



## Avaliação - A física dos dispositivos básicos

Beatriz Sousa Demétrio - PG50256

Carlos Miguel Passos Ferreira - PG50279

9 de dezembro de 2022

### Exercício 2 - A junção $p^+n$ de Si em polarização direta e inversa

Considere um díodo longo de junção abrupta  $p^+n$  de silício com concentração de impurezas dadoras do lado n e aceitadoras do lado p,  $N_d = 2 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$  e  $N_a = 5 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ . Os tempos de recombinação de portadores minoritários são  $\tau_h = 400 \text{ ns}$  para buracos do lado n e  $\tau_e = 50 \text{ ns}$  para eletrões do lado  $p^+$ . A área da secção transversal do díodo é de  $0.1 \text{ mm}^2$ . O tempo de geração térmica na região de depleção é  $2 \mu\text{s}$ . Suponha que a corrente inversa é dominada pela taxa de geração térmica na região de depleção.

1. Calcule a corrente direta a  $27^\circ\text{C}$  quando a tensão no díodo é de  $0.6 \text{ V}$ .
  2. Estime a corrente direta a  $57^\circ\text{C}$  quando a tensão no díodo ainda é  $0.6 \text{ V}$ .
  3. Qual é a corrente inversa a  $27^\circ\text{C}$  quando a tensão do díodo é  $-5 \text{ V}$ .
  4. Estime a corrente inversa a  $57^\circ\text{C}$  quando a tensão do díodo é  $-5 \text{ V}$ .
- NOTA: Suponha que a corrente direta seja determinada pela equação de Shockley (difusão de portadores minoritários).

#### Resolução do Exercício 2.1

Nesta primeira alínea, é pedida a corrente direta a  $27^\circ\text{C}$  quando a tensão no díodo é de  $0.6 \text{ V}$ . Sabe-se que a corrente total no díodo irá fornecer portadores para que haja difusão de portadores minoritários nas regiões neutras e recombinação na região de depleção, isto é, tem-se de ter em atenção as componentes de recombinação e de difusão da corrente. Traduzindo isto para fórmulas, temos que a densidade da corrente total do díodo é descrita por:

$$J_{\text{direta}} = J_{SO} \cdot \exp\left(\frac{eV}{kT}\right) + J_{RO} \cdot \exp\left(\frac{eV}{2kT}\right)$$

Visto que  $V > \frac{kT}{e}$  e que  $J_{SO}$  corresponde à densidade de corrente de saturação reversa, dada por:

$$J_{SO} = \left[ \left( \frac{eD_h}{L_h N_d} \right) + \left( \frac{eD_e}{L_e N_a} \right) \right] n_i^2$$

Considerou-se também que  $J_{RO}$  define a densidade de corrente de recombinação, definida por:

$$J_{RO} = \frac{en_i W}{2\tau_r}$$

Primeiramente, começou-se por analisar todos os parâmetros fornecidos no enunciado com o intuito de proceder à obtenção das restantes variáveis necessárias para a obtenção da densidade de corrente total no díodo.

Para o cálculo da densidade de corrente de saturação reversa,  $J_{SO}$ , tendo em conta a equação de Shockley, teremos os seguintes valores:

- de acordo com o enunciado,  $N_d = 2 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$  e  $N_a = 5 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ ;
- sabe-se que a carga elementar do eletrão é dada por:  $e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$ ;
- tem-se que descobrir os valores de:  $D_h$  e  $D_e$  (coeficientes de difusão dos buracos e dos eletrões, respetivamente),  $L_h$  e  $L_e$  (comprimentos de difusão dos buracos e dos eletrões, respetivamente) e  $n_i$  (concentração intrínseca).

Relativamente à densidade de corrente de recombinação,  $J_{RO}$ , tem-se:

- tal como dito anteriormente, é necessário obter-se o valor de  $n_i$  (concentração intrínseca);
- sabe-se a carga elementar do eletrão, dada por  $e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$ ;
- considerou-se que  $W$  é a largura da região de depleção e que  $\tau_r$  é o tempo médio de recombinação de portadores minoritários em  $W$ .

Assim, já que a região de depleção inclui parte do tipo n e do tipo p, a equação da densidade de corrente de recombinação fica:

$$J_{RO} = \frac{en_i}{2} \left( \frac{W_p}{\tau_e} + \frac{W_n}{\tau_h} \right)$$

O exercício anterior, não escolhido para a avaliação, apresentava o gráfico da variação da *mobilidade de drift* em função da concentração de dopantes no silício, tanto para eletrões como para lacunas:

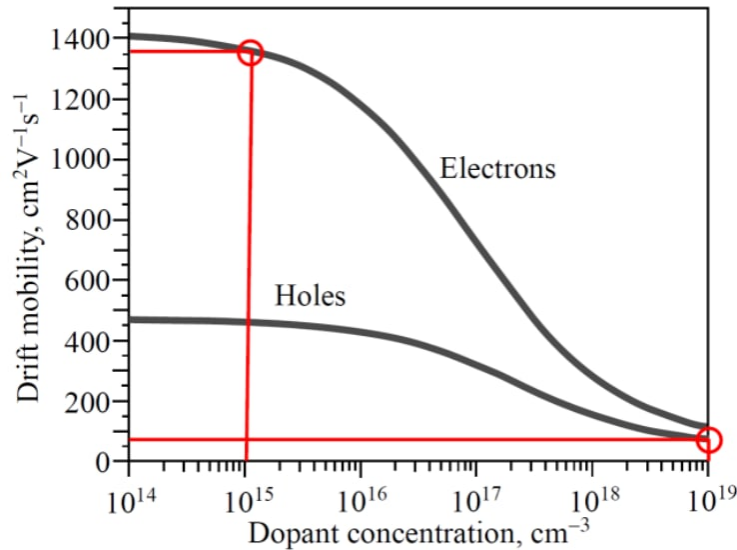


Figura 1: Dependência da mobilidade de deriva dos portadores minoritários na concentração de dopante

Uma vez que, pelo enunciado do presente exercício,  $N_d = 2 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$  e  $N_a = 5 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ , analisando o gráfico anterior obteve-se:

$$\mu_e = 750 \text{ cm}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1} \quad e \quad \mu_h = 450 \text{ cm}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$$

Adquirimos, então, todos os valores necessários para a obtenção dos coeficientes de difusão dos eletrões,  $D_e$ , e das lacunas,  $D_h$ , assim como os respetivos comprimentos de difusão,  $L_e$  e  $L_h$ .

Sabe-se que:

- $D_e = \frac{kT\mu_e}{e}$  e  $D_h = \frac{kT\mu_h}{e}$ ;
- $L_e = \sqrt{D_e\tau_e}$  e  $L_h = \sqrt{D_h\tau_h}$ .

Tem-se que  $T = 27^\circ C$ , ou seja,  $T = 27^\circ C + 273 = 300K$ . Considerando também a constante de Boltzmann, dada por  $k = 1.38 \times 10^{-23}(JK^{-1})$ , procedeu-se à obtenção dos valores pela substituição nas equações acima:

$$D_e = \frac{kT\mu_e}{e} = \frac{1.38 \times 10^{-23} \cdot 300 \cdot 750}{1.602 \times 10^{-19}} \approx 19.382 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$$

$$D_h = \frac{kT\mu_h}{e} = \frac{1.38 \times 10^{-23} \cdot 300 \cdot 450}{1.602 \times 10^{-19}} \approx 11.629 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$$

Consequentemente, os comprimentos de difusão são, considerando  $\tau_e = 50 \text{ ns}$  e  $\tau_h = 400 \text{ ns}$ :

$$L_e = \sqrt{D_e\tau_e} = \sqrt{19.382 \cdot 50 \times 10^{-9}} \approx 0.000984 \text{ cm}$$

$$L_h = \sqrt{D_h\tau_h} = \sqrt{11.629 \cdot 400 \times 10^{-9}} \approx 0.002157 \text{ cm}$$

Sendo que no exercício se fala no silício a uma temperatura de  $T = 27^\circ C = 300K$ , então o valor da concentração intrínseca corresponde a  $n_i = 1.5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ .

Portanto, pode-se calcular desde já a densidade de corrente de difusão:

$$\begin{aligned} J_{SO} &= \left[ \left( \frac{eD_h}{L_h N_d} \right) + \left( \frac{eD_e}{L_e N_a} \right) \right] n_i^2 = \left[ \left( \frac{1.602 \times 10^{-19} \cdot 11.629}{0.002157 \cdot 2 \times 10^{15}} \right) + \left( \frac{1.602 \times 10^{-19} \cdot 19.382}{0.000984 \cdot 5 \times 10^{17}} \right) \right] (1.5 \times 10^{10})^2 = \\ &= 9.858 \times 10^{-11} \text{ A} \cdot \text{cm}^{-2} \end{aligned}$$

Tendo o valor da densidade de corrente de difusão, falta apenas a densidade de corrente de recombinação. Para isso, foi necessário descobrir primeiro os valores de  $W_p$  e de  $W_n$ , definidos por:

$$W = W_p + W_n$$

$$W_p \cdot N_d = W_n \cdot N_a$$

Rearranjando estas duas equações, obteve-se:

$$W_p = \frac{N_a \cdot W}{N_a + N_d}$$

$$W_n = \frac{N_d \cdot W}{N_a + N_d}$$

Dessa forma, foi necessário calcular primeiro a largura da região de depleção,  $W$ . Sabe-se que a mesma é dada por:

$$W = \left[ \frac{2 \cdot \epsilon \cdot (N_a + N_d) \cdot (V_0 - V)}{e \cdot N_a \cdot N_d} \right]^{0.5}$$

onde  $V_0$  corresponde à tensão *built-in*, que é a tensão através de uma junção *pn*, passando de um semiconductor tipo p para o tipo n em circuito aberto, e é dada por:

$$V_0 = \frac{kT}{e} \cdot \ln \left( \frac{N_a \cdot N_d}{n_i^2} \right)$$

e  $V$  é a tensão no diodo, dada no enunciado ( $V = 0.6V$ ).

Calculando, então, a tensão *built-in*, vai-se ter que:

$$V_0 = \frac{kT}{e} \cdot \ln \left( \frac{N_a \cdot N_d}{n_i^2} \right) = \frac{1.38 \times 10^{-23} \cdot 300}{1.602 \times 10^{-19}} \cdot \ln \left( \frac{5 \times 10^{17} \cdot 2 \times 10^{15}}{(1.5 \times 10^{10})^2} \right) = 0.7526 \text{ V}$$

Portanto, a largura da região de depleção fica:

$$\begin{aligned} W &= \left[ \frac{2 \cdot \epsilon \cdot (N_a + N_d) \cdot (V_0 - V)}{e \cdot N_a \cdot N_d} \right]^{0.5} = \\ &= \left[ \frac{2 \cdot 1.036 \times 10^{-12} \cdot (5 \times 10^{17} + 2 \times 10^{15}) \cdot (0.7526 - 0.6)}{1.602 \times 10^{-19} \cdot 2 \times 10^{15} \cdot 5 \times 10^{17}} \right]^{0.5} = \\ &= 3.1 \times 10^{-5} \text{ cm} \end{aligned}$$

Daqui, calcula-se também os valores de  $W_n$  e de  $W_p$ :

- $W_n = \frac{N_d \cdot W}{N_a + N_d} = \frac{2 \times 10^{15} \cdot 3.1 \times 10^{-5}}{5 \times 10^{17} + 2 \times 10^{15}} = 1.235 \times 10^{-7} \text{ cm}$
- $W_p = \frac{N_a \cdot W}{N_a + N_d} = \frac{5 \times 10^{17} \cdot 3.1 \times 10^{-5}}{5 \times 10^{17} + 2 \times 10^{15}} = 3.1 \times 10^{-5} \text{ cm}$

Por isso, a densidade de corrente de recombinação resultou em:

$$\begin{aligned} J_{RO} &= \frac{e \cdot n_i}{2} \cdot \left( \frac{W_p}{\tau_e} + \frac{W_n}{\tau_h} \right) = \frac{1.602 \times 10^{-19} \cdot 1.5 \times 10^{10}}{2} \cdot \left( \frac{3.1 \times 10^{-5}}{50 \times 10^{-9}} + \frac{1.235 \times 10^{-7}}{400 \times 10^{-9}} \right) = \\ &= 7.453 \times 10^{-7} \text{ A} \cdot \text{cm}^{-2} \end{aligned}$$

De seguida, foi possível reparar que, em comparação com o valor da densidade de corrente de difusão, a densidade de recombinação tem um valor reduzido, permitindo concluir que esta poderia ser desprezada no cálculo da densidade de corrente total no díodo, dada por:

$$\begin{aligned} J_{direta} &= J_{SO} \cdot \exp \left( \frac{eV}{kT} \right) + J_{RO} \cdot \exp \left( \frac{eV}{2kT} \right) = \\ &= 9.858 \times 10^{-11} \cdot \exp \left( \frac{1.602 \times 10^{-19} \cdot 0.6}{1.38 \times 10^{-23} \cdot 300} \right) + 7.453 \times 10^{-7} \cdot \exp \left( \frac{1.602 \times 10^{-19} \cdot 0.6}{2 \cdot 1.38 \times 10^{-23} \cdot 300} \right) = \\ &= 1.19392 + 0.082021 = 1.27594 \text{ A} \cdot \text{cm}^{-2} \end{aligned}$$

Sendo que o exercício pede a corrente direta total no díodo e não a densidade de corrente, vai-se ter que:

$$I = J \cdot A$$

onde  $A$  é a área da secção transversal do díodo dada por  $A = 0.1 \text{ mm}^2 = 0.1 \times 10^{-2} \text{ cm}^2$ . Daí que:

$$I_{direta} = J_{direta} \cdot A = 1.27594 \cdot 0.1 \times 10^{-2} = 0.001276 \text{ A} = 1.276 \text{ mA}$$

## Resolução do Exercício 2.2

Na segunda alínea, é pedido para estimar a corrente direta a uma temperatura  $T = 57^\circ\text{C} = 273 + 57 = 330 \text{ K}$  quando a tensão no díodo é ainda  $V = 0.6 \text{ V}$ , tal como anteriormente.

Como visto anteriormente, a corrente direta total no díodo é dominada pela corrente de difusão. Neste exercício, considerou-se, assim, apenas a densidade de corrente direta total no díodo igual a:

$$I_{direta} \approx A \cdot J_{SO} \cdot \exp \left( \frac{eV}{kT} \right)$$

Sabe-se que  $I_{SO}$  depende de  $n_i^2$ , por isso é extremamente dependente da temperatura. Portanto, vai-se considerar que  $I_{SO} \propto n_i^2$ .

Para  $T = 330K$ , tem-se uma concentração intrínseca diferente. Na *figura 2* apresenta-se as variações da concentração intrínseca de vários materiais, incluindo o silício, em função da temperatura. Sendo que nesta alínea está-se a considerar  $T = 330K$ , então  $n_i \approx 1.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-3}$ .

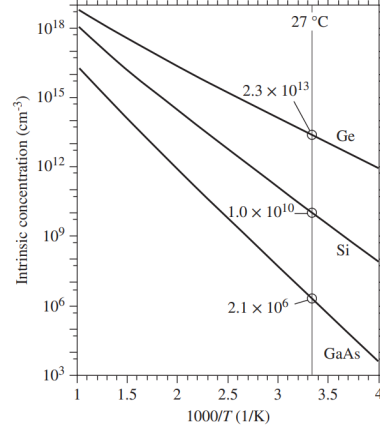


Figura 2: Variação da concentração intrínseca para vários materiais em função da variação da temperatura

Tendo em conta as considerações feitas, tem-se que:

$$I_{SO}(330K) \approx I_{SO}(300K) \cdot \left[ \frac{n_i(330K)}{n_i(300K)} \right]^2 \approx 9.858 \times 10^{-14} \cdot \left[ \frac{1.0 \times 10^{11}}{1.5 \times 10^{10}} \right]^2 \approx 4.381 \times 10^{-12} A$$

Logo, a corrente direta total no díodo será dada por:

$$I_{direta} \approx A \cdot J_{SO} \cdot \exp\left(\frac{eV}{kT}\right) \approx I_{SO} \cdot \exp\left(\frac{1.602 \times 10^{-19} \cdot 0.6}{1.38 \times 10^{-23} \cdot 330}\right) \approx 4.381 \times 10^{-12} \cdot \exp\left(\frac{1.602 \times 10^{-19} \cdot 0.6}{1.38 \times 10^{-23} \cdot 330}\right) \approx 0.006429 A \approx 6.429 mA$$

Em suma, aumentando apenas a temperatura, a corrente direta total do díodo aumenta. Isto pode ser explicado pelo aumento da concentração intrínseca do material.

