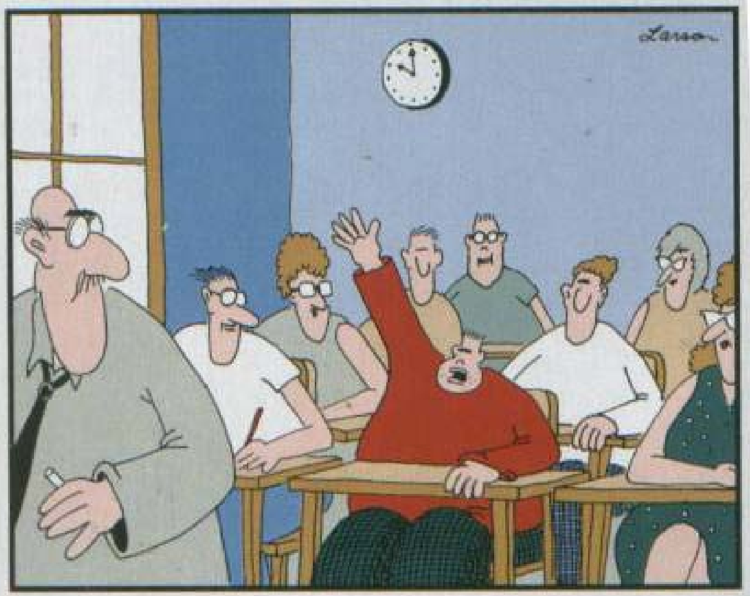
Física Quântica II - Programa Provisório

- Spin – interação com campos magnéticos
- Soma dos momentos angulares
- Teoria de perturbações independente do tempo
- Partículas Idênticos
- Teoria de perturbações dependente do tempo
- Espalhamento em duas e três dimensões



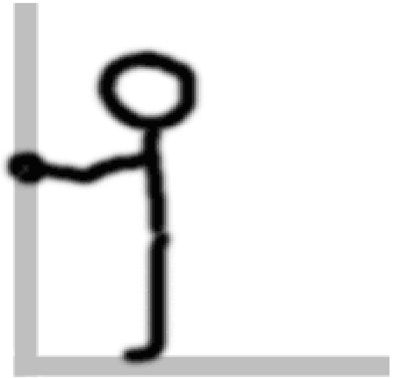
"Mr. Osborne, may I be excused? My brain is full."

Avaliação:

Opção A:

Conjuntos de problemas: 30 %

2 testes: cada um 35%



Opção B:

2 testes: cada um 50%

Morte súbita : nota num teste inferior aos 8 valores

Ressurreição – exame de recuso

Spin – momento angular intrínseco

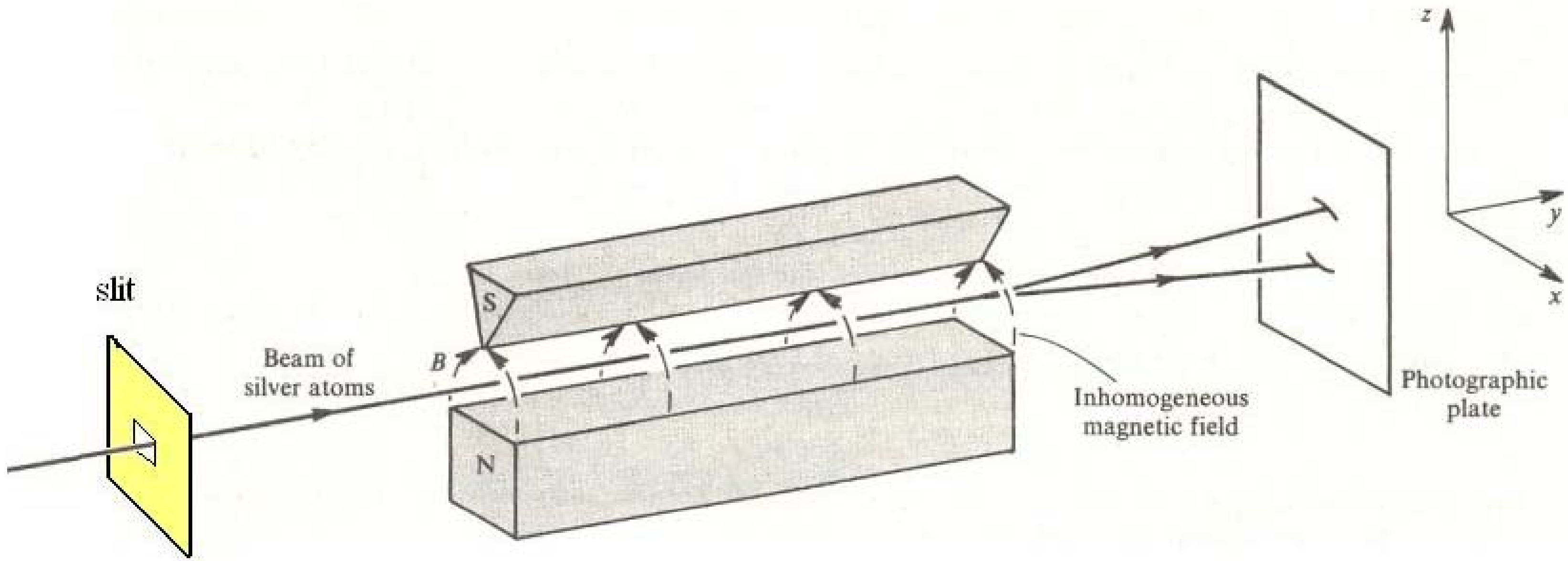
A World Without Spin...

10) Chemistry would have been messed up.
9) You can't get rid of the glare from the sunlight.
8) You can't have MRI if you've gotten brain cancer.
7) Quarks aren't compelled to have color.
6) Neutron stars would never be stable.
5) Weak interactions can't be chiral.
4) There wouldn't be any gauge theories.
3) You can't play around with supersymmetry. ☹
2) You would be stuck in 26-dimensions.
1) Spin doctors Washington DC would be jobless!

