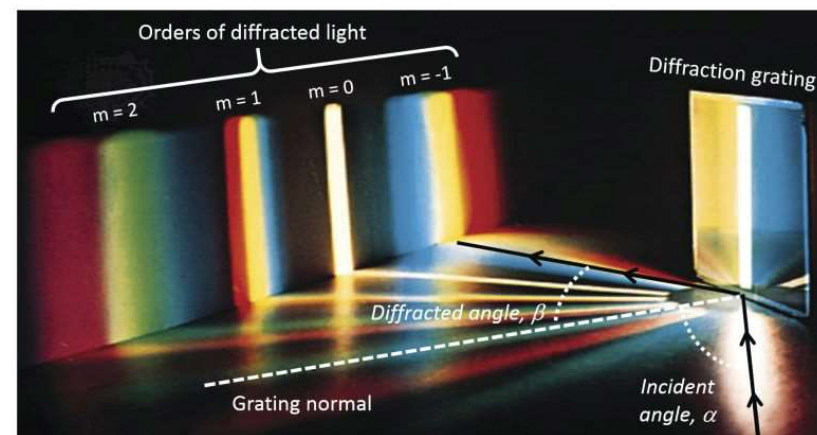
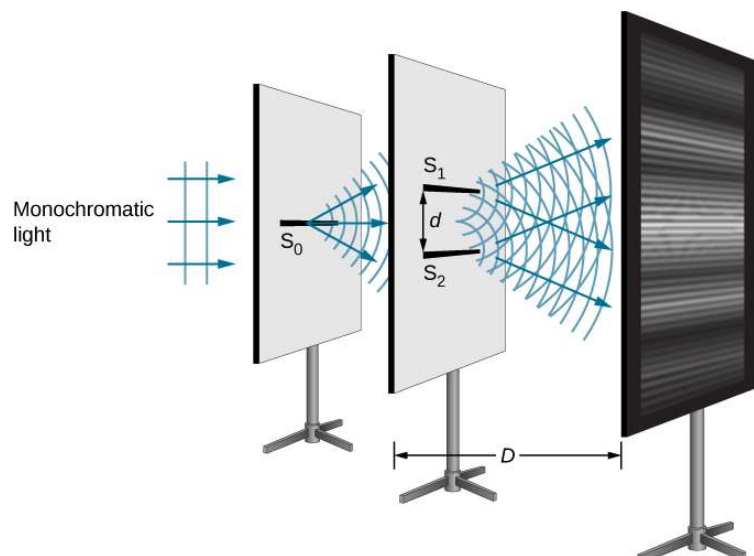


Interferência



- Dupla fenda de Young
- Generalização para mais fendas – redes de difração
- Interferômetro Fabry-Perot
- Interferência e a natureza quântica da luz



$$\frac{1}{\sqrt{2}}|\text{cat sitting}\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|\text{cat running}\rangle$$

Interferometria

Aplicação de interferência às medidas de grandezas físicas

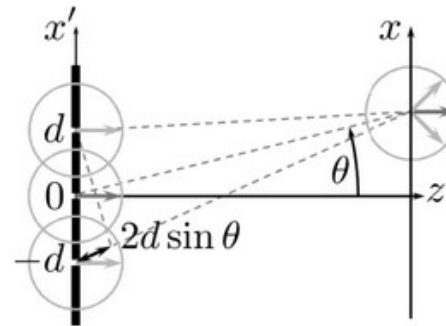
2 classes principais:

Divisão das frentes de ondas

Fendas de Young

Fendas múltiplas

Redes de difração



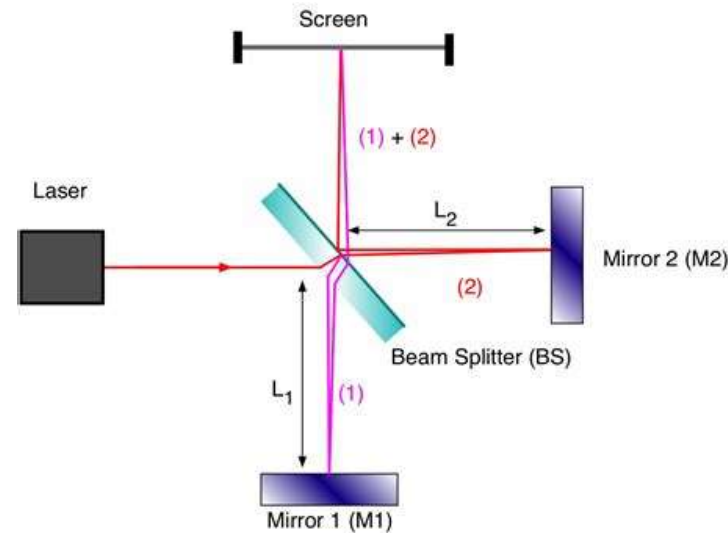
Divisão dos amplitudes

Interferômetros de

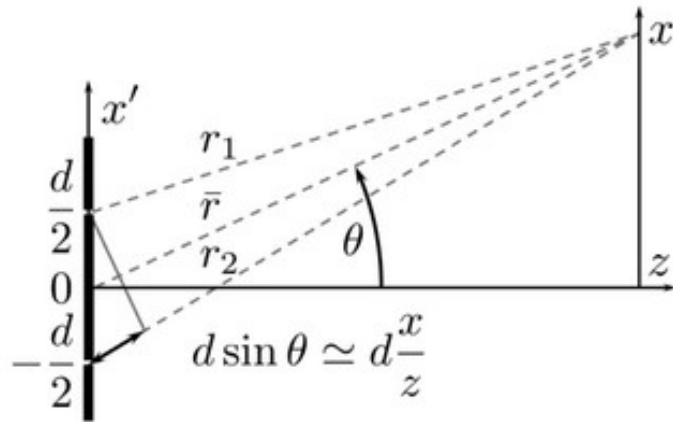
Michelson

Mach-Zenhder

Fabry Perot



Interferometro de Young



$$E_{tot} \approx \frac{E_0 e^{-i\omega t}}{ik\bar{r}} \left[e^{ikr_1} + e^{ikr_2} \right]$$

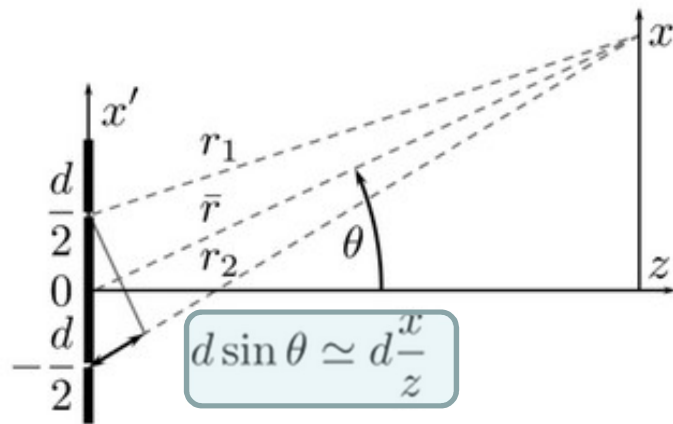
$$\begin{aligned} r &= \sqrt{(x - x')^2 + z^2} \\ &= z \sqrt{1 + \frac{(x - x')^2}{z^2}} \approx z + \frac{(x - x')^2}{2z} \\ &= z + \frac{x^2}{2z} - \frac{xx'}{z} + \frac{x'^2}{2z} = \bar{r} - \frac{xx'}{z} + \frac{x'^2}{2z} \end{aligned}$$

$$r_{1,2} \approx \bar{r} \mp \frac{xd}{2z} + \frac{d^2}{8z}$$

Aproximação de Fresnel
(ângulos θ pequenos)

