


<p style="text-align: center;">Óptica – LF – 2011/2012 Exame Recurso, 12/7/2011</p> <p>Nome: _____ Número: _____</p>	 <p>Departamento de Física Escola de Ciências Universidade do Minho</p>
--	--

**Respostas breves. Justifique.**

1. Uma onda electromagnética monocromática plana inicialmente a propagar-se em ar incide num dieléctrico isotrópico, linear e sem absorção ( $n = 1.562$ ; luz incide na vertical, dieléctrico na horizontal), com um ângulo de incidência de  $20^\circ$ . No ar pode ser descrita por:

$$\vec{E} = 250 \text{ (V/m)} \hat{i} e^{i(3.693 \times 10^{15} \text{ (rad/s)} t - 1.232 \times 10^7 \text{ (rad/m)} z + \pi/4)}.$$

- a) Qual o comprimento de onda (no vácuo), frequência (Hz) e polarização ? (1 V)
- b) Escreva uma expressão para a indução magnética no ar. (1 V)
- c) Quais as amplitudes dos campos eléctricos da radiação incidente, refletida e transmitida ? (1 V)
- d) Qual a refletância e transmitância ? (1 V)

**Soluções**

a) Polarização linear (apenas componente segundo x). Propagação segundo z.

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega = 3.693 \times 10^{15} \text{ (rad/s)} \\ k_0 = 1.232 \times 10^7 \text{ (rad/m)} \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} \nu = 5.87759 \times 10^{14} \text{ (Hz)} \\ \lambda_0 = n\lambda = 510.0 \text{ (nm)} \end{array} \right.$$

b)

$$\vec{B} = \frac{1}{c} \hat{s} \times \vec{E} = \frac{250 \text{ (V/m)}}{c \text{ (m/s)}} \hat{j} e^{i(3.693 \times 10^{15} \text{ (rad/s)} t - 1.232 \times 10^7 \text{ (rad/m)} z + \pi/4)}.$$

c) Critico: identificar campo eléctrico como apenas componente perpendicular (ao plano de incidência;  $\perp$  ou  $\pi$ ).

$$\left\{ \begin{array}{l} n = 1 \\ n' = 1.562 \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} \theta = 20^\circ \\ \theta' = 13.18^\circ \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} \rho_\perp = -0.237197 \\ \tau_\perp = 0.762803 \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} E'_0 = 195.8 \text{ (V/m)} \\ E''_0 = 54.25 \text{ (V/m)} \end{array} \right.$$

d)

$$\left\{ \begin{array}{l} R_\perp = 5.63 \% \\ T_\perp = 94.37 \% \end{array} \right.$$

2. Motivação: lente *telefoto*, um esquema popular para objetivas fotográficas. Uma objectiva fotográfica numa jamais em tempo algum é uma lente. O que quer então realmente dizer uma afirmação do tipo: “uma telefoto de 300 mm” ?

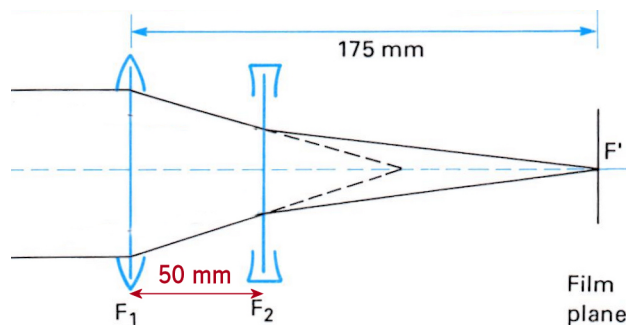
A figura mostra uma *telefoto*. As potências das lentes são  $+10.00\text{ D}$  e  $-12.00\text{ D}$  (em dioptrias;  $1\text{ D} = 1\text{ m}^{-1}$ ). A figura mostra a focagem no plano do sensor electrónico de um objeto no infinito.