Referências:

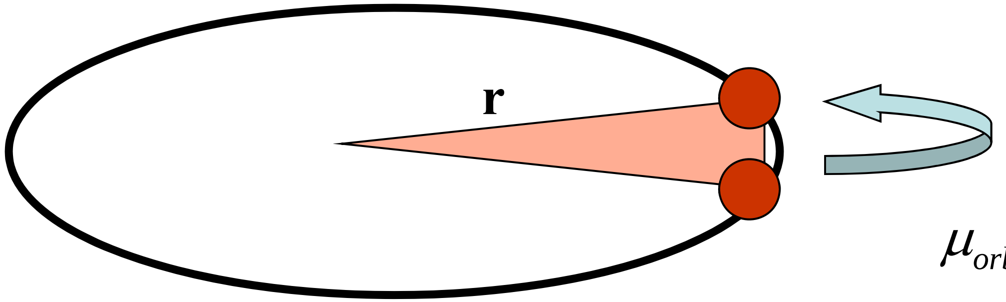
Griffiths: sec 4.4
Gasiorowicz: cap 10
C-T: cap IX, Vol II

Experiência Stern-Gerlach 1922



- Tentativa ver se o eletrão é dotado com um momento magnético intrínseco.
- feixe (quente) de átomos de prata ($_{47}Ag$).
- um campo magnético não-homogêneo.
- Deteção usando uma placa fotográfica.

O Momento magnético



Dipolo magnético

$$\mu_{orb} = I\left(\acute{a}rea\right) = \oint I \tfrac{1}{2}\left(\vec{r}x d\vec{s}\right)$$

$$= \oint \tfrac{1}{2}\left(\vec{r}x\frac{d\vec{s}}{dt}\right)dq = \frac{1}{2m}\oint\left(\vec{r}x\vec{p}\right)dq$$

mas $\vec{r}x\vec{p} =$ momento angular orbital

$$\Rightarrow \vec{\mu}_{orb} = \frac{-e}{2m}\vec{L} \qquad \frac{e\hbar}{2m} \equiv \mu_B$$

"magnetron de Bohr" $\mu_B = \dfrac{e\hbar}{2m} \approx 9.27x10^{-24}\ J/T$

$$\mu_B / h \approx 1.4\ MHz/G$$

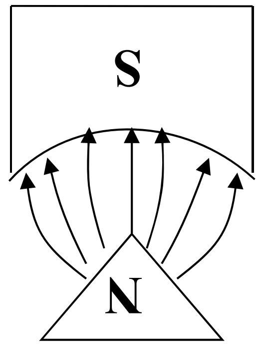
l pode assumir valores 0,1,2,…n-1

existe um número impar de valores possíveis de m_l

A experiência Stern Gerlach

Força num átomo

$$\mathbf{F} = \nabla(\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}) = -m\mu_B \frac{dB_z}{dz}$$



A força se actua para dimunir a energia potencial magnetica

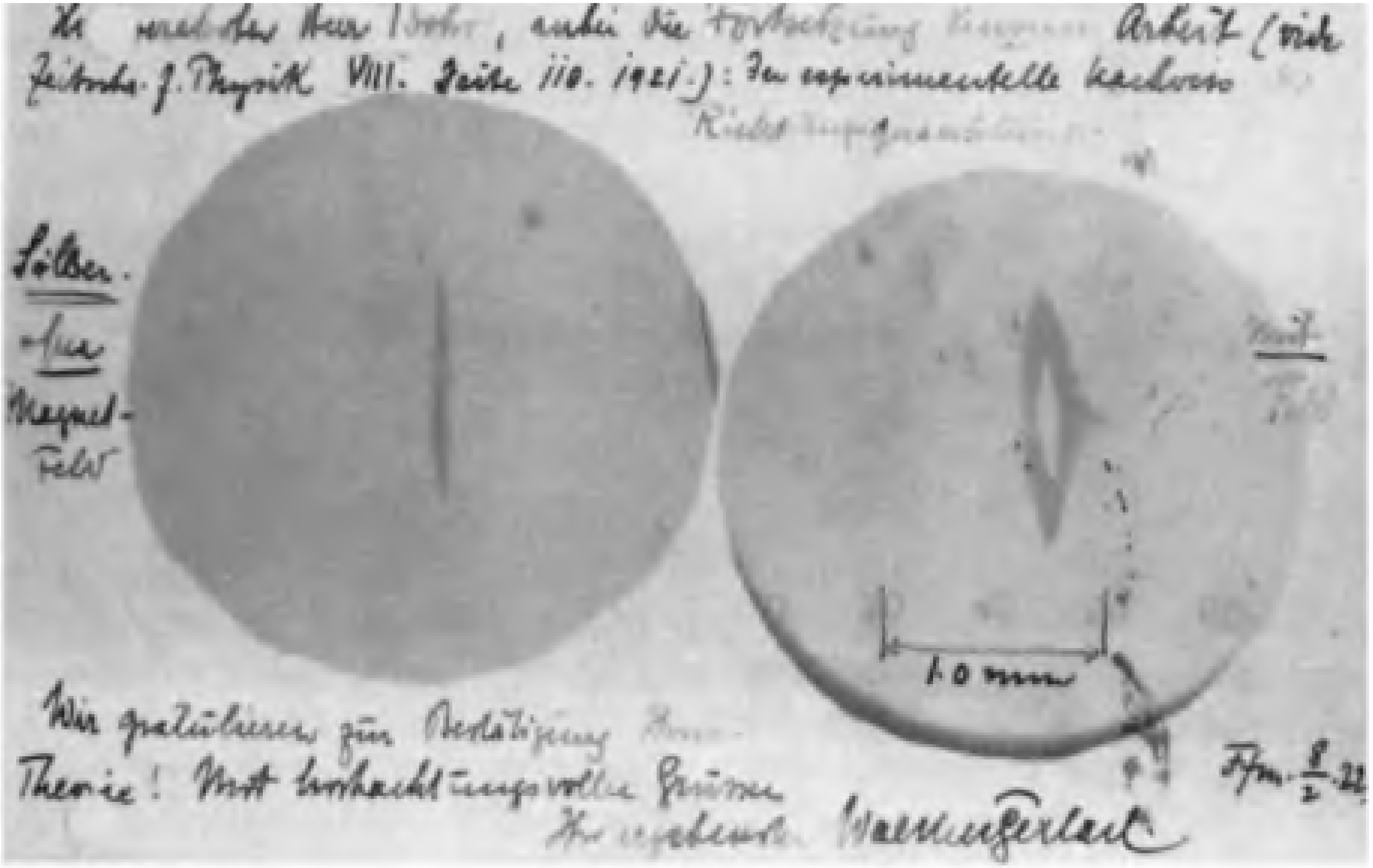
$$E = E_0 + m\mu_B B_z \qquad -l \le m \le l$$

Átomos em estados de momento angular interno irão sentir forças differente e se separar. Esperamos ver o feixe se separar em partes diferentes uma para cada valor diferente de m.

