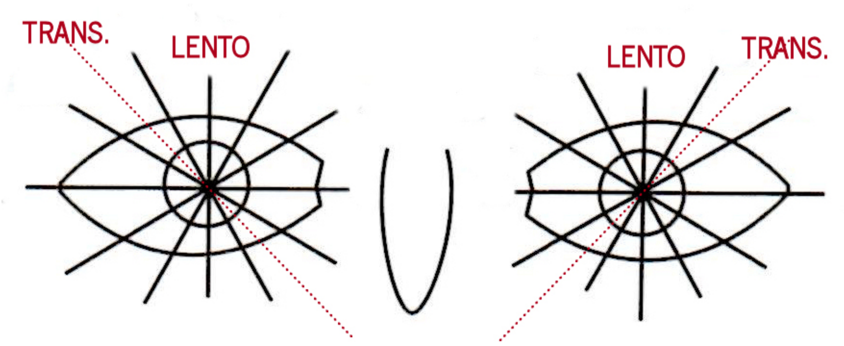
Óptica – LF – 2011/2012 2o. Teste, 19/6/2011 Nome: Número:	Departamento de Física Escola de Ciências Universidade do Minho

Respostas breves. Justifique.

1. Motivação: óculos RealD passivos, para cinema 3D. Cada lente é formada por um polarizador linear (dentro) e uma lamina de quarto de onda (fora). Assuma que o *eixo lento* está na vertical e o *eixo de transmissão* está a ±45º (figura; repare no nariz).

a) Luz não polarizada de uma lâmpada incandescente atravessa uma lente. Pode fazê-lo de *fora para dentro* (orientação normal dos óculos) ou de *dentro para fora* (óculos ao contrário). Diga o que acontece nos dois casos e qual a função desempenhada pela *lente*. (2 V)

b) Coloca os óculos à sua fente, em frente a um espelho. Luz não polarizada atravessa a lente direita, é refletida no espelho, regressa e atravessa agora a lente esquerda. Descreva a polarização da radiação sempre que houver alteração da polarização. (2.5 V)

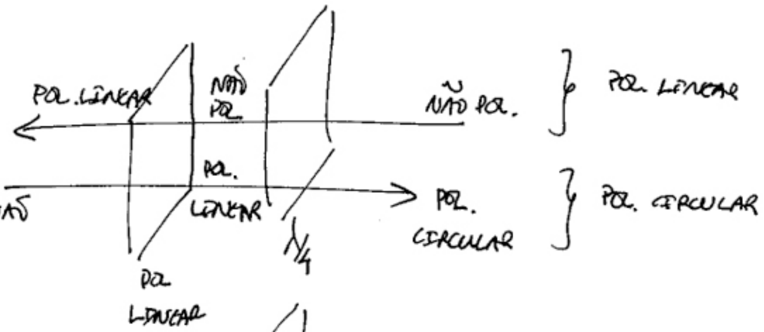


Soluções

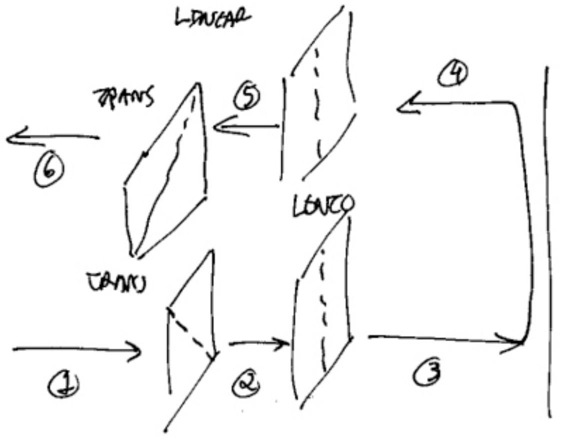
NOTA: Slides 14, 16, 124, 149, 209, 210, PDFs de Aulas T, Polarização.