### Resolução do Exercício 2.3

Neste terceiro exercício, é pedido a corrente inversa a  $T = 27^\circ C$  quando a tensão do díodo é de  $V = -5V$ . Daí que, tal como anteriormente, começou-se por calcular o valor da densidade de corrente inversa total, que corresponde à soma das componentes de difusão e de geração, ou seja:

$$J_{inversa} = J_{SO} + J_{gen}$$

onde  $J_{SO}$  é a densidade de corrente de difusão, calculada na primeira alínea deste mesmo exercício, e  $J_{gen}$  que é a densidade de corrente de geração, que é uma componente da densidade de corrente inversa devido à geração térmica de pares eletrões-lacunas dentro da região de depleção, e é dada por:

$$J_{gen} = \frac{e \cdot W \cdot n_i}{\tau_g}$$

Sendo que o valor de  $J_{SO}$  depende apenas das características do material (através de  $n_i$ ,  $\mu_h$ ,  $\mu_e$ , entre outros), das concentrações dos dopantes e da temperatura. Mas não depende da tensão aplicada.

Tendo isso em conta, o valor desta densidade vai ser igual ao da primeira alínea deste exercício:

$$J_{SO} = 9.858 \times 10^{-11} \text{ A} \cdot \text{cm}^{-2}$$

Sabe-se do enunciado que  $\tau_g = 2 \mu\text{s}$ , que é o tempo de geração térmica na região de depleção. Como se continua com o mesmo material, que é o silício, à mesma temperatura, então  $n_i = 1.5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$  e também  $V_0 = 0.7526 \text{ V}$ .

O que falta calcular, para se saber o valor da componente de geração da densidade de corrente inversa, é o valor de  $W$ , que é a largura da região de depleção. Ora, substituindo na equação usada na primeira alínea tem-se que:

$$\begin{aligned} W &= \left[ \frac{2 \cdot \epsilon \cdot (N_a + N_d) \cdot (V_0 - V)}{e \cdot N_a \cdot N_d} \right]^{0.5} = \\ &= \left[ \frac{2 \cdot 1.036 \times 10^{-12} \cdot (5 \times 10^{17} + 2 \times 10^{15}) \cdot (0.7526 - (-5))}{1.602 \times 10^{-19} \cdot 2 \times 10^{15} \cdot 5 \times 10^{17}} \right]^{0.5} = \\ &= 1.93 \times 10^{-4} \text{ cm} \end{aligned}$$

Repare que esta polarização inversa aumenta o valor da largura da região de depleção  $W$ , daí que  $J_{gen}$  deverá aumentar.

Portanto, tendo todos os valores necessários para a densidade de corrente de geração, obteve-se que:

$$J_{gen} = \frac{e \cdot W \cdot n_i}{\tau_g} = \frac{1.602 \times 10^{-19} \cdot 1.93 \times 10^{-4} \cdot 1.5 \times 10^{10}}{2 \times 10^{-6}} = 2.3189 \times 10^{-7} \text{ A} \cdot \text{cm}^{-2}$$

É de notar que a densidade de corrente de geração térmica é bastante superior à densidade de corrente de difusão. Portanto, pode-se afirmar que, ao contrário do que acontece na densidade de corrente direta total, a densidade de corrente inversa total vai ser dominada pela densidade de corrente de geração térmica.

Com isto, obtém-se que a densidade de corrente inversa total é dada por:

$$J_{inversa} = J_{SO} + J_{gen} = 9.858 \times 10^{-11} + 2.3189 \times 10^{-7} = 2.3189 \times 10^{-7} \text{ A} \cdot \text{cm}^{-2}$$

Como pede a corrente inversa e não a densidade de corrente, vai-se ter que a corrente inversa total do diódo é dada por:

$$I_{inversa} = J_{inversa} \cdot A = 2.3189 \times 10^{-7} \cdot 0.1 \times 10^{-2} = 2.3189 \times 10^{-10} \text{ A}$$

## Resolução do Exercício 2.4

Tal como se fez na segunda alínea deste exercício, vai-se fazer algumas considerações. Como se viu anteriormente, a corrente de geração térmica é bastante superior à corrente de difusão, sendo que isso implica que a corrente inversa total vai ser completamente dominada pela  $I_{gen}$ . Como  $I_{gen}$  vai ser dada por:

$$I_{gen} = \frac{e \cdot W \cdot n_i \cdot A}{\tau_g}$$

Tal se fez na segunda alínea, vai-se considerar que a variação da concentração intrínseca com a temperatura vai ser bastante superior à de  $W$ . Daí que, para se estimar a corrente inversa a  $T = 57^\circ\text{C} = 273 + 57 = 330\text{K}$  quando a tensão do diódo é  $V = -5\text{V}$ :

$$\begin{aligned} I_{gen}(330\text{K}) &\approx I_{gen}(300\text{K}) \cdot \left[ \frac{n_i(330\text{K})}{n_i(300\text{K})} \right]^2 \approx 2.3189 \times 10^{-10} \cdot \left[ \frac{1.0 \times 10^{11}}{1.5 \times 10^{10}} \right]^2 \approx \\ &\approx 1.54593 \times 10^{-9} \text{ A} \end{aligned}$$

$$\text{Logo, } I_{inversa} = I_{gen} = 1.54593 \times 10^{-9} \text{ A}$$

## Exercício 4 - Capacidade da junção p-n

A capacidade ( $C$ ) de uma junção Si  $p^+n$  abrupta em polarização inversa foi medida em função da tensão de polarização inversa  $V_r$  conforme indicado na tabela seguinte. A área da secção transversal da junção p-n é  $500\mu m \times 500\mu m$ . Traçando o gráfico  $1/C^2$  versus  $V_r$ , obtenha o potencial intrínseco  $V_0$  e a concentração de dadores  $N_d$  na região n. Qual é o valor de  $N_a$ ?

Tabela 1: Capacidade para diversos valores da tensão de polarização inversa ( $V_r$ )

$V_r$ (V)	1	2	3	5	10	15	20
$C$ (pF)	38.3	30.7	26.4	21.3	15.6	12.9	11.3

### Resolução do Exercício 4

A região de depleção de uma junção pn consiste em cargas positivas e negativas, que estão separadas por uma distância  $W$ , tal como acontece num condensador de placas paralelas. Mas, aqui, a carga armazenada nesta mesma região, ao contrário do condensador, não depende linearmente da tensão, sendo dada por:

$$C_{dep} = \frac{\epsilon \cdot A}{W} = \frac{A}{(V_0 - V)^{0.5}} \left[ \frac{e \cdot \epsilon \cdot (N_a \cdot N_d)}{2 \cdot (N_a + N_d)} \right]^{0.5}$$

Deve ser denotado que  $C_{dep}$  é dada pela mesma expressão que para o condensador de placas paralelas, mas aqui  $W$  é dependente da tensão e dado pela expressão:

$$W = \left[ \frac{2 \cdot \epsilon \cdot (N_a + N_d) \cdot (V_0 - V)}{e \cdot N_a \cdot N_d} \right]^{0.5}$$

onde se pode ver que para *reverse bias*,  $V$  é negativo, o que implica que o  $(V_0 - V)$  é aumentando (e, consequentemente  $W$  também aumentará); para *forward bias* é o contrário:  $V$  é positivo, o que implica que  $(V_0 - V)$  diminui (diminuindo  $W$  da mesma forma).

Outra situação a ter em atenção ocorre quando  $C_{dep}$  diminui com o aumento do *reverse bias*. Isto pode ser explicado pelo facto de que a largura  $W$  aumenta pois  $W \propto (V_0 - V)^{0.5}$ . Mas tem de se ter em atenção que esta capacitância está presente nas duas condições (*reverse bias* e *forward bias*).