$$\sqrt{1 + \varepsilon} \approx 1 + \frac{1}{2} \varepsilon$$

Interferômetro de Young



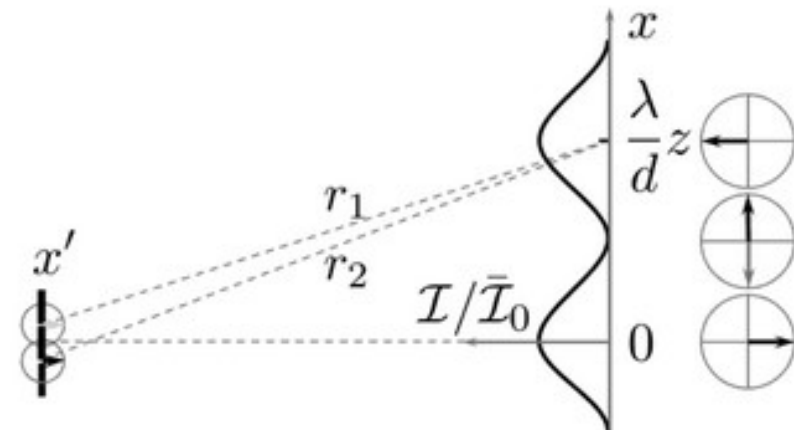
$$E_{tot} \approx \frac{E_0 e^{-i\omega t}}{ik\bar{r}} \left[e^{ikr_1} + e^{ikr_2} \right] \quad r_{1,2} \approx \bar{r} \mp \frac{xd}{2z} + \frac{d^2}{8z}$$

$$E_{tot} \approx \frac{E_0 e^{i(k\bar{r} - \omega t)}}{ik\bar{r}} e^{ikd^2/8z} \underbrace{\left[e^{-ikxd/2z} + e^{+ikxd/2z} \right]}_{2\cos\left(\frac{kxd}{2z}\right)}$$

$$I_{tot} \approx 4I_f \cos^2\left(\frac{kxd}{2z}\right) = 2I_f \left[1 + \cos\left(\frac{kxd}{z}\right) \right]$$

Distribuição sinusoidal de intensidade
que varia com a fase relativa

Escala espacial da padrão aumenta com z



Redes de difração

Construídas primeiro pelo Josef Fraunhofer (riscas paralelas num superfície metálica)
Muito úteis em espectroscopia.

$$E_{tot} \approx E_s e^{i(k\bar{r} - \omega t)} \sum_{m=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} e^{-imkxd/z}$$

Generalização para N fasores

$$S = e^{i\left(-\frac{N}{2}\right)\frac{kxd}{z}} + e^{i\left(-\frac{N}{2}+1\right)\frac{kxd}{z}} + \dots 1 + \dots e^{i\left(\frac{N}{2}-1\right)\frac{kxd}{z}}$$

$$e^{i\frac{kxd}{z}} S = e^{i\left(-\frac{N}{2}+1\right)\frac{kxd}{z}} + \dots 1 + \dots e^{i\left(\frac{N}{2}-1\right)\frac{kxd}{z}} + e^{i\left(\frac{N}{2}\right)\frac{kxd}{z}}$$

$$I_{tot} \approx I_s \frac{\sin^2 \left(N \frac{kxd}{2z} \right)}{\sin^2 \left(\frac{kxd}{2z} \right)}$$

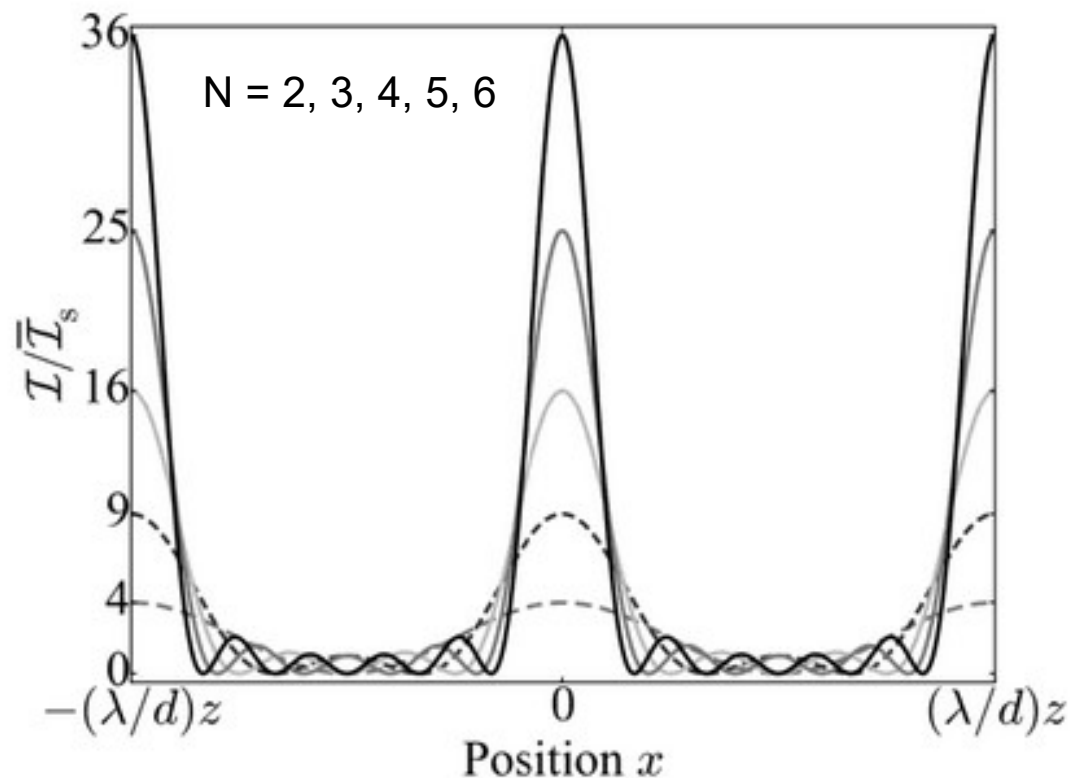
$$S = \frac{e^{-i\frac{N}{2}\frac{kxd}{z}} - e^{i\left(\frac{N}{2}\right)\frac{kxd}{z}}}{1 - e^{i\frac{kxd}{z}}} = \frac{e^{i\left(\frac{N}{2}\right)\frac{kxd}{z}} - e^{-i\frac{N}{2}\frac{kxd}{z}}}{e^{i\frac{kxd}{2z}} \left(e^{i\frac{kxd}{2z}} - e^{-i\frac{kxd}{2z}} \right)} = e^{-i\frac{kxd}{2z}} \frac{\sin \left(N \frac{kxd}{2z} \right)}{\sin \left(\frac{kxd}{2z} \right)}$$

Redes de difração

$$I_{tot} \approx I_s \frac{\sin^2 \left(N \frac{kxd}{2z} \right)}{\sin^2 \left(\frac{kxd}{2z} \right)}$$

Máximos quando

$$\frac{kx_{\max} d}{2z} = m\pi \quad x_{\max} = m \left(\frac{\lambda z}{d} \right)$$