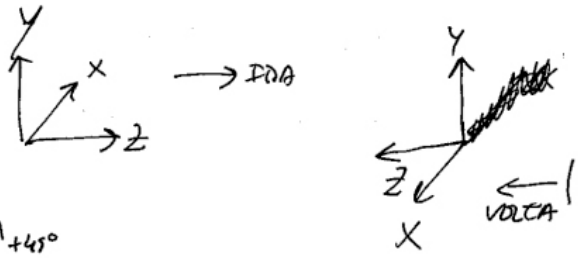
1

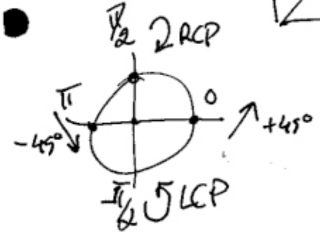
a)

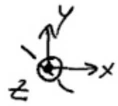
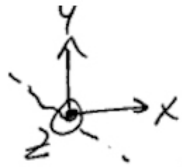


b)







	$\phi_{y/x}$	POL	NOTAS
1	—	—	NÃO POL.
2	$-\pi$	$-45°$	
3	$-\frac{3}{2}\pi = +\frac{\pi}{2}$	RCP	
4	$-\frac{\pi}{2}$	LCP	
5	$-\pi$	$-45°$	
6	$-\pi$	$-45°$	PASSA

2. O Quartz apresenta atividade ótica. Faz incidir radiação de 589 nm linearmente polarizada na vertical em Quartz, na direção do eixo ótico. Observa a 90º. Vê pontos alternadamente mais claros e mais escuros, com um espaçamento de 8.29 mm.

a) O que se passa ? (1 V)

b) Qual o poder rotatório especifico ? (1 V)

Soluções

NOTA: Fig. 9.27, pág. 611, Klein & Furtak, Optics, 2nd.Ed., Wiley, 1986 (livro adotado). Slide 136, PDFs de Aulas T, Polarização.

a) Rotação plano polarização & scattering.

b) Causa: $\rho = \frac{\pi(\mathrm{n_L} - \mathrm{n_R})}{\lambda}$. Efeito: $\pi = \rho \mathrm{d}$, com $d = 8.29\,\mathrm{mm}$. $\rho = 21.7\,^{\mathrm{o}}/\mathrm{mm}$.

3. Uma objectiva fotográfica tem lentes com revestimento antireflexo. Considere uma lente de vidro de indice de refração 1.562. É coberta de um antireflexo de $\mathrm{MgF_2}$ (n = 1.38), otimizado para 550 nm. Admita incidência normal.

a) Qual a espessura do antireflexo ? (1 V)

b) Considere apenas as duas primeiras reflexões. Qual a refletância ? (2 V)

c) Considere reflexões múltiplas. Qual a refletância ? (2.5 V)

d) Qual acha dever ser a melhor aproximação ao comportamento real, o resultado na alínea b) ou c) ?(0.5 V)

e) Descreva de forma qualitativa apenas quais as diferenças se tiver radiação de 400 nm. (1 V)

Soluções

NOTA: Problema 42, pág. 333, Klein & Furtak, Optics, 2nd.Ed., Wiley, 1986 (livro adotado).

a) Filme antireflexo, com 2 reflexões externas (única causa de diferença de fase relativa é a diferença de percurso ótico). Incidência normal. $\beta_2 = \frac{2\pi \mathrm{n}_2 \mathrm{d}_2}{\lambda_0} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \mathrm{d}_2 = \frac{1}{4}\frac{\lambda_0}{\mathrm{n}_2} = \frac{\lambda}{4}$, espessura minima $\frac{\lambda}{4} = 99.6\,\mathrm{nm} = 0.0996\,\mu\mathrm{m}$.

b) $\rho \equiv \frac{\mathrm{E}''}{\mathrm{E}} = \rho_{12} + \rho_{23}\left(\tau_{12}\tau_{21}\right) e^{-\mathrm{i}2\beta} = \rho_{12} - \rho_{23}\left(\tau_{12}\tau_{21}\right)$, com $e^{-\mathrm{i}2\beta} = e^{-\mathrm{i}\pi} = -1$. $\mathrm{R} = |\rho|^2 = 0.99\,\%$.

