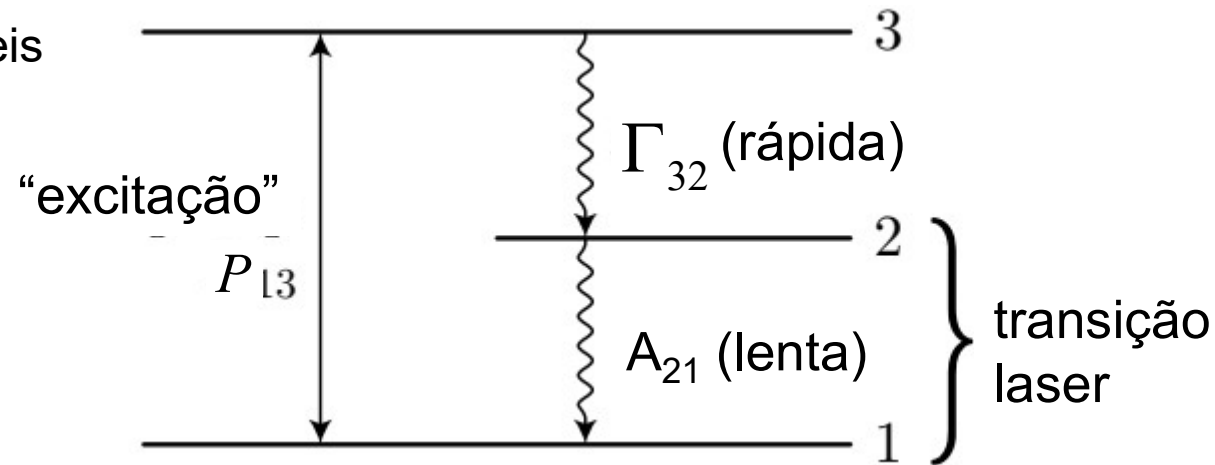

Hoje: Oscilação Laser no modo contínuo

- 5.2 Uniform-Field Approximation, 175
- 5.3 Optimal Output Coupling, 178
- 5.4 Effect of Spatial Hole Burning, 180
- 5.6 Measuring Gain and Optimal Output Coupling, 187
- 5.7 Inhomogeneously Broadened Media, 191
- 5.8 Spectral Hole Burning and the Lamb Dip, 192
- 5.9 Frequency Pulling, 194
- 5.10 Obtaining Single-Mode Oscillation, 198

Meio ativo com
alargamento homogéneo
Modo longitudinal único
Refletividades altas

Revisão

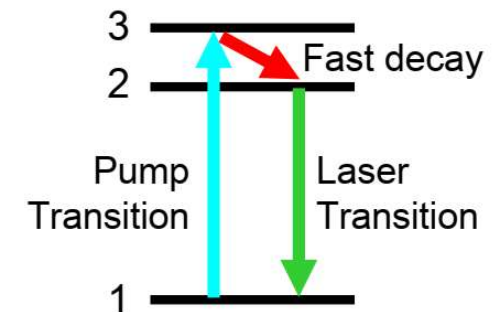
Sistema de 3 níveis



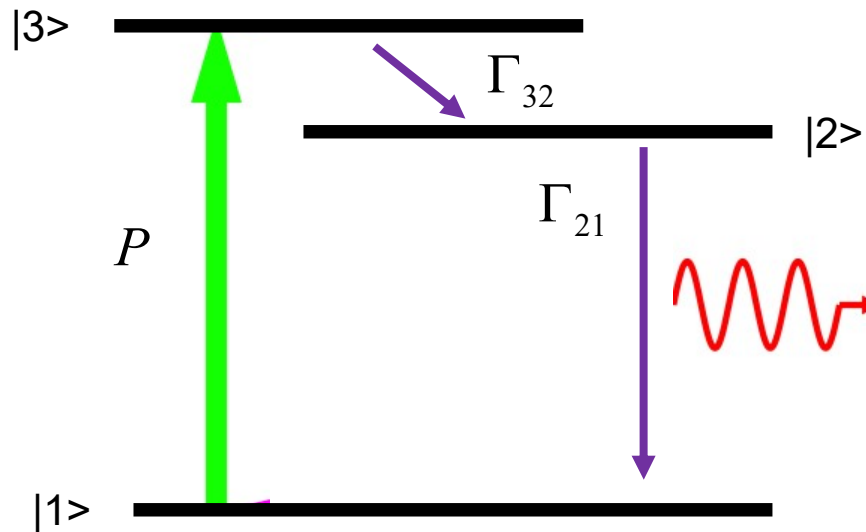
Se a excitação for através da absorção de radiação da banda larga

$$P = \sigma_{13}(\nu_{31}) \frac{I_P}{h\nu_{31}} \quad P = \frac{I_P(h\nu_{31})}{h\nu_{31}} \int_0^\infty A_{31} \frac{\lambda_{31}^2}{8\pi n^2} S_{13}(\nu) d\nu \approx \frac{I_P(h\nu_P)}{h\nu_P} A_{31} \frac{\lambda_{31}^2}{8\pi n^2}$$

Em princípio poderá haver ambos os processos de absorção e emissão estimulada



3 níveis



Eliminação adiabática de N_3

$$\begin{aligned}\frac{dN_1}{dt} &= -PN_1 + \Gamma_{21}N_2 + \sigma\Phi_\nu(N_2 - N_1), \\ \frac{dN_2}{dt} &= PN_1 - \Gamma_{21}N_2 - \sigma\Phi_\nu(N_2 - N_1).\end{aligned}$$

No estado estacionário com $\sigma\Phi$ desprezável

$$\bar{N}_2 - \bar{N}_1 = \frac{P - \Gamma_{21}}{P + \Gamma_{21}} N_T$$

Podemos incluir os efeitos de absorção e emissão estimulada fazendo as substituições

$$\begin{aligned}P &\longrightarrow P + \sigma\Phi_\nu, \\ \Gamma_{21} &\longrightarrow \Gamma_{21} + \sigma\Phi_\nu,\end{aligned}\quad \bar{N}_2 - \bar{N}_1 = \frac{(P - \Gamma_{21})N_T}{P + \Gamma_{21} + 2\sigma\Phi_\nu} \quad (4.12.2)$$

Saturação de ganho sistema de 3 níveis

$$\bar{N}_2 - \bar{N}_1 = \frac{(P - \Gamma_{21})N_T}{P + \Gamma_{21} + 2\sigma\Phi_\nu}$$

Assumindo degenerescências iguais no estado superior e inferior da transição laser

$$\begin{aligned} g(\nu) &= \frac{\sigma(\nu)(P - \Gamma_{21})N_T}{P + \Gamma_{21} + 2\sigma(\nu)\Phi_\nu} = \frac{\sigma(\nu)(P - \Gamma_{21})N_T}{P + \Gamma_{21}} \frac{1}{1 + [2\sigma(\nu)\Phi_\nu/(P + \Gamma_{21})]} \\ &= \frac{g_0(\nu)}{1 + \Phi_\nu/\Phi_\nu^{\text{sat}}} = \frac{g_0(\nu)}{1 + I_\nu/I_\nu^{\text{sat}}}, \end{aligned}$$

Ganho dos sinais pequenos

$$g_0(\nu) = \frac{\sigma(\nu)(P - \Gamma_{21})N_T}{P + \Gamma_{21}}$$

Fluxo da saturação

$$\Phi_\nu^{\text{sat}} = \frac{P + \Gamma_{21}}{2\sigma(\nu)}$$

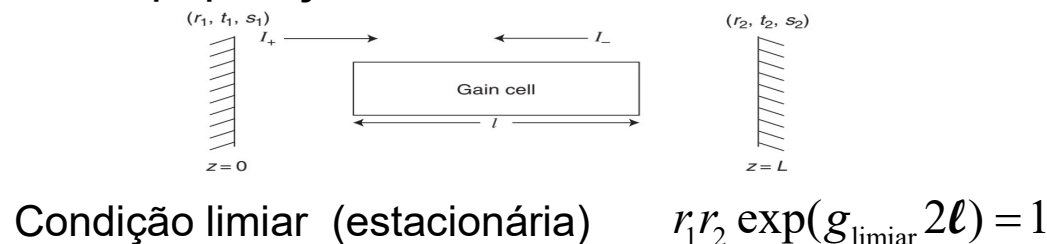
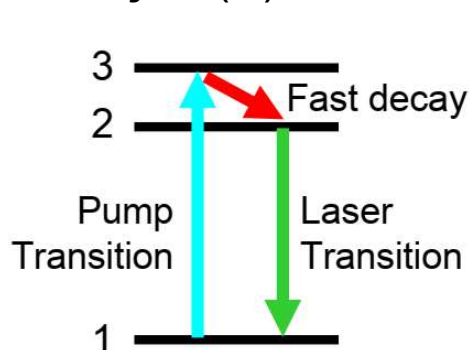
quando $\Phi = \Phi^{\text{sat}}$ $g = g_0/2$

$$I_\nu^{\text{sat}} = h\nu\Phi_\nu^{\text{sat}} = \frac{h\nu(P + \Gamma_{21})}{2\sigma(\nu)}$$

$$q_\nu^{\text{sat}} = \frac{V}{c}\Phi_\nu^{\text{sat}} = \frac{P + \Gamma_{21}}{2c\sigma(\nu)}V$$

Processo de atingir o estado estacionário

- Excitação (P) cria uma inversão da população acima do valor limiar



$$g_{\text{limiar}} = -\frac{1}{2l} \ln(r_1 r_2)$$

- Um fóton emitido (aleatoriamente) ao longo do eixo laser vai encontrar um ganho líquido. A intensidade da radiação na cavidade aumente exponencialmente.

