Exercícios de Física Computacional

Escola de Ciências da Universidade do Minho

Física e Engenharia Física

ano letivo 2020/2021, 1º semestre

Folha 8

1. Na aula teórica vimos como resolver a equação de Laplace usando o método das diferenças finitas. Como se poderia generalizar a resolução desta equação para 3 dimensões?

2. Considere o problema de lançamento vertical de um projéctil, em que uma bola de massa $m = 1\,\text{kg}$ é lançada a partir de $y = 0$ e volta a estar em $y = 0$ dez segundos depois. Este problema pode ser resolvido através do método de Runge–Kutta combinado com o método dos disparos, uma vez que não temos a velocidade inicial do projétil. A alternativa proposta neste exercício é o uso do método do relaxamento.

   Ignorando quaisquer forças dissipativas, a trajetória será solução da seguinte equação diferencial:

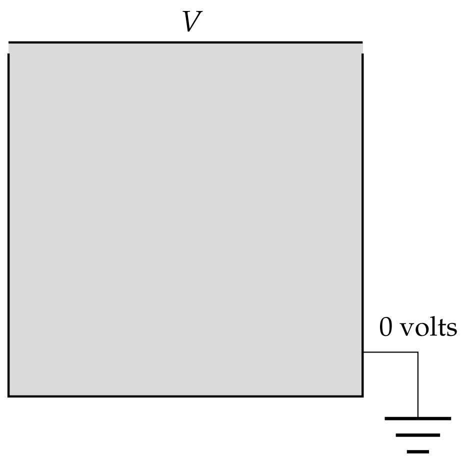
$$\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} = -g,$$

   onde g é a constante de aceleração gravítica.

   (a) Considere a aproximação de diferenças finitas e obtenha a equação necessária para resolver este problema com o método da relaxação usando um espaçamento temporal de h.

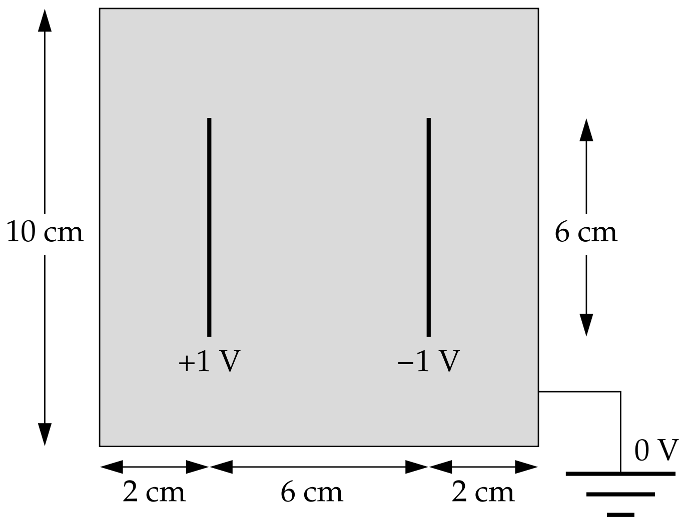
   (b) Considerando as condições fronteira de $x = 0$ para $t = 0$ e $t = 10$, escreva uma programa para obter a altura da bola em função do tempo usando o método da relaxação.

3. Use o método de Gauss-Seidel com sobre-relaxação para resolver a equação de Laplace para o problema bi-dimensional representado na figura seguinte:



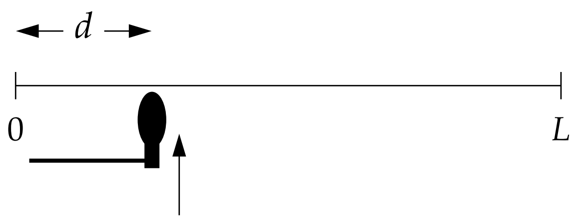
Considere que o quadrado tem um lado 1 m e que $V = 1$ V. Use uma grelha com espaçamento de 1 cm, continuando a iteração até que o valor do potencial elétrico não varie mais do que 10^{-6} V em qualquer ponto da grelha e represente os resultados obtidos num gráfico de densidade. Experimente diversos valores de ω, avaliando o efeito na velocidade de execução do programa.

4. Considere o seguinte modelo bidimensional de um condensador eletrónico, correspondendo a dois filamentos finos de metal dentro de uma caixa de metal:



Escreva um programa *python* que calcule o potencial eletrostático na caixa, considerando uma grelha com 100×100 pontos, onde as paredes da caixa estão ligadas à terra e os dois filamentos, de espessura desprezável, têm potenciais fixos a ± 1 V, como representado na figura. Deverá obter uma precisão de 10^{-6} V em cada ponto e representar os resultados num gráfico de densidade.

5. Considere uma corda de piano, de comprimento L, inicialmente em repouso. No instante inicial, $t = 0$, a corda é batida por um martelo de piano a uma distância d do início da corda:



A corda vibra em todos os pontos, exceto nas suas extremidades, $x = 0$ e $x = L$, onde está fixa.

Escreva um programa para resolver o sistema de equações simultâneas de primeira ordem:

$$\begin{cases} \phi(x,t+h) = \phi(x,t) + h\phi(x,t) \\ \psi(x,t+h) = \psi(x,t) + h\frac{v^2}{a^2}[\phi(x+a,t) + \phi(x-a,t) - 2\phi(x,t)] \end{cases}$$

para $v = 100\,\mathrm{ms}^{-1}$, tendo como condição inicial $\phi(x) = 0$ em todo o domínio de x, mas com velocidade $\psi(x)$ não zero e dada por:

$$\psi(x) = C\frac{x(L-x)}{L^2}\exp\left[-\frac{(x-d)^2}{2\sigma^2}\right],$$

onde $L = 1\,\mathrm{m}$, $d = 10\,\mathrm{cm}$, $C = 1\,\mathrm{ms}^{-1}$, e $\sigma = 0.3\,\mathrm{m}$. Considere $h = 10^{-6}\,\mathrm{s}$.