Ficha 5 Métodos numéricos

1.

Considerando a função de Gauss normalizada definida por

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-t^2/2} dt$$

e a seguinte tabela de valores

x	2.0	2.1	2.2	2.41	2.53
$\Phi(x)$	0.9772	0.9821	0.9861	0.9920	0.9943

Determine a melhor aproximação possível de $\Phi(2.32)$.

2.

Para a função $f(x)$ definida pela tabela de oito valores

x_i	0.1	0.2	0.3	0.5	0.7	1.0	1.4	2.0
f_i	1.97	3.81	5.40	7.85	9.51	11.1	12.3	13.3

ajuste, no sentido dos mínimos quadrados, os seguintes modelos:

i) $p_1(x) = c_0 P_0(x) + c_1 P_1(x)$, com $P_0(x)$ e $P_1(x)$ polinómios ortogonais;

ii) polinómio de grau 2, $p_2(x)$;

3. Determine o polinómio de 2ª ordem que melhor se ajusta aos seguintes dados:

x_i	y_i
0	2.1
1	7.7
2	13.6
3	27.2
4	40.9
5	61.1

4. Determine a equação do plano que melhor se ajusta aos seguintes dados:

x_1	x_2	y
0	0	5
2	1	10
2.5	2	9
1	3	0
4	6	3
7	2	27

5. Considere a seguinte função:

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$c(t)$	0	0.4	2.8	6.5	9.8	8.9	6.1	4.0	2.3	1.1	0

Calcule o integral da função no tempo usando a regra do trapézio composta.

6. A densidade da terra varia com a distância ao centro da terra de acordo com a seguinte tabela:

r, km	0	1100	1500	2450	3400	3630
ρ(g/cm³)	13	12.4	12	11.2	9.7	5.7
r, km	4500	5380	6060	6280	6380	
ρ(g/cm³)	5.2	4.7	3.6	3.4	3	

Calcule a massa da terra em toneladas e a densidade média.

7.

Considere $\pi(x)$ o número de primos $p \leq x$. Usando a aproximação devida a Riemann

$$\pi(x) \approx \int_1^x \frac{dt}{\ln(t)},$$

e a regra de Simpson, estime $\pi(100)$.

8.

Dada a seguinte tabela de valores de $f(x)$

x	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6
$f(x)$	1.000	1.221	1.492	1.822	2.226	2.718	3.320	4.056	5.216

calcule $\int_{0.0}^{1.6} f(x)dx$ usando a técnica de Romberg até obter uma aproximação que tenha um erro de truncatura da ordem de h^6.