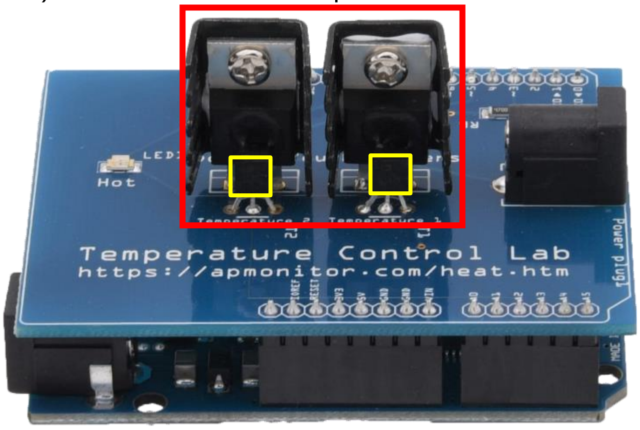
Trabalho Prático – TCLab

TCLab é uma aplicação de controlo em malha fechada que usa o Arduino como microcontrolador. Tem dois elementos de aquecimento (*heaters*) e dois sensores de temperatura.



Os parâmetros e variáveis do seguinte sistema são:

m = 0.004 kg -> massa

A = 0.0012 m^2 -> área

C_p = 500 J/kgºC -> capacidade calorifica

θ_a = 23 ºC -> Temperatura ambiente

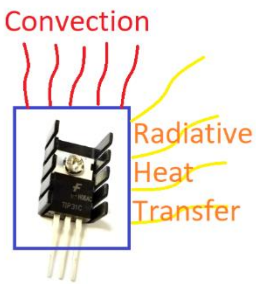
U = 10 W/m^2-k -> Coeficiente de Convecção Natural

α= 0.01 W/% -> Relação entre o elemento de aquecimento e a potência de saída

θ -> temperatura; $\theta(0)$ -> temperatura no estado inicial

q−> elemento de aquecimento (*heater*)

Cada elemento de aquecimento dissipa energia de duas maneiras principais – convecção e radiação.



Para este trabalho vamos considerar a transferência de calor só por convecção. Nota: $\theta(0) = 20ºC$, q = 50 e θ_a=$20ºC$

Modelo comportamental e previsão do comportamento: (condições iniciais diferentes de nulas.)

1.1. Usando a equação de balanço de energia (entra = sai + acumula) obtenha o modelo matemático do sistema (considere só a transferência de calor por convecção).

1.2. Encontre a função que descreve a evolução temporal da temperatura, i.e., encontre a solução analítica da equação diferencial. Nota: use as transformadas de Laplace.

1.3. Estude a resposta ao degrau unitário no MATLAB/SIMULINK (confirme os resultados que obteve) e classifique o sistema (justifique).

1.4. Qual é a constante de tempo do sistema.

1.5. Qual é o erro em regime permanente do sistema. Considere a temperatura desejada de 50ºC?

1.6. Simule o sistema com um controlador On/Off de ±2ºC recorrendo ao SIMULINK.

1.7. Simule o sistema com um controlador PID recorrendo ao SIMULINK/MATLAB.

Vamos considerar $\theta(0) = k$, q = H e θ_a=Ta

Usando a equação de balanço:

$$entra = sai + acumula$$

$$\alpha q = UA(\theta - \theta_a) + mC_p \frac{d\theta}{dt}$$

Se: $\Delta\theta = \theta - \theta_a \; e \; \theta_a = \theta(0)$:

$$\alpha q = UA\Delta\theta + mC_p \frac{d\Delta\theta}{dt}$$

$$\Delta\Theta(s) = \frac{\alpha}{mC_p s + UA} Q(S)$$

Considerar $Q(S) = \frac{H}{s}$:

$$\Delta\Theta(s) = \frac{\alpha}{mC_p\left(s + \frac{UA}{mC_p}\right)} \times \frac{H}{s}$$