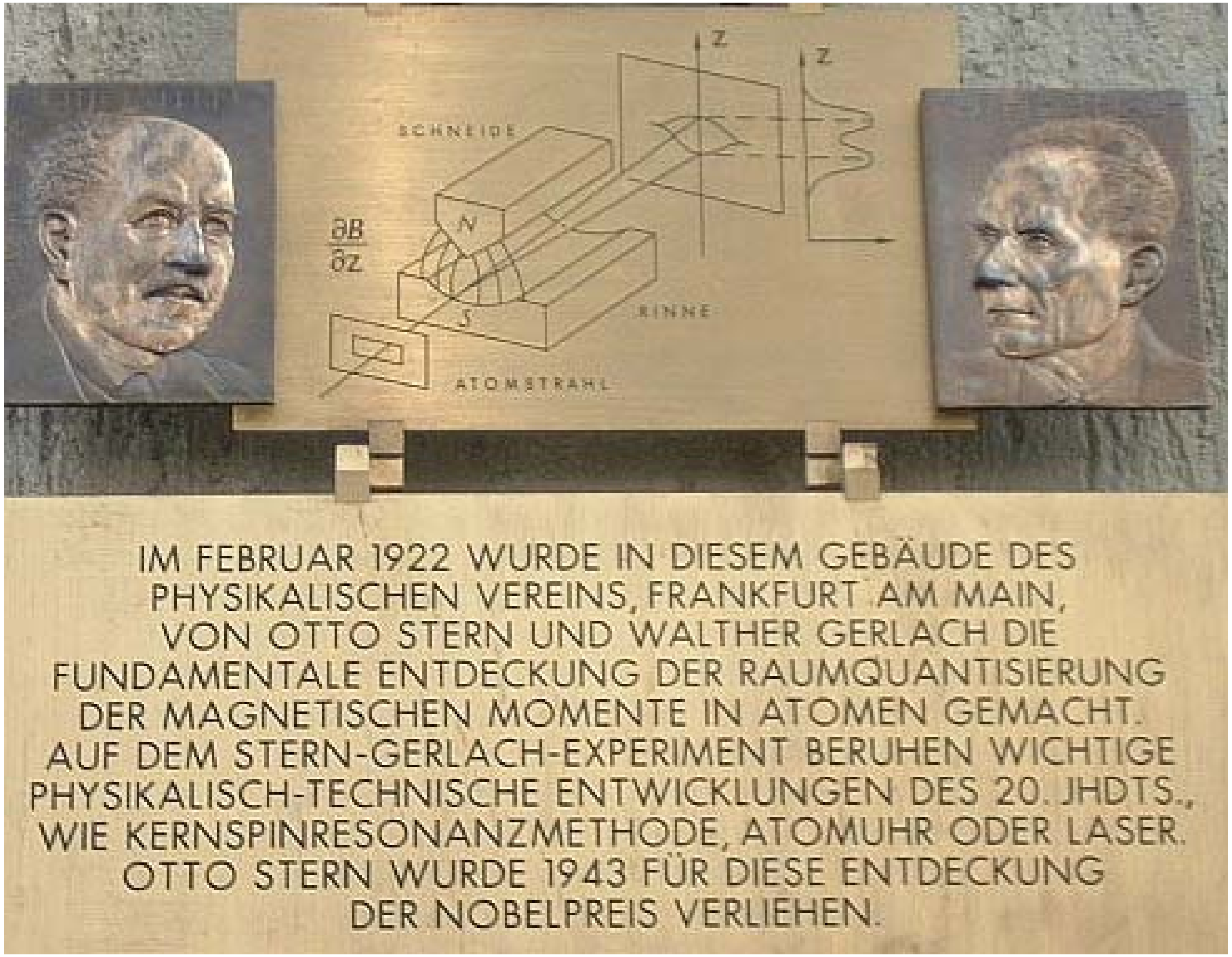
Previsão:

Feixe deveria separar num número impar de partes (2l+1)