Uma lente positiva em ar é mais grossa no centro; costuma representar-se por  $\uparrow$ . Uma lente negativa, bem você sabe ...

a) Qual a potencia refractiva desta telefoto ? E qual a distância focal equivalente ? (1 V)

b) Calcule a localização dos planos principais. Desenhe a lente e os planos principais. (1.5 V)

c) Faça o traçado de raios para a formação da imagem de um objeto a duas vezes a distância focal equivalente, à esquerda do plano principal do lado do objeto. Use os *planos principais* para o traçado de raios (e não as duas lentes físicas; usando os planos principais fica mais simples e mais informativo). (1.5 V)



### Soluções

$f_1 = +100 \quad f_2 = -120$

a)  $P_{\text{systema}} = P_1 + P_2 - \frac{P_1 P_2 d}{n_b}$

$n_b = 1$

$d = 0.050\text{ m}$

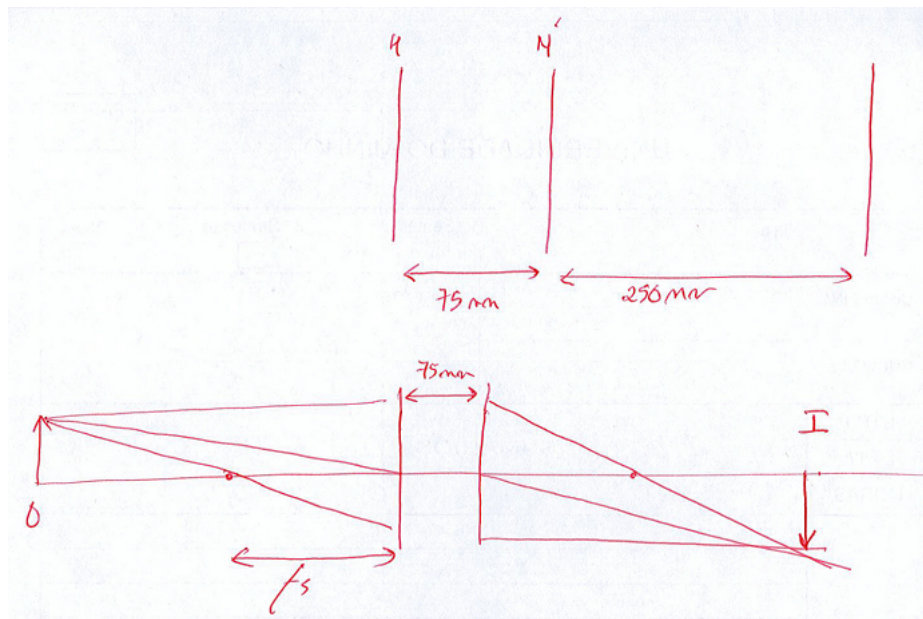
$P_s = P_1 + P_2 - P_1 P_2 d = 4\text{ D}$

$D = \frac{P_2 d}{-P_s} = 150\text{ mm}$

$D' = \frac{P_1 d}{-P_s} = -125\text{ mm}$

$f_s = 250\text{ mm}$

h)

