

# Problemas de momento linear

Ricardo Mendes Ribeiro

2 de Março de 2018

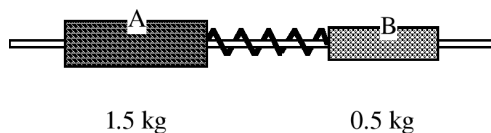
## 1 Dinâmica de um Sistema de Partículas

### Conservação do momento

- Um barco de 136 kg, no qual estão parados um homem e um menino, de 72.6 kg e 27 kg, respectivamente, encontra-se inicialmente em repouso em águas paradas. O menino mergulha na água, da popa do barco, com uma velocidade de componente horizontal igual a 2.44 m/s em relação à água. A seguir mergulha o homem, também da popa do barco, com uma velocidade de componente horizontal igual a 2.12 m/s em relação à água.
  - Calcule a velocidade do barco e do homem depois do mergulho do menino.
  - Calcule a velocidade do barco depois do mergulho do homem.
  - Suponha que, estando o barco inicialmente em repouso, o menino e o homem mergulham simultaneamente da popa do barco com uma velocidade de componente horizontal igual a 2.44 m/s em relação à água. Qual a velocidade final do barco neste caso?

**R:** <sup>1</sup>

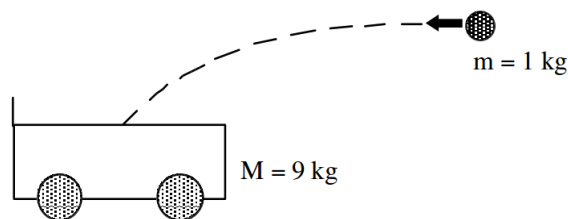
- Os colares *A* e *B* foram deslocados em sentidos opostos comprimindo a mola, sendo então libertados do repouso. A mola não está presa aos colares. Desprezando o efeito do atrito e sabendo que o colar *B* se move para a direita com velocidade de 8 m/s, determine:



- a velocidade correspondente do bloco *A*.
- a energia cinética de cada colar.

**R:** <sup>2</sup>

- Bolas de massa 1 kg são lançadas com velocidade horizontal  $v_0$  para dentro de um carrinho de 9 kg de massa, inicialmente em repouso. A resistência do ar e o atrito do rolamento do carrinho são desprezáveis (Note que tanto faz lançar as bolas, uma de cada vez, ou todas juntas).

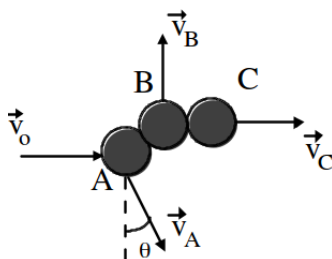


- Quantas bolas conterá o carrinho quando a sua velocidade for  $v_0/2$ ?
- Determine  $v_0$  sabendo que a energia cinética do carrinho e das bolas nele contidas na situação descrita na alínea anterior é 9.0 J.
- Se não se parasse de atirar bolas para dentro do carrinho, qual seria a sua velocidade limite?

R: 3

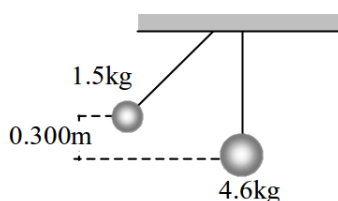
## Choques elásticos

- Num jogo de bilhar a bola  $A$  move-se com velocidade  $\vec{v}_0 = 3\vec{e}_x$  (m/s) quando bate nas bolas  $B$  e  $C$  que estão em repouso lado a lado. Após a colisão as três bolas movem-se nas direcções mostradas (o ângulo que  $A$  faz com  $y$  é  $\theta = 30^\circ$ ). Supondo as superfícies sem atrito e as colisões perfeitamente elásticas, determine os módulos das velocidades  $v_A$ ,  $v_B$  e  $v_C$ .



