$1^{\underline{o}}$ Prova Escrita de Física Quântica II

5 de Novembro de 2018

1. Considere uma partícula com spin $s = 1/2$ e momento angular orbital $l = 1$. Sabendo que o momento angular total tem a forma $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ e que os operadores de momento angular orbital e de spin actuam em subespaços diferentes, construa a tabela de coeficientes de Clebsh-Gordon para este sistema.

2. Considere um sistema cujo hamiltoniano é dado por

$$H = \frac{\vec{L}^2}{2I} + \lambda \vec{S} \cdot \vec{L}, \tag{1}$$

   onde I tem unidades de momento de inércia, $\vec{L}$ é o operador de momento angular orbital, $\vec{S} = \hbar\vec{\sigma}/2$ e $\vec{\sigma}$ é o vector composto pelas matrizes de Pauli.

   (a) Diga quais as unidades da constante λ.

   (b) Se o sistema estiver num estado de momento angular orbital $l \neq 0$, diga quantas torres de estados de momento angular total espera ter e indique o valor do número quântico j correspondente a cada uma das torres.

   (c) Determine os valores próprios do Hamiltoniano, nas condições do ítem anterior.

3. Considere o seguinte hamiltiano que representa um oscilador harmónico com duas constante elásticas diferentes

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega_0^2 x^2 + \frac{1}{2}m\omega_1^2 x^2 \tag{2}$$

   (a) Diga quais os valores próprios deste hamiltoniano.

   (b) Sabendo que o estado fundamental pode ser presentado por $|0\rangle$, construa um estado arbitrário $|n\rangle$, normalizado à unidade, à custa dos operadores de criação $a^\dagger$ e do estado fundamental.

   (c) Admita agora que o hamiltiano anterior é perturbado por um termo da forma

$$H_1 = \lambda x \tag{3}$$

i. Diga quais a unidade de λ.

ii. Calcule a correcção à energia de um estado $|n\rangle$ em primeira ordem de teoria de perturbações.

iii. Calcule a correcção à energia de um estado $|n\rangle$ em segunda ordem de teoria de perturbações.

iv. Calcule a função de onda do estado de número quântico n em primeira ordem de teoria de perturbações.

4. Considere um hamiltoniano da forma

$$H = \hbar\omega_0 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \end{bmatrix} \tag{4}$$

(a) Escreva os valores próprios deste hamiltoniano e os respectivos vectores próprios.

(b) Admita que o sistema é sujeito a uma perturbação da forma

$$H_1 = g \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \tag{5}$$

i. Calcule a correcção aos níveis de energia de H_0 devido à perturnação H_1 em primeira ordem de teoria de perturbações.

ii. Faça um diagrama de energias em função de g, mostrando como aquelas variam em função deste parâmetro.