### Formulário

Ricardo Mendes Ribeiro

18 de Janeiro de 2018

## Conteúdo

| Notação                                  | 2  |
|--|----|
| Constantes físicas                       | 4  |
| Constantes Astronómicas                  | 5  |
| Propriedades físicas de alguns materiais | 6  |
| Relações trigonométricas                 | 7  |
| Números complexos                        | 8  |
| Outras relações matemáticas              | 9  |
| Geometria                                | 10 |
| Letras gregas                            | 11 |
| Prefixos SI                              | 12 |
| Factores de Conversão                    | 13 |

### Notação

Uma notação correcta e coerente é essencial para se levar a bom termo um exercício de Física. Ajuda muito a compreender o próprio problema, os dados que se têm e os que é necessário calcular. Também permite que outras pessoas possam entender bem a resolução e os raciocínios subjacentes.

Vectores Há várias maneiras de representar um vector:

- $\bullet$   $\vec{V}$
- $(V_x, V_y, V_z)$
- $V_x \vec{e}_x + V_u \vec{e}_y + V_z \vec{e}_z$
- $V_x\hat{i} + V_y\hat{j} + V_z\hat{k}$

Qualquer uma delas é aceitável, embora aqui usaremos essencialmente a primeira e a terceira:  $\vec{V}$  é utilizado quando não queremos explicitar as componentes do vector e  $V_x \vec{e}_x + V_y \vec{e}_y + V_z \vec{e}_z$  é usado quando as queremos explicitar.

Assume-se que quando se escreve:

 $\vec{V}$  quer-se dizer o vector;

V quer-se dizer o módulo do vector;

 $V_x$  quer-se dizer a componente segundo o eixo dos xx do vector;

 $V_y$  quer-se dizer a componente segundo o eixo dos yy do vector;

 $V_z$  quer-se dizer a componente segundo o eixo dos zz do vector.

Logo tem-se:

$$V = \sqrt{{V_x}^2 + {V_y}^2 + {V_z}^2}$$

e portanto  $V \geq 0$ . Exceptua-se o caso de um problema a uma dimensão em que, por uma questão de leveza na notação, se poderá omitir o índice x da componente do vector; neste caso, V não representaria o módulo do vector mas sim a sua componente segundo o eixo, podendo portanto ser positivo ou negativo, conforme o sentido do vector.

 $V, V_x, V_y$  e  $V_z$  são escalares (i.e. números), e não podem ser igualados a vectores. É portanto <u>incorrecto</u> escrever:  $\vec{V} = V$  ou  $\vec{V} = V_x$ . Uma igualdade deste tipo num exame, naturalmente, desconta na cotação.

Já se pode escrever  $\vec{V} = V_x \vec{e}_x$ , por exemplo. A regra é que só se podem igualar vectores a vectores e escalares a escalares:  $V_x$  é um escalar, mas  $V_x \vec{e}_x$  já é um vector, de módulo  $V_x$  e com a direcção do versor  $\vec{e}_x$ .

**Operações vectoriais** Há duas operações com vectores que é fundamental entender bem: o produto interno e o produto externo.

O produto interno de dois vectores é dado por:

$$\vec{V} \cdot \vec{W} = V_x W_x + V_y W_y + V_z W_z$$

Do lado direito da expressão temos um escalar, pelo que o produto interno de dois vectores é um escalar.

Se tivermos o ângulo ( $\alpha$ , por exemplo) que os dois vectores fazem entre si, pode-se utilizar a expressão (equivalente à anterior):

$$\vec{V} \cdot \vec{W} = V.W.cos(\alpha)$$

O produto externo de dois vectores é dado por:

$$\vec{V} \times \vec{W} = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ V_x & V_y & V_z \\ W_x & W_y & W_z \end{vmatrix}$$

que é uma maneira compacta de representar

$$\vec{V} \times \vec{W} = (V_y W_z - V_z W_y) \vec{e}_x + (V_z W_x - V_x W_z) \vec{e}_y + (V_x W_y - V_y W_x) \vec{e}_z$$

Ao contrário do produto interno, que resulta num escalar, o resultado do produto externo de dois vectores é sempre um vector. O seu módulo pode ser calculado sabendo o ângulo que os dois vectores fazem entre si  $(\alpha$ , por exemplo):

$$||\vec{V} \times \vec{W}|| = V.W.sin(\alpha)$$

Atenção: o produto externo de dois vectores não goza da propriedade comutativa; logo

$$\vec{V} \times \vec{W} \neq \vec{W} \times \vec{V}$$

Não se pode trocar a ordem com que se escrevem os vectores.

Outra forma frequente de se representar o produto externo de dois vectores é  $\vec{V} \wedge \vec{W}$ , que em geral não será usada nesta disciplina.