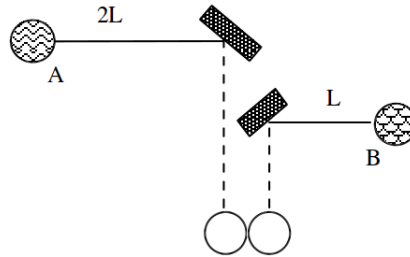
R: 4

- As esferas mostradas na figura estão ligadas a um suporte por fios de massa desprezável. A bola com a massa de 1.50 kg é lançada com a velocidade de 5.0 m/s da posição mostrada na figura e choca elasticamente com a bola de 4.60 kg, que estava em repouso. Desprezando a resistência do ar, calcule a velocidade de cada uma das bolas após a colisão.



R: 5

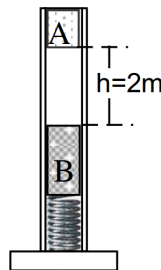
6. As esferas  $A$  e  $B$ , que se mostram na figura, têm a mesma massa e estão presas a duas barras finas de comprimentos  $2L$  e  $L$ , respectivamente. Elas encontram-se paradas na posição mostrada na figura, e são abandonadas em instantes tais que vão chocar no ponto mais baixo da sua trajetória. Supondo que o choque é perfeitamente elástico, determine a altura máxima atingida por cada uma das bolas após o choque.



**R:** <sup>6</sup>

## Choques plásticos

7. O cilindro  $A$  de  $0.5\text{ kg}$  de massa cai de  $2\text{ m}$  sobre o cilindro  $B$  de  $2.5\text{ kg}$  que repousa sobre uma mola de constante elástica  $k = 3\text{ kN/m}$ . Supondo a colisão perfeitamente plástica, determine:



- o máximo deslocamento do cilindro  $B$ .
- a energia perdida durante o impacto.

**R:** <sup>7</sup>

8. Um projétil de massa  $m_1 = 30\text{ g}$  atinge, horizontalmente, um corpo  $M$ , de massa  $m_2 = 30\text{ kg}$ , suspenso por uma corda de  $1\text{ m}$  de comprimento. O projétil penetra no corpo  $M$  que oscila, elevando-se a uma altura máxima  $h = 3\text{ cm}$ .
- Calcule a velocidade do projétil.
  - Verifique se há ou não conservação da energia antes e depois da colisão.

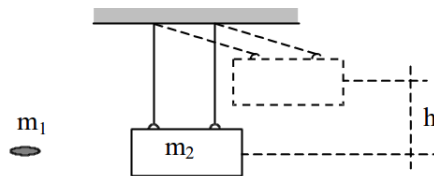
**R:** <sup>8</sup>

9. Uma bala de  $0.01\text{ kg}$  é disparada horizontalmente sobre um bloco de massa  $m = 10\text{ kg}$  que estava em repouso sobre uma mesa. Após o choque, o conjunto bala-bloco move-se  $4\text{ cm}$  antes de parar. O coeficiente de atrito entre o bloco e a mesa é de  $0.2$ .

- (a) Qual a velocidade da bala imediatamente antes do choque?
- (b) Se a bala demorar 0.002 s a imobilizar-se dentro do bloco, qual é a força média exercida pelo bloco sobre a bala?

**R:** <sup>9</sup>

10. Uma bala, disparada na direcção horizontal atinge um bloco de madeira que está suspenso como se mostra na figura. Após o disparo a bala fica incrustada no bloco.
- (a) Determine a velocidade da balas em função da altura máxima atingida pelo bloco, da massa da bala e da massa do bloco.
  - (b) Admita agora que o bloco do exercício anterior era substituído e que a bala atravessa o bloco e sai com a velocidade reduzida a metade da velocidade inicial. Qual é a altura máxima atingida pelo bloco?



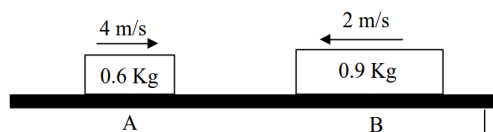
**R:** <sup>10</sup>

## Outros choques

11. Dois discos,  $A$  e  $B$ , de massas iguais, movem-se sem atrito, numa mesa horizontal, com velocidades  $\vec{v}_A = 4.0\vec{e}_x$  e  $\vec{v}_B = -2.0\vec{e}_y$ . Num dado instante sofrem uma colisão, após a qual o disco  $B$  se move com a velocidade  $\vec{v}_B = 2.0\vec{e}_x$ .
- (a) Determine a velocidade do disco  $A$  após a colisão.
  - (b) Mostre que não houve conservação de energia cinética de translação do sistema.

