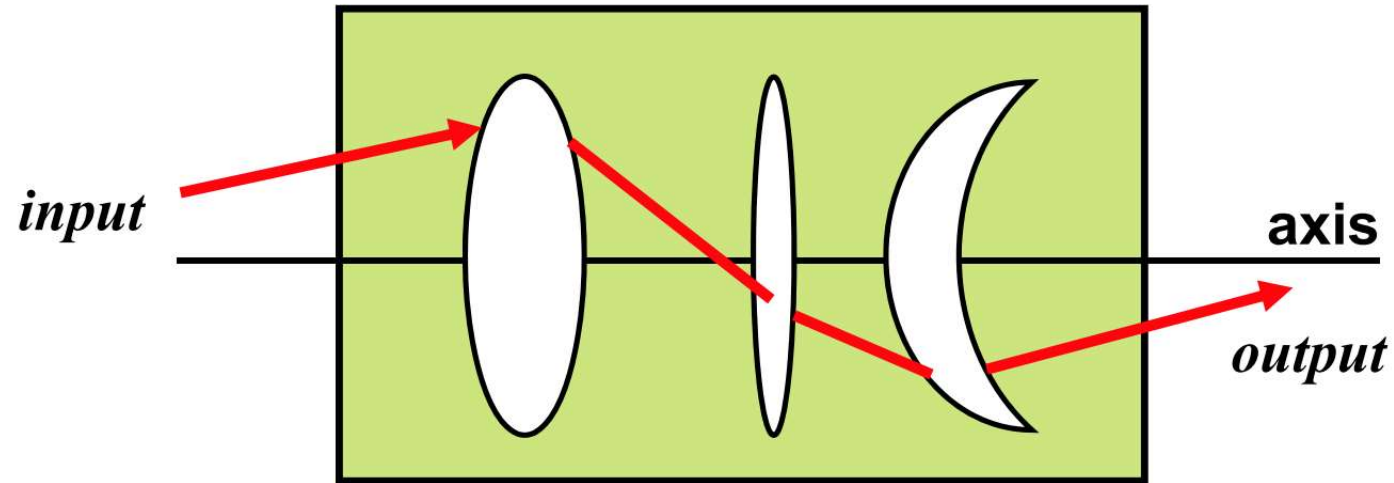
É muito mais simples do que a teoria ondulatória mas **não descreve os efeitos de difração nem da interferência**

Prevê um foco com tamanho nulo
i.e. resolução espacial perfeita e intensidade infinita

Efeitos de difração fazem que (em situações normais) a resolução espacial é de ordem de $\lambda / 2$



Aproximação paraxial



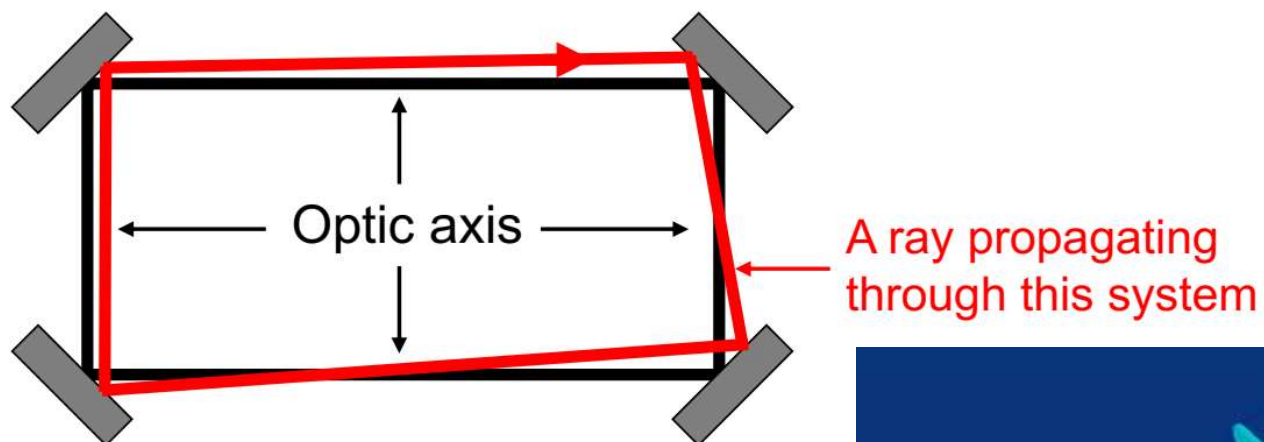
Definir raios da luz como vetores que indicam a direção da propagação da luz
Efetivamente os raios correspondem aos vetores de propagação \mathbf{k}

Aproximação paraxial

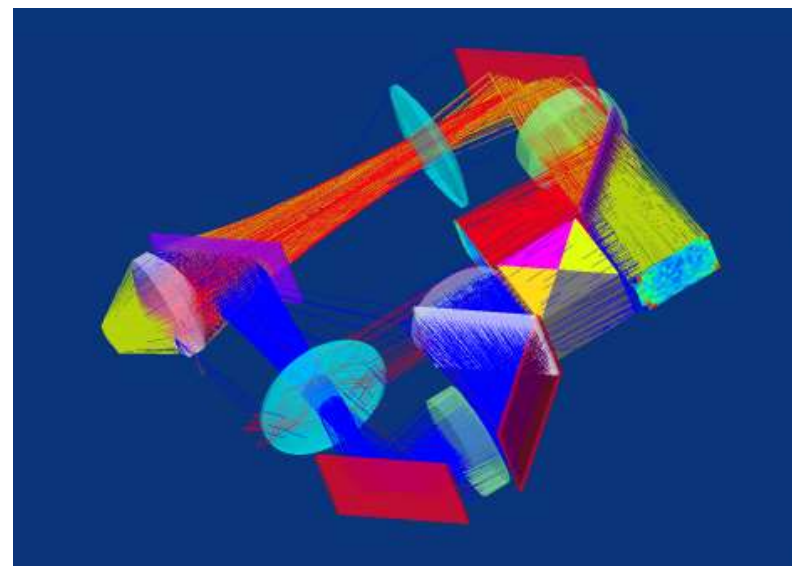
Vamos assumir que cada sistema ótica tem um eixo ótico (eixo da simetria do sistema)
e que os raios se propagam com inclinações pequenas relativo ao eixo ótico

Exemplo

Espelhos podem redirecionar o eixo ótico do sistema
Todos os raios são definidos em relação ao eixo ótico local.

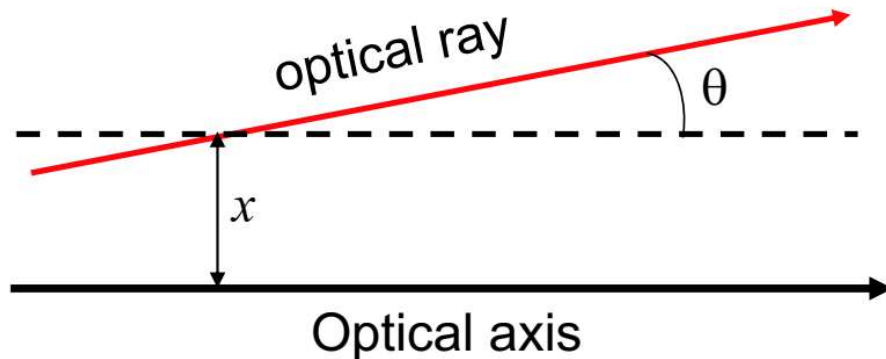
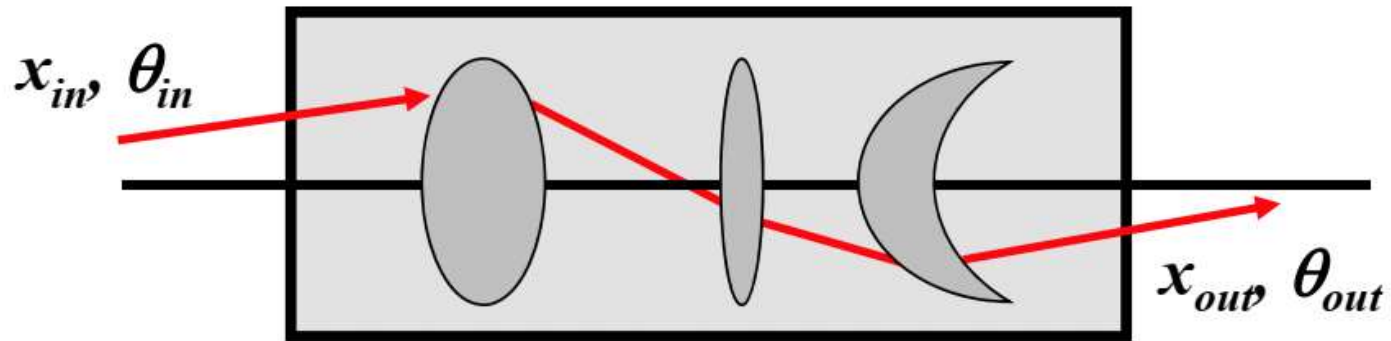


Um traço dos raios pode ser bastante complexo



Raios

Podemos caracterizar um raio ótico em função a altura, x , e o ângulo, θ , relativo ao eixo ótico

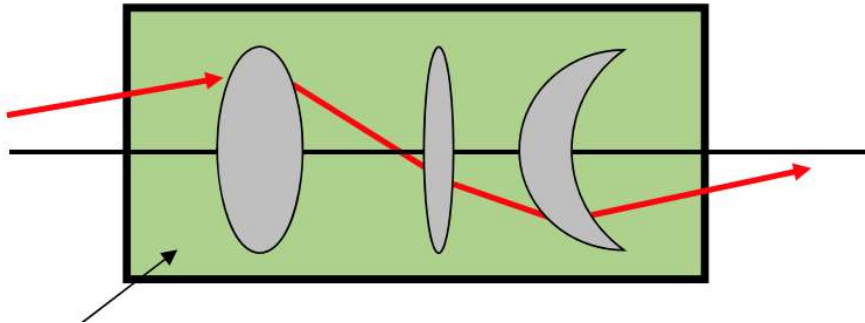


Vetor do raio:

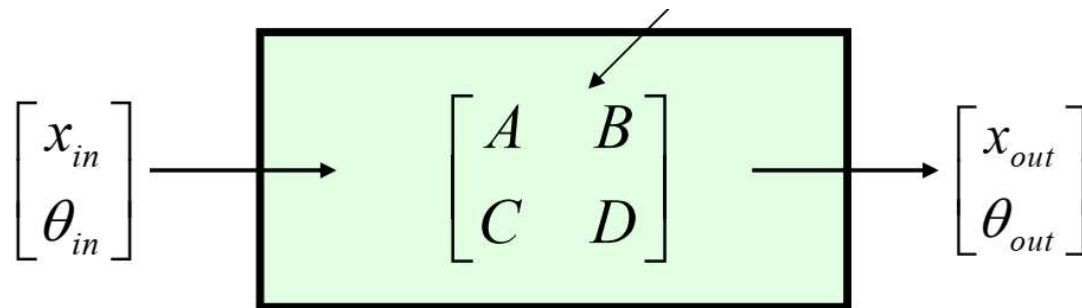
$$\begin{bmatrix} x \\ \theta \end{bmatrix}$$

Os valores vão ser modificados pela a propagação dentro do sistema ótico

Descrição dos elementos óticos

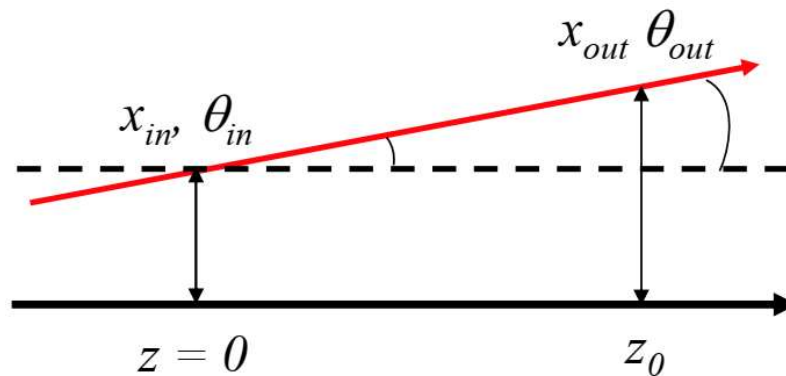


Sistema ótico \leftrightarrow sistema de matrizes 2x2 (Matrizes de ABCD)



