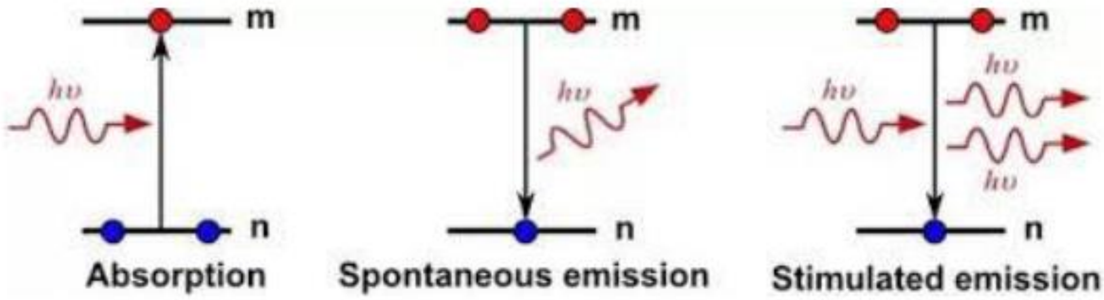
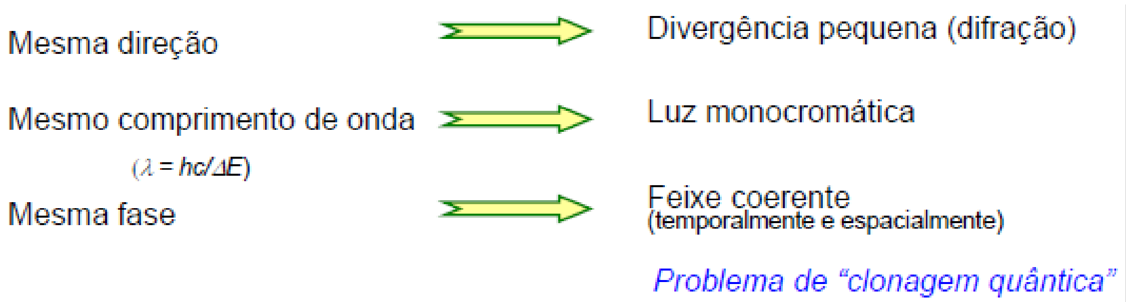
# Resumos Fotónica I: Primeiro Teste

## Introdução

Laser: light amplification by stimulated emission of radiation

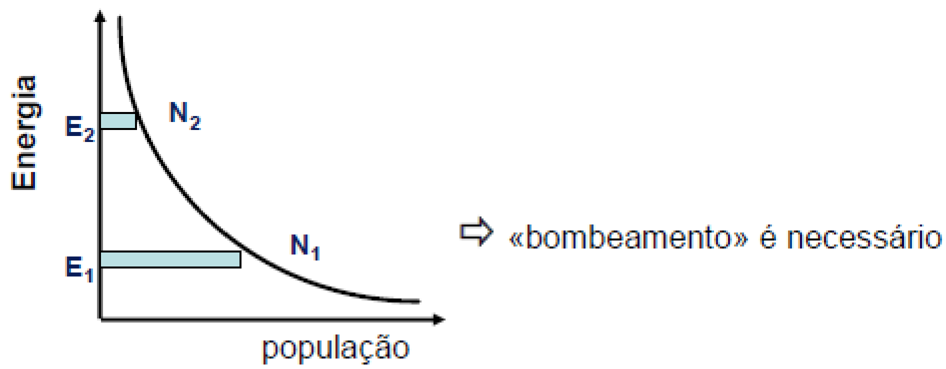



Todos os fotões emitidos são quase idênticos.