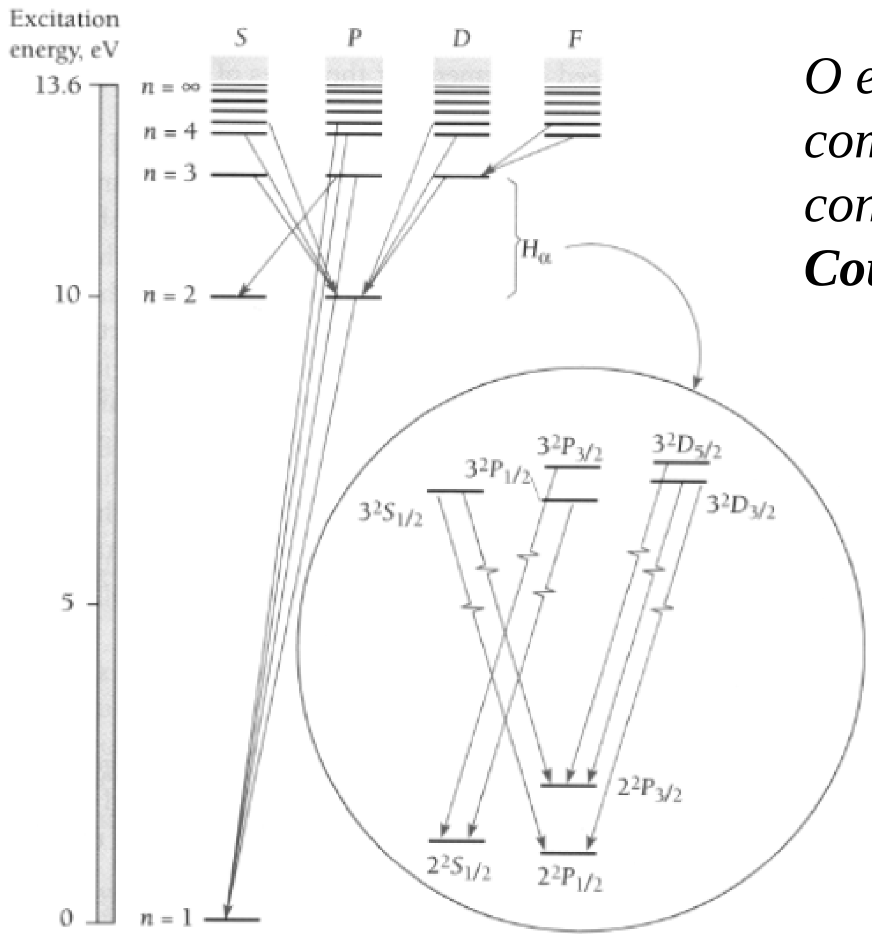
Carta de Gerlach à N. Bohr



Experiência Stern Gerlach (ESG) 1922



Outra complicação



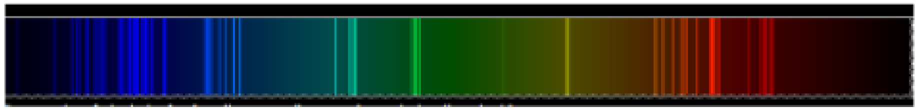
*O espetro do átomo mais simples é mais complicado do que esperado considerando **apenas a interação Coulombiâna** entre o eletrão e o protão*

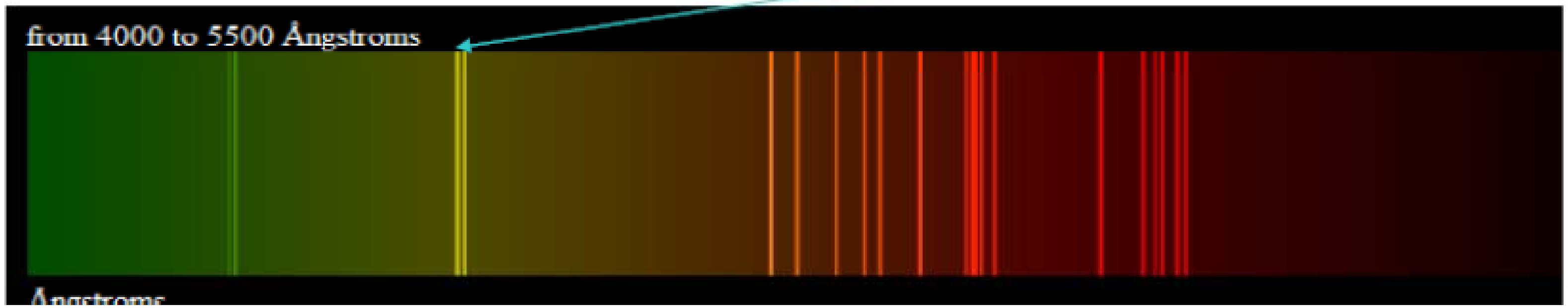
Existe uma "estrutura fina"
A degenerescência em *l* é "quebrada"
Aparece um estrutura em "doublets"

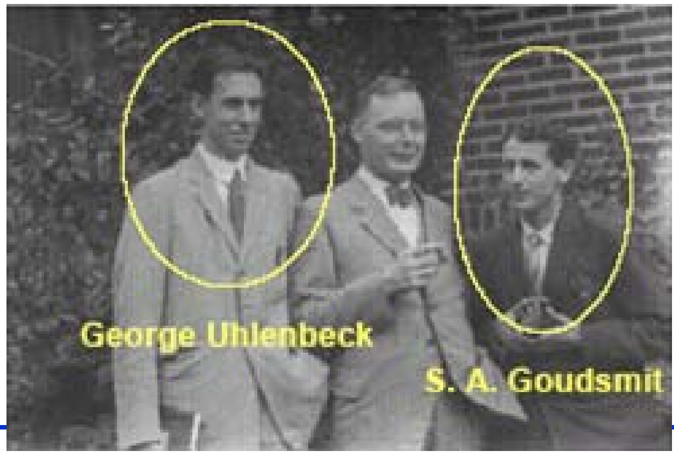
Estrutura Fina em Na

$2l+1 = 1, 3, 5, ...$

But!!!







Proposta de Uhlenbeck e Goudsmit

Além de momento angular orbital os eletrões tem um momento angular intrínseco

"O Spin" - S

$$\hat{S}^2 \left|\chi\right\rangle = s\left(s+1\right)\hbar^2 \left|\chi\right\rangle$$

$$\hat{S}_z \left|\chi\right\rangle = m_s \hbar \left|\chi\right\rangle$$

Os kets (spinors) $\left|\chi\right\rangle$ *"vivem" num espaço separada do espaço de coordenados espaciais*

Obedecem as relações de comutação associados com momento angular

Dirac – equação Schrödinger relativistica para H
Eletrões tem um Spin S=1/2 (e uma anti-partícula o positrão)

$$m_s = \pm \tfrac{1}{2}$$

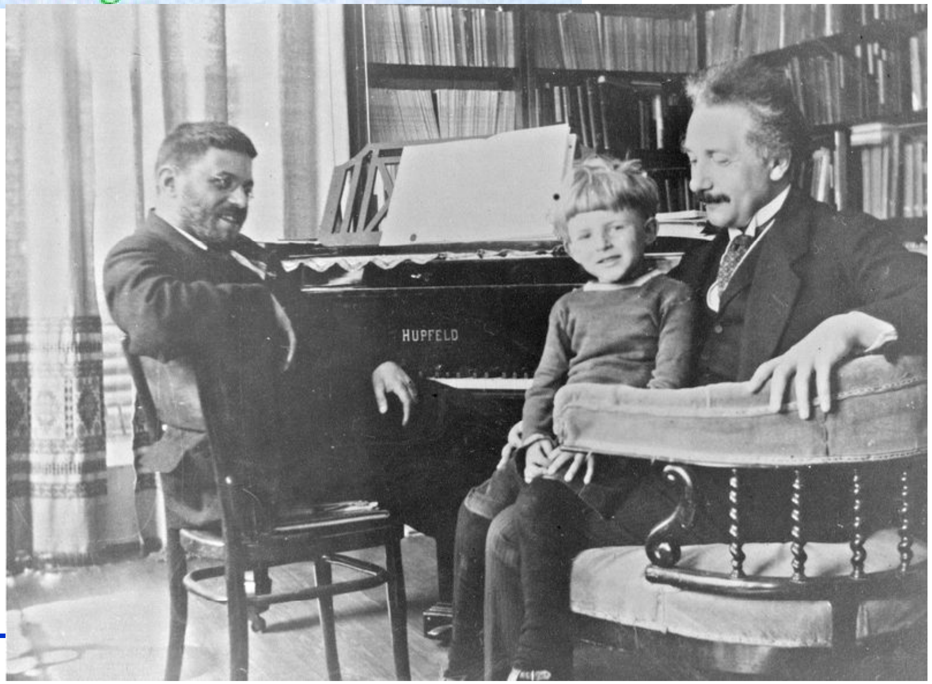
Momento magnético "intrínseco" $\vec{\mu}_s = -g_s \mu_B \hat{S} / \hbar \quad g_s \approx 2$ *

