Avaliação - *A física dos dispositivos básicos*

Beatriz Sousa Demétrio - PG50256 Carlos Miguel Passos Ferreira - PG50279

9 de dezembro de 2022

Exercício 2 - A junção p^+n de Si em polarização direta e inversa

Considere um díodo longo de junção abrupta p^+n de silício com concentração de impurezas dadoras do lado n e aceitadoras do lado p, $N_d = 2{\times}10^{15}\,cm^{-3}$ e $N_a = 5{\times}10^{17}\,cm^{-3}$. Os tempos de recombinação de portadores minoritários são $\tau_h = 400ns$ para buracos do lado n e $\tau_e = 50ns$ para eletrões do lado p^+. A área da secção transversal do díodo é de $0.1mm^2$. O tempo de geração térmica na região de depleção é $2\mu s$. Suponha que a corrente inversa é dominada pela taxa de geração térmica na região de depleção.

1. Calcule a corrente direta a $27°C$ quando a tensão no díodo é de $0.6V$.
2. Estime a corrente direta a $57°C$ quando a tensão no díodo ainda é $0.6V$.
3. Qual é a corrente inversa a $27°C$ quando a tensão do díodo é $-5V$.
4. Estime a corrente inversa a $57°C$ quando a tensão do díodo é $-5V$.
   NOTA: Suponha que a corrente direta seja determinada pela equação de Shockley (difusão de portadores minoritários).

Resolução do Exercício 2.1

Nesta primeira alínea, é pedida a corrente direta a $27°C$ quando a tensão no díodo é de $0.6V$. Sabe-se que a corrente total no díodo irá fornecer portadores para que haja difusão de portadores minoritários nas regiões neutras e recombinação na região de depleção, isto é, tem-se de ter em atenção as componentes de recombinação e de difusão da corrente. Traduzindo isto para fórmulas, temos que a densidade da corrente total do díodo é descrita por:

$$J_{direta} = J_{SO} \cdot exp\left(\frac{eV}{kT}\right) + J_{RO} \cdot exp\left(\frac{eV}{2kT}\right)$$

Visto que $V > \frac{kT}{e}$ e que J_{SO} corresponde à densidade de corrente de saturação reversa, dada por:

$$J_{SO} = \left[\left(\frac{eD_h}{L_h N_d}\right) + \left(\frac{eD_e}{L_e N_a}\right)\right] n_i^2$$

Considerou-se também que J_{RO} define a densidade de corrente de recombinação, definida por:

$$J_{RO} = \frac{en_i W}{2\tau_r}$$

Primeiramente, começou-se por analisar todos os parâmetros fornecidos no enunciado com o intuito de proceder à obtenção das restantes variáveis necessárias para a obtenção da densidade de corrente total no díodo.

Para o cálculo da densidade de corrente de saturação reversa, J_{SO}, tendo em conta a *equação de Shockley*, teremos os seguintes valores:

- de acordo com o enunciado, $N_d = 2 \times 10^{15}\, cm^{-3}$ e $N_a = 5 \times 10^{17}\, cm^{-3}$;
- sabe-se que a carga elementar do eletrão é dada por: $e = 1.60 \times 10^{-19}\, C$;
- tem-se que descobrir os valores de: D_h e D_e (coeficientes de difusão dos buracos e dos eletrões, respetivamente), L_h e L_e (comprimentos de difusão dos buracos e dos eletrões, respetivamente) e n_i (concentração intrínseca).

Relativamente à densidade de corrente de recombinação, J_{RO}, tem-se:

- tal como dito anteriormente, é necessário obter-se o valor de n_i (concentração intrínseca);
- sabe-se a carga elementar do eletrão, dada por $e = 1.60 \times 10^{-19}\, C$;
- considerou-se que W é a largura da região de depleção e que τ_r é o tempo médio de recombinação de portadores minoritários em W.

Assim, já que a região de depleção inclui parte do tipo n e do tipo p, a equação da densidade de corrente de recombinação fica:

$$J_{RO} = \frac{en_i}{2}\left(\frac{W_p}{\tau_e} + \frac{W_n}{\tau_h}\right)$$

O exercício anterior, não escolhido para a avaliação, apresentava o gráfico da variação da *mobilidade de drift* em função da concentração de dopantes no silício, tanto para eletrões como para lacunas:

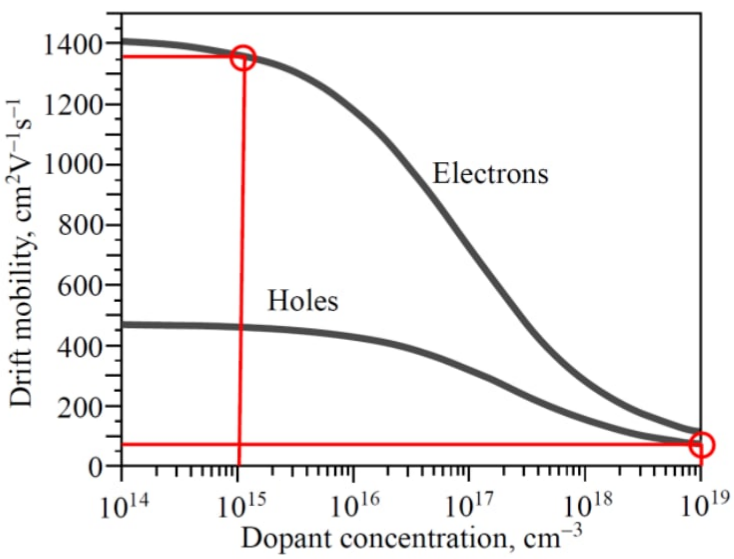


Figura 1: Dependência da mobilidade de deriva dos portadores minoritários na concentração de dopante

Uma vez que, pelo enunciado do presente exercício, $N_d = 2 \times 10^{15}\, cm^{-3}$ e $N_a = 5 \times 10^{17}\, cm^{-3}$, analisando o gráfico anterior obteve-se:

$$\mu_e = 750\, cm^2V^{-1}s^{-1} \qquad e \qquad \mu_h = 450\, cm^2V^{-1}s^{-1}$$

Adquirimos, então, todos os valores necessários para a obtenção dos coeficientes de difusão dos eletrões, D_e, e das lacunas, D_h, assim como os respetivos comprimentos de difusão, L_e e L_h.

Sabe-se que:

- $D_e = \frac{kT\mu_e}{e}$ e $D_h = \frac{kT\mu_h}{e}$;
- $L_e = \sqrt{D_e\tau_e}$ e $L_h = \sqrt{D_h\tau_h}$.

Tem-se que $T = 27°C$, ou seja, $T = 27°C + 273 = 300K$. Considerando também a constante de Boltzmann, dada por $k = 1.38 \times 10^{-23}(JK^{-1})$, procedeu-se à obtenção dos valores pela substituição nas equações acima:

$$D_e = \frac{kT\mu_e}{e} = \frac{1.38 \times 10^{-23} \cdot 300 \cdot 750}{1.602 \times 10^{-19}} \approx 19.382\, cm^2 s^{-1}$$

$$D_h = \frac{kT\mu_h}{e} = \frac{1.38 \times 10^{-23} \cdot 300 \cdot 450}{1.602 \times 10^{-19}} \approx 11.629\, cm^2 s^{-1}$$

Consequentemente, os comprimentos de difusão são, considerando $\tau_e = 50\ ns$ e $\tau_h = 400\ ns$:

$$L_e = \sqrt{D_e\tau_e} = \sqrt{19.382 \cdot 50 \times 10^{-9}} \approx 0.000984\, cm$$

$$L_h = \sqrt{D_h\tau_h} = \sqrt{11.629 \cdot 400 \times 10^{-9}} \approx 0.002157\, cm$$

Sendo que no exercício se fala no silício a uma temperatura de $T = 27°C = 300K$, então o valor da concentração intrínseca corresponde a $n_i = 1.5 \times 10^{10}\ cm^{-3}$.

