

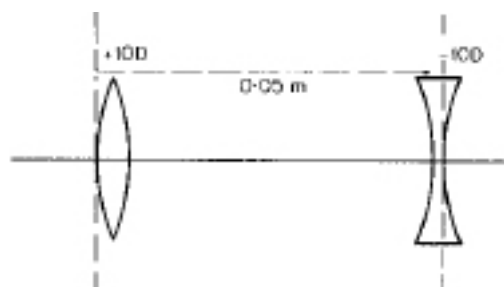

**Justifique as suas respostas.**

1. Tem 2 lentes delgadas (potências  $+10\text{ D}$  e  $-10\text{ D}$ ) em ar, separadas por  $5\text{ cm}$ . Tem um objeto a  $50\text{ cm}$  da 1a. lente.

a) Faça um esquema onde mostre a localização dos planos principais do sistema formado pelas 2 lentes. (2 V)

b) Onde se forma a imagem do objeto? É real ou virtual? (1.5 V)

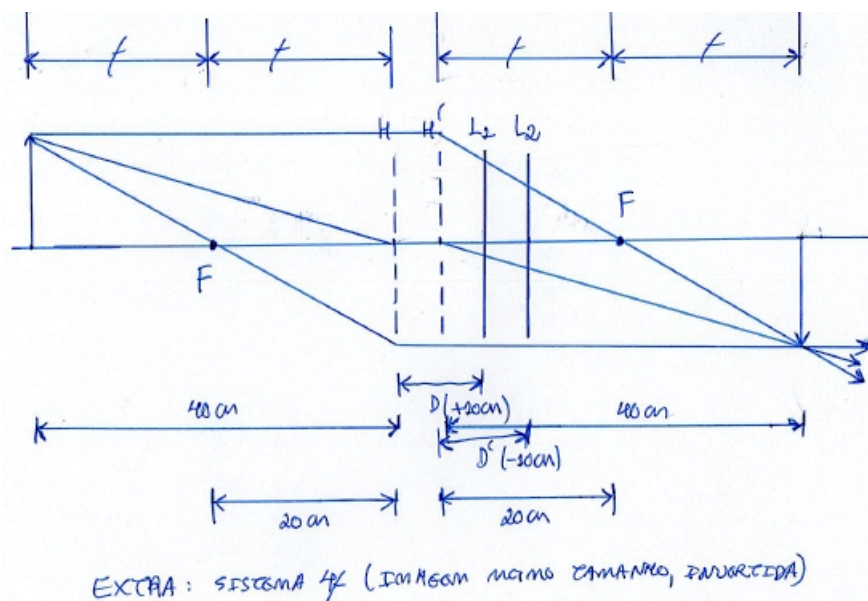
c) Faça um esquema de traçado de raios que mostre a formação da imagem (a maneira mais inteligente/económica de o fazer é usar os planos principais). (1 V)


**Soluções**

Formação de imagem, *nos planos principais* de um sistema ótico:  $\frac{n}{S} + \frac{n'}{S'} = P = \frac{1}{f}$ .

Sistema ótico formado por 2 lentes delgadas: potência do sistema  $P_{SISTEMA} = P_1 + P_2 - \frac{P_1 P_2 d}{n_b}$  & locali-

zação dos planos principais  $\begin{cases} D = -\frac{n}{n_b} d \frac{P_2}{P_{SISTEMA}} \\ D' = -\frac{n'}{n_b} d \frac{P_1}{P_{SISTEMA}} \end{cases}$ , notação de livro adoptado Klein & Furtak 2nd.Ed.



