Problemas de cinemática

Ricardo Mendes Ribeiro

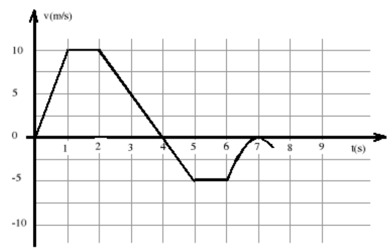
12 de Fevereiro de 2019

Cinemática da Partícula

Casos abstractos

1. Quanto tempo demora a luz do Sol a chegar à Terra? ($c = 3 \times 10^8$ m/s; distância Terra-Sol: 149.6×10^6 km)

2. O gráfico da figura representa a velocidade escalar de um ponto material, em função do tempo. A trajectória é uma linha recta e inicialmente, o ponto material desloca-se de Sul para Norte.



   (a) Indicar em qual dos três intervalos de tempo, [2, 3] s, [4, 5] s e [6, 7] s:
   i) é máximo o módulo da velocidade média.
   ii) é mínimo o espaço percorrido.

   (b) Determinar a aceleração no instante t = 3 s.

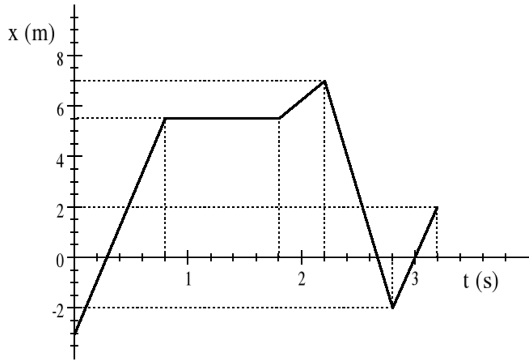
   (c) Durante o intervalo de tempo [2, 5] s indicar o espaço percorrido e o deslocamento do ponto material.

   (d) Em que instante esteve o ponto material mais distante do ponto de partida?

   (e) Construir o gráfico a(t) para o movimento deste ponto no intervalo de 0 a 7 s.

   R: [1]

3. A posição de um corpo em função do tempo é dada na figura abaixo.



(a) Indique:

i. onde é que o movimento tem o sentido positivo do eixo dos xx e onde tem sentido negativo.

ii. quando é que o movimento é acelerado e quando é retardado.

iii. quando é que o corpo passa pela origem.

iv. quando é que a velocidade é zero.

(b) Fazer um esboço da velocidade e da aceleração em função do tempo. Estimar, a partir do gráfico, a velocidade média nos intervalos:

i. [1, 3] s.

ii. [1, 2.2] s.

iii. [1, 1.8] s.

R: [2]

4. O movimento de um ponto material é definido pela equação: $x = 2t^2 - 8t - 1$ (SI)

(a) Qual é a forma da trajectória?

(b) Qual a coordenada da posição no início do movimento?

(c) Qual a posição quando a velocidade se anula?

(d) Determine a aceleração do ponto material.

(e) Caracterize o movimento.

R: [3]

5. A aceleração de uma partícula é definida pela relação $a = -2$ m/s^2. Sabendo que $v = 8$ m/s e $x = 0$, quando $t = 0$, determine a velocidade e a posição quando $t = 6$ s e a distância total percorrida desde o instante inicial até $t = 6$ s.

R: [4]

6. Uma partícula move-se ao longo de um eixo tal que a sua posição em qualquer instante é dada por (SI):

$$s = 2t^2 - 10t$$

Determine:

(a) a velocidade média da partícula no intervalo de tempo [2, 4] s.

(b) a velocidade instantânea para t = 2 s.

(c) a aceleração no instante t = 2 s.
(d) o intervalo de tempo durante o qual o movimento é acelerado.
(e) o intervalo de tempo durante o qual o movimento é retardado.

7. Uma partícula desloca-se ao longo de uma trajectória rectilínea. A posição da partícula em cada instante é dada pela equação (SI):

$$x = 2t^3 - 24t + 6$$

Determine:

(a) o tempo necessário para a partícula atingir a velocidade de 72 m/s.
(b) a aceleração da partícula quando a sua velocidade é 30 m/s.

8. O movimento de uma partícula é definido pela expressão: $x = t^3 - 9t^2 + 24t - 8$ na qual x e t são expressos, respectivamente em milímetros e em segundos. Determine:

(a) o instante em que a velocidade é zero.
(b) a posição, o deslocamento e o espaço total percorrido quando a aceleração é nula.