Portanto, pode-se calcular desde já a densidade de corrente de difusão:

$$J_{SO} = \left[\left(\frac{eD_h}{L_hN_d}\right) + \left(\frac{eD_e}{L_eN_a}\right)\right] n_i^2 = \left[\left(\frac{1.602 \times 10^{-19} \cdot 11.629}{0.002157 \cdot 2 \times 10^{15}}\right) + \left(\frac{1.602 \times 10^{-19} \cdot 19.382}{0.000984 \cdot 5 \times 10^{17}}\right)\right] \left(1.5 \times 10^{10}\right)^2 =$$

$$= 9.858 \times 10^{-11}\ A \cdot cm^{-2}$$

Tendo o valor da densidade de corrente de difusão, falta apenas a densidade de corrente de recombinação. Para isso, foi necessário descobrir primeiro os valores de W_p e de W_n, definidos por:

$$W = W_p + W_n$$

$$W_p \cdot N_d = W_n \cdot N_a$$

Rearranjando estas duas equações, obteve-se:

$$W_p = \frac{N_a \cdot W}{N_a + Nd}$$

$$W_n = \frac{N_d \cdot W}{N_a + Nd}$$

Dessa forma, foi necessário calcular primeiro a largura da região de depleção, W. Sabe-se que a mesma é dada por:

$$W = \left[\frac{2 \cdot \epsilon \cdot (N_a + N_d) \cdot (V_0 - V)}{e \cdot N_a \cdot N_d}\right]^{0.5}$$

onde V_0 corresponde à tensão *built-in*, que é a tensão através de uma junção *pn*, passando de um semicondutor tipo p para o tipo n em circuito aberto, e é dada por:

$$V_0 = \frac{kT}{e} \cdot ln\left(\frac{N_a \cdot N_d}{n_i^2}\right)$$

e V é a tensão no díodo, dada no enunciado ($V = 0.6V$).

Calculando, então, a tensão *built-in*, vai-se ter que:

$$V_0 = \frac{kT}{e} \cdot ln\left(\frac{N_a \cdot N_d}{n_i^2}\right) = \frac{1.38 \times 10^{-23} \cdot 300}{1.602 \times 10^{-19}} \cdot ln\left(\frac{5 \times 10^{17} \cdot 2 \times 10^{15}}{(1.5 \times 10^{10})^2}\right) = 0.7526\ V$$

Portanto, a largura da região de depleção fica:

$$W = \left[\frac{2 \cdot \epsilon \cdot (N_a + N_d) \cdot (V_0 - V)}{e \cdot N_a \cdot N_d}\right]^{0.5} =$$

$$= \left[\frac{2 \cdot 1.036 \times 10^{-12} \cdot (5 \times 10^{17} + 2 \times 10^{15}) \cdot (0.7526 - 0.6)}{1.602 \times 10^{-19} \cdot 2 \times 10^{15} \cdot 5 \times 10^{17}}\right]^{0.5} =$$

$$= 3.1 \times 10^{-5}\ cm$$

Daqui, calcula-se também os valores de W_n e de W_p:

- $W_n = \frac{N_d \cdot W}{N_a + N_d} = \frac{2\times10^{15}\cdot3.1\times10^{-5}}{5\times10^{17}+2\times10^{15}} = 1.235 \times 10^{-7}\ cm$
- $W_p = \frac{N_a \cdot W}{N_a + N_d} = \frac{5\times10^{17}\cdot3.1\times10^{-5}}{5\times10^{17}+2\times10^{15}} = 3.1 \times 10^{-5}\ cm$

Por isso, a densidade de corrente de recombinação resultou em:

$$J_{RO} = \frac{e \cdot n_i}{2} \cdot \left(\frac{W_p}{\tau_e} + \frac{W_n}{\tau_h}\right) = \frac{1.602 \times 10^{-19} \cdot 1.5 \times 10^{10}}{2} \cdot \left(\frac{3.1 \times 10^{-5}}{50 \times 10^{-9}} + \frac{1.235 \times 10^{-7}}{400 \times 10^{-9}}\right) =$$

$$= 7.453 \times 10^{-7}\ A \cdot cm^{-2}$$

De seguida, foi possível reparar que, em comparação com o valor da densidade de corrente de difusão, a densidade de recombinação tem um valor reduzido, permitindo concluir que esta poderia ser desprezada no cálculo da densidade de corrente total no díodo, dada por:

$$J_{direta} = J_{SO} \cdot exp\left(\frac{eV}{kT}\right) + J_{RO} \cdot exp\left(\frac{eV}{2kT}\right) =$$

$$= 9.858 \times 10^{-11} \cdot exp\left(\frac{1.602 \times 10^{-19} \cdot 0.6}{1.38 \times 10^{-23} \cdot 300}\right) + 7.453 \times 10^{-7} \cdot exp\left(\frac{1.602 \times 10^{-19} \cdot 0.6}{2 \cdot 1.38 \times 10^{-23} \cdot 300}\right) =$$

$$= 1.19392 + 0.082021 = 1.27594\ A \cdot cm^{-2}$$

Sendo que o exercício pede a corrente direta total no díodo e não a densidade de corrente, vai-se ter que:

$$I = J \cdot A$$

onde A é a área da secção transversal do díodo dada por $A = 0.1\ mm^2 = 0.1 \times 10^{-2}\ cm^2$. Daí que:

$$I_{direta} = J_{direta} \cdot A = 1.27594 \cdot 0.1 \times 10^{-2} = 0.001276\ A = 1.276\ mA$$

Resolução do Exercício 2.2

Na segunda alínea , é pedido para estimar a corrente direta a uma temperatura $T = 57°C = 273 + 57 = 330\,K$ quando a tensão no díodo é ainda $V = 0.6V$, tal como anteriormente.

Como visto anteriormente, a corrente direta total no díodo é dominada pela corrente de difusão. Neste exercício, considerou-se, assim, apenas a densidade de corrente direta total no díodo igual a:

$$I_{direta} \approx A \cdot J_{SO} \cdot exp\left(\frac{eV}{kT}\right)$$

Sabe-se que I_{SO} depende de n_i^2, por isso é extremamente dependente da temperatura. Portanto, vai-se considerar que $I_{SO}\ \alpha\ {n_i}^2$.

Para $T = 330K$, tem-se uma concentração intrínseca diferente. Na *figura 2* apresenta-se as variações da concentração intrínseca de vários materiais, incluindo o silício, em função da temperatura. Sendo que nesta alínea está-se a considerar $T = 330K$, então $n_i \approx 1.0 \times 10^{11}\ cm^{-3}$.

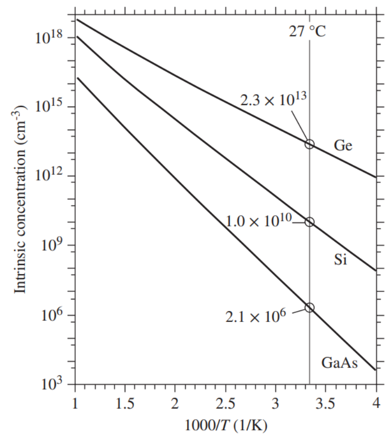


Figura 2: Variação da concentração intrínseca para vários materiais em função da variação da temperatura

Tendo em conta as considerações feitas, tem-se que:

$$I_{SO}(330K) \approx I_{SO}(300K) \cdot \left[\frac{n_i(330K)}{n_i(300K)}\right]^2 \approx 9.858 \times 10^{-14} \cdot \left[\frac{1.0 \times 10^{11}}{1.5 \times 10^{10}}\right]^2 \approx$$

$$\approx 4.381 \times 10^{-12}\, A$$

Logo, a corrente direta total no díodo será dada por:

$$I_{direta} \approx A{\cdot}J_{SO}{\cdot}exp\left(\frac{eV}{kT}\right) \approx I_{SO}{\cdot}exp\left(\frac{1.602 \times 10^{-19} \cdot 0.6}{1.38 \times 10^{-23} \cdot 330}\right) \approx 4.381{\times}10^{-12}{\cdot}exp\left(\frac{1.602 \times 10^{-19} \cdot 0.6}{1.38 \times 10^{-23} \cdot 330}\right) \approx$$

$$\approx 0.006429\ A \approx 6.429mA$$

Em suma, aumentando apenas a temperatura, a corrente direta total do díodo aumenta. Isto pode ser explicado pelo aumento da concentração intrínseca do material.