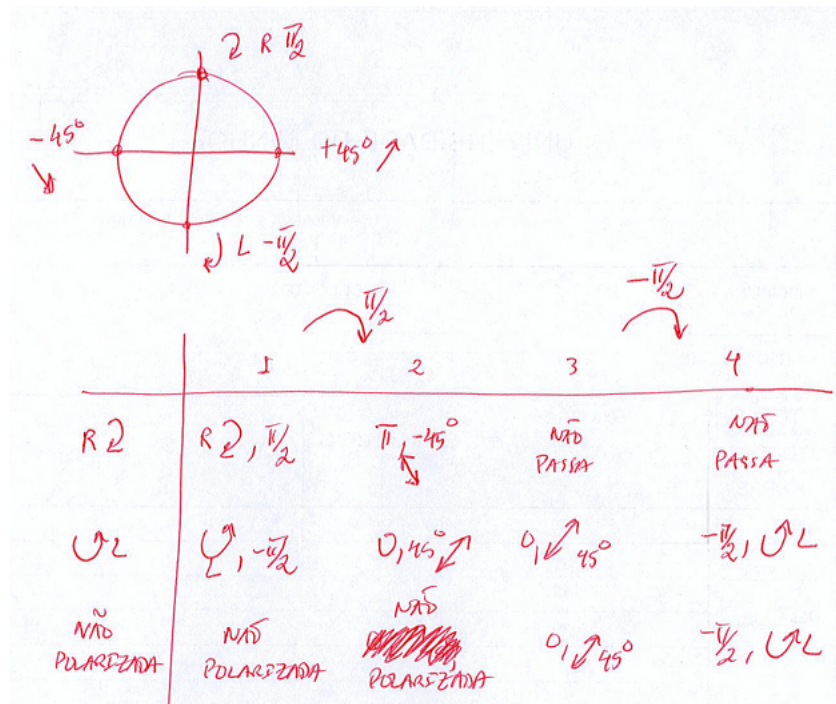
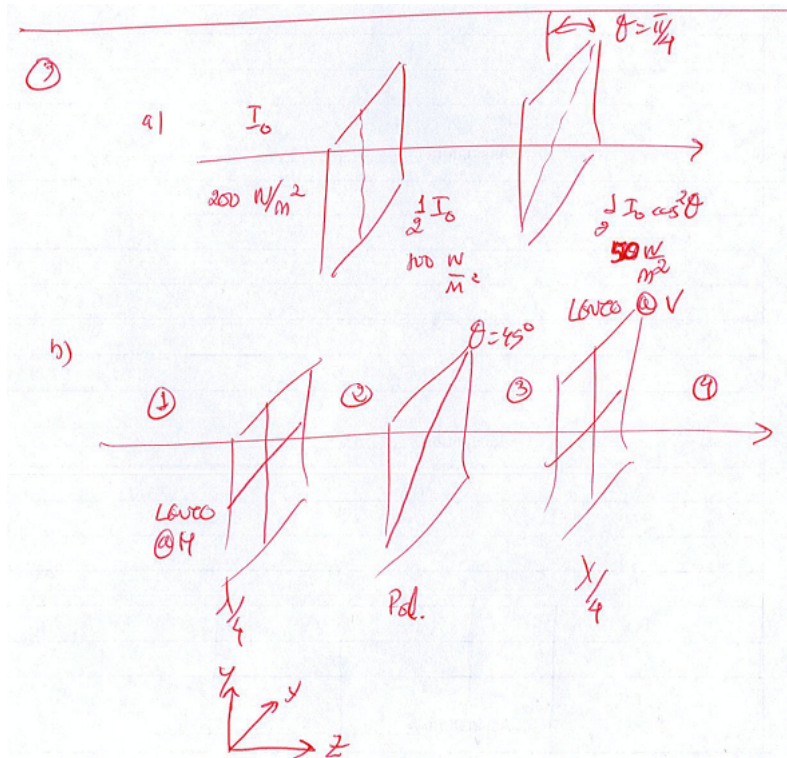


**3.** Polarizadores, lâminas de quarto de onda e polarização da radiação.

a) Tem 2 polarizadores dicróicos ideais (tipo polaroid), com eixos de transmissão na vertical (1º polarizador) e a  $45^\circ$  com a vertical (2º). No 1º polarizador incide radiação não polarizada com  $200 \text{ W/m}^2$  (irradiância; valor médio de Poynting). Qual a irradiância após o 1º e o 2º polarizadores ? (1 V)

b) Tem uma *sandes* formada por 3 componentes óticos. Por ordem, uma lâmina de quarto de onda com eixo lento na horizontal, um polarizador linear dicróico com eixo de transmissão a  $45^\circ$  com a vertical (eixo para a direita, quando visto *de frente*), e outra lâmina de quarto de onda, desta vez com eixo lento na vertical. O que acontece após cada camada da *sandes*, quando incide radiação com polarização circular direita, esquerda e radiação não polarizada ? Para que pode servir esta *sandes* ? (2 V)