R: [5]

9. O movimento de um ponto material é definido pela relação

$$x = \frac{t^3}{3} - 3t^2 + 8t + 2$$

onde, x é expresso em metros e t em segundos. Determine:

(a) O instante em que a velocidade se anula.
(b) A posição e a distância total percorrida quando a aceleração se anula.

R: [6]

10. Uma partícula oscila entre os pontos correspondentes a $x = 40$ mm e $x = 160$ mm com uma aceleração $a = k(100 - x)$, com k constante. A velocidade da partícula é de 18 mm/s quando $x = 100$ mm e torna-se nula para as posições $x = 40$ mm e $x = 160$ mm. Determine:

(a) o valor de k
(b) a velocidade quando $x = 120$ mm.

11. A aceleração de uma partícula é definida através da relação:

$$a = 0.4(1 - kv)$$

onde k é uma constante. Sabendo que em $t = 0$ a partícula parte do repouso em $x = 4$ m, e que quando $t = 15$ s, $v = 4$ m/s, determine:

(a) a constante k.
(b) a posição da partícula quando $v = 6$ m/s.

(c) o valor máximo da velocidade.

12. A aceleração de uma partícula é definida pela expressão: $a = A - 6t^2$, em que A é uma constante. No instante $t = 0$, a partícula parte da posição $x = 8$ m com $v = 0$. Sabendo que em $t = 1$ s, $v = 30$ m/s, determine:

    (a) os instantes para os quais a velocidade é nula.

    (b) o espaço total percorrido até $t = 7$ s.

    R: [7]

13. A aceleração de um ponto material é definida pela relação $a = kx^{-2}$. O ponto material parte com velocidade nula em $x = 0.3$ m e observa-se que a sua velocidade quando se encontra muito longe da origem (no infinito) é de $v = 0.2$ m/s. Determine o valor de k.

    R: [8]

14. Sabe-se que desde $t = 2$ s até $t = 10$ s a aceleração de uma partícula é inversamente proporcional ao cubo do tempo t. Quando $t = 2$ s, $v = -15$ m/s, e quando $t = 10$ s, $v = 0.36$ m/s. Sabendo que em $t = 2$ s, a partícula está duas vezes mais distante da origem do que em $t = 10$ s, determine:

    (a) as posições da partícula para $t = 2$ s e para $t = 10$ s.

    (b) a distância total percorrida pela partícula desde $t = 2$ s até $t = 10$ s.

    R: [9]

Casos práticos

15. Um camião move-se a uma velocidade constante de 64 km/h ao longo de uma estrada. O camião é seguido por um carro (de comprimento 4.8 m) com a mesma velocidade, que inicia a ultrapassagem com uma aceleração constante de 1.5 m/s^2. O camião tem 18 metros de comprimento, e é necessário que haja 12 metros de distância entre os veículos para se iniciar uma ultrapassagem segura. A ultrapassagem só é considerada terminada quando o carro se tiver distanciado 12 metros do camião.

    (a) Quanto tempo demorará o carro a ultrapassar o camião?

    (b) Que distância percorrerá o carro na ultrapassagem?

    (c) Com que velocidade o carro terminará a ultrapassagem?

    R: [10]

16. Para determinar a profundidade de um poço, um rapaz deixou cair dentro do poço uma pedra e cronometrou o intervalo de tempo desde que largou a pedra até que ouviu o som produzido pela pancada no fundo do poço. Esse intervalo de tempo foi de 3 s. Considerando a velocidade do som igual a 340 m/s, determine a profundidade do poço e a velocidade com que a pedra embateu no fundo do poço.

    R: [11]

17. Dois comboios partem, no mesmo instante, de duas cidades afastadas 75 km; os dois comboios aproximam-se um do outro e movem-se com velocidade de 15 km/h, em linhas paralelas. Imagine que um drone se move entre os dois comboios, para a frente e para trás, com uma velocidade constante de 20 km/h, até que os comboios se encontram. Calcule a distância percorrida pelo drone.

    R: [12]

18. Um electrão com velocidade inicial $v_0 = 1.5 \times 10^4$ m/s entra numa região de 1 cm de largura onde é acelerado pela acção do campo eléctrico. O electrão emerge do campo considerado com velocidade 5.0×10^6 m/s. Calcule a aceleração do electrão. Suponha que o movimento do electrão seja rectilíneo e que a aceleração seja constante. Compare este valor com o valor a que estamos sujeitos devido à gravidade.