Analisando o enunciado, pode-se começar retirar as seguintes informações:

- sendo que se está perante uma junção  $p^+n$ , então conclui-se que no semiconductor, o lado de tipo p está mais dopado que o do tipo n, o que implica que  $N_a$  vai ser bastante superior a  $N_d$ ;
- esta junção de silício está polarizada inversamente, o que significa que nas expressões em cima indicadas, o  $V$  irá ser substituído por  $-V_r$ ;
- a área da secção transversal da junção pn é de  $500\mu m \times 500\mu m$ .

Ora, esta análise vai fazer com que a expressão da capacitância, escrita em cima, fique:

$$C_{dep} = \frac{\epsilon \cdot A}{W} = \frac{A}{(V_0 + V_r)^{0.5}} \left[ \frac{e \cdot \epsilon \cdot N_d}{2} \right]^{0.5}$$

Rearranjando esta última equação de forma a podermos traçar o gráfico  $\frac{1}{C^2}$  versus  $V_r$ , vai-se ter que:

$$\frac{1}{C_{dep}^2} = \frac{2}{A^2 \cdot e \cdot \epsilon \cdot N_d} \cdot (V_0 + V_r) \Leftrightarrow \frac{1}{C_{dep}^2} = \frac{2 \cdot V_0}{A^2 \cdot e \cdot \epsilon \cdot N_d} + \frac{2 \cdot V_r}{A^2 \cdot e \cdot \epsilon \cdot N_d}$$

Portanto, tendo em conta a tabela fornecida no enunciado, obteve-se uma nova com os seguintes valores:

Tabela 2: Valores atualizados de  $C_{dep}^{-2}$  para diversos valores da tensão de polarização inversa ( $V_r$ )

$V_r$ (V)	1	2	3	5	10	15	20
$C_{dep}^{-2}$ (F)	$6.82 \cdot 10^{20}$	$1.06 \cdot 10^{21}$	$1.43 \cdot 10^{21}$	$2.20 \cdot 10^{21}$	$4.11 \cdot 10^{21}$	$6.01 \cdot 10^{21}$	$7.83 \cdot 10^{21}$

Com auxílio das ferramentas do *Excel*, estruturamos um gráfico através destes valores e obtivemos a respetiva regressão linear, obtendo assim os valores necessários para a obtenção de  $V_0$  e  $N_d$ .

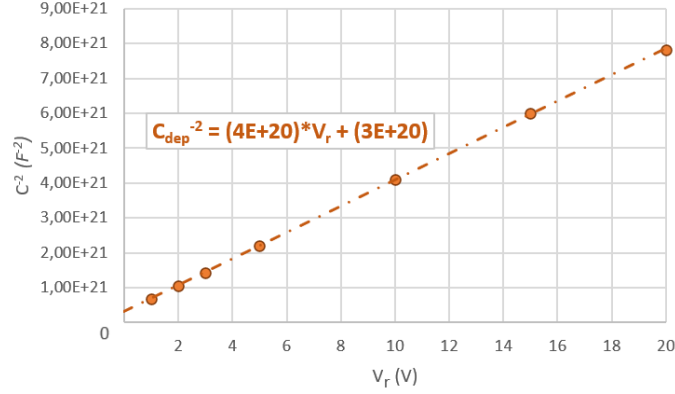


Figura 3: Gráfico da variação de  $C_{dep}^{-2}$  em função de  $V_r$  e respetiva regressão linear

Tendo em conta o gráfico obtido, tem-se que:

$$\frac{1}{C_{dep}^2} = 4.0 \times 10^{20} \cdot V_r + 3.0 \times 10^{20}$$

Tendo também em conta a equação descrita em cima que relaciona  $\frac{1}{C_{dep}^2}$  com  $V_r$ , vai-se ter que a concentração de dadores  $N_d$  é:

$$\frac{2}{A^2 \cdot e \cdot \epsilon \cdot N_d} = 4.0 \times 10^{20} \Leftrightarrow N_d = \frac{2}{A^2 \cdot e \cdot \epsilon \cdot 4.0 \times 10^{20}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow N_d = \frac{2}{(500 \times 10^{-6})^4 \cdot 1.602 \times 10^{-19} \cdot 1.0532 \times 10^{-10} \cdot 4.0 \times 10^{20}} \Leftrightarrow N_d = 4.742 \times 10^{21} \text{ m}^{-3} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow N_d = 4.742 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$$

Agora, antes de se calcular o valor de  $N_a$ , tem de se calcular o valor do potencial intrínseco  $V_0$ . Sabe-se que a reta descrita no gráfico da *figura 3* interceta o eixo das coordenadas com os valores de  $V_r$ , quando  $V_r = -V_0$  e  $\frac{1}{C_{dep}^2} = 0$ . Logo, tem-se que:

$$0 = 4.0 \times 10^{20} \cdot V_r + 3.0 \times 10^{20} \Leftrightarrow -4.0 \times 10^{20} \cdot V_r = 3.0 \times 10^{20} \Leftrightarrow$$

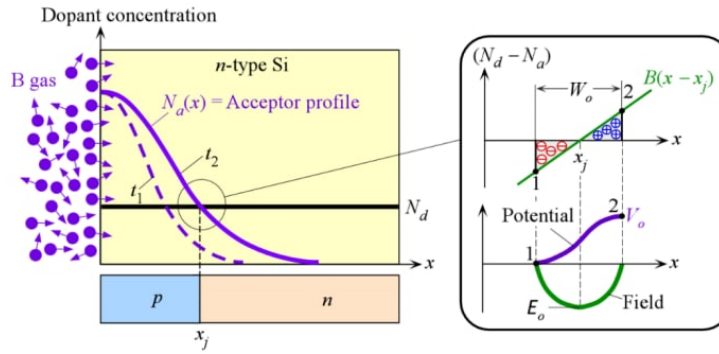
$$\Leftrightarrow 4.0 \times 10^{20} \cdot V_0 = 3.0 \times 10^{20} \Leftrightarrow V_0 = 0.75 \text{ V}$$



Tendo os valores da concentração de dadores  $N_d$  e do potencial intrínseco  $V_0$ , e considerando que  $T = 300\text{ K}$  e  $n_i = 1.5 \times 10^{10}\text{ cm}^{-3}$ , a concentração de aceitadores  $N_a$  vai ser dada por:

$$\begin{aligned}
 V_0 &= \frac{kT}{e} \cdot \ln \left( \frac{N_a \cdot N_d}{n_i^2} \right) \Leftrightarrow \frac{V_0 \cdot e}{kT} = \ln \left( \frac{N_d \cdot N_a}{n_i^2} \right) \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow e^{\frac{V_0 \cdot e}{kT}} = \frac{N_d \cdot N_a}{n_i^2} \Leftrightarrow N_a = \frac{n_i^2 \cdot \exp \left( \frac{V_0 \cdot e}{kT} \right)}{N_d} \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow N_a = \frac{(1.5 \times 10^{10})^2 \cdot \exp \left( \frac{0.75 \cdot 1.602 \times 10^{-19}}{1.38 \times 10^{-23} \cdot 300} \right)}{4.742 \times 10^{15}} \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow N_a = 1.906 \times 10^{17}\text{ cm}^{-3}
 \end{aligned}$$

## Exercício 5 - Junção p-n linearmente calibrada e abrupta



A figura mostra uma **junção linearmente calibrada** de aceitadores (B) numa bolacha de Si tipo n.  $N_a(x)$  é o perfil de aceitadores para tempos arbitrários de difusão dos átomos do gás B no silício. Ao fim do tempo  $t_2$  ( $> t_1$ ) as concentrações de dadores e de aceitadores são iguais em  $x = x_j$ . O processo é terminado para o valor desejado de  $x_j$ . A concentração líquida de dopantes é  $(N_d - N_a)$ , e numa vizinhança de  $x_j$  depende linearmente de  $x$ :  $N_d - N_a = Bx$ .

1. Sendo  $V$  a tensão aos terminais do dispositivo, mostre que o campo na junção  $E_{max}$  e a largura da região de depleção  $W$  são dados por:  $E_{max} = -\frac{eBW^2}{8\epsilon}$  e  $V_0 - V = \frac{eBW^3}{12\epsilon}$ .
2. Usando as equações anteriores e  $V_0 = \frac{kT}{e} \ln \left( \frac{BW_0}{2n_i} \right)^2$  mostre que  $W_0^2 = \frac{6\epsilon V_0}{e \cdot n_i \cdot \exp(eV_0/2kT)}$ .
3. Considere uma junção Si p-n calibrada linearmente em que  $V_0 = 0.60V$ . Quais são  $B$  e  $W_0$  para este dispositivo? Quando vale  $N_d - N_a$  no final da região de depleção em  $x = W_0/2$ ?
4. Compare os resultados de c) com a largura da camada de depleção e as concentrações de dopantes para o dispositivo de junção abrupta com idêntico valor de  $V_0 = 0.60V$ .