2. Luz não polarizada incide num conjunto de 3 polarizadores lineares ideais (sem absorção nem perdas). Os polarizadores têm os eixos de transmissão na vertical (1o.), a  $45^\circ$  com a vertical (2o.) e na horizontal (3o.). Qual a fração da irradiância do feixe incidente que resta após o 3o. polarizador ? (1.5 V)

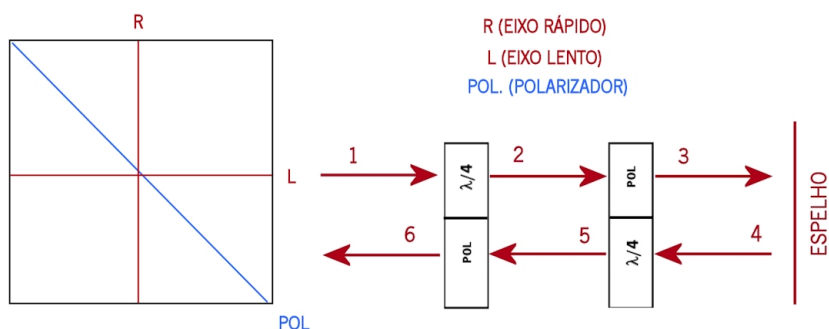
### Soluções

$$\frac{1}{2} \cos^4 \frac{\pi}{4} = 0.125$$

3. Motivação: óculos RealD passivos, para cinema 3D. Cada lente é formada por um polarizador linear (dentro) e uma lamina de quarto de onda (fora).

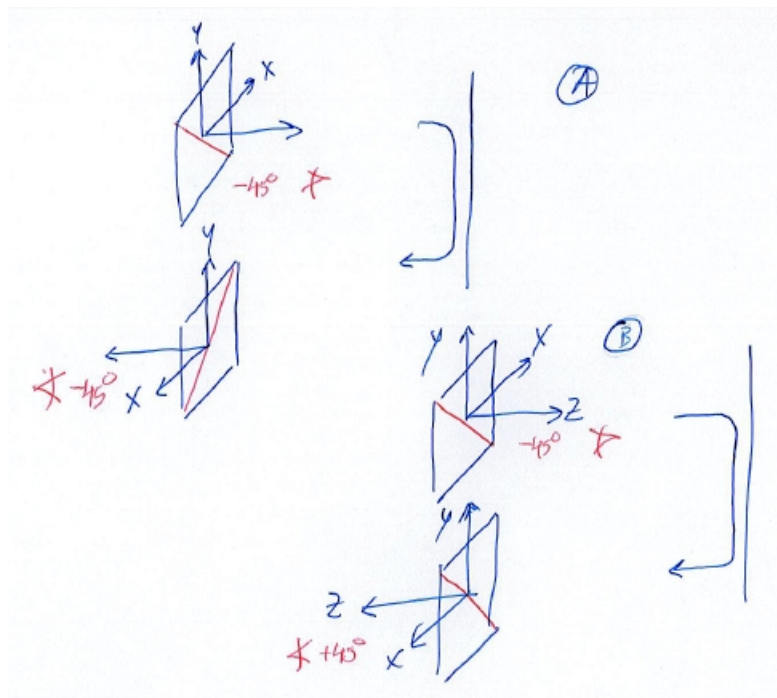
Tem 2 polarizadores lineares e 2 lâminas de  $1/4$  de onda. Tem 1 espelho (dielétrico). Tem curiosidade. Luz não polarizada de uma lâmpada fluorescente passa através de 1 lâmina, 1 polarizador, vai ao espelho, e regressa passando por 1 lâmina e 1 polarizador (esquema; repare que na volta não passa pelos mesmos elementos). Todos os polarizadores e todas as lâminas de  $1/4$  de onda têm a orientação indicada.

Diga se a luz passa e qual a polarização em 1 a 6. (2 V)



### Soluções

Há alguma ambiguidade no enunciado em relação à orientação do eixo de transmissão do polarizador: é a  $-45^\circ$  sempre *visto do observador em relação à fonte* (o que faz com que os dois polarizadores estejam ortogonais) ou não (dois polarizadores paralelos). Escolha como preferir e resolva de acordo com a sua escolha, e de acordo com o que sabe neste momento sobre a natureza.