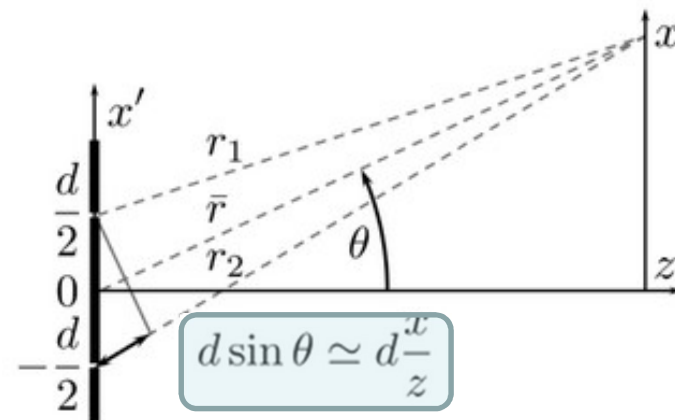
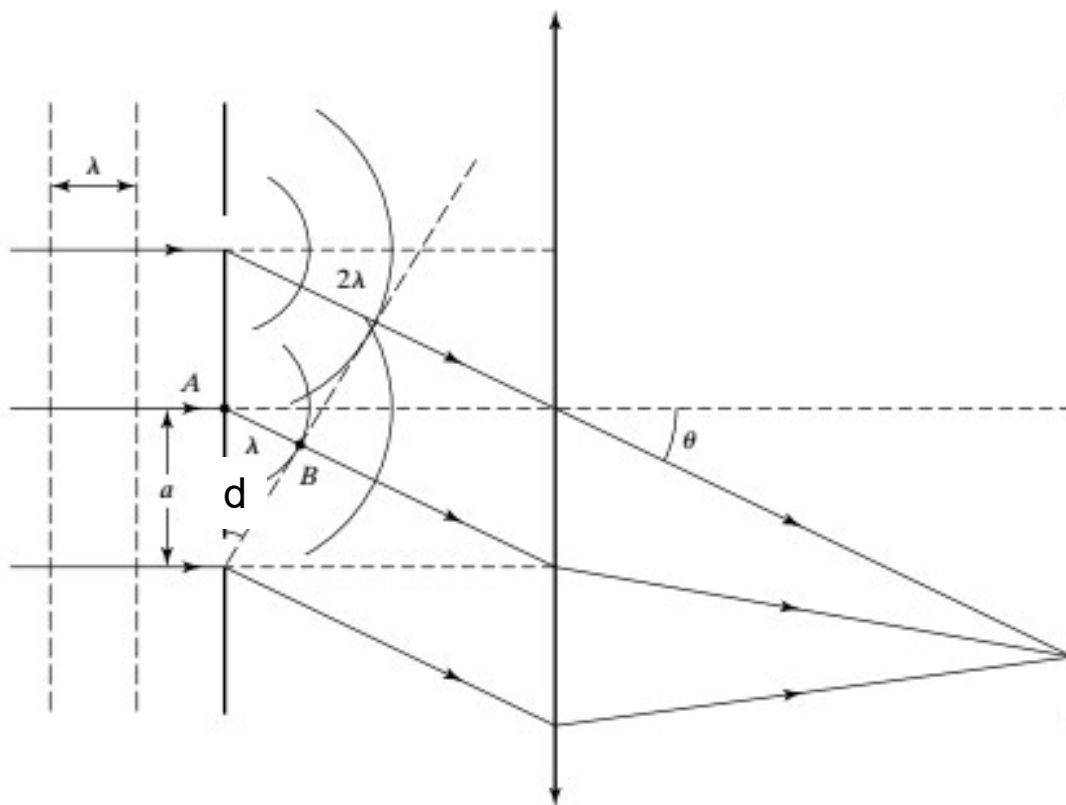


$$\begin{aligned} I_{\max} &= \lim_{\phi \rightarrow m\pi} I_s \left(\frac{\sin(N\phi)}{\sin(\phi)} \right)^2 \\ &= I_s \left(\lim_{\phi \rightarrow m\pi} \frac{\sin(N\phi)}{\sin(\phi)} \right)^2 \\ &= I_s \left(\lim_{\phi \rightarrow m\pi} \frac{N \cos(N\phi)}{\cos(\phi)} \right)^2 \\ &= N^2 I_s \end{aligned}$$

Primeiro mínimo

$$N \frac{kx_{\min} d}{2z} = \pi \quad x_{\min} = \left(\frac{\lambda z}{Nd} \right)$$

Redes de difração – incidência normal

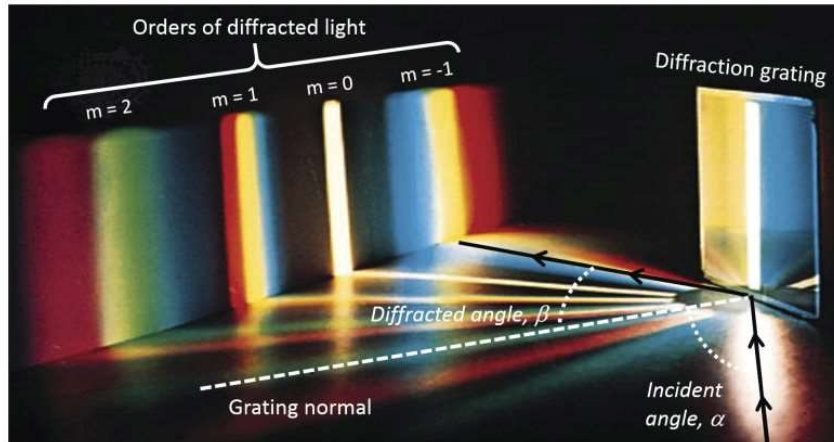


N fendas

$$I_{tot} \approx I_s \frac{\sin^2 \left(N \frac{kxd}{2z} \right)}{\sin^2 \left(\frac{kxd}{2z} \right)}$$

Interferência construtiva quando $d \sin \theta = m\lambda$

Rede de difração - Resolução



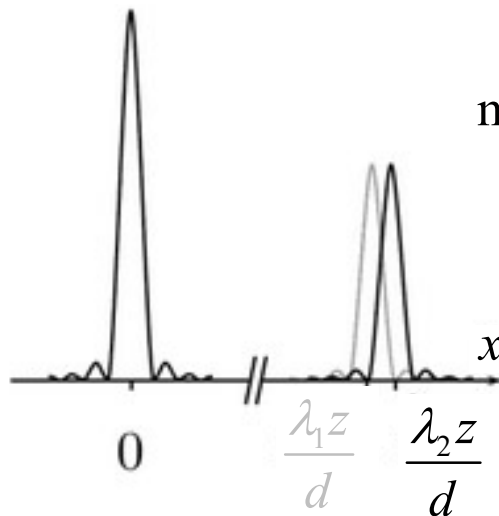
Capacidade de resolver dois picos espectrais

Critério de Rayleigh: Os dois espectros são distinguíveis quando o máximo de um espectro é coincidente com o primeiro mínimo de outro espectro

$$I_{tot} \approx I_s \frac{\sin^2 \left(N \frac{kxd}{2z} \right)}{\sin^2 \left(\frac{kxd}{2z} \right)}$$

$$\text{max @ } \frac{kxd}{2z} = m\pi \quad x_{\text{max}}^\lambda = \left(\frac{m\lambda z}{d} \right)$$

$$\text{min @ } \frac{Nkxd}{2z} = (Nm + 1)\pi \quad x_{\text{min}}^\lambda = x_{\text{max}}^\lambda + \frac{\lambda z}{Nd}$$