Resolução do Exercício 2.3

Neste terceiro exercício, é pedido a corrente inversa a $T = 27°C$ quando a tensão do díodo é de $V = -5V$. Daí que, tal como anteriormente, começou-se por calcular o valor da densidade de corrente inversa total, que corresponde à soma das componentes de difusão e de geração, ou seja:

$$J_{inversa} = J_{SO} + J_{gen}$$

onde J_{SO} é a densidade de corrente de difusão, calculada na primeira alínea deste mesmo exercício, e J_{gen} que é a densidade de corrente de geração, que é uma componente da densidade de corrente inversa devido à geração térmica de pares eletrões-lacunas dentro da região de depleção, e é dada por:

$$J_{gen} = \frac{e \cdot W \cdot n_i}{\tau_g}$$

Sendo que o valor de J_{SO} depende apenas das características do material (através de n_i, μ_h, μ_e, entre outros), das concentrações dos dopantes e da temperatura. Mas não depende da tensão aplicada.

Tendo isso em conta, o valor desta densidade vai ser igual ao da primeira alínea deste exercício:

$$J_{SO} = 9.858 \times 10^{-11}\, A \cdot cm^{-2}$$

Sabe-se do enunciado que $\tau_g = 2\ \mu{\cdot}s$, que é o tempo de geração térmica na região de depleção. Como se continua com o mesmo material, que é o silício, à mesma temperatura, então $n_i = 1.5 \times 10^{10}\ cm^{-3}$ e também $V_0 = 0.7526V$.

O que falta calcular, para se saber o valor da componente de geração da densidade de corrente inversa, é o valor de W, que é a largura da região de depleção. Ora, subsituindo na equação usada na primeira alínea tem-se que:

$$W = \left[\frac{2 \cdot \epsilon \cdot (N_a + N_d) \cdot (V_0 - V)}{e \cdot N_a \cdot N_d}\right]^{0.5} =$$

$$= \left[\frac{2 \cdot 1.036 \times 10^{-12} \cdot (5 \times 10^{17} + 2 \times 10^{15}) \cdot (0.7526 - (-5))}{1.602 \times 10^{-19} \cdot 2 \times 10^{15} \cdot 5 \times 10^{17}}\right]^{0.5} =$$

$$= 1.93 \times 10^{-4}\ cm$$

Repare que esta polarização inversa aumenta o valor da lagura da região de depleção W, daí que J_{gen} deverá aumentar.

Portanto, tendo todos os valores necessários para a densidade de corrente de geração, obteve-se que:

$$J_{gen} = \frac{e \cdot W \cdot n_i}{\tau_g} = \frac{1.602 \times 10^{-19} \cdot 1.93 \times 10^{-4} \cdot 1.5 \times 10^{10}}{2 \times 10^{-6}} = 2.3189 \times 10^{-7}\ A \cdot cm^{-2}$$

É de notar que a densidade de corrente de geração térmica é bastante superior à densidade de corrente de difusão. Portanto, pode-se afirmar que, ao contrário do que acontece na densidade de corrente direta total, a densidade de corrente inversa total vai ser dominada pela densidade de corrente de geração térmica.

Com isto, obtém-se que a densidade de corrente inversa total é dada por:

$$J_{inversa} = J_{SO} + J_{gen} = 9.858 \times 10^{-11} + 2.3189 \times 10^{-7} = 2.31989 \times 10^{-7}\, A \cdot cm^{-2}$$

Como pede a corrente inversa e não a densidade de corrente, vai-se ter que a corrente inversa total do díodo é dada por:

$$I_{inversa} = J_{inversa} \cdot A = 2.31989 \times 10^{-7} \cdot 0.1 \times 10^{-2} = 2.31989 \times 10^{-10}\, A$$

Resolução do Exercício 2.4

Tal como se fez na segunda alínea deste exercício, vai-se fazer algumas considerações. Como se viu anteriormente, a corrente de geração térmica é bastante superior à corrente de difusão, sendo que isso implica que a corrente inversa total vai ser completamente dominada pela I_{gen}. Como I_{gen} vai ser dada por:

$$I_{gen} = \frac{e \cdot W \cdot n_i \cdot A}{\tau_g}$$

Tal se fez na segunda alínea, vai-se considerar que a variação da concentração intrínseca com a temperatura vai ser bastante superior à de W. Daí que, para se estimar a corrente inversa a $T = 57°C = 273 + 57 = 330K$ quando a tensão do díodo é $V = -5V$:

$$I_{gen}(330K) \approx I_{gen}(300K) \cdot \left[\frac{n_i(330K)}{n_i(300K)}\right]^{2} \approx 2.3189 \times 10^{-10} \cdot \left[\frac{1.0 \times 10^{11}}{1.5 \times 10^{10}}\right] \approx$$

$$\approx 1.54593 \times 10^{-9}\ A$$

Logo, $I_{inversa} = I_{gen} = 1.54593 \times 10^{-9}\ A$

Exercício 4 - Capacidade da junção p-n

A capacidade (C) de uma junção Si p^+n abrupta em polarização inversa foi medida em função da tensão de polarização inversa V_r conforme indicado na tabela seguinte. A área da secção transversal da junção p-n é $500\mu m \times 500\mu m$. Traçando o gráfico $1/C^2$ versus V_r, obtenha o potencial intrínseco V_0 e a concentração de dadores N_d na região n. Qual é o valor de N_a ?

Tabela 1: Capacidade para diversos valores da tensão de polarização inversa (V_r)

V_r (V)	1	2	3	5	10	15	20
C (pF)	38.3	30.7	26.4	21.3	15.6	12.9	11.3

Resolução do Exercício 4

A região de depleção de uma junção pn consiste em cargas positivas e negativas, que estão separadas por um distância W, tal como acontece num condensador de placas paralelas. Mas, aqui, a carga armazenada nesta mesma região, ao contrário do condensador, não depende linearmente da tensão, sendo dada por:

$$C_{dep} = \frac{\epsilon \cdot A}{W} = \frac{A}{(V_0 - V)^{0.5}} \left[\frac{e \cdot \epsilon \cdot (N_a \cdot N_d)}{2 \cdot (N_a + N_d)}\right]^{0.5}$$

Deve ser denotado que C_{dep} é dada pela mesma expressão que para o condensador de placas paralelas, mas aqui W é dependente de da tensão e dado pela expressão:

$$W = \left[\frac{2 \cdot \epsilon \cdot (N_a + N_d) \cdot (V_0 - V)}{e \cdot N_a \cdot N_d}\right]^{0.5}$$

onde se pode ver que para *reverse bias*, V é negativo, o que implica que o $(V_0 - V)$ é aumentando (e, consequentemente W também aumentará);para *forward bias* é o contrário: V é positivo, o que implica que $(V_0 - V)$ diminuí (diminuindo W da mesma forma).

Outra situação a ter em atenção ocorre quando C_{dep} diminuí com o aumento do *reverse bias*. Isto pode ser explicado pelo facto de que a largura W aumenta pois $W \; \alpha \; (V_0 - V)^{0.5}$. Mas tem de se ter em atenção que esta capacitância está presente nas duas condições (*reverse bias* e *forward bias*).

Analisando o enunciado, pode-se começar retirar as seguintes informações:

- sendo que se está perante uma junção p^+n, então concluí-se que no semicondutor, o lado de tipo p está mais dopado que o do tipo n, o que implica que N_a vai ser bastante superior a N_d;
- esta junção de silício está polarizada inversamente, o que singifica que nas expressões em cima indicadas, o V irá ser substituído por $-V_r$;
- a área da secção transversal da junção pn é de $500\,\mu m \times 500\,\mu m$.

