CAPÍTULO 1

RESOLUÇÕES DOS EXERCÍCIOS PROPOSTOS

Exercício 1.1

R: Ver texto (página 1).

Exercício 1.2

R: (a) Ver texto (página 2).
(b) Ver texto (página 3).
(c) Ver texto (página 3).

Exercício 1.3

R: (a) Ver texto (página 3).
(b) Ver texto (página 3).

Exercício 1.4

R: (a) $\overline{X} \approx 11.7$

(b) $\frac{1}{N} \times \left(\sum_{k=1}^{N} x_k^{-1} \right)^{-1} \approx 11.1$

$\sqrt[N]{\prod_{k=1}^{N} x_k} \approx 11.4$

$\sqrt{\overline{X^2}} \approx 12.0$

Os valores obtidos confirmam que $\frac{1}{N} \times \left(\sum_{k=1}^{N} x_k^{-1} \right)^{-1} \leq \sqrt[N]{\prod_{k=1}^{N} x_k} \leq \overline{X} \leq \sqrt[N]{\prod_{k=1}^{N} x_k}$

(c) $mediana \approx 11.8$

(d) $\sigma \approx 2.7$

$\sigma^2 \approx 7.1$

(e) Confirma-se que:

$$\frac{1}{N} \times \left(\sum_{k=1}^{N} x_k^{-1} \right)^{-1} \leq \sqrt[N]{\prod_{k=1}^{N} x_k} \leq \overline{X} \leq \sqrt[N]{\prod_{k=1}^{N} x_k}$$

(Resolução em matlab)

```
» x = [7.4,7.4,7.8,8.1,8.1,8.5,8.5,8.7,8.8,8.8,9.3,9.5,9.6,9.7,9.
  8,9.9,9.9,10.3,10.4,10.4,10.7,11.0,11.0,11.6,12.0,12.1,12.7,12.
  8,12.8,13.3,13.3,13.3,13.6,13.7,13.7,13.7,13.8,13.9,14.2,14.3,1
  4.4,14.4,15.3,15.6,15.7,16.0,16.4,16.8];
» mean(x) 'o eco no ecrã gera a média aritmética'
» harmmean(x) 'o eco no ecrã gera a média harmónica'
» geomean(x) 'o eco no ecrã gera a média geométrica'
» N = max(size(x)) 'o eco no ecrã é o comprimento do conjunto'
» std(x) 'o eco no ecrã gera o desvio padrão'
» var(x) 'o eco no ecrã gera a variância'
```

alternativamente

```
» std(x)^2 'o eco no ecrã gera a variância a partir do quadrado
  do desvio padrão'
```

Exercício 1.5

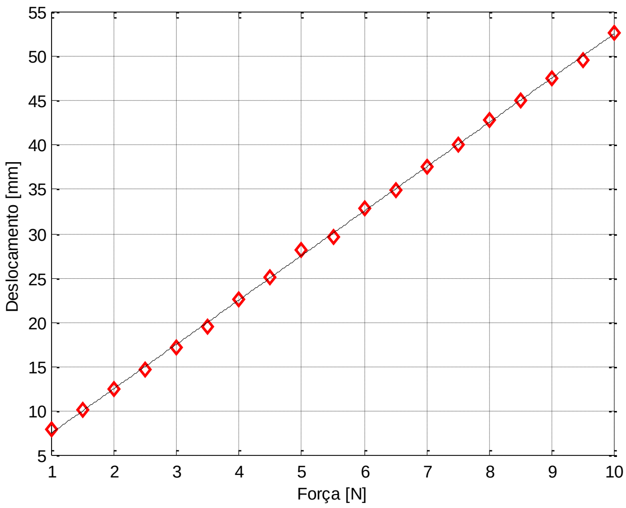
R: (a) Pretende-se $\Delta x \approx A.F+B$

Das equações (1.9) e (1.10) obtém-se respectivamente:

$A \approx 2.50$

$B \approx 5.00$

Gráfico mostrando os pontos e a recta aproximada $\Delta x \approx A.F+B$



Em termos qualitativos, a olho observa-se que a recta se ajusta bem aos pontos.

(b) O grau de concordância de $A.F+B$ com a real relação $\Delta x(F)$ mede-se quantitativamente através do coeficiente de correlação r.

$r \approx 1$

Portanto, a concordância de $A.F+B$ com a real relação $\Delta x(F)$ é quase perfeita.

(c) $S(X_{in,k}) = \dfrac{dX_{out}}{dX_{in}}$

Portanto $S = \dfrac{d(\Delta x)}{dF} = \dfrac{d(2.50F + 5.00)}{dF} = 2.50$ mm.N^{-1}

(Resolução em matlab)

```
» x = [1,1.5,2,2.5,3,3.5,4,4.5,5,5.5,6,6.5,7,7.5,8,8.5,9,9.5,10];
» y = [7.99,10.18,12.41,14.65,17.16,19.51,22.59,25.02,28.16,
  29.58,32.80,34.91,37.59,40.08,42.86,45.09,47.52,49.59,52.69];
» N  = max(size(x))
» plot(x,y,'rd') 'Desenha os pontos medidos'
» grid on
» xlabel('Força [N]')
» ylabel('Deslocamento [mm]')
» A=((x*x')*sum(y)-(x*y')*sum(x))/(N*(x*x')-(sum(x))^2)
» B=(N*(x*y')-sum(x)*sum(y))/(N*(x*x')-(sum(x))^2)
» hold on
» plot(x,A+B*x)  'Desenha a recta aproximada'

» Mx=mean(x);
» My=mean(y);
» r = ((x-Mx)*(y-My)')/sqrt(((x-Mx)*(x-Mx)')*((y-My)*(y-My)'))  'o
               eco no ecrã gera a o coeficiente de correlação r'
```

Exercício 1.6

R: (a) A função de transferência é $H(jf)=Y(jf)/X(jf)$

As diversas impedâncias são:

$Z_1=j.X_C=1/(j2\pi fC)$ [Nota: $Z_1=-j/(2\pi fC)$, $X_C<0$]

$Z_2=R+j.X_L+j.X_C=R+j2\pi fL+1/(j2\pi fC)$

A função de transferência obtém-se aplicando a regra do divisor de tensão, isto é,

$$H(jf) = \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{\left(\frac{1}{j2\pi fC}\right)}{R + j2\pi fL + \frac{1}{j2\pi fC}} = \frac{1}{LC(j2\pi f)^2 + RC(j2\pi f) + 1}$$

