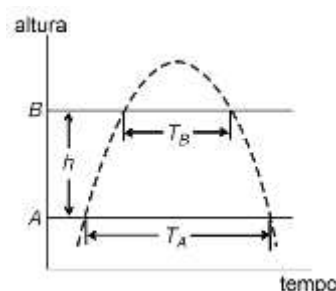


Justifique cuidadosamente as suas respostas

1. (1.0 val.) Um corpo é lançado na vertical, para cima e mede-se a distância (h) entre dois pontos A e B do percurso. Mede-se ainda o tempo que o corpo demora a ir do ponto A, quando segue no sentido ascendente, até voltar a passar pelo mesmo ponto, mas no sentido descendente (T_A). De forma análoga, mede-se T_B como o tempo correspondente a passar pelo ponto B nos dois sentidos. A figura mostra estes intervalos de tempo num gráfico.



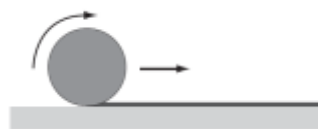
Admitindo que a aceleração da gravidade (g) é constante, encontre uma expressão que permita calcular g a partir de h , T_A e T_B .

2. (1.0 val.) Um foguete espacial com motor de propulsão encontra-se no espaço livre, numa região em que é desprezável qualquer interação gravitacional. Inicialmente o foguete está em repouso e tem massa total M_0 . O foguete é posto em movimento ejetando gases para o exterior com velocidade constante \vec{u} (em relação ao foguete). Mostre que a velocidade do foguete quando a sua massa total tiver diminuído para o valor M é dada por $\vec{v} = -\vec{u} \ln \left(\frac{M_0}{M} \right)$.

3. (1.5 val.) Um rolo de papel (que pode ser considerado um cilindro homogêneo) é colocado parcialmente desenrolado numa superfície horizontal, como se ilustra na figura. Inicialmente o cilindro tem raio a . Fornece-se ao rolo de papel uma velocidade inicial horizontal v , de maneira que o papel estendido começa a enrolar-se (note que neste processo de enrolamento o raio do rolo aumenta). Considere que não há escorregamento e despreze qualquer efeito de dissipação de energia.

a) Determine a velocidade do rolo para o instante em que o raio aumentou para o valor b , expressa em função de a , b e g (aceleração da gravidade).

b) Determine o raio do rolo quando este parar. Exprima o resultado em função de a , v e g .



4. (1.0 val.) Um aro de massa M e raio R , assente horizontalmente sobre uma mesa, sem atrito, está agarrado à mesa apenas através de um ponto (ponto de fixação Q), em torno do qual pode rodar. Um pequeno inseto de massa m caminha ao longo da parte interna do aro com velocidade constante v , partindo junto do ponto Q . Determine a velocidade angular do aro no instante em que o inseto tiver percorrido meio aro, expressa em função de M , m , R e v .



5. (1.5 val.) Considere um foguete espacial de massa M .

a) Inicialmente o foguete encontra-se numa órbita elítica em volta da Terra. Pretende-se colocá-lo numa trajetória que lhe permita escapar da atração gravitacional terrestre acionando brevemente os motores que lhe provocam uma alteração de velocidade Δv . Em que ponto da órbita e em que direção deve ocorrer esta mudança de velocidade com o mínimo valor de Δv ?

b) Depois de abandonar a órbita, o foguete segue em linha reta com velocidade constante V e choca frontalmente com um pequeno corpo de massa m , em repouso, que fica incrustado na fuselagem após o choque. Determine a velocidade do foguete depois da colisão e a energia dissipada no choque, expressas em função de M , m e V .

6. (2.0 val.) Um oscilador, constituído por uma partícula de massa 0.5 kg ligada a uma mola elástica, tem um movimento que satisfaz a equação

$$\ddot{x} + 4x = 0$$

a) Para iniciar o movimento a partícula é afastada da posição de equilíbrio da posição $x = \sqrt{3}$ e depois é largada.

a.1) Qual é a frequência angular do oscilador?

a.2) Qual é a energia do oscilador?

a.3) Qual é a velocidade máxima do oscilador?

b) Suponha agora que este oscilador passa a estar criticamente amortecido submetido a uma força de amortecimento $F_a = -4v$, onde a velocidade v está expressa em m/s e F_a está expressa em N.

b.1) Escreva a nova equação diferencial do movimento.

b.2) Sabendo que em $t=0$ o oscilador está na posição de equilíbrio e sofre um impulso, determine quanto tempo decorre até que atinja a posição de máximo afastamento em relação à posição inicial.

FIM