$$A_1 = \lim_{s \to -\frac{UA}{mC_p}} \frac{\alpha/mC_p}{mC_p} = \frac{-\alpha H}{UA}$$

$$A_2 = \lim_{s \to 0} \frac{\alpha/mC_p}{\left(s + \frac{UA}{mC_p}\right)} = \frac{\alpha H}{UA}$$

$$\Delta\Theta(s) = H\left(-\frac{\frac{\alpha}{UA}}{\left(s + \frac{UA}{mC_p}\right)} + \frac{\frac{\alpha}{UA}}{s}\right)$$

$$\Delta\theta(t) = H \times \frac{\alpha}{UA}\left(1 - e^{-\frac{UA}{mC_p}t}\right)$$

Constante de tempo do sistema: $\tau = \frac{1}{\frac{UA}{mC_p}} = \frac{mC_p}{UA} \approx 167 \; segundos$

Erro em regime permanente: $\Delta\theta(\infty) = \lim_{t \to \infty} H \times \frac{\alpha}{UA}\left(1 - e^{-\frac{UA}{mC_p}t}\right) = H \times \frac{\alpha}{UA} = 41.7ºC + T_a = 61.7ºC$

PID: (aproximação):

L -> 2% a 5% do valor final

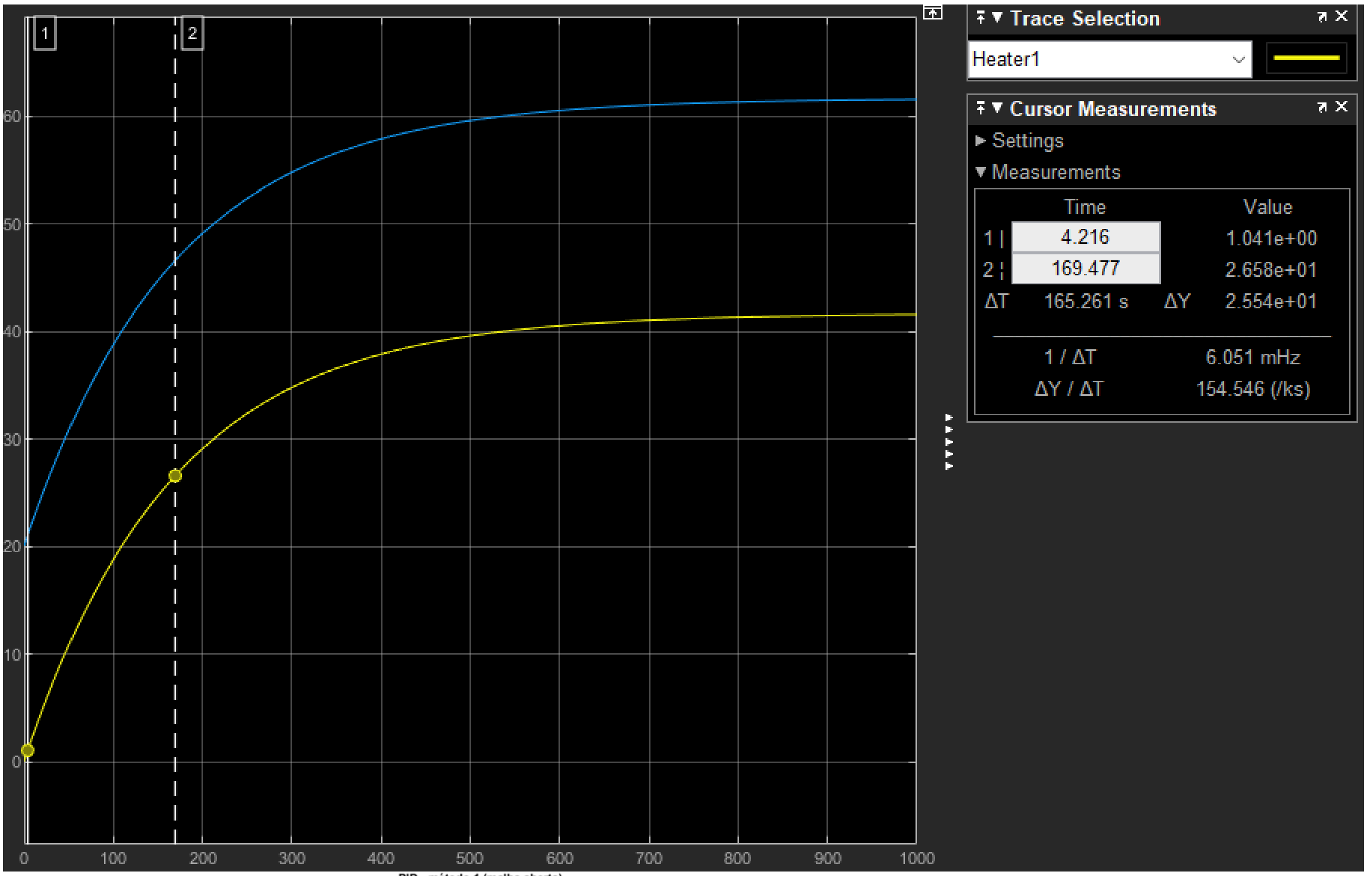
T-> 63% do valor final

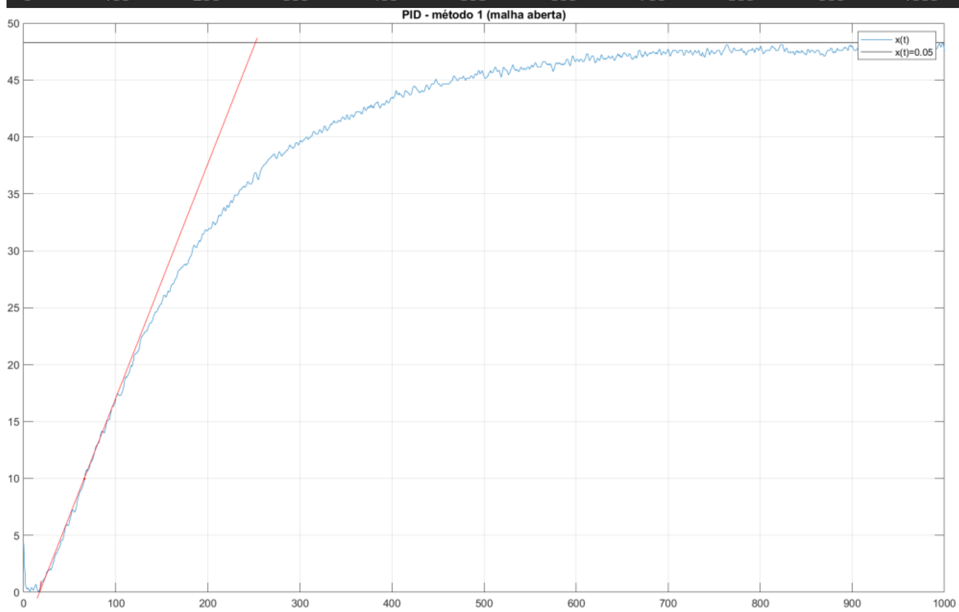
Para o valor final de Δθ=42ºC:

- L = 0.05*42 = 2,1ºC -> 8,85s
- T+L =0.63*42 = 26,5ºC ->169s | T = 169-9=160s

PID:

- $K_p \;= 1{,}2\frac{\tau}{l} = 21{,}3$
- $T_i \;= 2 * L = 18$
- $T_d \;= 0{,}5 * L = 4{,}5$





$$\begin{bmatrix} 17.4194 & 0.0522 \\ 253.1183 & 48.2789 \end{bmatrix} \rightarrow L = 17.42 \mid \mathrm{T} = 253.12 - 17.42 = 253.7$$

- $K_p = 1{,}2\frac{\tau}{l} = 17{,}5$
- $T_i = 2 * L = 34{,}84$
- $T_d = 0{,}5 * L = 8{,}71$