N2>N1é necessário para amplificação (inversão da população)

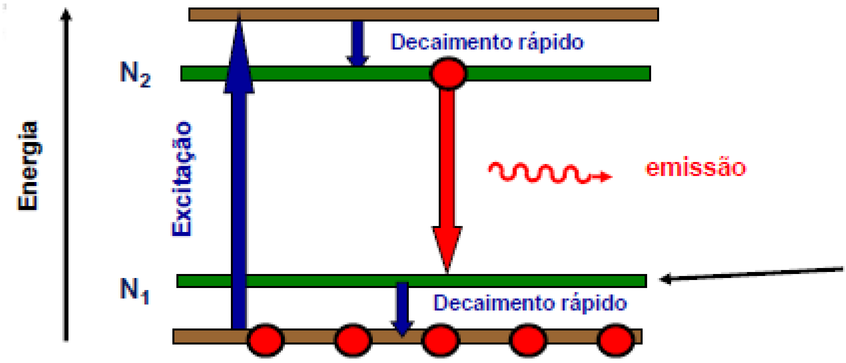
No equilíbrio termodinâmico:




Exemplo de bombeamento ótico num sistema de 4 níveis:

-2 níveis para a transição de excitação

-2 níveis para a transição laser




Inversão da população entre níveis 2 e 1

<u>3 componentes chaves dum laser</u>:

a. Fonte de excitação: corrente elétrica, lâmpada, outro laser

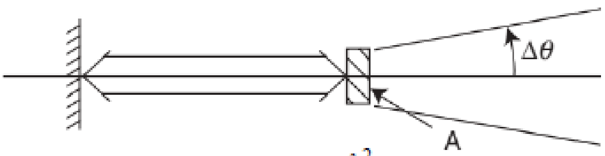
b. Meio ativo: sólido, líquido ou gás

c. Cavidade ótica: Fabry-Perot, cavidade tipo anel.

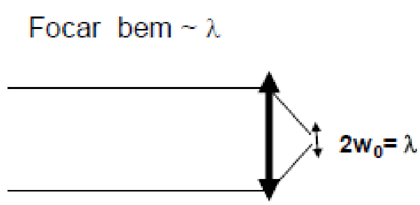
# Lasers

Aplicações de lasers: arrefecimento dos átomos e moléculas.

<u>Direccionalidade de lasers</u>



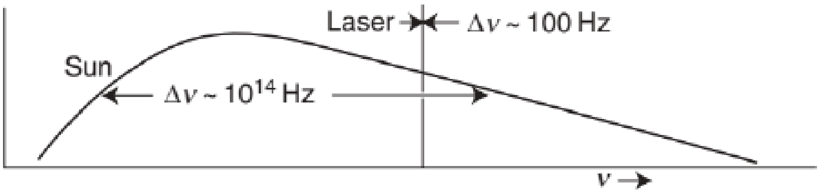

$$\Delta\Omega \sim (\Delta\theta)^2 \sim \frac{\lambda^2}{A}$$

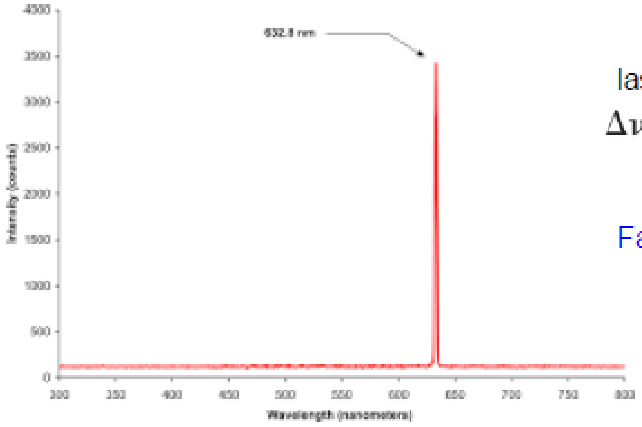



$\lambda = 500\ nm;\ A = (5mm)^2 \quad \Delta\Omega \sim 10^{-8}\ sr$

$\Delta\theta \sim 0.1\ mr\ (0.06°)$

## Fonte de Luz Monocromática




laser

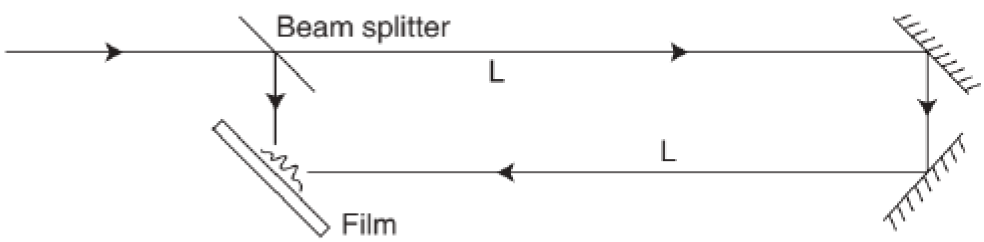
$$\Delta\nu/\nu \approx 100/(5\times10^{14}) = 2\times10^{-13}.$$