### Soluções





4. Motivação: revestimentos antireflexo. Tem um material de  $\text{ZnO}_2$  de índice de refração 2.21, no qual quer fazer incidir radiação inicialmente a propagar-se em ar. É coberto de um antireflexo de  $\text{MgF}_2$  ( $n = 1.38$ ), otimizado para 550 nm. Admita incidência normal.

a) Qual a refletência, sem antireflexo ? (1 V)

b) O antireflexo deve a sua ação à interferência (ou seja, à coerência da radiação que sofre reflexões múltiplas no filme antireflexo). Imagine que não há coerência entre reflexões sucessivas no  $\text{MgF}_2$  (para isto o filme de  $\text{MgF}_2$  tem de ter espessura superior ao comprimento de coerência da radiação; não se preocupe com a forma como isto é garantido). Qual a refletância do sistema ar| $\text{MgF}_2$ | $\text{ZnO}_2$ , nestas condições ? (1.5 V)

c) Qual a espessura do antireflexo (admitindo coerência completa) ? (1 V)

d) Qual a refletância do sistema ar| $\text{MgF}_2$ | $\text{ZnO}_2$ , com coerência completa no  $\text{MgF}_2$  ? (1.5 V)

### Soluções

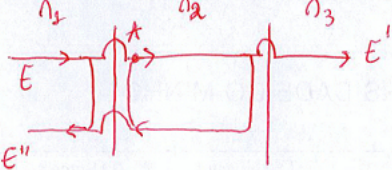
a)

AR		$\text{ZnO}_2$	vs.	AR		$\text{MgF}_2$		$\text{ZnO}_2$
$n_1 = 1$		$n_3 = 2.21$		$n_1 = 1$		$n_2 = 1.38$		$n_3 = 2.21$

$$\rho = \pm \frac{n_3 - n_1}{n_3 + n_1} = 0.376947$$

$$R = |\rho|^2 = 0.14289$$

b)



$$\begin{cases} I_A = T_{12} I + R_{23} R_{21} I_A \Leftrightarrow I_A = \frac{T_{12}}{1 - R_{21} R_{23}} I \\ I'' = R_{12} I + T_{21} T_{21} I_A \Leftrightarrow I'' = \left[ R_{12} + \frac{T_{12} T_{21} R_{23}}{1 - R_{21} R_{23}} \right] I \end{cases}$$

$$R = R_{12} + \frac{R_{23} T_{12} T_{21}}{1 - R_{21} R_{23}}$$

$$\rho = \pm \frac{n' - n}{n + n'}$$

$$Z = \frac{2n}{n + n'}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{12} = \left( \frac{n_2 - n_1}{n_1 + n_2} \right)^2 = 2.54925 \times 10^{-2} \\ R_{23} = \left( \frac{n_3 - n_2}{n_2 + n_3} \right)^2 = 5.34524 \times 10^{-2} \\ R_{21} = R_{12} \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} T_{12} = \left( \frac{2n_1}{n_1 + n_2} \right)^2 \frac{n_2}{n_1} \\ T_{21} = \left( \frac{2n_2}{n_1 + n_2} \right)^2 \frac{n_1}{n_2} \end{array} \right.$$

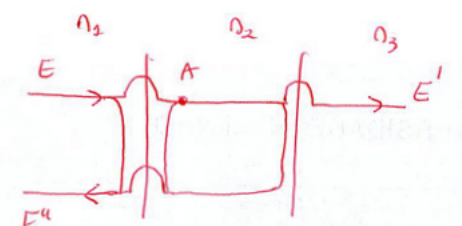
$$\left\{ \begin{array}{l} T_{12} = \frac{4 n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2} = 0.74507 \times 10^{-1} \\ T_{21} = T_{12} \end{array} \right.$$

