1º teste de avaliação 27 de Abril de 2018

(Duração máxima: 3 horas)

1. Uma amostra contém N electrões que se comportam como partículas livres com energia $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$.
   a) Obtenha uma expressão para a energia de Fermi admitindo que a amostra é 3D e tem um volume V. Explique os seus cálculos.
   b) Mostre que a densidade de estados para $E = E_F$ é $g(E_F) = \xi \frac{N/V}{E_F}$, onde ξ é um número da ordem da unidade.
   c) Estime a frequência de plasma para o cobre. Qual o significado físico desta frequência?
   [Recorde que o cobre é monovalente tem uma estrutura cúbica de faces centradas (com a=0,361 nm). Admita que a massa efectiva electrónica é igual à massa do electrão livre. Recorde também que $\Omega_P = \left[\frac{ne^2}{m\varepsilon_0}\right]^{1/2}$, sendo ε_0 =8,854 10^{-12} F/m a primitividade eléctrica do vazio].

2. a) Diga sucintamente o que entende por uma rede de Bravais e explique como integra as 14 redes de Bravais 3d em 7 classes cristalográficas ou singonias.
   b) Mostre que a distância entre dois planos adjacentes com os mesmos índices de Miller (h,k,l) é $d = \frac{2\pi}{|\vec{G}\ (hkl)|}$.

3. a) Diga o que entende por factor de estrutura e por factor de forma atómico.
   b) Obtenha o factor de estrutura para a célula convencional de uma rede cúbica de faces centradas e explicite as reflexões de Bragg que estarão ausentes. O que se passaria se tivesse considerado uma célula primitiva da rede?

4. Considere uma rede quadrada monoatómica com uma constante de rede b.
   a) Mostre que, para uma orbital s, a aproximação dos electrões quase-ligados com interacções entre vizinhos imediatos conduz à relação de dispersão aproximada.
   $$E(\vec{k}) = \bar{E} - 2T\left[\cos(k_x b) + \cos(k_y b)\right]$$
   b) Obtenha nesta aproximação o tensor de massa efectiva $m_{ij}(\vec{k})$ e a velocidade (de grupo) $v(\vec{k})$ para um electrão na banda de condução dessa cadeia.
   c) Explique qualitativamente por que razão um cristal 2D formado por átomos idênticos e divalentes não é necessariamente isolador a T=0K.

   Observação: para uma orbital s: $\left[E_j - E(\vec{k})\right]\left[1 + \sum_{\vec{R}} t_{\vec{R}}\, e^{i\vec{k}\,\vec{r}}\right] + \bar{\bar{U}} + \sum_{\vec{R}} T_{\vec{R}}\ e^{i\vec{k}\,\vec{r}}$ =0

5. Mostre como a conjugação de condições de fronteira periódicas e o teorema de Bloch impõem que existam numa zona de Brillouin de um cristal monoatómico tantos estados de Bloch quantas as células primitivas do cristal.