Fator da qualidade Q ~ $5\text{x}10^{12}$

## Coerência

Fourier $\quad \Delta\nu\Delta\tau_C \approx 1$

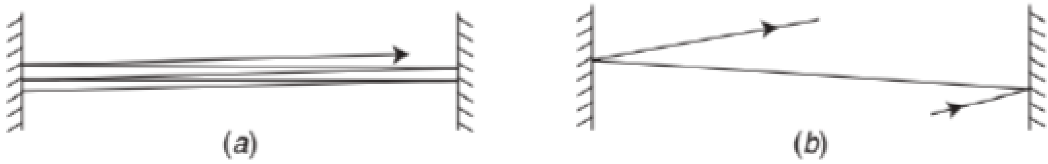
$$\Delta\nu \sim 10kHz \qquad \Delta\tau_c \approx 0.1ms \quad \Delta L_c = c\Delta\tau_c \approx 30km$$




Franjas de inferência apenas se $2L < c\,\Delta\tau$

Laser podem emitir feixe contínuos até pulsos ultra curtos (~80 as). Estes lasers têm necessariamente espetros largos e tempos de coerência pequenos.

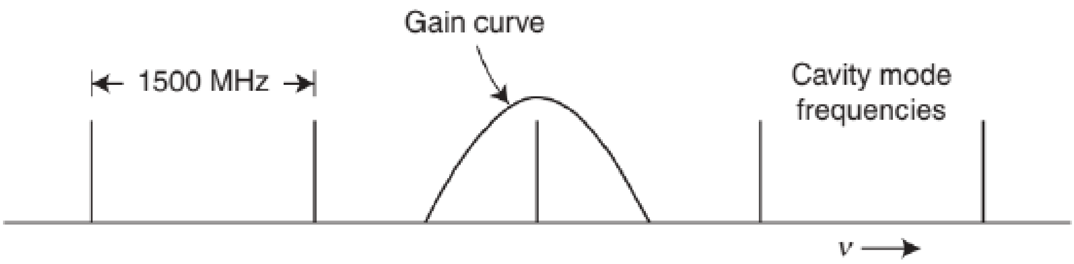
<u>Vantagem duma cavidade linear</u>



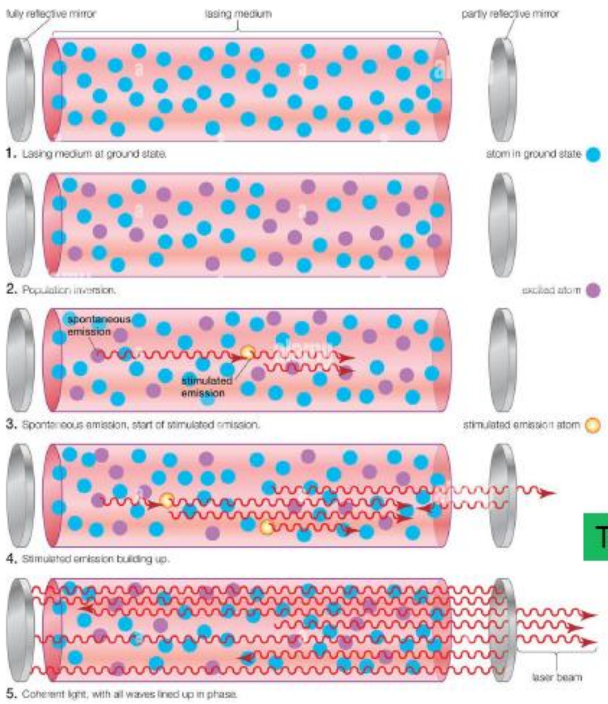

Apenas luz que se propaga ao longo do eixo fica na cavidade

Condição de fronteira: modos "longitudinais"

$$2L = n\lambda_n \qquad \Delta\nu = \frac{c}{2L} \approx \frac{3x10^8\, m/s}{2(0.1m)} \approx 1.5\, GHz$$