Propagação livre

A matriz ABCD mais simples corresponde a propagação livre do feixe num meio uniforme



A inclinação do raio é constante

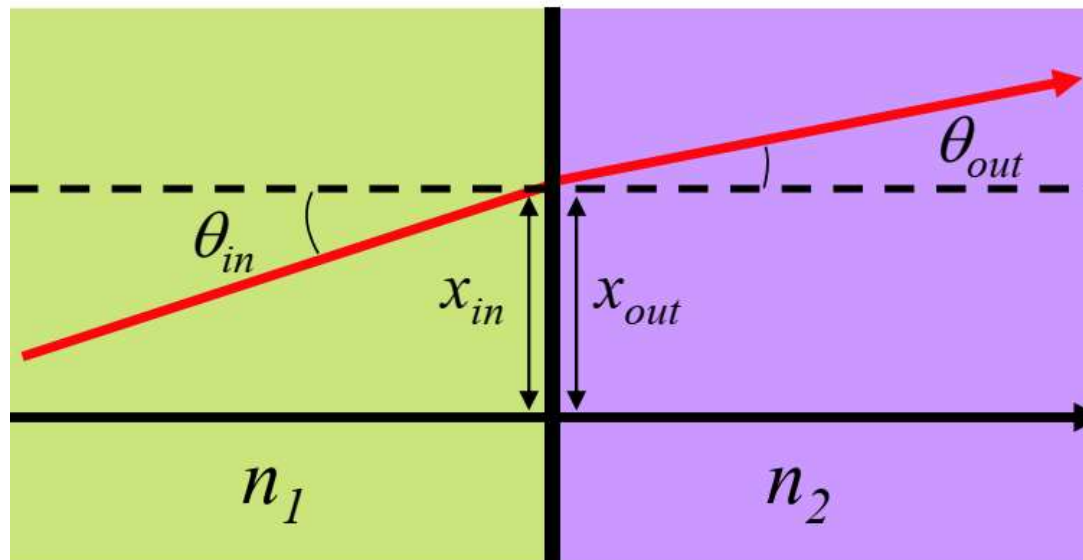
$$x_{out} = x_{in} + z_0 \theta_{in}$$

$$\theta_{out} = \theta_{in}$$

Aproximação paraxial
 $\tan(\theta) \approx \theta$

$$\begin{bmatrix} x_{out} \\ \theta_{out} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & z_0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{in} \\ \theta_{in} \end{bmatrix}$$

Interface plana



$$x_{out} = x_{in}$$

Lei de Snell-Descartes

$$n_1 \sin \theta_{in} = n_2 \sin \theta_{out}$$
$$n_1 \theta_{in} \approx n_2 \theta_{out}$$

$$M_{interface} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & n_1 / n_2 \end{bmatrix}$$

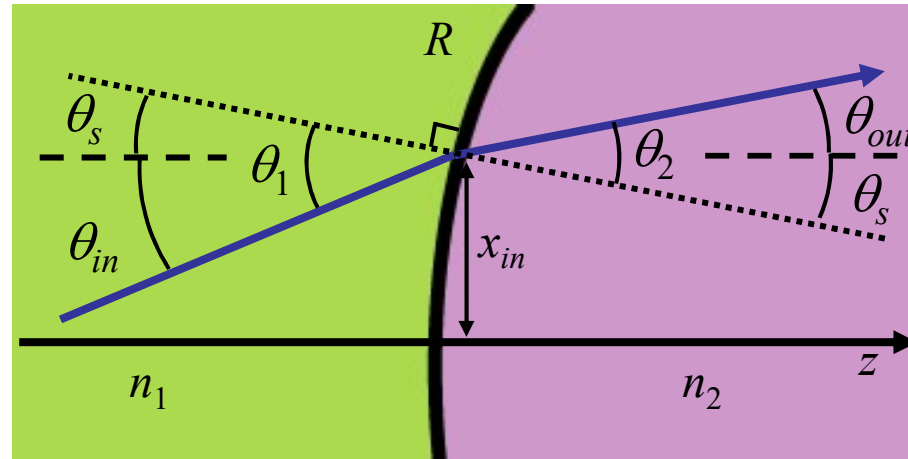
Interface esférica

$$x_{out} = x_{in}$$

Normal a interface $\theta_s \approx x_{in} / R$

$$\theta_1 = \theta_{in} + \theta_s$$

$$\theta_2 = \theta_{out} + \theta_s$$

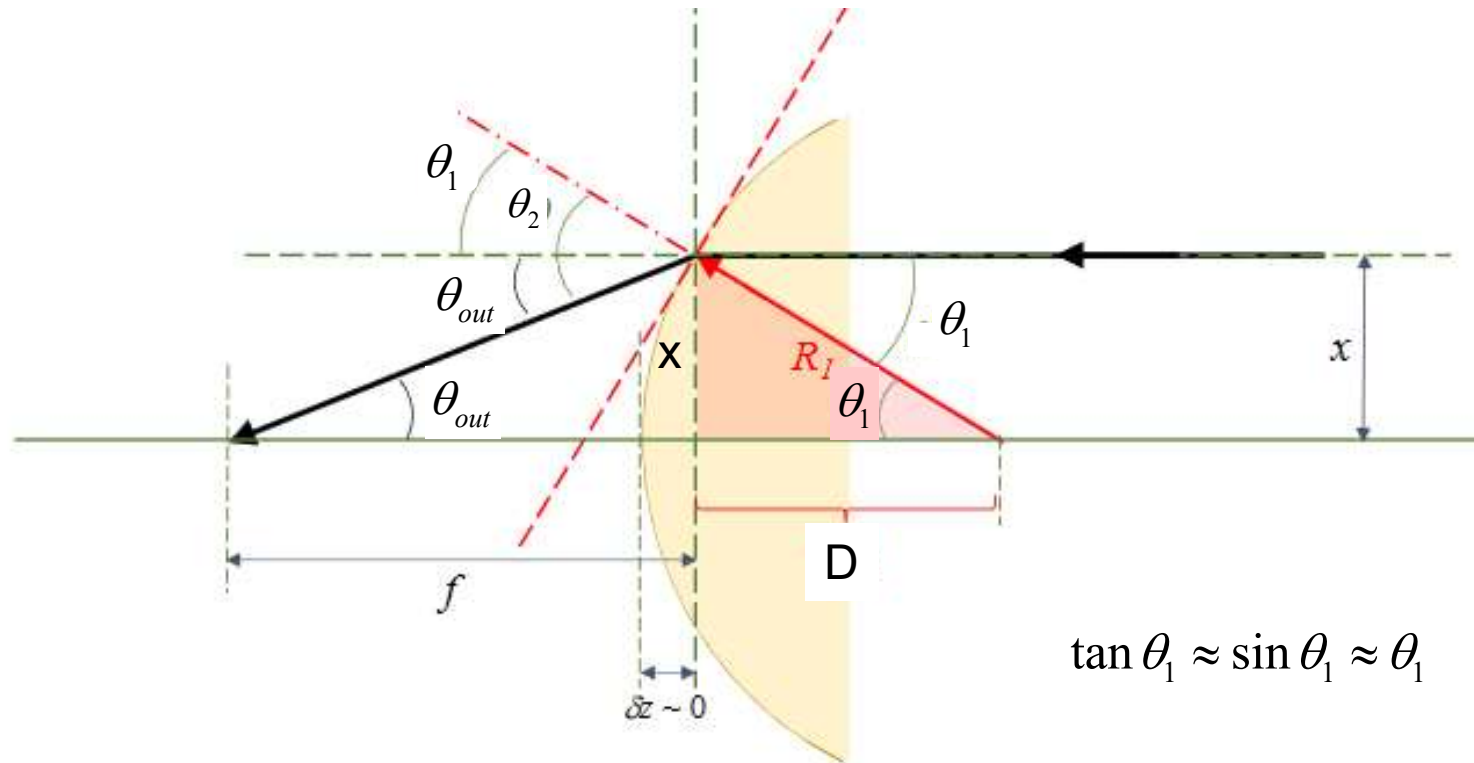


Snell Descartes $n_1 \theta_1 \approx n_2 \theta_2 \quad \dots \quad \theta_{out} \approx \left(\frac{n_1}{n_2} - 1 \right) \frac{x_{in}}{R} + \frac{n_1}{n_2} \theta_{in}$

$$M_{\text{interface esférica}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{R} \left(\frac{n_1}{n_2} - 1 \right) & \frac{n_1}{n_2} \end{bmatrix}$$

O ângulo do feixe transmitido depende agora na altura do raio incidente

Aproximação paraxial (ótica da primeira ordem)



A posição da superfície é dado pela interceção da superfície com o eixo ótico

$$\tan \theta_1 \approx \sin \theta_1 \approx \theta_1$$

$$\tan \theta_1 = \frac{x}{D}$$

$$\sin \theta_1 = \frac{x}{R}$$

$$D \approx R$$

Matrizes ABCD como operações diferenciais

Na aproximação paraxial é assumido que as **deslocações**, x , e **ângulos**, θ , relativo ao eixo ótico são pequenos:

Ampliação lateral

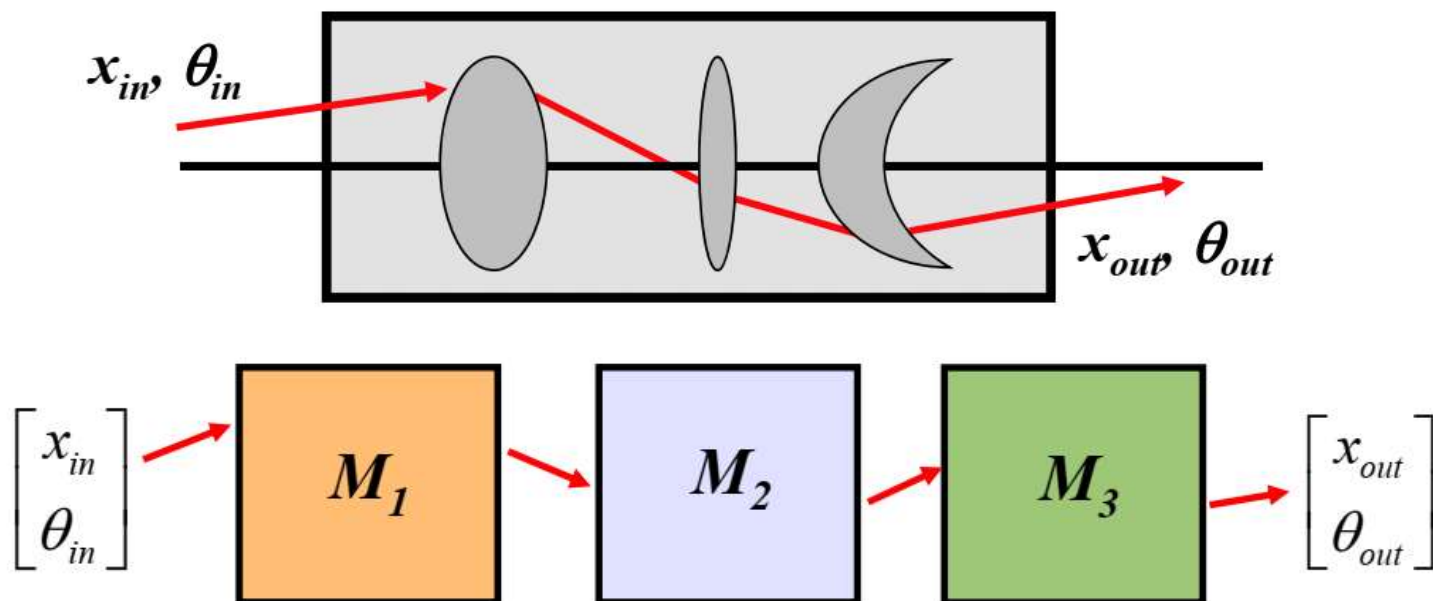
$$x_{out} = \boxed{\frac{\partial x_{out}}{\partial x_{in}}} x_{in} + \frac{\partial x_{out}}{\partial \theta_{in}} \theta_{in}$$

$$\theta_{out} = \frac{\partial \theta_{out}}{\partial x_{in}} x_{in} + \boxed{\frac{\partial \theta_{out}}{\partial \theta_{in}}} \theta_{in}$$

$$\begin{bmatrix} x_{out} \\ \theta_{out} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{in} \\ \theta_{in} \end{bmatrix}$$

Ampliação angular

Elementos em cascata



$$\begin{bmatrix} x_{out} \\ \theta_{out} \end{bmatrix} = M_3 M_2 M_1 \begin{bmatrix} x_{in} \\ \theta_{in} \end{bmatrix}$$

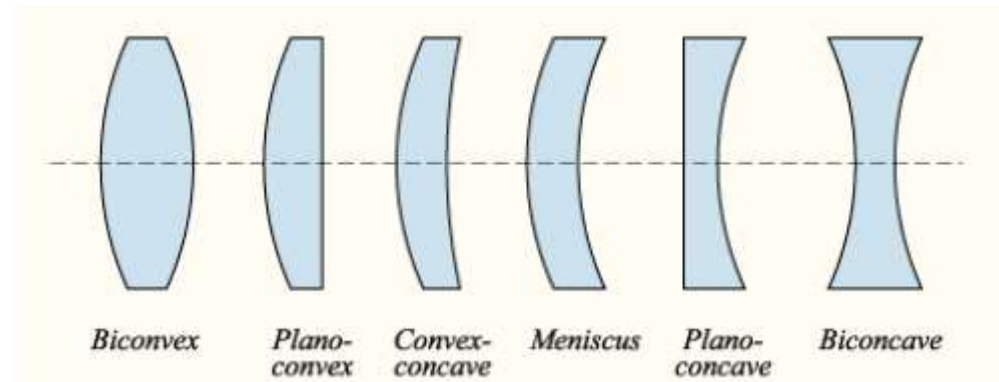
Tal como as matrizes de Jones, a ordem das matrizes é inversa a sequência

Lentes

Tipicamente lentes são pedaços de vidros (idealmente transparentes) com pelo menos uma superfície esférica.