**R:** <sup>11</sup>

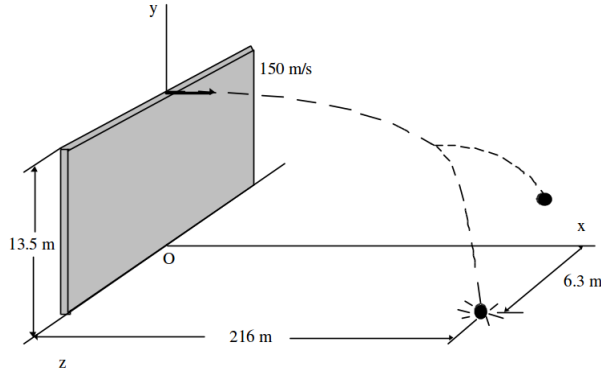
12. Dois blocos de aço deslizam sem atrito sobre a superfície horizontal. Imediatamente antes da colisão, as suas velocidades são as indicadas na figura. Sabendo que o bloco  $B$  sai do choque com uma velocidade de  $v_B = 2.2$  m/s, determine:
- (a) A velocidade do bloco  $A$  após o choque.
  - (b) A energia perdida durante o choque.



**R:** <sup>12</sup>

## Centro de massa

13. Duas balas de canhão de 150 N cada são ligadas por uma corrente e disparadas horizontalmente com velocidade de 150 m/s do topo de um muro com 13.5 m de altura. A corrente parte-se durante a trajetória das balas e uma delas bate no solo ao fim de 1.5 s, contados a partir do momento do disparo, a uma distância de 216 m da base do muro, e 6.3 m à direita da linha de disparo. Determine a posição da outra bala nesse instante (despreze a resistência do ar).



**R:** 13

14. Considere um sistema formado por três partículas de massa  $m_1 = 4$  kg,  $m_2 = 4$  kg e  $m_3 = 8$  kg. Num dado instante,  $\vec{r}_i$  (em metros) é o vector posição da partícula  $i$  e  $\vec{F}_i$  a força que actua sobre ela (em newtons):

$$\vec{r}_1 = -2\vec{e}_x + \vec{e}_y \quad \vec{F}_1 = -6\vec{e}_x$$

$$\vec{r}_2 = \vec{e}_x - 3\vec{e}_y \quad \vec{F}_2 = 14\vec{e}_x$$

$$\vec{r}_3 = 4\vec{e}_x + \vec{e}_y \quad \vec{F}_3 = 16\vec{e}_y$$

- Determine a posição do centro de massa nesse instante.
- Qual é o movimento do centro de massa do sistema?
- No instante considerado o sistema está em repouso. Determine a posição do centro de massa do sistema 1 s depois.

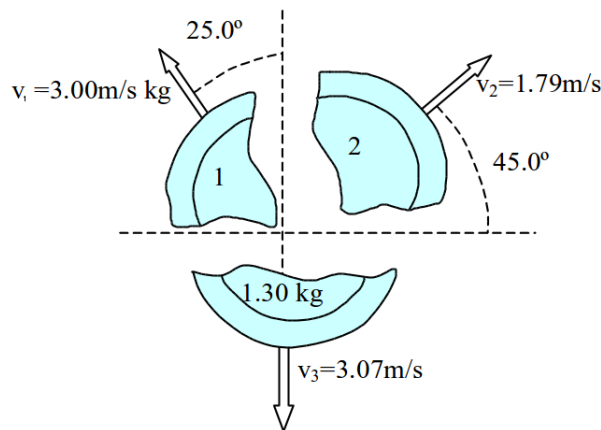
**R:** 14

15. Três corpos de massas  $m_1 = 2.0$  kg,  $m_2 = 0.5$  kg e  $m_3 = 1.0$  kg, sujeitas apenas à interacção mútua, movem-se num dado instante,  $t$ , com velocidades  $\vec{v}_1 = \vec{e}_x$  m/s,  $\vec{v}_2 = 2\vec{e}_y$  m/s e  $\vec{v}_3 = -4(\cos 30^\circ \vec{e}_x + \sin 30^\circ \vec{e}_y)$  m/s. Verifica-se que, ao fim de um certo tempo,  $m_1$  tem velocidade  $\vec{v}_1 = -3\vec{e}_x$  m/s e  $m_2$  está em repouso.

