Pergunta 1

É necessária uma avaliação

Considere uma onda plana monocromática que se propaga segundo xx´ e está linearmente polarizada segundo zz´.

a) Obtenha todos os elementos do correspondente tensor de Maxwell

b) Como relaciona, neste caso, a densidade de fluxo de momento linear com a densidade de energia? Explique convenientemente o seu raciocínio.

c) Imagine que a referida onda plana tem uma frequência angular $\omega = 10^{10}\ rad/s$ incide numa superfície metálica ($\sigma = 6 \times 10^{7}[\Omega . m]^{-1}$; $\varepsilon \sim \varepsilon_0\ = 8{,}854 \times \frac{10^{-12} F}{m}$; $\mu \sim \mu_0\ = 4\pi \times 10^{-7}\ N/A^2$). Qual o comprimento de penetração da radiação no metal?

Recorde: $T_{ij} = \varepsilon_0\left(E_i E_j - \frac{1}{2}\delta_{ij} E^2\right) + \frac{1}{\mu_0}\left(B_i B_j - \frac{1}{2}\delta_{ij} B^2\right)$; $k = k_1 + i k_2$;

$$k_1 = \omega\sqrt{\frac{\varepsilon\mu}{2}}\left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\varepsilon\omega}\right)^2} + 1\right]^{\frac{1}{2}} \;;\quad k_2 = \omega\sqrt{\frac{\varepsilon\mu}{2}}\left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\varepsilon\omega}\right)^2} - 1\right]^{\frac{1}{2}}$$

Pergunta 2

É necessária uma avaliação

Considere uma onda plana monocromática que se propaga segundo xx´ e está linearmente polarizada segundo zz´.

a) Obtenha todos os elementos do correspondente tensor de Maxwell

b) Como relaciona, neste caso, a densidade de fluxo de momento linear com a densidade de energia? Explique convenientemente o seu raciocínio.

c) Imagine que a referida onda plana tem uma frequència angular $\omega = 10^{10}\ rad/s$ incide numa superfície metálica ($\sigma = 6\times10^{7}[\Omega.m]^{-1}$; $\varepsilon\sim\varepsilon_0 = 8{,}854\times\frac{10^{-12}F}{m}$; $\mu\sim\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\ N/A^2$). Qual o comprimento de penetração da radiação no metal?

Recorde: $T_{ij} = \varepsilon_0\left(E_iE_j - \frac{1}{2}\delta_{ij}E^2\right) + \frac{1}{\mu_0}\left(B_iB_j - \frac{1}{2}\delta_{ij}B^2\right)$; $k = k_1 + ik_2$;

$$k_1 = \omega\sqrt{\frac{\varepsilon\mu}{2}}\left[\sqrt{1+\left(\frac{\sigma}{\varepsilon\omega}\right)^2}+1\right]^{\frac{1}{2}}\ ;\quad k_2 = \omega\sqrt{\frac{\varepsilon\mu}{2}}\left[\sqrt{1+\left(\frac{\sigma}{\varepsilon\omega}\right)^2}-1\right]^{\frac{1}{2}}$$

Pergunta 3

É necessária uma avaliação

a) Explique como pode formular as equações de Maxwell em termos dos potenciais $\vec{A}$ e φ.

b) O que entende por liberdade de gauge?

c) Considere os potenciais $\varphi = 0$ e $\vec{A} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qt}{r^3}\vec{r}$. Obtenha os potenciais transformados pela função de gauge $\theta = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qt}{r}$.

Recorde as eqs. de Maxwell: $\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$, $\nabla \cdot \vec{B} = 0$, $\nabla \times \vec{E} + \dot{\vec{B}} = 0$, $\nabla \times \vec{B} - \frac{1}{c^2}\dot{\vec{E}} = \mu_0 \vec{J}$

Pergunta 4

É necessária uma avaliação

a) Explique como pode formular as equações de Maxwell em termos dos potenciais $\vec{A}$ e φ.

b) O que entende por liberdade de gauge?

c) Considere os potenciais $\varphi = 0$ e $\vec{A} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qt}{r^3}\vec{r}$. Obtenha os potenciais transformados pela função de gauge $\theta = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qt}{r}$.

Recorde as eqs. de Maxwell: $\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$, $\nabla \cdot \vec{B} = 0$, $\nabla \times \vec{E} + \dot{\vec{B}} = 0$, $\nabla \times \vec{B} - \frac{1}{c^2}\dot{\vec{E}} = \mu_0 \vec{J}$

Pergunta 5

É necessária uma avaliação

Um fio rectilíneo infinito transporta uma corrente eléctrica que é nula se $t \leq 0$, e constante (I_0) se $t > 0$. Usando os potenciais retardados (ver nota), obtenha os campos eléctrico e magnético correspondentes como funções da distância ao fio. Explique os seus cálculos.

Nota: $\varphi(\vec{r},t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{\rho(\vec{r}',t_R)}{|\vec{r}-\vec{r}'|} d^3r'$; $\vec{A}(\vec{r},t) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{\vec{J}(\vec{r}',t_R)}{|\vec{r}-\vec{r}'|} d^3r'$; $t_R = t - \frac{|\vec{r}-\vec{r}'|}{c}$

Pergunta 6

É necessária uma avaliação

Um fio rectilíneo infinito transporta uma corrente eléctrica que é nula se $t \leq 0$, e constante (I_0) se $t > 0$. Usando os potenciais retardados (ver nota), obtenha os campos eléctrico e magnético correspondentes como funções da distância ao fio. Explique os seus cálculos.

Nota: $\varphi(\vec{r},t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{\rho(\vec{r}',t_R)}{|\vec{r}-\vec{r}'|} d^3r'$; $\vec{A}(\vec{r},t) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{\vec{J}(\vec{r}',t_R)}{|\vec{r}-\vec{r}'|} d^3r'$; $t_R = t - \frac{|\vec{r}-\vec{r}'|}{c}$

Pergunta 7

É necessária uma avaliação

Uma carga pontual *Q* executa um movimento circular uniforme no plano xy, em torno da origem (raio a e velocidade angular ω). A *t=0* a carga está no ponto (*x=0* e *y=a*). Obtenha os potenciais de Liénard-Wiechert num qualquer ponto do eixo dos *zz´*.

Nota: $\varphi(\vec{r},t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qc}{[\rho c - \vec{\rho}\cdot\vec{v}]}$; $\vec{A}(\vec{r},t) = \frac{\vec{v}}{c^2}\,\varphi(\vec{r},t)$; $\vec{\rho} = \vec{r} - \overrightarrow{r'}$

Pergunta 8

É necessária uma avaliação

Uma carga pontual *Q* executa um movimento circular uniforme no plano xy, em torno da origem (raio a e velocidade angular ω). A *t=0* a carga está no ponto (*x=0* e *y=a*). Obtenha os potenciais de Liénard-Wiechert num qualquer ponto do eixo dos *zz´*.

Nota: $\varphi(\vec{r},t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qc}{[\rho c - \vec{\rho}\cdot\vec{v}]}$; $\vec{A}(\vec{r},t) = \frac{\vec{v}}{c^2}\,\varphi(\vec{r},t)$; $\vec{\rho} = \vec{r} - \overrightarrow{r'}$