Quatro números quânticos $\psi_{n,l,m_l,m_s} = \psi_{n,l,m_l} \chi\left(m_s\right)$

* Existem correcções quando o campo EM é quântizado $g_s \approx 2\left(1 + \alpha / 2\pi + ...\right)$

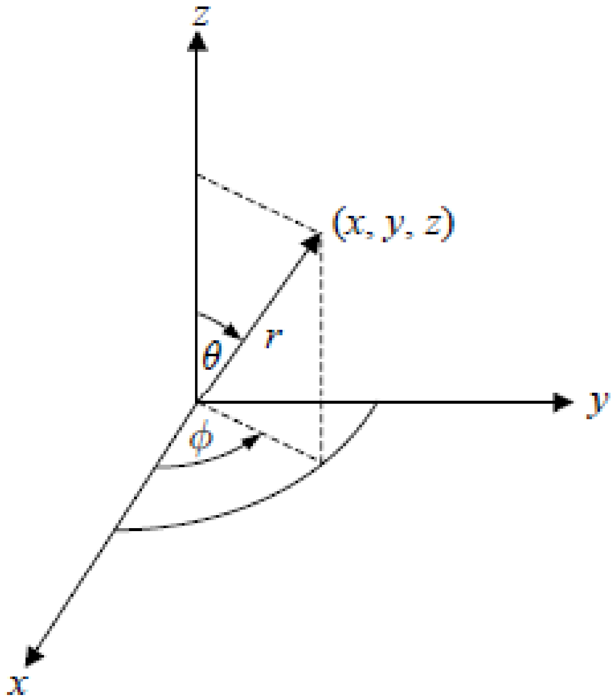
‘‘This is a good idea. Your idea may be wrong, but since both of you are so young without any reputation, you would not loose anything by making a stupid mistake.”

P. Ehrenfest, upon receiving the paper by G. Uhlenbeck and S. Goudsmit, from “The story of spin”,S. Tomonaga



Este valor de S=1/2 é bizarro

Lembram que as funções próprias do operador $\hat{L}_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \phi}$ são $e^{im\phi}$



m tem ser inteiro
quando roda 2π a volta do eixo dos zz
deve obter a mesma função

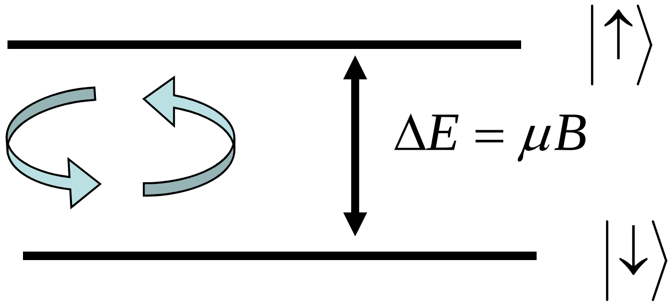
→ Spin vive num espaço diferente
do que o espaço dos coordenados

Exemplos de Sistemas com 2 níveis

Um electrão ou um protão isolado é um sistema ideal de 2 níveis:

Prémio Nobel 1944

Campo magnético alternado pode induzir transições - Ressonância Magnética Nuclear (RMN)



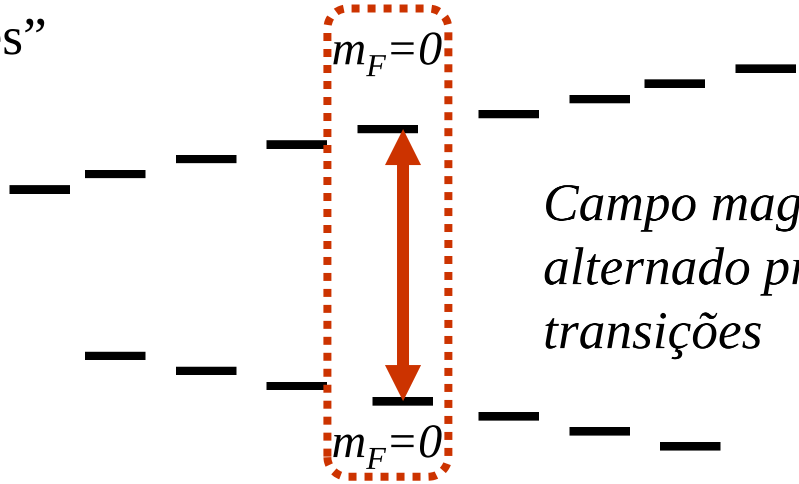
Estados hiperfinos + "truques"

^{133}Cs

"Relógio atómico"

F=4

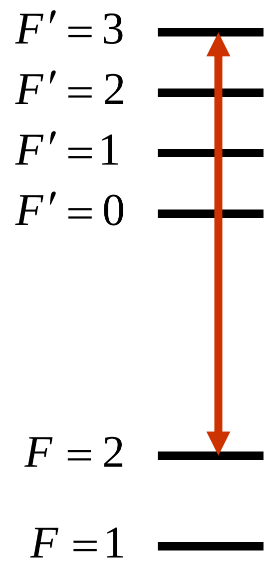
F=3



Campo magnético alternado provoca transições

Truques não são perfeitos - Existe alguma possibilidade de haver transições não ressonantes

Outros sistemas de “2 níveis”