Devido a refração a lente altera a direção dos raios.

Podem assumir varias formas



E podem ser simples

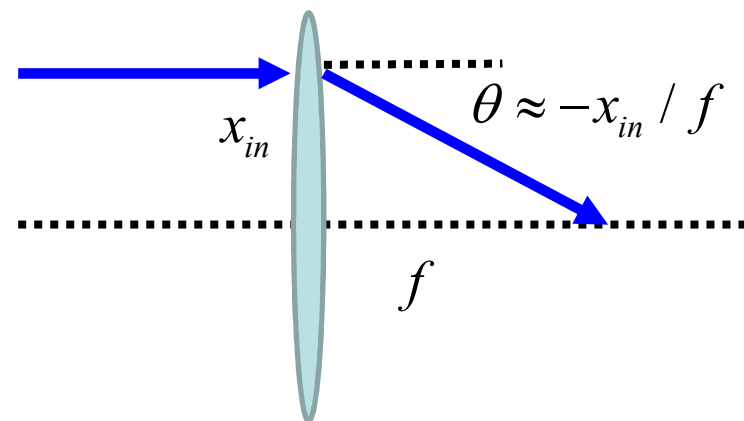
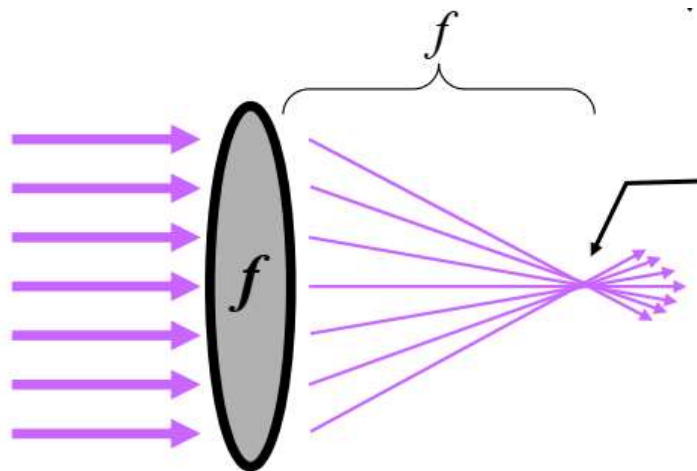


Ou uma combinação de vários vidros



Lente ideal

Na aproximação de ótica geométrica uma lente ideal foca um onda plana num ponto



na lente
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{in} \\ \theta_{in} = 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{in} \\ -x_{in}/f \end{bmatrix}$$

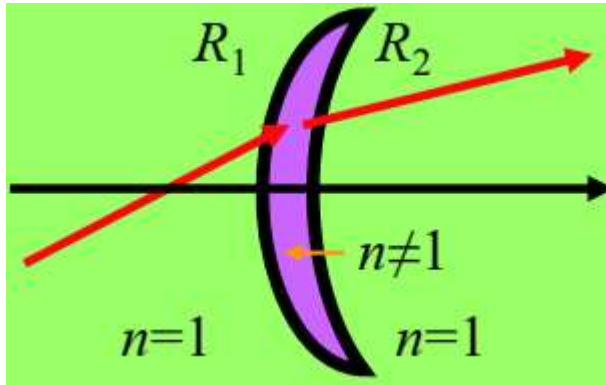
depois propagar
uma distância f
$$\begin{bmatrix} 1 & f \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{in} \\ -x_{in}/f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -x_{in}/f \end{bmatrix}$$

Todos os raios, independente da sua altura inicial, são encaminhados para o eixo ótico no mesmo ponto (o ponto focal “posterior”).

É possível inverter a direção da propagação, i.e. todos os raios emitidos do ponto focal (anterior) saem paralelos ao eixo ótico

Aproximação da lente fina

No limite em que a lente é mesmo muito fina, o efeito é devido as duas superfícies curvadas



$$M_{\text{interface esférica}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{R} \left(\frac{n_1}{n_2} - 1 \right) & \frac{n_1}{n_2} \end{bmatrix}$$

$$M_{\text{lente}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{R_2} (n - 1) & n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{R_1} \left(\frac{1}{n} - 1 \right) & \frac{1}{n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ (n - 1) \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) & 1 \end{bmatrix}$$

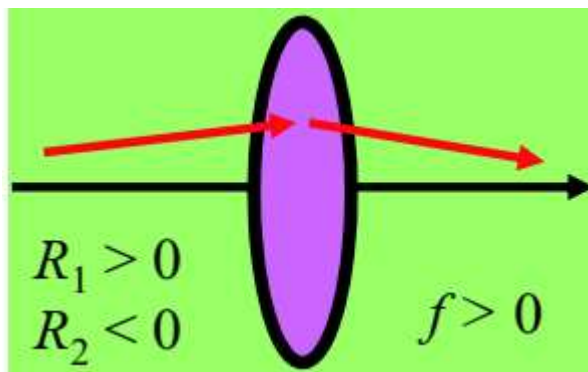
Expressão “de fabricante das lentes”

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

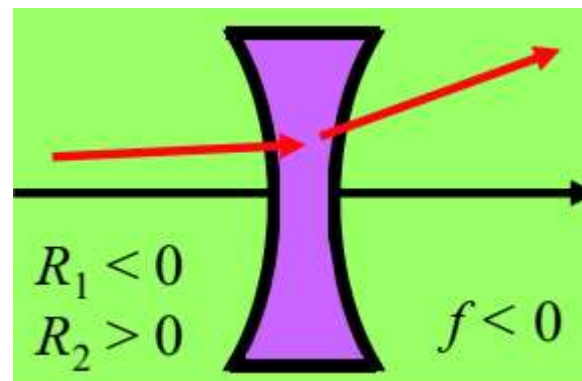
Convenção dos sinais

Lente fina $\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$

O comprimento focal é o parâmetro mais importante duma lente



Lentes com f positivo dobram os raios na direção do eixo ótico

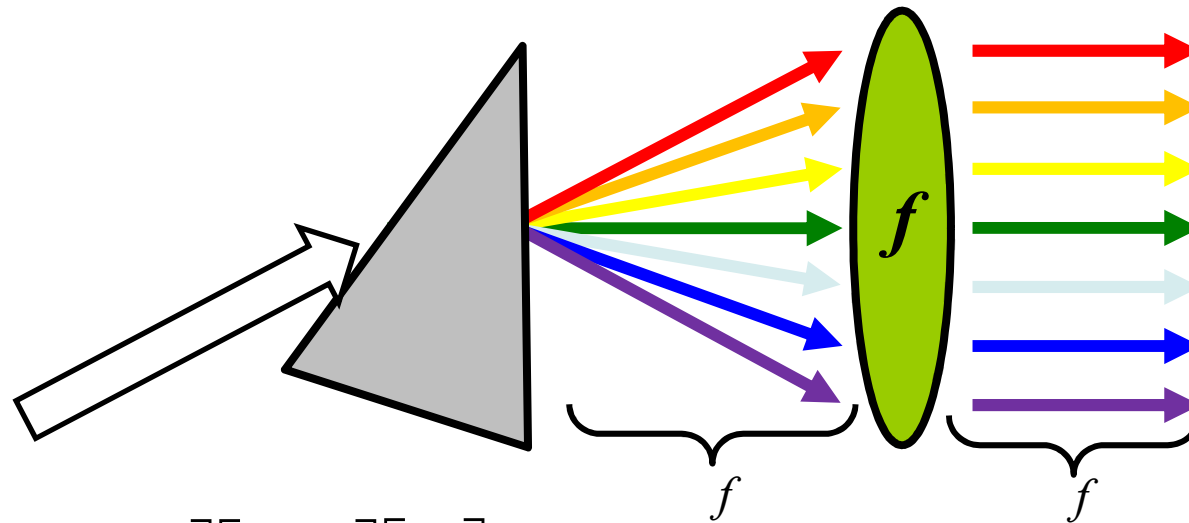


Lentes com f negativo dobram os raios fora da direção do eixo ótico

$R > 0$ se o centro da curvatura se situa a direita da superfície

$R < 0$ se o centro da curvatura se situa a esquerda da superfície

Aplicação – um espectrômetro

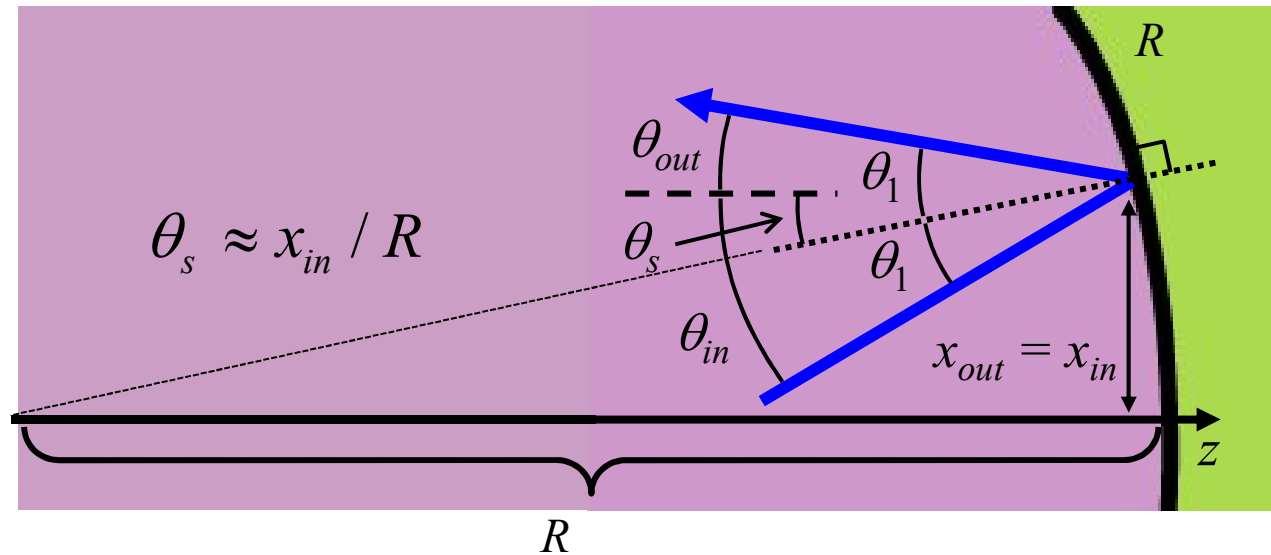


$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x_{out} \\ \theta_{out} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & f \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & f \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{in} \\ \theta_{in} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & f \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & f \\ -1/f & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{in} \\ \theta_{in} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & f \\ -1/f & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{in} \\ \theta_{in} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f\theta_{in} \\ -x_{in}/f \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Uma lente pode:

- Mapear ângulos incidentes em posições
(independente da posição incidente)
- Mapear posições incidentes em ângulos
(independente do ângulo da incidência)

