Trabalho 6 – Conservação de energia e momento. Pêndulo balístico.

1. Objetivos

Estudo de choques a uma dimensão

Verificação da conservação da quantidade de movimento.

Medição de velocidades com fotocélulas.

Estudo do choque de um projétil com um corpo rígido.

1. Introdução

O estudo e compreensão das colisões entre objetos, está associado a alguns princípios físicos elementares de conservação que serão analisados nesta parte do trabalho.

O pêndulo balístico é um dos métodos clássicos mais usados em experiências de laboratório que tenham por objetivo a determinação da velocidade de um projétil. Neste sistema, uma esfera é disparada contra um pêndulo, analisando-se em seguida as relações de energia e momento antes e após o choque.

Existem dois métodos de calcular a velocidade da esfera. No primeiro, a que chamaremos método aproximado, vamos assumir que o pêndulo e a esfera se comportam como se fossem apenas uma massa pontual localizada no centro de massa do sistema. No segundo, a que chamaremos método exato, vamos considerar a inércia rotacional do pêndulo.

I. Método aproximado

A variação da energia potencial do pêndulo como consequência do impacto do projétil é dada por:

$$\Delta E_p = Mg\Delta h_{CM} \qquad (1)$$

Em que M corresponde à massa do sistema pêndulo+esfera, g à aceleração da gravidade e Δh_{CM} à variação de altura do centro de massa do pêndulo.

De acordo com a figura 1,

$$\Delta h_{CM} = R_{CM}(1 - \cos\theta) \qquad (2)$$

e assim,

$$\Delta E_p = MgR_{CM}(1 - \cos\theta) \qquad (3)$$

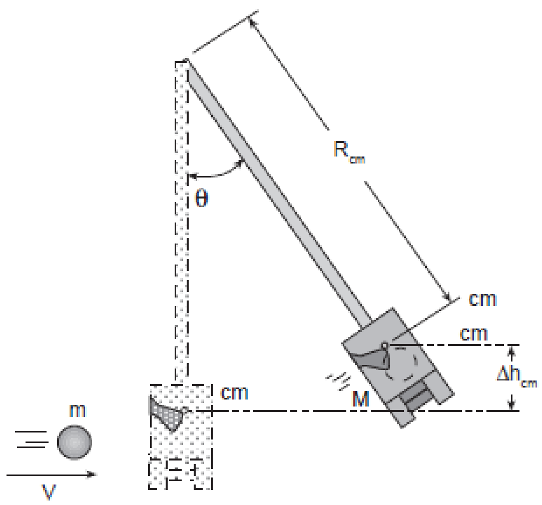


Figura 1

Em que R_{CM} representa a distância entre o eixo de rotação do pêndulo e o centro de massa do sistema pêndulo+esfera. Esta energia potencial é igual à energia cinética do pêndulo imediatamente após a colisão. Imediatamente após a colisão o momento linear do pêndulo é dado por

$$p_p = \sqrt{2ME_c} \qquad (4)$$

Sendo $p_{esf} = mv_{esf}$, em que m representa a massa da esfera, e atendendo às relações de conservação referidas, a velocidade da esfera pode ser calculada por:

$$v_{esf} = \frac{M}{m}\sqrt{2gR_{CM}(1-\cos\theta)} \qquad (5)$$

II. Método exato

Tal como no caso anterior a energia potencial é dada pela equação (3). Neste caso a energia cinética do pêndulo terá de ser calculada através de:

$$E_c = \frac{1}{2}I\omega^2 \qquad (6)$$

Em que I representa o momento de inércia e ω a velocidade angular imediatamente após a colisão. Sendo $L_p = I\omega$ o momento angular, a energia cinética é então dada por:

$$E_c = \frac{L_p^2}{2I} \qquad (7)$$

Combinando as duas equações anteriores teremos:

$$L_p = \sqrt{2IE_C} \qquad (8)$$

De acordo com as leis de conservação, este momento angular é igual ao momento angular da esfera imediatamente antes da colisão

$$L_{esf} = mR_{esf}^2\omega = mR_{esf}v \qquad (9)$$

Em que R_b representa a distância entre o eixo de rotação do pêndulo e o centro da esfera. Como L_p=L_{esf}, então

$$v_{esf} = \frac{1}{mR_b}\sqrt{2IMgR_{CM}(1-\cos\theta)} \qquad (10)$$

É agora necessário determinar I, o momento de inércia do sistema pêndulo+esfera. Como sabemos:

$$\sum \tau = I\alpha \tag{11}$$

Em que τ representa o momento e α a aceleração angular.