Ora, esta análise vai fazer com que a expressão da capacitância, escrita em cima, fique:

$$C_{dep} = \frac{\epsilon \cdot A}{W} = \frac{A}{(V_0 + V_r)^{0.5}} \left[\frac{e \cdot \epsilon \cdot N_d}{2}\right]^{0.5}$$

Rearranjando esta última equação de forma a podermos traçar p gráfico $\frac{1}{C^2}$ versus V_r, vai-se ter que:

$$\frac{1}{C_{dep}^2} = \frac{2}{A^2 \cdot e \cdot \epsilon \cdot N_d} \cdot (V_0 + V_r) \Leftrightarrow \frac{1}{C_{dep}^2} = \frac{2 \cdot V_0}{A^2 \cdot e \cdot \epsilon \cdot N_d} + \frac{2 \cdot V_r}{A^2 \cdot e \cdot \epsilon \cdot N_d}$$

Portanto, tendo em conta a tabela fornecida no enunciado, obteve-se uma nova com os seguintes valores:

Tabela 2: Valores atualizados de C_{dep}^{-2} para diversos valores da tensão de polarização inversa (V_r)

V_r (V)	1	2	3	5	10	15	20
C_{dep}^{-2} (F)	$6.82 \cdot 10^{20}$	$1.06 \cdot 10^{21}$	$1.43 \cdot 10^{21}$	$2.20 \cdot 10^{21}$	$4.11 \cdot 10^{21}$	$6.01 \cdot 10^{21}$	$7.83 \cdot 10^{21}$

Com auxílio das ferramentas do *Excel*, estruturamos um gráfico através destes valores e obtivemos a respetiva regressão linear, obtendo assim os valores necessários para a obtenção de V_o e N_d.

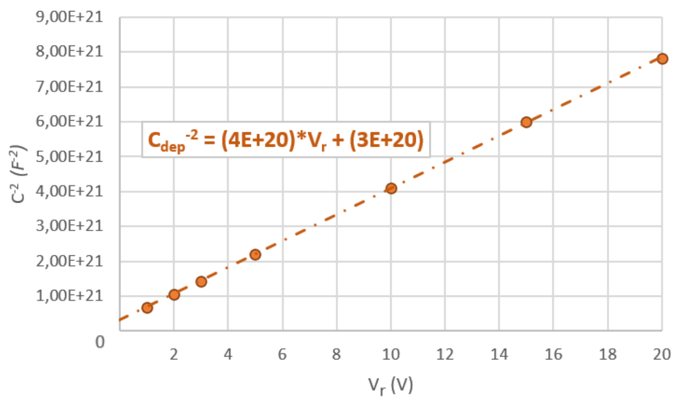


Figura 3: Gráfico da variação de C_{dep}^{-2} em função de V_r e respetiva regressão linear

Tendo em conta o gráfico obtido, tem-se que:

$$\frac{1}{C_{dep}^2} = 4.0 \times 10^{20} \cdot V_r + 3.0 \times 10^{20}$$

Tendo também em conta a equação descrita em cima que relaciona $\frac{1}{C_{dep}^2}$ com V_r, vai-se ter que a concentração de dadores N_d é:

$$\frac{2}{A^2 \cdot e \cdot \epsilon \cdot N_d} = 4.0 \times 10^{20} \Leftrightarrow N_d = \frac{2}{A^2 \cdot e \cdot \epsilon \cdot 4.0 \times 10^{20}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow N_d = \frac{2}{(500 \times 10^{-6})^4 \cdot 1.602 \times 10^{-19} \cdot 1.0532 \times 10^{-10} \cdot 4.0 \times 10^{20}} \Leftrightarrow N_d = 4.742 \times 10^{21} \ m^{-3} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow N_d = 4.742 \times 10^{15} \ cm^{-3}$$

Agora, antes de se calcular o valor de N_a, tem de se calcular o valor do potencial intrínseco V_0. Sabe-se que a reta descrita no gráfico da *figura 3* interceta o eixo das coordenadas com os valores de V_r, quando $V_r = -V_0$ e $\frac{1}{C_{dep}^2} = 0$. Logo, tem-se que:

$$0 = 4.0 \times 10^{20} \cdot V_r + 3.0 \times 10^{20} \Leftrightarrow -4.0 \times 10^{20} \cdot V_r = 3.0 \times 10^{20} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4.0 \times 10^{20} \cdot V_0 = 3.0 \times 10^{20} \Leftrightarrow V_0 = 0.75 \ V$$

Tendo os valores da concentração de dadores N_d e do potencial intrínseco V_0, e considerando que $T = 300\,K$ e $n_i = 1.5 \times 10^{10}\ cm^{-3}$, a concentração de aceitadores N_a vai ser dada por:

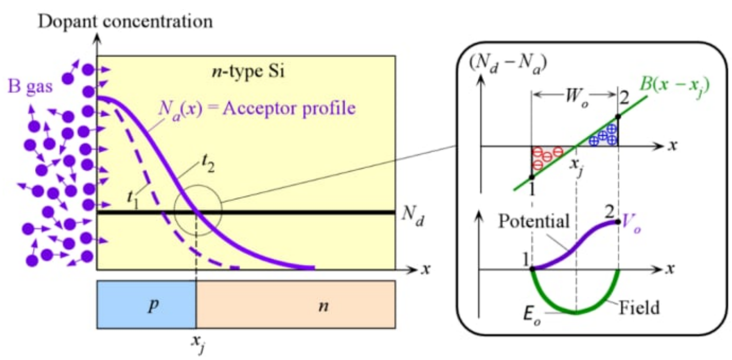
$$V_0 = \frac{kT}{e} \cdot ln\left(\frac{N_a \cdot N_d}{n_i^2}\right) \Leftrightarrow \frac{V_0 \cdot e}{KT} = ln\left(\frac{N_d \cdot N_a}{n_i^2}\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow e^{\frac{V_0 \cdot e}{KT}} = \frac{N_d \cdot N_a}{n_i^2} \Leftrightarrow N_a = \frac{n_i^2 \cdot exp\left(\frac{V_0 \cdot e}{KT}\right)}{N_d} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow N_a = \frac{(1.5 \times 10^{10})^2 \cdot exp\left(\frac{0.75 \cdot 1.602 \times 10^{-19}}{1.38 \times 10^{-23} \cdot 300}\right)}{4.742 \times 10^{15}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow N_a = 1.906 \times 10^{17}\ cm^{-3}$$

Exercício 5 - Junção p-n linearmente calibrada e abrupta



A figura mostra uma **junção linearmente calibrada** de aceitadores (B) numa bolacha de Si tipo n. $N_a(x)$ é o perfil de aceitadores para tempos arbitrários de difusão dos átomos do gás B no silício. Ao fim do tempo t_2 ($> t_1$) as concentrações de dadores e de aceitadores são iguais em $x = x_j$. O processo é terminado para o valor desejado de x_j. A concentração líquida de dopantes é $(N_d - N_a)$, e numa vizinhança de x_j depende linearmente de x: $N_d - N_a = Bx$.

1. Sendo V a tensão aos terminais do dispositivo, mostre que o campo na junção E_{max} e a largura da região de depleção W são dados por: $E_{max} = -\frac{eBW^2}{8\epsilon}$ e $V_0 - V = \frac{eBW^3}{12\epsilon}$.

2. Usando as equações anteriores e $V_0 = \frac{kT}{e} ln(\frac{BW_0}{2n_i})^2$ mostre que ${W_0}^2 = \frac{6\epsilon V_0}{e \cdot n_i \cdot exp(eV_0/2kT)}$

3. Considere uma junção Si p-n calibrada linearmente em que $V_0 = 0.60V$. Quais são B e W_0 para este dispositivo? Quando vale $N_d - N_a$ no final da região de depleção em $x = W_0/2$?

4. Compare os resultados de c) com a largura da camada de depleção e as concentrações de dopantes para o dispositivo de junção abrupta com idêntico valor de $V_0 = 0.60V$.

