Complementos de Electromagnetismo

1º teste

15 de Novembro de 2019

1. Considere um cabo coaxial orientado segundo zz'. Admita que o cabo é suficientemente comprido para que se possa ignorar o efeito dos bordos. Imagine que uma corrente harmónica $I(t) = I_0\,cos(\omega t)$ é injectada no circuito formado pelos eléctrodos interior e exterior do cabo. ✓

   a) Mostre que o campo eléctrico no espaço entre eléctrodos é $\vec{E} = \frac{\mu_0 I_0 \omega}{2\pi}\sin(\omega t)\ln\left(\frac{a}{s}\right)\hat{z}$

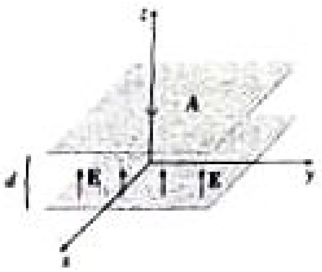
   b) Obtenha a densidade de corrente de deslocamento que se estabelece no interior do cabo, entre o eléctrodo central e a malha.

2. Uma esfera dieléctrica de raio R tem uma polarização eléctrica radial, $\vec{P} = k\vec{r}$. ✓

   a) Calcule a densidade superficial e volúmica de cargas ligadas. Justifique convenientemente. ✓

   b) Calcule o campo eléctrico dentro e fora da esfera.

3. O condensador plano representado na figura está carregado (sendo $\pm\sigma$ as densidades superficiais de carga nos eléctrodos). ✓



   a) Determine os elementos do tensor de Maxwell no espaço entre armaduras.

   b) Calcule a força por unidade de área a que a armadura superior está submetida.

4. Um solenoide (raio R, muito longo e com n espiras por unidade de comprimento) transporta uma corrente I. ✓

Duas superfícies cilíndricas de altura l, uma de raio $a<R$ carregada positivamente, e outra de raio $b>R$ carregada negativamente são colocadas coaxialmente (ver figura). Ambas as cargas estão uniformemente distribuídas. Obtenha a densidade volúmica de momento linear armazenada nos campos eléctrico e magnético assim gerados.

5. Considere uma onda electromagnética a propagar-se num meio condutor (condutividade eléctrica σ e constante dieléctrica ε), linear e isotrópico. As equações de Maxwell dão origem a equações de onda que admitem soluções de tipo onda plana:

$\tilde{\vec{E}}(z,t) = \vec{\tilde{E}_0}\, e^{i(\tilde{k}z-\omega t)}$ e $\tilde{\vec{B}}(z,t) = \vec{\tilde{B}_0}\, e^{i(\tilde{k}z-\omega t)}$, com amplitudes vectoriais e números de onda complexos ($\tilde{k} = k + i\eta$), de tal forma que $k = \omega\sqrt{\frac{\varepsilon\mu}{2}}\sqrt{\sqrt{1+\left(\frac{\sigma}{\varepsilon\omega}\right)^2}+1}$ e $\eta = \omega\sqrt{\frac{\varepsilon\mu}{2}}\sqrt{\sqrt{1+\left(\frac{\sigma}{\varepsilon\omega}\right)^2}-1}$.

a) Mostre então que os campos eléctrico e magnético são mutuamente perpendiculares mas não oscilam em fase.

b) Mostre que, se o meio for bom condutor, $\left(\frac{\sigma}{\varepsilon\omega}\right) \gg 1$, então o campo magnético oscila com um atraso de fase de $\frac{\pi}{4}$ relativamente ao campo eléctrico.

c) Admita que $\sigma = 6 \times 10^7 [\Omega . m]^{-1}$ e $\omega = 2\pi \times 10^6 \frac{rad}{s}$. Estime o comprimento de onda e a velocidade de fase ~~fase~~ da onda no metal. ?