<u>Modelo Simples dum laser</u>




$q =$ Nº fotões laser na cavidade

n = Nº de átomos no nível superior da transição laser

$$\frac{dq}{dt} = \boxed{anq} - \boxed{bq}$$

$$\frac{dn}{dt} = -anq - fn + p$$

emissão estimulada

Taxa da saída dos fotões da cavidade

emissão espontânea

Taxa de excitação dos átomos

No estado estacionário

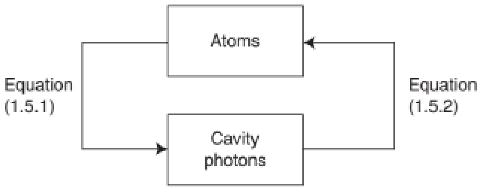
cavidade $\frac{dq}{dt} = \text{anq-bq}$

meio ativo $\frac{dn}{dt} = -anq - fn + p$

$n_{\text{limiar}} = \text{b/a}$

$q_{\text{limiar}} = \frac{p}{b} - \frac{f}{a} \geq 0$

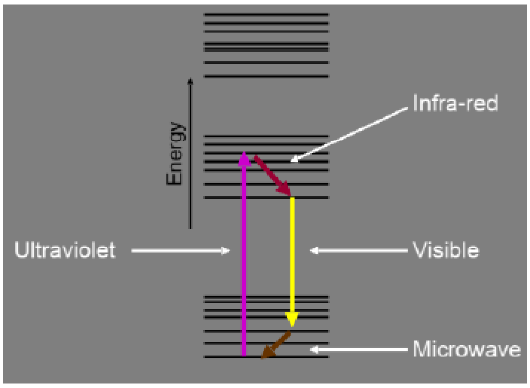
$p_{\text{limiar}} = \frac{fb}{a} = fn_{\text{limiar}}$




Nas condições estacionárias a fonte da excitação (bomba) só tem compensar as perdas devida emissão espontânea dos átomos no estado excitado....

# Lorentz

Luz incidente + luz emitida = luz transmitida. Interação luz matéria: parâmetro crucial – fase entre a luz incidente e a luz emitida




<u>Interação da Luz com um átomo: Aproximações</u>

O núcleo é bastante pesado (muito mais pesado que a nuvem de eletrões), o que permite nos considerar que é fixo na posição da origem (r = 0). O núcleo é muito mais pesado que a nuvem de eletrões. as coordenadas do centro de massa da partícula podem ser aproximadas ao centro do núcleo.

Massa protão: 1.67x10^-27kg

Massa eletrão: 9.1x10^-31kg

Podemos desprezar os efeitos do campo magnético.

Se o campo for para cima, eletrões têm tendência a fazer ajuste para baixo. Isto cria efeito dipolar, oscilações devidas ao campo criado – usar este efeito para pinças óticas e redes atómicas.

$$m\frac{d^2\mathbf{x}}{dt^2} = e\mathbf{E}(\mathbf{R},\, t) + \mathbf{F}_{en}(\mathbf{x})$$

## Modelo de Lorentz

Anterior à MQ, tem algumas falhas, explica oscilações. Fazer oscilar nuvem eletrónica, quando a nuvem desloca à força de restauro.

Força de restauro: força que existe no equilíbrio mais a derivada da força vezes o deslocamento do equilíbrio (quão longe está da posição de equilíbrio).

Força de restauro será tratada como uma mola entre nucleões e eletrões.

Quanto mais forte força de restauro, mais frequência de oscilação.

Força restauro pode ser escrita como oscilador harmónico forçado:

$$\frac{d^2\vec{x}}{dt^2} + \frac{k\vec{x}}{m} = e\vec{E}$$

$$k_{mola} = m\omega_0^2$$

## Emissão Espontânea

Força é 0, podemos encontrar átomos no estado excitado.

Momento dipolar a variar no tempo, tem aceleração, irradia energia para fora.