	A		B	
	E	POL	E	POL
1	—	NÃO	—	NÃO
2	—	NÃO	—	NÃO
3	$\pi$	$\searrow -45^\circ$	$\pi$	$\searrow -45^\circ$
4	0	$\nearrow +45^\circ$	0	$\nearrow +45^\circ$
5	$\pi/2$	$\supset R$	$\pi/2$	$\supset R$
6	$\pi$	$\searrow -45^\circ$	0	$\nearrow +45^\circ$

"PASSA" SEMPRE

4. Interferência de 2 fontes, na geometria de Young (2 fendas em ar, separadas de  $100\mu\text{m}$ ). Radiação monocromática de  $532\text{nm}$ . Onda plana incidente. Coerência completa.

Coloca sobre uma das fendas um filme fino de espessura  $1/4$  do comprimento de onda (no meio;  $n = 1.67$ ; filme ideal, sem absorção). A incidência é normal.

a) Esboce o padrão de interferência de Young no alvo, antes de colocar o filme fino sobre uma das fendas. (1 V)

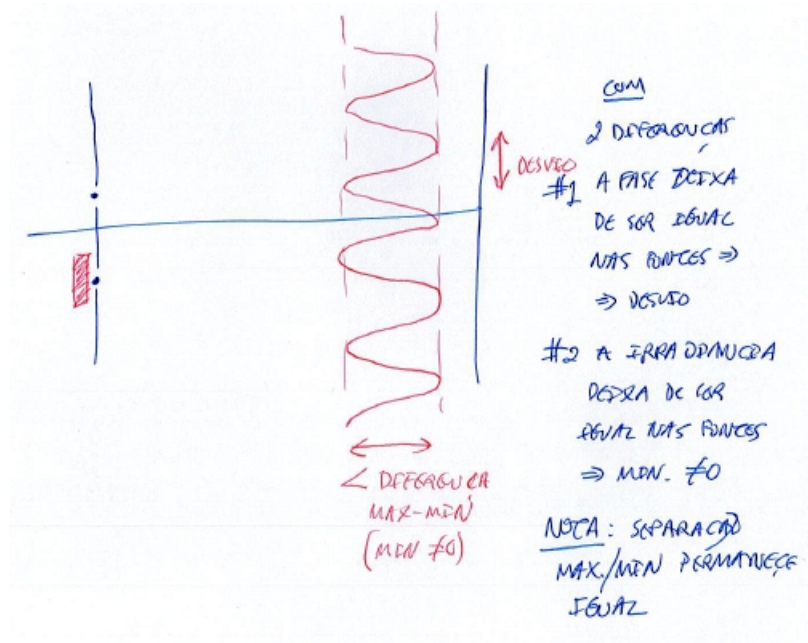
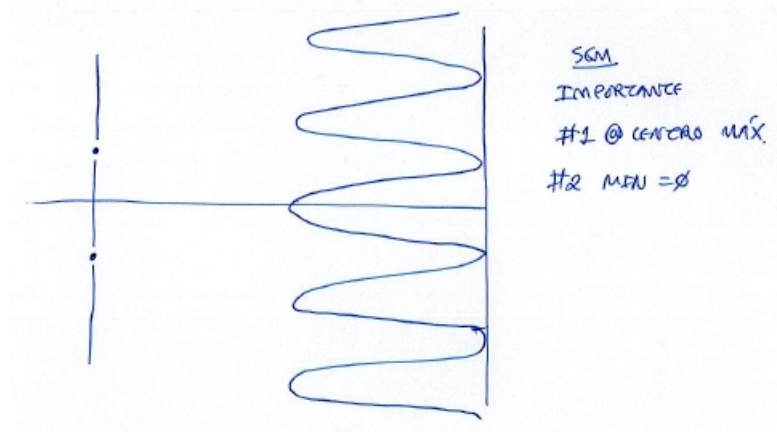
b) Por causa da interferência no filme fino, a irradiância na fenda tapada é diferente com filme do que sem filme. Qual a transmitância através do filme fino? (2 V)

c) Esboce o padrão de interferência de Young no alvo, depois de colocar o filme fino sobre uma das fendas.

