Resolução das Fichas de Física Experimental

José Silva

December 8, 2022

Abstract

As resoluções apresentadas foram elaboradas rapidamente e sem grande atenção. É apenas natural que contenha erros, razão pela qual devem ser usadas exclusivamente como instrumento de auxílio e de referência.

1 Ficha 1

1.1 Exercício 1

$h_{exp} = 210$ cm
$\varepsilon = -1.072$ cm
$h_{vv} = ?$
O erro ε associado a uma medida h é dado por $\varepsilon = h - h_{vv}$, pelo que:

$$h_{vv} = h - \varepsilon \iff h_{vv} = 210 + 1.072 = 211.072 \text{ cm}$$

1.2 Exercício 2

$\varepsilon = x_{exp} - x_{vv}$
$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{x_{vv}}$

É uma questão de aplicar fórmulas. Os resultados resumem-se na tabela seguinte,

	ε	$\varepsilon_r\%$
x	0.195 cm	0.37
v	-0.476 cm/s	3.7
a	-3.172 cm/s^2	-3.3

1.3 Exercício 3

O valor da medida de l_{exp} é simplesmente

$$l_{exp} = x_{exp} - r_{exp} \iff l_{exp} = 93.5 \text{ cm}$$

Para obter o erro de l_{exp}, determinamos o seu valor verdadeiro a partir dos valores corrigidos para x e r:

$$x_{vv} = x - \varepsilon_x \iff x_{vv} = 95.26 \text{ cm}$$

$$r_{vv} = r - \varepsilon_r \iff r_{vv} = 2.84 \text{ cm}$$

$$l_{vv} = x_{vv} - r_{vv} \iff l_{vv} = 92.42 \text{ cm}$$

Logo , o erro para l_{exp} é dado por:

$$\varepsilon_l = l_{exp} - l_{vv} = +1.08 \text{ cm}$$

Alternativamente, podemos fazer:

$$\begin{aligned} l_{vv} &= (x - \varepsilon_x) - (r - \varepsilon_r) \\ &= (x - r) - (\varepsilon_x - \varepsilon_r) \end{aligned}$$

As parcelas podem ser identificadas como, respetivamente l_{exp} e ε_l e obtém-se de imediato o que é pedido no exercício.

1.4 Exercício 4

Aluno A

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} = 4.0 \text{ m}$$

$$\bar{t} = \frac{t_1 + t_2 + t_3}{3} = 2.83 \text{ s}$$

A velocidade obtida pelo aluno A foi então:

$$\bar{v} = \frac{\bar{x}}{\bar{t}} = 1.41 \text{ m/s}$$

Aluno B

$$\bar{v} = \frac{v_1 + v_2 + v_3}{3} = \frac{1.5 + 1.33 + 1.43}{3} = 1.42 \text{ m/s}$$

As velocidades obtidas são diferentes porque a velocidade não é uma combinação linear de fatores de x e de t. Dito isto, qual seria a melhor aproximação ao problema?

(À parte)

Olhemos para o primeiro procedimento, feito pelo aluno A.

Calculemos a incerteza padrão da velocidade. Para isso, é necessário em primeiro lugar determinar ambas as incertezas padrão da médida da posição e do tempo:

$$u_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{3}(x-\bar{x})^2}{2}} \tag{1}$$

$$u_t = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{3}(t-\bar{t})^2}{2}} \tag{2}$$

$$u_{\bar{x}} = \frac{u_x}{\sqrt{3}} \tag{3}$$

$$u_{\bar{t}} = \frac{u_t}{\sqrt{3}} \tag{4}$$

Obtidos os valores, determinamos a incerteza padrão média da velocidade como:

$$\frac{u_v}{v} = \sqrt{(\frac{u_{\bar{x}}}{\bar{x}})^2 + (\frac{u_{\bar{t}}}{t})^2} \tag{5}$$

