02/03/2021	T1 - ANÁLISE DE CIRCUITOS CORRENTE CONTÍNUA	

VALORES TEÓRICOS → MÉTODO DE TENSÃO NOS NÓS

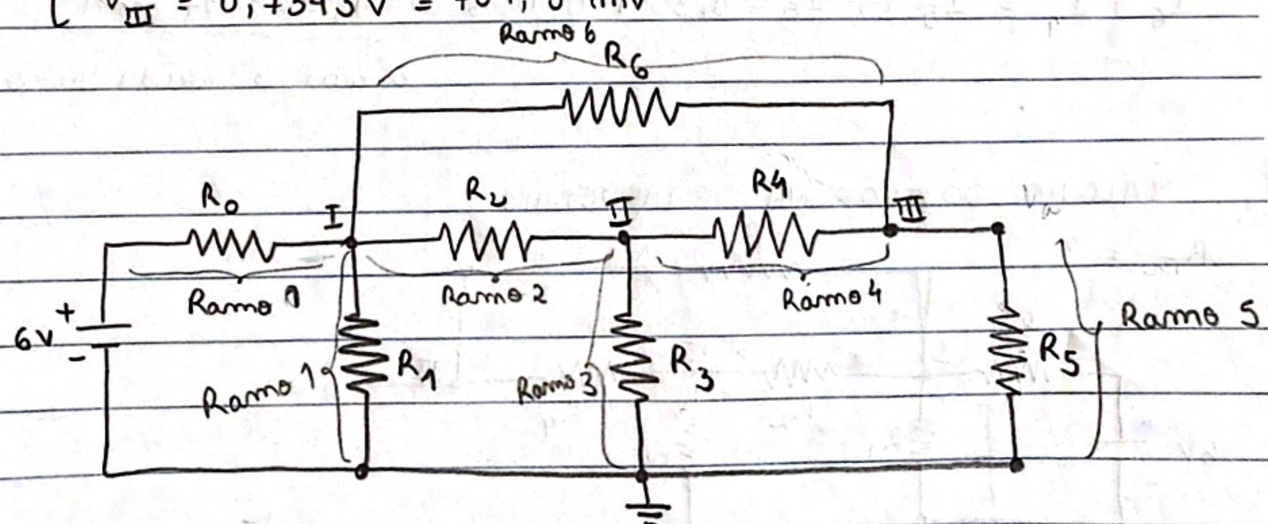
$V_{I} = ?$ $V_{II} = ?$ $V_{III} = ?$

$$\begin{cases} \overbrace{\dfrac{6-V_I}{R_0}}^{I_0} = \dfrac{V_I}{R_1} + \dfrac{V_1 - V_{II}}{R_2} + \dfrac{V_I - V_{III}}{R_6} \\ \dfrac{V_I - V_{II}}{R_2} = \dfrac{V_{II}}{R_3} + \dfrac{V_{II} - V_{III}}{R_4} \\ \dfrac{V_{II} - V_{III}}{R_4} + \dfrac{V_I - V_{III}}{R_6} = \dfrac{V_{III}}{R_5} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{6-V_I}{510} = \dfrac{V_I}{1\times10^3} + \dfrac{V_I - V_{II}}{6,8\times10^3} + \dfrac{V_I - V_{III}}{10\times10^3} \\ \dfrac{V_I - V_{II}}{6,8\times10^3} = \dfrac{V_{II}}{3,3\times10^3} + \dfrac{V_{II} - V_{III}}{5,1\times10^3} \\ \dfrac{V_{II} - V_{III}}{5,1\times10^3} + \dfrac{V_I - V_{III}}{10\times10^3} = \dfrac{V_{III}}{2\times10^3} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -0,003208\,V_I + 0,0001471\,V_{II} + 0,0001\,V_{III} = -0,011765 \\ 0,0001471\,V_I - 0,0006462\,V_{II} + 0,0001961\,V_{III} = 0 \\ 0,0001\,V_I + 0,0001961\,V_{II} - 0,0007961\,V_{III} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} V_I = 3,74\text{ V} \\ V_{II} = 1,07\text{ V} \\ V_{III} = 0,7343\text{ V} = 734,3\text{ mV} \end{cases}$$



Ramo 0 $\longrightarrow I_0 = \dfrac{6 - V_I}{R_0} = \dfrac{6 - 3{,}74}{510} = 4{,}43 \text{ mA}$

Ramo 1 $\longrightarrow I_1 = \dfrac{V_I}{R_1} = \dfrac{3{,}74}{1\times10^3} = 3{,}74 \text{ mA}$