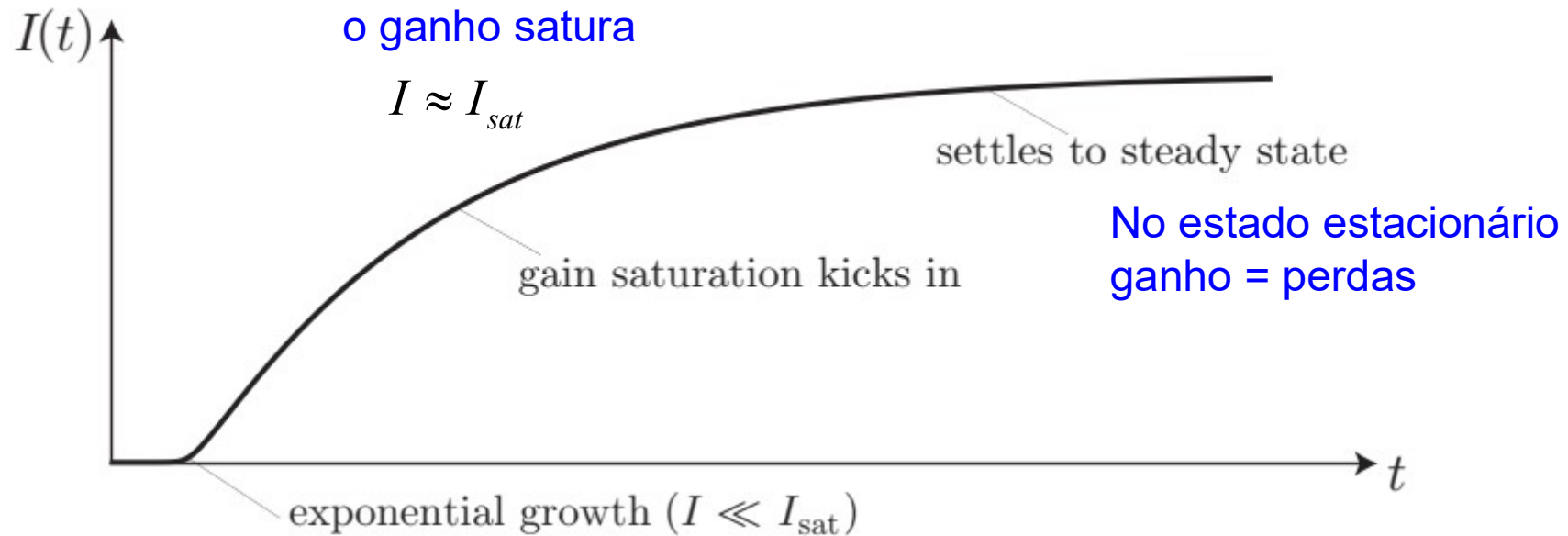
- Quando $I_v \approx I_v^{\text{sat}}$ o ganho começa a saturar e a ampliação diminua.

- Quando $g(\nu_L) = \frac{g_0(\nu_L)}{1 + \frac{I_v}{I_v^{\text{sat}}}} g_{\text{limiar}}$ o ganho = as perdas

$$g(\nu) = \frac{g_0(\nu)}{1 + I_v / I_v^{\text{sat}}}$$

um estado de equilíbrio é atingido e I_v fica estável

Com ganho

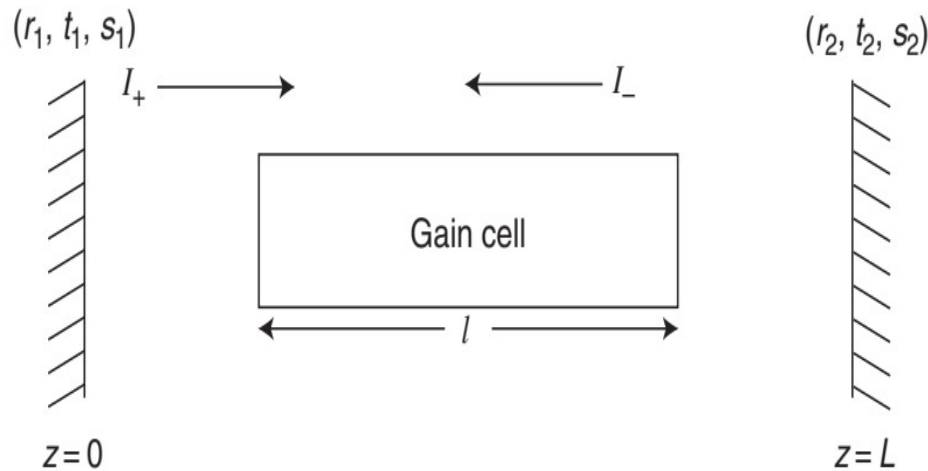


$$\frac{g_0(\nu_L)}{1 + \frac{I_\nu}{I_\nu^{sat}}} = g_{\text{limiar}}$$

No estado estacionário a intensidade na cavidade é

$$I_\nu = I_\nu^{sat} \left[\frac{g_0(\nu_L)}{g_{\text{limiar}}} - 1 \right]$$

5.2: Aproximação da intensidade uniforme



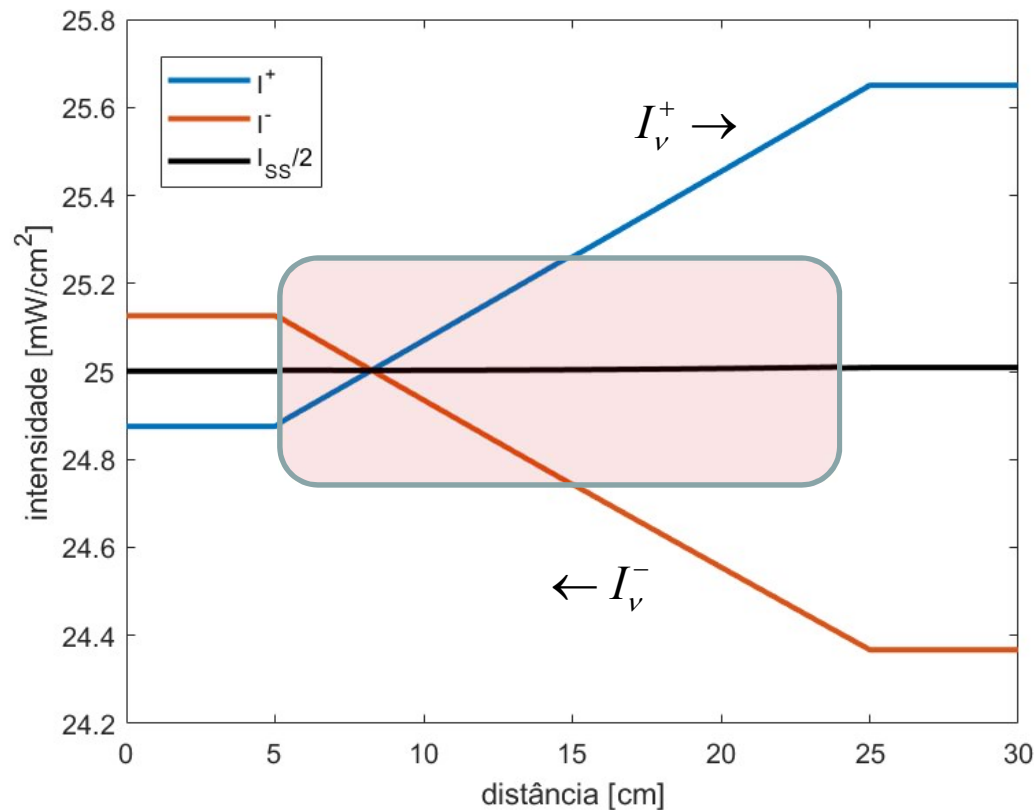
A intensidade na cavidade é $I_v = I_v^+ + I_v^-$

Na aproximação que a refletividades dos espelhos são elevadas $s_1 \approx s_2 \approx 0$; $(t_1, t_2) \ll 1$