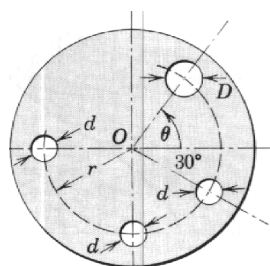
- Determine a velocidade de  $m_3$  nesse instante.
- Calcule a velocidade do centro de massa do sistema nos dois instantes referidos.
- Sabendo que num dado instante, as posições das partículas são  $\vec{r}_1 = -0.8\vec{e}_x - 1.1\vec{e}_y$ ,  $\vec{r}_2 = 0.8\vec{e}_x - 1.1\vec{e}_y$  e  $\vec{r}_3 = 1.4\vec{e}_x + 0.8\vec{e}_y$ , represente graficamente o percurso do centro de massa do sistema.

**R:** 15

16. Um sistema é constituído por três corpos de 3 kg, 2 kg e 5 kg. A primeira partícula tem uma velocidade  $\vec{v}_1 = 6\vec{e}_x$  (m/s). A segunda move-se com velocidade de 8 m/s fazendo um ângulo de  $-30^\circ$  com o eixo dos  $xx$ . Determine a velocidade da terceira partícula, de modo que o centro de massa permaneça em repouso. **R:** <sup>16</sup>
17. Um projectil de 10 kg passa pela origem  $O$  com velocidade  $\vec{v}_0 = 60\vec{e}_x$  (m/s) quando explode em dois fragmentos  $A$  e  $B$  de massas 4 kg e 6 kg, respectivamente. Sabendo que dois segundos mais tarde a posição do primeiro fragmento é  $A = (150, 12, -24)$  m, determine a posição do fragmento  $B$  no mesmo instante. Despreze a resistência do ar e considere  $g = 9.8\vec{e}_y$  m/s<sup>2</sup>. **R:** <sup>17</sup>
18. Dois patinadores, um homem com a massa de 88 kg e uma mulher com a massa de 54 kg, estão em repouso numa superfície de gelo, ligados por um fio com o comprimento de 10.0 m. Despreze o atrito entre os patinadores e a superfície de gelo. Se os patinadores se empurrarem, qual deverá ser a distância percorrida pela mulher antes do fio partir?  
**R:** <sup>18</sup>
19. Um prato cai verticalmente no solo e parte-se em três pedaços. Os pedaços afastam-se, paralelamente ao solo, com as velocidades indicadas na figura. Determine a massa dos pedaços 1 e 2.

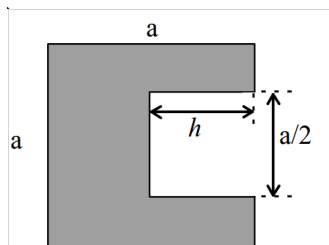


- R:** <sup>19</sup>
20. Determine o centro de massa de três bolas de 1 kg de massa cada colocadas nos vértices de um triângulo equilátero de 50 cm de lado.
21. Resolva o problema anterior mas considerando que uma das bolas tem 0.5 kg de massa.
22. Sabendo que o disco tem 7 cm de raio, que  $r = 5$  cm,  $d = 1$  cm,  $D = 2 \times d$  e que  $\theta = 45^\circ$ , determine o centro de massa do conjunto mostrado na figura.



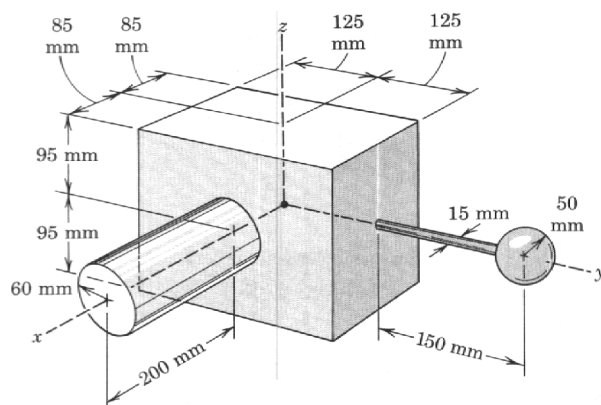
**R:** <sup>20</sup>

23. Sabendo que  $a = 2$  cm, determine o valor de  $h$  de tal modo que o centro de massa da figura se encontre o mais possível para a esquerda.