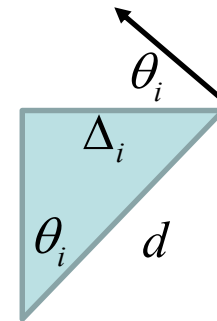
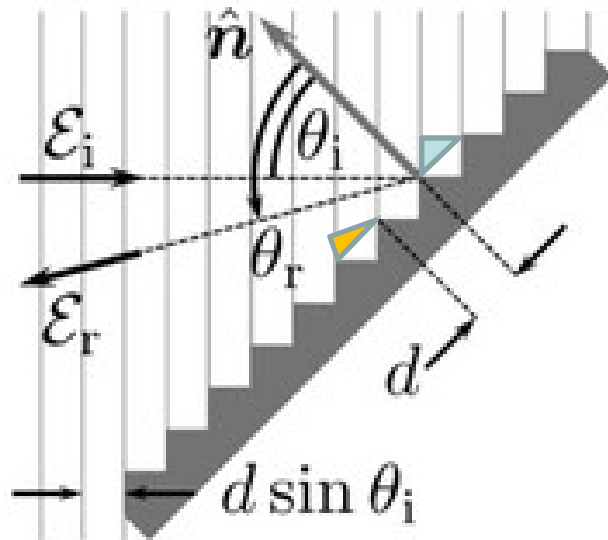
Rayleigh: $m \frac{\lambda_2 z}{d} = m \frac{\lambda_1 z}{d} + \frac{\lambda_1 z}{Nd} \quad (\lambda_2 - \lambda_1) = \Delta\lambda = \frac{\lambda_1}{mN}$

Na 1ª ordem

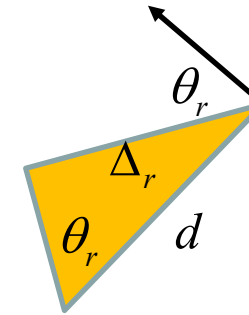
“Resolução” $R = \frac{\lambda_1}{\Delta\lambda} = mN$

Rede de difração em reflexão

Um exemplo importante são redes de difração em reflexão
Consiste de degraus com separação d



$$\Delta_i = d \sin \theta_i$$



$$\Delta_r = d \sin \theta_r$$

Diferença de fase de um degrau para o próximo

$$\phi = kd \sin \theta_i + kd \sin \theta_r$$

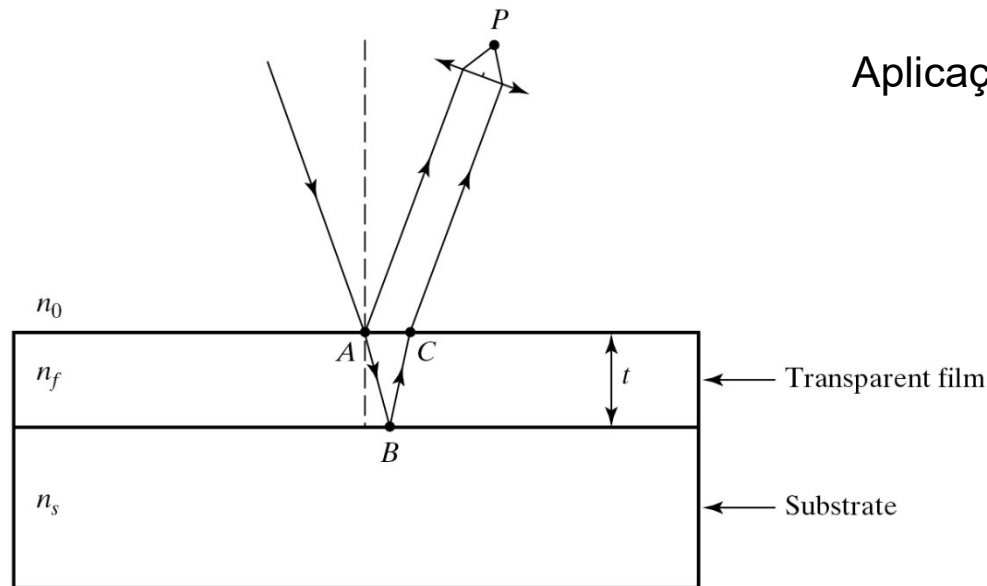
$$\mathcal{E}_T = \mathcal{E}_r e^{i(k\bar{r} - \omega t)} \sum_{n=-N/2}^{N/2-1} e^{in\phi}$$

Máxima quando

$$m\lambda = d \sin \theta_i + d \sin \theta_r$$

Comprimentos de onda diferentes são separados

Interferência de filmes finos



Aplicação comum – revestimento antirreflexo

Incidência normal

$$r = \frac{n_{in} - n_{trans}}{n_{in} + n_{trans}}$$

Revestimento antirreflexo $n_0 < n_f < n_s$

Interferência destrutiva se a fase adquirida no percurso A→B→C

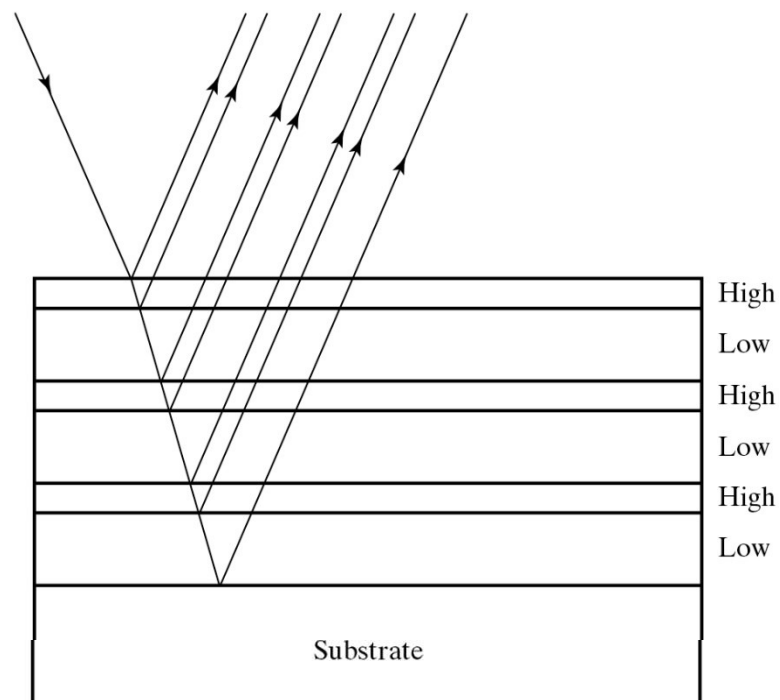
$$\Delta\phi = k_f 2t = \pi \quad t = \frac{\lambda_0}{4n}$$

$$r_{0f} = \frac{1 - n_f}{1 + n_f} \quad r_{fs} = \frac{1 - (n_s / n_f)}{1 + (n_s / n_f)} \quad r_{0f} = r_{fs} \Rightarrow n_f = \sqrt{n_s}$$

Vidro $n_s = 1.5$ $n_f = 1.22$

Na pratica é comum usar MgF_2 ($n = 1.38$)