Substituindo pelos valores e resolvendo em ordem a u_v obtemos:

$$u_v = 0.3 \text{ m/s}$$

Logo, o resultado obtido pelo aluno A seria (mais corretamente):

$$v = 1.41 \pm 0.3 \text{ m/s}$$

Para o aluno B, o procedimento é semelhante. Note-se, no entanto, que a incerteza de cada uma das velocidades v_i é diferente e depende do respetivo valor dos parâmetros x_i e t_i usados.

$$\frac{u_{v_i}}{v_i} = \sqrt{(\frac{u_x}{x_i})^2 + (\frac{u_t}{t_i})^2} \tag{6}$$

Resolvendo para $i = 1, 2, 3$ obtemos:

$$u_{v_1} = 0.76 \text{ m/s}$$

$$u_{v_2} = 0.47 \text{ m/s}$$

$$u_{v_3} = 0.42 \text{ m/s}$$

A equação para a variância de $\bar{v}$ é dada por:

$$u_{\bar{v}}^2 = \sum_{i=1}^{3} \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial v_i}\right)^2 u_{v_i}^2 \tag{7}$$

Simplificando obtemos:

$$u_v = \frac{1}{3}\sqrt{u_{v_1}^2 + u_{v_2}^2 + u_{v_3}^2} = 0.33 \text{ m/s} \tag{8}$$

Pelo que o resultado a apresentar seria:

$$v = 1.42 \pm 0.33 \text{ m/s}$$

Vemos que, neste caso, nenhum procedimento é melhor do que o outro. Levam a resultados ligeiramente diferentes, mas não tão díspares em termos de incertezas. Talvez poderiam ser combinados de modo a chegar a um resultado mais preciso?

1.5 Exercício 5

Para cada um dos valores ε_a basta aplicar a fórmula do erro:

$$\varepsilon_Q = \frac{b_{vv}}{a_{vv} + \varepsilon_a} - \frac{b_{vv}}{a_{vv}} \tag{9}$$

$\varepsilon_a(mm)$	ε_{Q^+}	ε_{Q^-}
1.0	-0.2604	+0.3594
0.1	-0.0298	+0.0307
0.01	-0.0030	+0.0030
0.001	-0.0003	+0.0003

Conclui-se que os erros no quociente tornam-se mais simétricos à medida que o ε_a diminui.
A justificação deste comportamento pode ser explicada com base numa expansão pelo Binómio de Newton da seguinte maneira:

$$\frac{b_{vv}}{a_{vv}(1 + \frac{\varepsilon_a}{a_{vv}})} = \frac{b_{vv}}{a_{vv}}\left(1 + \frac{\varepsilon_a}{a_{vv}}\right)^{-1} \tag{10}$$

Aplicando a expansão pelo Binómio de Newton ao segundo fator do lado direito obtemos, considerando $\frac{\varepsilon_a}{a_{vv}} << 1$:

$$\left(1 + \frac{\varepsilon_a}{a_{vv}}\right)^{-1} \approx 1 - \frac{\varepsilon_a}{a_{vv}} \tag{11}$$

Pelo que a equação (9) reduz-se a:

$$\varepsilon_Q = -\frac{\varepsilon_a}{a_{vv}} \tag{12}$$

O que resulta numa expressão simétrica para o erro ε_Q em termos do erro de ε_a. Um erro positivo em ε_a leva a um erro negativo em ε_Q e vice-versa, tal como se verifica rapidamente pela tabela.