Escrever na forma de verificar energia total do oscilador, energia cinética mais energia potencial.

$$\begin{aligned}\frac{dW}{dt} &= -\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)\frac{e^2}{3c^3}[\omega_0^4\mathbf{x}_0^2 + \omega_0^2\mathbf{v}_0^2] = -\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)\frac{2e^2\omega_0^2}{3mc^3}\left[\frac{1}{2}m\mathbf{v}_0^2 + \frac{1}{2}m\omega_0^2\mathbf{x}_0^2\right] \\ &= -\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)\frac{2e^2\omega_0^2}{3mc^3}E, \qquad (3.3.5)\end{aligned}$$

Taxa com a qual a energia está a ser radiada para fora.

Falha: caso do hidrogénio.

Taxa de emissão espontânea

$$A = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)\left(\frac{2e^2\omega_0^2}{3mc^3}\right)$$

Falha nota-se através das razões, que é 30 em vez de 100. O modelo não prevê. Por isso usa-se um fator de ajuste. Multiplica-se por 3f, para que haja correspondência face ao valor experimental. f é conhecido com a força do oscilador e varia da transição em transição.

$$A_{21} = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)\frac{2e^2\omega_0^2}{mc^3}f.$$

Corresponde a taxa média de decaimentos dos átomos no estado excitado (por unidade tempo)

Tempo médio da vida $\tau_{esp} = 1/A_{21}$

Átomo no nível mais excitado, há mais que uma possibilidade para decaimento, pode decair para qualquer nível mais inferior. A taxa de decaimento total é a soma das taxas individuais. O tempo de vida fica mais curto porque, como há mais possibilidades, decai mais depressa (mas não implica que quanto mais excitado esteja, mais depressa decaia, depende da situação).

Tempo da vida devida emissão espontânea $\tau_n = 1/A_n$

## Absorção

Oscilador harmónico oscilaria para sempre sem a fonte de amortecimento, sempre com a mesma amplitude e frequência, teoricamente.

Nos átomos, a fonte de perda de energia é emissão espontânea. Sai fotão e não volta ao sistema, sistema fica no estado fundamental.

Vamos forçar a nuvem eletrónica a oscilar com dependência descrita na equação diferencial, queremos saber a amplitude, ou seja, a.

$$\vec{x} = \vec{a}e^{-i(wt-kz)}$$

A solução homogénea acaba a oscilar. Se esperarmos muito, parte homogénea decai e só existe para estacionária.

A energia radiada por um dipolo oscilante é uma forma de energia perdida. Variação do trabalho em ordem ao tempo é produto escalar da força e velocidade de oscilação.

Se w for próximo de w0, vamos ter ¼. Se for muito diferente, o denominador será muito grande face ao numerador, e por isso vai dar muito perto de 0.

$$\nu_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} \qquad \delta\nu_0 = \frac{\beta}{2\pi}$$

$$I_\nu = \tfrac{1}{2}\varepsilon_0 c \left| E_0 \right|^2$$

$$\frac{dW}{dt} = \frac{e^2}{8m} E_0^2 \left[ \frac{(1/\pi)\delta\nu_0}{(\nu-\nu_0)^2 + \delta\nu_0^2} \right] \qquad (3.4.21)$$

$$\frac{dW}{dt} = \frac{e^2}{4mc\epsilon_0} I_\nu L(\nu)$$

Perfil Lorentziano

Área normalizada é 1.

Valor máximo acontece quando $v$ for igual a $v0$ .

Valor máximo $L(\nu_0) = \dfrac{1}{\pi\delta\nu_0}$

Largura inteira a meia altura (FWHM) $2\delta\nu_0$

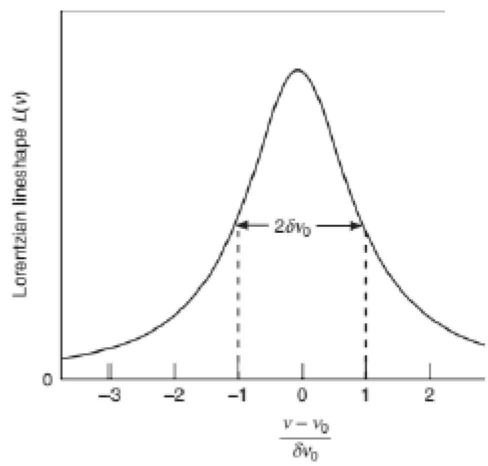



**Figure 3.7** Lorentzian lineshape function.

Variação da taxa de absorção depende do perfil de linha e radiância do feixe incidente. No modelo de sistema de 2 níveis, apenas os átomos no estado fundamental podem absorver.