Existem similaridades com a equação (1.33), isto é,

$$H(jf) = \frac{k}{\left(\frac{jf}{f_n}\right)^2 + \left(\frac{2\xi jf}{f_n}\right) + 1}$$

Logo:

$$k=1$$
$$f_n = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$
$$\xi = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

(b) A equação diferencial obtém-se a partir da função de transferência, isto é,

$$a_2\frac{d^2y(t)}{dt^2} + a_1\frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = b_0 x(t) \Leftrightarrow H(jf) = \frac{b_0}{a_2(j2\pi f)^2 + a_1(j2\pi f) + a_0}$$

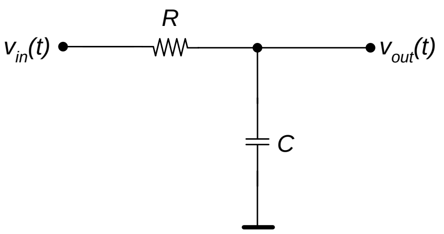
A partir de $H(jf) = \dfrac{Y(jf)}{X(jf)} = \dfrac{1}{LC(j2\pi f)^2 + RC(j2\pi f) + 1}$

Obtém-se de forma imediata $LC\dfrac{d^2y(t)}{dt^2} + RC\dfrac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t)$

(c) Trata-se de um sistema de segunda ordem por uma das duas seguintes razões:
- a equação $y(t)=y[t,x(t)]$ que rege o funcionamento do sistema é uma equação ordinária linear de coeficientes constantes de segunda ordem (isto é, não existem parcelas $d^{(n)}y(t)/d^{(n)}x$ para $n>2$);
- o número de elementos reactivos contidos no circuito eléctrico é igual a dois.

Exercício 1.7

R: (a) Por ser um sistema de 1ª ordem, o circuito só deve conter um elemento reactivo. Exemplo de circuito:



(b) Passos de resolução: (1) obter a função de transferência;
(2) obter a equação diferencial.

A função de transferência obtém-se aplicando a regra do divisor de tensão, isto é,

$$H(jf) = \frac{V_{out}(jf)}{V_{in}(jf)} = \frac{(\frac{1}{j2\pi fC})}{R + \frac{1}{j2\pi fC}} = \frac{1}{RC(j2\pi f)+1}$$

Portanto: $RC\frac{dy(t)}{dt}+y(t)=x(t)$

Exercício 1.8

R: Ver texto (página 15).

CAPÍTULO 2

RESOLUÇÕES DOS EXERCÍCIOS PROPOSTOS

Exercício 2.1

R: $GF = \dfrac{(\frac{\Delta R}{R})}{(\frac{\Delta L}{L})}$

A resistência eléctrica de um troco cilíndrico de comprimento L e secção transversal S e resistividade ρ é:

$$R = \rho\frac{L}{S} \quad \rightarrow \quad \boxed{R = \frac{\rho}{\pi}\times\frac{L}{r^2}} \text{ (pois } S{=}\pi r^2\text{)}$$

Adicionalmente:

$$\frac{\Delta D}{D} = -\mu\frac{\Delta L}{L} \quad \rightarrow \text{ como } D{=}2r \rightarrow \Delta D{=}2\Delta r \rightarrow \frac{\Delta D}{D} = \frac{2\Delta r}{2r} = \boxed{\frac{\Delta r}{r} = -\mu\frac{\Delta L}{L}}$$

Sabe-se que $R{=}R(L{,}S)$, então aplicando a equação (2.6):

$\partial R = \dfrac{\partial R}{\partial L}\partial L + \dfrac{\partial R}{\partial r}\partial r$, para pequenas deformações $\partial R{\approx}\Delta R$, $\partial L{\approx}\Delta L$, $\partial r{\approx}\Delta r$, portanto:

$$\Delta R \approx \frac{\partial R}{\partial L}\Delta L + \frac{\partial R}{\partial r}\Delta r$$

$$\frac{\partial R}{\partial L} = \frac{\partial}{\partial L}\left(\frac{\rho}{\pi}\times\frac{L}{r^2}\right) = \frac{\rho}{\pi}\times\frac{1}{r^2} = \frac{R}{L} \quad \rightarrow \quad \frac{\partial R}{\partial L}\Delta L = R\frac{\Delta L}{L} \quad \rightarrow \quad \boxed{\frac{\partial R}{\partial L}\Delta L = \varepsilon R}$$

$$\frac{\partial R}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\rho}{\pi}\times\frac{L}{r^2}\right) = -\frac{2\rho}{\pi}\times\frac{L}{r^3} \quad \rightarrow \quad \frac{\partial R}{\partial r}\Delta r = -\frac{2\rho}{\pi}\times\frac{L}{r^2}\times\frac{\Delta r}{r} = -2R\times\frac{\Delta r}{r}$$

$$\rightarrow \quad \boxed{\frac{\partial R}{\partial r}\Delta r = -2R\times\frac{\Delta r}{r}}$$

A quantidade ΔR em função de ΔL e de Δr fica então:

$$\Delta R = \frac{\partial R}{\partial L}\Delta L + \frac{\partial R}{\partial r}\Delta r = \varepsilon R - 2R\times\frac{\Delta r}{r} = R(\varepsilon - 2\frac{\Delta r}{r}),$$

mas $\dfrac{\Delta r}{r} = -\mu\dfrac{\Delta L}{L} \quad \rightarrow \quad \Delta R = R(\varepsilon + 2\varepsilon\mu) = R\varepsilon(1+2\mu) \quad \rightarrow \quad \boxed{\dfrac{\Delta R}{R} = \varepsilon(1+2\mu)}$

O factor do extensómetro é então:

$$GF = \frac{(\frac{\Delta R}{R})}{(\frac{\Delta L}{L})} = \frac{\varepsilon(1+2\mu)}{\varepsilon} = 1+2\mu$$

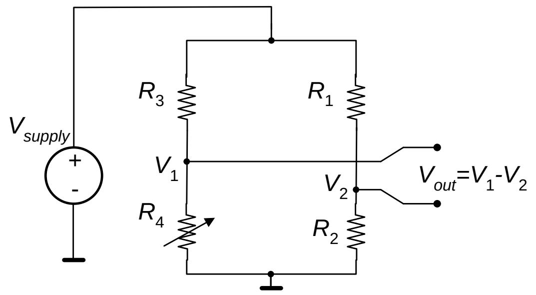
Exercício 2.2

R: $R = R_0(1+K.\Delta L)$

$K = GF.R/L$

$\Delta L_{max} = 100\ \mu\text{m}$

$\Delta L_{min} = 0$



$R_{min} = R(\Delta L_{min}) = 10000 \times [1+100 \times 10000/(10^{-3}) \times 0] = 10\ \text{k}\Omega$