Movimento no plano e no espaço

19. As coordenadas de uma partícula material, com movimento no plano xy, variam no tempo segundo as leis (SI):

$$x(t) = 3t \qquad (1)$$
$$y(t) = 6t^2 + 2 \qquad (2)$$

    (a) Escreva a equação da trajectória da partícula material.
    (b) Represente-a graficamente no plano xy.
    (c) Em que sentido é que a trajectória é percorrida?
    (d) Calcule a distância à origem no instante $t = 2$ s.
    (e) Calcule o instante de tempo em que a partícula se encontra mais perto da origem e a distância à origem nesse instante.

    R: [13]

20. As equações do movimento de uma partícula (x, y em m, quando t em s) são:

$$x = 20 - 3t^2 \qquad (3)$$
$$y = 2t + 5t^2 \qquad (4)$$

    Calcular em $t = 1$ s:

    (a) a distância da partícula à origem.
    (b) os vectores velocidade e aceleração.
    (c) as componentes normal e tangencial da aceleração.
    (d) o raio de curvatura da trajectória.

    R: [14]

21. As coordenadas de uma partícula que se move no plano xy são (SI):

$$x = 3t + 5 \qquad (5)$$
$$y = 0.5t^2 + 3t - 4 \qquad (6)$$

(a) Escreva a expressão do vector de posição da partícula em função do tempo.

(b) Calcule a grandeza da velocidade no instante de tempo $t = 4$ s.

(c) Determine o ângulo formado pelos vectores velocidade e aceleração no instante $t = 4$ s.

22. O movimento de um ponto material é descrito pelas equações:

$$x(t) = \frac{t^3}{2} - 2t^2 \tag{7}$$

$$y(t) = \frac{t^2}{2} - 2t \tag{8}$$

onde x e y são expressos em metros e t em segundos. Determine:

(a) a velocidade e a aceleração quando $t = 1$ s.

(b) a velocidade e a aceleração quando $t = 3$ s.

(c) o instante em que o valor da coordenada y é mínimo.

(d) a velocidade e a aceleração do ponto material nesse instante.

23. Num dado instante, a velocidade $\vec{v}$ e a aceleração $\vec{a}$ duma partícula, são dadas por:

$$\vec{v} = \vec{e}_x - \vec{e}_y + 2\vec{e}_z \tag{9}$$

$$\vec{a} = \vec{e}_y + \vec{e}_z \tag{10}$$

Sabe-se que o vector velocidade tem, em cada instante, a direcção da tangente à trajectória no ponto ocupado pela partícula nesse instante. Calcule:

(a) para o instante considerado no enunciado, o versor da tangente à trajectória.

(b) as componentes da aceleração segundo:

   i. a direcção da tangente.

   ii. uma direcção perpendicular à tangente e contida no plano definido por $\vec{v}$ e $\vec{a}$.

24. O vector de posição de uma partícula é ($|\vec{r}|$ em m e t em s)

$$\vec{r} = 5t\ \vec{e}_x + 10t^2\ \vec{e}_y$$

Determine:

(a) o vector velocidade em qualquer instante e a sua grandeza.

(b) a equação da trajectória e faça um esboço dela.

(c) o vector aceleração em qualquer instante e represente-o em alguns pontos da trajectória esboçada em b).

25. O vector posição de uma partícula é:

$$\vec{r} = (8t - 5)\vec{e}_x + (-5t^2 + 8t)\vec{e}_y$$

(a) Qual a posição da partícula no início do movimento?

(b) Em que instantes a partícula atravessa cada um dos eixos coordenados?

(c) Deduza o vector velocidade da partícula.

(d) Deduza o vector aceleração.

(e) Escreva a equação cartesiana da trajectória.

R: [15]

26. Uma partícula tem uma velocidade, em qualquer instante t, dada por (SI):

$$\vec{v} = \vec{e}_x + 3t\vec{e}_y + 4t\vec{e}_z$$

Sabendo que partiu do ponto A (10, 0, 0) em $t = 0$ s, determine, em qualquer instante:

(a) o raio vector de posição e a distância à origem.

(b) os vectores aceleração tangencial e normal.

R: [16]

27. Uma partícula movimenta-se de modo a que a sua aceleração seja dada por:

$$\vec{a}(t) = 2e^{-t}\vec{e}_x + 5\cos(t)\vec{e}_y - 3\sin(t)\vec{e}_z$$

Se a partícula está localizada em (1, -3, 2) no instante $t = 0$ e se move com velocidade dada por $\vec{v} = 4\vec{e}_x - 3\vec{e}_y + 2\vec{e}_z$, determine:

(a) a velocidade para qualquer instante t.

(b) o deslocamento para qualquer instante t.

R: [17]

Projecteis - Questões

28. Como varia a aceleração a que um projéctil está sujeito durante o tempo em que permanece em voo (considere desprezável a resistência do ar).

