Ficha 7 Equações diferencias Ordinárias

1. Resolva a equação numericamente entre t = 0 to t =2π, usando os métodos de Euler, e Runge-Kutta de segunda e quarta ordem, sabendo que x(t = 0) = 0.

$$\frac{dx}{dt} = -x^3 + \sin(t)$$

2. Na investigação de um homicidio é importante estimar a hora provável do crime. A temperatura da superfície de um objecto varia a uma taxa proporcional proporcional à diferença de temperatura entre o objecto e a temperatura ambiente (*Ta*):

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_a)$$

onde $k > 0$ é uma constante de proportionalidade.

Suponha que a temperatura do corpo era de 37ºC à hora do crime, 29.5 °C quando foi encontrado, e que duas horas depois passou para 23.5 °C. Considere a temperatura ambiente constante e igual a 20 °C.

(a) Determine *k*.

(b) Resolva a EDO e estime a hora do crime.

3. A seguinte a equação diferencial, descreve o comportamento de um oscilador harmónico simples com amortecimento:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -2x - K\frac{dx}{dt}$$

a) Use o método de Euler explicito para obter a solução do problema para K=0. Escolha o passo de tempo e as condições iniciais que considerar mais convenientes.

b) Calcule a energia total do sistema e represente-a graficamente em função do tempo durante vários períodos de tempo.

c) Use o método de Euler-Crommer para resolver o problema da alínea a).

d) Obtenha a solução do problema para K=1.

4. Resolva o seguinte sistema de equações entre $t = 0$ e 50 com as seguintes condições iniciais $c1(0) = c2(0) = 1$ e $c3(0) = 0$. Use um método de Euler implícito e compare com o resultado da função solve_ivp do modulo integrate da scipy.

$$\frac{dc_1}{dt} = -0.013c_1 - 1000c_1c_3$$

$$\frac{dc_2}{dt} = -2500c_2c_3$$

$$\frac{dc_3}{dt} = -0.013c_1 - 1000c_1c_3 - 2500c_2c_3$$

5. O oscilador de van der Pol, que aparece em eletrónica e física dos lasers, é descrito pela equação:

$$\frac{d^2x}{dt^2} - \mu(1 - x^2)\frac{dx}{dt} + \omega^2 x = 0.$$

Resolva esta equação numericamente entre t = 0 to t = 50, representando o correspondente diagrama de espaço de fase (i.e. dx=dt em função de x) para ω= 1, μ = 5, e condições iniciais x = 1 e dx=dt = 0. Tenha em atenção que o intervalo de tempo deve ser suficientemente pequeno para que o diagrama obtido seja suficientemente suave e preciso.

6. Considere o seguinte problema aos valores fronteira:

$$y'' = -\delta e^y, \quad 0 < x < 1,$$

com condições fronteira y(0)= y(1)= 0 e δ=1.Resolva o problema usando o método das diferenças finitas.