

Exame de Mecânica Analítica e Ondas

Licenciatura em Física e Licenciatura em Engenharia Física

Universidade do Minho — 29 de Janeiro de 2022

(Leia as questões com muita atenção, pois algumas contêm múltiplas perguntas)

I

1- A dinâmica de um sistema formado por N partículas pontuais atuadas por um correspondente conjunto de forças $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_N$ é descrita por uma equação da forma,

$$\sum_{i=1}^N \left(\overset{\substack{\text{pot} \\ \uparrow}}{\vec{F}_i} - \overset{\substack{\text{cin} \\ \uparrow}}{\frac{d\vec{p}_i}{dt}} \right) \cdot \delta \vec{r}_i = 0.$$

(a) Tendo o sistema $l < 3N$ equações de ligação, diga se os deslocamentos virtuais $\delta \vec{r}_1, \delta \vec{r}_2, \dots, \delta \vec{r}_N$ são independentes ou não e escreva a forma geral de um correspondente conjunto de $3N - l$ equações que descrevam a dinâmica do sistema no caso em que algumas das forças aplicadas ao mesmo não são conservativas. Indique como se chamam tais equações e defina todas as quantidades que nelas aparecem.

(b) Suponha que todas as forças aplicadas ao sistema são conservativas e que o correspondente potencial não depende das $3N - l$ velocidades generalizadas apropriadamente escolhidas. Escreva e justifique a forma simplificada do conjunto de $3N - l$ equações que descrevem a dinâmica do sistema e defina todas as quantidades que nelas aparecem que estejam ausentes das equações da alínea (a).

2- O movimento de um objeto de massa m suspenso de uma mola de massa desprezável e constante elástica k envolve um desvio espacial cuja dependência do tempo t é da forma,

$$x = A e^{-\gamma t/2} \cos(\omega t + \alpha) \quad \text{onde} \quad \omega = \omega_0 \sqrt{1 - (\gamma/2\omega_0)^2},$$

e $0 < \gamma/2\omega_0 < 1$.

(a) Indique e justifique qual o tipo de movimento, escreva a correspondente equação de movimento de que $x = A e^{-\gamma t/2} \cos(\omega t + \alpha)$ é solução, diga que quantidades são ω_0 , ω e γ e forneça as expressões de ω_0 e γ .

(b) Quais os dois tipos de forças a que está sujeito o objeto de massa m ? Indique qual a natureza física dessas forças, incluindo se são conservativas ou não. Se uma delas ou as duas forem conservativas, indique a expressão da correspondente energia potencial.

II

1- Considere dois referenciais S e S' inicialmente coincidentes. O referencial S' roda 60 graus ($\pi/3$ radianos) em torno do eixo do z e roda em seguida em torno do novo eixo do x obtido pela primeira rotação de um ângulo de 45 graus ($\pi/4$ radianos).

(a) Obtenha a matriz da transformação correspondente à rotação total.

(b) Obtenha a matriz da transformação correspondente à rotação total por ordem inversa.

2- Considere um desvio vibracional da forma,

$$x = C[\sin(\omega t + \pi/8) - 2\cos(\omega t - 3\pi/8)]$$

onde $C = 1$ mm, o qual pode ser escrito como $x = A \cos(\omega t + \alpha)$ com $A > 0$. Determine as seguintes quantidades:

(a) A fase na origem α com valores em radianos entre $-\pi$ e π .

(b) A amplitude A em mm.

Dados auxiliares

$$\cos(a \pm b) = \cos a \cos b \mp \sin a \sin b \quad \text{e} \quad \sin(a \pm b) = \sin a \cos b \pm \cos a \sin b$$

$$\cos(3\pi/8) = \sin(\pi/8) = \sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{2\sqrt{2}}} \approx 0.383$$

$$\cos(\pi/3) = \sin(\pi/6) = \frac{1}{2} = 0.5$$

$$\cos(\pi/4) = \sin(\pi/4) = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.707$$

$$\cos(\pi/6) = \sin(\pi/3) = \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0.866$$

$$\cos(\pi/8) = \sin(3\pi/8) = \sqrt{\frac{\sqrt{2}+1}{2\sqrt{2}}} \approx 0.924$$