Resolução do Exercício 5.1

Nesta primeira alínea deste terceiro exercício, é pretendido, que tendo em conta que V é a tensão aplicada aos terminais do dispositivo em questão, se mostre que o campo elétrico máximo na junção seja $E_{max} = -\frac{e \cdot B \cdot W^2}{8 \cdot \epsilon}$ e que a largura da região de depleção W seja dada por $V_0 - V = \frac{e \cdot B \cdot W^3}{12 \cdot \epsilon}$.

Irá se começar pelo campo elétrico máximo na junção. O campo elétrico é gerado devido ao facto de existirem duas regiões de cargas espaciais unidas, tanto negativas como positivas.

Sabe-se pelas equações de Maxwell, que o campo elétrico é dado pela lei de Gauss:

$$\nabla \cdot E = \frac{\rho}{\epsilon} \Rightarrow E(x) = \int \frac{\rho(x)}{\epsilon} dx$$

sendo que ρ é a densidade de carga e ϵ é a permissividade do material. Daí que para calcular o campo elétrico na junção pn irá ser necessário começar por determinar a densidade de carga na junção.

Vai-se começar por considerar que os limites da região de depleção nas regiões p e n vão ser, respetivamente, $-x_p$ e x_n. Ora, olhando para a figura dada no enunciado, repara-se que:

- $-x_p = -\frac{W}{2}$
- $x_n = \frac{W}{2}$

Nas regiões fora e distintas desta região de depleção, a condição de neutralidade irá-se manter (isto de forma a garantir que o semicondutor é eletricamente neutro fora da largura de depleção), o que significa:

$$\rho = e \cdot (p - n + N_d - N_a) = 0$$

Mas dentro da região de depleção, vai ser diferente, pois existe a formação de iões tanto negativos (que aparecem no lado da região p e vão se deslocar para a região tipo n) e de iões positivos (que aparecem nas regiões contrárias). O aparecimento destes iões devem-se ao movimento dos portadores de carga. Estes iões é que irão dar origem à região de cargas espaciais. Ora, daí que dentro desta região vai haver carga, o que por sua vez, implica que haja densidade de carga, por isso:

$$\rho = e \cdot (p - n + N_d - N_a) = q \cdot (N_d - N_a)$$

A igualdade em cima pode ser feita pois está a ser considerado que p e n são desprezáveis quando comparados aos valores de N_d e de N_a.

Sendo que no enunciado do exercício é dito que na vizinhança do ponto central da junção x_j, onde as concentrações de dadores e aceitadores são iguais, a concentração líquida de dopantes $(N_d - N_a)$ é dada por $N_d - N_a = Bx$, então:

$$\rho = e \cdot (N_d - N_a) = e \cdot B \cdot x$$

Logo, tendo então a densidade de carga, através da lei de Gauss descrita em cima, tem-se que:

$$E(x) = \int_{-x_p}^{x} \frac{\rho(x)}{\epsilon} dx \Leftrightarrow E(x) = \int_{-\frac{W}{2}}^{x} \frac{\rho(x)}{\epsilon} dx \Leftrightarrow E(x) = \int_{-\frac{W}{2}}^{x} \frac{e \cdot B \cdot x}{\epsilon} dx \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow E(x) = \frac{e \cdot B}{\epsilon} \int_{-\frac{W}{2}}^{x} x \cdot dx \Leftrightarrow E(x) = \frac{eB}{2\epsilon} \left[-\frac{W^2}{4} + x^2 \right] \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow E(x) = -\frac{eBW^2}{8\epsilon} + \frac{eBx^2}{2\epsilon}$$

Tendo mais uma vez em conta a figura dada no enunciado, repara-se que o campo elétrico é máximo quando se está em x_j. Considerando que x_j é a origem, ou seja, $x_j = 0$, então:

$$E_{max} = -\frac{eBW^2}{8\epsilon}$$

Tendo então o campo elétrico na junção, irá-se calcular a largura da região de depleção W, como pede o exercício. Sabe-se que através de um campo elétrico, obtém-se o gradiente do potencial elétrico, ou seja:

$$E(x) = -\nabla V(x) = -\frac{dV}{dx} \Rightarrow \Delta V = -\int E(x) dx$$

onde ΔV é igual a $V_0 - V$. , considerado quando $x_j = 0$.

Portanto,

$$\Delta V = -\int_{-x_p}^{x} E(x)dx \Leftrightarrow \Delta V = -\int_{-W/2}^{x} \left(-\frac{eBW^2}{8\epsilon} + \frac{eBx^2}{2\epsilon}\right) dx = \frac{eBW^2x}{8\epsilon} - \frac{eBx^3}{6\epsilon} + \frac{eBW^3}{16\epsilon} + \frac{eBW^3}{16\epsilon} \cdot \frac{1}{3} =$$

$$= \frac{eBW^2x}{8\epsilon} - \frac{eBx^3}{6\epsilon} + \frac{eBW^3}{12\epsilon}$$

Como se quer quando $V_0 - V$, então terá que se considerar $x = x_j = 0$, tendo assim que:

$$\Delta V = -\int_{-x_p}^{x_n} E(x)dx \Leftrightarrow \Delta V = -\int_{-W/2}^{W/2} \left(-\frac{eBW^2}{8\epsilon} + \frac{eBx^2}{2\epsilon}\right) dx$$

$$= \frac{eBW^2}{8\epsilon} \cdot \int_{-W/2}^{W/2} dx - \frac{eB}{2\epsilon} \cdot \int_{-W/2}^{W/2} x^2 dx =$$

$$= \frac{eBW^3}{8\epsilon} - \frac{2eBW^3}{6 \cdot \epsilon \cdot 8} = \frac{3eBW^3}{24\epsilon} - \frac{eBW^3}{24\epsilon} =$$

$$= \frac{eBW^3}{12\epsilon}$$

Resolução do Exercício 5.2

Nesta segunda alínea deste exercício P5, é pedido que através das equações obtidas na alínea anterior e utilizando a equação $V_0 = \frac{kT}{e} \cdot ln\left(\frac{BW_0}{2n_i}\right)^2$, se obtenha a equação:

$$W_0^2 = \frac{6\epsilon V_0}{en_i exp(eV_0/2kT)}$$

Começando pela equação dada no enunciado desta 2ª alínea, viu-se que:

$$V_0 = \frac{kT}{e} ln\left(\frac{BW_0}{2n_i}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{V_0e}{kT} = ln\left(\frac{BW_0}{2n_i}\right)^2 \Leftrightarrow \left(\frac{V_0e}{kT}\right)^{1/2} = ln\left(\frac{BW_0}{2n_i}\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{BW_0}{2n_i} = exp\left(\frac{V_0e}{2kT}\right) \Leftrightarrow W_0 = \frac{2n_i}{B} exp\left(\frac{V_0e}{2kT}\right)$$

Não se sabe o valor de B, daí que foi necessário recorrer a uma equação dada no enunciado anterior, que relaciona o potencial intrínseco com este valor de B:

$$V_0 - V = \frac{eBW^3}{12\epsilon}$$

Vai-se considerar, que para esta alínea, não existe tensão V aplicada aos terminais do dispositivo em questão. Ora, isso vai implicar que:

$$V_0 = \frac{eBW_0^3}{12\epsilon} \Leftrightarrow B = \frac{12 \cdot V_0 \cdot \epsilon}{eW_0^3}$$

Portanto, substituindo este valor de B na equação em cima tem-se que:

$$W_0 = \frac{2n_i}{B} \cdot exp\left(\frac{V_0e}{2kT}\right) \Leftrightarrow W_0 = \frac{2n_i}{\frac{12V_0\epsilon}{eW_0^3}} \cdot exp\left(\frac{V_0e}{2kT}\right) \Leftrightarrow W_0 = \frac{2n_ieW_0^3}{12V_0\epsilon} \cdot exp\left(\frac{V_0e}{2kT}\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{W_0}{W_0^3} = \frac{2n_ie}{12V_0\epsilon} \cdot exp\left(\frac{V_0e}{2kT}\right) \Leftrightarrow W_0^{-2} = \frac{2n_i}{12V_0\epsilon} \cdot exp\left(\frac{V_0e}{2kT}\right) \Leftrightarrow W_0^2 = \frac{6\epsilon V_0}{en_i exp\left(\frac{V_0e}{2kT}\right)}$$

Resolução do Exercício 5.3

Nesta terceira alínea, é pedido para considerar uma junção Si calibrada linearmente em que $V_0 = 0.60V$. Quer se calcular os valores de B, de W_0 e de $N_d - N_a$, no final da região de depleção em $x = W_0/2$.