$R_{max} = R(\Delta L_{max}) = 10000 \times [1+100 \times 10000/(10^{-3}) \times 10^{2} \times 10^{-6}] = 11\ \text{k}\Omega$

$V_{out,min} = 0\ \text{V}$

$V_{out,max} = V_1 - V_2 = (11/21-10/20) \times 5 = 5/42\ \text{V}$ (≈ 0.12 V)

Exercício 2.3

R: $C(d) = \varepsilon_r \varepsilon_0 \dfrac{S}{d} = \varepsilon \dfrac{S}{d}$

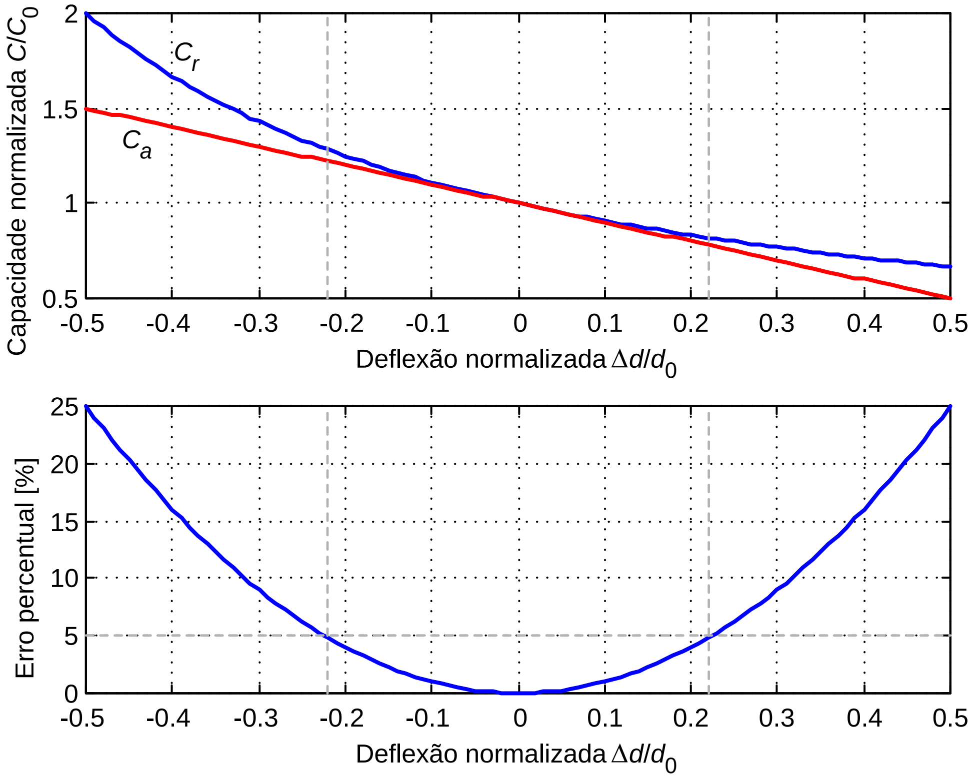
$d = d_0 + \Delta d$

$$C(d) = C_r(\Delta d) = \varepsilon \frac{S}{d+d_0} = \varepsilon \frac{S}{d_0} \times \frac{d_0}{d+d_0} = \varepsilon \frac{S}{d_0} \times \left(1+\frac{\Delta d}{d_0}\right)^{-1}$$

Portanto:

$$C_r(\Delta d) = C_0 \times \left(1+\frac{\Delta d}{d_0}\right)^{-1}$$ (valor rigoroso)

Conforme a figura seguinte e tomando a aproximação linear $C_a(\Delta d)$ em torno de $d=d_0$ (ou em torno de $\Delta d=0$),



então tomando pequenas variações de Δd:

$C_a(\Delta d)=m.\Delta d+C_0$, com $m<0$ e $m=\left.\dfrac{dC_r(\Delta d)}{d(\Delta d)}\right|_{\Delta d=0}$

$$m=\frac{d}{d(\Delta d)}\left[C_0\times\left(1+\frac{\Delta d}{d_0}\right)^{-1}\right]\Bigg|_{\Delta d=0}=-\frac{C_0}{d_0}\times\left(1+\frac{\Delta d}{d_0}\right)^{-2}\Bigg|_{\Delta d=0}$$

$$m=-\frac{C_0}{d_0}$$

Pretende-se saber o valor máximo Δd, isto é, Δd_{max} de modo ao desvio do valor aproximado C_a relativamente ao valor exacto C_r não exceder 5%. Por outras palavras:

$$\frac{C_r(\Delta d_{\max}) - C_a(\Delta d_{\max})}{C_r(\Delta d_{\max})} \le 0.05$$ (não é necessário o módulo porque $C_r \ge C_a$)

$$\frac{C_0 \times \dfrac{1}{1+\dfrac{\Delta d_{\max}}{d_0}} - C_0 \times \left(1 - \dfrac{\Delta d_{\max}}{d_0}\right)}{C_0 \times \dfrac{1}{1+\dfrac{\Delta d_{\max}}{d_0}}} \le 0.05 \quad \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{1+\dfrac{\Delta d_{\max}}{d_0}} - \left(1 - \frac{\Delta d_{\max}}{d_0}\right) \le \frac{0.05}{1+\dfrac{\Delta d_{\max}}{d_0}} \quad \Leftrightarrow$$

$$1 - \left[1 - \left(\frac{\Delta d_{\max}}{d_0}\right)^2\right] \le 0.05 \quad \Leftrightarrow$$

$$\left(\frac{\Delta d_{\max}}{d_0}\right)^2 \le 0.05 \quad \Leftrightarrow$$

$$\Delta d_{\max}^2 \le 0.05 d_0^2 \quad \Leftrightarrow$$

$$-\sqrt{0.05}d_0 \le \Delta d_{\max} \le +\sqrt{0.05}d_0 \quad \Leftrightarrow$$

$$-0.22 d_0 \le \Delta d_{\max} \le +0.22 d_0$$

Portanto, as placas podem deflectir em ambos os sentidos até um máximo de 22% do valor de repouso d_0, isto é, $d_{max} \le \pm 0.22 d_0$.

