Exercícios de Física Computacional

Escola de Ciências da Universidade do Minho

Física e Engenharia Física

ano letivo 2019/2020, 1º semestre

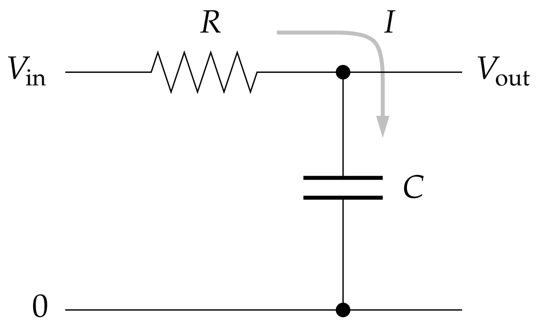
Folha 8

1. Resolva a equação
$$\frac{dx}{dt} = -x^3 + \sin(t)$$
usando o método de Euler sabendo que $x(t=0) = 0$.

2. Resolva a equação
$$\frac{dy}{dx} = 3(1+x) - y$$
usando o método de Euler sabendo que para $x = 1$ temos $y = 4$. Compare a solução numérica obtida com a solução analítica ($y = 3x + e^{1-x}$), testando vários números de iterações na solução numérica.

Para casa:

3. Considere o seguinte circuito RC com uma resistência e um condensador:



Este circuito atua com um filtro passa baixo, modificando o sinal injetado V_{in} no sinal V_{out}. Se I for a corrente que passa pela resistência R e pelo condensador de capacidade C, mostre que:

$$IR = V_{\text{in}} - V_{\text{out}}\,, \qquad Q = CV_{\text{out}}\,, \qquad I = \frac{dQ}{dt}.$$

Substituindo a segunda equação na terceira e usando o resultado na primeira equação temos que $V_{\text{in}} - V_{\text{out}} = RC\,(dV_{\text{out}}/dt)$ ou, equivalentemente,

$$\frac{dV_{\text{out}}}{dt} = \frac{1}{RC}\big(V_{\text{in}} - V_{\text{out}}\big).$$

(a) Escreva um programa que resolva esta equação para $V_{\text{out}}(t)$ usando o método de Euler. Assuma que o sinal de entrada é uma onda quadrada com frequência 1 e amplitude 1:

$$V_{\text{in}}(t) = \begin{cases} 1 & \text{se } \lfloor 2t \rfloor \text{ é par,} \\ -1 & \text{se } \lfloor 2t \rfloor \text{ é ímpar,} \end{cases}$$

onde $\lfloor x \rfloor$ significa que x é arredondado por baixo para o inteiro mais próximo.

(b) Compare o sinal de entrada e saída para $RC = 0.01$, 0.1, e 1 s, assumindo a condição inicial $V_{\text{out}}(0) = 0$. Considere o intervalo $t = 0$ a $t = 10$ s e discuta a importância do passo considerado na resolução da equação diferencial.

(c) Explique os resultados obtidos analisando os coeficientes de Fourier de cada um dois sinais.