29. No movimento de um projéctil, desprezando-se a resistência do ar, será necessário, alguma vez, considerar o movimento como tridimensional em vez de bidimensional?

30. Numa competição de salto à distância, tem alguma importância quão alto é o salto? Quais os factores que determinam o alcance do salto?

31. Considere um projéctil no ponto mais alto da sua trajectória.

    (a) Qual o valor da sua velocidade em termos de v_0 e θ?

    (b) Qual a sua aceleração?

    (c) Qual a relação entre as direcções da sua velocidade e da sua aceleração?

32. Por que razão os electrões de um feixe electrónico não caem, em virtude da gravidade, tanto quanto a molécula da água no jacto de uma mangueira? Suponha o movimento inicialmente horizontal em ambos os casos.

33. Em que ponto um projéctil alcança, durante a sua trajectória, a sua velocidade mínima? E máxima?

34. Poderia a aceleração de um projéctil ser representada em termos de uma componente normal (radial) e outra tangencial em cada ponto da sua trajectória? Em caso afirmativo, há alguma vantagem em usar essa representação?

35. Deduza as expressões da força normal e tangencial que actuam num projéctil lançado horizontalmente. Apresente o resultado em função da velocidade inicial de lançamento v_0, da massa do projéctil m, da aceleração da gravidade g e do tempo t.

36. Um índio pretende atingir com uma flecha um macaco que está pendurado num ramo de uma árvore. O índio aponta a arma directamente para o macaco, sem saber que a flecha seguirá uma trajectória parabólica e que cairá abaixo do macaco. No entanto, o macaco, assustando-se com o lançamento da flecha, salta do ramo, para baixo, na perpendicular. Demonstre que nesta situação o macaco será atingido, qualquer que seja a velocidade inicial da flecha desde que o seu alcance seja superior à distância entre o índio e a árvore.

Projecteis - Problemas

37. Dois corpos são lançados com um intervalo de tempo de 1.5 s, de uma mesma altura. Quanto tempo depois do primeiro começar a cair estarão os dois corpos separados por 15 m?

38. Uma bola é lançada verticalmente para baixo do topo de um edifício com velocidade 10 m/s.

    (a) Qual será a sua velocidade depois de cair durante 1 s?
    (b) Quanto é que ela cairá em 2 s?
    (c) Qual será a sua velocidade depois de cair 10 m?
    (d) Se a bola partiu de um ponto a 40 m de altura, em quantos segundos ela atingirá o chão? Qual será a velocidade e aceleração ao atingi-lo? (apresente o resultado na forma vectorial).

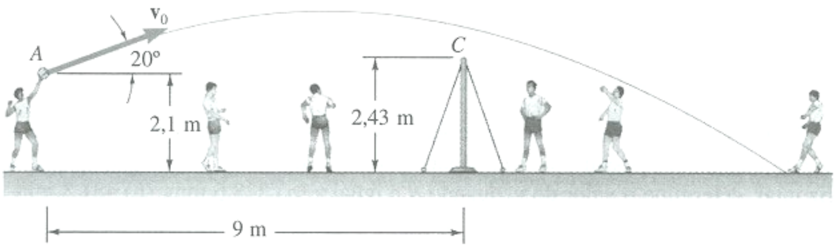
    R: [18]

39. Um foguete é lançado verticalmente e sobe com aceleração vertical constante de 21 m/s^2 durante 30 s. O seu combustível é inteiramente consumido e ele continua a viajar somente sob a acção da gravidade.

    (a) Qual a altitude máxima por ele atingida ?
    (b) Qual o tempo total decorrido desde o lançamento até que o foguete volte à Terra ?

40. Para determinar a profundidade de um poço, um rapaz deixou cair dentro do poço uma pedra e cronometrou o intervalo de tempo desde que largou a pedra até que ouviu o som produzido pela pancada no fundo do poço. Esse intervalo de tempo foi de 3 s. Considerando a velocidade do som igual a 340 m/s, determine a profundidade do poço e a velocidade com que a pedra embateu no fundo do poço.

41. Um jogador de voleibol executa o serviço do jogo imprimindo à bola uma velocidade v_0, cujo módulo é 13.4 m/s e faz um ângulo de 20° com a horizontal. Determine:



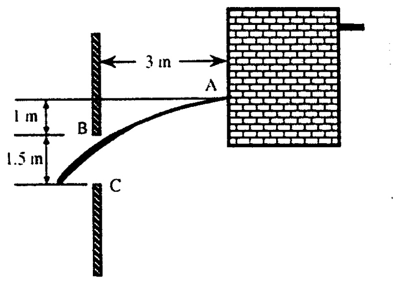
(a) se a bola passa a rede.