Um espelho esférica



$$\theta_1 = \theta_{in} - \theta_s \quad \theta_{out} = \theta_1 - \theta_s = (\theta_{in} - \theta_s) - \theta_s$$

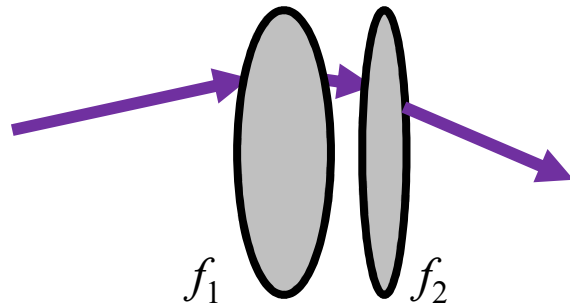
$$\approx \theta_{in} - 2x_{in} / R$$

$$M_{\text{espelho}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2/R & 1 \end{bmatrix}$$

Espelho com um raio de curvatura R
tem um comprimento focal $f = R/2$

Note: um espelho plano tem $R = \infty$, $\mathbf{M} \rightarrow \mathbf{I}$

Duas lentes consecutivas



$$M_{conjunto} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f_2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f_1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f_1 - 1/f_2 & 1 \end{bmatrix}$$

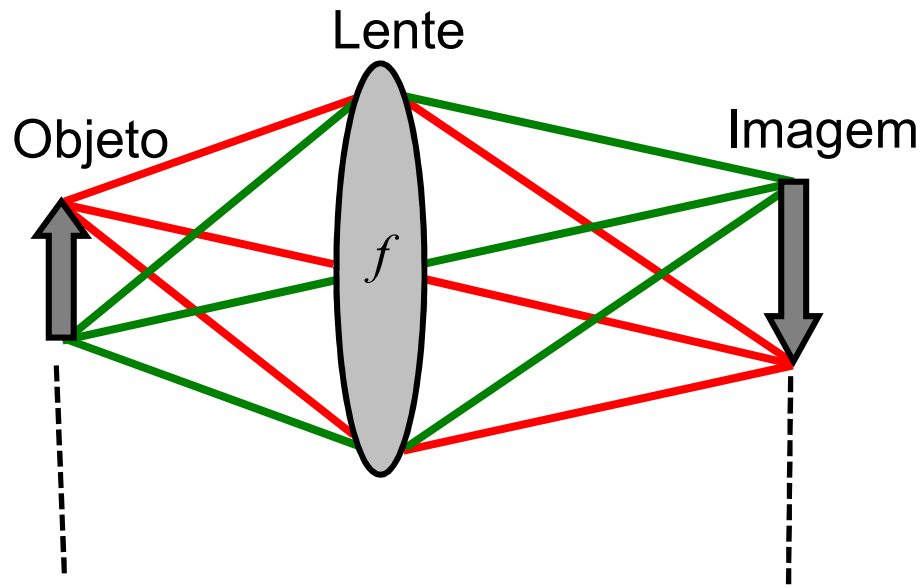
Potência duma lente $P_{lente} = 1/f$

Unidades que os optometristas usam
1 Dioptro = m⁻¹

As potências de duas lentes
(sem intervalo entre alas) somam

$$1/f_{tot} = 1/f_1 + 1/f_2$$

Condição de formar imagens e planos conjugados



Os planos do Objeto e da Imagem são “conjugados”

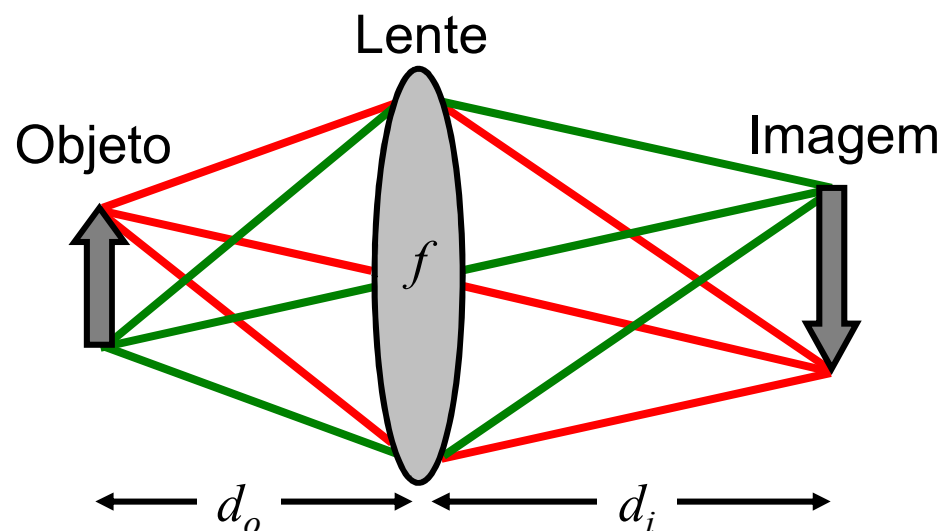
O fator de ampliação lateral da imagem é A

$$x_{out} = Ax_{in}$$

Quando $B = 0$ todos os raios emitidos dum dado ponto convergem no mesmo ponto da imagem, independente do ângulo inicial θ_{in}

$$\begin{bmatrix} x_{out} \\ \theta_{out} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{in} \\ \theta_{in} \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} Ax_{in} \\ Cx_{in} + D\theta_{in} \end{bmatrix}$$

Equação de Imagem formada por uma lente



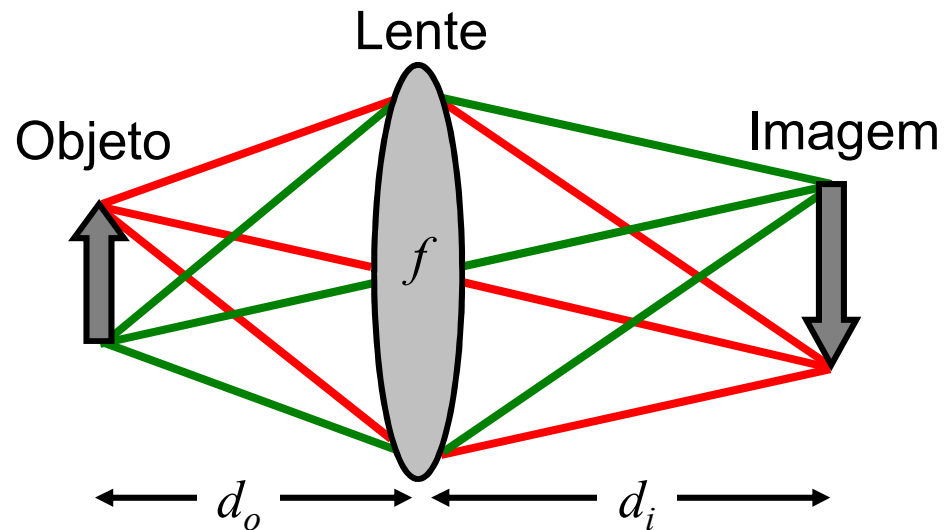
$$M = \begin{bmatrix} 1 & d_i \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & d_o \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} 1 - d_i/f & d_o + d_i - d_o d_i/f \\ -1/f & 1 - d_o/f \end{bmatrix}$$

$$B = d_o + d_i - d_o d_i / f =$$
$$d_o d_i [1/d_o + 1/d_i - 1/f]$$

$$\boxed{\frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i} = \frac{1}{f}}$$

Uma das equações mais importantes na ótica

Ampliação da Imagem



$$M = \begin{bmatrix} 1 - d_i / f & d_o + d_i - d_o d_i / f \\ -1 / f & 1 - d_o / f \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 - d_i / f & 0 \\ -1 / f & 1 - d_o / f \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i} = \frac{1}{f}$$

Ampliação lateral

$$\frac{x_{out}}{x_{in}} = A = 1 - \frac{d_i}{f} = -\frac{d_i}{d_o}$$

Ampliação angular

$$D = 1 - \frac{d_o}{f} = \frac{d_o}{d_i} = \frac{1}{A}$$

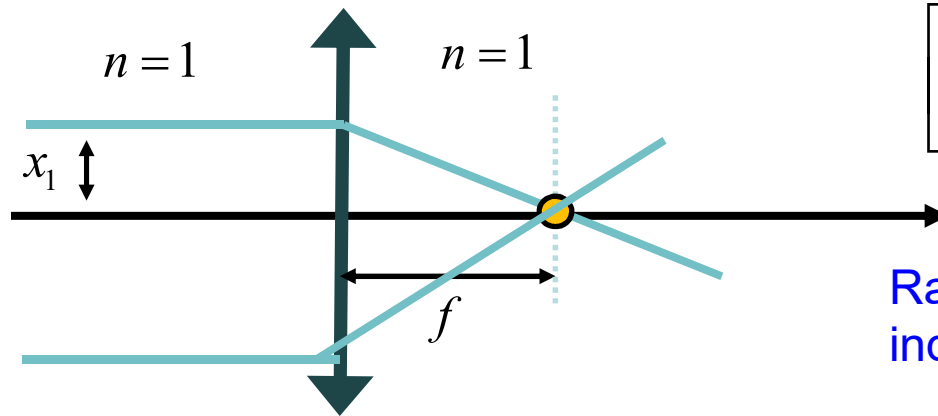
Ampliação lateral reduz a gama dos ângulos numa imagem

$$M_{imagen} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -1 / f & 1 / A \end{bmatrix}$$

Traçado dos raios: Lentes delgadas

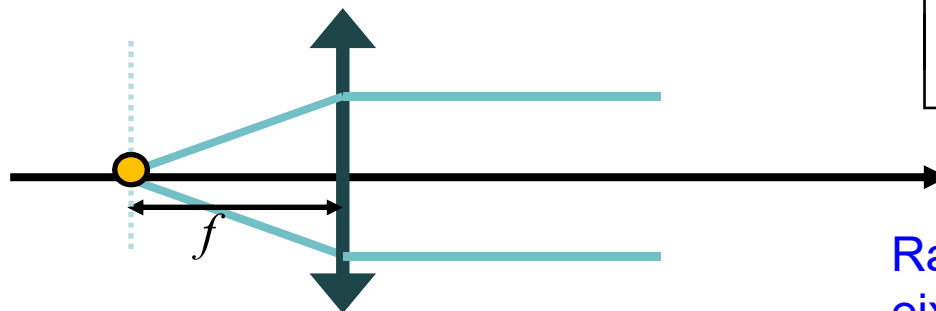
Lente delgada $\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$

Igual á uma única superfície esférica
 $P_{\text{lente}} = P_1 + P_2$



$$\begin{bmatrix} 1 & f \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{in} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -x_{in}/f \end{bmatrix}$$

