

Complementos/Tópicos Avançados de Electromagnetismo

Exame de recurso

9 de Fevereiro de 2022

Exame global: 6 problemas, duração máxima: 3 horas

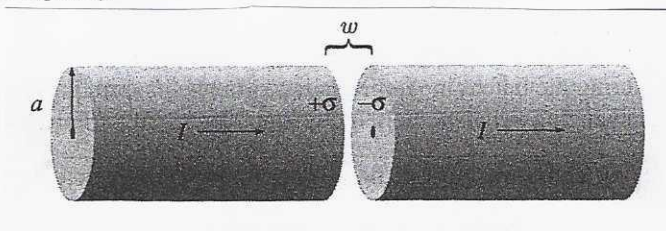
Exame parcial: 4 problemas, duração máxima: 2 horas

PARTE-1

No exame global

responda apenas a 3 dos seguintes 4 problemas

1. Considere um tubo cilíndrico condutor (muito comprido), de raio a , e com um hiato de comprimento w (ver figura).

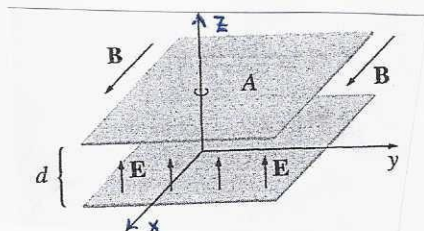


A $t=0$ é injectada uma corrente constante que produz uma acumulação de carga nas paredes do hiato, uniformemente distribuída. Calcule:

- Os campos \vec{E} e \vec{B} em função da distância radial e do tempo.
- A densidade volúmica de energia e o vector de Poynting no interior do hiato.

2. Uma corôa esférica dieléctrica, com raio interior a e raio exterior b , possui uma polarização espontânea $\vec{P}(\vec{r}) = \frac{k}{r} \hat{r}$ (sendo k uma constante). Calcule o campo eléctrico em função de r . Justifique convenientemente a sua resposta.

3. Um condensador plano carregado, com armaduras de área A e separação d (o campo eléctrico entre armaduras é $\vec{E} = E\hat{z}$) é submetido a um campo magnético uniforme $\vec{B} = B\hat{x}$ (ver figura).



- Obtenha o momento linear electromagnético armazenado.
- Imagine que reduz lentamente o campo magnético até o anular. Mostre que o impulso mecânico transmitido às armaduras corresponde ao momento linear que obteve na alínea anterior.

4. Considere uma esfera metálica uniformemente carregada (raio R e carga Q). Usando o tensor de Maxwell, calcule a força que o hemisfério sul da esfera exerce sobre o hemisfério norte. Justifique os seus cálculos.

$$(T_{ij} = \epsilon_0 [E_i E_j - \frac{1}{2} \delta_{ij} E^2] + \frac{1}{\mu_0} [B_i B_j - \frac{1}{2} \delta_{ij} B^2])$$

PARTE-2

No exame global responda apenas a 3 dos seguintes 4 problemas

5. a) Admita que se introduz no interior de uma amostra de vidro ($\epsilon_r = 1.2$, $\sigma = 10^{-12} (\Omega m)^{-1}$) uma densidade volúmica de cargas livres ρ . Qual o tempo de decaimento que estima para essa concentração volúmica de cargas? Justifique a resposta.

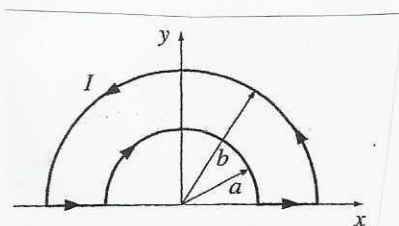
b) Faça uma estimativa do comprimento de onda e da velocidade de propagação de uma onda de rádio (1 MHz) na amostra de vidro da alínea anterior (considere $\mu = 4\pi \times 10^{-7} (\frac{H}{m})$). Justifique a resposta.

$$\text{Nota: } \tilde{k} = k + i\eta, \quad k = \omega \sqrt{\frac{\epsilon\mu}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\epsilon\omega}\right)^2} + 1 \right]^{1/2}}, \quad \text{e } \eta = \omega \sqrt{\frac{\epsilon\mu}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\epsilon\omega}\right)^2} - 1 \right]^{1/2}}.$$

6. Explique por que razão modos TEM (modos transversais electromagnéticos) não são possíveis num guia de ondas oco. Explique o seu raciocínio.

7. Considere os potenciais $\varphi = 0$ e $\vec{A} = A\hat{y} \sin(kx - \omega t)$. Que relação entre ω e k deverá existir para que os campos \vec{E} e \vec{B} verifiquem as equações de Maxwell?

8. Um fio condutor com a forma que se ilustra na figura transporta uma corrente eléctrica proporcional ao tempo ($I(t) = kt$).



- Calcule o potencial vector retardado no ponto O (o centro das semicircunferências de raios a e b ; ver figura).
- Calcule o campo eléctrico em O. Por que razão um fio eléctricamente neutro produz um campo eléctrico?

$$\text{Nota: } \vec{A}(\vec{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{j}(\vec{r}', t_R)}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d\vec{r}', \quad \text{com } t_R = t - \frac{|\vec{r} - \vec{r}'|}{c}$$