### Resolução do Exercício 5.1

Nesta primeira alínea deste terceiro exercício, é pretendido, que tendo em conta que  $V$  é a tensão aplicada aos terminais do dispositivo em questão, se mostre que o campo elétrico máximo na junção seja  $E_{max} = -\frac{e \cdot B \cdot W^2}{8 \cdot \epsilon}$  e que a largura da região de depleção  $W$  seja dada por  $V_0 - V = \frac{e \cdot B \cdot W^3}{12 \cdot \epsilon}$ .

Ir-se-á começar pelo campo elétrico máximo na junção. O campo elétrico é gerado devido ao facto de existirem duas regiões de cargas espaciais unidas, tanto negativas como positivas.

Sabe-se pelas equações de Maxwell, que o campo elétrico é dado pela lei de Gauss:

$$\nabla \cdot E = \frac{\rho}{\epsilon} \Rightarrow E(x) = \int \frac{\rho(x)}{\epsilon} dx$$

sendo que  $\rho$  é a densidade de carga e  $\epsilon$  é a permissividade do material. Daí que para calcular o campo elétrico na junção pn irá ser necessário começar por determinar a densidade de carga na junção.

Vai-se começar por considerar que os limites da região de depleção nas regiões p e n vão ser, respetivamente,  $-x_p$  e  $x_n$ . Ora, olhando para a figura dada no enunciado, repara-se que:

- $-x_p = -\frac{W}{2}$
- $x_n = \frac{W}{2}$

Nas regiões fora e distintas desta região de depleção, a condição de neutralidade irá-se manter (isto de forma a garantir que o semiconductor é eletricamente neutro fora da largura de depleção), o que significa:

$$\rho = e \cdot (p - n + N_d - N_a) = 0$$

Mas dentro da região de depleção, vai ser diferente, pois existe a formação de iões tanto negativos (que aparecem no lado da região p e vão se deslocar para a região tipo n) e de iões positivos (que aparecem nas regiões contrárias). O aparecimento destes iões devem-se ao movimento dos portadores de carga. Estes iões é que irão dar origem à região de cargas espaciais. Ora, daí que dentro desta região vai haver carga, o que por sua vez, implica que haja densidade de carga, por isso:

$$\rho = e \cdot (p - n + N_d - N_a) = q \cdot (N_d - N_a)$$

A igualdade em cima pode ser feita pois está a ser considerado que  $p$  e  $n$  são desprezáveis quando comparados aos valores de  $N_d$  e de  $N_a$ .

Sendo que no enunciado do exercício é dito que na vizinhança do ponto central da junção  $x_j$ , onde as concentrações de dadores e aceitadores são iguais, a concentração líquida de dopantes ( $N_d - N_a$ ) é dada por  $N_d - N_a = Bx$ , então:

$$\rho = e \cdot (N_d - N_a) = e \cdot B \cdot x$$

Logo, tendo então a densidade de carga, através da lei de Gauss descrita em cima, tem-se que:

$$\begin{aligned} E(x) &= \int_{-x_p}^x \frac{\rho(x)}{\epsilon} dx \Leftrightarrow E(x) = \int_{-\frac{W}{2}}^x \frac{\rho(x)}{\epsilon} dx \Leftrightarrow E(x) = \int_{-\frac{W}{2}}^x \frac{e \cdot B \cdot x}{\epsilon} dx \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow E(x) = \frac{e \cdot B}{\epsilon} \int_{-\frac{W}{2}}^x x \cdot dx \Leftrightarrow E(x) = \frac{eB}{2\epsilon} \left[ -\frac{W^2}{4} + x^2 \right] \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow E(x) = -\frac{eBW^2}{8\epsilon} + \frac{eBx^2}{2\epsilon} \end{aligned}$$

Tendo mais uma vez em conta a figura dada no enunciado, repara-se que o campo elétrico é máximo quando se está em  $x_j$ . Considerando que  $x_j$  é a origem, ou seja,  $x_j = 0$ , então:

$$E_{max} = -\frac{eBW^2}{8\epsilon}$$

Tendo então o campo elétrico na junção, irá-se calcular a largura da região de depleção  $W$ , como pede o exercício. Sabe-se que através de um campo elétrico, obtém-se o gradiente do potencial elétrico, ou seja:

$$E(x) = -\nabla V(x) = -\frac{dV}{dx} \Rightarrow \Delta V = -\int E(x) dx$$

onde  $\Delta V$  é igual a  $V_0 - V$ , considerado quando  $x_j = 0$ .

Portanto,

$$\begin{aligned}\Delta V &= - \int_{-x_p}^x E(x) dx \Leftrightarrow \Delta V = - \int_{-W/2}^x \left( -\frac{eBW^2}{8\epsilon} + \frac{eBx^2}{2\epsilon} \right) dx = \frac{eBW^2x}{8\epsilon} - \frac{eBx^3}{6\epsilon} + \frac{eBW^3}{16\epsilon} + \frac{eBW^3}{16\epsilon} \cdot \frac{1}{3} = \\ &= \frac{eBW^2x}{8\epsilon} - \frac{eBx^3}{6\epsilon} + \frac{eBW^3}{12\epsilon}\end{aligned}$$

Como se quer quando  $V_0 - V$ , então terá que se considerar  $x = x_j = 0$ , tendo assim que:

$$V_0 - V = \frac{eBW^3}{12\epsilon}$$

### Resolução do Exercício 5.2

Nesta segunda alínea deste exercício P5, é pedido que através das equações obtidas na alínea anterior e utilizando a equação  $V_0 = \frac{kT}{e} \cdot \ln \left( \frac{BW_0}{2n_i} \right)^2$ , se obtenha a equação:

$$W_0^2 = \frac{6eV_0}{en_i \exp(eV_0/2kT)}$$

Começando pela equação dada no enunciado desta 2<sup>a</sup> alínea, viu-se que:

$$\begin{aligned}V_0 &= \frac{kT}{e} \ln \left( \frac{BW_0}{2n_i} \right)^2 \Leftrightarrow \frac{V_0 e}{kT} = \ln \left( \frac{BW_0}{2n_i} \right)^2 \Leftrightarrow \left( \frac{V_0 e}{kT} \right)^{1/2} = \ln \left( \frac{BW_0}{2n_i} \right) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \frac{BW_0}{2n_i} = \exp \left( \frac{V_0 e}{2kT} \right) \Leftrightarrow W_0 = \frac{2n_i}{B} \exp \left( \frac{V_0 e}{2kT} \right)\end{aligned}$$

Não se sabe o valor de B, daí que foi necessário recorrer a uma equação dada no enunciado anterior, que relaciona o potencial intrínseco com este valor de B:

$$V_0 - V = \frac{eBW^3}{12\epsilon}$$

Vai-se considerar, que para esta alínea, não existe tensão  $V$  aplicada aos terminais do dispositivo em questão. Ora, isso vai implicar que:

$$V_0 = \frac{eBW_0^3}{12\epsilon} \Leftrightarrow B = \frac{12 \cdot V_0 \cdot \epsilon}{eW_0^3}$$

Portanto, substituindo este valor de B na equação em cima tem-se que:

$$\begin{aligned}W_0 &= \frac{2n_i}{B} \cdot \exp \left( \frac{V_0 e}{2kT} \right) \Leftrightarrow W_0 = \frac{2n_i}{\frac{12V_0\epsilon}{eW_0^3}} \cdot \exp \left( \frac{V_0 e}{2kT} \right) \Leftrightarrow W_0 = \frac{2n_i e W_0^3}{12V_0\epsilon} \cdot \exp \left( \frac{V_0 e}{2kT} \right) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \frac{W_0}{W_0^3} = \frac{2n_i e}{12V_0\epsilon} \cdot \exp \left( \frac{V_0 e}{2kT} \right) \Leftrightarrow W_0^{-2} = \frac{2n_i}{12V_0\epsilon} \cdot \exp \left( \frac{V_0 e}{2kT} \right) \Leftrightarrow W_0^2 = \frac{6eV_0}{en_i \exp \left( \frac{V_0 e}{2kT} \right)}\end{aligned}$$

### Resolução do Exercício 5.3

Nesta terceira alínea, é pedido para considerar uma junção Si calibrada linearmente em que  $V_0 = 0.60V$ . Quer se calcular os valores de  $B$ , de  $W_0$  e de  $N_d - N_a$ , no final da região de depleção em  $x = W_0/2$ .