A intensidade do feixe ao propagar na cavidade é quase constante

Aproximação da intensidade uniforme $I_v^+ \approx I_v^-$ $I_v \approx 2I_v^+$

Simulação



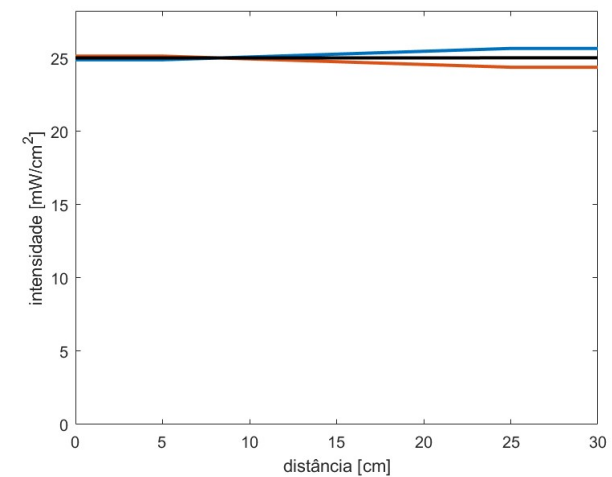
Quando r_1 e r_2 são elevadas a diferença entre I^+ e I^- nos espelhos é pequena

$$r_1 = 0.99 \quad r_2 = 0.95$$

$$I^{\text{sat}} = 10 \text{ mW/cm}^2$$

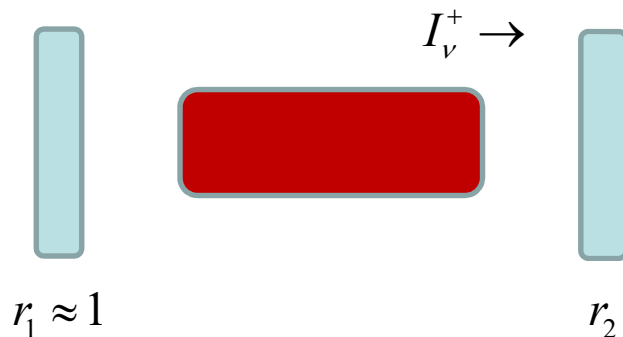
$$g_0 = 6 g_{\text{limiar}}$$

$$\langle I^+ + I^- \rangle = 5 I^{\text{sat}} = 50 \text{ mW/cm}^2$$



Nota: Os efeitos de interferência especial são desprezados aqui

5.3 Intensidade da saída



$$I_v^{out} = t_2 I_v^+ \approx \frac{1}{2} t_2 I_v^{cav}$$

$$\approx \frac{1}{2} t_2 I_v^{sat} \left[\frac{g_0(\nu_L)}{g_{limiar}} - 1 \right]$$

$$g_{limiar} = -\frac{1}{2\ell} \ln(r_1 r_2) \approx -\frac{1}{2\ell} \ln(1 - t_2 - s) \approx \frac{t_2 + s}{2\ell}$$

$s = t_1 +$ quaisquer perdas internas
(absorção residual,
imperfeições, sujidade...)

5.2. Show that the output coupling that maximizes the output intensity (5.2.11) is given by (5.3.1), and determine the output maximum.

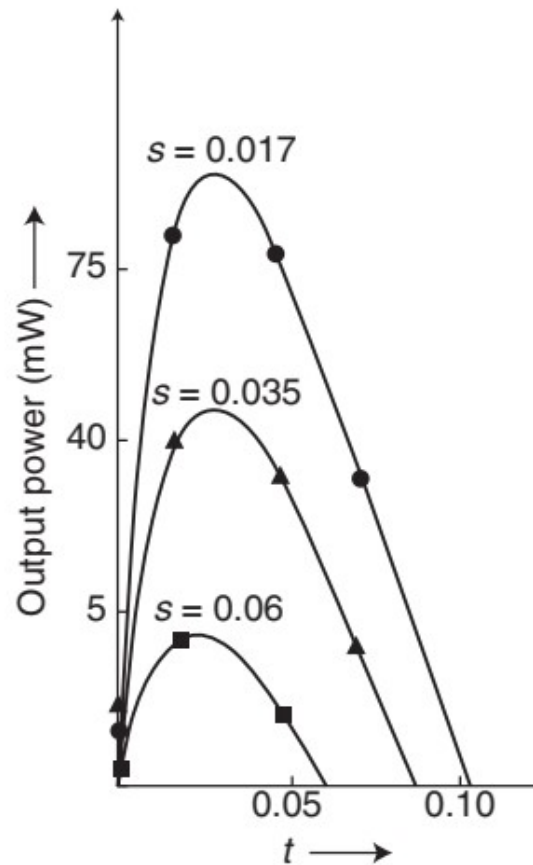
$$I_v^{out} = \frac{1}{2} t I_v^{sat} \left(\frac{2g_0(\nu)l}{t + s} - 1 \right) \quad (5.2.11)$$

$$t_{ont} = \sqrt{2g_0(\nu)ls} - s, \quad (5.3.1)$$

$$[I_v^{out}]_{max} = I_v^{sat} \left[\sqrt{g_0(\nu)l} - \sqrt{s/2} \right]^2$$

Problema 5.3

- 5.3.** A high-power CO₂ laser has a small-signal gain $g_0(\nu_0) \approx 0.005 \text{ cm}^{-1}$ at line center. The laser transition is homogeneously broadened with a Lorentzian line-width (HWHM) $\delta\nu_0 \approx 1 \text{ GHz}$. The gain medium fills nearly the entire 50 cm between the cavity mirrors. One of the mirrors is nominally perfectly reflecting, while the output mirror is characterized by a scattering–absorption coefficient $s = 2\%$.
- (a) Determine the output mirror transmission coefficient t that will produce the greatest amount of output power from this laser.
 - (b) The saturation intensity I^{sat} for this laser is estimated to be about 100 kW/cm^2 . What is the output intensity if the cavity is designed to have the maximal output power?
 - (c) Estimate the intracavity intensity. Why might such a laser be designed to have water-cooled mirrors?
-



$$I_v^{\text{out}} = \frac{1}{2} t I_v^{\text{sat}} \left(\frac{2g_0(\nu)l}{t+s} - 1 \right) \quad (5.2.11)$$

Figure 5.4 Experimental data on the output power of a 632.8-nm He–Ne laser. The solid curves are based on Eq. (5.2.11) for output intensity vs. output coupling. The three curves correspond to $s = 0.06$, 0.035, and 0.017. [After P. Laures, *Physics Letters* **10**, 61 (1964).]

Experiência determinar os parâmetros...

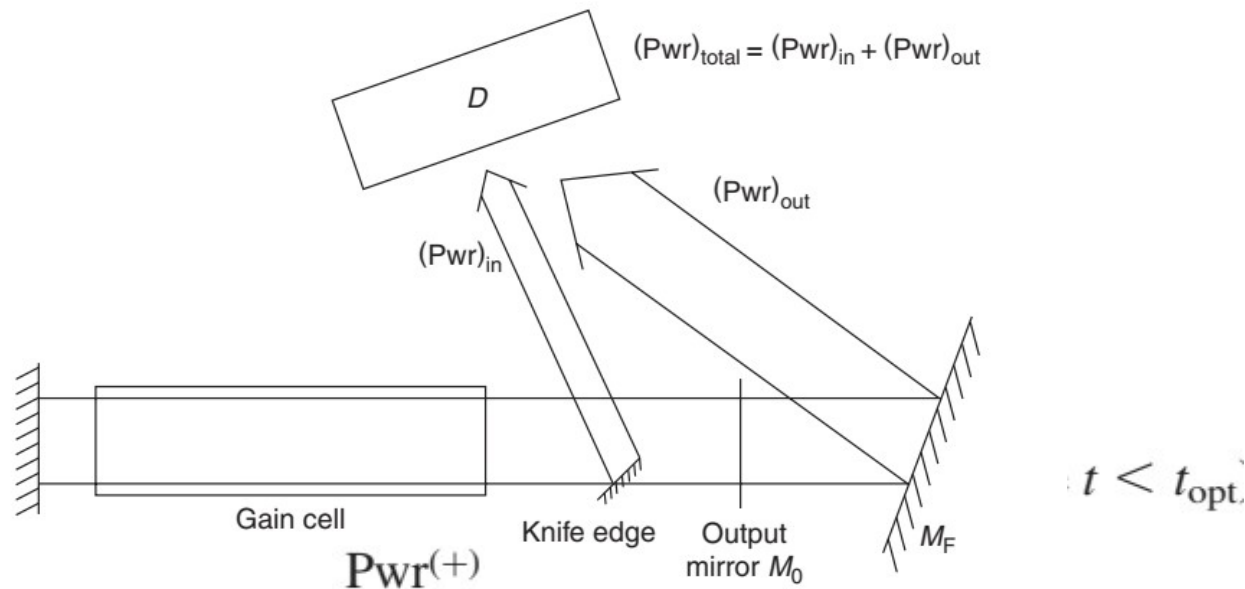


Figure 5.6 Experimental setup for determining the small-signal gain, the optimal output coupling and the maximum possible output power. [After T. F. Johnston, *IEEE Journal of Quantum Electronics* **12**, 310 (1976).]