<u>Absorção de Banda Larga</u>

Feixe incidente passa a ter um espectro largo, deixa de ser monocromático.

É conveniente rescrever a irradiância em termos da densidade da energia espetral (energia/Volume/unidade de frequência): $I(\nu) = c\rho(\nu)$

Cilindro de área de base A, fotões a andar para a direita, comprimento L igual a c.$\Delta$t. A irradiancia é a potência/unidade de área. Por sua vez, é igual a $\Delta$Energia/($\Delta$t.A). Se a densidade de energia por $\rho(\nu)$: a igualdade anterior é também igual a ($\rho$Ac$\Delta$t)/(A.$\Delta$t). Na frequência central, $\rho(\nu)$ passa a $\rho(\nu 0)$. Integral sobre o perfil da linha sobre todas as frequências, a área será igual a 1. Não depende do perfil da linha porque é tão largo que quase não varia no intervalo de $\nu$ considerado. Neste limite a dependência no perfil da linha desaparece. $\rho(\nu)$ *é constante sobre a largura de* $S(\nu)$.

Absorção é proporcional à densidade de energia incidente. É preciso haver mais um fenómeno para além da emissão espontânea e absorção: Einstein chegou à emissão estimulada. Se estiver no estado excitado e vier um fotão, estimula o que está no estado fundamental e saem 2 fotões. Depende da densidade de radiação, constante de proporcionalidade é B21 (vai de |2> para |1>).

Emissão espontânea taxa $A_{2\rightarrow1}$

Absorção taxa $B_{1\rightarrow2}\rho(\nu)$

Emissão estimulada taxa $B_{2\rightarrow1}\rho(\nu)$

Coeficientes de Einstein para taxes de

- Emissão espontânea $A_{21}$
- Absorção $B_{12}\,\rho(\nu_{21})$
- Emissão estimulada $B_{21}\,\rho(\nu_{21})$

A variação na população depende da emissão espontânea e densidade de radiação. Há perda para o nível superior através de emissão estimulada. N átomos totais tem de ser constante.

tempo da vida média devido emissão espontânea $\tau_{esp} = 1/A_{21}$

No equilíbrio termodinâmico

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2}{g_1}\exp\left[\frac{-h\nu_{21}}{k_B T}\right]$$

$$\rho(\nu_{21})d\omega = \underbrace{\frac{8\pi\nu_{21}^{\,2}d\omega}{\pi^2 c^3}}_{\frac{\text{Nº modos}}{Vol}} \underbrace{h\nu_{21}}_{\frac{\text{energia}}{\text{fotão}}} \underbrace{\frac{1}{e^{h\nu_{21}/k_B T}-1}}_{\text{Nº média dos fotões/modo}} \quad \langle n(\nu_{21})\rangle$$

O -1 na expressão é a contribuição de emissão estimulada.

$$g_1 B_{12} = g_2 B_{21}$$

$$A_{21} = \frac{8\pi\nu_{21}^{\,2}}{c^3} h\nu_{21} B_{21}$$

Existe apenas um coeficiente independente

$$A_{21} = \frac{1}{\tau_{esp}} = \frac{\left|\vec{\mathbf{d}}_{12}\right|^2 \omega_{21}^3}{3\pi\hbar\varepsilon_0 c^3} \qquad \left|\vec{\mathbf{d}}_{12}\right|^2 = \left|\langle\psi_2|e\vec{\mathbf{r}}|\psi_1\rangle\right|^2$$

Lorentz $\quad A_{21} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{2e^2\omega_{21}^2}{3mc^3}(3f)$

---

Número dos modos da radiação

$$\frac{N(\omega)}{Vol}d\omega = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3}d\omega$$