Dielétrica Multicamada

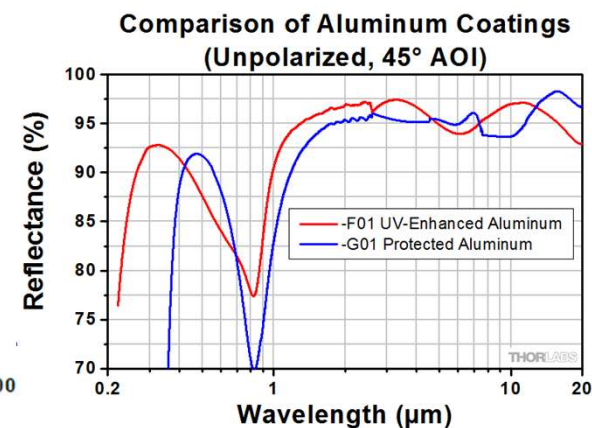
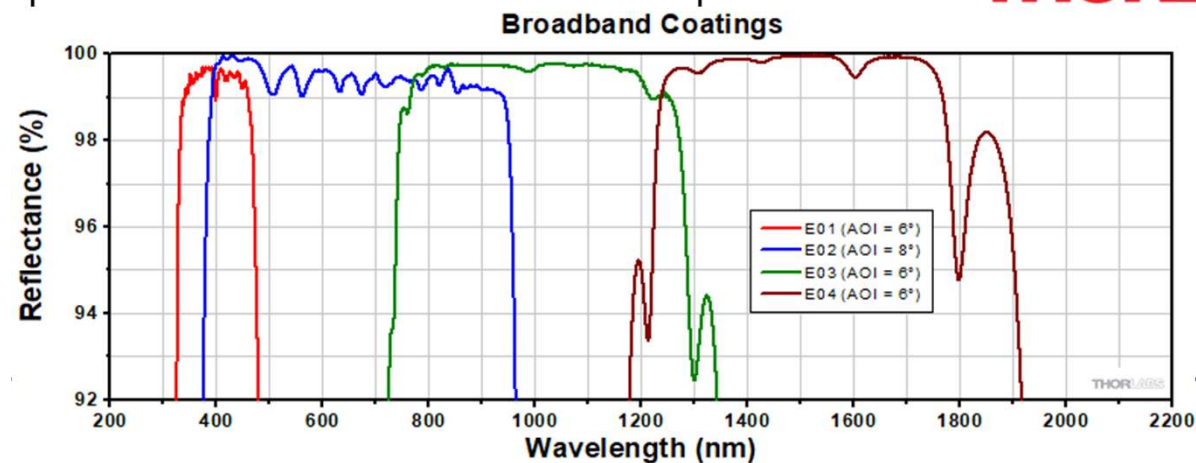


Cada camada tem uma espessura dum quarto de onda

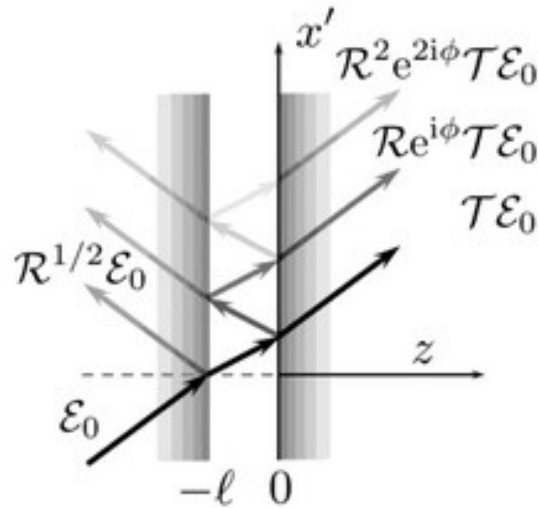
$$\frac{\lambda_f}{4} = \frac{\lambda_0}{4n_f}$$

Interferência construtiva –
espelhos de alta refletividade

THORLABS



Interferometro Fabry-Perot



Interferência múltipla

Dois espelhos planos iguais separados por uma distância ℓ

$$\mathcal{E}_T = \mathcal{E}_0 \mathcal{T} \left[1 + \mathcal{R} e^{i\phi} + \mathcal{R}^2 e^{i2\phi} + \dots \right] = \frac{\mathcal{E}_0 \mathcal{T}}{1 - \mathcal{R} e^{i\phi}}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_T &= \mathcal{I}_0 \left(\frac{\mathcal{T}}{1 - \mathcal{R} e^{i\phi}} \right) \left(\frac{\mathcal{T}}{1 - \mathcal{R} e^{-i\phi}} \right) \\ &= \mathcal{I}_0 \frac{\mathcal{T}^2}{1 + \mathcal{R}^2 - 2\mathcal{R} \cos(\phi)} = \mathcal{I}_0 \frac{\mathcal{T}^2}{1 + \mathcal{R}^2 - 2\mathcal{R} [1 - 2 \sin^2(\phi/2)]} \\ &= \mathcal{I}_0 \frac{\mathcal{T}^2}{(1 - \mathcal{R})^2 + 4\mathcal{R} \sin^2(\phi/2)} = \mathcal{I}_0 \frac{1}{1 + \frac{4\mathcal{R}}{(1 - \mathcal{R})^2} \sin^2(\phi/2)} \end{aligned}$$

Interferometro de Fabry-Perot

$$\frac{\mathcal{I}_T}{\mathcal{I}_0} = \frac{1}{1 + \frac{4\mathcal{R}}{(1-\mathcal{R})^2} \sin^2(\phi/2)}$$

Definir um parâmetro conhecido com “o **finesse**”

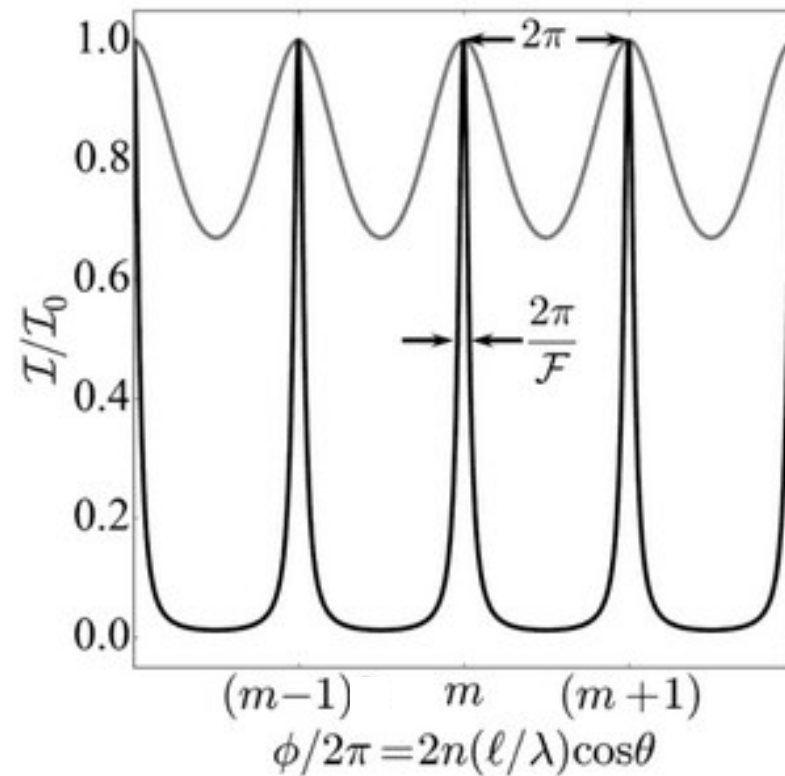
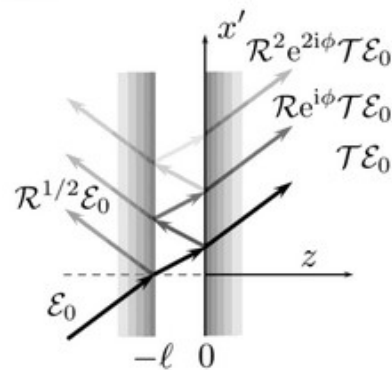
$$\mathcal{F} = \frac{\pi\sqrt{\mathcal{R}}}{1-\mathcal{R}}$$

$$\frac{\mathcal{I}_T}{\mathcal{I}_0} = \frac{1}{1 + 4\left(\mathcal{F}^2 / \pi^2\right) \sin^2(\phi/2)}$$