Preste especial atenção às **diferenças** em relação à situação inicial, sem filme. (1 V)

## Soluções

a & c) Young de 2 fontes: sem filme, com irradiâncias e fases iguais e com filme, com irradiâncias e fases diferentes.



b) Interferência numa lâmina de faces paralelas  $n_1 - n_2 - n_1$ .  $S = H_{12}L_2H_{21}$ .  $\tau = \frac{(1-\rho_{12}^2)e^{-i\beta}}{1-\rho_{12}^2e^{-i2\beta}}$ . Interface única  $n - n'$ , incidência normal:  $\rho = \pm \frac{n-n'}{n+n'}$ .  $\beta = \frac{\pi}{2}$ . Depois de fazer as contas fica:

$$T = |\tau|^2 = \left( \frac{2n_1n_2}{n_1^2 + n_2^2} \right)^2 = 0.7770$$

Portanto as irradiâncias ficam diferentes. A diferença de fase relativa do feixe que atravessa o filme fino, em relação ao feixe que não atravessa o filme é:  $\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n - 1) d = \frac{\pi}{2} \left( 1 - \frac{1}{n} \right) = 0.6302 \text{ rad}$ . As fases, na fonte, para a alínea c), ficam também diferentes.

5. Google Glass, versão de Jun. 2012. O *polarizing beam splitter* (PBS) reflete a luz da realidade aumentada para os olhos. É necessário que no *cubo* seja aumentada a reflexão pois a reflexão vidro-ar para incidência normal, se nada for feito contra, tem um valor típico de 5%.

O livro adotado (Klein & Furtak, 2.Ed.) tem um exemplo canônico, para um espelho dielétrico: sobre um substrato (que pode ser vidro) são depositados vários filmes finos alternadamente de índices de refração alto (High; ZnS  $n_H = 2.32$ ) e baixo (Low; MgF<sub>2</sub>  $n_L = 1.38$ ), de espessura  $1/4$  do comprimento de onda. No espelho dielétrico a luz vai de ar para vidro. A estrutura é então ar-(High-Low)<sub>N</sub>-Vidro, com N o número de unidades que se repetem.

Mas no Google Glass, a luz vai de vidro para ar.

Você vai comparar as 2 situações: ar→vidro (espelho; lado esquerdo, cima) e vidro→ar (Glass; esquerdo, meio). Vai começar por depositar filmes e ver o efeito. A incidência é sempre normal. O vidro (substrato no espelho ou *cubo* no Glass) tem índice de refração 1.562. O comprimento de onda de *design* é 550 nm (máximo de sensibilidade do olho).

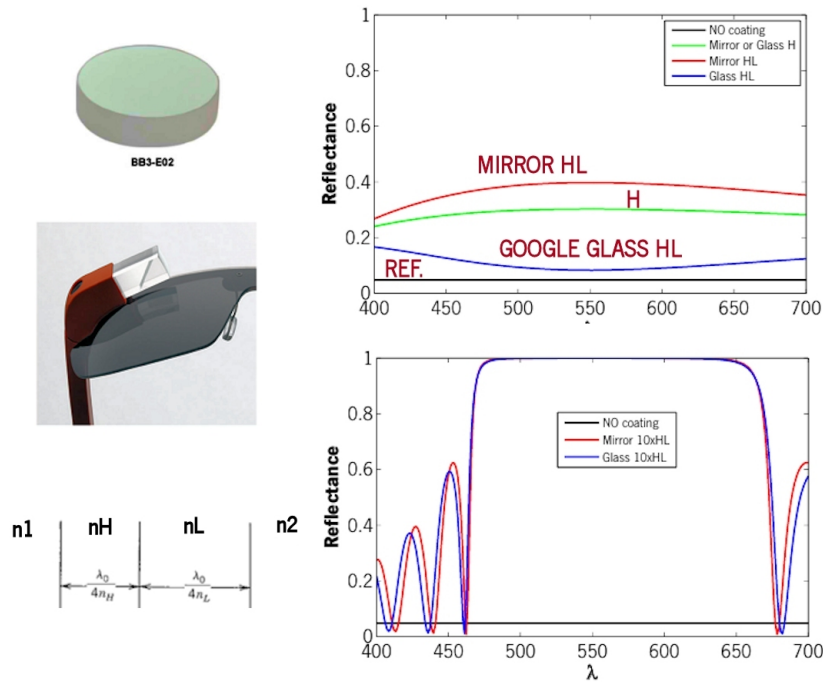
a) Se não houver filme fino a refletância ar-vidro (espelho) ou vidro-ar (Glass) é próxima de 5% (gráfico de cima; preto; referência). Com um filme H as refletâncias continuam a ser iguais (verde). Mas quando adiciona L o espelho e o Glass deixam de ser equivalentes. Em relação a H, o espelho HL tem maior refletância (vermelho) mas o Glass HL tem menor refletância (azul). Ao adicionar mais uma camada a refletância aumenta para o espelho, mas diminui no Glass (não é isto que quer; afinal de contas necessita aumentar a refletância).