Tendo, na alínea anterior, determinado as equações que permitem calcular os valores de  $B$  e de  $W_0$ , vai-se ter que (está-se a considerar que  $T = 300K$ ):

$$W_0^2 = \frac{6\epsilon V_0}{en_i \exp\left(\frac{V_0 e}{2kT}\right)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow W_0^2 = \frac{6 \cdot 1.036 \times 10^{-12} \cdot 0.60}{1.602 \times 10^{-19} \cdot 1.5 \times 10^{10} \cdot \exp(0.60 \cdot 1.602 \times 10^{-19} / 2 \cdot 1.38 \times 10^{-23} \cdot 300)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow W_0 \approx 0.000119 \text{ cm}$$

$$B = \frac{12\epsilon V_0}{eW_0^3} \Leftrightarrow B = \frac{12 \cdot 1.036 \times 10^{-12} \cdot 0.60}{1.602 \times 10^{-19} \cdot 0.000119^3} \Leftrightarrow B \approx 2.763 \times 10^{19} \text{ cm}^{-4}$$

Tendo agora o valor de  $B$  e sabendo que  $N_d - N_a = Bx$ , onde  $x$  vai ser igual a  $W_0/2$ , então tem-se que o valor da concentração líquida de dopantes:

$$N_d - N_a = Bx \Leftrightarrow N_d - N_a = B \cdot W_0/2 \Leftrightarrow N_d - N_a = 2.763 \times 10^{19} \cdot \frac{0.000119}{2} \Leftrightarrow N_d - N_a \approx 2.625 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$$

### Resolução do Exercício 5.4

Até agora falou-se que o dispositivo, que está a ser usado, se tratava de uma *junção pn linearmente calibrada*, onde se tem que a distribuição das impurezas vai variar linearmente através da mesma. Ora, também se viu que efetivamente, a largura da região de depleção era dada pela seguinte equação e que quando  $V_0 = 0.60V$  acontecia que  $W_0$  era dado também pelo seguinte valor:

$$W_0^2 = \frac{6\epsilon V_0}{e \cdot n_i \cdot \exp(eV_0/2kT)} \Rightarrow W_0(V_0 = 0.60V) \approx 0.000119 \text{ cm}$$

Mas nesta última alínea deste terceiro exercício, é pedido para calcular esta largura para o mesmo potencial intrínseco ( $V_0 = 0.60V$ ), para uma *junção pn abrupta*. Aqui, ao contrário de anteriormente, a distribuição de impurezas na junção pode ser aproximada de forma a obter-se uma transição abrupta entre as concentrações de dopagem entre as regiões dos tipos n e p. A largura da região de depleção  $W_0$  vai ser dada por:

$$W_0 = \left( \frac{2\epsilon}{e} \left( \frac{N_a + N_d}{N_a N_d} \right) V_0 \right)^{1/2}$$

Olhando para esta última equação verifica-se que não se sabe os valores de  $N_a$  e de  $N_d$ . Daí que foi necessário voltar a analisar o enunciado e verificou-se que se tinha o seguinte: "Ao fim de tempo  $t_2$ , as concentrações de dadores e aceitadores são iguais em  $x = x_j$ ". Considerando então esta situação, vai-se ter que  $N_a \approx N_d \approx N$ , sendo por isso que:

$$W_0 = \left( \frac{2\epsilon}{e} \left( \frac{N_a + N_d}{N_a N_d} \right) V_0 \right)^{1/2} \Leftrightarrow W_0 = \left( \frac{2\epsilon}{e} \left( \frac{2N}{N^2} \right) V_0 \right)^{1/2} \Leftrightarrow W_0 = \left( \frac{2\epsilon}{e} \cdot \frac{2}{N} V_0 \right)^{1/2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow W_0 = \left( \frac{4 \cdot \epsilon \cdot V_0}{e \cdot N} \right)^{1/2}$$

É necessário agora descobrir o valor de  $N$ . Para isso, sendo que se está a falar numa junção pn abrupta, o potencial intrínseco vai ser dado por:

$$V_0 = \frac{kT}{e} \cdot \ln \left( \frac{N_a N_d}{n_i^2} \right)$$

Tendo em conta as considerações feitas anteriormente, então:

$$\begin{aligned}
 V_0 &= \frac{kT}{e} \cdot \ln \left( \frac{N_a N_d}{n_i^2} \right) \Leftrightarrow V_0 = \frac{kT}{e} \cdot \ln \left( \frac{N^2}{n_i^2} \right) \Leftrightarrow \frac{V_0 e}{kT} = \ln \left( \frac{N}{n_i} \right)^2 \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow \left( \frac{V_0 e}{kT} \right)^{1/2} = \ln \left( \frac{N}{n_i} \right) \Leftrightarrow \frac{N}{n_i} = \exp \left( \frac{V_0 e}{2kT} \right) \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow N = n_i \cdot \exp \left( \frac{V_0 e}{2kT} \right) \Leftrightarrow N = 1.50 \times 10^{10} \cdot \exp \left( \frac{0.60 \cdot 1.602 \times 10^{-19}}{2 \cdot 1.38 \times 10^{-23} \cdot 300} \right) \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow N \approx 1.6508 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}
 \end{aligned}$$

Antes de se calcular o valor de  $W_0$ , irão ser analisados os valores obtidos para as concentrações de dopantes no dispositivos para as diferentes junções. Verifica-se que para a junção pn abrupta, estas concentrações apenas dependem da concentração intrínseca e de um exponencial, que relaciona a temperatura com o potencial intrínseco. Para a junção pn linearmente calibrada, verifica-se que estas concentrações de dopantes são lineares, ou seja, apenas dependem do valor de  $x$  (ou seja, da posição na região de depleção que se está a considerar) e do valor do  $B$ , da concentração líquida de dopantes. Portanto, só pela a análise das equações, espera-se que os valores das concentrações dos dopantes sejam menores nas junções abruptas do que nas junções linearmente calibradas, que é efetivamente o que acontece em cima.

Calculando agora o valor da largura da região de depleção  $W_0$  para a junção pn abrupta:

$$\begin{aligned}
 W_0 &= \left( \frac{4 \cdot \epsilon \cdot V_0}{e \cdot N} \right)^{1/2} \Leftrightarrow W_0 = \left( \frac{4 \cdot 1.036 \times 10^{-12} \cdot 0.60}{1.602 \times 10^{-19} \cdot 1.6508 \times 10^{15}} \right)^{1/2} \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow W_0 = 9.4021 \times 10^{-9} \text{ cm}
 \end{aligned}$$

Ao contrário do que se verifica para as concentrações dos dopantes, aqui, na largura da região de cargas espaciais, para a junção pn abrupta é muito menor quando comparada com a da junção pn linearmente calibrada.

## Exercício 9 - O efeito da iluminação no desempenho da célula solar

Uma célula solar sob iluminação AM1.5 tem uma corrente de curto-circuito,  $I_{SC} = 50 \text{ mA}$ , e uma tensão de circuito aberto,  $V_{OC} = 0.65 \text{ V}$ . Quais são a corrente de curto-circuito e a tensão de circuito aberto quando a intensidade da luz é reduzida pela metade? (Assuma o fator de idealidade do díodo,  $\eta = 1$ ).