$$s = \frac{(Pwr)_{in}}{Pwr^{(+)}} \quad t = \frac{(Pwr)_{out}}{Pwr^{(+)}} \quad (Pwr)_{total} = (Pwr)_{in} + (Pwr)_{out}$$

$$s = \frac{(Pwr)_{in}}{(Pwr)_{out}} t$$

Variar s até atingir um máximo no Pwr_T $t_{opt} = s_{opt} + t$

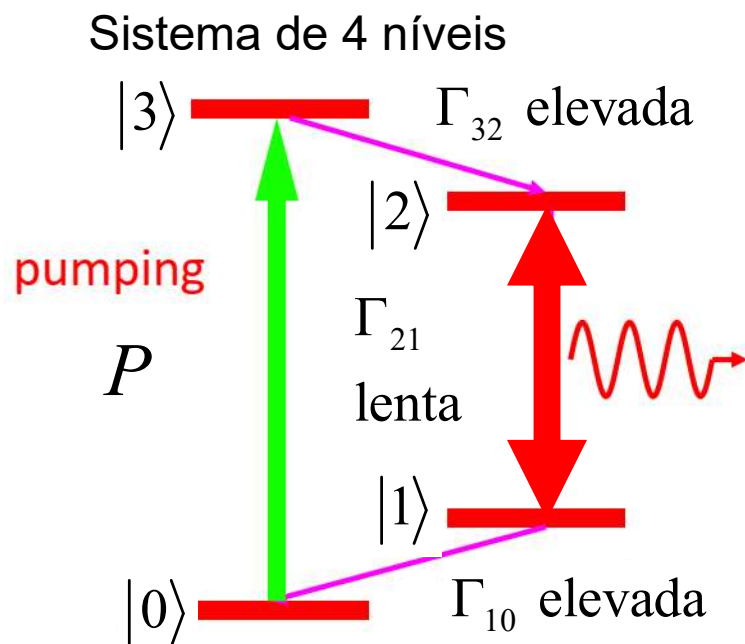
Quando $I^{out}=0$ $s = g_0(\nu_L)2\ell$

$$[I_v^{out}]_{max} = I_v^{sat} \left[\sqrt{g_0(\nu)l} - \sqrt{s/2} \right]^2$$

Eficiência de extração

No caso ideal $s \ll g_0(\nu_L)2\ell$

$$I_{saída}^{opt} \approx \frac{1}{2} I_{\nu}^{sat} [g_0(\nu_L)2\ell - s] \rightarrow \frac{1}{2} I_{\nu}^{sat} g_0(\nu_L)2\ell$$



$$g(\nu) = \sigma(\nu) [\bar{N}_2 - \bar{N}_1] = g_0(\nu) \frac{1}{1 + \frac{I_{\nu}}{I_{\nu}^{sat}}}$$

$$g_0(\nu) = \sigma(\nu) \left[\frac{P}{P + \Gamma_{21}} \right] N_T \quad I_{\nu}^{sat} = h\nu \frac{P + \Gamma_{21}}{\sigma(\nu)}$$

$$I_{saída}^{opt} \rightarrow I_{\nu}^{sat} g_0(\nu_L) \ell = h\nu_L P N_T \ell$$

$$Pot_{saída}^{opt} \rightarrow h\nu_L \boxed{P N_T (\ell Area)}$$

Nº átomos colocados no estado superior/seg

Situação ideal cada fóton absorvida da fonte resulta numa emissão dum fóton laser

Mas a transição 0 → 3 é mais energética

eficiência quântica $\frac{h\nu_L}{h\nu_{30}} \leq 1$

Problema 5.4

5.4. Using numerical values given in Section 4.10, estimate the quantum efficiencies of the ruby and Nd : YAG lasers.

Rubi:

the 694.3-nm laser transition

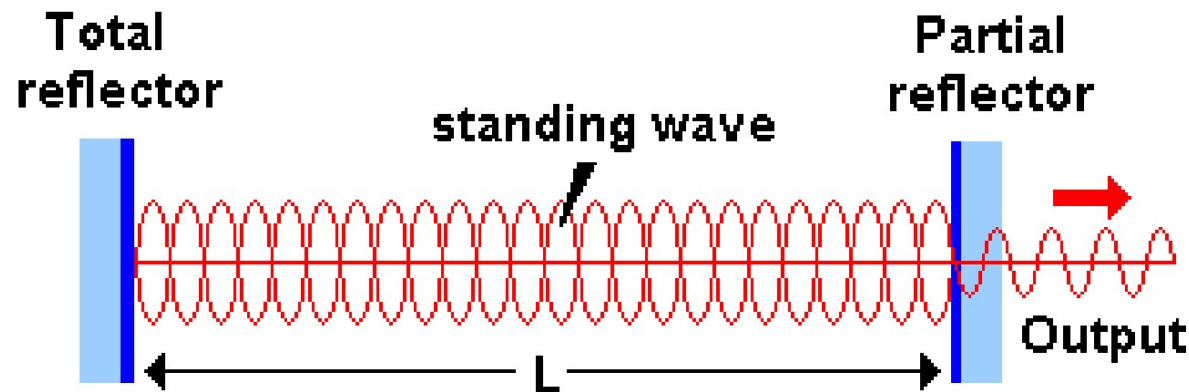
The excitation energy required from the pump, the energy difference between the ground level and the lower pump band, is about 2.25 eV, corresponding to a wavelength of about 550 nm (green). From (4.9.9), therefore, the minimum pumping power density necess-

Nd:YAG

In the 1.06- μm (1064-nm) Nd : YAG laser,

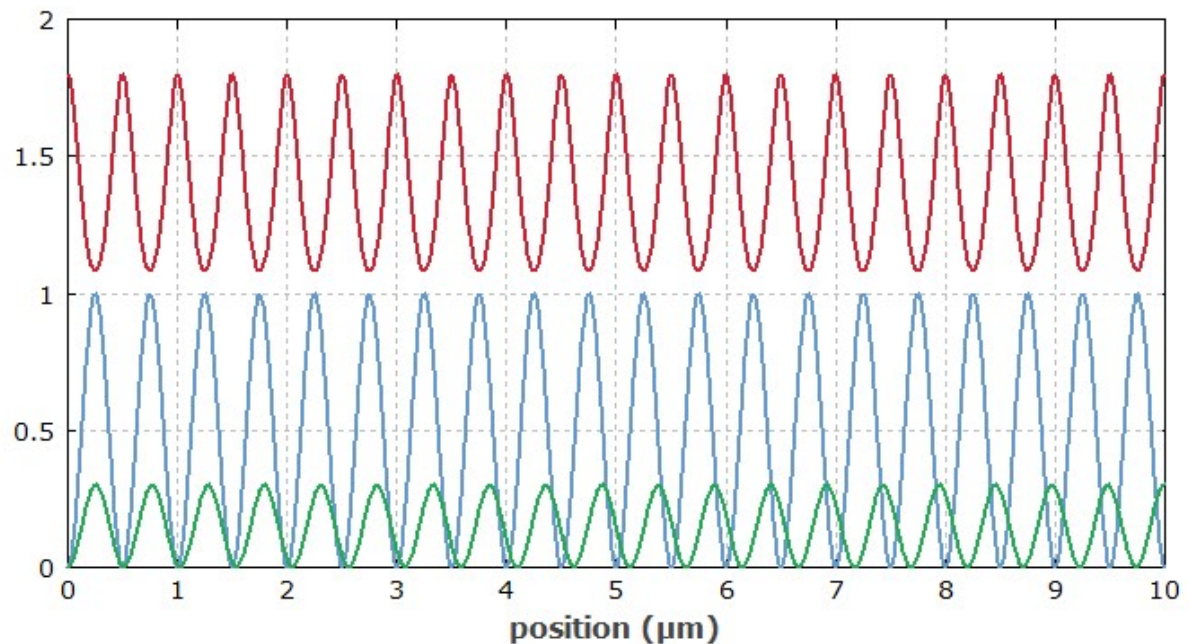
The pump “level 3” for the Nd : YAG laser is actually a series of energy bands located between about 1.63 and 3.13 eV above the ground level. If we take the energy difference $E_3 - E_0$ in our four-level model (Fig. 4.7) to be the average value, 2.38 eV, we obtain