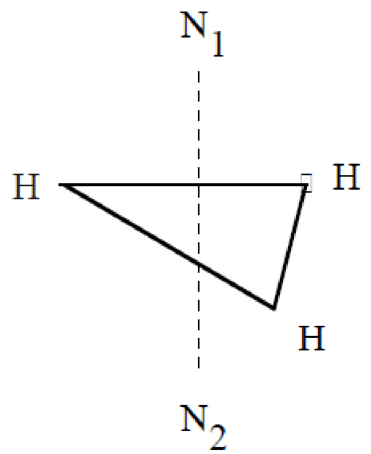
Transições ópticas entre um nível no estado fundamental e um nível do um estado excitado

Regras de selecção $\Delta F=0, \pm 1$
Excitação não ressonante pode “abrir” o sistema

Transições moleculares

Molécula de amoníaco NH_3
O átomo de azote pode assumir dois estados

primeiro Maser – C. Townes



Prémio Nobel 1964

Estados de base e operadores

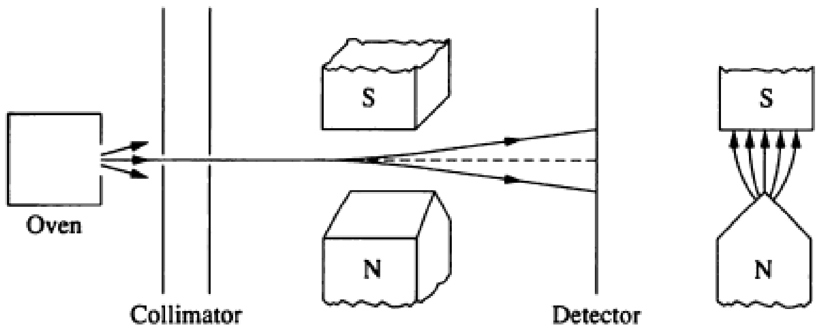
Matrizes de Pauli

$$\hat{S}_x = \frac{\hbar}{2}\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \frac{\hbar}{2}\sigma_x \qquad \hat{S}_y = \frac{\hbar}{2}\begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix} = \frac{\hbar}{2}\sigma_y \qquad \hat{S}_z = \frac{\hbar}{2}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \frac{\hbar}{2}\sigma_z$$

Quando o eixo de quantização é o eixo dos zz

Estados próprios

$$\left|\uparrow_z\right\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \left|\downarrow_z\right\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$



Quais são os estado próprios quando medimos o spin ao longo do eixo dos xx?

$$\left|\uparrow_x\right\rangle = ? \qquad \left|\downarrow_x\right\rangle = ?$$

Estados de base e operadores

Estados de base $\left|\uparrow\right\rangle$ e $\left|\downarrow\right\rangle$ *Estados "para acima" e para abaixo"*
eixo de quantização é tipicamente o eixo dos zz

"Spinor": $\begin{bmatrix} c_\uparrow \\ c_\downarrow \end{bmatrix} = c_\uparrow \left|\uparrow\right\rangle + c_\downarrow \left|\downarrow\right\rangle$

Matrizes de Pauli $\hat{S}_x = \frac{\hbar}{2}\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \frac{\hbar}{2}\sigma_x$ $\quad \hat{S}_y = \frac{\hbar}{2}\begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix} = \frac{\hbar}{2}\sigma_y$

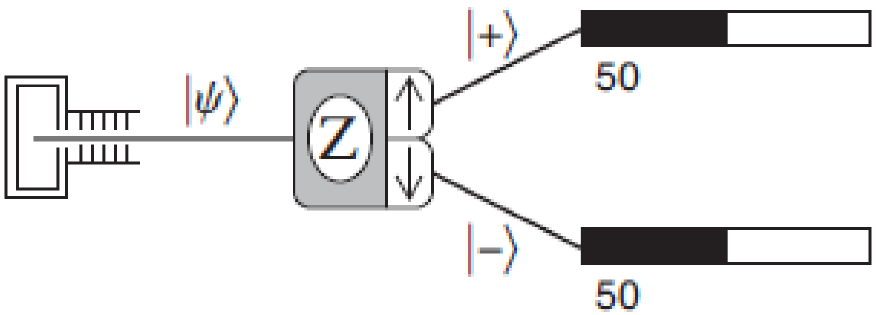
$$\hat{S}_z = \frac{\hbar}{2}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \frac{\hbar}{2}\sigma_z$$

Um spinor arbitrário
pode ser escrito em termos de dois ângulos, θ e ϕ

$$\cos\left(\tfrac{\theta}{2}\right)\left|\uparrow\right\rangle + e^{i\phi} sen\left(\tfrac{\theta}{2}\right)\left|\downarrow\right\rangle$$

Experiência SG e medidas quânticas

A experiência Stern-Gerlach é uma paradigma duma medida quântica



Spin ↔ posição no detetor

correlação entre graus de liberdade e observação macroscópica

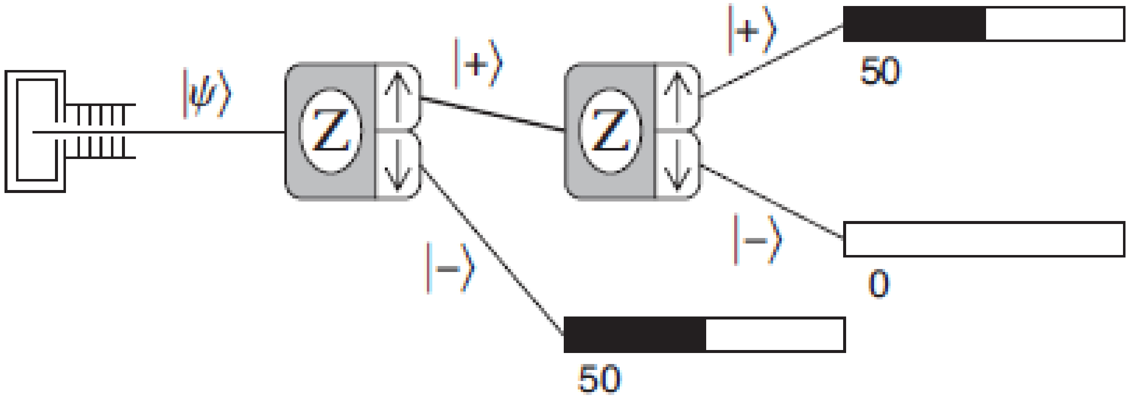
A função de onda incidente é "projetada" num dos estados próprios da operador Sz

$$|\psi\rangle = a|\uparrow_z\rangle + b|\downarrow_z\rangle$$

$$a = \langle\uparrow_z||\psi\rangle \quad b = \langle\downarrow_z||\psi\rangle$$

$$|\psi\rangle = |\uparrow_z\rangle\langle\uparrow_z||\psi\rangle + |\downarrow_z\rangle\langle\downarrow_z||\psi\rangle = \left[|\uparrow_z\rangle\langle\uparrow_z| + |\downarrow_z\rangle\langle\downarrow_z|\right]|\psi\rangle$$