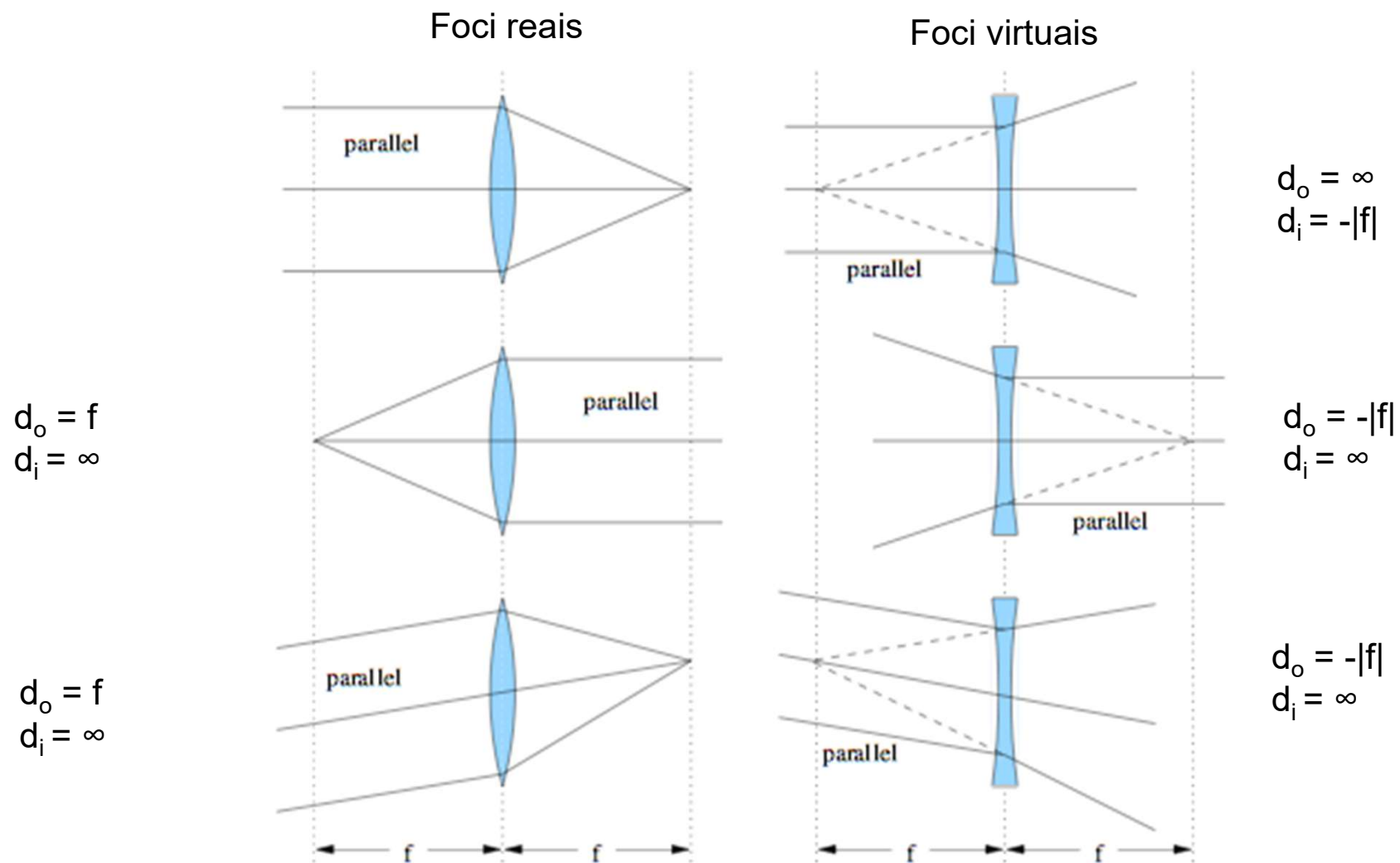
Raios paralelos ao eixo ótico são focados independente da sua altura inicial



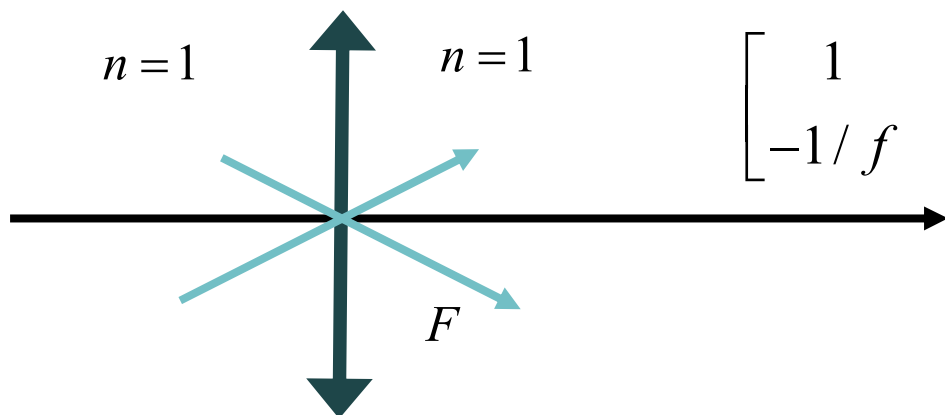
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & f \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \theta_{in} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f\theta_{in} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Raios que vem do foco saem paralelo ao eixo ótico independente do ângulo inicial

Usando as condições do foco



Outro raio útil

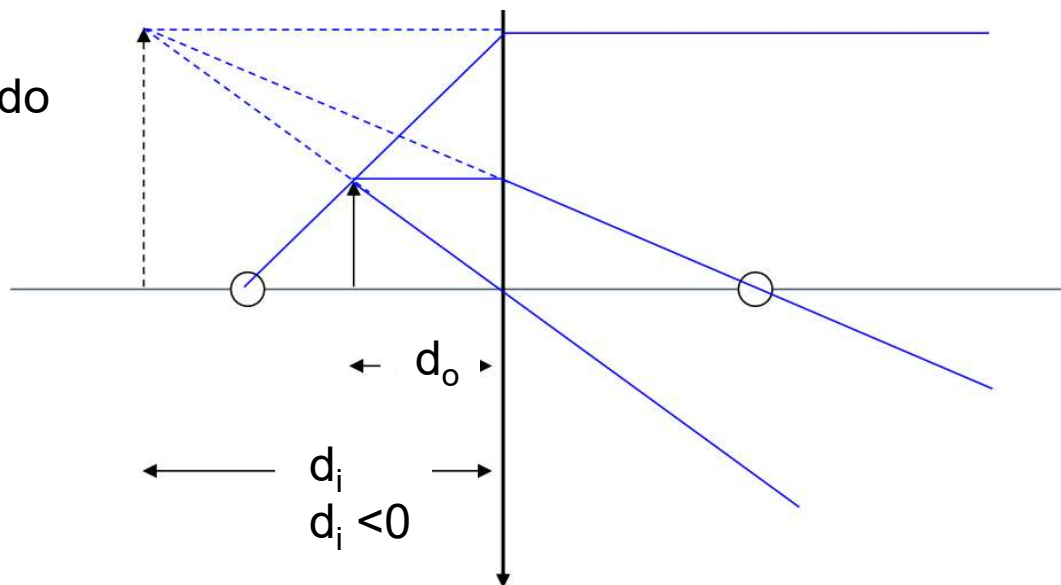


$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \theta_{in} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \theta_{in} \end{bmatrix}$$

Um raio que passa pelo centro
duma lente delgada não é desviado

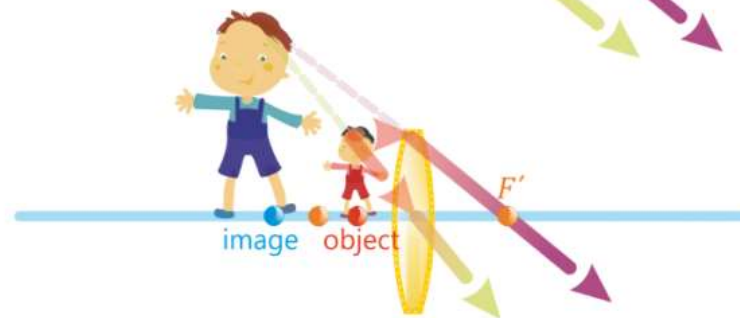
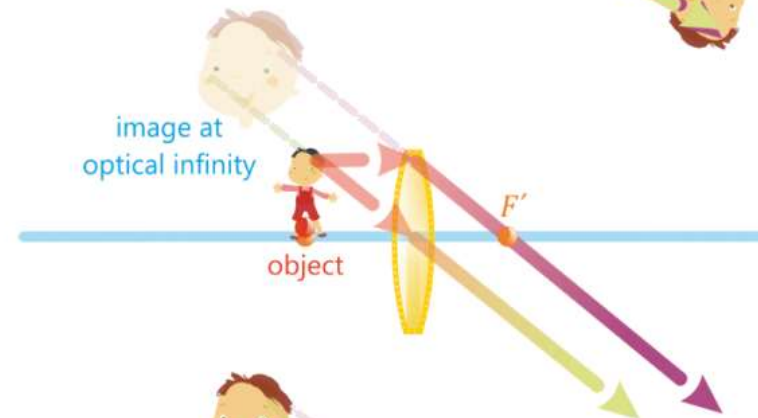
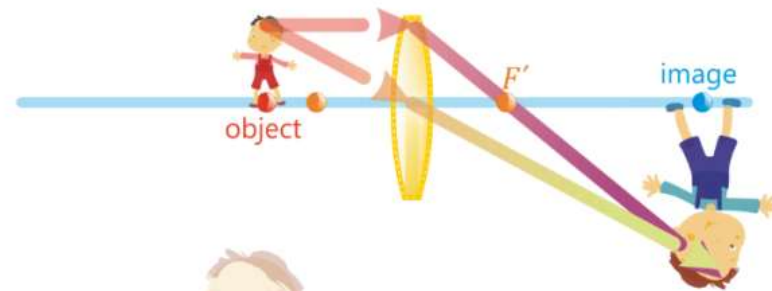
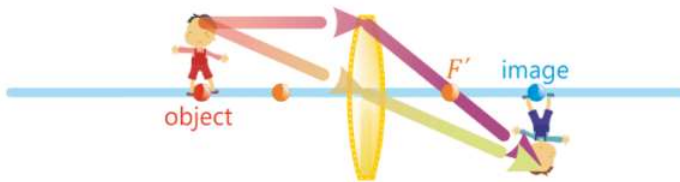
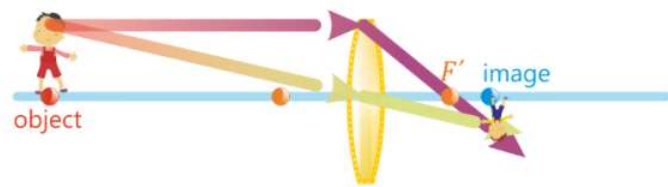
Objeto “real”
Imagem “virtual”

Projetar os raio até
uma intersecção

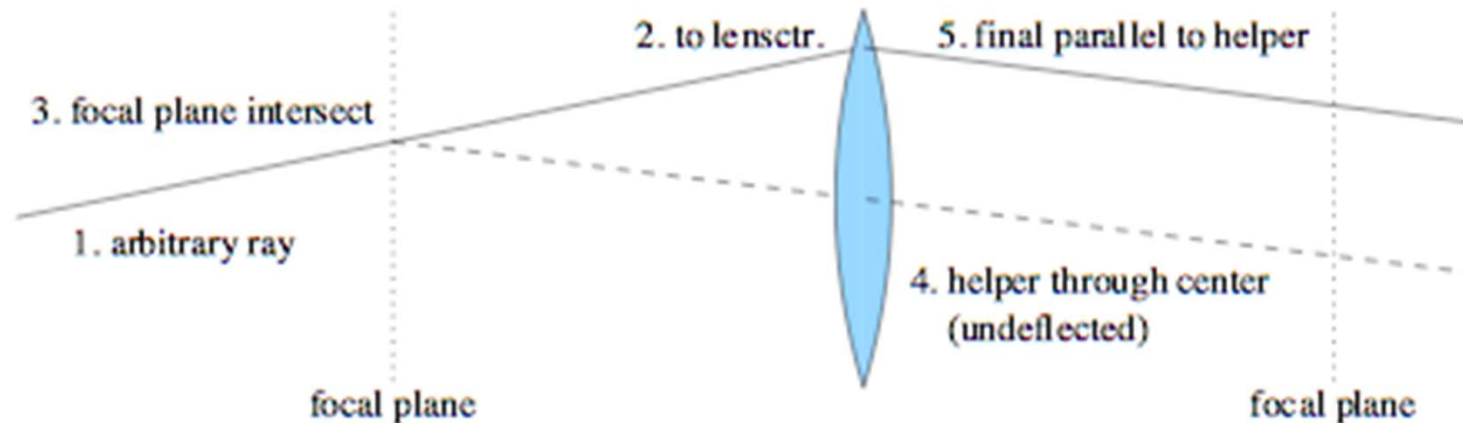


Lentes delgadas

Planos conjugados $\frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i} = \frac{1}{f}$

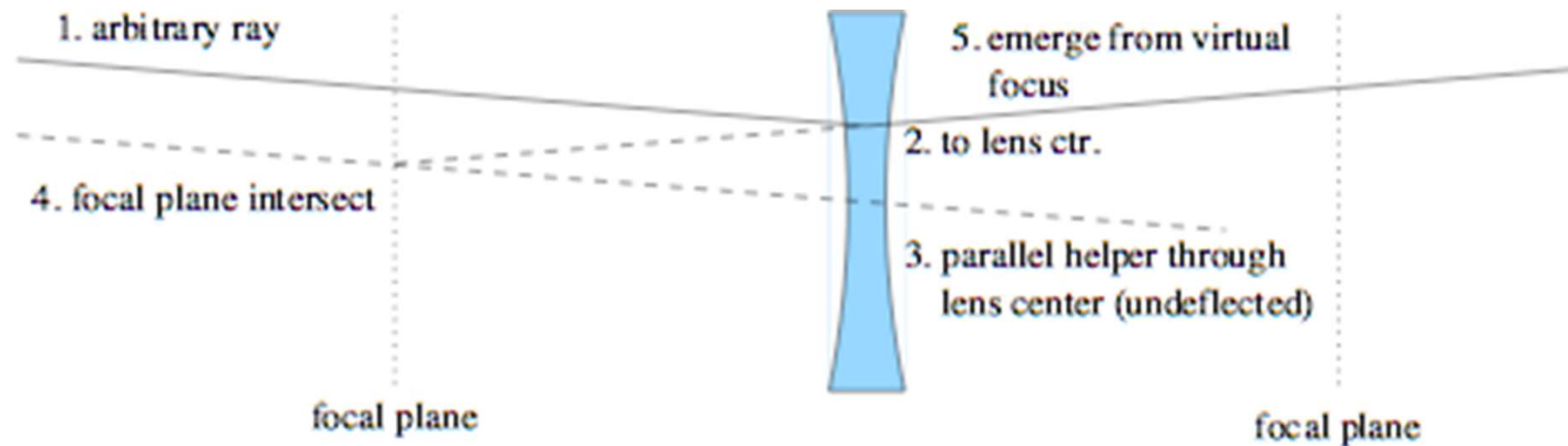


Traçar um raio arbitrário (lente positiva)



1. Raio arbitrário incide na lente
 2. Parar no meio da lente
 3. Notar a intersecção do raio como plano focal
 4. Da intersecção desenho um raio “ajudante” (helper ray) que passa pelo meio da lente (assim não é refratada)
 5. O raio de interesse sai da lente paralelo ao raio ajudante
- Porque?** Raios paralelos num lado da lente interseitam no plano focal da outra lado da lente.