Tendo, na alínea anterior, determinado as equações que permitem calcular os valores de B e de W_0, vai se ter que (está-se a considerar que $T = 300K$):

$$W_0^2 = \frac{6\epsilon V_0}{en_i exp\left(\frac{V_0 e}{2kT}\right)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow W_0^2 = \frac{6 \cdot 1.036 \times 10^{-12} \cdot 0.60}{1.602 \times 10^{-19} \cdot 1.5 \times 10^{10} \cdot exp(0.60 \cdot 1.602 \times 10^{-19}/2 \cdot 1.38 \times 10^{-23} \cdot 300)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow W_0 \approx 0.000119\, cm$$

$$B = \frac{12\epsilon V_0}{eW_0^3} \Leftrightarrow B = \frac{12 \cdot 1.036 \times 10^{-12} \cdot 0.60}{1.602 \times 10^{-19} \cdot 0.000119^3} \Leftrightarrow B \approx 2.763 \times 10^{19}\, cm^{-4}$$

Tendo agora o valor de B e sabendo que $N_d - N_a = Bx$, onde x vai ser igual a $W_0/2$, então tem-se que o valor da concentração líquida de dopantes:

$$N_d - N_a = Bx \Leftrightarrow N_d - N_a = B \cdot W_0/2 \Leftrightarrow N_d - N_a = 2.763 \times 10^{19} \cdot \frac{0.000119}{2} \Leftrightarrow N_d - N_a \approx 2.625 \times 10^{15}\, cm^{-3}$$

Resolução do Exercício 5.4

Até agora falou-se que o dispositivo, que está a ser usado, se tratava de uma *junção pn linearmente calibrada*, onde se tem que a distribuição das impurezas vai variar linearmente através da mesma. Ora, também se viu que efetivamente, a largura da região de depleção era dada pela seguinte equação e que quando $V_0 = 0.60V$ acontecia que W_0 era dado também pelo seguinte valor:

$$W_0^2 = \frac{6\epsilon V_0}{e \cdot n_i \cdot exp(eV_0/2kT)} \Rightarrow W_0(V_0 = 0.60V) \approx 0.000119\, cm$$

Mas nesta última alínea deste terceiro exercício, é pedido para calcular esta largura para o mesmo potencial intrínseco ($V_0 = 0.60V$), para uma *junção pn abrupta*. Aqui, ao contrário de anteriormente, a distribuição de impurezas na junção pode ser aproximada de forma a obter-se uma transição abrupta entre as concentrações de dopagem entre as regiões dos tipos n e p. A largura da região de depleção W_0 vai ser dada por:

$$W_0 = \left(\frac{2\epsilon}{e}\left(\frac{N_a + N_d}{N_a N_d}\right) V_0\right)^{1/2}$$

Olhando para esta última equação verifica-se que não se sabe os valores de N_a e de N_d. Daí que foi necessário voltar a analisar o enunciado e verificou-se que se tinha o seguinte: *"Ao fim de tempo t_2, as concentrações de dadores e aceitadores são iguais em $x = x_j$"*. Considerando então esta situação, vai-se ter que $N_a \approx N_d \approx N$, sendo por isso que:

$$W_0 = \left(\frac{2\epsilon}{e}\left(\frac{N_a + N_d}{N_a N_d}\right) V_0\right)^{1/2} \Leftrightarrow W_0 = \left(\frac{2\epsilon}{e}\left(\frac{2N}{N^2}\right) V_0\right)^{1/2} \Leftrightarrow W_0 = \left(\frac{2\epsilon}{e} \cdot \frac{2}{N} V_0\right)^{1/2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow W_0 = \left(\frac{4 \cdot \epsilon \cdot V_0}{e \cdot N}\right)^{1/2}$$

É necessário agora descobrir o valor de N. Para isso, sendo que se está a falar numa junção pn abrupta, o potencial intrínseco vai ser dado por:

$$V_0 = \frac{kT}{e} \cdot ln\left(\frac{N_a N_d}{n_i^2}\right)$$

Tendo em conta as considerações feitas anteriormente, então:

$$V_0 = \frac{kT}{e} \cdot ln\left(\frac{N_a N_d}{n_i^2}\right) \Leftrightarrow V_0 = \frac{kT}{e} \cdot ln\left(\frac{N^2}{n_i^2}\right) \Leftrightarrow \frac{V_0 e}{kT} = ln\left(\frac{N}{n_i}\right)^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{V_0 e}{kT}\right)^{1/2} = ln\left(\frac{N}{n_i}\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{V_0 e}{2kT} = ln\left(\frac{N}{n_i}\right) \Leftrightarrow \frac{N}{n_i} = exp\left(\frac{V_0 e}{2kT}\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow N = n_i \cdot exp\left(\frac{V_0 e}{2kT}\right) \leftrightarrow N = 1.50 \times 10^{10} \cdot exp\left(\frac{0.60 \cdot 1.602 \times 10^{-19}}{2 \cdot 1.38 \times 10^{-23} \cdot 300}\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow N \approx 1.6508 \times 10^{15}\, cm^{-3}$$

Antes de se calcular o valor de W_0, irão ser analisados os valores obtidos para as concentrações de dopantes no dispositivos para as diferentes junções. Verifica-se que para a junção pn abrupta, estas concentrações apenas dependem da concentração intrínseca e de um exponencial, que relaciona a temperatura com o potencial intrínseco. Para a junção pn linearmente calibrada, verifica-se que estas concentrações de dopantes são lineares, ou seja, apenas dependem do valor de x (ou seja, da posição na região de depleção que se está a considerar) e do valor do B, da concentração líquida de dopantes. Portanto, só pela a análise das equações, espera-se que os valores das concentrações dos dopantes sejam menores nas junções abruptas do que nas junções linearmente calibradas, que é efetivamente o que acontece em cima.

Calculando agora o valor da largura da região de depleção W_0 para a junção pn abrupta:

$$W_0 = \left(\frac{4 \cdot \epsilon \cdot V_0}{e \cdot N}\right)^{1/2} \Leftrightarrow W_0 = \left(\frac{4 \cdot 1.036 \times 10^{-12} \cdot 0.60}{1.602 \times 10^{-19} \cdot 1.6508 \times 10^{15}}\right)^{1/2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow W_0 = 9.4021 \times 10^{-9}\, cm$$

Ao contrário do que se verifica para as concentrações dos dopantes, aqui, na largura da região de cargas espaciais, para a junção pn abrupta é muito menor quando comparada com a da junção pn linearmente calibrada.

Exercício 9 - O efeito da iluminação no desempenho da célula solar

Uma célula solar sob iluminação $AM1.5$ tem uma corrente de curto-circuito, $I_{SC} = 50mA$, e uma tensão de circuito aberto, $V_{OC} = 0.65V$. Quais são a corrente de curto-circuito e a tensão de circuito aberto quando a intensidade da luz é reduzida pela metade? (Assuma o fator de idealidade do díodo, $\eta = 1$).

