

Duração: 90 minutos

**2º Teste de ALGA EE**

Nome: \_\_\_\_\_ Nr.: \_\_\_\_\_ Curso: \_\_\_\_\_

**GRUPO I ( 10 valores)**

Indique com as letras V ou F o valor lógico de cada uma das seguintes afirmações, sem apresentar cálculos.  
**Cotação** - Resposta certa: **1** valor. Resposta em branco: **0** valores. Resposta errada: **-0,5** valores.

1. O conjunto  $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; x = y + z^2\}$  é um subespaço de  $\mathbb{R}^3$ .
2. Os vetores  $(\alpha, 1, 1)$ ,  $(4, 1, 1)$ ,  $(1, 0, 0)$  são linearmente independentes em  $\mathbb{R}^3$  para qualquer valor real de  $\alpha$ .
3. A equação quadrática  $x^2 - y^2 - 2z^2 = 1$  representa um hiperbolóide de duas folhas.
4. Os vetores  $(1, 2, 1)$ ,  $(2, 4, 2)$ ,  $(0, 3, 1)$  são geradores de  $\mathbb{R}^3$ .
5. A matriz  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 6 & 8 \end{bmatrix}$  tem determinante nulo.
6. O conjunto  $F = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4; w = 2x + y + 2z\}$  é um subespaço de  $\mathbb{R}^4$ .
7. Os valores próprios de  $B = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  são  $\lambda_1 = 4$ ,  $\lambda_2 = 1$ .
8. O sistema  $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = 0 \\ 2x_1 - 3x_3 = 0 \end{cases}$  tem apenas uma solução.
9. Todo o sistema  $Ax = b$  tem mais do que uma solução.
10. Seja  $A$  uma matriz quadrada de ordem 3 tal que  $|A| = 3$  e  $B = 2A$  então  $|B| = 24$ .

## GRUPO II ( 10 valores)

Em cada uma das perguntas seguintes, apresente os cálculos relevantes.

1. Considere o 
$$\begin{cases} x - y + z = 0 \\ x - y + 2z = 2 \\ x - y + \alpha z = \beta \end{cases}$$

- (a) Para que valores de  $\alpha$  e  $\beta$  é que o sistema é possível e determinado?
- (b) Calcule a solução do sistema para  $\alpha = 2$  e  $\beta = 1$ .

2. Dada a matriz  $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ .

- (a) Escreva a equação característica associada à matriz  $A$ .
- (b) Determine todos os valores próprios de  $A$ .
- (c) Determine os vetores próprios associados ao valor próprio  $\lambda = 3$ , da matriz  $A$ .

3. Considere a matriz  $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & \beta \\ \alpha & 1 & 0 \end{bmatrix}$ .

- (a) Calcule o valor do determinante da matriz  $B$  em função dos parametros  $\alpha$  e  $\beta$ .
- (b) Determine qual a relação entre  $\alpha$  e  $\beta$  de forma a que  $B$  seja invertível.

4. Indique, justificando, o valor lógico da seguinte proposição: “Quaisquer  $n+1$  vectores de  $\mathbb{R}^n$  são linearmente dependentes”.