Operadores de projeção



A primeira exp. SG "prepara" o estado num estado próprio de Sz

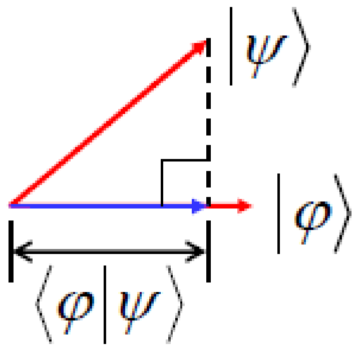
$$\hat{P}_{\uparrow z} = \left|\uparrow_z\right\rangle\left\langle\uparrow_z\right|$$

$$\left(\hat{P}_{\uparrow z}\right)^2 = \hat{P}_{\uparrow z}$$

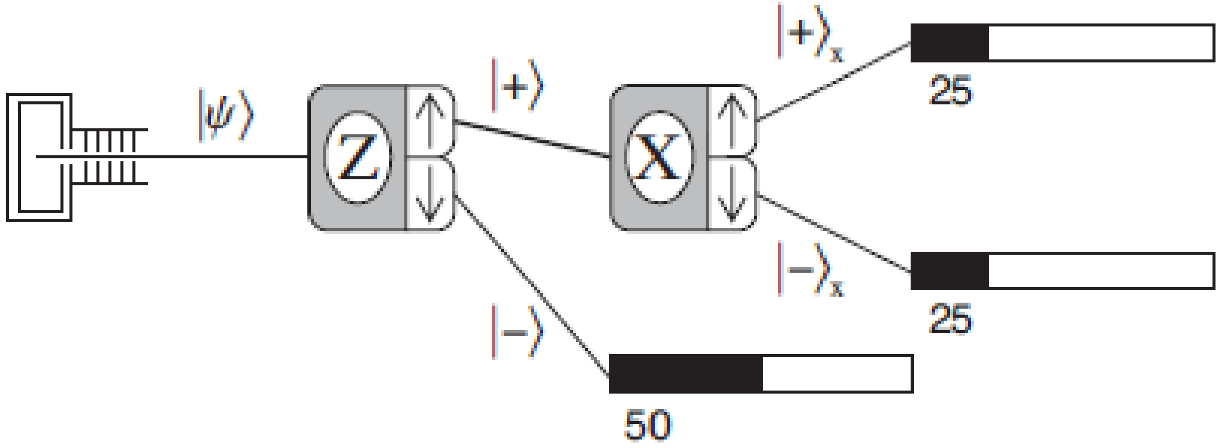
$$\left|\psi'\right\rangle = \frac{\hat{P}_{\uparrow z}\left|\psi\right\rangle}{\sqrt{\left\langle\psi\right|\hat{P}_{\uparrow z}\left|\psi\right\rangle}}$$

$$P_{\phi} = \left|\phi\right\rangle\left\langle\phi\right|$$

$$\Rightarrow \quad P_{\phi}\left|\psi\right\rangle = \left(\left|\phi\right\rangle\left\langle\phi\right|\right)\left|\psi\right\rangle = \left|\phi\right\rangle\left\langle\phi\middle|\psi\right\rangle$$



Operadores que não comutam

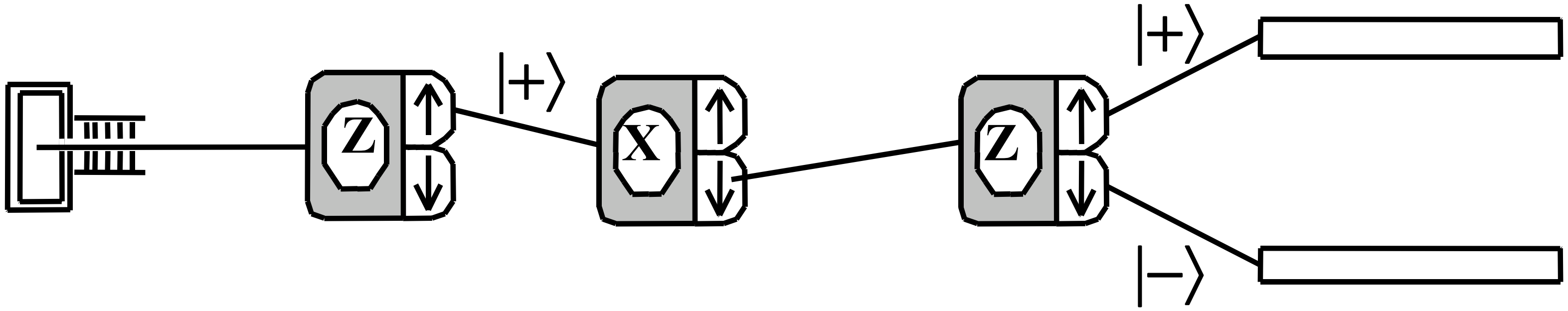


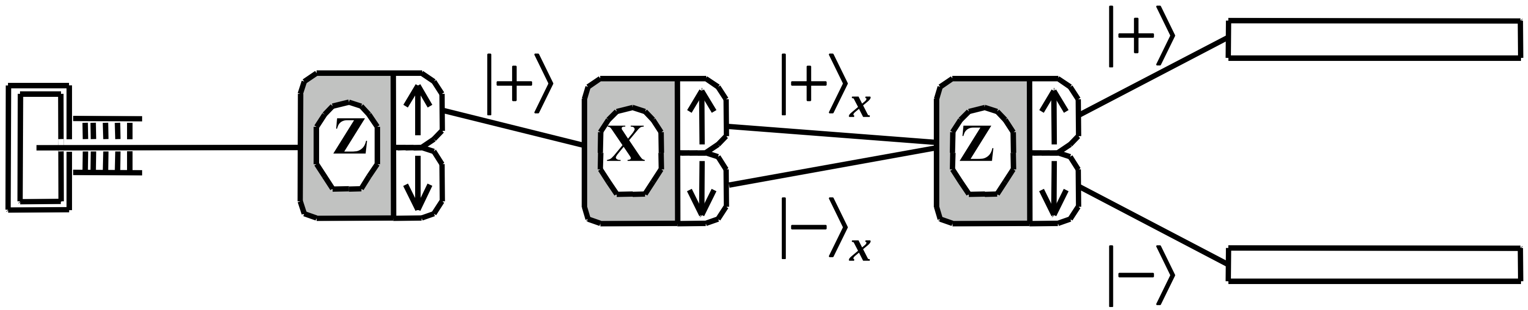
O estado $\left|\uparrow_z\right\rangle$ **não é um estada próprio do operador** $\hat{S}_x$