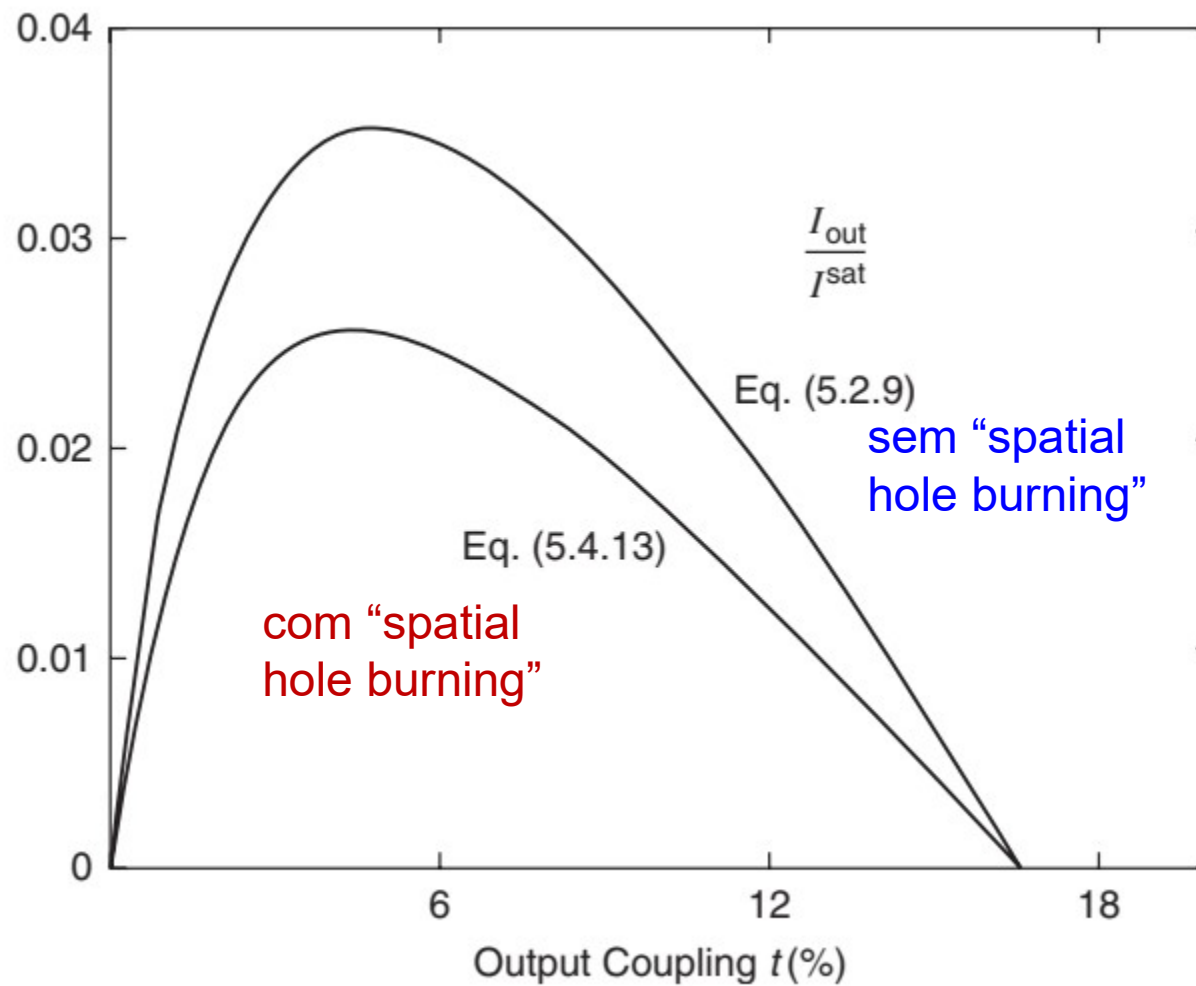
5.4 Pormenor: Ondas estacionárias (spatial hole burning)



$$g(v) = \frac{g_0(v)}{1 + 4(I_v^{(+)} / I_{\text{sat}}) \sin^2 kz} \quad (5.4.1)$$

Nos nodos o ganho não é aproveitado, logo a eficiência é menor

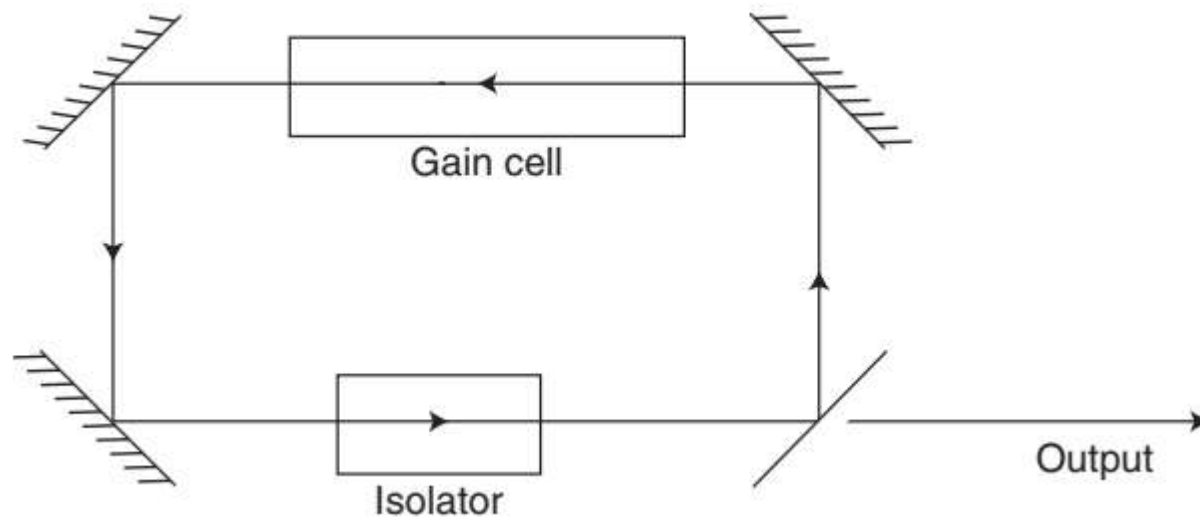




Effect of spatial hole burning on output intensity, assuming $g_0 l = 0.10$ and $s = 0.034$.

Num gás (por exemplo um laser HeNe) com um tempo da vida no estado superior da transição laser longo os átomos podem deslocar e avaliar o efeito de “spatial hole burning”.

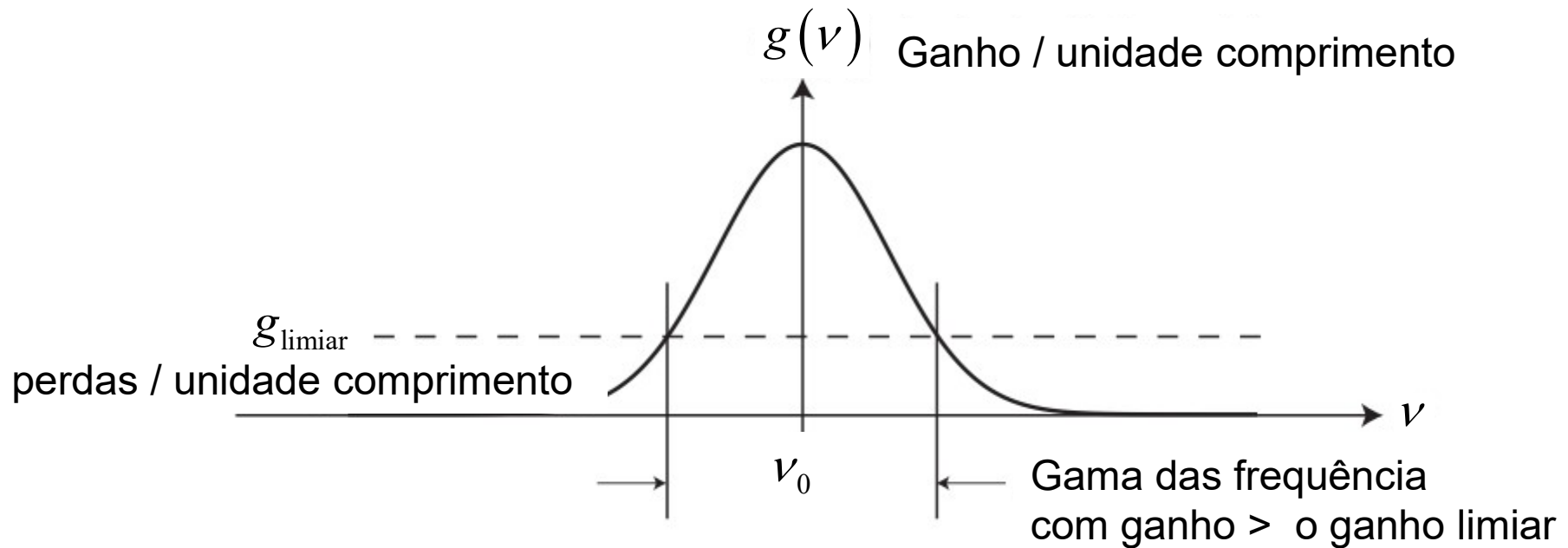
Um outra possibilidade é usar uma cavidade na forma dum anel com um díodo ótico:



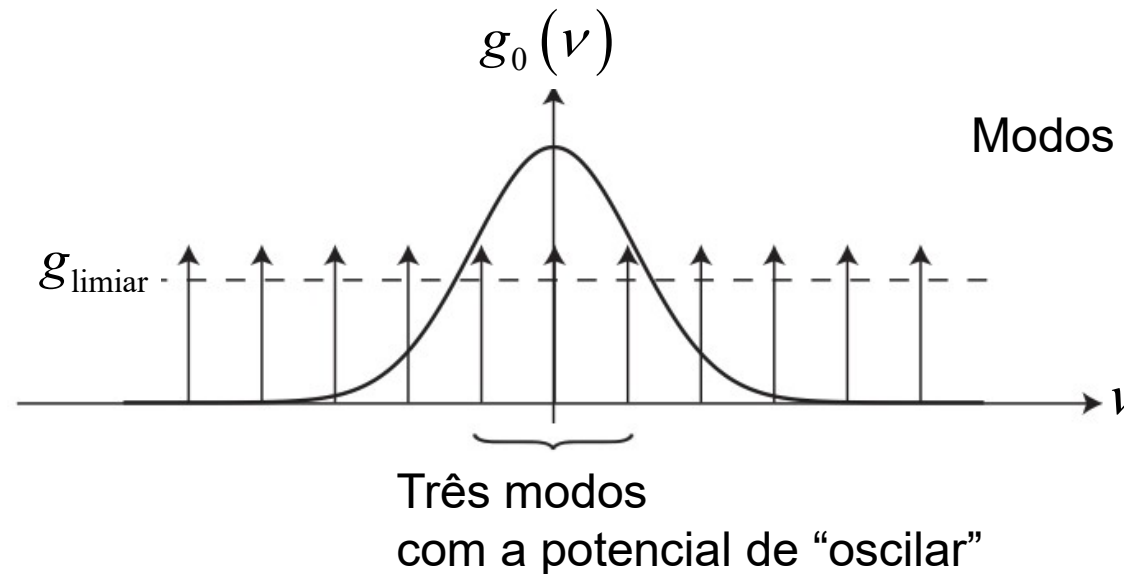
Frequências que possam ter “oscilar”

Condição limiar $r_1 r_2 \exp[g_{\text{limiar}}(\nu_L) 2\ell] = 1$ $g_{\text{limiar}}(\nu_L) = \frac{1}{2\ell} \ln\left(\frac{1}{r_1 r_2}\right)$

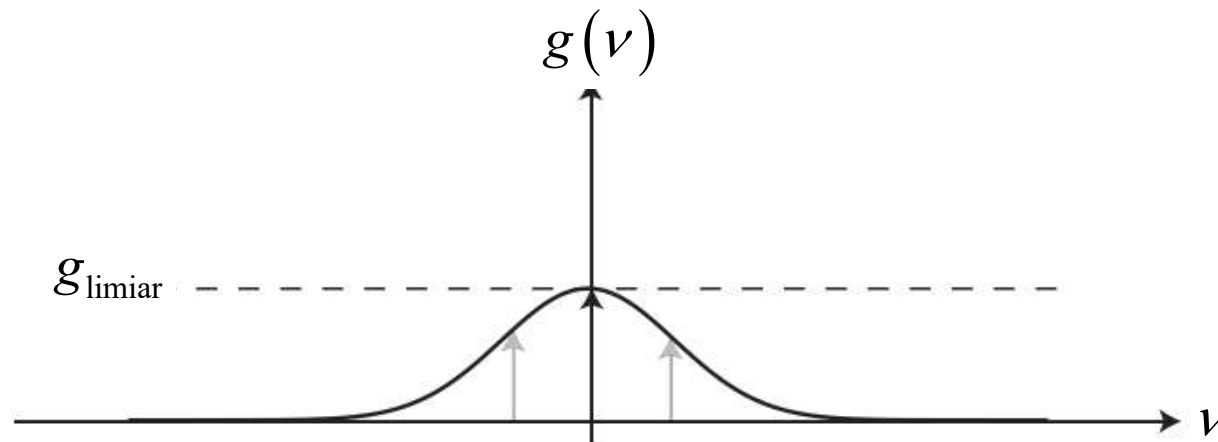
a representa as perdas efetivas / distância



Transição homogénea



$$\nu_m = m \frac{c}{2L}$$

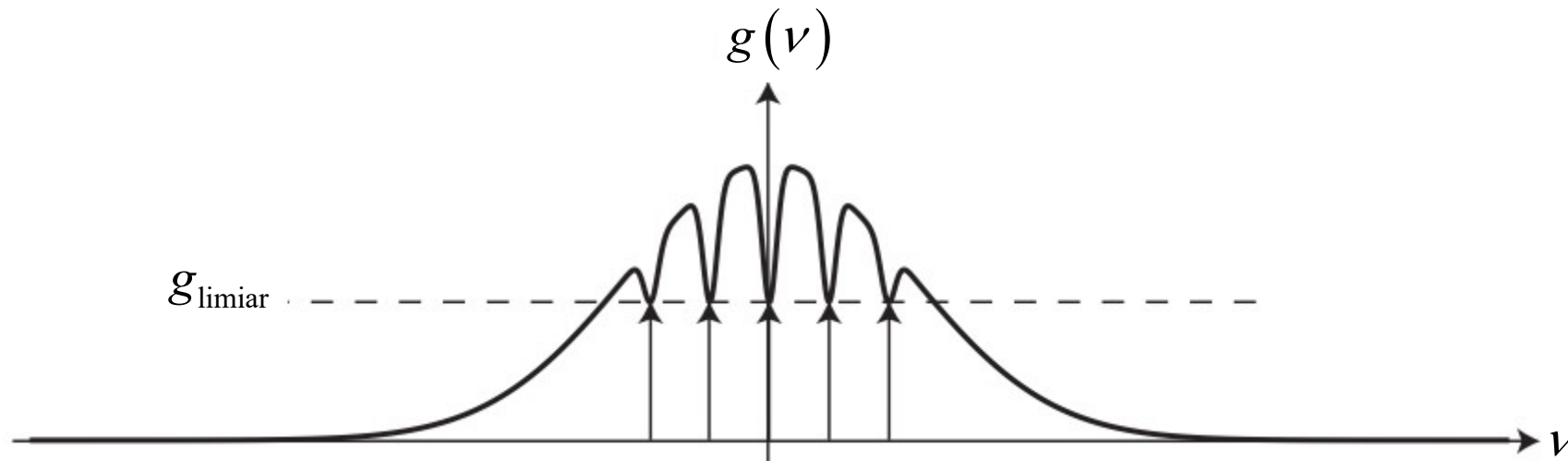


O ganho satura até seja igual das perdas (ganho limiar) para o modo com ganho maior

O mais forte sobrevive

Pormenor: “spatial hole burning” pode deixar ganho suficiente por um outro modo oscilar