Exercício 2.4

R: α_{al}=3.5 µVK^{-1}
α_{ni}=-15 µVK^{-1}
$V_{12}=(\alpha_{al}-\alpha_{ni})\times(\theta_1-\theta_2)=18.5\times(\theta_1-\theta_2)$ µV
$V_{12}\in[0, 370]$ µV para $0\le\theta_1-\theta_2\le 20$ ºC

Exercício 2.5

R: Ver texto (página 43).

Exercício 2.6

R: Ver texto (página 50).

Exercício 2.7
R: Ver texto (página 51).

Exercício 2.8
R: Ver texto (página 35).

Exercício 2.9
R: Ver texto (página 33).

Exercício 2.10
R: Ver texto (página 57).

Exercício 2.11
R: Ver texto (página 58).

Exercício 2.12
R:

	Usa mais de um metal	**Linearidade**	**Semicondutor**	***R* baixa quando θ aumenta**	**Precisa de uma θ de referência**
Termopar	X				X
RTD		X			
Termístor			X	X	

Exercício 2.13
R:

	Maior sensibilidade	**ESPSO**	**Variações de temperatura**	**BCACEF**
LVDT	**X**		**X**	
Extensómetro		**X**		**X**

Exercício 2.14
R:

(a)

	MS	**MCEF**	**CARM**	**MTR**
Fotodíodo em silício		X		
Tubo fotomultiplicador	X		X	X

(b) Ver texto (página 72).

CAPÍTULO 3

RESOLUÇÕES DOS EXERCÍCIOS PROPOSTOS

Exercício 3.1

R: A tensão de saída V_o do circuito seguidor de tensão é uma versão amplificada com ganho A da tensão diferencial[χ] V_d ($V_d=V^+-V^-$), isto é:

$V_o=A\times(V^+-V^-)=A\times(V_i-V^-)=A\times(V_i-V_o)=A.V_i-A.V_o$

$V_o=A.V_i-A.V_o$

$V_o\times(1+A)=A.V_i$

A tensão na saída é então $V_o=A/(1+A)\times V_i$

Como $A»1$ então $A/(1+A)\approx1$, logo para o circuito seguidor de tensão tem-se *cqd* $V_o\approx V_i$

Exercício 3.2

R: Num conversor I/V convencional, converter 10 nA em 3 V requer uma resistência de realimentação igual a R=3/(10n)=3×10^8 Ω (=300 MΩ). Este valor por ser gigantesco é muito difícil de conseguir com elevada precisão.

No conversor I/V modificado, a resistência equivalente $R_{eq}=R\times(1+R_2/R+R_2/R_1)$ referida ao conversor I/V convencional deve ser igual ao valor anterior, isto é, R_{eq}=300 MΩ.

Um exemplo possível para se obter R_{eq}=300 MΩ utilizando componentes teóricos é:

R_1=1 kΩ

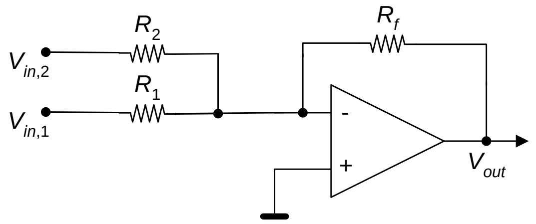
R=1 MΩ

$R_2\approx$299 kΩ

Usando o componente comercial mais próximo de 299 kΩ para R_2, isto é, R_2=300 kΩ resulta numa resistência equivalente de R_{eq}=301.3 MΩ.

Exercício 3.3

R: Esquemático do circuito:



[χ] O ganho diferencial em malha aberta A é idealmente infinito, embora na realidade se aproxime a isso por ser muito elevado. Por exemplo, no caso do amplificador operacional de uso genérico µA741 tem-se um ganho mínimo de 100 dB ou 10^5.

Para V_{out}=-3$V_{in,1}$-2$V_{in,2}$ as resistências R_1 e R_2 devem ser:

R_1=1/3R_f

R_2=1/2R_f

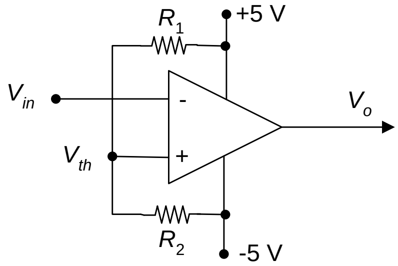
Se por exemplo R_f=6 kΩ então, usando componentes comerciais tem-se:

R_1=2 kΩ

R_2=3 kΩ

Exercício 3.4

R: Esquemático do comparador:



A tensão limiar de transição obtém-se a partir da fórmula $V_{th} = V_{supply} \times \frac{R_2 - R_1}{R_2 + R_1}$

Usando componentes comerciais, pretende-se respeitar as seguintes especificações:

V_{supply}=±5 V

V_{th}=+2 V

V_{out}=+5 V para V_{in}>V_{th}

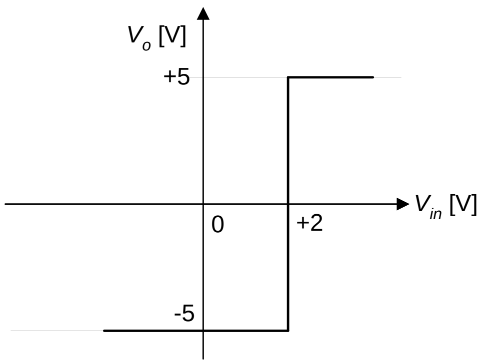
V_{out}=-5 V para V_{in}<V_{th}

Um exemplo possível é usar os seguintes componentes:

R_1=150 kΩ

R_2=350 kΩ

Neste caso o comparador apresenta a seguinte resposta:



Exercício 3.5

R: (a) Ver texto (página 102).

(b) Para o amplificador de instrumentação da Figura 3.12:

$$V_o = A_v \times (V_2 - V_1) = \left(\frac{R_2}{R_1}\right) \times \left(1 + \frac{2R_3}{R}\right) \times (V_2 - V_1)$$

O ganho diferencial A_v vai de 1 a 1000, isto é:

$$1 \le \left(\frac{R_2}{R_1}\right) \times \left(1 + \frac{2R_3}{R}\right) \le 1000$$

Como R_1=100 kΩ só há duas maneiras de variar o ganho: variando R, R_2 ou R_3. Como se dispõe apenas de um potenciómetro só é prático variar o valor de R.

