Universidade do Minho

Departamento de Matemática e Aplicações

Análise Complexa

LFis /MIEFis

08/11/2016

Primeiro Teste

Todas as respostas deverão ser convenientemente justificadas. Duração: 90m

---

1. Apresente *todas* as soluções da equação $\cos z = i$.

2. Considere a função $f : \mathbb{C} \longrightarrow \mathbb{C}$ definida por

$$f(x+iy) = (x^2 - y^2 - 2y) + i(2xy + 2x).$$

   (a) Mostre, usando o teorema de Cauchy-Riemann, que f é analítica em $\mathbb{C}$.

   (b) Determine uma primitiva de $f(z)$.

3. Indique o valor dos seguintes integrais.

   (a) $\displaystyle\int_\gamma \bar{z}\, dz$, onde γ é o segmento de reta que une os pontos 1 e $2-i$.

   (b) $\displaystyle\int_\gamma \frac{e^{z^2}}{z}\, dz$, onde $\gamma = \{z \in \mathbb{C} : |z+1| = 1/2\}$.

   (c) $\displaystyle\int_\gamma \frac{\operatorname{senh} z}{z^3 - 4z^2} dz$, onde $\gamma = \{z \in \mathbb{C} : |z-2| = 3\}$.

4. Determine a série de Maclaurin e o raio de convergência para a função

$$f(z) = \frac{z}{z^2 - 2z - 3}.$$

5. (*Teorema dos zeros isolados*) Seja $f(z)$ uma função analítica (não nula) num domínio Ω. Mostre que todo o zero de $f(z)$ é um zero isolado, isto é, se $f(z_0) = 0$ então existe $r > 0$ tal que z_0 é o único zero de $f(z)$ em $D(z_0, r)$.

Cotações: **1.** 1.5 valores;
2. (a) 1 valor, (b) 1 valor;
3. (a) 1 valor, (b) 1.5 valores, (c) 1.5 valores;
4. 1.5 valores;
5. 1 valor.