Trabalho 4 - Determinação do momento de inércia de um disco em relação ao seu centro de massa e verificação do Teorema de Steiner.

1. Objectivos

- Determinar o momento de inércia de um disco em relação ao seu centro de massa.
- Verificar o teorema de Steiner.

2. Fundamento teórico

O momento de inércia de um disco em torno de um eixo perpendicular à sua face e que passa pelo centro de massa é:

$$I_{CM} = \frac{1}{2} M R^2 \qquad (1)$$

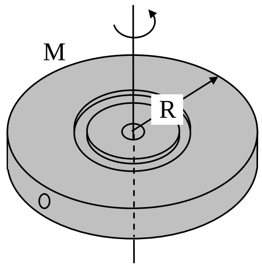

Figura 1

em que M é a massa do disco e R é o seu raio, como se mostra na figura 1. Se o eixo de rotação for paralelo ao eixo que passa no centro de massa, então o momento de inércia do disco será:

$$I_{disco} = I_{CM} + M D^2 \qquad (2)$$

em que D é a distância entre os dois eixos (ver figura 2).

Para determinar o momento de inércia experimentalmente, é necessário aplicar um torque ao disco, medindo em seguida a aceleração angular correspondente. Ou seja:

$$\tau = I \alpha \Rightarrow I = \frac{\tau}{\alpha} \qquad (3)$$

onde τ é o torque aplicado e α é a aceleração angular. Neste trabalho, o torque é originado pela massa suspensa do fio que se encontra enrolado em torno do eixo de rotação da barra.

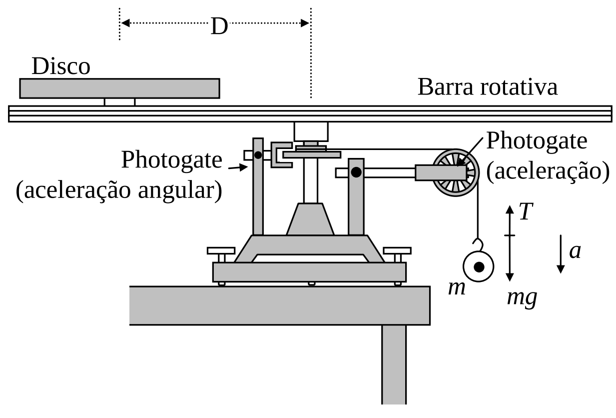

Figura 2

Sendo r o raio do eixo e T a tensão no fio, então o torque é dado por:

$$\tau = r T \qquad (4)$$

A tensão no fio é determinada aplicando a segunda lei de Newton à massa suspensa:

$$\sum F = m g - T = m a \quad \Rightarrow \quad T = m(g - a) \qquad (5)$$

Um vez determinada a aceleração *a* da massa *m* obtém-se a tensão no fio e consequentemente o torque, que juntamente com a aceleração angular permite determinar o momento de inércia do disco.

3. Procedimento Experimental

Compensação do atrito nos eixos

Na teoria apresentada anteriormente não se entrou em conta com o atrito nos eixos de rotação. Devido à sua existência, a massa que é necessário suspender para produzir uma determinada aceleração é maior do que seria se não existisse atrito. Para compensar esse efeito, procede-se do seguinte modo:

a) Suspenda uma massa e solte-a

b) Observe se a massa desce com velocidade aproximadamente constante

c) Se a massa descer com velocidade constante registe esse valor (m_{atrito}), caso contrário volte ao ponto a) acrescentando massas

d) A massa m a usar nos cáculos será $m = m_{suspensa} - m_{atrito}$

1ª Parte: determinação do momento de inércia do disco em relação ao CM

a) Meça o diâmetro do disco e monte-o directamente sobre o eixo de rotação.

b) Meça a massa que irá suspender e o diâmetro do eixo onde se encontra enrolado o fio.

c) Solte a massa suspensa e determine a sua aceleração de descida e a aceleração angular de rotação do eixo.

2ª Parte: verificação do teorema de Steiner

Dado que a barra não tem massa desprezável, o momento de inércia total será a soma do momento de inércia do disco com o momento de inércia da barra. Assim:

a) Determine o momento de inércia da barra seguindo um procedimento semelhante ao efectuado na primeira parte deste trabalho.

b) Coloque o disco sobre a barra, como se mostra na figura 2, e meça a distância entre o eixo de rotação da barra e o eixo do disco.

c) Meça a massa que irá suspender e o diâmetro do eixo onde se encontra enrolado o fio.

d) Solte a massa suspença e determine a sua aceleração de descida e a aceleração angular de rotação do eixo. Repita este procedimento para várias distâncias *D* do disco.

4. Tratamento dos dados e resultados da experiência

1ª Parte: determinação do momento de inércia do disco em relação ao CM

- Determine o momento de inércia do disco pela equação (3) e compare o resultado com o valor obtido pela equação (1).

2ª Parte: verificação do teorema de Steiner

- Determine o momento de inércia total do conjunto pela equação (3).
- Determine o momento de inércia do disco pela equação $I_{disco} = I_{tot} - I_{barra}$.
- Desenhe o gráfico de I_{disco} versus D^2 e verifique o teorema de Steiner.

FICHA DE REGISTO DE DADOS DA EXPERIÊNCIA

Data.................................Turma..Grupo..................................

Massa do disco: 1.4kg Diâmetro do disco: ______ Diâmetro do eixo: ______

1ª Parte

Disco

Massa para descida com velocidade constante	Massa suspensa	Aceleração da massa suspensa	Aceleração angular

$I_{\text{disco em relação ao CM}}$ = ______________

2ª Parte

Barra

Massa para descida com velocidade constante	Massa suspensa	Aceleração da massa suspensa	Aceleração angular

I_{barra} = ______________

Disco + Barra

Massa para descida com velocidade constante: ______ Massa suspensa: ______

Distância entre os eixos	Aceleração da massa suspensa	Aceleração angular