Existem dois termos em A_v, nomeadamente o primeiro termo $A_{v1}=R_2/R_1$ referente ao ganho do amplificador de diferenças implementado pelo AmpOp A_3 e o segundo termo $A_{v2}=(1+2R_3/R)$ referente ao andar de entrada implementado pelos AmpOps A_1 e A_2. Como $A_{v2}>1$ então deve-se ter $A_{v1}<1$ para $A_v=A_{v1}.A_{v2}$ estar compreendido dentro do intervalo [1, 1000].

Uma solução possível com R_1=100 kΩ é usar o valor R_2=50 kΩ, logo A_{v1}=½. Isto significa que A_{v2} deve estar compreendido dentro do intervalo [2, 2000].

Para um valor fixo de R_3, se R for máxima (isto é, R=100 kΩ) então A_{v2} é mínimo e deve ser igual a 2. Para se ter A_{v2}=2 na situação R=100 kΩ, então deve-se ter $R_3=R_2$=50 kΩ.

Por outro lado, A_{v2} é máximo e igual a 2000 para R=50 Ω. Fisicamente, não é trivial obter-se uma resistência de 50 Ω num potenciómetro de 100 kΩ.

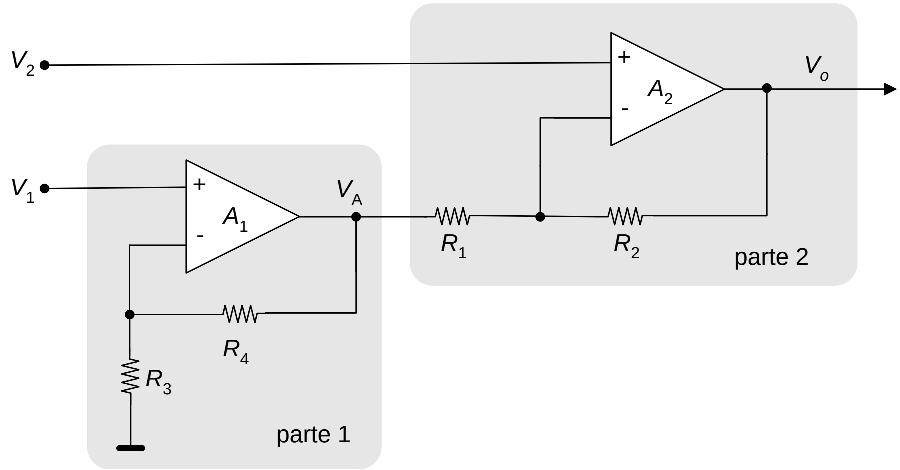
Este problema obvia-se colocando uma resistência de 50 Ω em série com o potenciómetro de 100 kΩ, pois quando o cursor estiver no ponto de resistência mínima (R=0) tem-se efectivamente a resistência de valor $R'=R+50=50$ Ω entre os nós C e D. Isto garante um ganho diferencial A_{v2} nunca superior a 2000.

Note-se que esta solução vai introduzir um erro desprezável no ganho mínimo, pois quando o cursor está na posição de máxima resistência (R=100 kΩ), vai existir entre os nós C e D a resistência $R''=R+50=100\times10^3+50=$ 100050 Ω (100.05 kΩ). Nesta situação o ganho mínimo vale:

$$A_v = \left(\frac{R_2}{R_1}\right) \times \left(1 + \frac{2R_3}{R''}\right) = 0.9998 \approx 1$$

Exercício 3.6

R: Circuito esquemático:



Cálculo do ganho:

Começando pela parte 1 do amplificador de instrumentação, obtém-se a tensão V_A:

$$V_A = \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) \times V_1$$

Passando para a parte 2 do amplificador de instrumentação, a tensão V_o obtém-se por sobreposição dos efeitos das tensões V_2 (amplificador não-inversor) e V_A (amplificador inversor), isto é:

$$V_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \times V_2 - \frac{R_2}{R_1} \times V_A = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \times V_2 - \frac{R_2}{R_1} \times \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) \times V_1$$

Se R_4=R_1 e R_3=R_2 então:

$$V_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \times V_2 - \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \times V_1 =$$

$$= \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \times (V_2 - V_1) =$$

$$= A_d \times (V_2 - V_1)$$

O ganho diferencial é então $A_d=(1+R_2/R_1)$, desde que $R_4=R_1$ e $R_3=R_2$.

CAPÍTULO 4

RESOLUÇÕES DOS EXERCÍCIOS PROPOSTOS

Exercício 4.1

R: Função de transferência:

$$H(jf) = -\frac{1}{j(\frac{f}{f_0})}, \quad f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$$

$f_0 \approx 16$ kHz (arredondamento feito às unidades). Portanto:

$$H(jf) = -\frac{16000}{jf}$$

Exercício 4.2

R: Função de transferência:

$$H(jf) = H_0 \times \frac{1}{1 + j(\frac{f}{f_0})}$$, com $H_0=-R_2/R_1$ e $f_0=1/(2\pi R_2 C_2)$.

Pretende-se $|H_0|=4$, assim um exemplo possível é:

$R_2=4R_1=100$ kΩ $\rightarrow$ $R_1=25$ kΩ

Também se pretende $f_0=25$ kHz, logo:

$C_2=(2\pi R_2 f_0)^{-1}=63.6$ pF, logo para se usar o componente comercial mais próximo deve-se seleccionar o condensador de $C_2'=64$ pF.

Exercício 4.3

R: Função de transferência $H(jf)$ é tal que:

$|H(jf)|=1$

$\angle H(jf)=-2\text{arctg}(f/f_0)$

Para se ter $\angle H(jf)=-\pi/2$ rad então $-2\text{arctg}(f/f_0)=-\pi/2$, logo $\text{arctg}(f/f_0)=\pi/4$.

A solução da equação não-linear anterior é $f/f_0=\text{tg}(\pi/4)=1$, resultando em $f=f_0=100$ kHz.