Traçar um raio arbitrário (lente negativa)



1. Raio arbitrário incide na lente
 2. Parar no meio da lente
 3. Desenhar um raio ajudante que passa pelo centro (assim não é refratada) e paralelo ao raio de interesse.
 4. Notar a intersecção do raio ajudante com o plano focal.
 5. O raio emergente parece ter origem neste ponto focal virtual.
- Porque?** Quando raios paralelos incidem numa lente negativa os raios transmitidas parece ter origem num focal virtual do lado da incidência.



Instrumento óticos - o olho

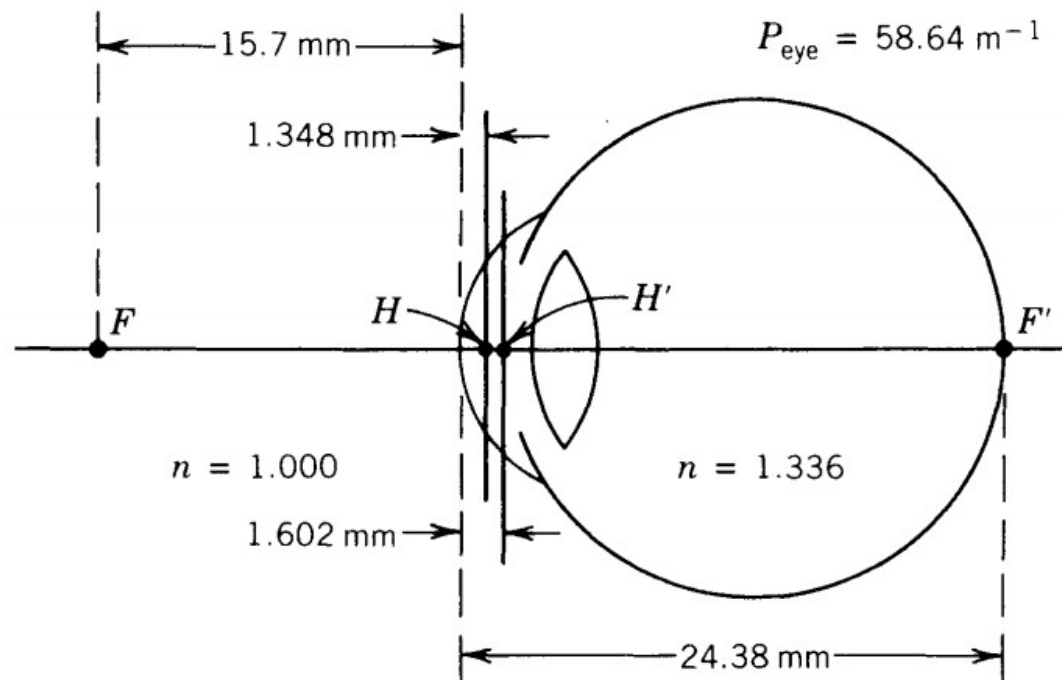
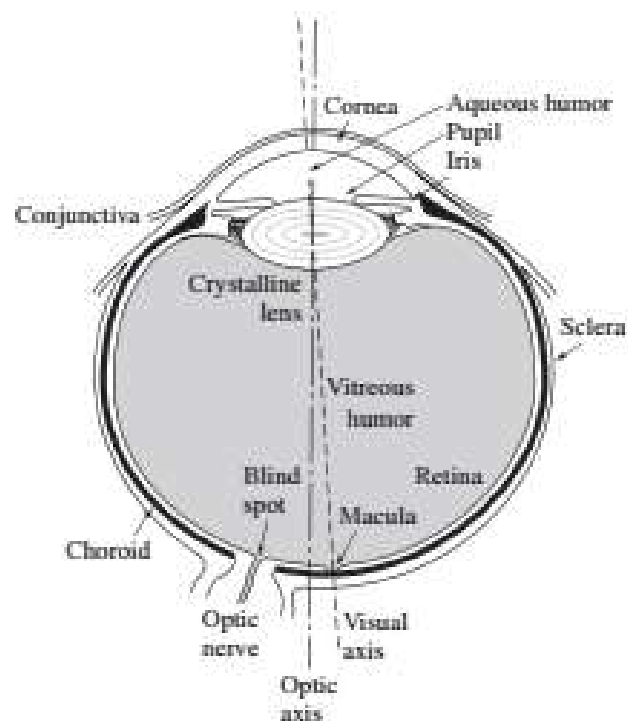


Fig. 3.34 Optical equivalent of the human eye. An image must be formed on the retina.

Potência da córnea $\approx 40 \text{ m}^{-1}$

Potência da lente cristalina $\approx 60 - 70 \text{ m}^{-1}$

Comprimento focal efetivo $\approx (20.9 \leftrightarrow 22.7) \text{ mm}$

Ponto próximo $\approx 25 \text{ cm}$

Correção

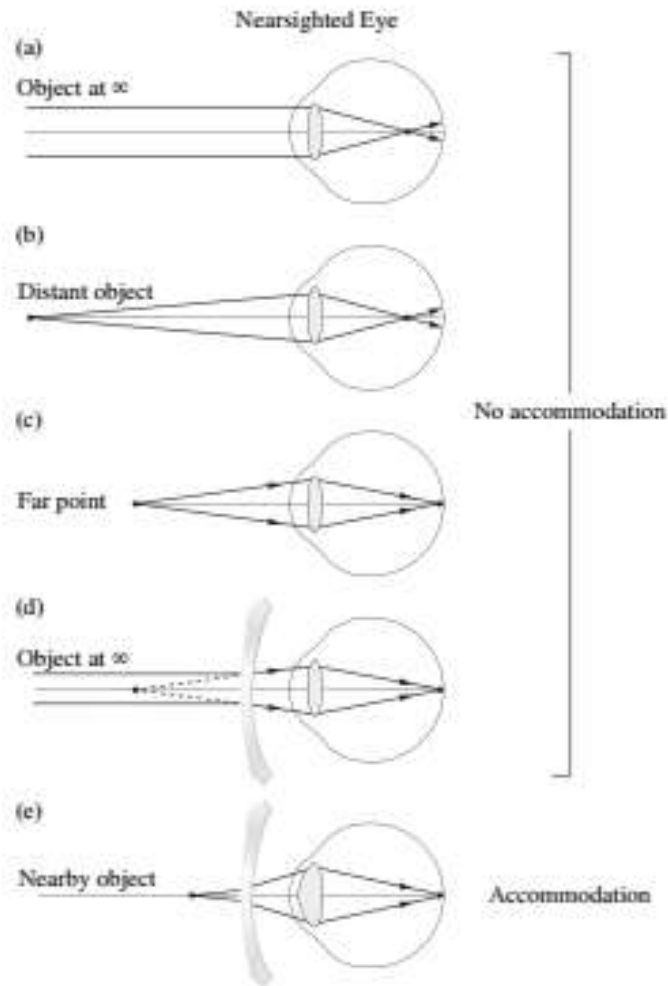


Figure 5.94 Correction of the nearsighted eye.

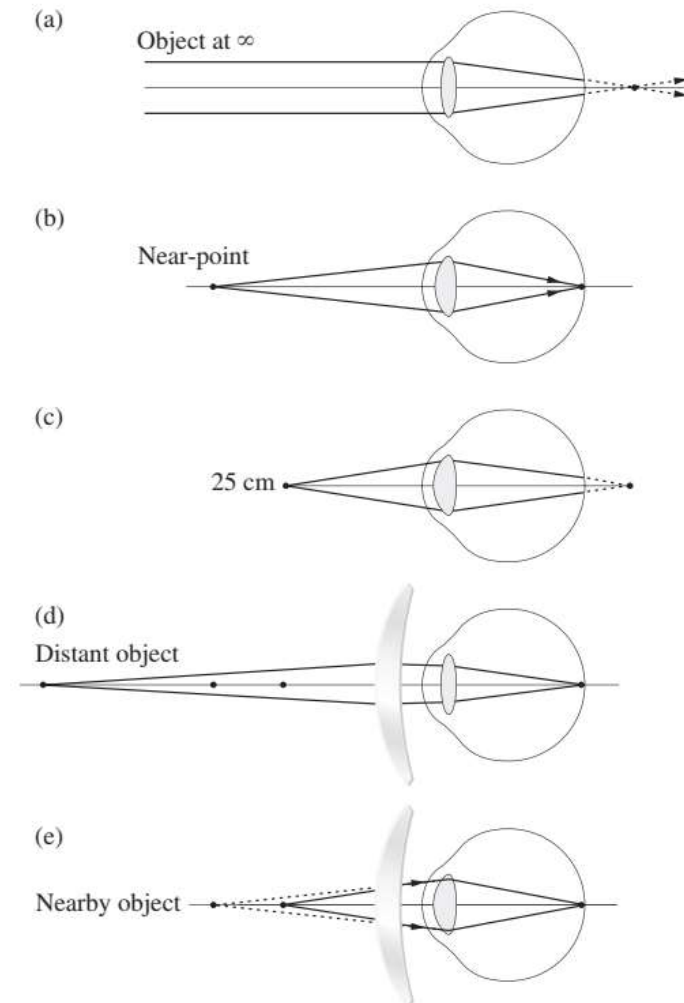
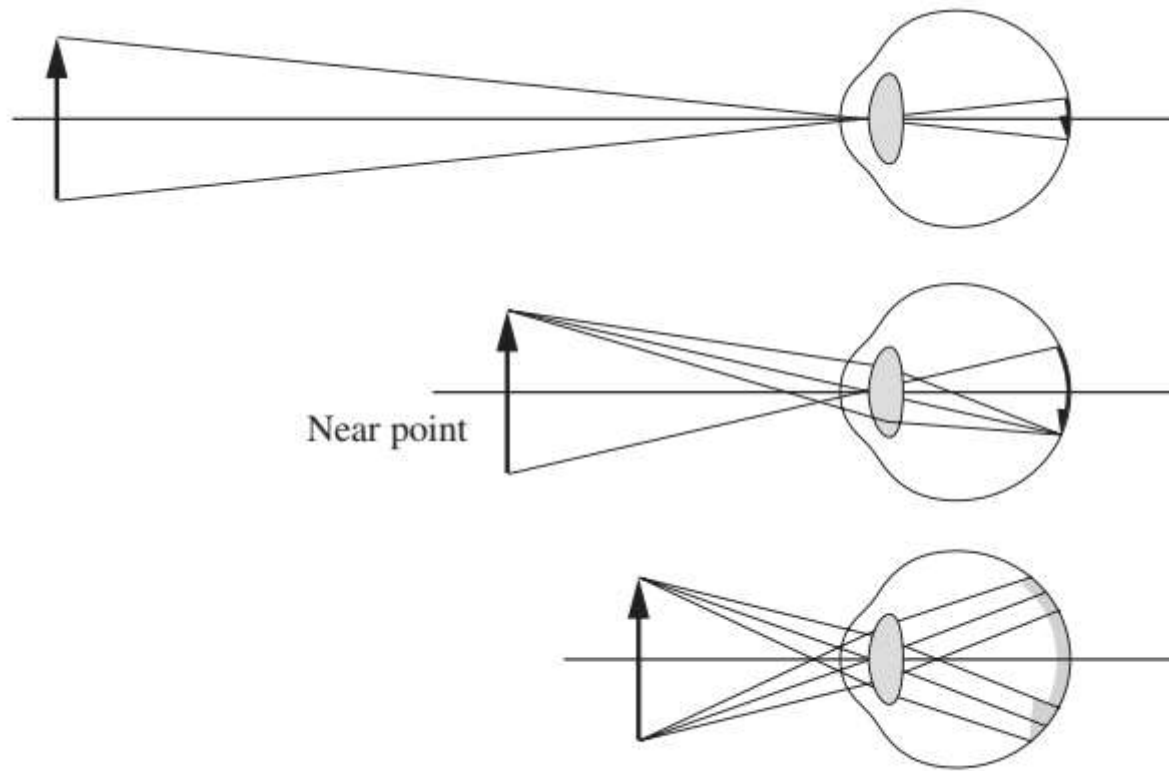


Figure 5.96 Correction of the farsighted eye.