## Constantes físicas

| Velocidade da luz              | c                               | $3.00 \times 10^{8}$     | m/s                                    |
|--------------------------------|---------------------------------|--------------------------|--|
| Constante gravitacional        | G                               | $6.67 \times 10^{-11}$   | $\rm N.m^2/kg^2$                       |
| Número de Avogadro             | $N_A$                           | $6.02\times10^{23}$      | $\mathrm{mol}^{-1}$                    |
| Constante universal dos gases  | R                               | 8.31                     | J/mol.K                                |
| Constante de Planck            | h                               | $6.63\times10^{-34}$     | J.s                                    |
| Constante de Boltzmann         | $k_B$                           | $1.38 \times 10^{-23}$   | $\mathrm{J/K}$                         |
| Constante de Stephan-Boltzmann | $\sigma$                        | $5.67\times10^{-8}$      | $\mathrm{W}/\mathrm{m}^2.\mathrm{K}^4$ |
| Constante de Wien              | $\sigma_w$                      | $2.898\times10^{-3}$     | m.K                                    |
| Permitividade eléctrica        | $\epsilon_0$                    | $8.85 \times 10^{-12}$   | $\mathrm{C^2/N.m^2}$                   |
| Constante de Coulomb           | $k = \frac{1}{4\pi \epsilon_0}$ | $8.99 \times 10^{9}$     | ${ m N.m^2/C^2}$                       |
| Permeabilidade magnética       | $\mu_0$                         | $1.26\times10^{-6}$      | ${ m N/A^2}$                           |
| Massa do electrão              | $m_e$                           | $9.11 \times 10^{-31}$   | kg                                     |
| Massa do protão                | $m_p$                           | $1.67\times10^{-27}$     | kg                                     |
| Carga do protão                | e                               | $1.6022 \times 10^{-19}$ | С                                      |

### Constantes Astronómicas

| Astro    | Raio   | Massa                  | Densidade     | Órbita | Excentr. | Inclinação | Período              | Gravidade          |
|----------|--------|------------------------|---------------|--------|----------|------------|----------------------|--------------------|
|          | (km)   | $(10^{24} \text{ kg})$ | $(g.cm^{-3})$ | (AU)   |          |            | (s)                  | $(\mathrm{m/s^2})$ |
| Mercúrio | 2439   | 0.33                   | 5.43          | 0.38   | 0.206    | 7.0044     | $7.60 \times 10^{6}$ | 3.14               |
| Vénus    | 6051   | 4.87                   | 5.24          | 0.72   | 0.007    | 3.3945     | $1.94\times10^7$     | 8.91               |
| Terra    | 6378   | 5.97                   | 5.52          | 1.00   | 0.017    | 0          | $3.156\times10^7$    | 9.81               |
| Marte    | 3396   | 0.64                   | 3.93          | 1.52   | 0.093    | 1.8499     | $5.94\times10^7$     | 3.73               |
| Júpiter  | 70850  | 1898.80                | 1.36          | 5.20   | 0.048    | 1.3056     | $3.74\times10^8$     | 25.48              |
| Saturno  | 60330  | 568.41                 | 0.71          | 9.57   | 0.052    | 2.4859     | $9.35\times10^8$     | 11.37              |
| Urano    | 25400  | 86.97                  | 1.30          | 19.31  | 0.050    | 0.7727     | $2.64\times10^9$     | 10.98              |
| Neptuno  | 24300  | 102.85                 | 1.80          | 30.20  | 0.004    | 1.7725     | $5.22\times10^9$     | 11.87              |
| Plutão   | 1150   | 0.013                  | 2.03          | 39.91  | 0.257    | 17.135     | $7.82 \times 10^9$   | 4.61               |
| Lua      | 1738   | 0.074                  |               |        |          |            |                      | 1.63               |
| Sol      | 696100 | 1990000                |               | _      | _        | _          | _                    | 273.42             |

- Equinócio da Primavera 20 Março
- Equinócio do Outono 22 Setembro
- Solstício de Verão 20 Junho
- Solstício de Inverno 21 Dezembro
- Estrela mais próxima (Alfa Centauro) 4.34 a.l.
- Luminosidade do Sol:  $3.846 \times 10^{26} \text{ W}$
- Distância do Sol ao centro da Galáxia: 8 kpc
- Diâmetro da galáxia 50 kal
- Distância a Andrómeda 2 Mal
- Diâmetro do Grupo 75 Mal

(al=anos-luz)

# Propriedades físicas de alguns materiais

|                                 | Ar   | Água   | Diamante | NaCl | Silício |
|---------------------------------|------|--------|----------|------|---------|
| Densidade (kg/ $\mathrm{m}^3$ ) | 1.21 | 1000   | 3510     |      | 2329    |
| Velocidade do som $(m/s)$       | 343  | 1460   |          |      |         |
| Índice de refracção             | 1.00 | 1.33   | 2.419    | 1.5  | 5.22    |
| Temperatura de liquefacção (K)  | 77   | 273.15 | 4100     |      | 1687    |

### Relações trigonométricas

$$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{1}{2}(x-y)\cos\frac{1}{2}(x+y)$$

$$\cos x - \cos y = -2\sin\frac{1}{2}(x-y)\sin\frac{1}{2}(x+y)$$

$$\sin x + \sin y = 2\cos\frac{1}{2}(x-y)\sin\frac{1}{2}(x+y)$$

$$\sin x - \sin y = 2\sin\frac{1}{2}(x-y)\cos\frac{1}{2}(x+y)$$

$$\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$$

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\sin 2x = 2\sin x \cos x$$

$$\cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x)$$

$$\sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x)$$

$$\tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}$$

## Números complexos

Seja um número complexo z = x + iy.