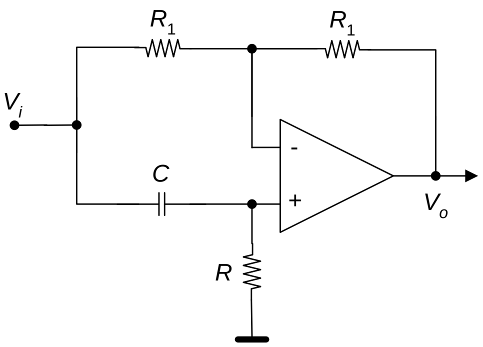
Como $f_0=1/(2\pi RC)$ e $f_0=100$ kHz, então um solução possível é ter-se:

$R=15.92$ kΩ

$C=100$ pF

Exercício 4.4

R: Esquemático após a troca dos componentes:



Começando por se obter a tensão no terminal da entrada não-inversora:

$$V^+ = \frac{R}{R + \frac{1}{j2\pi fC}} V_i = \frac{j2\pi fCR}{j2\pi fCR + 1} V_i = \frac{j(\frac{f}{f_0})}{j(\frac{f}{f_0}) + 1} V_i$$

A tensão na saída é V_o=2V^+-V_i, ou seja:

$$V_o = 2 \times \frac{j(\frac{f}{f_0})}{j(\frac{f}{f_0}) + 1} V_i - V_i = \frac{j(\frac{f}{f_0}) - 1}{j(\frac{f}{f_0}) + 1} V_i$$

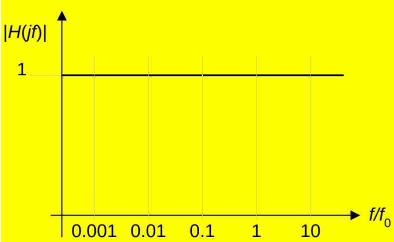
A função de transferência é então:

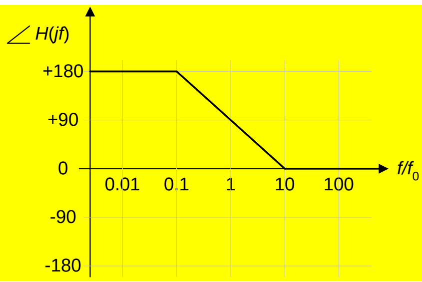
$$H(jf) = \frac{V_o(jf)}{V_i(jf)} = \frac{j(\frac{f}{f_0}) - 1}{j(\frac{f}{f_0}) + 1}$$

Sendo $|H(jf)|$=1 e $\angle H(jf)$ tal que:

$$\begin{aligned} \angle H(jf) &= \angle[j(\tfrac{f}{f_0}) - 1] - \angle[j(\tfrac{f}{f_0}) + 1] = \\ &= \pi + \text{arctg}(-\tfrac{f}{f_0}) - \text{arctg}(\tfrac{f}{f_0}) = \\ &= \pi - \text{arctg}(\tfrac{f}{f_0}) - \text{arctg}(\tfrac{f}{f_0}) = \\ &= \pi - 2\,\text{arctg}(\tfrac{f}{f_0}) \end{aligned}$$

Gráficos com o comportamento da função de transferência:





Exercício 4.5

R: Pretende-se K=2 e f_0=20 kHz.

$f_0=1/(2\pi RC)$ e $K=1+R_2/R_1$.

Para K=2 deve ser $R_1=R_2$, para evitar a dispersão de componentes tem-se por exemplo $R_1=R_2=R$=25 kΩ.

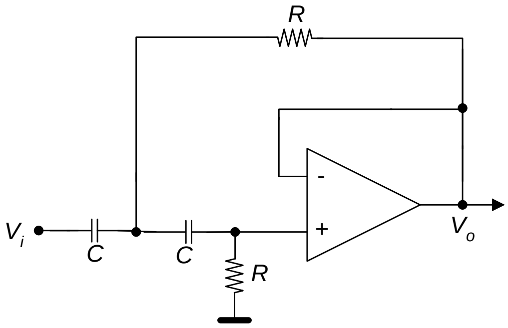
Para f_0=20 kHz deve-se ter $C=1/(2\pi Rf_0)\approx$318 pF.

Exercício 4.6

R: Pretende-se K=1 e f_0=15 kHz.

$f_0=1/(2\pi RC)$ e $K=1+R_2/R_1$.

Para K=1, R_2=0, cujo esquemático é o seguinte:



Para $f_0=1/(2\pi RC)$=15 kHz, supondo R=42.5 kΩ, então C=249 pF.

Exercício 4.7

R: Pretende-se f_0=100 kHz e Q=[0.5, 5] através de um potenciómetro de 10 kΩ.

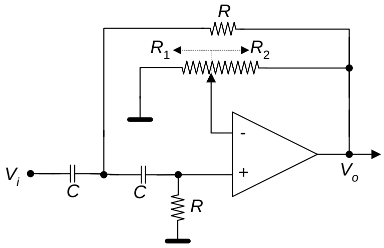
$f_0=1/(2\pi RC)$, $Q=1/(3-K)$, com $K=1+R_2/R_1$.

Para f_0=100 kHz, R=40 kΩ e C=40 pF.

O ajuste de Q faz-se ajustando K, isto é, $K=(3Q-1)/Q$, ou seja, para $0.5\leq Q\leq 5$.

Para Q=5:

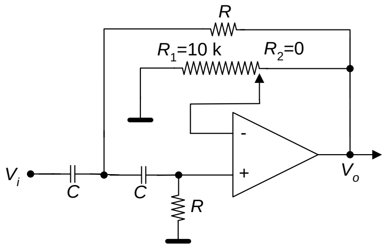
O ganho deve ser $K=(3Q-1)/Q$=2.8. Como $K=1+R_2/R_1$ e K=2.8, deve-se ter $R_2=1.8R_1$. O circuito que permite obter esta situação é o seguinte:



O potenciómetro obriga a ter-se R_1+R_2=10 kΩ, portanto R_1=3.57 kΩ e R_2=6.43 kΩ.

Para Q=0.5:

O ganho deve ser $K=(3Q-1)/Q=1$. Como $K=1+R_2/R_1$ e K=1, deve-se ter $R_2=2.8R_1$. O circuito que permite obter esta situação é o seguinte:



Exercício 4.8

R: Para o filtro passa-alto de 2ª ordem com R=1 kΩ, R_1=100 kΩ, R_2=150 kΩ, C=0.1 μF.

(a)

$f_0=1/(2\pi RC)=5000/\pi$ Hz

$K=1+R_2/R_1=2.5 \rightarrow Q=1/(3-K)=2$

(b) $V_i(t)=2+\text{sen}(10000t)=2+\text{sen}(2\pi ft)$, com $f=f_0=5000/\pi$

$V_i(t)$ tem uma componente DC e uma componente AC.