Ponto próximo

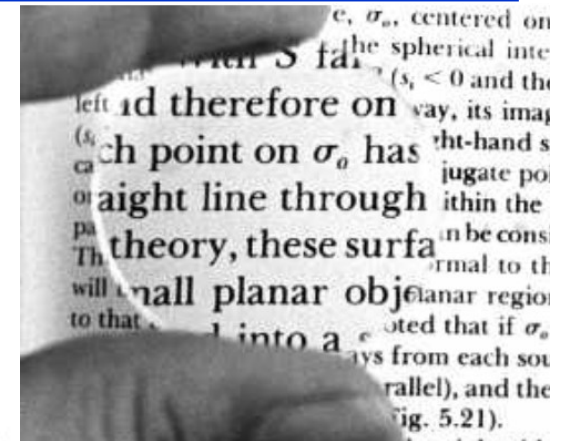
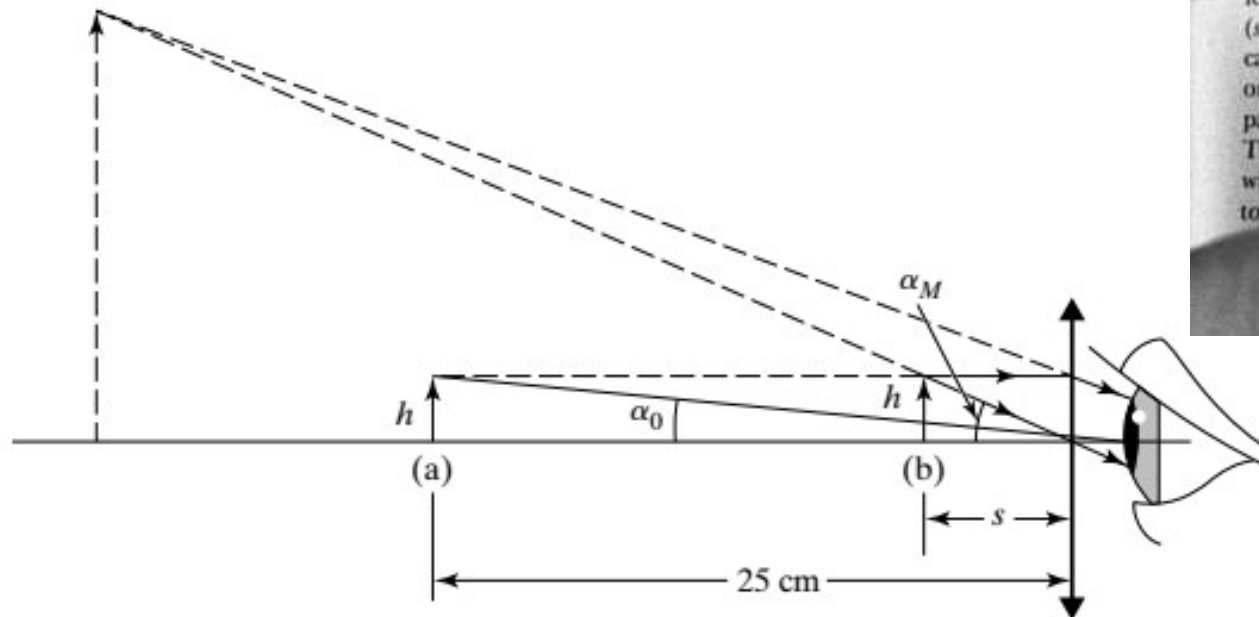


O ponto próximo é a menor distância para qual é possível formar uma imagem nítida.

Aumenta com idade (a lente cristalina fica menos flexível). Tipicamente é tomada ser igual á 25 cm.

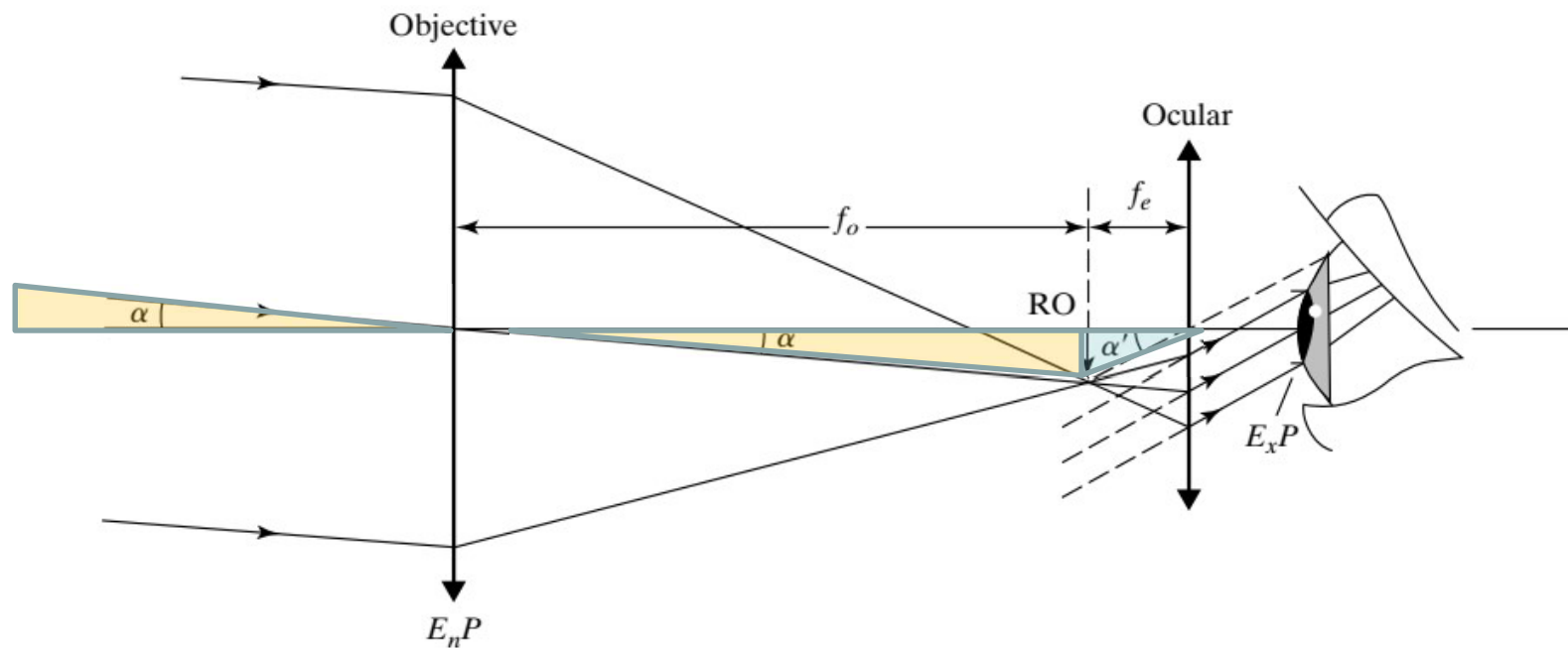
Figure 5.101 Images in relation to the near point.

Lupa simples

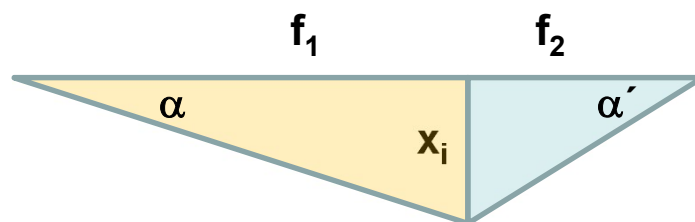


Permite colocar o objeto mais perto do que a distância mínima (~25 cm)
Produce uma ampliação angular.

telescópio



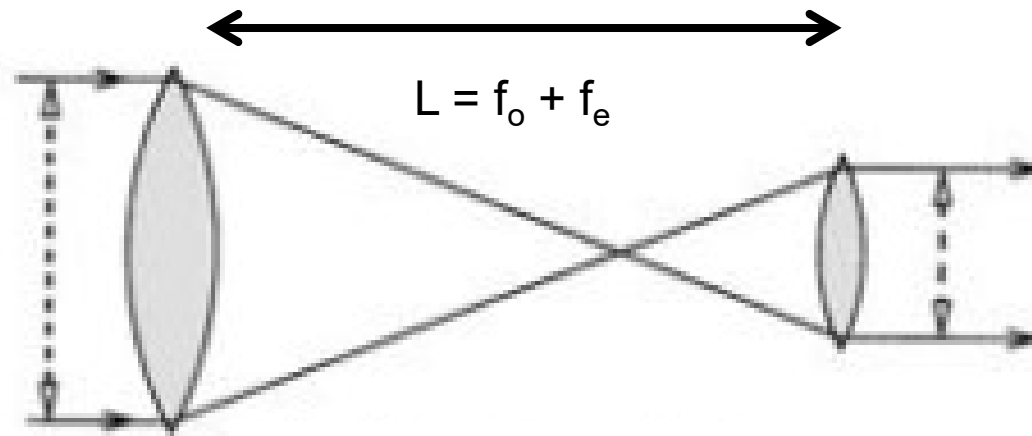
Objeto “no infinito” imagem intermédio no focal da primeira lente
Ocular serve com uma lupa para cria ampliação angular