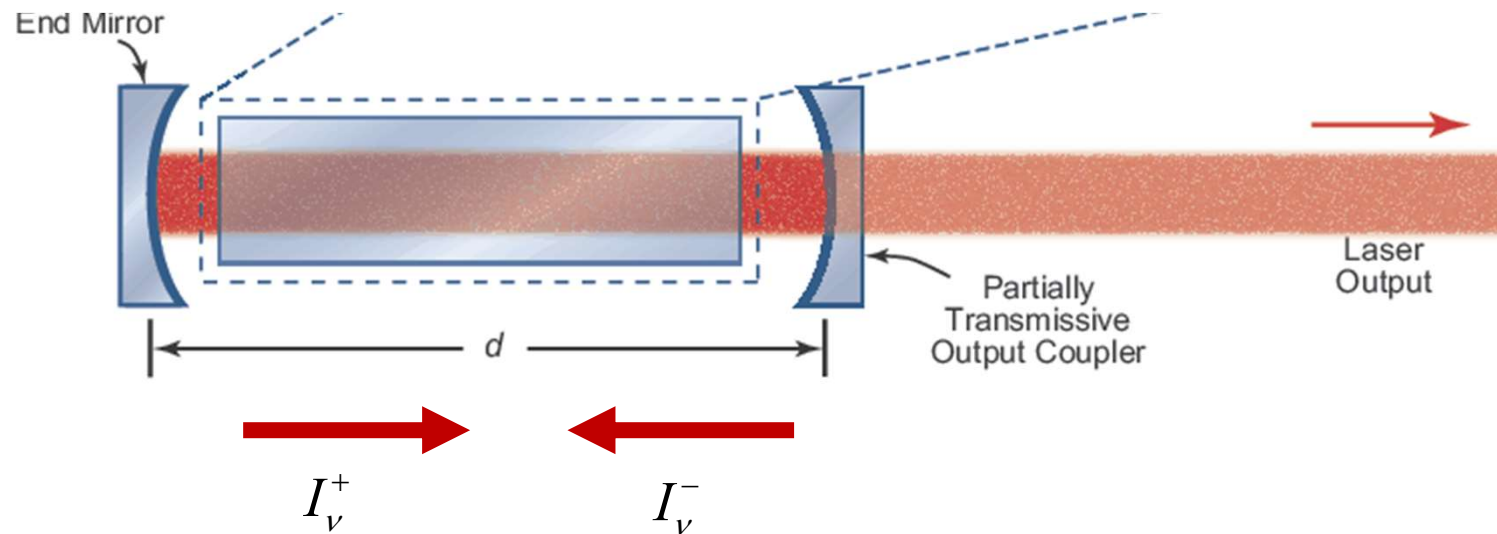
Transição não homogênea



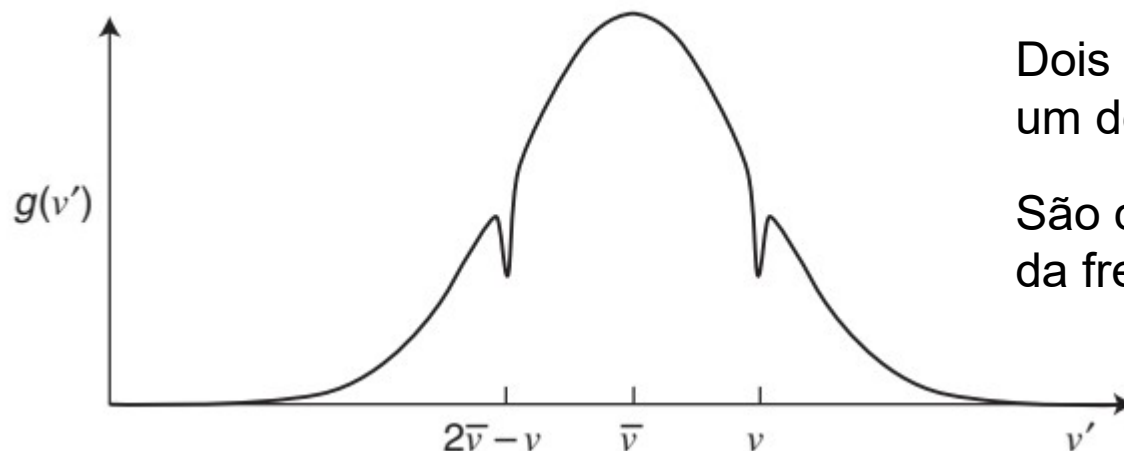
Saturação apenas nas classes dos átomos com uma frequência da transição próximas dos modos da cavidade.

Vários modos podem oscilar simultaneamente.

Pormenor: Saturação na curva Doppler



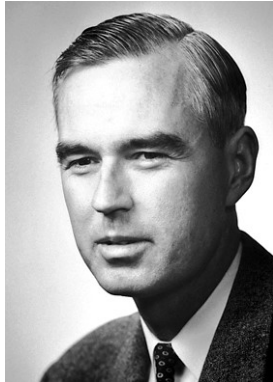
No limite de velocidade atômicas $\ll c$ $\nu_m = \nu_0 (1 \pm v_z / c) \Rightarrow v_z = \pm c \left(\frac{\nu_m - \nu_0}{\nu_0} \right)$



Dois “buracos espectrais” são criados, um devido I^+ outro devido I^-

São colocados simetricamente ao volta da frequência central da transição

A depressão de Lamb (Lamb Dip)



Willis Lamb (1913-2008)
Nobel 1955
Supervisor do Ted Maiman

Quando o modo da cavidade é ressonante com a transição os dois buracos se sobrepõem (interagem com os mesmos átomos).

O resultado é uma depressão na potência do laser.

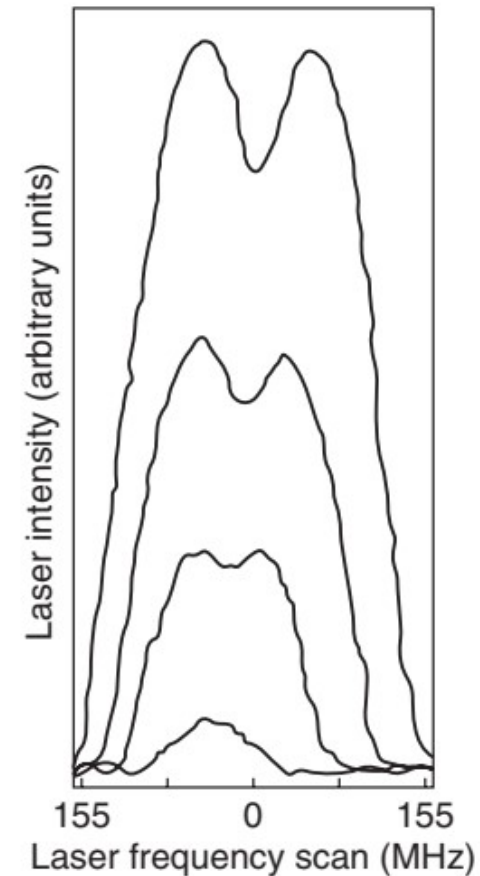


Figure 5.10 Early observation of the Lamb dip in the output power of a 1.15-nm He–Ne laser. [From A. Szöke and A. Javan, *Physical Review Letters* **10**, 521 (1963).]

Problemas 5.6, 5.7

- 5.6. Should the Lamb dip occur with any inhomogeneously broadened gain medium, or only the specific case of Doppler broadening?
- 5.7. Do you think that most lasers have a cavity bandwidth much larger or smaller than the linewidth of the gain profile? Is any implicit assumption about this made in our discussion related to Fig. 5.12?

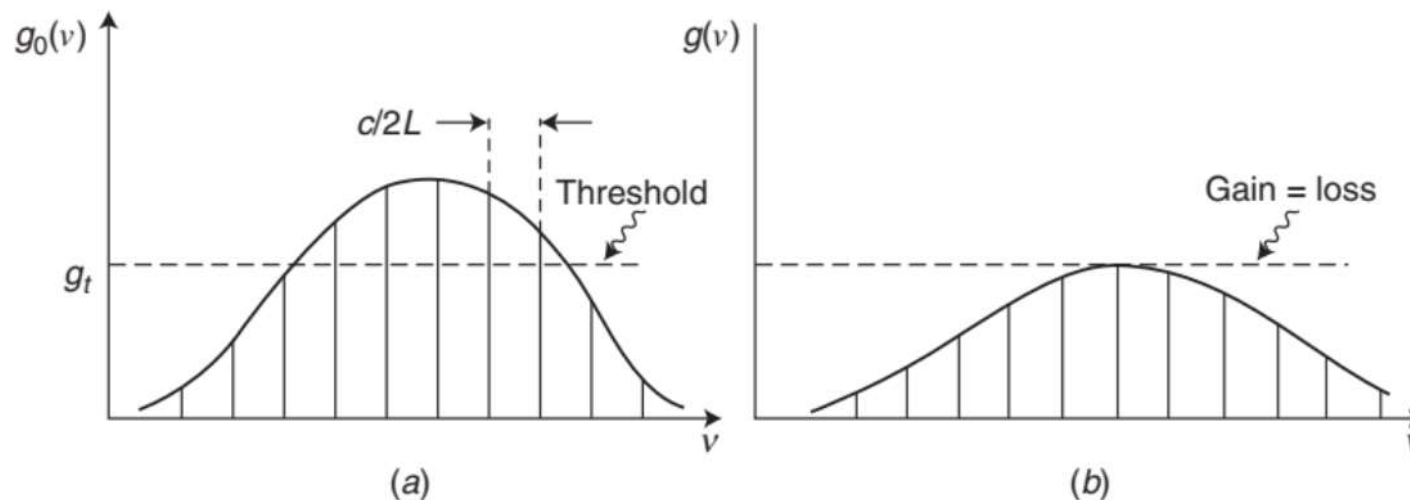


Figure 5.12 (a) A case in which five cavity modes have a small-signal gain g_0 larger than the threshold g_t for laser oscillation. (b) If the gain saturates homogeneously, only the mode with the largest small-signal gain is expected to lase. The others are saturated below the gain g_t necessary for laser oscillation.

Complicação: Saturação com Alargamento não Homogêneo

In the case of inhomogeneous broadening, the theory of laser oscillation can become enormously complex.

Os átomos com uma frequência central ν_0 têm um ganho que se satura de acordo com a expressão (Lorentziano com o efeito de saturação)

$$g^H(\nu) = g_0^H(\nu_0) \frac{\delta\nu_0^2}{(\nu_0 - \nu)^2 + \delta\nu_0^2 \left[1 + \frac{I_\nu}{I_\nu^{sat}} \right]} \quad (4.12.8)$$

mas agora existe uma distribuição de frequências centrais devido o efeito Doppler.

$$\nu'_0(v_z) = \nu_0 (1 \pm v_z / c)$$

Assim o ganho na frequência ν para átomos com uma velocidade v_z é

$$g(\nu, v_z) = g_0^H(\nu_0) \frac{\delta\nu_0^2}{\left(\nu_0 - \nu \pm \frac{\nu_0 v_z}{c} \right)^2 + \delta\nu_0^2 \left[1 + \frac{I_\nu}{I_\nu^{sat}} \right]}$$