Ramo 2 $\longrightarrow I_2 = \dfrac{V_I - V_{II}}{R_2} = \dfrac{3{,}74 - 1{,}07}{6{,}8\times10^3} = 0{,}39 \text{ mA}$

Ramo 3 $\longrightarrow I_3 = \dfrac{V_{II}}{R_3} = \dfrac{1{,}07}{3{,}3\times10^3} = 0{,}32 \text{ mA}$

Ramo 4 $\longrightarrow I_4 = \dfrac{V_{II} - V_{III}}{R_4} = \dfrac{1{,}07 - 0{,}7343}{5{,}1\times10^3} = 0{,}066 \text{ mA}$

Ramo 5 $\longrightarrow I_5 = \dfrac{V_{III}}{R_5} = \dfrac{0{,}7343}{2\times10^3} = 0{,}37 \text{ mA}$

Ramo 6 $\longrightarrow I_6 = \dfrac{V_I - V_{III}}{R_6} = \dfrac{3{,}74 - 0{,}7343}{10\times10^3} = 0{,}30 \text{ mA}$

Verificando a lei dos nós em cada nó do circuito:

- NÓ I:

$I_0 = I_1 + I_2 + I_6 \Leftrightarrow I_0 = 3{,}74 + 0{,}39 + 0{,}30 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \underbrace{I_0 = 4{,}43 \text{ mA}}_{\text{o que é verdadeiro !!}}$

- NÓ II:

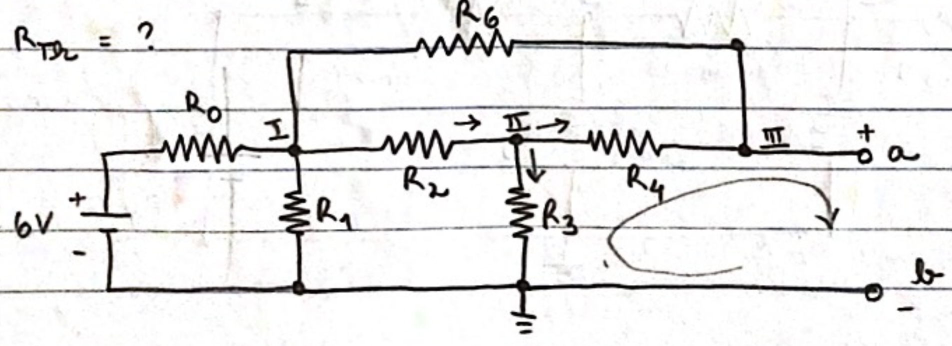
$I_2 = I_3 + I_4 \Leftrightarrow I_2 = 0{,}32 + 0{,}066 \Leftrightarrow \underbrace{I_2 \simeq 0{,}39 \text{ mA}}_{\text{o que é verdadeiro !!}}$

- NÓ III:

$I_6 + I_4 = I_5 \Leftrightarrow I_5 = 0{,}30 + 0{,}066 \Leftrightarrow \underbrace{I_5 \simeq 0{,}37 \text{ mA}}_{\text{o que é verdadeiro !!}}$