(b) A distância da rede a que a bola toca no solo.

R: [19]

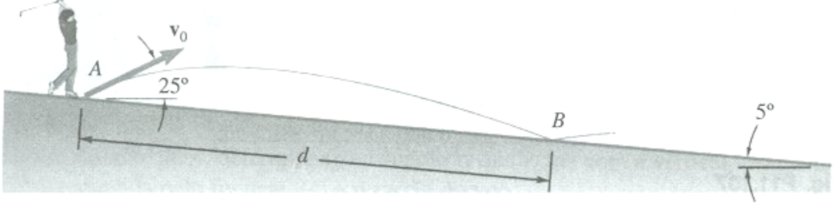
42. Um avião voa horizontalmente a uma altitude de 1450 m com uma velocidade de 75.0 m/s. Um míssil terra-ar é disparado verticalmente com uma velocidade inicial de 375.0 m/s. A que distância do míssil (medida na horizontal) se deve encontrar o avião no momento do disparo para este poder ser atingido por baixo?

43. A água escoa por A de um tanque de pressão com velocidade horizontal v_0. Para que valores de v_0 ela atravessará a abertura BC?



R: [20]

44. Um jogador de golfe dá uma tacada na bola, fazendo um ângulo de 25° com a horizontal e com uma velocidade inicial de 48.8 m/s. Sabendo que o campo tem um declive de 5°, determine a distância d entre o jogador e o ponto onde se dá o primeiro impacto da bola com o solo.



R: [21]

45. Um projéctil é lançado para cima, com velocidade de 98 m/s, do topo de um edifício cuja altura é 100 m. Determinar:

    (a) o tempo necessário para atingir a altura máxima.

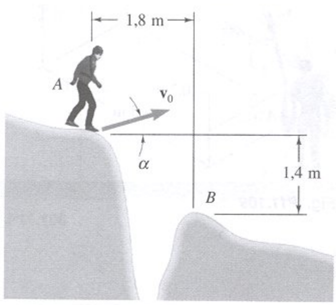
    (b) A altura máxima do projéctil acima da rua.

    (c) O tempo total decorrido desde o lançamento até ao momento em que atinge o solo.

    (d) A velocidade ao atingir a rua.

    R: [22]

46. Um alpinista tenciona saltar de A para B por cima de uma fenda. Determine o menor valor da velocidade inicial v_0 e o respectivo ângulo α, de modo que possa alcançar B.



    R: [23]

47. Um corpo é largado de uma altura h sem velocidade inicial e percorre a terça parte do seu trajecto no último segundo da sua queda.

    (a) Determine as duas raízes da equação necessária para obter a velocidade final e mostre que uma delas é fisicamente inaceitável.

    (b) Calcule a altura h.

    R: [24]

48. Um jogador de bate numa bola a 1.00 m do solo, lançando-a com um ângulo de 37° com a horizontal, com uma velocidade inicial de 48 m.s^{-1}. Um segundo jogador, a 100 m do primeiro, avança na direcção da bola no instante em que ela é lançada. Com que velocidade deve correr para alcançá-la, no momento em que bate no chão?

49. Um avião militar que voa horizontalmente com uma velocidade constante de 72.0 m/s à altitude de 103 m, quer atingir um alvo no solo com uma bomba que transporta.

    (a) Quanto tempo antes de sobrevoar o alvo e a que distância do alvo (medida na horizontal) deve o avião largar a bomba?

    (b) Se o alvo fosse um camião com 3.0 m de altura deslocando-se com uma velocidade de 44.2 m/s na mesma direcção e sentido do avião, qual deveria ser a distância (medida na horizontal) entre o avião e o camião no instante em que o avião larga a bomba?

(c) Indique, justificando, qual a trajectória da bomba vista pelo piloto do avião.

50. Deixa-se cair uma bola de uma altura de 39.0 m. O vento sopra segundo a horizontal comunicando à bola uma aceleração horizontal constante de 1.20 m.s^{-2}.

    (a) Mostre que nas condições anteriores a trajectória da bola é rectilínea.

    (b) Calcule a distância que a bola percorreu, segundo a horizontal, ao chegar ao solo.

    (c) Calcule a velocidade com que chega ao solo (grandeza e inclinação horizontal).

Movimento Circular

51. Um disco gira num gira-discos a 33 rpm (rotações por minuto). Determine a velocidade linear de um ponto do disco:

    (a) no começo do disco, a uma distância de 13 cm do eixo de rotação.