c) Foram abordadas 3 maneiras alternativas de resolver o problema: (1) métodos matriciais (vantagem: generalidade; desvantagem: requer maior abstração), (2) balanço direto (vantagem: intuição, mais fácil nos casos simples; desvantagem: perde para métodos matriciais, em casos realistas, porque a maquinaria da algebra linear é imbativel em problemas lineares), (3) soma direta das várias contribuições, resultando numa série (vantagem: intuição, minima do processo físico; desvantagem: perde sempre para dois métodos anteriores). Esboço de solução, pelo método 2:

$$\mathrm{E_A} = \tau_{12}\mathrm{E} + \rho_{21}\rho_{23}e^{-\mathrm{i}2\beta}\mathrm{E_A}$$

$$E'' = \rho_{12}\mathrm{E} + \tau_{21}\rho_{23}e^{-\mathrm{i}2\beta}\mathrm{E_A}$$

$$\rho \equiv \frac{\mathrm{E}''}{\mathrm{E}} = \frac{\rho_{12} + \rho_{23}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}2\beta}}{1 + \rho_{12}\rho_{23}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}2\beta}} = \frac{\rho_{12} - \rho_{23}}{1 - \rho_{12}\rho_{23}}$$

$$\mathrm{R} = |\rho|^2$$

Os coeficientes de reflexão em amplitude calculam-se a partir de Fresnel, em incidência normal:

$$\begin{cases} \rho_{\parallel} = \frac{\mathrm{n}' - \mathrm{n}}{\mathrm{n}' + \mathrm{n}} \\ \\ \rho_{\perp} = -\rho_{\parallel} \end{cases}$$

No final do dia, não importa o sinal em Poynting final. $\mathrm{n}_1 = 1.0$, $\mathrm{n}_2 = 1.38$, $\mathrm{n}_3 = 1.562$; $\rho = 9.8777 \times 10^{-2}$, $\mathrm{R} = 0.98\,\%$.

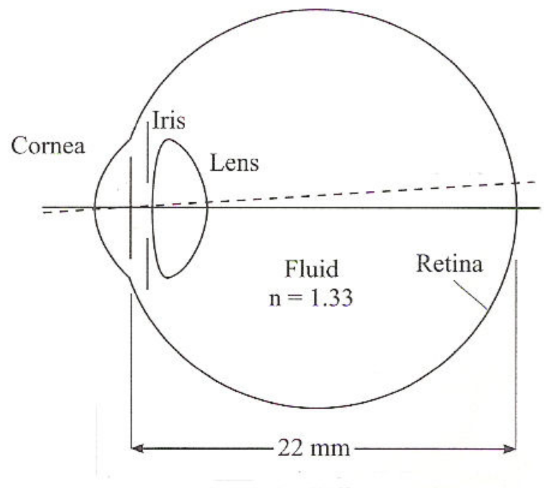
d) Múltiplas reflexões necessariamente melhor, porque mais realista. No entanto, não faz praticamente diferença. Porque as refletividades individuais em cada superficie são tão baixas que, na prática, as duas primeiras reflexões são determinantes (pode verificar isto calculando o peso relativo de cada reflexão; obviamente que isto não era pretendido no teste). Se for ver a um livro de texto o tratamento canónico de interferência de 2 feixes num filme dielétrico, o tratamento dá, R $= \cos^2(\delta/2) = \cos^2\beta$ ou $R = \sin^2(\delta/2) = \sin^2\beta$. Nesse tratamento canónico, está implicito na dedução, que a amplitude dos 2 feixes que interferem é igual, obtendo-se interferência completamente destrutiva neste caso (R $= 0$). Se o objetivo for interferometria, *contando franjas* (contexto em que é deduzida a *fórmula de interferência de 2 feixes*), não há prejuizo porque no caso da amplitude das duas reflexões não ser exactamente igual a interferência destrutiva não é completa, mas a *posição das franjas* não é alterada. Mas aqui, cujo objetivo é saber a refletância absoluta com antireflexo, R $= \cos^2(\delta/2) = \cos^2\beta$ ou $R = \sin^2(\delta/2) = \sin^2\beta$ não são aplicáveis (porque implicitamente assumem iguais amplitudes, na reflexão).