Interferência construtiva cada vez que

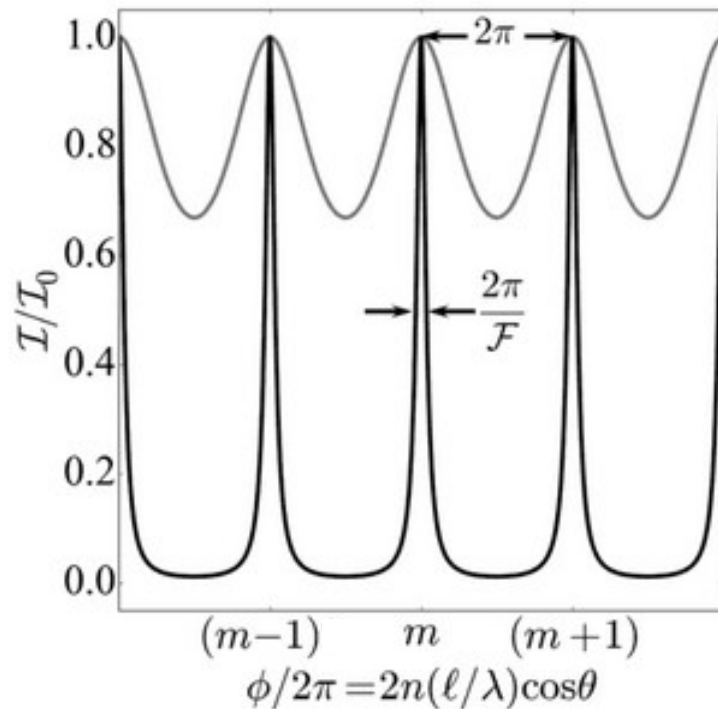
$$\phi_m = m2\pi$$

Quanto maior o valor de \mathcal{R} mais ondas interferem o que dá picos da transmissão mais finos



Largura dos picos

$$\frac{\mathcal{I}_T}{\mathcal{I}_0} = \frac{1}{1 + 4\left(\mathcal{F}^2 / \pi^2\right) \sin^2(\phi / 2)}$$



Imagine que ϕ é perto um máximo

$$\phi = m2\pi + \delta\phi$$

$$\begin{aligned} \sin(\phi / 2) &= \sin(m\pi + \delta\phi / 2) \\ &\approx \pm \sin(\delta\phi / 2) \approx \pm \delta\phi / 2 \end{aligned}$$

$$\frac{\mathcal{I}_T}{\mathcal{I}_0} \approx \frac{1}{1 + \left(\mathcal{F}^2 / \pi^2\right) (\delta\phi)^2}$$

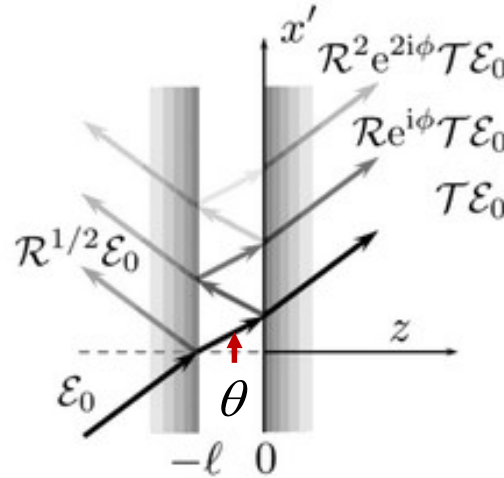
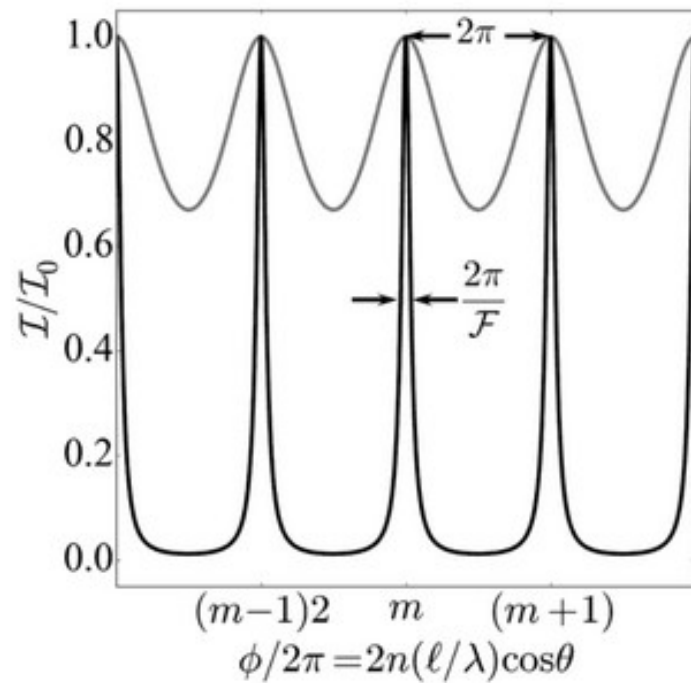
Meia altura do pico quando

$$\left(\frac{\mathcal{F}}{\pi}\right)^2 (\delta\phi)^2 = 1 \quad \delta\phi = \pm \frac{\pi}{\mathcal{F}}$$

Largura inteira a meia altura $\Delta\phi = \frac{2\pi}{\mathcal{F}}$

Largura dos picos

$$\frac{\mathcal{I}_T}{\mathcal{I}_0} \approx \frac{1}{1 + (\mathcal{F}^2 / \pi^2)(\delta\phi)^2}$$



$$\phi = k \frac{2\ell}{\cos \theta}$$

$$\theta = 0 \quad \phi \rightarrow \frac{4\pi\ell}{c} \nu$$

Separação entre os máximos

$$\phi_{m+1} - \phi_m = 2\pi$$

$$\nu_{m+1} - \nu_m = c / 2\ell \equiv \Delta\nu_{fsr}$$

“Free spectral range”

$$\delta\phi \rightarrow \frac{2\pi\ell}{c}(\nu - \nu_{\max}) = \frac{\pi}{\Delta\nu_{fsr}}(\nu - \nu_{\max})$$

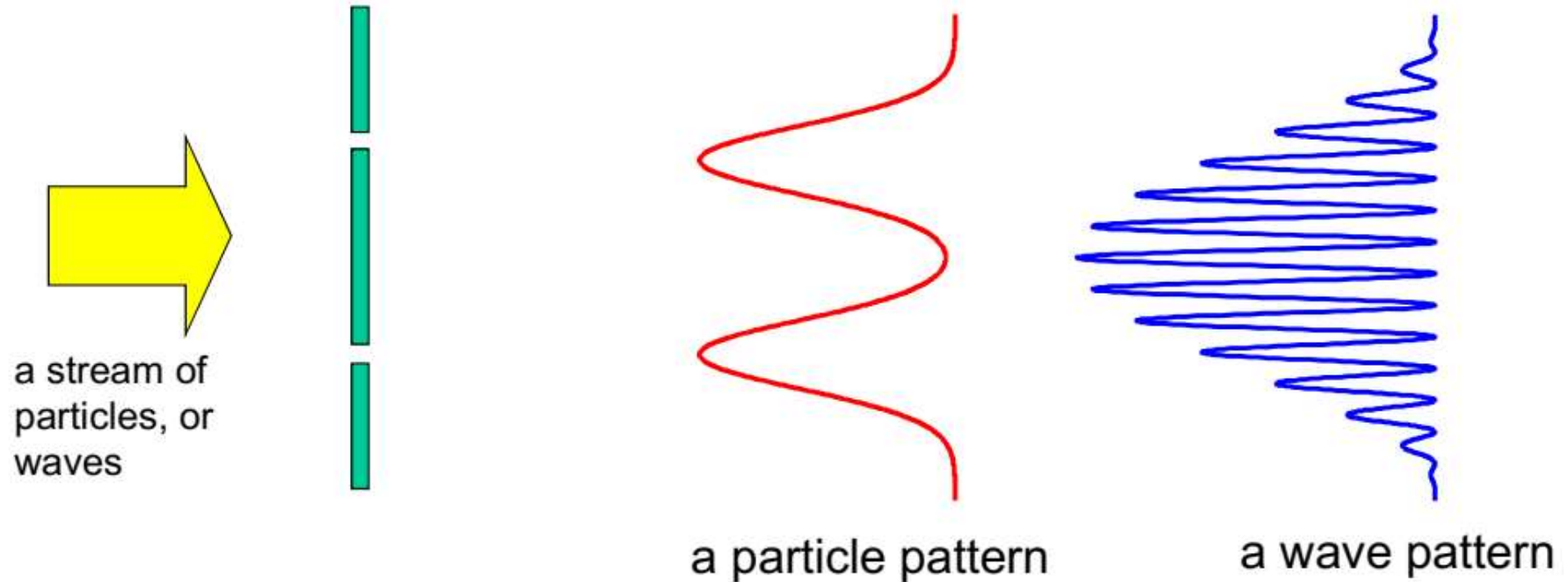
$$\frac{\mathcal{I}_T}{\mathcal{I}_0} \approx \frac{(\Delta\nu/2)^2}{(\nu - \nu_{\max})^2 + (\Delta\nu/2)^2}$$