Se continuar a aumentar o número N de camadas a refletância aumenta. Para 10 unidades HL, a refletância aproxima-se de 100% e é praticamente igual para o espelho e para o Glass (gráfico de baixo).

*Que raio se está a passar ?* Explique: (1) por que a refletância aumenta no espelho mas diminui no Glass, quando vai de H para HL, e (2) porque, para muitas unidades repetidas, deixa de ser relevante que o último meio seja vidro (espelho) ou ar (Glass). (2 V)

b) Os gráficos das refletâncias em função de  $\lambda$  foram obtidos usando uma formulação matricial. Escreva os vetores que descrevem a radiação e as correspondentes matrizes, para incidência normal (de forma simbólica; não quero números). Há 2 tipos de matrizes. Qual o significado de cada ? (1 V)

c) Há duas causas para as mudanças nos gráficos em função de  $\lambda$ : a fase e a amplitude. Numa 1ª. aproximação razoável considera-se que a alteração de fase é muito mais importante que a alteração de amplitude. Os gráficos foram obtidos nesta aproximação. Nesta aproximação, as 2 matrizes da alínea anterior dependem ou não de  $\lambda$  ? (1 V)

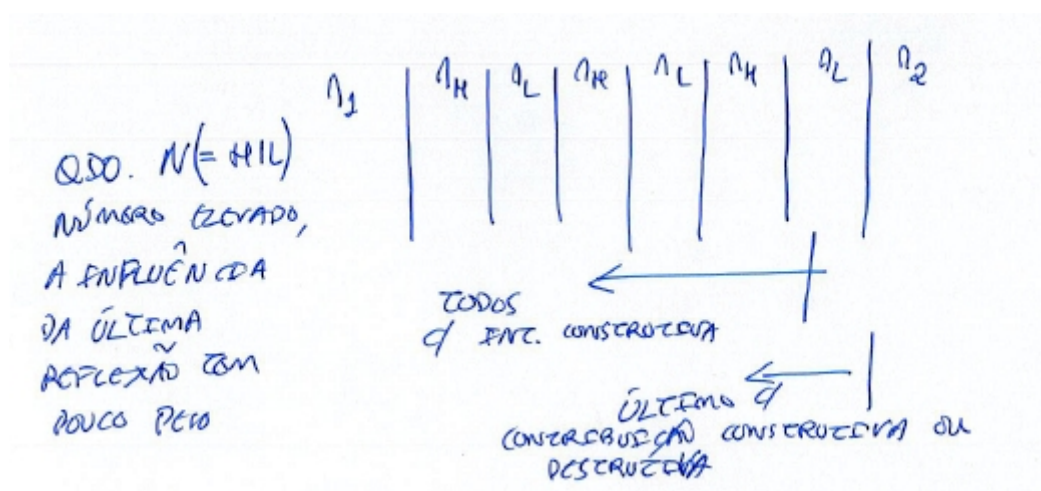
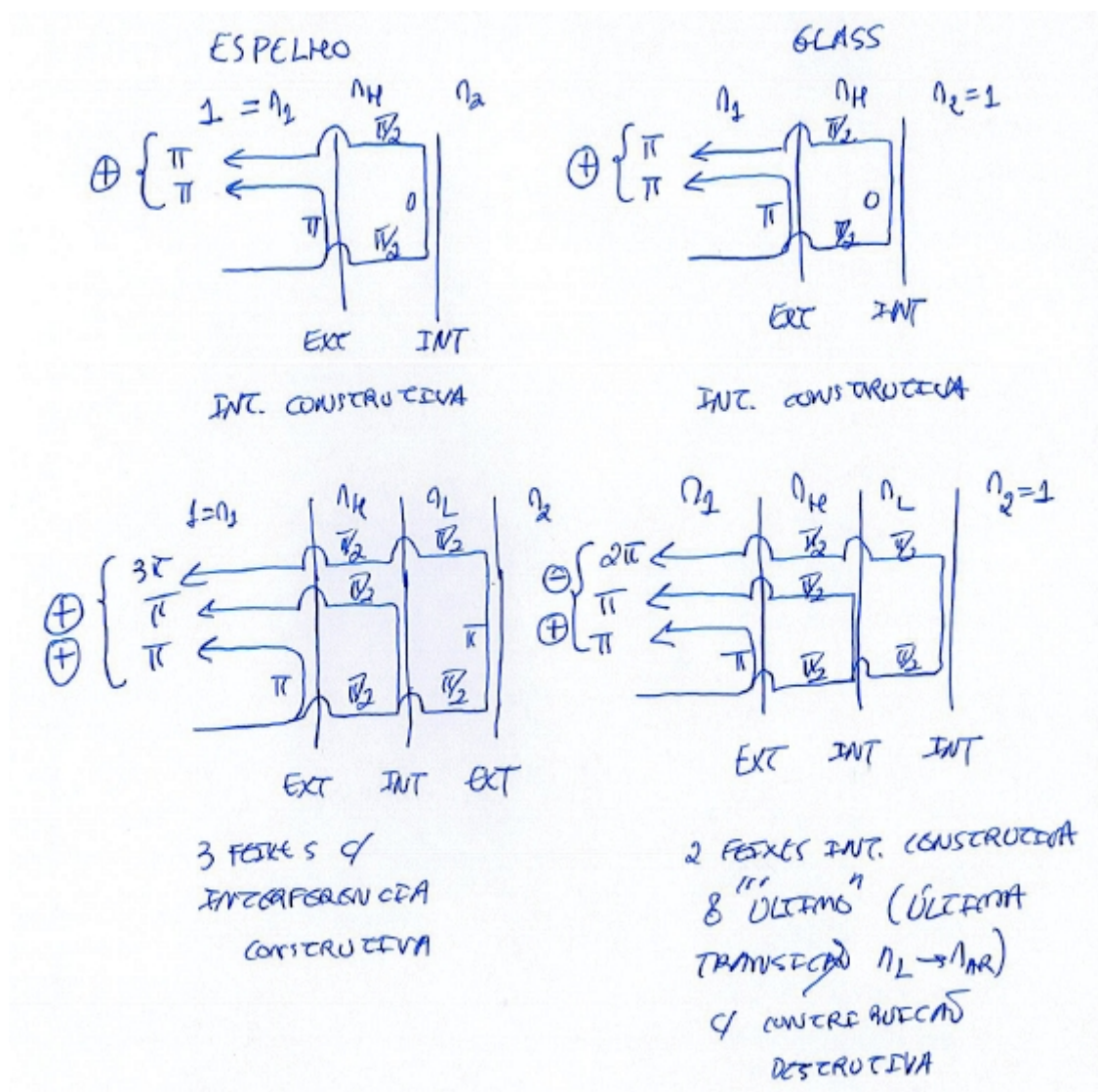


### Soluções

a) H para HL: num caso o feixe adicional interfere construtivamente (espelho) mas no outro interfere destrutivamente (Glass). Por causa das diferenças de fase relativas, na reflexão: na reflexão externa  $\pi$ , na interna nada.