e) Pense: se tiver 400 nm, em vez de 550 nm, não vai a correr comprar uma objectiva com outra espessura de antireflexo. Aliás, a mesma objetiva tem de funcionar com radiação policromática cobrindo todo o visivel. Portanto, a espessura é a mesma. Com espessura otimizada para 550 nm, a este comprimento de onda a diferença de fase é exactamente π (e a refletância só não é exactamente zero porque as amplitudes não são exactamente iguais; veja a discussão na pág. 320, Klein & Furtak, Optics, 2nd.Ed., Wiley, 1986 (livro adotado)). Para 400 nm, a diferença de fase vai ser diferente de π, a interferência deixa de ser totalmente destrutiva e a refletância global é maior. Mesmo assim é bastante menor que se não tiver antireflexo.

Pode ver isto a acontecer na prática, fazendo um miniprograma matlab que calcule a refletância em função do comprimento de onda, e fazendo os gráficos (ver Fig. 5.42, pág. 321, Klein & Furtak, Optics, 2nd.Ed., Wiley, 1986 (livro adotado)).

4. Motivação: qual o tamanho da Lua, na sua retina ?; qual o tamanho máximo das células receptoras na retina, para conseguir resolver o padrão de difração ?; há alguma vantagem evolutiva em ter células receptoras com resolução abaixo do limite de difração ?

Forma uma imagem da Lua na sua retina. É um objecto muito, muito distante. É de noite e a sua iris tem uma abertura de 8 mm (diametro). Considere o maximo da sensibilidade do olho (510 nm; visão noturna). Use um modelo muito simples, uma abertura (iris, 20 mm à frente da retina), num meio de indice de refração médio 1.33, e difração no modelo de Kirchhoff-Fraunhofer.



a) Qual o tamanho do padrão de difração (diametro do disco de Airy) ? (2.5 V)

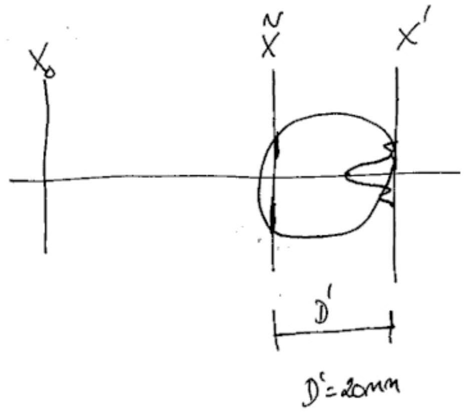
b) Qual o ângulo correspondente ao disco de Airy (a tracejado, na figura; o plano principal está a 22 mm da retina) ? (0.5 V)

Soluções

NOTA: Inspirado em problema 11, pág. 400, Klein & Furtak, Optics, 2nd.Ed., Wiley, 1986 (livro adotado).

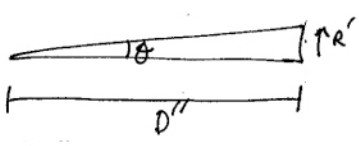
a) Kirchhoff-Fraunhofer, na notação de Klein & Furtak:.

$$\begin{cases} \frac{S'(\rho)}{S'(0)} = \left[\frac{J_1(2\pi\rho\tilde{r}_0)}{2\pi\rho\tilde{r}_0}\right]^2 \left[\frac{D'}{R'_0}\right]^2 \simeq \left[\frac{J_1(2\pi\rho\tilde{r}_0)}{2\pi\rho\tilde{r}_0}\right]^2 \\ \\ \rho = \frac{r'}{\lambda R'_0} \end{cases}$$



Bessel (1o. tipo, 1a. ordem): $J_1(u) = 0 \Rightarrow u = 3.83171$.

$$\begin{cases} 2\pi\rho\tilde{r}_0 = 3.83171 \\ D' = 20\,\text{mm} \\ \tilde{r}_0 = 4\,\text{mm} \\ \lambda_0 = 510\,\text{nm} \\ n = 1.33 \\ \rho = \frac{r'}{\lambda R'_0} \end{cases} \quad \begin{cases} \rho = 1.52459 \times 10^2\,\text{m} \\ \\ \lambda = 383.5\,\text{nm} \\ \\ r' = 1.17\,\mu\text{m} \end{cases}$$



