



1. (2 valores) Mostre que a equação da continuidade (que traduz matematicamente a conservação de carga) pode ser obtida a partir das equações de Maxwell na forma diferencial.

2. (6 valores) Um solenoide muito comprido de raio a e com n espiras por unidade de comprimento é percorrido por uma corrente variável de intensidade $I(t)=I_0\cos(\omega t)$.

a) Considerando válida a aproximação quase-estática, determine o campo eletromagnético no interior e exterior do solenoide seguindo os passos *i*) e *ii*) referidos abaixo. Note que deve tomar como ponto de partida as equações de Maxwell e referir as aproximações que efetuar.

i) Comece por determinar o campo magnético, \vec{B} , devido à corrente elétrica que percorre o solenoide. Explique porque é que se pode considerar que \vec{B} é nulo no exterior do solenoide.

ii) Utilize os resultados da alínea anterior para determinar o campo elétrico à distância r do eixo do solenoide (dentro e fora do solenoide).

b) No exterior do solenoide e para pontos muito próximos deste, o campo magnético pode ser dado, em primeira aproximação, pelo campo induzido pelo campo elétrico variável determinado na alínea anterior. Indique qual é a direção deste campo magnético e mostre que ele obedece à equação diferencial

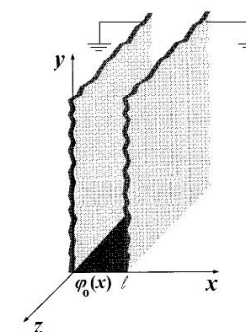
$$\frac{\partial B}{\partial r} = -\frac{\omega^2 \mu_0^2 \varepsilon_0 n a^2}{2r} I_0 \cos(\omega t),$$

onde ε_0 e μ_0 são a permissividade elétrica e permeabilidade magnética do vácuo, respetivamente.

3. (6 valores) Dois semiplanos condutores de extensão infinita, ligados à terra, são colocados paralelamente ao plano yz , um em $x=0$ e outro em $x=\ell$, como se ilustra na figura. No plano xz (em $y=0$) existe uma faixa (entre $x=0$ e $x=\ell$) de comprimento infinito que une os dois semiplanos condutores. Esta faixa está isolada dos semiplanos condutores e é mantida ao potencial $\phi_0(x)=\sin(\pi x/\ell)$.

a) Quais são as condições fronteiras para o potencial elétrico na região entre os dois semiplanos condutores?

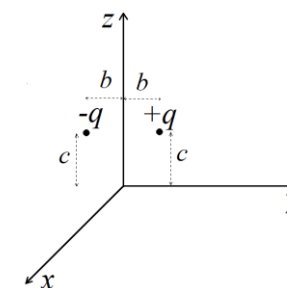
b) Resolva a equação de Laplace usando o método da separação de variáveis para determinar o potencial elétrico na região situada entre os semiplanos condutores.



4. (6 valores) Um plano condutor, horizontal, colocado no plano xy , infinitamente extenso, inicialmente descarregado, passa a sofrer a influência eletrostática produzida por duas cargas pontuais $-q$ e $+q$ que são colocadas no plano yz nos pontos de coordenadas $(0,-b,+c)$ e $(0,+b,+c)$, respetivamente, acima do plano condutor (ver figura). Seguidamente o plano condutor é ligado à terra.

a) Utilizando o método das imagens determine a função potencial na região acima do plano condutor.

b) Calcule a densidade superficial de carga que o plano condutor adquire por influência eletrostática. Estude esta função para determinar os pontos onde a densidade de carga é: *i*) nula; *ii*) máxima. Interprete fisicamente esse resultado.



FIM