$$\Delta\nu = \frac{\Delta\nu_{fsr}}{\mathcal{F}}$$

Valores típicos: $\ell = 1\text{mm}$ $\Delta\nu_{fsr} = 150\text{ GHz}$ $\mathcal{F} = 100$ $\Delta\nu = 1.5\text{ GHz}$

$\lambda = 600\text{nm}$ $\nu = 5 \times 10^{14}\text{ Hz} = 5 \times 10^5\text{ GHz}$ \mathcal{F} pode chegar $\sim 10^9$

A experiência de dupla fenda e a natureza da luz



As padrões esperadas são muito diferentes no caso que o feixe incidente consiste de partículas ou ondas....



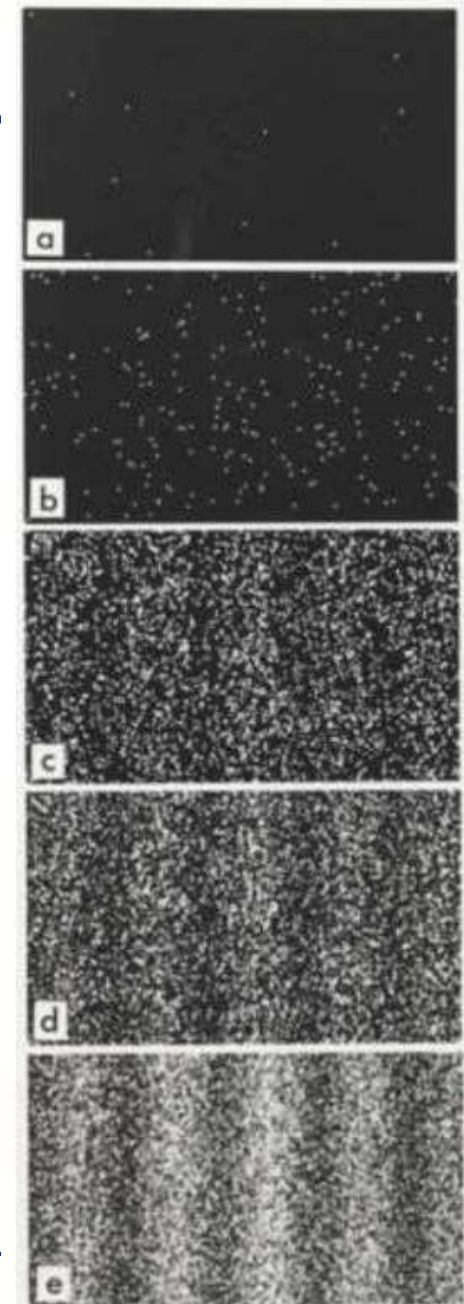
Louis de Broglie,
1892-1987

Nobel 1927

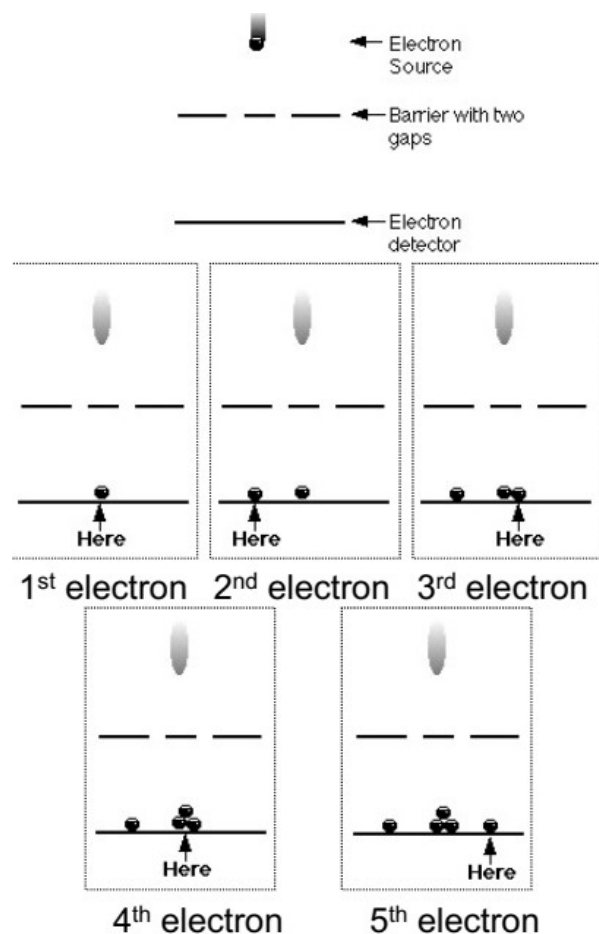
Efeito fotoelétrico: luz é absorvida em pacotes bem definidas (fotões), i.e. Ondas EM podem assumir propriedades que associamos com partículas. De Broglie sugeriu que o converso também seria possível, partículas pode demonstrar propriedades ondulatórias

$$\lambda = h/p$$

Ao enviar elétrons mono energéticas através uma placa com duas ondas uma padrão de interferência pode ser observada