Resolução do Exercício 9

Neste exercício, como os valores da corrente e tensão são aqueles que se pretende alcançar, considerou-se a equação apresentada na aula do comportamento $I - V$ geral de uma célula solar quando sujeita a iluminação, tendo em conta a corrente (correspondente ao fluxo dos portadores) provocada pela fonte de luz, I_{ph}, comummente conhecida por *fotocorrente*:

$$I = -I_{ph} + I_0 \cdot \left[exp\left(\frac{e \cdot V}{\eta \cdot k \cdot T}\right) - 1\right]$$

O segundo termo da soma corresponde, portanto, à corrente da junção, onde se encontram presentes a corrente de saturação reversa, I_0, e a tensão na saída da junção pn (que ilustra a célula solar), V. Na situação de circuito aberto, desenvolvido entre os terminais da célula solar, considera-se que $I = 0A$, pelo que a fotocorrente gerará a tensão fotovoltaica V_{OC} suficiente para produzir a corrente da junção. Nestas condições, a expressão acima fica da forma:

$$I_{ph} = I_0 \cdot \left[exp\left(\frac{e.V_{OC}}{\eta.k.T}\right) - 1\right]$$

Tendo em conta que $V_{OC} \gg \frac{\eta.k.T}{e}$, pode-se reorganizar a expressão anterior de forma a retirar V_{OC} do exponencial, tendo em conta que o termo "-1"normalmente é desconsiderado quando comparado com os outros termos e se nos encontrarmos em situações em que a tensão é acima de $100mV$, colocando-a como:

$$\frac{I_{ph}}{I_o} + 1 = exp\left(\frac{e \cdot V_{OC}}{\eta \cdot k \cdot T}\right) \Leftrightarrow \ln\left(\frac{I_{ph}}{I_o} + 1\right) = \frac{e \cdot V_{OC}}{\eta \cdot k \cdot T} \Leftrightarrow \ln\left(\frac{I_{ph}}{I_o}\right) \approx \frac{e \cdot V_{OC}}{\eta \cdot k \cdot T}$$

$$\Leftrightarrow V_{OC} = \frac{\eta.k.T}{e} \cdot \ln\left(\frac{I_{ph}}{I_o}\right)$$

Neste momento, conseguiu-se obter uma expressão para V_{OC}, no entanto é necessário incluir igualmente o conceito da corrente de curto-circuito, I_{SC}.

Uma vez que I_{ph} é proporcional à intensidade da luz incidida (I), temos que $I_{ph} = K \cdot \mathsf{I}$, onde K é uma constante que depende do dispositivo, logo a expressão da tensão de circuito aberto fica:

$$V_{OC} = \frac{\eta.k.T}{e} \cdot \ln \frac{K.\mathsf{I}}{I_o}$$

Assim, a variação da tensão descrita no enunciado quando variada a intensidade da luz pode ser representada por:

$$V_{OC_2} - V_{OC_1} = \frac{\eta.k.T}{e} \cdot \left[\ln \frac{K.\mathsf{I}_2}{I_o} - \ln \frac{K.\mathsf{I}_1}{I_o}\right] \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow V_{OC_2} = V_{OC_1} + \frac{\eta.k.T}{e} \cdot \ln\left(\frac{\mathsf{I}_2}{\mathsf{I}_1}\right)$$

De acordo com o livro escrito por Safa Kasap, uma iluminação $AM1.5$ é estudada a uma temperatura ambiente, considerada nos exercícios anteriores como $T = 300K$. Pelo enunciado, tem-se que:

$$\mathsf{I}_2 = \frac{1}{2} \cdot \mathsf{I}_1 \Rightarrow V_{OC_2} = 0.65 + \frac{1 \cdot 1.38 \times 10^{-23} \cdot 300}{1.602 \times 10^{-19}} \cdot \ln(\frac{1}{2}) \Leftrightarrow V_{OC_2} = 0.63\ V$$

A obtenção da corrente de *curto-circuito* é obtida tendo em conta que a fonte luminosa é a única responsável pela geração de corrente, ou seja, a corrente num curto-circuito está diretamente relacionada com a fotocorrente, levando a:

$$\frac{I_{SC_2}}{I_{SC_1}} = \frac{-I_{ph_2}}{-I_{ph_1}} \Leftrightarrow \frac{I_{SC_2}}{I_{SC_1}} = \frac{\mathsf{I}_2}{\mathsf{I}_1} \Leftrightarrow I_{SC_2} = I_{SC_1} \cdot \frac{\mathsf{I}_2}{\mathsf{I}_1} \Leftrightarrow I_{SC_2} = 50 \times 10^{-3} \cdot \frac{1}{2} \Leftrightarrow I_{SC_2} = 25\ mA$$

Exercício 10 - A resistência em série

A resistência em série causa uma queda de tensão quando uma corrente é extraída de uma célula solar. Se V for a tensão real na saída da célula solar (medida pelo utilizador), então a tensão no díodo é $V - I \cdot R_S$. Baseado no diagrama do circuito equivalente, trace os gráficos de I vs V para uma célula solar de Si com $\eta = 1.5$ e $I_0 = 3 \times 10^{-6} mA$ para uma iluminação que gera na célula $I_{ph} = 10mA$, para os valores de $R_S = 0$, 20 e 50Ω.

Comente os resultados em termos do desempenho da célula solar.

Resolução do Exercício 10

A representação gráfica $I-V$ de uma célula solar real não corresponde exatamente à de uma célula solar ideal, graças a perdas elétricas adicionais. Estas perdas podem ser representadas pela adição de resistências ao circuito fotovoltaico.

Ao longo das aulas, duas resistências foram essencialmente abordadas: *series resistance*, R_s, e *shunt resistance*, R_p.

A ilustração que se segue, apresentada na aula, representa o circuito de uma célula solar tendo em conta a existência destas resistências adicionais:

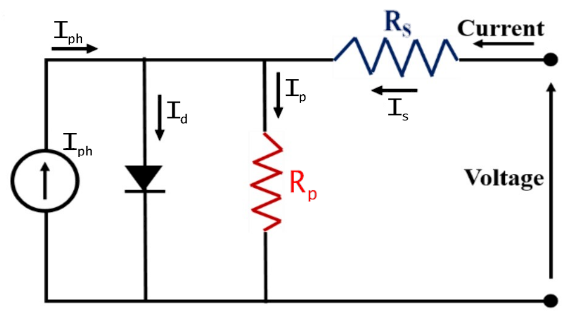


Figura 4: Diagrama do circuito equivalente de uma célula solar, tendo em conta a *series resistance*, Rs , e *shunt resistance*, R_{Sh}

Neste exercício estudou-se o comportamento e efeito da primeira resistência.

A resistência em série é introduzida pelo "caminho" dos eletrões na região de superfície da camada n da junção até aos elétrodos. Quanto mais estreitos forem os elétrodos, maior será o valor da resistência associada. Existe também uma resistência em série gerada pela região de superfície da camada p, no entanto esta é muito pequena quando comparada com a anterior.

Tal como indicado no enunciado, a resistência em série dá origem a uma queda de tensão, impedindo que a tensão ideal fotovoltaica (relacionada com a fotocorrente e com a corrente do díodo) se desenvolva na saída da junção quando uma corrente é extraída (circuito fechado).

