

## Ficha 2 Representação de números. Erros Numéricos.

1. Escreva um programa para calcular corretamente o valor da função  $(1+x^2)^{0.5} - 1$  para valores de  $x = 1.0\text{E-}8, 1.0\text{E-}9, \dots$

2. Faça um programa para calcular as raízes de  $ax^2+bx+c=0$ . Teste o programa que implementou para  $a=b=1$  e  $c=10^{-20}$  e compare as raízes que obtém com as raízes verdadeiras  $(-1 \text{ e } -10^{-20})$ .

3. Escreva um programa para calcular a seguinte sequência:

$$I_0 = (e - 1) / e$$

$$I_{n+1} = 1 - (n + 1)I_n, \text{ for } n = 0, 1, \dots$$

Compare o resultado numérico com o limite exacto  $I_n \rightarrow 0$  for  $n \rightarrow \infty$ .

4. Escreva uma função para calcular a soma de N termos da seguinte série:

$$\pi = \sum_{n=0}^{\infty} 16^{-n} \left( \frac{4}{8n+1} - \frac{2}{8n+4} - \frac{1}{8n+5} - \frac{1}{8n+6} \right).$$

Quantos termos devem ser usados para obter uma aproximação de  $\pi$  com 8 casas decimais?

5. Considere as seguintes séries:

$$S^{(\text{up})} = \sum_{n=1}^N \frac{1}{n}, \quad S^{(\text{down})} = \sum_{n=N}^1 \frac{1}{n}.$$

a) Escreva um programa para calcular  $S(\text{up})$  and  $S(\text{down})$  em função de N.

b) Faça um plot log-log de  $(S(\text{up}) - S(\text{down})) / (S(\text{up}) + S(\text{down}))$  versus N.

c) Qual a expressão mais precisa  $S(\text{up})$  ou  $S(\text{down})$  ?

6. Implementar um programa para calcular  $e^{-x}$ . usando a expansão em série:

$$e^{-x} = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{n!}$$

Calcular  $e^{-x}$  para  $x = 1$  e  $20$  com  $N=5, 10, 20, 40, 80, 160$  termos e avaliar o erro relativo.

Explique o comportamento do erro relativo para  $x=20$ .