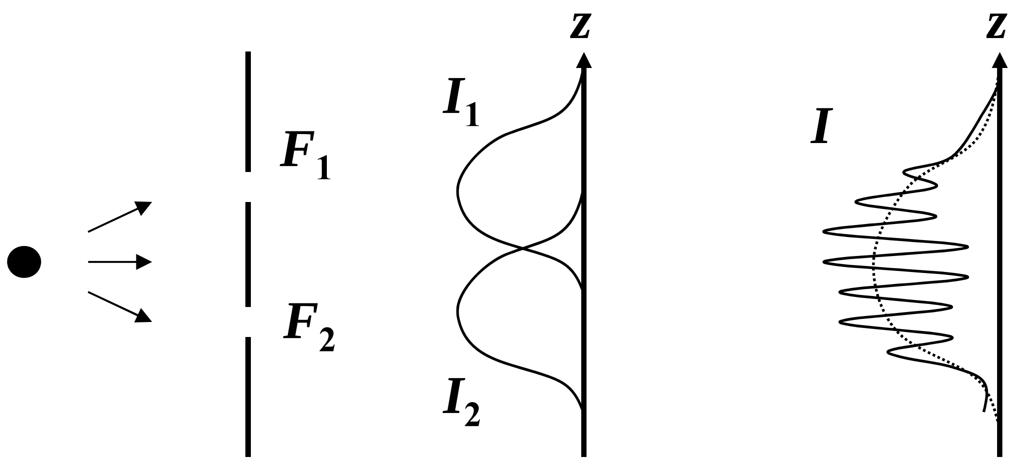
$$\left[\hat{S}_z, \hat{S}_x\right] = i\hbar\hat{S}_y$$

$$\left|\uparrow_x\right\rangle = \frac{\hat{P}_{\uparrow x}\left|\uparrow_z\right\rangle}{\sqrt{\left\langle\uparrow_z\right|\hat{P}_{\uparrow x}\left|\uparrow_z\right\rangle}}$$

Desafio - o que acontece nestes casos







$$I \neq I_1 + I_2$$

Esfera de Bloch

Estado mais geral:

$$|\psi\rangle = \cos\left(\tfrac{\theta}{2}\right)|\uparrow\rangle + e^{i\phi} sen\left(\tfrac{\theta}{2}\right)|\downarrow\rangle$$

F. Bloch 
Prémio Nobel 1952

Descreve pontos numa esfera com ângulos θ,ϕ
estados em "oposição" são ortogonais

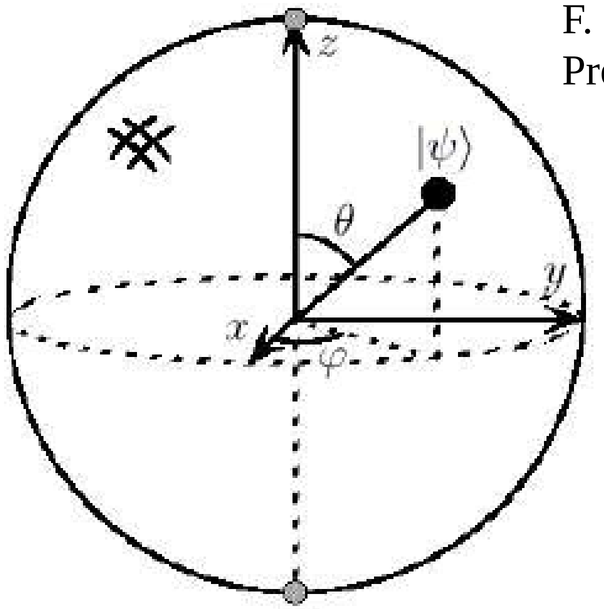
Exemplo:

$$\theta = \pi/2; \phi = 0$$

$$|\psi\rangle = \left(|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle\right)/\sqrt{2}$$

$$\langle\psi|S_x|\psi\rangle = \hbar/2;$$

$$\langle\psi|S_y|\psi\rangle = \langle\psi|S_z|\psi\rangle = 0$$



Estado mais geral: $\left|\psi\right\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\left|\uparrow\right\rangle + e^{i\phi} sen\left(\frac{\theta}{2}\right)\left|\downarrow\right\rangle$

$$\left\langle S\right\rangle = \frac{\hbar}{2}\left(\left\langle\psi\middle|\sigma_x\middle|\psi\right\rangle, \left\langle\psi\middle|\sigma_y\middle|\psi\right\rangle, \left\langle\psi\middle|\sigma_z\middle|\psi\right\rangle\right)$$

Componente x:

$$\left\langle\psi\middle|\sigma_x\middle|\psi\right\rangle = \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ e^{i\phi}\mathrm{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \end{pmatrix}^{\dagger} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ e^{i\phi}\mathrm{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) & e^{-i\phi}\mathrm{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ e^{i\phi}\mathrm{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \end{pmatrix}$$

$$= e^{i\phi}\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\mathrm{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) + e^{-i\phi}\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\mathrm{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

$$= \cos\phi\,\mathrm{sen}\,\theta$$

$$\left\langle S\right\rangle = \frac{\hbar}{2}\left(\cos\phi\,\mathrm{sen}\,\theta, \mathrm{sen}\,\phi\,\mathrm{sen}\,\theta, \cos\theta\right)$$

Pontos na superfície da esfera de Bloch
Em coordenados Cartesianos