CÁLCULO DO TEOREMA DE THEVENIN

$R_{Th} = ?$

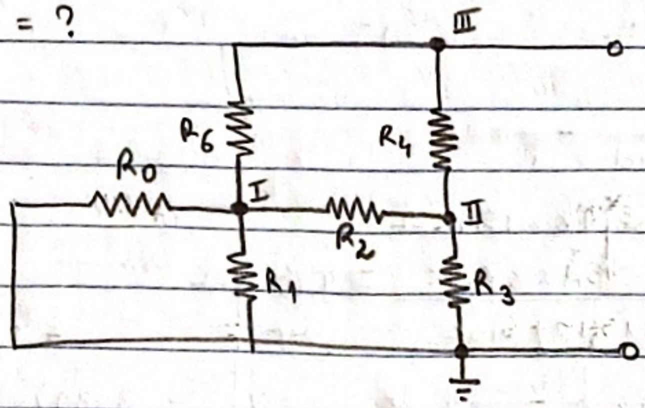


$E_{Th} = V_{ab}$

↓

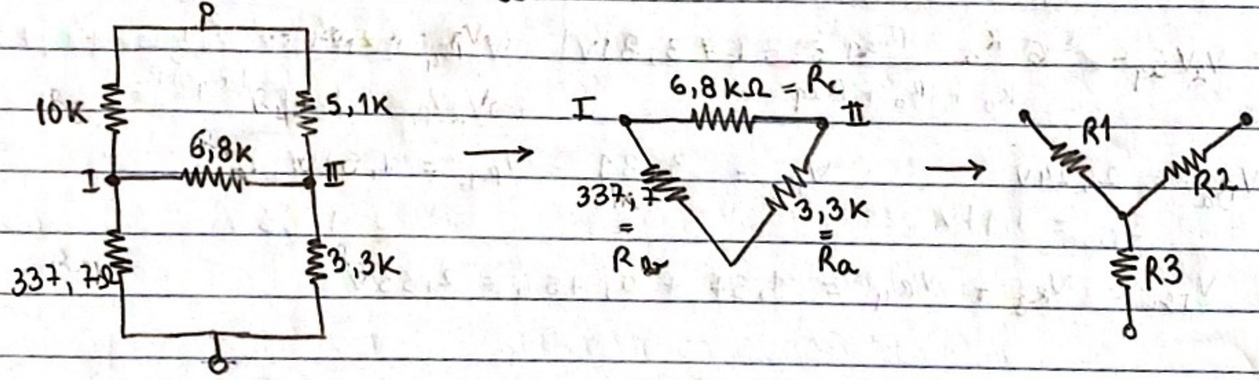
Ver na página a seguir !!

$R_{Th} = ?$



$$R_0 \,/\!/\, R_1 = \frac{R_0 R_1}{R_0 + R_1} = \frac{510 \times 1 \times 10^3}{510 + 1 \times 10^3} = 337,7\ \Omega$$

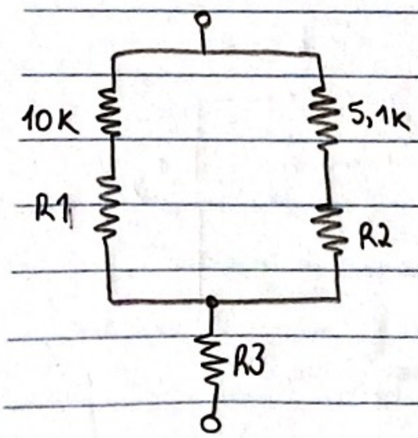
Passamos a ter o circuito:



$$R1 = \frac{R_b\, R_c}{R_a + R_b + R_c} = \frac{337,7 \times 6,8k}{3,3k + 337,7 + 6,8k} = 220,01\ \Omega$$

$$R2 = \frac{R_a\, R_c}{R_a + R_b + R_c} = \frac{3,3k \times 6,8k}{3,3k + 337,7 + 6,8k} = 2149,899\ \Omega$$

$$R3 = \frac{R_a\, R_b}{R_a + R_b + R_c} = \frac{3,3K \times 337,7}{3,3k + 337,7 + 6,8k} = 106,768\ \Omega$$

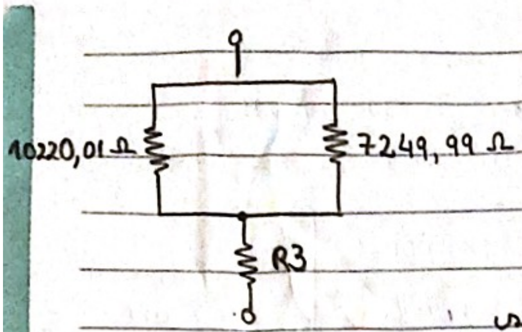


No lado esquerdo:

$10K + R1 = 10K + 220,01\ \Omega = 10220,01\ \Omega$

No lado direito:

$5,1K + R2 = 5,1K + 2149,899\ \Omega = 7249,899\ \Omega$



Os que então em paralelo ficam:

$$\frac{10220{,}01 \times 7249{,}99}{10220{,}01 + 7249{,}99} = 4241{,}24\ \Omega$$

Logo, o equivalente de Thevenin será: $R_{Th} = R3 + 4241{,}24\ \Omega =$
$= 106{,}768 + 4241{,}24 =$
$= 4{,}35\ k\Omega$

$E_{Th} = ?? = V_{ab}$

$R_a = R_6 + R_4 = 10k + 5{,}1k = 15{,}1k\ \Omega$

$R_b = R_a \,//\, R_2 = \frac{15{,}1K \times 6{,}8K}{15{,}1K + 6{,}8K} = 4{,}69\ k\Omega$

$R_c = R_b + R_3 = 7{,}99\ k\Omega$ $\quad V_{R_c} = 3{,}81V$

$R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_c}{R_1 + R_c} = 0{,}89\ k\Omega$ $\quad V_{R_b} = 3{,}81 \times \frac{R_b}{R_b + R_3} = 2{,}24V$