$\therefore$

$$R = 7.63936 \times 10^{-2} = 7.64 \%$$

$$c) \quad \beta_2 = \frac{2\pi n_2 d_2}{\lambda_0} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{d_2}{\lambda} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{\lambda}{4} = \frac{\lambda_0}{4 n_2} ; \quad \lambda = 398.551 \text{ nm}$$

d)



$$\left\{ \begin{array}{l} E_A = Z_{12} E + \rho_{21} \rho_{23} e^{-i2\beta} E_A \Leftrightarrow E_A = \frac{Z_{12}}{1 - \rho_{21} \rho_{23} e^{-i2\beta}} E \\ E'' = \rho_{12} E + Z_{21} \rho_{23} e^{-i2\beta} E_A = \left[ \rho_{12} + \frac{Z_{21} Z_{21} \rho_{23} e^{-i2\beta}}{1 - \rho_{21} \rho_{23} e^{-i2\beta}} \right] E \end{array} \right.$$

$$\rho = \frac{E''}{E} = \frac{\rho_{12} + \rho_{23} e^{-i2\beta}}{1 + \rho_{12} \rho_{23} e^{-i2\beta}} = \frac{\rho_{12} - \rho_{23}}{1 - \rho_{12} \rho_{23}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_{12} = \pm \frac{n_2 - n_1}{n_1 + n_2} \\ \rho_{23} = \pm \frac{n_3 - n_2}{n_2 + n_3} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} n_1 = 1.0 \\ n_2 = 1.38 \\ n_3 = 2.22 \end{array} \right.$$

$$R = |\rho|^2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_{12} = \pm 1.59664 \times 10^{-1} \\ \rho_{23} = \pm 2.31998 \times 10^{-1} \end{array} \right.$$

$$\rho = \pm 7.42757 \times 10^{-2}$$

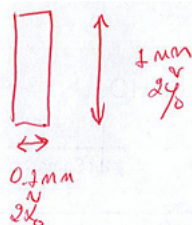
$$R = |\rho|^2 = 5.51688 \times 10^{-3} = 0.55\%$$

5. Difração no modelo de Kirchhoff-Fraunhofer de uma abertura retangular de 1 mm de altura por 0.1 mm de largura. Observação do padrão a 1 m do plano da abertura, sem lente. Radiação de laser He-Ne de 633 nm (vácuo).

a) Qual o tamanho do padrão de difração (diga como escolheu definir esse tamanho)? (1.5 V)

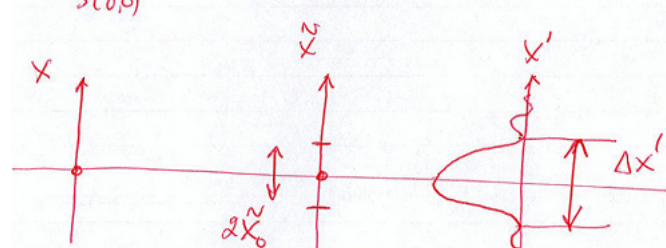
b) Faz a mesma experiência dentro de uma piscina de água ( $n = 4/3$ ). Qual o tamanho do padrão de difração, em água? A difração é mais ou menos importante, em água? (1.5 V)

### Soluções



$$\frac{S'(u,v)}{S'(0,0)} = \left[ \frac{R_{\infty} R'_{\infty}}{R_0 R'_0} \right] \frac{|\Gamma(u,v)|^2}{|\Gamma(0,0)|^2}$$

↓ rectangular

$$\frac{S'(u,v)}{S'(0,0)} \approx \text{sinc}^2(2\pi u \tilde{x}_0) \text{sinc}^2(2\pi v \tilde{y}_0)$$




$$\begin{cases} u \equiv -\left(\frac{x}{R_0} + \frac{x'}{R_0'}\right) \frac{1}{\lambda} \\ v \equiv -\left(\frac{y}{R_0} + \frac{y'}{R_0'}\right) \frac{1}{\lambda} \end{cases}$$

