

1. Desenhe qualitativamente uma curva típica que representa a relação tensão-deformação para um material sólido e indique as regiões mais importantes nesta curva.

2. Numa deformação plana de um material isotrópico (com coeficientes de Lamé μ e λ), as componentes do vector deslocamento são dadas pelas seguintes expressões:

$$u_x = -\alpha yz \quad u_y = -\alpha xz \quad u_z = 0$$

em que $\alpha = \text{const.}$ Calcule as componentes dos tensores de deformação e das tensões.

3. a) Expresse a lei de Hooke para meios isotrópicos, $\sigma_{ij} = 2\mu \varepsilon_{ij} + \lambda \delta_{ij} \varepsilon_{kk}$, em termos do módulo de Young, E , e do coeficiente de Poisson, ν , e mostre que:

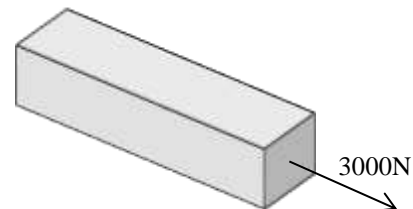
$$E = \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu} \quad \alpha = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}$$

b) Encontre a relação de ε_{ij} em função de σ_{ij}

4. Aplica-se uma carga de 3000N nas faces perpendiculares ao comprimento de um varão de cobre ($E_{\text{cobre}}=110 \text{ GPa}$, $\alpha = 0.28$) com secção quadrada, com 20cm de comprimento e 0.2cm de lado da base.

Usando a notação de tensores e matrizes, determine:

- Os coeficientes de Lamé
- O tensor das tensões
- O tensor das deformações
- A largura final do varão



5. Aplica-se uma tensão de 300 MPa na face superior de um varão de cobre ($E_{\text{cobre}}=110 \text{ GPa}$, $\alpha = 0.28$) com secção quadrada com 20cm de comprimento e 0.2cm de lado da base (ver figura). Ele está fixo ao chão na parte inferior. Determine:

- Os coeficientes de Lamé
- O tensor das tensões
- O tensor das deformações
- O ângulo ϕ



6. Um bloco de aço ($E=193\text{GPa}$, $\alpha=0.28$) com dimensões de $1\times 1\times 0.5\text{ m}^3$ é submetido a uma tensão normal compressiva $\tau_0 = 100\text{ MPa}$ sobre as faces perpendiculares a \underline{x} e a \underline{y} . O material é livre de se mover em qualquer das faces. Determine:

- a) Os coeficientes de Lamé
- b) O tensor das tensões
- c) O tensor das deformações
- d) O volume final do bloco
- e) A energia de deformação elástica do bloco

7. Um cilindro elástico de raio $R = 10\text{ cm}$ e comprimento $L = 3\text{ m}$ está sujeito a uma torsão. O tensor das tensões tem componentes:

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -G\mu y \\ 0 & 0 & G\mu x \\ -G\mu y & G\mu x & 0 \end{pmatrix}$$

onde $\mu = 100\text{ GPa}$ é um coeficiente de Lamé e $G = 0.5\text{ }^\circ/\text{m}$ é o ângulo de torsão por unidade de comprimento. Determine:

- a) O tensor das deformações
- b) A energia de deformação elástica do cilindro.

8. Considere um paralelepípedo retangular (20cm de comprimento, 0.2cm largura e 0.1 cm altura) de um sólido elástico ($E=193\text{GPa}$, $\alpha=0.28$) orientado segundo os eixos coordenados. O paralelepípedo está bloqueado entre dois planos perpendiculares ao eixo dos xx . Ao longo do eixo dos zz o paralelepípedo está sujeito a uma compressão uniforme. Determine:

- a) O tensor das tensões.
- b) O tensor das deformações.
- c) Se força de compressão em zz é 5000 N, quais as pressões nas superfícies laterais ?
- d) A variação relativa do volume do paralelepípedo.
- e) A energia de deformação elástica.

9. Considere um cilindro de borracha de densidade ρ , altura H e área da base S , colocado verticalmente sobre um plano horizontal. Coloque a origem do sistema de coordenadas no centro da base inferior do cilindro e oriente o eixo dos zz verticalmente, de baixo para cima.

a) Sabendo que $\sigma_{zz} = -\rho g(H-z)$ e que só σ_{zz} do tensor das tensões é diferente de zero, determine a energia de deformação do cilindro sob a ação do seu próprio peso

b) Sabendo que $\rho = 2.3\text{ g/cm}^3$, $E = 0.05\text{ GPa}$, $\alpha = 0.49$, $g = 9.81\text{ m/s}^2$, $H = 50\text{ cm}$ e diâmetro da base = 10 cm calcule essa energia