$V_{eq} = 6 \times \frac{R_{eq}}{R_0 + R_{eq}} = 3{,}81V$ $\quad V_{R_4} = 2{,}24 \times \frac{R_4}{R_4 + R_6} = 0{,}756V$

$V_{R_a} = 2{,}24V$ $\quad V_{R_3} = 3{,}81 - V_{R_b} = 1{,}57V$

$V_{Th} = V_{R_3} + V_{R_4} = 1{,}57 + 0{,}756 = 2{,}33V$

$P_{máx} = \frac{V_{Th}^2}{4 R_{Th}} = \frac{2{,}33^2}{4 \times 4{,}35 \times 10^3} = 0{,}312\ mW$

MATRIZES DA ANÁLISE NODAL

$$\begin{cases} I_0 = I_2 + I_1 + I_6 \\ I_2 = I_3 + I_4 \\ I_5 = I_4 + I_6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} I_0 = \frac{V_I}{R_1} + \frac{V_I - V_{II}}{R_2} + \frac{V_I - V_{III}}{R_6} \\ I_2 = \frac{V_{II}}{R_3} + \frac{V_{II} - V_{III}}{R_4} \\ I_5 = \frac{V_{II} - V_{III}}{R_4} + \frac{V_I - V_{III}}{R_6} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_6} & -\frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_6} \\ 0 & \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} & -\frac{1}{R_4} \\ \frac{1}{R_6} & \frac{1}{R_4} & -\frac{1}{R_4} - \frac{1}{R_6} \end{bmatrix}}_{\text{Matriz de admitância}} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_0 \\ I_2 \\ I_5 \end{bmatrix}$$

Matriz de admitância:

$$\begin{bmatrix} 0,00125 & -0,000147 & -0,0001 \\ 0 & 0,000499 & -0,000196 \\ 0,0001 & 0,000196 & -0,000296 \end{bmatrix}$$

Matriz de impedância:

$$\begin{bmatrix} 848,91 & 490,23 & -611,41 \\ 152,25 & 2796,36 & -1903,08 \\ 387,61 & 2017,26 & -4845,08 \end{bmatrix}$$

MATRIZES DA REDE DA FIGURA 3

- Matriz da impedância

$I_1 = 1\,mA$ $\xrightarrow{\text{a tina dá}}$ $V_1 = 1,35V$ $V_2 = 165,67\,mV$

valor que é introduzimos

$$Z_{11} = \frac{1,35}{1m} = 1,35\,k\Omega \qquad Z_{21} = \frac{165,67m}{1m} = 165,67\,\Omega$$

$I_2 = 1\,mA$ $\xrightarrow{\text{a tina dá}}$ $V_1 = 165,67\,mV$ $V_2 = 1,39V$

$$Z_{12} = \frac{V_1}{I_2} = 165,67\,\Omega \qquad Z_{22} = \frac{V_2}{I_2} = 1,39\,k\Omega$$

Matriz de impedância $\rightarrow \begin{bmatrix} 1350 & 165,67 \\ 165,67 & 1390 \end{bmatrix}$

• Matriz da admitância

→ Fazendo pela inversa da anterior:

$$\begin{bmatrix} 0,00075174 & -0,000089597 \\ -0,000089597 & 0,00073010 \end{bmatrix}$$

→ Fazendo o processo:

$V_1 = 5V$ $\xrightarrow{\text{a stima dá}}$ $I_1 = 3,75\ mA$ $I_2 = -446,67\ \mu A$

valor que é introduzido

$$Y_{11} = \frac{I_1}{V_1} = \frac{3,75\,m}{5} = 750\ \mu\ \Omega^{-1} \qquad Y_{21} = \frac{I_2}{V_1} = -89,3\ \mu\ \Omega^{-1}$$

$V_2 = 5V$ $\xrightarrow{\text{a stima dá}}$ $I_1 = -446,67\ \mu A$ $I_2 = 3,65\ mA$

$$Y_{12} = \frac{I_1}{V_2} = \frac{-446,67\,\mu}{5} = -89,3\ \mu\ \Omega^{-1}$$

$$Y_{22} = \frac{I_2}{V_2} = \frac{3,65\,m}{5} = 730\ \mu\ \Omega^{-1}$$

Matriz de admitância $\longrightarrow \begin{bmatrix} 750\,\mu & -89,3\,\mu \\ -89,3\,\mu & 730\,\mu \end{bmatrix}$