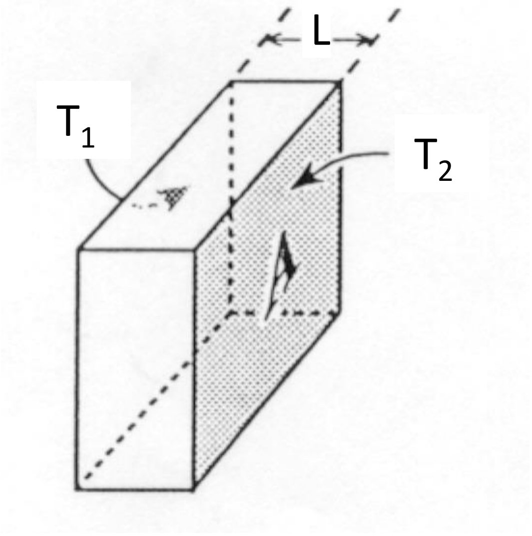
Propagação de calor

- **Condução de calor**
- Na condução o calor é transferido por contacto direto entre as partículas.
- Imaginemos uma placa de espessura *L* e secção reta A, em que as faces opostas são mantidas a temperaturas diferentes T_1 e T_2 , e seja por exemplo $T_1 > T_2$.
- Uma vez que $T_1 > T_2$., então será transferido calor da face a T_1 (região mais quente) para a face a T_2 (região mais fria).
- Seja dQ/dt a quantidade de calor que é transferida por unidade de tempo, da face com a temperatura T_1 para a face com temperatura T_2.
- Experimentalmente observa-se que a taxa de transferência de calor dQ/dT é proporcional à diferença de temperatura, à área da secção transversal (área das faces no caso da placa) e inversamente proporcional à distância entre as faces:

$$\frac{dQ}{dt} = -KA\frac{T_2 - T_1}{L}$$

- À constante de proporcionalidade *K* dá-se o nome de condutividade térmica.
- O sinal negativo indica que o calor irá sempre da região com temperatura maior para a região com temperatura menor.
- Microscopicamente, o calor irá sendo transferido ao longo da placa em virtude das colisões sucessivas, e consequentes trocas de energia, entre os seus átomos (ou moléculas).



Propagação de calor

- **Condutividade térmica (*K*)**
- A condutividade térmica é uma propriedade de cada material.
- Para a mesma quantidade de calor fornecida por unidade de tempo, num material de *K* elevado estabelece-se um pequeno gradiente de temperatura enquanto se *K* for baixo o gradiente é grande. Há boa condução de calor no primeiro caso e má no segundo.

$$\frac{dQ}{dt} = -KA\frac{T_2 - T_1}{L}$$

Material	**T (ºC)**	**K ($W\ m^{-1}\ K^{-1}$)**	**Material**	**T (ºC)**	**K ($W\ m^{-1}\ K^{-1}$)**
Etanol	20	0.168	Germânio	0	70
Metanol	20	0.204	Tijolo	0	0.04
Água	20	0.597	Cortiça	0	0.03
Alumínio	0	235	Algodão	30	0.04
Cobre	0	401	Mármore	118	1.67
Ouro	0	318	Granito	50	3.26

Propagação de calor

- **Lei de Fourier**
- Para um corpo em geral, com uma secção genérica, a taxa de transferência de calor não será uniforme, como no caso anterior.
- Nessa situação, a taxa de transferência de calor dQ/dt através de uma superfície será dada por:

$$\frac{dQ}{dt} = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

- À grandeza $\vec{J}$, com unidades de W/m^2, dá-se o nome de densidade de corrente de calor.
- De acordo com a Lei de Fourier para a condução de calor, a densidade de corrente de calor é proporcional ao gradiente de temperatura, em que a constante de proporcionalidade é a condutividade térmica:

$$\vec{J} = -K\,\nabla T = -K\left(\frac{\partial T}{\partial x}, \frac{\partial T}{\partial y}, \frac{\partial T}{\partial z}\right)$$

- Ou seja:

$$\frac{dQ}{dt} = \int_S -K\,\nabla T \cdot d\vec{S}$$

Para uma placa, se o gradiente é constante, então: $\nabla T = \frac{T_2 - T_1}{L}$

$$\frac{dQ}{dt} = \int_S -K\,\nabla T \cdot d\vec{S} = -K\frac{T_2 - T_1}{L}\int_S dS = -KA\frac{T_2 - T_1}{L}$$

E obtém-se o caso inicialmente estudado nesta secção.

Propagação de calor

- **Equação de Fourier de transferência de calor**
- Considere-se agora um objeto que pode receber ou libertar calor.
- Pela 1ª Lei da Termodinâmica, a variação da energia interna (U) é igual à soma do trabalho (W) e do calor (Q) transferidos no processo.
- Escrevendo a 1ª lei em termos de taxa de variação por unidade de tempo:

$$\frac{dU}{dt} = \frac{dQ}{dt} + \frac{dW}{dt}$$

- Aqui iremos considerar que não houve trabalho, ou seja dW/dt = 0.
- O calor recebido pelo sistema (objeto) é dado por:

$$\frac{dQ}{dt} = -\oint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} + \int_V q_{int} dV$$

Onde $q_{int}(\vec{r}, t)$ é a taxa de geração de calor internamente ao objeto (por processos químicos ou nucleares).

- Pela lei de Gauss: $$\frac{dQ}{dt} = -\int_V \nabla\vec{J}\, dV + \int_V h\, dV$$

- Utilizando a lei de Fourier obtém-se: $$\frac{dQ}{dt} = \int_V K\nabla^2 T\, dV + \int_V q_{int} dV$$

Propagação de calor

- **Equação de Fourier de transferência de calor**
- Por outro lado, a energia interna por unidade de volume (u) pode ser escrita como:

$$u = c\,\rho\,T$$

- Onde *c* é o calor específico do material (em J $K^{-1}kg^{-1}$), ρ é a sua densidade e T a temperatura.
- Por outro lado, o calor recebido pelo sistema por unidade de volume é dado por:

$$\frac{dq}{dt} = K\nabla^2 T + q_{int}$$

- Uma vez que pela primeira lei du/dt = dq/dt, colocando por unidade de volume, tem-se finalmente:

$$\boxed{c\,\rho\,\frac{\partial T}{\partial t} = K\,\nabla^2 T + q_{int}}$$

Equação de Fourier de transferência de calor

- Ou:

$$\boxed{\frac{\partial T}{\partial t} = k\,\nabla^2 T + q_{int}}$$

- A ***k*** dá-se o nome de difusidade térmica.

$$k = \frac{K}{c\,\rho}$$