Se se tiver *ar ou vidro* –  $(H - L)_N$  – *ar ou vidro*, com  $N$  elevado, todas as contribuições de  $(H - L)_N$  interferem construtivamente. A última interfere construtivamente com as anteriores, para o espelho, e destrutivamente, para o Glass. Mas é apenas 1 contribuição em muitas; ao contrário de *ar ou vidro* –  $(H - L)_1$  – *ar ou vidro*, em que é 1 em 3. Por isso, em H para HL, faz diferença espelho ou Glass. Mas para  $N$  elevado não faz diferença (como pode ver no gráfico de baixo, para  $N = 10$ ).





b) Descrição do campo na camada  $i$  & alterações sofridas na interface  $i - j$ :

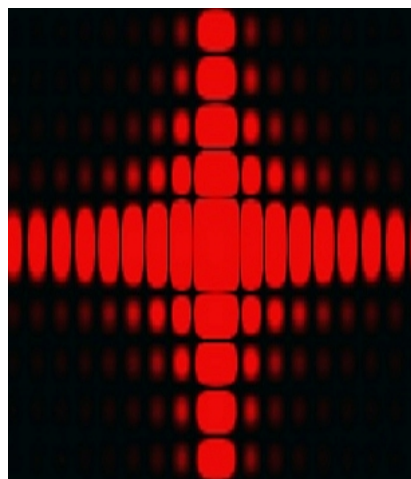
$$\left\{ \begin{array}{l} E'_i = \begin{pmatrix} E'_{li} \\ E'_{ri} \end{pmatrix} \\ E_i = \begin{pmatrix} E_{li} \\ E_{ri} \end{pmatrix} \end{array} \right., L_i \equiv \begin{pmatrix} e^{-i\beta_i} & 0 \\ 0 & e^{+i\beta_i} \end{pmatrix} \text{ \& } H_{ij} \equiv \frac{1}{\tau_{ij}} \begin{pmatrix} 1 & \rho_{ij} \\ \rho_{ij} & 1 \end{pmatrix}$$

com a notação de livro adoptado Klein & Furtak 2nd.Ed.

$L_i$  quantifica a mudança de fase, ao atravessar 1 vez o filme fino e  $H_{ij}$  as alterações na interface (amplitude e fase).

c)  $H_{ij}$  não depende do comprimento de onda (apenas dos índices de refração) mas  $L_i$  é função do comprimento de onda:  $\beta_i = \frac{2\pi}{\lambda}nd$ .

**6.** Observa o padrão de difração de Fraunhofer de uma fenda retangular de  $100 \times 50 \mu\text{m}$  (figura em baixo). A maior dimensão da fenda está na vertical ou na horizontal ? (1.5 V)