### Resolução do Exercício 9

Neste exercício, como os valores da corrente e tensão são aqueles que se pretende alcançar, considerou-se a equação apresentada na aula do comportamento  $I - V$  geral de uma célula solar quando sujeita a iluminação, tendo em conta a corrente (correspondente ao fluxo dos portadores) provocada pela fonte de luz,  $I_{ph}$ , comumente conhecida por *fotocorrente*:

$$I = -I_{ph} + I_0 \cdot \left[ \exp \left( \frac{e \cdot V}{\eta \cdot k \cdot T} \right) - 1 \right]$$

O segundo termo da soma corresponde, portanto, à corrente da junção, onde se encontram presentes a corrente de saturação reversa,  $I_0$ , e a tensão na saída da junção  $pn$  (que ilustra a célula solar),  $V$ . Na situação de circuito aberto, desenvolvido entre os terminais da célula solar, considera-se que  $I = 0A$ , pelo que a fotocorrente gerará a tensão fotovoltaica  $V_{OC}$  suficiente para produzir a corrente da junção. Nestas condições, a expressão acima fica da forma:

$$I_{ph} = I_0 \cdot \left[ \exp\left(\frac{e \cdot V_{OC}}{\eta \cdot k \cdot T}\right) - 1 \right]$$

Tendo em conta que  $V_{OC} \gg \frac{\eta \cdot k \cdot T}{e}$ , pode-se reorganizar a expressão anterior de forma a retirar  $V_{OC}$  do exponencial, tendo em conta que o termo  $-1$  normalmente é desconsiderado quando comparado com os outros termos e se nos encontrarmos em situações em que a tensão é acima de  $100mV$ , colocando-a como:

$$\begin{aligned} \frac{I_{ph}}{I_0} + 1 = \exp\left(\frac{e \cdot V_{OC}}{\eta \cdot k \cdot T}\right) &\Leftrightarrow \ln\left(\frac{I_{ph}}{I_0} + 1\right) = \frac{e \cdot V_{OC}}{\eta \cdot k \cdot T} \Leftrightarrow \ln\left(\frac{I_{ph}}{I_0}\right) \approx \frac{e \cdot V_{OC}}{\eta \cdot k \cdot T} \\ &\Leftrightarrow V_{OC} = \frac{\eta \cdot k \cdot T}{e} \cdot \ln\left(\frac{I_{ph}}{I_0}\right) \end{aligned}$$

Neste momento, conseguiu-se obter uma expressão para  $V_{OC}$ , no entanto é necessário incluir igualmente o conceito da corrente de curto-circuito,  $I_{SC}$ .

Uma vez que  $I_{ph}$  é proporcional à intensidade da luz incidida ( $I$ ), temos que  $I_{ph} = K \cdot I$ , onde  $K$  é uma constante que depende do dispositivo, logo a expressão da tensão de circuito aberto fica:

$$V_{OC} = \frac{\eta \cdot k \cdot T}{e} \cdot \ln\left(\frac{K \cdot I}{I_0}\right)$$

Assim, a variação da tensão descrita no enunciado quando variada a intensidade da luz pode ser representada por:

$$\begin{aligned} V_{OC2} - V_{OC1} &= \frac{\eta \cdot k \cdot T}{e} \cdot \left[ \ln\left(\frac{K \cdot I_2}{I_0}\right) - \ln\left(\frac{K \cdot I_1}{I_0}\right) \right] \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow V_{OC2} = V_{OC1} + \frac{\eta \cdot k \cdot T}{e} \cdot \ln\left(\frac{I_2}{I_1}\right) \end{aligned}$$

De acordo com o livro escrito por Safa Kasap, uma iluminação  $AM1.5$  é estudada a uma temperatura ambiente, considerada nos exercícios anteriores como  $T = 300K$ . Pelo enunciado, tem-se que:

$$I_2 = \frac{1}{2} \cdot I_1 \Rightarrow V_{OC2} = 0.65 + \frac{1 \cdot 1.38 \times 10^{-23} \cdot 300}{1.602 \times 10^{-19}} \cdot \ln\left(\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow V_{OC2} = 0.63 V$$

A obtenção da corrente de *curto-circuito* é obtida tendo em conta que a fonte luminosa é a única responsável pela geração de corrente, ou seja, a corrente num curto-circuito está diretamente relacionada com a fotocorrente, levando a:

$$\frac{I_{SC2}}{I_{SC1}} = \frac{-I_{ph2}}{-I_{ph1}} \Leftrightarrow \frac{I_{SC2}}{I_{SC1}} = \frac{I_2}{I_1} \Leftrightarrow I_{SC2} = I_{SC1} \cdot \frac{I_2}{I_1} \Leftrightarrow I_{SC2} = 50 \times 10^{-3} \cdot \frac{1}{2} \Leftrightarrow I_{SC2} = 25 mA$$

## Exercício 10 - A resistência em série

A resistência em série causa uma queda de tensão quando uma corrente é extraída de uma célula solar. Se  $V$  for a tensão real na saída da célula solar (medida pelo utilizador), então a tensão no díodo é  $V - I \cdot R_S$ . Baseado no diagrama do circuito equivalente, trace os gráficos de  $I$  vs  $V$  para uma célula solar de Si com  $\eta = 1.5$  e  $I_0 = 3 \times 10^{-6} mA$  para uma iluminação que gera na célula  $I_{ph} = 10mA$ , para os valores de  $R_S = 0, 20$  e  $50\Omega$ .

Comente os resultados em termos do desempenho da célula solar.

## Resolução do Exercício 10

A representação gráfica  $I - V$  de uma célula solar real não corresponde exatamente à de uma célula solar ideal, graças a perdas elétricas adicionais. Estas perdas podem ser representadas pela adição de resistências ao circuito fotovoltaico.

Ao longo das aulas, duas resistências foram essencialmente abordadas: *series resistance*,  $R_s$ , e *shunt resistance*,  $R_p$ .

A ilustração que se segue, apresentada na aula, representa o circuito de uma célula solar tendo em conta a existência destas resistências adicionais:

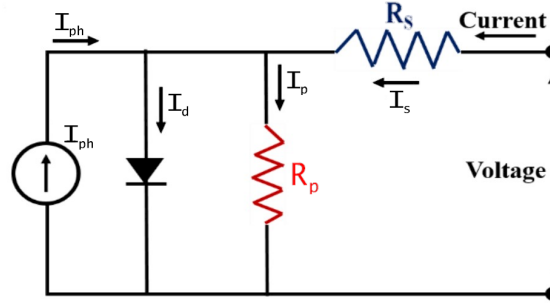


Figura 4: Diagrama do circuito equivalente de uma célula solar, tendo em conta a *series resistance*,  $R_s$ , e *shunt resistance*,  $R_{Sh}$

Neste exercício estudou-se o comportamento e efeito da primeira resistência.

A resistência em série é introduzida pelo "caminho" dos eletrões na região de superfície da camada  $n$  da junção até aos elétrodos. Quanto mais estreitos forem os elétrodos, maior será o valor da resistência associada. Existe também uma resistência em série gerada pela região de superfície da camada  $p$ , no entanto esta é muito pequena quando comparada com a anterior.

Tal como indicado no enunciado, a resistência em série dá origem a uma queda de tensão, impedindo que a tensão ideal fotovoltaica (relacionada com a fotocorrente e com a corrente do diodo) se desenvolva na saída da junção quando uma corrente é extraída (circuito fechado).

Tendo em conta a expressão da corrente total que fornecida pelo circuito da célula solar, utilizada no exercício anterior:

$$I = -I_{ph} + I_0 \cdot \left[ \exp\left(\frac{e \cdot V}{\eta \cdot k \cdot T}\right) - 1 \right]$$

Com a adição do conceito da resistência em série, a tensão ideal,  $V$ , é substituída por  $V - I \cdot R_s$ :

$$I = -I_{ph} + I_0 \cdot \left[ \exp\left(\frac{e \cdot (V - I \cdot R_s)}{\eta \cdot k \cdot T}\right) - 1 \right]$$

Reorganizando esta expressão, conseguimos obter a relação  $I - V$  tendo em conta  $R_s$ :

$$\begin{aligned} I = -I_{ph} + I_0 \cdot \left[ \exp\left(\frac{e \cdot (V - I \cdot R_s)}{\eta \cdot k \cdot T}\right) - 1 \right] &\Leftrightarrow \frac{I + I_{ph}}{I_0} + 1 = \exp\left(\frac{e \cdot (V - I \cdot R_s)}{\eta \cdot k \cdot T}\right) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \ln\left(\frac{I + I_{ph}}{I_0} + 1\right) \cdot \frac{\eta \cdot k \cdot T}{e} = V - I \cdot R_s \Leftrightarrow V = \ln\left(\frac{I + I_{ph}}{I_0} + 1\right) \cdot \frac{\eta \cdot k \cdot T}{e} + I \cdot R_s \end{aligned}$$