$$-f_1\alpha = x_i = f_2\alpha' \Rightarrow \alpha' = -\frac{f_1}{f_2}\alpha$$

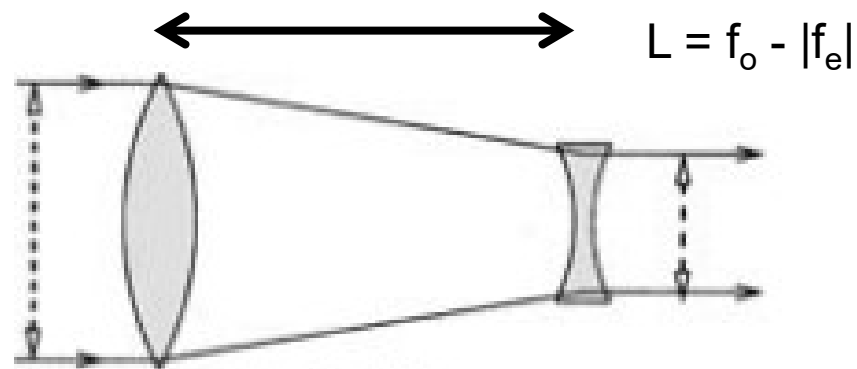
Ampliação
angular

Duas versões o de Kepler e o de Galileu



Kepler

Imagem invertida

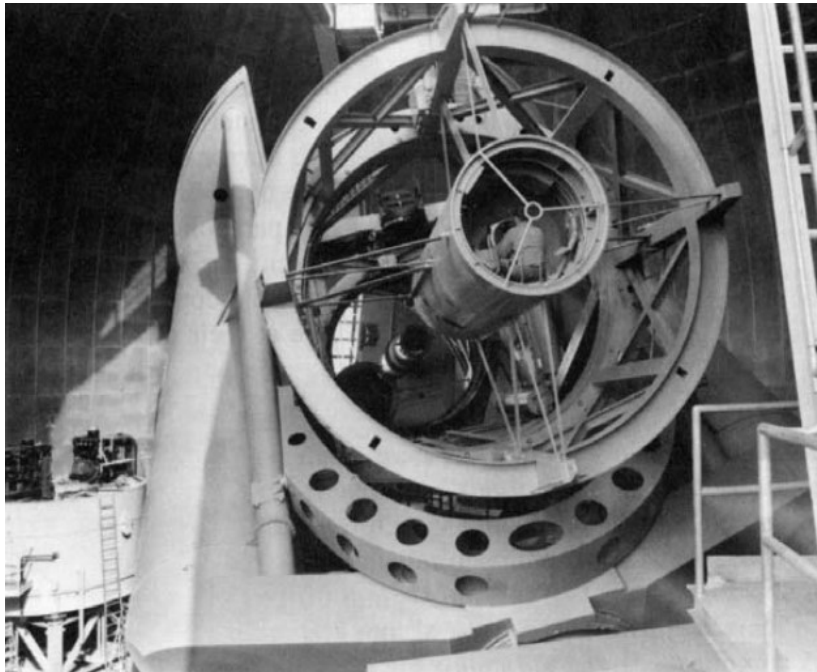


Galileu

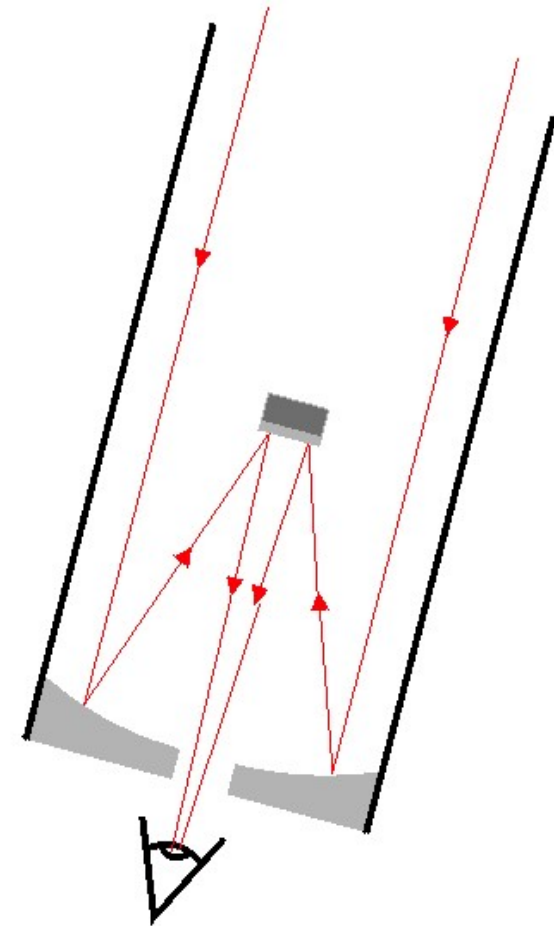


Telescópios astronômicos

Quanto maior a lente objetiva mais luz será captada. Sendo difícil fabricar lentes grandes e as apoiar uma opção atrativa são espelhos.

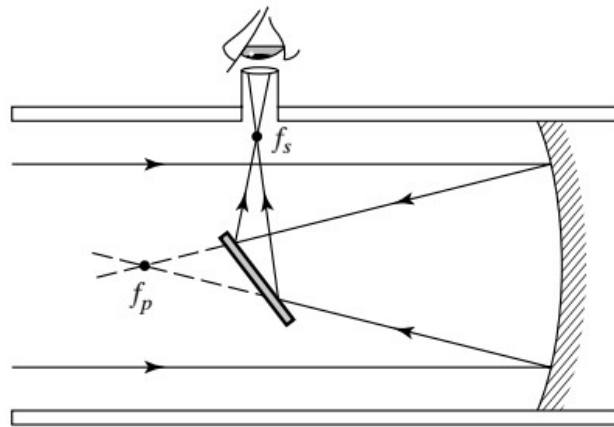


Telescópio “Hale” usado pelo Edwin Hubble
Espelho primário com um diâmetro de 5 metros



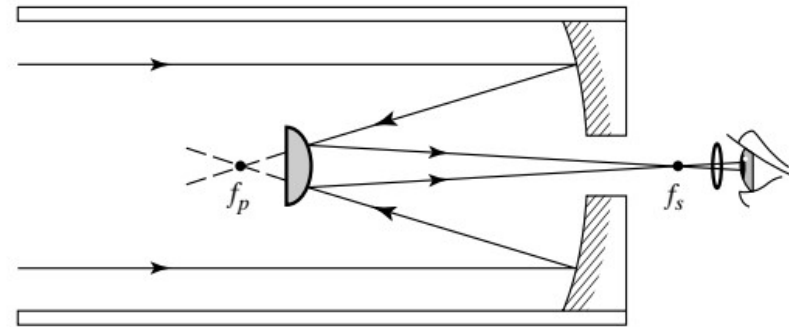
Porque não existe um buraco na imagem?

Outros sabores de telescópios astronômicos



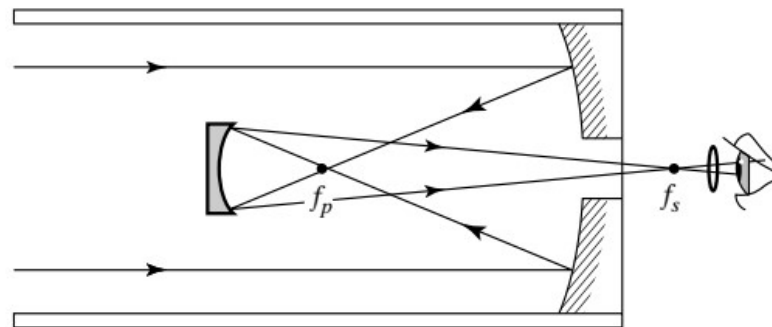
(a)

Newton



(b)

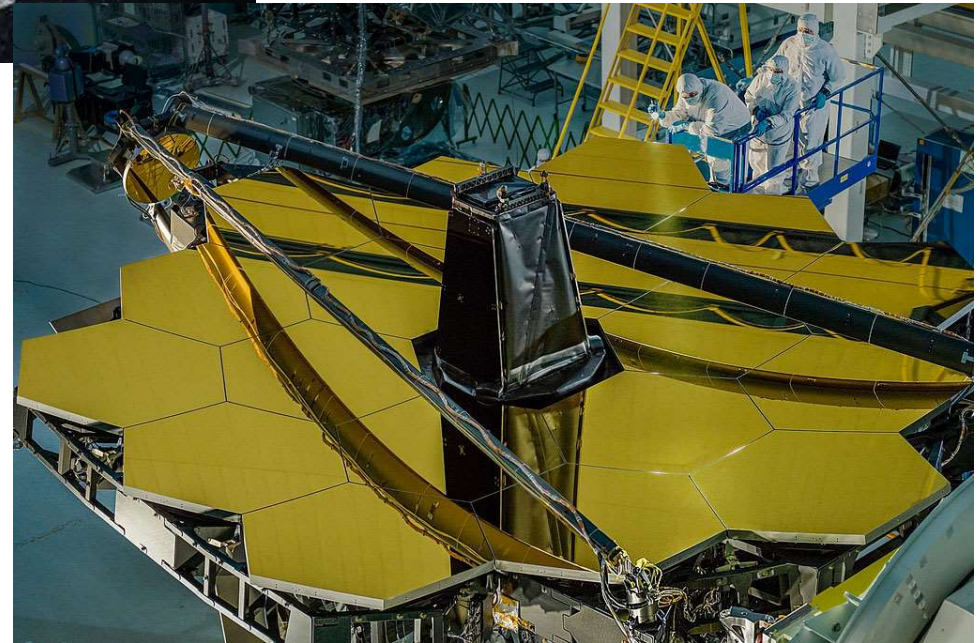
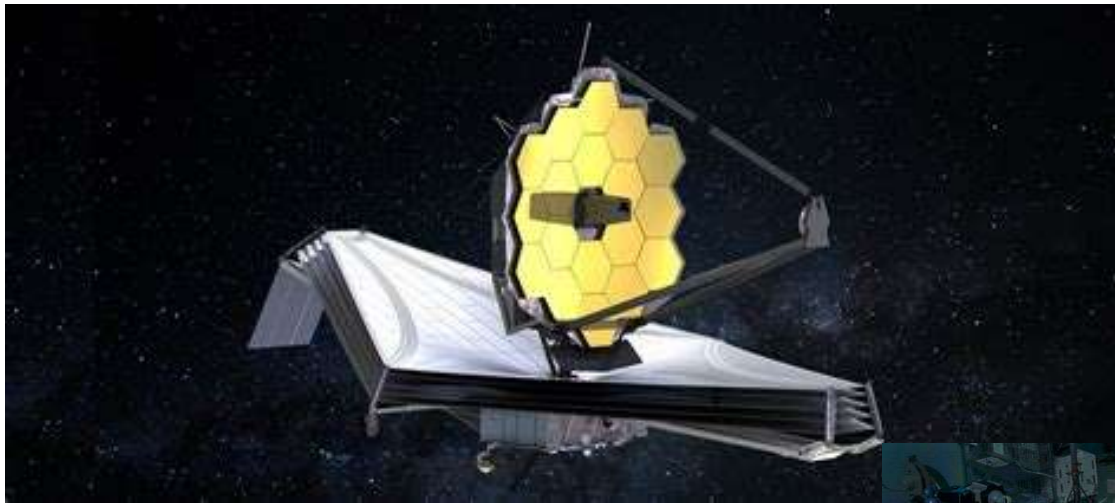
Cassegrain



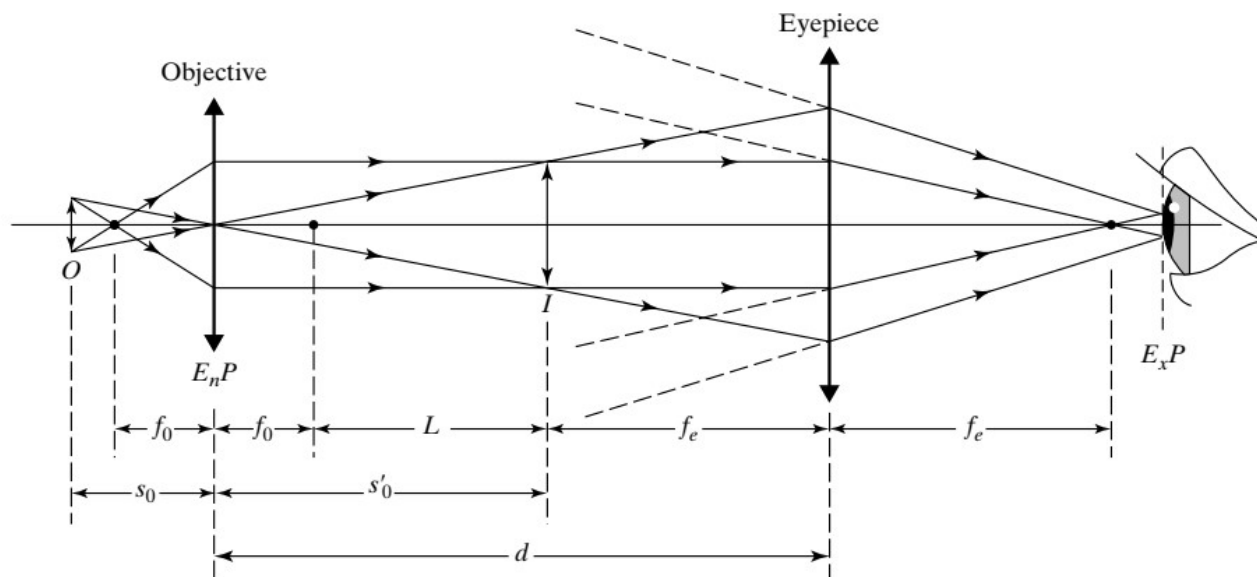
(c)

Gregoriano

James Webb



Microscópios



Agora o problema é de ampliar algo que esteja perto.
(Também em geral não há dificuldade e coletar a luz)

- A objetiva forma uma imagem real com ampliação
 - A lente ocular serve como uma lupa
- $$-\frac{s'_o}{s_o} \approx -\frac{f_o + L}{f_o}$$
- Tipicamente entre 5-100x

Microscópio confocal

Abertura permite discriminar a luz proveniente apenas do plano focal