Saturação numa transição não homogénea

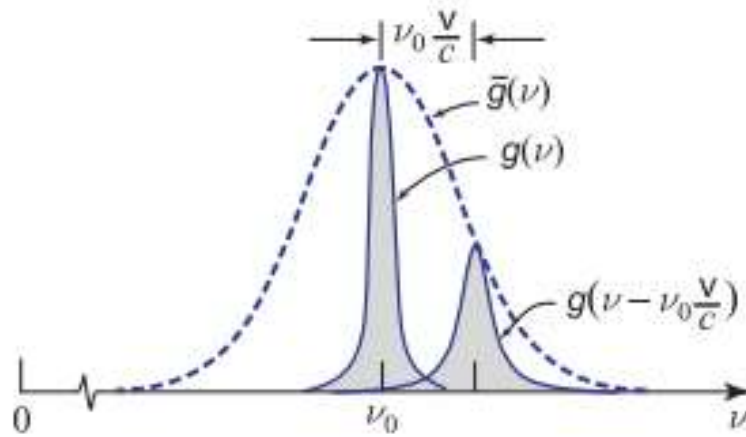
$$g(\nu, v_z) = g_0^H(\nu_0) \frac{\delta\nu_0^2}{\left(\nu_0 - \nu \pm \frac{\nu_0 v_z}{c}\right)^2 + \delta\nu_0^2 \left[1 + \frac{I_\nu}{I_\nu^{sat}}\right]}$$

Para determinar na frequência ν temos integrar esta expressão sobre a distribuição Maxwell Boltzmann das velocidades:

$$g(\nu) = g_0^H(\nu_0) \int_{-\infty}^{\infty} dv_z \left(\frac{M}{\pi 2RT}\right)^{1/2} \exp\left[\frac{-Mv_z^2}{2RT}\right] \frac{\delta\nu_0^2}{\left(\nu_0 - \nu \pm \frac{\nu_0 v_z}{c}\right)^2 + \delta\nu_0^2 \left[1 + \frac{I_\nu}{I_\nu^{sat}}\right]}$$

Simplificação: assumir que a largura Lorentziana é muito menor do que a largura Doppler

$$\delta\nu_0 \sqrt{1 + I_\nu / I_\nu^{sat}} \ll \delta\nu_D = \frac{\nu_0}{c} \sqrt{\frac{4 \ln 2 (2RT)}{M}}$$



Como a função Lorentziana é estreita
aproximar a distribuição MB com seu
valor no pico da curva Lorentziana

$$v_z^* = \pm c \left(\frac{\nu - \nu_0}{\nu_0} \right)$$

$$g(\nu) = g_0^H(\nu_0) \int_{-\infty}^{\infty} dv_z \left(\frac{M}{\pi 2RT} \right)^{1/2} \exp \left[\frac{-M v_z^2}{2RT} \right] \frac{\delta \nu_0^2}{\left(\nu_0 - \nu \pm \frac{\nu_0 v_z}{c} \right)^2 + \delta \nu_0^2 \left[1 + \frac{I_\nu}{I_\nu^{sat}} \right]}$$

$$g(\nu) \approx g_0^H(\nu_0) P(v_z^*) \int_{-\infty}^{\infty} dv_z \frac{\delta \nu_0^2}{\left(\nu_0 - \nu \pm \frac{\nu_0 v_z}{c} \right)^2 + \delta \nu_0^2 \left[1 + \frac{I_\nu}{I_\nu^{sat}} \right]}$$

$$g(\nu) \approx g_0^H(\nu_0) P(v_z^*) \int_{-\infty}^{\infty} dv_z \frac{\delta \nu_0^2}{\left(\nu_0 - \nu \pm \frac{\nu_0 v_z}{c} \right)^2 + \delta \nu_0^2 \left[1 + \frac{I_\nu}{I_\nu^{sat}} \right]}$$

No integral faz as substituições

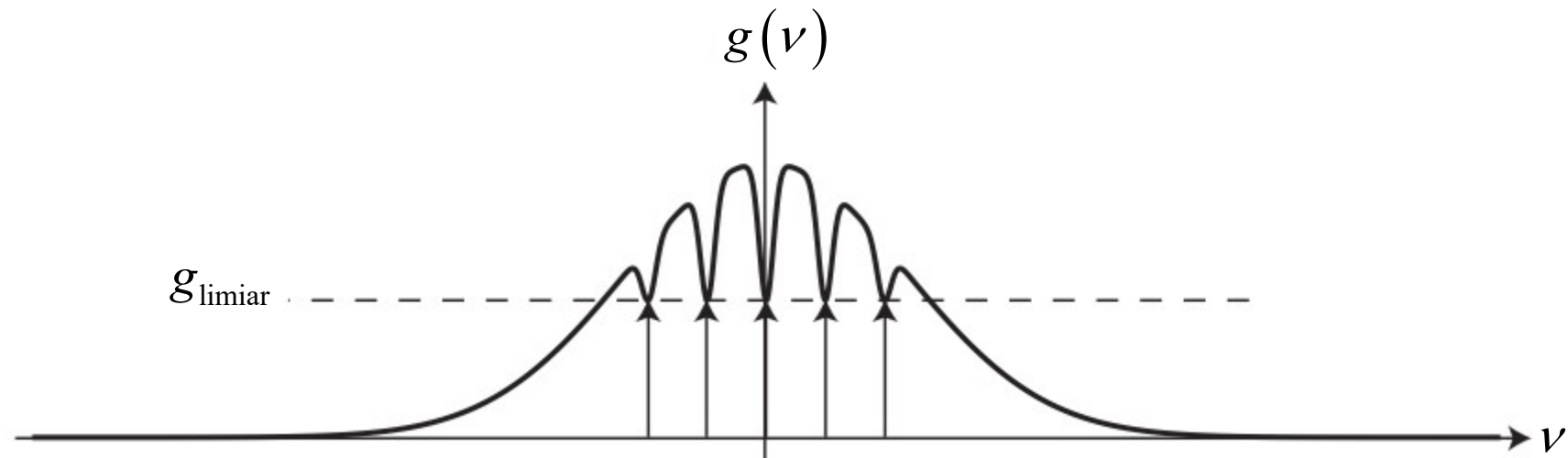
$$x = \left(\nu_0 - \nu \pm \frac{\nu_0 v_z}{c} \right) \quad a^2 = \delta \nu_0^2 \left[1 + \frac{I_\nu}{I_\nu^{sat}} \right]$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} dv_z \frac{\delta \nu_0^2}{\left(\nu_0 - \nu \pm \frac{\nu_0 v_z}{c} \right)^2 + \delta \nu_0^2 \left[1 + \frac{I_\nu}{I_\nu^{sat}} \right]} = c \frac{\delta \nu_0^2}{\nu_0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + a^2} = c \frac{\delta \nu_0^2}{\nu_0} \frac{\pi}{a}$$

$$g(\nu) \approx g_0^H(\nu_0) P(v_z^*) \pi \frac{c}{\nu_0} \frac{\delta \nu_0}{\sqrt{1 + I_\nu / I_\nu^{sat}}} \equiv \frac{g_0(\nu)}{\sqrt{1 + I_\nu / I_\nu^{sat}}}$$

É mais difícil saturar
uma transição não
homogénea

Alargamento Não Homogêneo: I^{cav} no estado estacionário

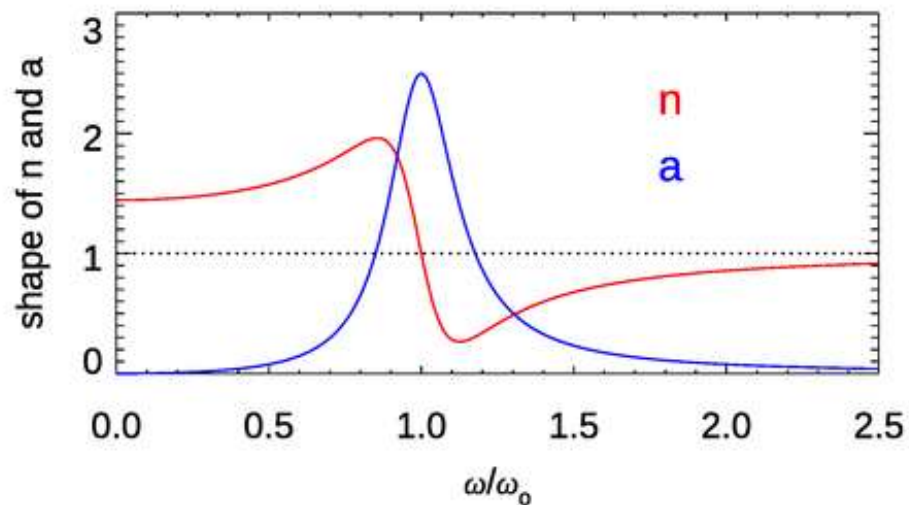


No estado estacionário $\frac{g_0(v)}{\sqrt{1 + I_v^{cav} / I_v^{sat}}} = g_{\text{limiar}}$

$$I_v^{out} = \frac{1}{2} t I_v^{cav} = \frac{1}{2} t I_v^{sat} \left[\left(\frac{g_0(v)}{g_{\text{limiar}}} \right)^2 - 1 \right] \quad (5.7.3)$$

no limite em que $\delta v_{Dop} \gg \delta v_0 \sqrt{1 + I_v^{cav} / I_v^{sat}}$

“Frequency Pulling”



A variação do índice de refração com comprimento de onda faça que os modos da cavidade vazia são deslocados em direção do centro da transição