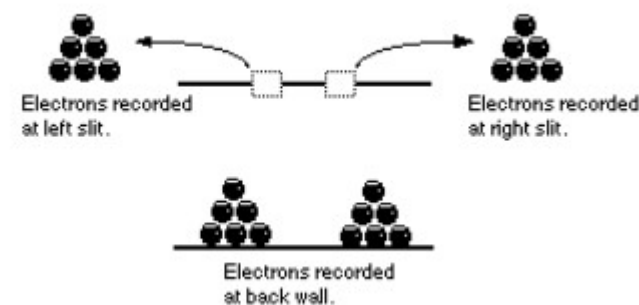


Observar os elétrons destrói a Interferência



Eventually, a diffraction pattern

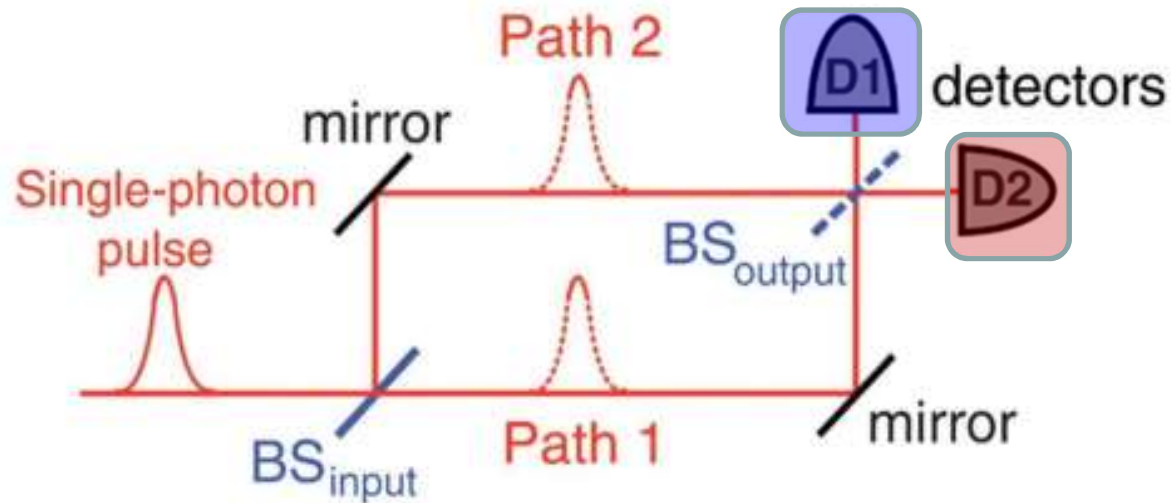
The diagram shows a barrier with two slits. Below it, a series of dots on a screen form a central peak with smaller peaks on either side, representing an interference pattern. Wavy lines above the dots indicate the wave-like nature of the electron distribution.



Detetar qual fenda o elétron atravessou destrói a padrão de interferência

Sem obter informação sobre o caminho a padrão de interferência aparece

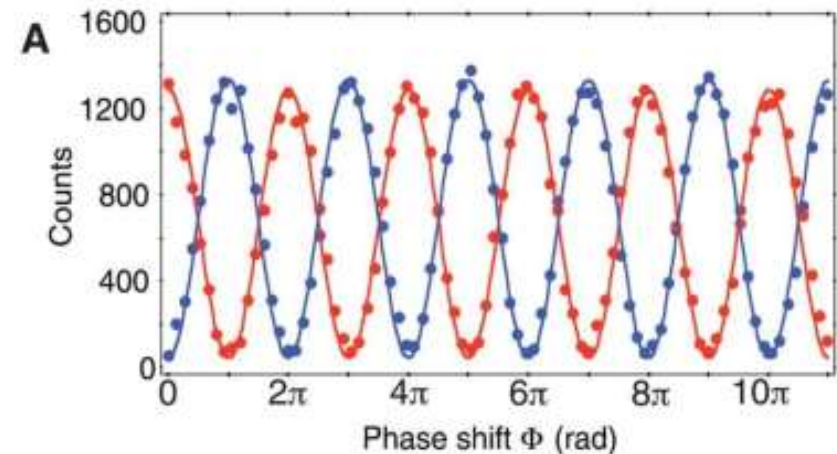
Um experiência com fótons únicos



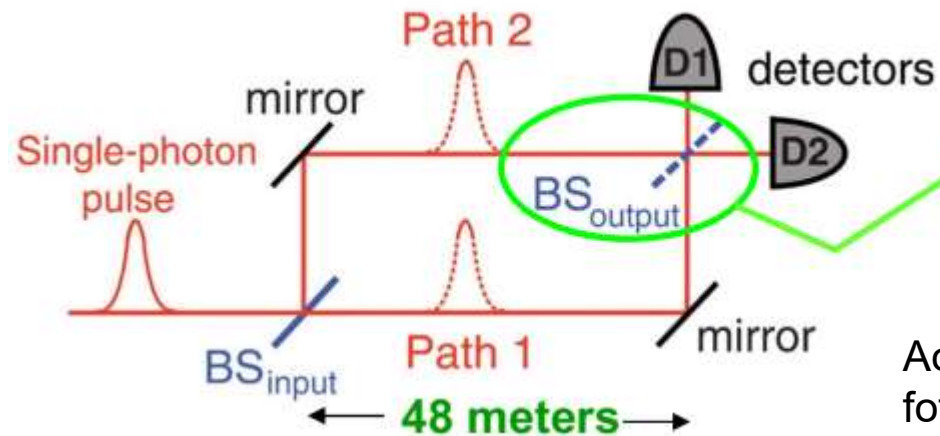
O fóton só pode ser detetado uma vez – é detetado no detetador D1 ou D2

Mais qual detetador recebe o fóton varia com a diferença da fase entre os caminhos.

Cada fóton “toma” os dois caminhos alternativos



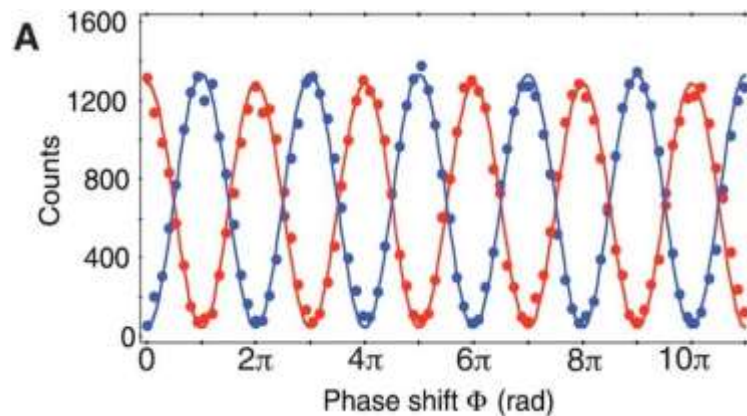
Experiência de escolha adiada



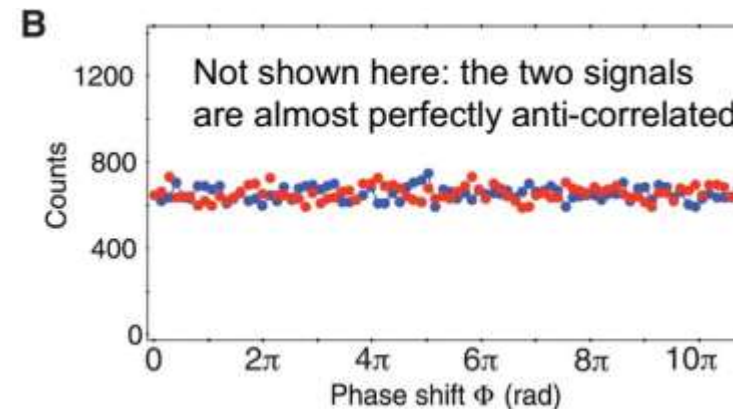
John Wheeler: Decidir tira ou deixar o segundo divisor de feixe depois o fóton ter passado pelo primeiro divisor de feixe

Ao tirar o divisor de feixe D1 (2) só deteta fótons que se propagam no caminho 1 (2).

Com divisor



Sem divisor



A medida realizar determina se efeitos ondulatórios ou particulares são observados

V. Jacques et al., *Science* (March 2007)

O gato de Schrödinger

$$\frac{1}{\sqrt{2}}|\text{gato vivo}\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|\text{gato morto}\rangle$$

Depois 1 hora existe 50% probabilidade que a partícula desintegra matando o gato.

Depois uma hora qual é o estado do gato?

Resposta intuitiva: existe 50% chance que o gato sobreviveu – só sabe ao certo quando abra a caixa.

Resposta de MQ: Ao longo do tempo o sistema se evolve numa sobreposição de estado gato vivo + gato morto. Ao abrir a caixa uma medida é realizada e o sistema “se colapsa” num dos estados.