Diametro de Airy: 2r$'$. Se bem me recordo, a distância entre células recetoras na favoa (zona de maior densidade; onde os olhos estão constantemente a focar), é apenas ligeiramente menor que o tamanho de Airy (melhor relação dispendio de energia/beneficio, do ponto de vista evolutivo).

b)

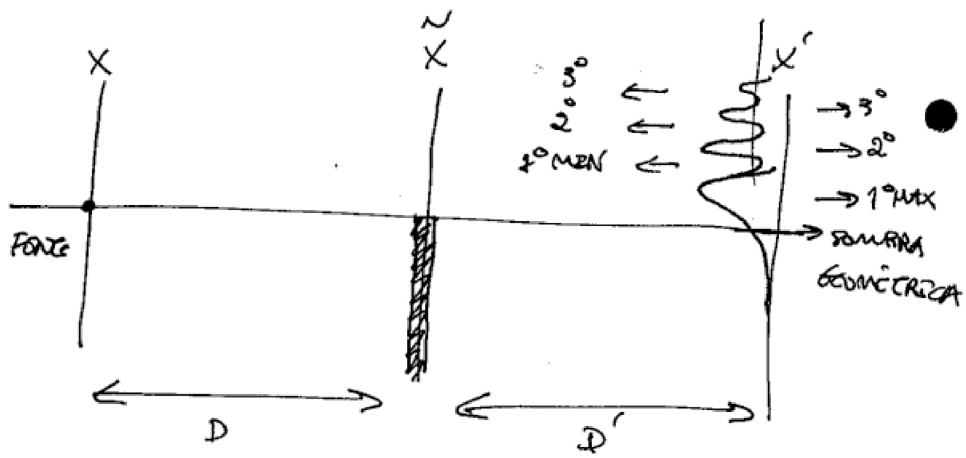
$$\begin{cases} \tan\theta = \frac{\mathrm{r}'}{\mathrm{D}''} \\ \\ \mathrm{r}' = 1.17\,\mu\mathrm{m} \\ \\ \mathrm{D}'' = 22\,\mathrm{mm} \end{cases}$$

$$\theta = 3.05 \times 10^{-3\text{º}} = 53.1 \ \mathrm{mrad}$$

5. Considere difração de Fresnel, por um plano horizontal, da radiação de uma fonte pontual.
a) Faça um esquema da situação fisica, indicando a localização da fonte, obstáculo, plano de observação e sombra geométrica. Assinale de forma qualitativa apenas a localização dos 1os. 3 máximos e minimos.(1 V)
b) Use a espiral de Cornu para estimar a intensidade relativa dos 3 1os. máximos. (2.5 V)

Soluções

NOTA: Inspirado em problema 11, pág. 501, Klein & Furtak, Optics, 2nd.Ed., Wiley, 1986 (livro adotado).



1) $\dfrac{S'(P')}{S'_{ls}(P')} = \dfrac{|I_x|^2 |I_y|^2}{4} \xrightarrow{1D} \boxed{\dfrac{S'(P')}{S'_{ls}(P')} = \dfrac{|I_x|^2}{2}}$

apenas abertura
em x

$$\begin{cases} x_\ell' = \dfrac{D+D'}{D}\tilde{x}_\ell \longleftarrow x_0 = 0 \\ F = \left[\dfrac{\lambda D'(D+D')}{2D}\right]^{1/2} \\ \eta_x = \dfrac{x_\ell' - x'}{F} \quad \text{para cada } x' \end{cases}$$

$$I_x = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\Sigma}_x(\eta_x) e^{-i\frac{\pi}{2}\eta_x^2} d\eta_x = \int_{\eta_1}^{\eta_2} e^{-i\frac{\pi}{2}\eta_x^2} d\eta_x = I(\eta_2) - I(\eta_1)$$

$$\boxed{I(\eta) = \int_0^{\eta} e^{-i\frac{\pi}{2}\eta^2} d\eta}$$

$$I(\eta) = \mathcal{C}(\eta) + i\,\mathcal{S}(\eta)$$

$\therefore$

$\tilde{X} \nearrow \tilde{x}_{\ell_2} = +\infty$, $\tilde{X} \searrow \tilde{x}_{\ell_1} = 0$