    (b) no fim do disco, a uma distância de 7 cm do eixo de rotação.

52. Uma roda fixa a um motor gira com uma velocidade angular de 240 rpm. A partir deste momento o motor pára de funcionar e a roda passa a girar com velocidade angular que decresce uniformemente até parar. Seis segundos depois do motor parar, a roda possui uma frequência angular de 180 rpm. Calcule o tempo total que a roda leva a parar.

53. Um disco homogéneo gira em torno de um eixo fixo, partindo do repouso e acelerando com uma aceleração constante. Num determinado instante, ele gira com uma velocidade angular de 10 rps (rotações por segundo). Após executar mais 65 rotações completas, a sua velocidade angular passa para 18 rps. Nestas condições, determine:

    (a) a aceleração angular.

    (b) o tempo necessário para completar as 65 rotações mencionadas.

    (c) o tempo necessário para atingir a velocidade angular de 10 rps, partindo do repouso.

    (d) o número de rotações efectuadas no intervalo de tempo decorrido desde o instante inicial e o momento em que atinge a velocidade angular de 10 rps.

    R: [25]

54. A órbita da Terra em volta do Sol é aproximadamente circular com raio $R = 1.5 \times 10^{11}$ m. Determine a grandeza da velocidade angular e da velocidade linear correspondentes.

55. Uma partícula tem, em cada instante, o vector de posição (r em metros e t em segundos)

$$\vec{r}\,(t) = 2\vec{e}_x + 4\cos\left(5t - \frac{\pi}{3}\right)\vec{e}_y + 4\sin\left(5t - \frac{\pi}{3}\right)\vec{e}_z$$

    Determine, em qualquer instante t:

(a) os vectores velocidade e aceleração e as respectivas grandezas.

(b) o ângulo entre a aceleração e a velocidade.

(c) os vectores aceleração tangencial e normal. Classifique o movimento.

(d) a equação cartesiana da trajectória.

R: [26]

56. Um disco gira horizontalmente realizando 75 rpm (rotações por minuto). Dois corpos, A e B, situados na mesma vertical que passa por um ponto do disco, são soltos ao mesmo tempo. Os dois pontos em que os corpos chocam com o disco são diametralmente opostos. O corpo A estava 80 cm acima do disco no momento de ser solto. No mesmo instante, a que distância do disco se encontrava o corpo B? Sabe-se que o corpo B se encontrava num ponto acima do corpo A.

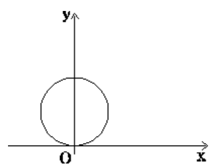
    R: [27]

57. Uma centrífugadora tem uma velocidade de rotação, constante, de 600 rotações por minuto.

    (a) Qual a aceleração de uma partícula à distância de 15 cm do eixo de rotação ?

    (b) Qual deverá ser a velocidade de rotação se se pretender que a referida partícula tenha uma aceleração de valor igual à aceleração da gravidade ?

58. Uma partícula descreve uma trajectória de raio $R = 2$ m como mostra a figura. A lei do movimento é: $s(t) = t^2 + 2t$ (S.I.)



Determine:

(a) a velocidade no instante $t = 1$ s.

(b) a aceleração no instante em que o ângulo da aceleração com a velocidade é de 60°.

(c) o ângulo ao centro (expresso em graus) descrito entre os instantes $t = 1$ s e $t = 4$ s.

(d) a velocidade angular e a aceleração angular no instante $t = 4$ s.

(e) o vector de posição da partícula no instante $t = 2$ s, sabendo que o movimento tem início na origem do sistema de coordenadas.

R: [28]

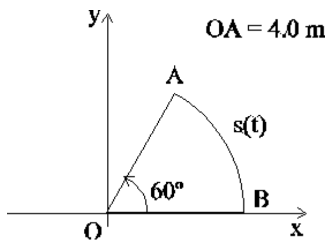
59. Uma partícula descreve uma trajectória circular de raio 18 m e parte do repouso com uma velocidade que cresce proporcionalmente à raiz quadrada do tempo. Ao fim de 3.0 s o vector aceleração faz um ângulo da 60° com o raio vector no ponto onde se encontra a partícula.

(a) Ao fim de quanto tempo estará esse ângulo reduzido a 45°?

(b) Quais serão nesse instante, as grandezas da velocidade e da aceleração?

R: [29]

60. A figura representa uma trajectória de uma partícula, P, no plano Oxy. Os pontos A e B estão situados sobre uma circunferência de raio OA. A partícula parte do ponto O e em toda a trajectória obedece à lei: $s(t) = 2t^2$ (SI). Determine:



(a) os instantes em que a partícula P passa pelos pontos A e B.

