

Universidade do Minho

Problemas de Mecânica Analítica e Ondas

Série 6 – Momentos de Inércia

1- Considere uma reta que passa pela origem de um referencial OXYZ e cujo versor, neste referencial, é,

$$\vec{n} = \alpha \vec{e}_x + \beta \vec{e}_y + \gamma \vec{e}_z$$

onde α , β e γ são cosenos diretores da direção da reta. Calcule o momento de inércia de um sistema de N pontos materiais de massas m_1, m_2, \dots, m_N relativamente à reta dada, em termos dos momentos e produtos de inércia do sistema relativamente ao referencial considerado.

2- Determine os momentos e produtos de inércia do sistema constituído por dois pontos materiais P_1 de massa m e P_2 de massa $2m$, no referencial em que as coordenadas destes pontos são, respetivamente,

$$\vec{r}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ e } \quad \vec{r}_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} .$$

3- Determine o momento de inércia de um fio circular homogéneo expresso em termos da sua massa M e raio R em relação a:

(a) Um diâmetro (por exemplo, coincidente com o eixo OY);

(b) Uma tangente ao fio, contida no plano deste (por exemplo, paralelo ao eixo OY).

4- Determine os momentos de inércia de uma placa retangular homogénea de lados $2a$ e $2b$, expressos em termos de a , b e da sua massa M , em relação a:

(a) Uma reta situada no plano da placa, passando pelo centro e perpendicular ao lado $2a$;

(b) Uma diagonal da placa.

5- Calcule o momento de inércia de um disco na forma de um círculo homogéneo de massa M e raio R contido no plano XY em relação a uma reta formando um ângulo α com o plano do disco e que passa pelo centro deste.

Dados auxiliares

Distância mínima d entre uma reta definida por um versor \vec{n} e um ponto de vetor posição \vec{r} é dado por:

$$d = |\vec{n} \times \vec{r}|$$

onde \times designa produto externo.

Outros dados auxiliares:

$$\cos(a \pm b) = \cos a \cos b \mp \sin a \sin b$$

$$\sin(a \pm b) = \sin a \cos b \pm \cos a \sin b$$