### Soluções

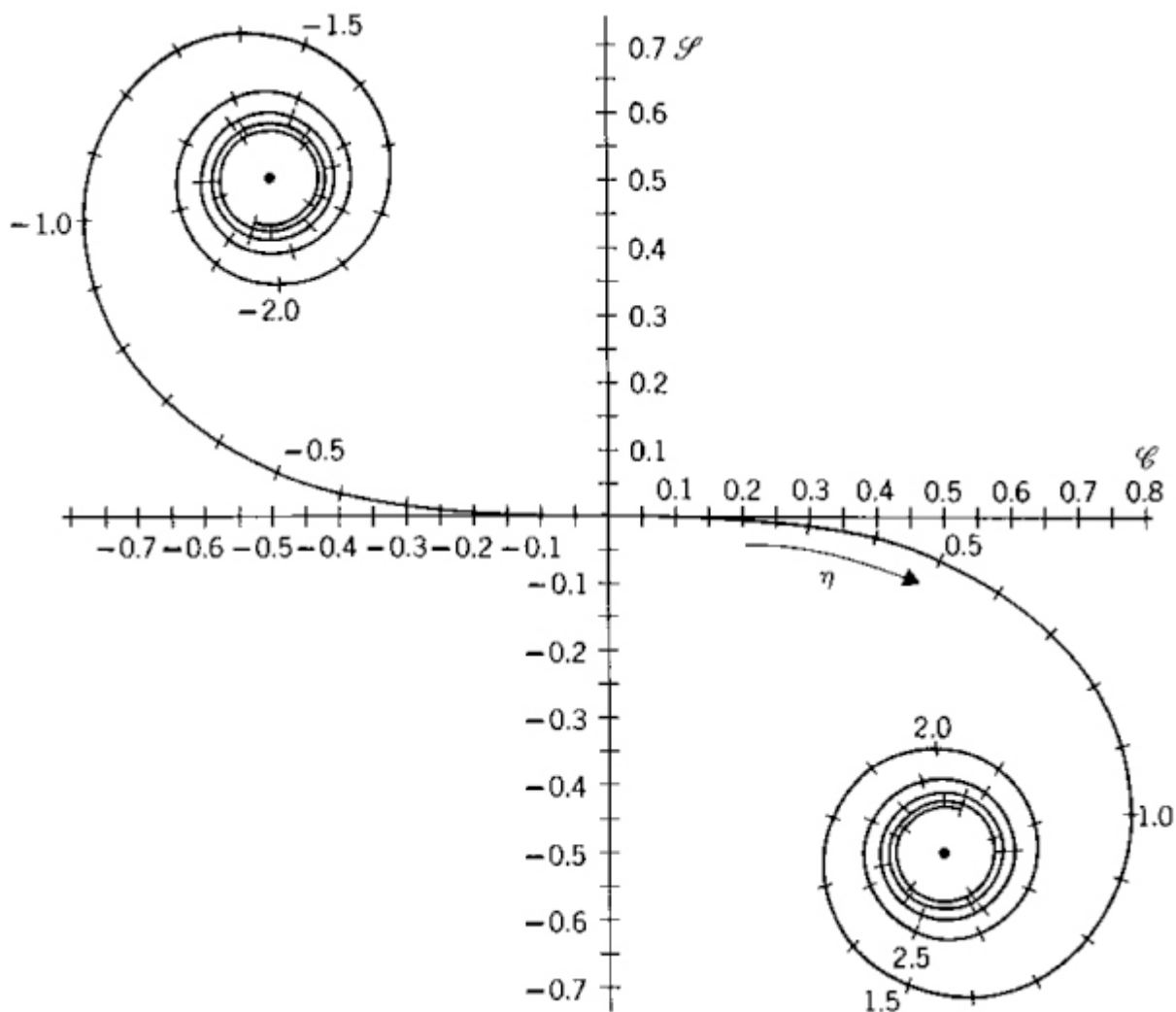
Largura do padrão inversamente proporcional à largura da fenda:  $\Delta x' = \frac{R'_0 \lambda}{x_0}$ . A fenda está na horizontal. Há um erro de interpretação formal que foi frequente no teste: dizer que o padrão de difração é mais largo se se virem *mais franjas*; se facto, é o contrário, o padrão é mais mais largo quanto maior a distância entre mínimos e isso implica que, numa imagem quadrada, se vêem *menos franjas* na dimensão correspondente.



7. Considere difração de Fresnel, por um plano horizontal, da radiação de uma fonte pontual.

a) Assinale na espiral de Cornu a localização do 1o. máximo e do 1o. mínimo. (1 V)

b) Use a espiral de Cornu para estimar razão de amplitudes e de irradiancias entre o 1o. máximo e do 1o. mínimo. (1.5 V)



### Soluções

Ver resolução 2o. Teste 2011-2012, com explicação detalhada.

	$ I_x $	$ I_x ^2$
1o. Max.	15.20 cm	231 cm <sup>2</sup>
1o. Min.	11.95 cm	143 cm <sup>2</sup>
Razão Max./Min.	Amp. 1.27	Ir. 1.62