1.6 Exercício 6

$$r = \frac{125}{32\mu_0^2 N^2} \frac{D^2 V}{d^2 I^2} \tag{13}$$

Corrigindo os valores experimentais com base no erro fornecido, obtemos:

$$D = 659 \text{ mm}$$

$$V = 47.3 \text{ V}$$

$$d = 91.9 \text{ mm}$$

$$I = 2.44 \text{ A}$$

Aplicando a fórmula (13) obtemos para o valor r o seguinte:

$$r = 1.949 \times 10^{11} \text{ C/kg}$$

Obs. Uma análise dimensional de (13) usando as respetivas unidades acima mostra que não é necessário uma conversão mindless para unidades SI. Na verdade, os fatores de 10^{-6} provenientes da conversão de mm para m cancelam-se no numerador e denominador.
O valor experimental é:

$$r_{exp} = 1.826 \times 10^{11} \text{ C/kg}$$

Logo, o erro obtido será:

$$\varepsilon_r = r_{exp} - r = -0.123 \times 10^{11} \text{ C/kg}$$

O resultado é consistente, com o valor tabelado. Basta ver que

$$D_{\%} = \frac{r_{exp} - r_{tab}}{r_{tab}} \times 100 = 3.8\%$$

É um erro aceitável, tendo em conta a grandeza que se pretende medir (apesar de haver maneiras muito mais precisas de medir r).

2 Ficha 2

2.1 Exercício 1

Sejam t_i e t_f os valores medidos para o tempo inicial e final. O tempo inicial observado pelo estudante foi 23:11, e como qualquer valor entre 23:11:00 e 23:11:59 arredonda para 23:11, com igual probabilidade para qualquer valor entre esses dois marcos, a FDP relacionada a esta medida será retangular, com

centro em x_0 = 23:11:30 e semilargura a = 30 s. Logo, o valor medido estará algures no intervalo t_i = 23:11:30 ± 30 s, e de um modo semelhante para o tempo final conclui-se que o valor medido estará entre t_f = 23:13:30 ± 30 s.
O valor mais provável para o intervalo de tempo medido será dado por:

$$\Delta t = t_f - t_i$$

cujo desvio máximo será $\delta t = \delta t_f + \delta t_f$. Note-se que faz sentido falar neste desvio máximo uma vez que o que estamos a fazer realmente é uma soma de duas FDP's retangulares com igual semilargura. A FDP resultante será triangular; basta pensar que a probabilidade de o valor estar entre 2 minutos (mais coisa menos coisa) será maior do que a probabilidade de estar perto de 1 ou 3 minutos, que requer condições mais específicas. Por exemplo, a probabilidade de o intervalo de tempo medido ser $\Delta t = 1$ min implica que tenhamos um intervalo de tempo inicial t_i = 23:11:59 e um intervalo de tempo final t_f = 23:13:00. Para que tenhamos um intervalo de tempo de $\Delta t = 3$ min, é necessário que t_i = 23:11:00 e t_f = 23:13:59.
Por outro lado, é mais fácil que o valor tenda para $\Delta t = 2$ min. Por exemplo, medindo t_i = 23:11:20 e t_f = 23:13:35 o valor está relativamente perto de 2 minutos. Medindo t_i = 23:11:25 e t_f = 23:13:20 o intervalo de tempo também está relativamente próximo do valor esperado, $\Delta t = 2$ min. Por estas razões, a soma das duas FDP's retangulares resulta numa FDP triangular, com semilargura igual ao desvio máximo δt acima, com

$$\delta t = \delta t_f + \delta t_i = 30 + 30 = 1 \text{ min}$$

. Logo, o intervalo de valores será

$$\Delta t = 2 \pm 1 \text{ min}$$

Note-se que isto não representa o valor mais provável, mas a amplitude de valores que o intervalo de tempo pode tomar (em que alguns são relativamente mais improváveis do que outros, como vimos acima). Como a FDP resultante é triangular com semilargura igual a 1 minuto, a incerteza padrão é dada pela fórmula

$$u_{\Delta t} = \frac{a}{\sqrt{6}} = 24.49 \text{ s} \approx 24.5 \text{ s}$$

Logo, o resultado mais provável para o valor do intervalo de tempo será:

$$\Delta t = 2 \text{ min } \pm 24.5 \text{ s}$$

Por outro lado, as incertezas padrões para os valores de tempo inicial e final serão:

$$u_{t_i} = u_{t_f} = \frac{a}{\sqrt{3}} = 17.32 \text{ s}$$

Logo, os valores mais prováveis para os valores de tempo inicial e final serão, respetivamente,

$$t_i = \text{23:11:30 } \pm 17.5 \text{ s}$$

$$t_f = \text{23:13:30 } \pm 17.5 \text{ s}$$

2.2 Exercício 2

Na leitura de uma escala analógica, o procedimento a fazer é estimar um valor mais próximo na casa da menor dízima da escala e atribuir uma FDP triangular, geralmente simétrica, em torno do valor em questão.
Na primeira leitura, é evidente que o valor de U se encontra entre $120 < U < 125$, mais próximo de 120 do que 125, pelo que podemos atribuir um valor central de $U_0 = 122$ V e uma semilargura na casa da menor dízima (a menor escala é 5, logo aproximamos na unidade), por exemplo $a = 1$ V. A incerteza padrão associada a esta medida é

$$u_U = \frac{a}{\sqrt{6}} = \frac{1 \text{ V}}{\sqrt{6}} \approx 0.4 \text{ V}$$

Logo, o valor a apresentar será

$$U_{exp} = U_0 \pm u_U = 122 \pm 0.4 \text{ V}$$

De um modo semelhante atribuimos uma FDP triangular para a intensidade de corrente com $I_0 = -5.0$ A e com semilargura $a = 0.5$ A. A incerteza padrão é dada por

$$u_I = \frac{a}{\sqrt{6}} = \frac{0.5}{\sqrt{6}} \approx 0.20 \text{ A}$$

Logo, o valor a apresentar será:

$$I_{exp} = I_0 \pm u_I = -5.0 \pm 0.20 \text{ A}$$

2.3 Exercício 3

Consideremos a moeda da direita. Sejam x_i e x_f o ponto mais à esquerda e mais à direita, respetivamente, da moeda em questão. Estimando medidas aproximadas, obtemos:

$$x_i = 6.1 \pm 0.05 \text{ cm}$$

$$x_f = 7.8 \pm 0.05 \text{ cm}$$

Tratam-se de duas FDP's triangulares, visto tratar-se de uma medição analógica em que podemos considerar ter uma boa fidelidade nas medições efetuadas. O comprimento da moeda

$$l = x_f - x_i$$

será também uma FDP triangular, com o dobro da semilargura das anteriores, isto é

$$l = (7.8 - 6.1) \pm (0.05 + 0.05) \iff l = 1.7 \pm 0.1 \text{ cm}$$

A incerteza padrão da moeda é

$$u = \frac{a}{\sqrt{6}} = \frac{0.1}{\sqrt{6}} \approx 0.04 \text{ cm}$$

Para terminar, apresentamos o resultado da medição em função do valor mais provável e da incerteza padrão,

$$l = l_0 \pm u = 1.7 \pm 0.04 \text{ cm}$$

2.4 Exercício 4

Na leitura da escala digital, supondo que não há erros de calibração nem no ajuste do zero (ou outros condicionamentos), a incerteza na leitura provém de arredondamentos para o valor que se encontra no visor. Neste caso, a medida deve ser lida como

$$T = 146.76 \pm 0.005 \text{ ºC}$$

uma vez que qualquer valor neste intervalo arredonda para o que está no visor. Qualquer valor neste intervalo é equiprovável de ser o valor real, pelo que a FDP a atribuir será retangular, com centro no valor lido $T = 146.76$ ºC e semi-largura no desvio máximo apontado $\delta T = 0.005$ ªC. A incerteza padrão para uma FDP retangular é:

$$u_T = \frac{\delta T}{\sqrt{3}} = \frac{0.005}{3} \approx 0.002 \text{ ºC}$$

O valor estimado é então $T = 146.76$ ºC com uma incerteza padrão $u = 0.002$ ºC.