(b) o vector posição $\vec{r}(t)$ nos instantes $t_1 = 1.0$ s e $t_2 = (2 + \pi/3)^{1/2}$ s, medido em Oxy.

(c) o vector aceleração $\vec{a}(t_2)$.

(d) o vector velocidade média correspondente ao intervalo $[t_1, t_2]$.

R: [30]

61. Calcular a velocidade angular, a velocidade linear e a aceleração da Lua, considerando que a Lua leva 28 dias para fazer uma revolução completa, e que a distância da Terra à Lua é 38.4×10^4 km.

62. O raio da Terra é de 6.37×10^6 m.

(a) Quantos metros se desloca um ponto no equador ao fim de um dia?

(b) E ao fim de 6 h?

(c) Com que velocidade se desloca uma pessoa no equador, se estiver sentada à sombra de uma árvore?

(d) Determine a velocidade de um ponto da superfície da Terra em função da latitude

63. Determine o raio da curvatura do ponto mais alto da trajectória de um projéctil disparado com um ângulo inicial α com a horizontal. (Sugestão: no ponto máximo a velocidade é horizontal e a aceleração é vertical).

64. De pé, na encosta de uma colina, um arqueiro atira uma flecha com uma velocidade inicial de 75 m/s, num ângulo $\alpha = 15°$ com a horizontal.

(a) Determine a distância , medida na horizontal, percorrida pela flecha antes de atingir o solo.

(b) Calcule o raio de curvatura da trajectória:

i. imediatamente após ter sido lançada.

ii. Quando a flecha passa pelo ponto de elevação máximo.

R: [31]

65. Um automóvel atravessa uma lomba na estrada com movimento uniforme. Sabendo que o raio de curvatura da lomba é 100 m e o módulo da aceleração do automóvel é 4.91 m/s^2, determine o módulo da velocidade do automóvel no cimo da lomba.

    R: [32]

66. Uma bicicleta move-se com uma aceleração constante. Ao fim de 5 segundos a bicicleta percorreu uma distância igual a dez vezes o raio das suas rodas e duplicou a sua velocidade. Determine a aceleração angular das rodas desta bicicleta.

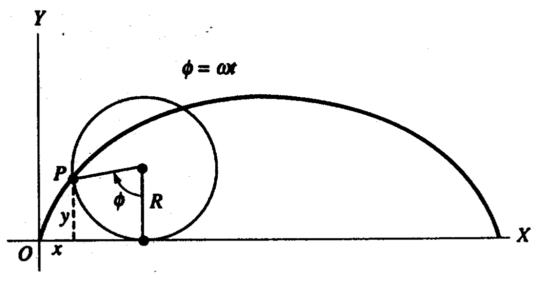
    R: [33]

67. Um automóvel viaja com uma velocidade constante numa curva com raio de 1000 m. Se a componente normal da aceleração não puder exceder 1.2 m/s^2, determine a máxima velocidade possível.

    R: [34]

68. Uma partícula, que inicialmente estava em repouso, começa a mover-se com uma trajectória circular de raio R com uma aceleração tangencial constante (a_t).
    (a) Determine a aceleração normal e a aceleração total da partícula em função de tempo de movimento.
    (b) Calcule o ângulo entre a aceleração total da partícula e o seu vector-posição num instante $t > 0$.
    (c) Tomando $R = 1$ m e $a_t = 1$ cm/s^2 calcule a aceleração normal no instante em que a partícula completa uma volta.

69. Uma roda de raio R roda com uma velocidade constante v_0 ao longo de um plano horizontal (ver Figura).



    (a) Verifique que a posição de um ponto da sua periferia, inicialmente em O, é dada pelas equações

$$x(t) = R\,(\omega t - \sin(\omega t)) \tag{11}$$
$$y(t) = R\,(1 - \cos(\omega t)) \tag{12}$$

    onde $\omega = v_0/R$ é a velocidade angular da roda e t é medido desde o instante em que o ponto está inicialmente em contacto com o plano.
    (b) Ache as componentes da velocidade e da aceleração do ponto.
    (c) Trace a velocidade e a aceleração do ponto em função do tempo.

Soluções

Notes

[1]a) a) i) [2, 3] s; ii) [6, 7] s ; b) - 5m/s2; c) Δs = 12.5m, $|\Delta\vec{r}| = 7.5m$; d) t = 4 s, 25 m, para N

[2]a.1) +x → t ∈ [0, 0.8[∪ [1.8, 2.2[∪ [2.8, 3.2].-x → t ∈ [2.2, 2.8[a.2) a = 0 m/s2. a.3) t = 0.3 s; t = 2.7 s; t = 3 s. a.4) v = 0 → t ∈ [0.8, 1.8[

[3]b) -1 m; c) -9 m; d) 4 m/s^2.