Tendo em conta a expressão da corrente total que fornecida pelo circuito da célula solar, utilizada no exercício anterior:

$$I = -I_{ph} + I_0 \cdot \left[exp\left(\frac{e \cdot V}{\eta \cdot k \cdot T}\right) - 1\right]$$

Com a adição do conceito da resistência em série, a tensão ideal, V, é substituída por $V - I \cdot R_S$:

$$I = -I_{ph} + I_0 \cdot \left[exp\left(\frac{e \cdot (V - I \cdot R_S)}{\eta \cdot k \cdot T}\right) - 1\right]$$

Reorganizando esta expressão, conseguimos obter a relação $I - V$ tendo em conta R_S:

$$I = -I_{ph} + I_0 \cdot \left[exp\left(\frac{e \cdot (V - I \cdot R_S)}{\eta \cdot k \cdot T}\right) - 1\right] \Leftrightarrow \frac{I + I_{ph}}{I_0} + 1 = exp\left(\frac{e \cdot (V - I \cdot R_S)}{\eta \cdot k \cdot T}\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \ln\left(\frac{I + I_{ph}}{I_0} + 1\right) \cdot \frac{\eta \cdot k \cdot T}{e} = V - I \cdot R_S \Leftrightarrow V = \ln\left(\frac{I + I_{ph}}{I_0} + 1\right) \cdot \frac{\eta \cdot k \cdot T}{e} + I \cdot R_S$$

Substituindo as variáveis pelos valores fornecidos no enunciado, e considerando que nos encontramos numa situação em temperatura ambiente, a expressão anterior fica:

$$V = \ln\left(\frac{I + 10 \times 10^{-3}}{3 \times 10^{-9}} + 1\right) \cdot \frac{1.5 \cdot 1.38 \times 10^{-23} \cdot 300}{1.602 \times 10^{-19}} + I \cdot R_S$$

Conseguiu-se, assim, obter a equação necessária para a criação dos gráficos de I vs V para diferentes R_S, obtidos com apoio do programa *MATLAB*:

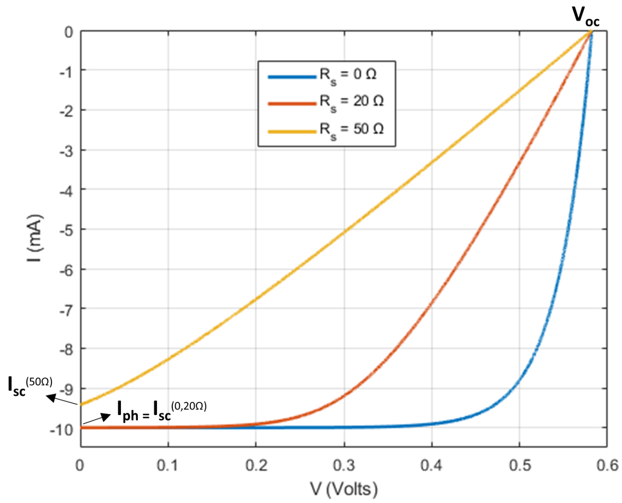


Figura 5: Gráficos de I vs V para diferentes R_S

Deste gráfico, aferiu-se que, à medida que o valor de R_S aumenta, a inclinação da variação em torno do valor de V_{OC} diminui. De facto, para $I = 0mA$, temos que $V = V_{OC}$, independentemente do valor da resistência considerado.

Para o maior valor de R_S, observou-se uma limitação na corrente de curto-circuito, I_{SC}, contrária à situação dos restantes valores de R_S em que coincide com o valor de I_{ph}. Tendo em conta a expressão da eficiência de conversão de energia, PCE, considerando o valor de Fill factor,FF, que corresponde à razão entre a potência máxima obtida, e o produto $V_{OC} \cdot I_{SC}$:

$$PCE = \frac{V_{OC} \cdot I_{SC} \cdot FF}{P_{light}}$$

Concluiu-se que, em termos de desempenho, o aumento de R_S provocou uma redução da potência máxima alcançada e, consequentemente, uma diminuição na eficiência da célula solar.
De facto, o maior impacto desta resistência incide no valor de FF, inversamente proporcional ao aumento de R_S.

O melhor desempenho obteve-se quando $R_S = 0\Omega$, caso representativo de uma célula solar ideal.

Exercício 11 - A resistência em paralelo (shunt)

Considere a resistência *shunt* R_p de uma célula solar. Sempre que houver uma tensão V aos terminais da célula solar, a resistência *shunt* atrai uma corrente V/R_p. Baseado no diagrama do circuito equivalente, trace os gráficos de I vs V para uma célula solar de Si com $\eta = 1.5$ e $I_0 = 3 \times 10^{-6} mA$ para uma iluminação que gera na célula $I_{ph} = 10mA$, para os valores de $R_p = \infty$, 1000, 100Ω.

Comente os resultados em termos do desempenho da célula solar.

Resolução do Exercício 11

Continuando o assunto do exercício anterior, abordou-se o efeito da segunda resistência, a *shunt resistance*, R_p, colocada em paralelo com o díodo (representação da junção *pn* da célula solar):

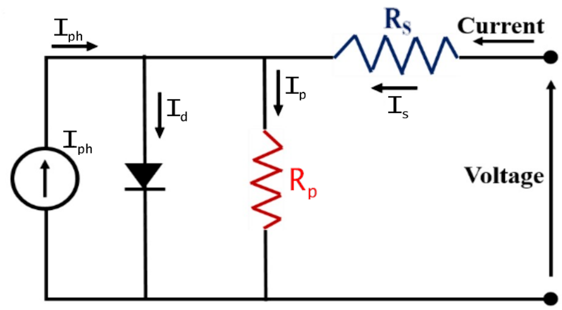


Figura 6: Diagrama do circuito equivalente de uma célula solar, tendo em conta a *series resistance*, Rs , e *shunt resistance*, R_p

A existência desta resistência devesse maioritariamente à existência de defeitos de fabricação, fazendo com que uma fração pequena de portadores fotogerados fluam através das bordas/superfície do dispositivo ao invés de alcançarem a carga final externa, desviando assim a fotocorrente ao criar um "caminho" alternativo de corrente. Consequentemente, a quantidade de corrente que flui através da junção *pn* será menor, assim como a tensão da célula solar.

O efeito de uma resistência R_p é particularmente relevante em situações de baixos níveis de luminosidade, onde a corrente gerada pela luz será menor e, dessa forma, o desvio da corrente pela resistência será mais sentido. Mesmo assim, na prática, R_p tem um efeito menor que R_S.

A expressão referente às características $I - V$ do circuito sujeito a iluminação terá de ter em conta a resistência em paralelo com o díodo, o que implica que ambos estarão sujeitos à mesma tensão ($V_d = V_{R_p} = V$), ficando:

$$I = -I_{ph} + I_0 \cdot \left[exp\left(\frac{e \cdot V}{\eta \cdot k \cdot T}\right) - 1\right] + \frac{V}{R_p}$$

Com recurso ao MATLAB, e utilizando a expressão acima variando o valor de R_p para os estipulados no enunciado, obtemos o seguinte gráfico $I - V$:

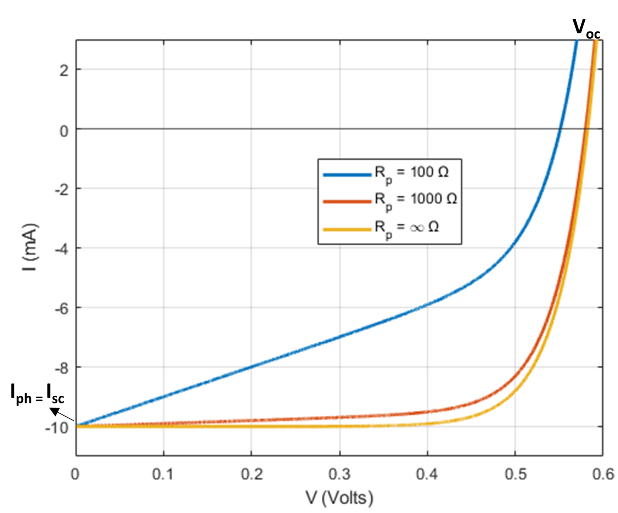


Figura 7: Gráficos de I vs V para diferentes R_p

Deste gráfico, aferiu-se que o aumento de R_p provocou um aumento de V_{OC}, enquanto manteve o valor de I_{SC}, contrário ao observado no exercício 10 com a variação de R_s.

Recorrendo novamente à expressão da eficiência de conversão de energia:

$$PCE = \frac{V_{OC} \cdot I_{SC} \cdot FF}{P_{light}}$$

Daqui se conclui que, em termos de desempenho, o aumento de R_p provocou o aumento da potência máxima alcançada e, consequentemente, uma maior eficiência do circuito em estudo.

O melhor desempenho obteve-se quando $R_S = \infty\Omega$, caso representativo de uma célula solar ideal. No entanto, é visível que, para valores elevados de R_p, o desempenho já é praticamente o mais elevado, razão pela qual os gráficos para $R_p = 1000\Omega$ e para $R_p = \infty\Omega$ se encontram bastante próximos.