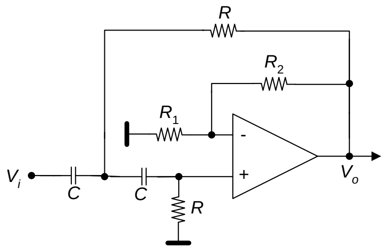
Se o filtro é passa-alto, a componente DC não está presente no sinal de saída.

A função de transferência à frequência $f=f_0$ toma o valor $H(jf_0)=+jKQ=+5j$, isto é $|H(jf_0)|=5$ e $\angle H(jf_0)=+\pi/2$ rad.

Na saída tem-se o sinal $V_o(t)=5.\text{sen}(10000t+\pi/2)$

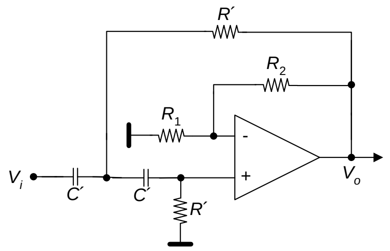
(b) O filtro rejeita-banda obtém-se somando as respostas de dois filtros passa-alto e passa-baixo específicos. Neste caso específico, deve-se considerar um filtro passa-baixo com frequência superior de corte $f_B=500/\pi$ e aproveitar o filtro passa-alto anterior com frequência inferior de corte $f_A=5000/\pi$.

O circuito esquemático do filtro passa-alto de segunda ordem é:

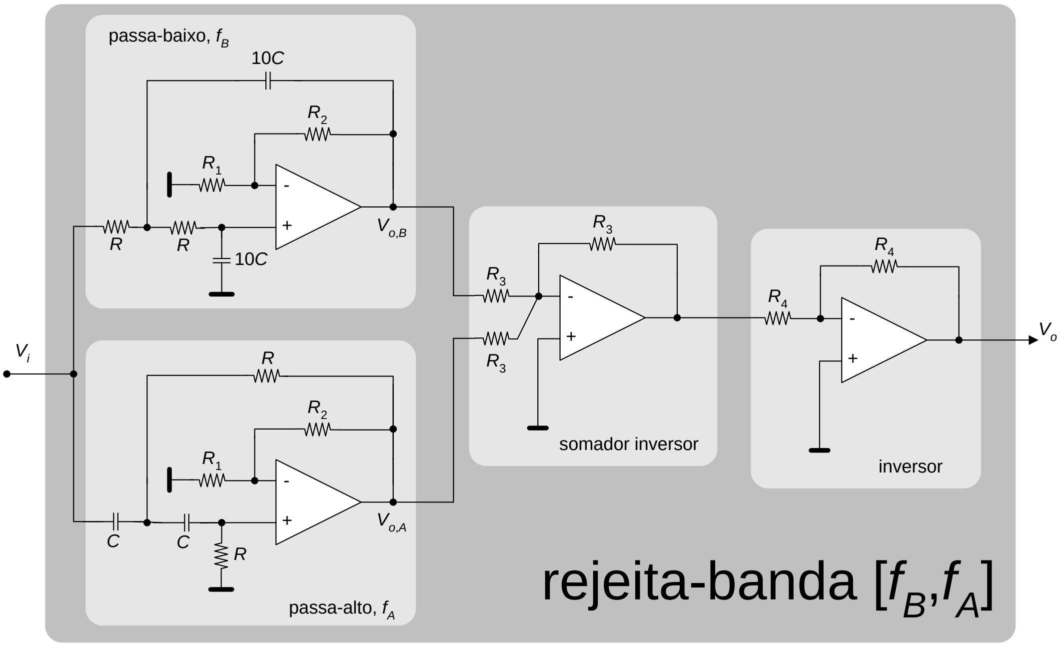


R=1 kΩ
R_1=100 kΩ
R_2=150 kΩ
C=0.1 μF
$f_A=5000/\pi$

O circuito esquemático do filtro passa-baixo com ganho de segunda ordem é:



A frequência superior de corte deste filtro passa-baixo é dada por $f_B=1/(2\pi R'C')$. Para minimizar a dispersão de componentes, supõe-se que $R'=R=1$ kΩ, logo para se ter $f_B=f_A/10=500/\pi$, o condensador C' deve ser dez vezes maior que o condensador C do filtro passa-alto, isto é $C'=1$ μF. Por sua vez, as resistências de realimentação R_1 e R_2 devem manter os valores usados no filtro passa-alto pois como $K=1+R_2/R_1$ e $Q=1/(3-K)$ ambos os filtros possuirão os mesmos valores.
O circuito esquemático final é:



Exercício 4.9

R: $Q=(R_2/R_1)^{½}/2=3 \;\rightarrow\; R_2/R_1=36 \;\rightarrow$ por exemplo, $R_1=1$ kΩ e $R_2=36$ kΩ

$f_0=[2\pi.(R_1R_2)^{½}.C]^{-1}=10$ kHz $\;\rightarrow\; C=[2\pi.(R_1R_2)^{½}.f_0]^{-1}=2.65$ nF $\;\rightarrow\; C=2.7$ nF

Para $C=2.7$ nF $\;\rightarrow\; f_0=9.8$ kHz (erro $\varepsilon \leq 0.002\%$).

Exercício 4.10

R: (a) Para V_H=-V_i-V_L+3/2V_B, deve-se ter 3R_1/(R_1+R_2)=3/2, ou seja, R_1/(R_1+R_2)=1/2.
Para isso, deve-se ter R_1=R_2 que pode ser obtido por exemplo com R_1=R_2=10 kΩ.
A resistência R_3 só contribui com -V_i-V_L em V_H, sendo por exemplo R_3= 10 kΩ..

(b) $f_0=1/(2\pi RC)=500/\pi$ Hz e $Q=(1+R_2/R_1)/3=2/3$.