[4]v = - 4 m/s; x = 12 m; d = 20 m

[5]a) t = 2 s e t = 4 s; b) x = 10 mm; Δx = 18 mm;Δs = 22 mm

[6]a) t=2s, t=4s; b) x=8.7m;s=7.3m

[7]a) $t = 0$ e $t = 4$ s; b) 672.5 m

[8]6×10^{-3} m^3/s^2)

[9]a) a) $x(t = 2) = 35.2$ m; $x(t = 10) = 17.6$ m b) $\Delta s = 18.4$ m

[10]a) 7.9 s; b) 187.3 m; c) 29.6 m/s

[11]40.7 m; 28.2 m/s

[12]50 km

[13] a) $y = 2x^2/3 + 2$; d) 26.7 m; e) 2 m, $t = 0$ s

[14]a) 18.4 m; b) $\vec{v} = -6\vec{e}_x + 12\vec{e}_y$ m/s; $\vec{a} = -6\vec{e}_x + 10\vec{e}_y$ m/s^2; c) ; d) 201 m

[15] a) $\vec{r}_0 = -5\vec{e}_x$; b) 5/8 s; c) $\vec{v} = 8\vec{e}_x$ + (-10t + 8)$\vec{e}_y$; d) $\vec{a}=\ ^{-1}\vec{e}_y$; e) $y = -5(x + 5)2/64 + (x + 5)$

[16] a)$(t + 10)\vec{e}_x + (3/2)\, t^2\vec{e}_y + 2t^2\vec{e}_z$; $d = \sqrt{(t + 10)^2 + (1.5t^2)^2 + (2t^2)^2}$. b) $\vec{a} = 3\vec{e}_y + 4\vec{e}_z$; $\vec{a}_t = \left[25t/\left(1 + 25t^2\right)\right] \vec{v}$; $\vec{a}_n = (-25t\vec{e}_x + 3\vec{e}_y + 4\vec{e}_z) \,/\, \left(1 + 25t^2\right)$

[17]a) $\left(6 - 2e^{-t}\right) \vec{e}_x + [5\sin(t) - 3]\, \vec{e}_y + [3\cos(t) - 1]\, \vec{e}_z$ b) $\left(6t + 2e^{-t} - 1\right) \vec{e}_x + [2 - 5\cos(t) - 3t]\, \vec{e}_y + [3\sin(t) - t + 2]\, \vec{e}_z$

[18]a) 19.8 m/s b) 39.6 m c) 17.2 m/s d) 2.013s, 29.73 m/s

[19]a) Sim; b) 7.01 m

[20]4.2m/s ¡ v_0 ¡ 6.64m/s

[21]221.92 m

[22]a) 10 s b) 590 m c) 21 s d) -107.54 m/s

[23]$\alpha = 26°$, v0 = 2.94 m/s

[24]$h = 145.515$ m

[25]a) 10.8 rad/s^2; b) 4.64 s; c) 5.80 s; d) 29 rot

[26]a) a)$\vec{v}(t) = -20\sin(5t - \pi/3)\, \vec{e}_y + 20\cos(5t - \pi/3)\, \vec{e}_z$; $\vec{a}\,(t) = -100\cos(5t - \pi/3)\, \vec{e}_y - 100\sin(5t - \pi/3)\, \vec{e}_z$; $v = 20$ m/s; $a = 100$ m/s2. b) 90°. c) $at = 0$; $\vec{a}_n = \vec{a}$; M.C.U. d) $x = 2$ m, $y2 + z2 = 16$

[27]3.94 m

[28]a) 4 m/s; b) 4m/s^2; c) 601.6°; d) 5 rad/s; 1rad/s2; e) $-1.51\vec{e}_x + 3.3\vec{e}_y$

[29]a) 1.324 s; b) 2.08 m/s; 0.34 m/s^2

[30]a) $t_A = \sqrt{2}$ s; $t_B = 2.02$ s b) $\vec{r}_1 = \vec{e}_x + 1.732\vec{e}_y$; $\vec{r}_2 = 3.464\vec{e}_x$. c) $\vec{r}_1 = -8.56\vec{e}_x - 9.56\vec{e}_y$; d)$2\vec{e}_x - 12.76\vec{e}_y$.

[31]a) 475m; b)594.2 m; 535.5m

[32]79.8 km/h

[33]0.267 rad/s^2

[34]34.6 m/s