2.5 Exercício 5

O objetivo do exercício é testar a validade do teorema central na distribuição de probabilidade de uma soma de valores dentro da mesma margem de distribuição probabilística individual. Para o efeito, foram criadas 15 colunas com 300 valores entre $0 < x < 1$ individualmente, utilizando a função RAND() do excel. É natural que 300 valores não sejam suficientes para obter uma forma detalhada nas FDP's desejadas, não obstante serve para ter uma noção do resultado esperado. Posto isto, uma FDP retangular aleatória nestas condições deve-se parecer com:

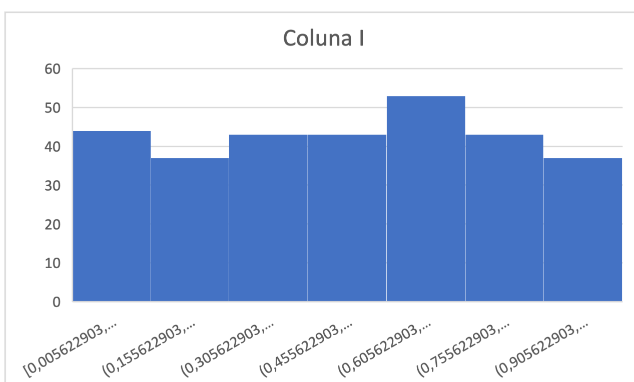

Figure 1: Exemplo de uma FDP Retangular

Cada uma das FDP's retangulares tem valor médio $\mu = 0.50$ (os valores estão compreendidos arbitrariamente entre 0 e 1) com semilargura $a = 0.5$.

Somando as 15 colunas, obtemos uma nova FDP, que para todos os efeitos é *aproximadamente* gaussiana. Note-se que a semilargura desta FDP propaga-se por soma algébrica das semilarguras individuais, pelo que terá uma nova semilargura $a = 15 \times 0.5 = 7.5$. De modo inteiramente semelhante, obtemos para o novo valor médio $\mu = 7.5$.
A soma das 15 colunas resulta então nesta distribuição de probabilidades para $0 < x < 15$.

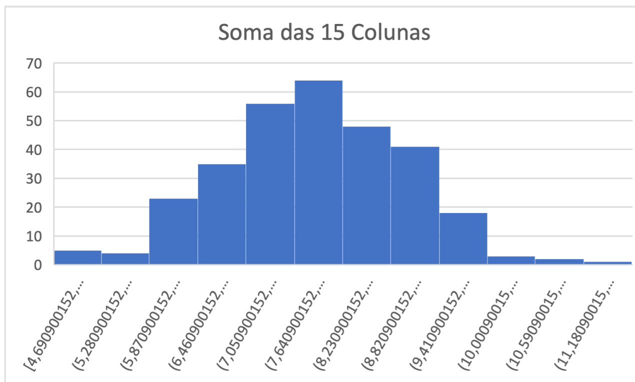

Figure 2: Soma das várias FDP's

Seguindo o procedimento do enunciado para gerar uma distribuição gaussiana, chamamos a fórmula NORM.INV(RAND(), 7.5, 1.118). Geramos 300 valores com probabilidades aleatórias cuja média corresponde a $\mu = 7.5$ com uma incerteza padrão dada por $u = \frac{a}{\sqrt{3}\sqrt{N}}$, onde a corresponde à semilargura da soma das FDP's, $u = 1.118$. Isto resulta no seguinte histograma,