(c) No enunciado, o sinal de entrada é $V_i(t)$=2+cos(1000t)
Entrada no domínio dos tempos $V_i(t)=2+\cos(2\pi ft)$ com $f=f_0=500/\pi$.
Resposta V_H:
Função de transferência passa-alto referida à entrada $H_{(H,i)}(jf)$:

$$H_{(H,i)}(jf)=\frac{V_H(jf)}{V_i(jf)}=\frac{(\frac{f}{f_0})^2}{1-(\frac{f}{f_0})^2+(\frac{j}{Q})\times(\frac{f}{f_0})}$$

Frequências de interesse: componente DC e $f=f_0$
Na saída não existe componente DC e $H_{(H,i)}(jf_0)=-jQ=-2/3j=2/3\angle-\pi/2$
$V_H(t)=2/3.\cos(1000t-\pi/2)$

Resposta V_L:
Função de transferência passa-baixo referida à entrada $H_{(L,i)}(jf)$:

$$H_{(L,i)}(jf)=\frac{V_L(jf)}{V_i(jf)}=\frac{-1}{1-(\frac{f}{f_0})^2+(\frac{j}{Q})\times(\frac{f}{f_0})}$$

Frequências de interesse: componente DC e $f=f_0$
Resposta com interesse: $H_{(L,i)}(0)=-1$ e $H_{(L,i)}(jf_0)=jQ=2/3j=2/3\angle+\pi/2$
$V_L(t)=-2+2/3.\cos(1000+\pi/2)$

Resposta V_B:
Função de transferência passa-banda referida à entrada $H_{(B,i)}(jf)$:

$$H_{(B,i)}(jf)=\frac{V_B(jf)}{V_i(jf)}=\frac{j(\frac{f}{f_0})}{1-(\frac{f}{f_0})^2+(\frac{j}{Q})\times(\frac{f}{f_0})}$$

Frequências de interesse: componente DC e $f=f_0$
Resposta com interesse: $H_{(B,i)}(0)=0$ e $H_{(B,i)}(jf_0)=Q=2/3$
$V_B(t)=2/3.\cos(1000t)$

CAPÍTULO 5

RESOLUÇÕES DOS EXERCÍCIOS PROPOSTOS

Exercício 5.1

R: (a) Ver texto (página 138).

(b) DAC de N=4 bits com V_{FS}=3 V

Se ao número em decimal X_{10} corresponder o número binário $B_2B_1B_0$ então $V_{DAC}=2^{-N}.X_{10}.V_{FS}$

B_2 B_1 B_0	X_{10}	V_{DAC} [V]
0 0 0	0	0
0 0 1	1	0.375
0 1 0	2	0.75
0 1 1	3	1.125
1 0 0	4	1.5
1 0 1	5	1.875
1 1 0	6	2.25
1 1 1	7	2.625

Exercício 5.2

R: Incerteza=½ LSB=$V_{min}/2=2^{-N-1}.FS=2^{-4}\times 3$=187.5 mV

Exercício 5.3

R: Ver texto (Tabela 5.3, página 163).

Exercício 5.4

R: Sinal: $x(t)=\cos(2\pi f_1 t)+2\cos(2\pi f_2 t)$ [V], com f_1=5 KHz e f_2=7.5 kHz.

Máxima componente espectral em $x(t)$: $f_{max}=\max(f_1, f_2)=f_2$=7.5 kHz.

Frequência de Nyquist: $f_{NY}=2.f_{max}$=15 kHz

Exercício 5.5

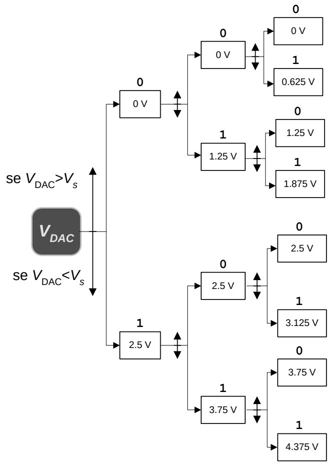
R: Ver texto (página 153).

Exercício 5.6

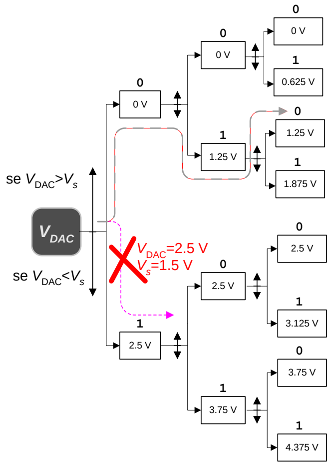
R: Árvore com todas as hipóteses possíveis, onde $V_{max}=(2^N-1)/2^N.FS$ e $V_{min}=2^{-N}.FS$.

V_{max}=4.375 V

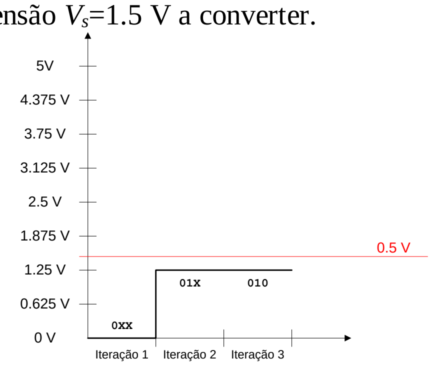
V_{min}=0.625 V



Para a evolução de V_{DAC} para a tensão V_s=1.5 V a converter: evolução ao longo da árvore.



Evolução de V_{DAC} para a tensão V_s=1.5 V a converter.



Exercício 5.7

R: Ver texto (página 157).

Exercício 5.8

R: Ver texto (página 158).

Exercício 5.9

R: (a) Ver texto (página 159).

(b) Ver texto (página 162 e Tabela 5.3 na página 163).

(c) Ver texto (página 162 e Tabela 5.3 na página 163).

CAPÍTULO 6

RESOLUÇÕES DOS EXERCÍCIOS PROPOSTOS

Exercício 6.1
R: Ver texto (página 168).

Exercício 6.2
R: (a) Ver texto (página 181).
(b) Ver texto (página 181).

Exercício 6.3
R: Ver texto (página 191).

Exercício 6.4
R: Ver texto (página 204).

Exercício 6.5
R: (a) Ver texto (página 184).
(b) Ver texto (página 184).

Exercício 6.6
R: (a) Ver texto (página 202).

CAPÍTULO 7

RESOLUÇÕES DOS EXERCÍCIOS PROPOSTOS

Exercício 7.1
R: (a) Ver texto (página 213).
(b) Ver texto (página 220).

Exercício 7.2
R: (a) Ver texto (página 235).
(b) Ver texto (página 235).

Exercício 7.3
R: (a) Ver texto (página 239).
(b) Ver texto (página 240).

Exercício 7.4
R: (a) Ver texto (página 224).
(b) Ver texto (página 224).

Exercício 7.5
R: (a) Ver texto (página 220).
(b) Ver texto (página 220).

Exercício 7.6
R: Ver texto (página 241).

Exercício 7.7
R: Ver texto (páginas 246).

Exercício 7.8
R: Ver texto (página 240).

Exercício 7.9
R: Ver texto (página 241).

Exercício 7.9
R: Ver texto (página 231).