Complexo conjugado

$$z^* = x - iy$$

Módulo

$$|z| = \sqrt{zz^*} = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Relações trigonométricas complexas

$$e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$$

$$\cos \theta = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}$$

$$\sin \theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$$

## Outras relações matemáticas

Teorema binomial

$$(1+x)^n = 1 + \frac{n x}{1!} + \frac{n(n-1)x^2}{2!} + \cdots$$

Expansão da exponencial

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots$$

Expansão do logaritmo

$$\ln(1+x) = x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \dots$$

Expansões trigonométricas

$$\sin x = x - \frac{1}{3!}x^3 + \frac{1}{5!}x^5 + \cdots$$

$$\cos x = 1 - \frac{1}{2!}x^2 + \frac{1}{4!}x^4 - \cdots$$

$$\tan x = x + \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{15}x^5 + \cdots$$

### Geometria

Círculo de raio r

- Área  $\pi r^2$
- Perímetro  $2\pi~r$

Esfera de raio r

- Volume  $\frac{4}{3}\pi r^3$
- Área  $4\pi~r^2$

Seja um triângulo de lados a, b, c, de ângulos opostos respectivamente  $\alpha, \beta, \gamma$  e perímetro p=a+b+c

Fórmula de Héron

Area = 
$$\frac{1}{2}\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

Fórmulas dos cossenos

$$a^{2} = b^{2} + c^{2} - 2bc \cos \alpha$$
  

$$b^{2} = a^{2} + c^{2} - 2ac \cos \beta$$
  

$$c^{2} = a^{2} + b^{2} - 2ab \cos \gamma$$

Fórmula dos senos

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2 \times \text{(raio da circunferência circunscrita)}$$

# Letras gregas

| minúscula            | maiúscula | nome    |
|----------------------|-----------|---------|
| $\alpha$             | A         | Alfa    |
| $\beta$              | В         | Beta    |
| $\gamma$             | Γ         | Gama    |
| δ                    | $\Delta$  | Delta   |
| $arepsilon,\epsilon$ | E         | Epsilon |
| ζ                    | Z         | Zeta    |
| $\eta$               | Н         | Eta     |
| $\theta, \vartheta$  | $\Theta$  | Teta    |
| $\iota$              | I         | Iota    |
| $\kappa$             | K         | Kapa    |
| $\lambda$            | $\Lambda$ | Lambda  |
| $\mu$                | M         | Miu     |
| $\nu$                | N         | Niu     |
| ξ                    | Ξ         | Csi     |
| 0                    | O         | Omicron |
| $\pi, \varpi$        | П         | Pi      |
| $ ho, \varrho$       | P         | Ró      |
| $\sigma,\varsigma$   | $\sum$    | Sigma   |
| au                   | Τ         | Tau     |
| v                    | Υ         | Upsilon |
| $\phi, \varphi$      | Φ         | Fi      |
| χ                    | X         | Chi     |
| $\psi$               | $\Psi$    | Psi     |
| $\omega$             | Ω         | Omega   |

## Prefixos SI

| Factor    | Nome  | Símbolo | Factor     | Nome  | Símbolo |
|-----------|-------|---------|------------|-------|---------|
| $10^{24}$ | yotta | Y       | $10^{-1}$  | deci  | d       |
| $10^{21}$ | zetta | Z       | $10^{-2}$  | centi | c       |
| $10^{18}$ | exa   | E       | $10^{-3}$  | mili  | m       |
| $10^{15}$ | peta  | P       | $10^{-6}$  | micro | $\mu$   |
| $10^{12}$ | tera  | Τ       | $10^{-9}$  | nano  | n       |
| $10^{9}$  | giga  | G       | $10^{-12}$ | pico  | p       |
| $10^{6}$  | mega  | M       | $10^{-15}$ | femto | f       |
| $10^{3}$  | kilo  | k       | $10^{-18}$ | atto  | a       |
| $10^{2}$  | hecto | h       | $10^{-21}$ | zepto | Z       |
| $10^{1}$  | deka  | da      | $10^{-24}$ | yocto | У       |

### Factores de Conversão

### • Massa

$$\begin{array}{l} 1~{\rm kg} = 6.02 \times 10^{26}~{\rm u} \\ 1~{\rm u} = 1.66 \times 10^{-27}~{\rm kg} \\ 1~{\rm lb} = 0.4536~{\rm kg} \end{array}$$

#### • Comprimento

```
1 m = 39.4 in = 3.28 ft

1 mi = 1.61 km = 5280 ft

1 in = 2.54 cm

1 ano luz = 9.46 \times 10^{15} m

1 AU = 1.4959787 \times 10^{11} m

1 Parsec = 2.06265 \times 10^{5} AU

1 ano luz (al) = 9.46052973 \times 10^{15} m
```

#### • Tempo

#### • Energia

$$1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$$

#### • Volume

 $1 \text{ gal\~ao} = 3.7854 \text{ litros}$