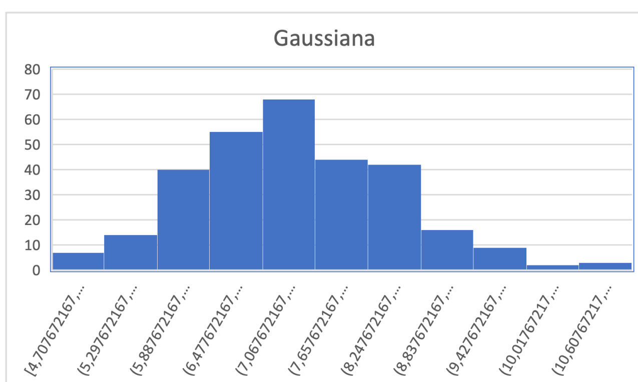

Figure 3: FDP Gaussiana gerada

Note-se a semelhança de ambas as figuras, mesmo mantendo um número reduzido de amostras por distribuição (300). Podemos concluir então a validade do teorema do limite central quanto à soma de N FDP's idênticas: a sua soma tende para uma distribuição gaussiana (also *distribuição normal*) de valores.

3 Ficha 3

Nota: há alguma confusão em relação à diferença entre incertezas do tipo A e incertezas do tipo B. As incertezas podem ser obtidas de duas formas: análise estatística e procedimentos probabilísticos, através de estimativas do valor mais provável, determinação do desvio padrão e propagação de erros - às incertezas obtidas através destes métodos chamamos de *incertezas do tipo A*. Por outro lado, se as incertezas forem determinadas não por procedimentos estatísticos, mas com recurso a referências externas, como experiências realizadas anteriormente, os próprios manuais de utilização dos instrumentos, informações disponibilizadas pelo fabricante sobre a incerteza na calibração, no ajuste do zero, etc. - a essas incertezas chamamos de *incertezas do tipo B*.

3.1 Exercício 1

3.1.1 Alínea a.

O valor médio é simplesmente

$$\bar{T} = \frac{1.6 + 1.8 + 1.7}{3} = 1.7 \text{ s}$$

A incerteza padrão da amostra é

$$u_T = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{3}(T_i - \bar{T})^2}{3-1}} = \sqrt{\frac{0.01 + 0.01}{2}} = 0.1 \text{ s}$$

A incerteza padrão da média é

$$u_{\bar{T}} = \frac{u_T}{\sqrt{N}} = \frac{0.1}{\sqrt{3}} = 0.06 \text{ s}$$

3.1.2 Alínea b.

Cada uma das medições é, idealmente, aleatória e independente. Um conjunto de amostras X_i com várias medições individuais independentes e aleatórias possui uma média $\bar{X}_i$ que segue o teorema do limite central (tirando vários conjuntos de medidas e calculando a sua média, esta vai tender para um dado valor) pelo que a distribuição probabilística das medições tende para uma distribuição gaussiana.
Uma maneira experimental de verificar esta hipótese é realizar vários conjuntos de medições e ver que a sua média tende para um valor T (muito próximo do valor real) através de gráficos e/ou histogramas.

3.1.3 Alínea c.

Assumindo uma FDP gaussiana, a probabilidade de uma dada medição estar fora do intervalo $[\bar{T}-u,\, \bar{T}+u]$ corresponde à porção da área da FDP fora desta região, ou seja:

$$P = 1 - \int_{\bar{T}-u}^{\bar{T}+u} p(x)dx$$

O termo da esquerda soma as probabilidades $p(x)$ de o valor se encontrar em $[\bar{T} - u,\ \bar{T} + u]$, e como a probabilidade total é 1, subtraindo obtemos a probabilidade de uma dada medida se encontrar fora dessa região, que para uma FDP gaussiana corresponde ao valor tabelado

$$P = 1 - 0.68 = 0.32$$

. Logo, a probabilidade de que essa medida não esteja contida no intervalo [1.6, 1.8] é 32%.

