Ficha 2

1. Calcule $|\vec{a}|^2 - \sqrt{3}\langle\vec{a},\vec{b}\rangle + 5|\vec{b}|^2$ sabendo que $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$, $\angle(\vec{a},\vec{b}) = \pi/6$.

2. No plano com base canónica são dados dois vetores com coordenadas $\vec{a}(3,-2)$ e $\vec{b}(-1,2)$. Encontre o produto escalar.

3. No plano com base canónica encontre o ângulo entre os vetores $\vec{a}(1,2)$ e $\vec{b}(4,2)$.

4. No plano com base canónica encontre a distância entre os pontos $A(3,-2)$ e $B(3,3)$.

5. No espaço com base canónica são dados dois vetores com coordenadas $\vec{a}(2,1,5)$ e $\vec{b}(7,-9,-1)$. Encontre o produto escalar.

6. No espaço com base canónica encontre o ângulo entre os vetores $\vec{a}(1,-1,1)$ e $\vec{b}(5,1,1)$.

7. No espaço com base canónica encontre a distância entre os pontos $A(-3,1,-1)$ e $B(-1,1,-1$.

8. Mostre que os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}\langle\vec{a},\vec{c}\rangle - \vec{c}\langle\vec{a},\vec{b}\rangle$ são ortogonais.

9. Os vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $\vec{c}$ têm norma igual a um e verificam a igualdade $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c} = \vec{0}$. Calcule $\langle\vec{a},\vec{b}\rangle + \langle\vec{b},\vec{c}\rangle + \langle\vec{a},\vec{c}\rangle$.

10. Dado um triângulo $\triangle ABC$, escreva em termos de $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{AC}$ a distância $|BC|$, o comprimento da mediana AM, a área do triângulo.

11. Considere um triângulo $\triangle ABC$ e a altura AH. Encontre as coordenadasdo vetor $\overrightarrow{AH}$ na base formada pelos vetores $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{AC}$.

12. Seja $ABCD$ um tetraedro tal que $AB \perp CD$ e $AC \perp BD$. Mostre que $BC \perp AD$.

13. No espaço com base canónica encontre o produto vetorial dos vetores com coordenadas $\vec{a}(1,-1,1)$ e $\vec{b}(5,1,1)$.

14. Considere os vetores $\vec{a}(1,-1,1)$ e $\vec{b}(5,1,1)$. Calcule as coordenadas do vetor $\vec{c}$ com norma um e que é ortogonal aos vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$. Quantas soluções tem o exercício?

15. Seja $ABCD$ um quadrilátero convexo. Mostre que a sua área é $\frac{1}{2}[\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}]$.

16. Mostre que o produto vetorial não é uma operação associativa.