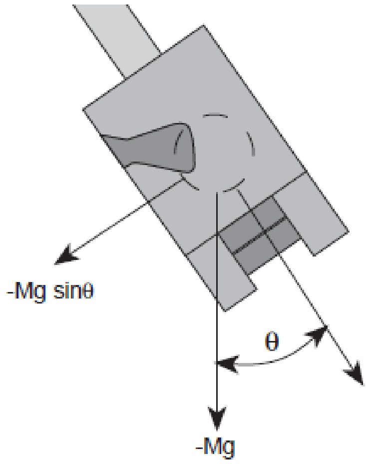


Figura 2

De acordo com a figura 2 temos:

$$F = -Mg\sin\theta \tag{12}$$

O momento no pêndulo é então dado por:

$$I\alpha = -R_{CM}Mg\sin\theta \tag{13}$$

Como sabemos, para ângulos pequenos sen $\theta \approx \theta$. Nessa condição,

$$\alpha \approx -\frac{MgR_{CM}}{I}\theta \tag{14}$$

A equação acima tem a mesma forma da equação para o movimento harmónico simples linear.

$$\alpha = -\frac{k}{m}x = -\omega^2 x$$

Podemos então concluir que o pêndulo apresenta movimento harmónico simples, com uma frequência angular dada por:

$$\omega^2 = \frac{MgR_{CM}}{I} \tag{15}$$

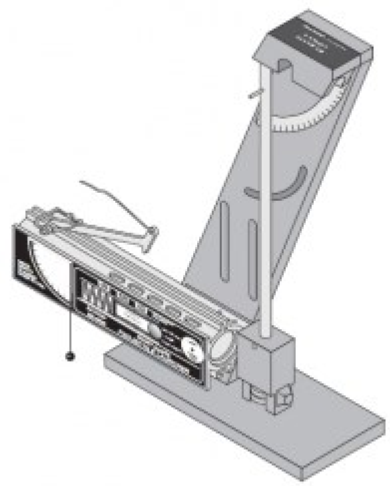
daqui resulta

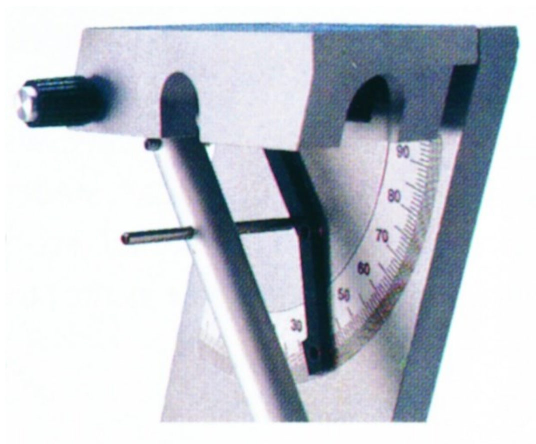
$$I = \frac{MgR_{CM}}{\omega^2} = \frac{MgR_{CM}T^2}{4\pi^2} \tag{16}$$

em que T representa o período do pêndulo.

2. Procedimento

Dispõe, para a realização desta parte do trabalho, de um lançador de projéteis e de um pêndulo, como mostra a figura abaixo.

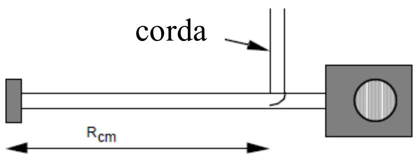




O suporte de suspensão do pêndulo tem acoplado um sistema que permite uma leitura fácil do ângulo de rotação.

Dispõe também de uma bola de aço, e de um conjunto de pequenas massas que podem ser acopladas ao pêndulo, variando a sua massa total. Meça a massa da esfera.

Usando uma corda dobrada, ou outro método que entenda adequado, **estime** o centro de massa do pêndulo (fig).



Para a medida "direta" da velocidade de lançamento da bola coloque o fotosensor na saída do lançador e retire o braço do pêndulo. Em seguida:

- Meça o diâmetro da esfera.
- Faça o lançamento da esfera e registe o tempo de passagem no fotosensor
- Repita várias vezes o lançamento e registe os tempo correspondentes

De modo a poder testar os dois modelos propostos, deve realizar as medidas necessárias à determinação da velocidade da esfera (equações 5 e 10).

Para o método aproximado faça vários lançamentos registando os ângulos correspondentes. Faça medidas para diferentes ângulos (variando a massa do pêndulo).

Para o método exato:

- Coloque a bola no recetáculo do pêndulo e registe a distancia entre o eixo de rotação do pêndulo e o centro da esfera
- Sem estar montado o lançador, coloque o pêndulo+bola no seu suporte
- Afaste o pêndulo cinco graus e registe o tempo de 10 oscilações. Determine o período de oscilação.
- Coloque o lançador e o pêndulo nas suas posições.
- Faça vários lançamentos registando os ângulos correspondentes.

Tenha especial atenção ao número de ensaios necessário para uma determinação correta de θ e de T.

3. Resultados

Execute todos os cálculos pedidos e/ou necessários à concretização dos objetivos e tarefas propostos.

Explique a opção por oscilações de pequena amplitude (ver equações 13 e 14), uma vez que I não depende de θ.

Compare os resultados obtidos, para a velocidade do projétil, pelos dois modelos propostos. Compare com a medida "direta" da velocidade de lançamento.

Comente criticamente todos os resultados obtidos.