3.2 Exercício 2

3.2.1 Alínea a.

Trata-se de uma questão de aplicar as fórmulas

$$\bar{t} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} t_i \tag{14}$$

$$u_t = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(t_i - \bar{t})^2} \tag{15}$$

Aplicando aos 30 valores t_i da tabela, temos:

$$\bar{t} = 8.149 \text{ s}$$

$$u_t = 0.039 \text{ s}$$

3.2.2 Alínea b.

A FDP de distribuição dos valores é gaussiana, pelo que o número de medidas que se espera fora do intervalo $[\bar{t} - u, \bar{t} + u]$ é 32% como vimos acima, logo devemos esperar aproximadamente $0.32 \times 30 = 9.6$ medidas fora do intervalo, ou seja, idealmente 9 ou 10.
Apenas 8 dos valores da tabela se encontram fora do intervalo $[\bar{t} - u, \bar{t} + u]$, o que está dentro do previsto (com 30 valores a FDP jamais seria uma gaussiana *ideal*; este valor fica perto do que é esperado).

3.3 Exercício 3

3.3.1 Alínea a.

Os valores médios para p e q são, respetivamente,

$$\bar{p} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} p_i \qquad\qquad \bar{q} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} q_i$$

Aplicando, obtemos $\bar{p} = 24.245$ mm e $\bar{q} = 50.368$ mm, pelo que $\bar{A} = 1221.2$ mm^2. Para determinar a incerteza padrão da área A devemos propagar as incertezas da média de p e q.

$$u_p = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(p_i - \bar{p})^2} \qquad\qquad u_q = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(q_i - \bar{q})^2}$$

E as respetivas incertezas para a média,

$$u_{\bar{p}} = \frac{u_p}{\sqrt{N}} \qquad\qquad u_{\bar{q}} = \frac{u_q}{\sqrt{N}}$$

Obtemos, aplicando as fórmulas, $u_{\bar{p}} = 0.0060$ mm e $u_{\bar{q}} = 0.0077$ mm. A propagação das incertezas para um produto $A = pq$ é

$$\left(\frac{u_A}{A}\right)^2 = \left(\frac{u_p}{p}\right)^2 + \left(\frac{u_q}{q}\right)^2$$

Resolvendo em ordem a u_A obtemos $u_A = 0.36$ mm^2. Logo, o resultado a apresentar mediante o primeiro procedimento é

$$A = 1221.2 \pm 0.4 \text{ mm}^2$$

3.3.2 Alínea b.

Sendo $A_i = p_i q_i$,

$$\bar{A} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} A_i = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} p_i q_i$$

obtemos $\bar{A} = 1221.2$ mm^2 mais uma vez. A incerteza desta vez corresponde à incerteza da média de A_i,

$$u_{\bar{A}} = \frac{u_A}{\sqrt{N}}$$

Calculamos a incerteza de A como

$$u_A = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(A_i - \bar{A})^2}$$

obtendo o resultado $u_A = 0.882$ mm^2. Aplicando a fórmula para a incerteza da média, temos então

$$u_{\bar{A}} = \frac{u_A}{N} = \frac{0.882}{\sqrt{10}} = 0.279 \text{ mm}^2$$

Pelo que o resultado obtido mediante o segundo processo possui uma incerteza inferior,

$$A = 1221.2 \pm 0.3 \text{ mm}^2$$

Comparando com o resultado da alínea a., vemos que o valor esperado é o mesmo nos dois casos, $A = 1221.2$ mm^2, com uma diferença subtil nas incertezas padrões obtidas por ambos os procedimentos. Isto deve-se ao facto de A ter uma dependência não linear relativamente a p e q, mas sim aproximadamente quadrática. Para flutuações experimentais ligeiras de p e q, seria de esperar que a A tivesse um comportamento aprox. linear (por séries de Taylor) e que aí tivessemos uma semelhança nas incertezas obtidas pelos dois procedimentos. De um modo geral, para dependências não lineares dos parâmetros, por exemplo $f(x,y) = xy$, as incertezas obtidas por cálcular as médias dos parâmetros e aplicá-los à função $f(\bar{x},\bar{y})$ ou a média dos valores calculados individualmente, par a par, na função $\bar{f}(x,y)$ são tanto mais próximas quanto menores as flutuações nas duas variáveis (imagine-se, por exemplo, p a flutuar apenas na milésima do milímetro, e não na décima, como é o caso).