**R:** <sup>21</sup>

24. Determine o centro de massa do conjunto mostrado na figura.



**R:** <sup>22</sup>

25. Qual é a posição do centro de massa de uma semi-esfera de raio  $R$  e massa  $M$ ?

**R:** <sup>23</sup>

# Soluções

## Notes

<sup>1</sup>a)  $-0.32 \text{ m/s}$ ; b)  $-1.62 \text{ m/s}$ ; c)  $-1.79 \text{ m/s}$

<sup>2</sup>a)  $-2.67 \text{ m/s}$ ; b)  $A \rightarrow 5.33 \text{ J}$ ;  $B \rightarrow 16 \text{ J}$

<sup>3</sup>a)  $9$ ; b)  $2 \text{ m/s}$ ; c)

<sup>4</sup> $v_A = 1.5 \text{ m/s}$ ,  $v_B = 1.3 \text{ m/s}$ ,  $v_C = 2.25 \text{ m/s}$

<sup>5</sup> $-2.83\vec{e}_x \text{ m/s}$ ;  $2.73\vec{e}_x \text{ m/s}$

<sup>6</sup> $h_A = L$ ;  $h_B = 2L$

<sup>7</sup>a)  $0.035 \text{ m}$ ; b)  $8.17 \text{ J}$

<sup>8</sup>a)  $767.6 \text{ m/s}$

<sup>9</sup>a)  $396.4 \text{ m/s}$ ; b)  $1980 \text{ N}$

<sup>10</sup>a)  $v_0 = \frac{m_1 + m_2}{m_1} \sqrt{2gh}$ ; b)  $h = \frac{m_1^2 v_0^2}{8m_2^2 g}$

<sup>11</sup> $\vec{v}_a = 2\vec{e}_x - 2\vec{e}_y \text{ m/s}$

<sup>12</sup>a)  $v_A = -2.3 \text{ m/s}$ ; b)  $2.83 \text{ J}$

<sup>13</sup> $x = 234 \text{ m}$ ,  $y = 4.95 \text{ m}$ ,  $z = -6.3 \text{ m}$

<sup>14</sup>a)  $\vec{r}_{CM} = 7/4\vec{e}_x + 1/4\vec{e}_y \text{ m}$ ; b)  $\vec{a}_{CM} = 0.5\vec{e}_x + \vec{e}_y \text{ m/s}^2$ ; c)  $\vec{r}_{CM} = 2\vec{e}_x + 3/4\vec{e}_y \text{ m}$

<sup>15</sup>a)  $\vec{v}_3 = 4.54\vec{e}_x - 1\vec{e}_y \text{ m/s}$ ; b)  $\vec{v}_{CM} = -0.42\vec{e}_x - 0.29\vec{e}_y \text{ m/s}$ ; c)  $\vec{r}_{CM} = (0.06 - 0.42t)\vec{e}_x + (-0.56 - 0.29t)\vec{e}_y$

m

<sup>16</sup> $\vec{v}_3 = -6.37\vec{e}_x + 1.6\vec{e}_y \text{ m/s}$

<sup>17</sup> $B = (100, -40.67, 16) \text{ m}$

<sup>18</sup> $6.2 \text{ m}$

<sup>19</sup> $m_1 = m_2 = 1.00 \text{ kg}$

<sup>20</sup> $x_{CM} = -0.071 \text{ cm}$ ;  $y_{CM} = -0.035 \text{ cm}$

<sup>21</sup> $h = 1.172 \text{ cm}$

<sup>22</sup> $x_{CM} = +38.4 \text{ mm}$ ,  $y_{CM} = +13.5 \text{ mm}$ ,  $z_{CM} = 0 \text{ mm}$

<sup>23</sup> $x_{CM} = 0$ ,  $y_{CM} = 0$ ,  $z_{CM} = 3R/8$