$\eta_x = \dfrac{x_\ell' - x'}{F}$ $\nearrow \eta_{\ell_2} = +\infty$, $\searrow \eta_{x_1} = -\dfrac{x'}{F}$

MAX	A	B
#1	1.37	1
2	1.19	0.9331
3	1.14	0.9134

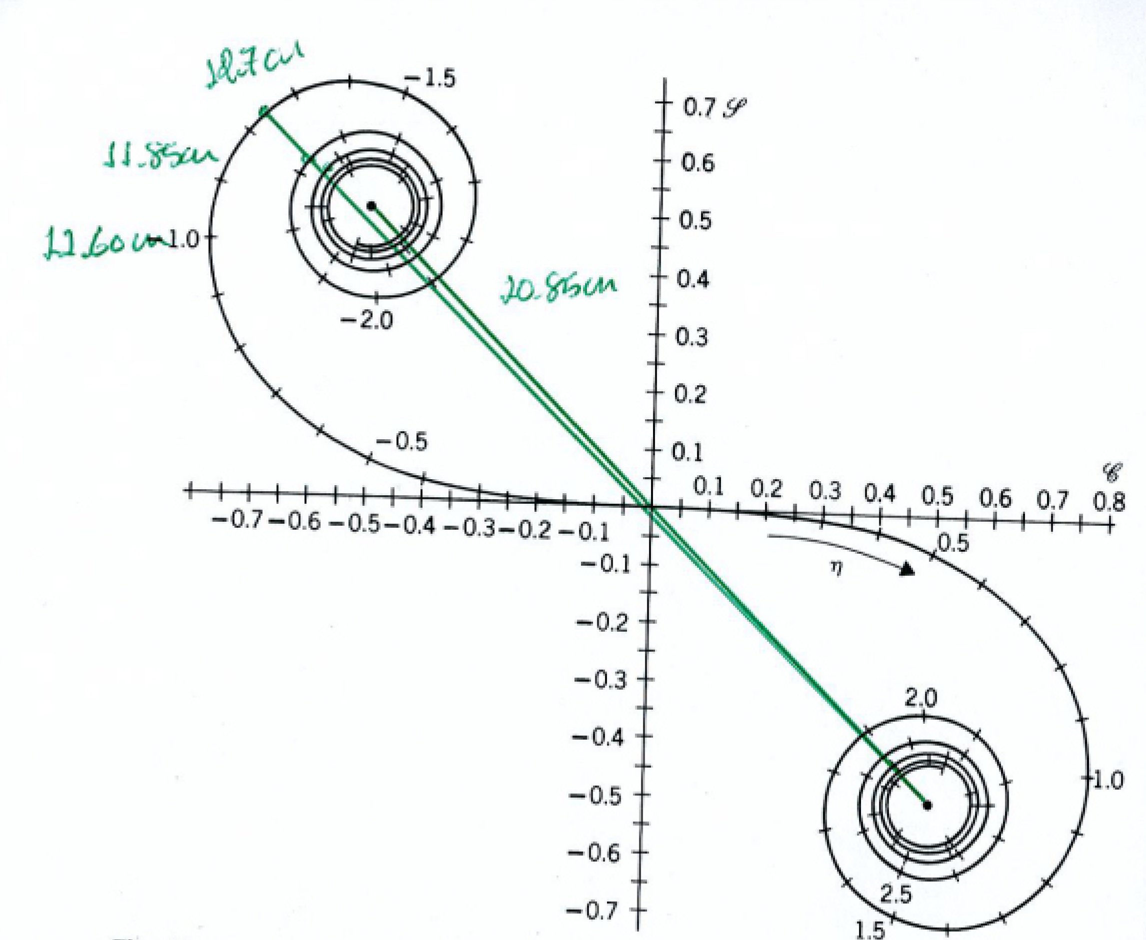


Fig. 7.11 Cornu spiral.