↓

$$\frac{\sin X}{X} = 0 \quad \& \quad x \neq 0 \Rightarrow \sin X = 0 \Rightarrow X = m\pi \quad m = \pm 1, \pm 2, \dots$$

1<sup>st</sup> maxima  $X \rightarrow +\pi$   
 $X \rightarrow -\pi$

$$\begin{cases} u \equiv -\left(\frac{x}{R_0} + \frac{x'}{R_0'}\right) \frac{1}{\lambda} \\ v \equiv -\left(\frac{y}{R_0} + \frac{y'}{R_0'}\right) \frac{1}{\lambda} \end{cases} \xrightarrow{x=y=0} \begin{cases} u = -\frac{x'}{\lambda R_0'} \\ v = -\frac{y'}{\lambda R_0'} \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta u = \frac{1}{\lambda R_0'} \Delta x' \\ \Delta v = \frac{1}{\lambda R_0'} \Delta y' \end{cases}$$

↓

$$\begin{cases} \Delta x' = \lambda R_0' \Delta u \\ \Delta y' = \lambda R_0' \Delta v \end{cases}$$

∴

$$\begin{cases} \int \frac{2\pi}{\lambda_0} \tilde{x}_0 \Delta u = 2\pi \\ \int \frac{2\pi}{\lambda_0} \tilde{y}_0 \Delta v = 2\pi \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta u = 1/\tilde{x}_0 \\ \Delta v = 1/\tilde{y}_0 \end{cases}$$

∴

$$\begin{cases} \Delta x' = \frac{\lambda R_0'}{\tilde{x}_0} \\ \Delta y' = \frac{\lambda R_0'}{\tilde{y}_0} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lambda_0 = 633 \text{ nm} \\ R_0' = 1 \text{ m} \end{cases} \quad \begin{cases} \tilde{x}_0 = 0.05 \text{ mm} \\ \tilde{y}_0 = 0.5 \text{ mm} \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta x' = 1.27 \text{ cm} \\ \Delta y' = 1.27 \text{ mm} \end{cases}$$

b)  $n_{\text{film}} = 1.5 \quad \lambda = 474.75 \text{ nm}$

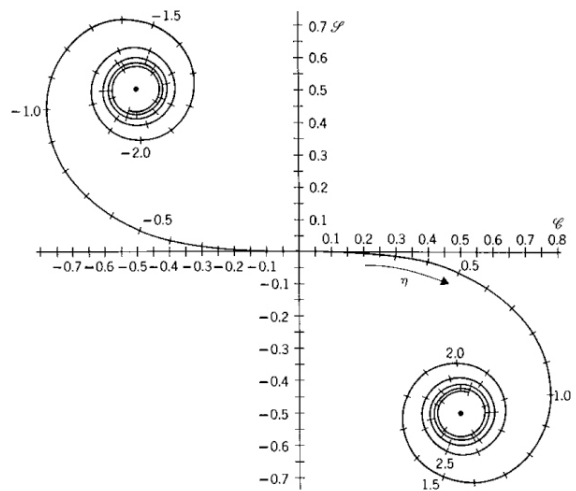
$$\begin{cases} \Delta x' = 9.50 \text{ mm} \\ \Delta y' = 0.950 \text{ mm} \end{cases}$$

$\lambda \checkmark \Rightarrow \text{Dif. m\u00e9ris comp.}$



6. Difração no modelo de Kirchhoff-Fresnel, por um plano horizontal infinito (uma espécie de folha A4, mas infinita em 3 lados), da radiação de uma fonte pontual.

Qual a relação entre a espiral de Cornu e a **amplitude** do campo (resposta breve p.f.) ? (1 V)



### Soluções

A informação crítica é: dadas as coordenadas nos planos da fonte, abertura e observação, identificam-se os valores das coordenadas adimensionais correspondentes ( $\eta_1$  e  $\eta_2$ ). A amplitude é proporcional a  $I$ , o *comprimento* entre essas coordenadas. A irradiância é depois proporcional ao quadrado (da amplitude), mas não é isso que está em causa neste problema.