Substituindo as variáveis pelos valores fornecidos no enunciado, e considerando que nos encontramos numa situação em temperatura ambiente, a expressão anterior fica:

$$V = \ln\left(\frac{I + 10 \times 10^{-3}}{3 \times 10^{-9}} + 1\right) \cdot \frac{1.5 \cdot 1.38 \times 10^{-23} \cdot 300}{1.602 \times 10^{-19}} + I \cdot R_s$$

Conseguiu-se, assim, obter a equação necessária para a criação dos gráficos de  $I$  vs  $V$  para diferentes  $R_S$ , obtidos com apoio do programa *MATLAB*:

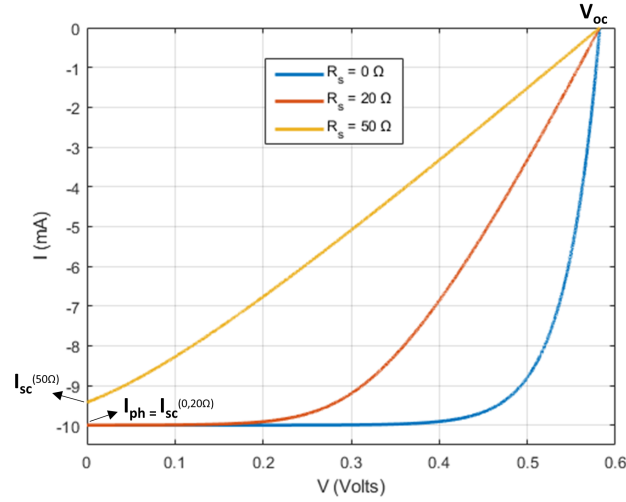


Figura 5: Gráficos de  $I$  vs  $V$  para diferentes  $R_S$

Deste gráfico, aferiu-se que, à medida que o valor de  $R_S$  aumenta, a inclinação da variação em torno do valor de  $V_{OC}$  diminui. De facto, para  $I = 0mA$ , temos que  $V = V_{OC}$ , independentemente do valor da resistência considerado.

Para o maior valor de  $R_S$ , observou-se uma limitação na corrente de curto-circuito,  $I_{SC}$ , contrária à situação dos restantes valores de  $R_S$  em que coincide com o valor de  $I_{ph}$ . Tendo em conta a expressão da eficiência de conversão de energia,  $PCE$ , considerando o valor de Fill factor,  $FF$ , que corresponde à razão entre a potência máxima obtida, e o produto  $V_{OC} \cdot I_{SC}$ :

$$PCE = \frac{V_{OC} \cdot I_{SC} \cdot FF}{P_{light}}$$

Concluiu-se que, em termos de desempenho, o aumento de  $R_S$  provocou uma redução da potência máxima alcançada e, consequentemente, uma diminuição na eficiência da célula solar.

De facto, o maior impacto desta resistência incide no valor de  $FF$ , inversamente proporcional ao aumento de  $R_S$ .

O melhor desempenho obteve-se quando  $R_S = 0\Omega$ , caso representativo de uma célula solar ideal.

## Exercício 11 - A resistência em paralelo (shunt)

Considere a resistência *shunt*  $R_p$  de uma célula solar. Sempre que houver uma tensão  $V$  aos terminais da célula solar, a resistência *shunt* atrai uma corrente  $V/R_p$ . Baseado no diagrama do circuito equivalente, trace os gráficos de  $I$  vs  $V$  para uma célula solar de Si com  $\eta = 1.5$  e  $I_0 = 3 \times 10^{-6}mA$  para uma iluminação que gera na célula  $I_{ph} = 10mA$ , para os valores de  $R_p = \infty, 1000, 100\Omega$ .

Comente os resultados em termos do desempenho da célula solar.



## Resolução do Exercício 11

Continuando o assunto do exercício anterior, abordou-se o efeito da segunda resistência, a *shunt resistance*,  $R_p$ , colocada em paralelo com o díodo (representação da junção *pn* da célula solar):

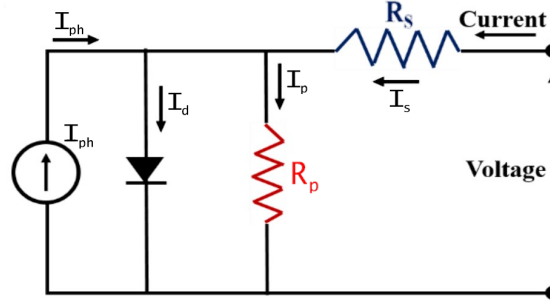


Figura 6: Diagrama do circuito equivalente de uma célula solar, tendo em conta a *series resistance*,  $R_s$ , e *shunt resistance*,  $R_p$

A existência desta resistência deve-se maioritariamente à existência de defeitos de fabricação, fazendo com que uma fração pequena de portadores foto-gerados fluam através das bordas/superfície do dispositivo ao invés de alcançarem a carga final externa, desviando assim a fotocorrente ao criar um "caminho" alternativo de corrente. Consequentemente, a quantidade de corrente que flui através da junção *pn* será menor, assim como a tensão da célula solar.

O efeito de uma resistência  $R_p$  é particularmente relevante em situações de baixos níveis de luminosidade, onde a corrente gerada pela luz será menor e, dessa forma, o desvio da corrente pela resistência será mais sentido. Mesmo assim, na prática,  $R_p$  tem um efeito menor que  $R_s$ .

A expressão referente às características  $I - V$  do circuito sujeito a iluminação terá de ter em conta a resistência em paralelo com o díodo, o que implica que ambos estarão sujeitos à mesma tensão ( $V_d = V_{R_p} = V$ ), ficando:

$$I = -I_{ph} + I_0 \cdot \left[ \exp\left(\frac{e \cdot V}{\eta \cdot k \cdot T}\right) - 1 \right] + \frac{V}{R_p}$$

Com recurso ao MATLAB, e utilizando a expressão acima variando o valor de  $R_p$  para os estipulados no enunciado, obtemos o seguinte gráfico  $I - V$ :

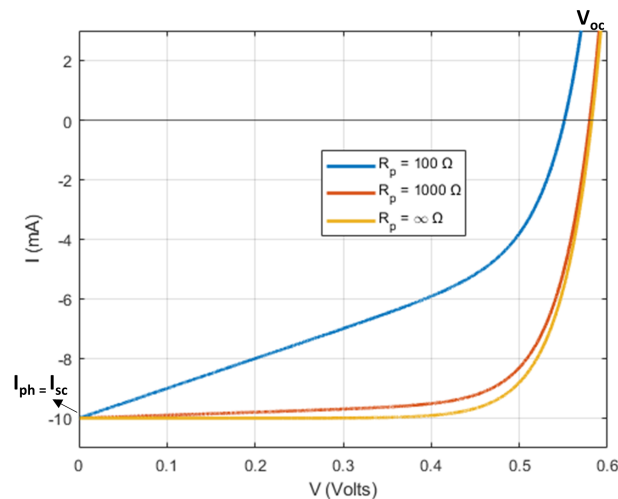


Figura 7: Gráficos de  $I$  vs  $V$  para diferentes  $R_p$

Deste gráfico, aferiu-se que o aumento de  $R_p$  provocou um aumento de  $V_{OC}$ , enquanto manteve o valor de  $I_{SC}$ , contrário ao observado no exercício 10 com a variação de  $R_s$ .

Recorrendo novamente à expressão da eficiência de conversão de energia:

$$PCE = \frac{V_{OC} \cdot I_{SC} \cdot FF}{P_{light}}$$

Daqui se conclui que, em termos de desempenho, o aumento de  $R_p$  provocou o aumento da potência máxima alcançada e, conseqüentemente, uma maior eficiência do circuito em estudo.

O melhor desempenho obteve-se quando  $R_s = \infty\Omega$ , caso representativo de uma célula solar ideal. No entanto, é visível que, para valores elevados de  $R_p$ , o desempenho já é praticamente o mais elevado, razão pela qual os gráficos para  $R_p = 1000\Omega$  e para  $R_p = \infty\Omega$  se encontram bastante próximos.