

Exame de Física do Estado Sólido – Época de recurso (14-02-2012)

Licenciatura em Física

NOME: _____ Nº _____

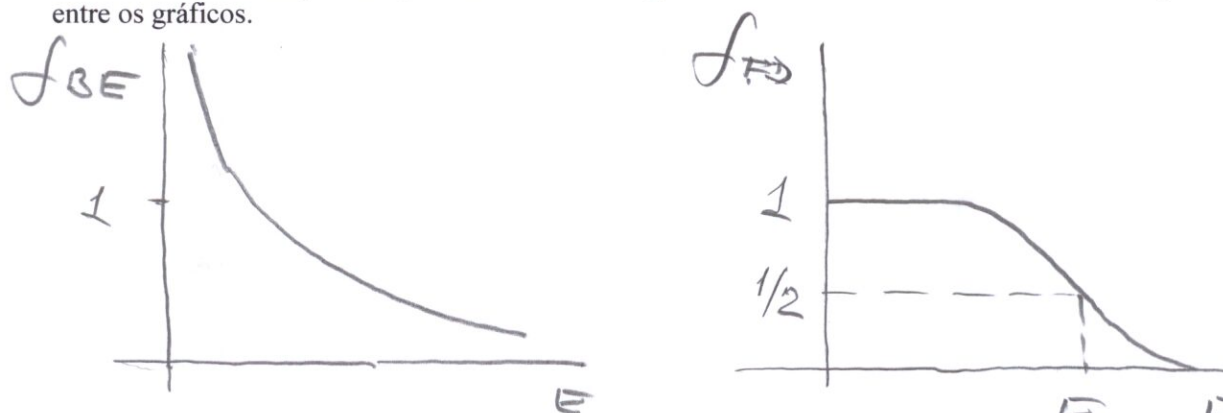
Duração: 2h 30m

Responda sucintamente às 5 questões (2 valores por cada) e resolva os 3 problemas.

Questão 1. Liste os principais tipos de ligação química nos sólidos cristalinos por ordem decrescente os valores típicos da energia de coesão por átomo para cada um deles. Para cada tipo dê exemplos de substâncias.

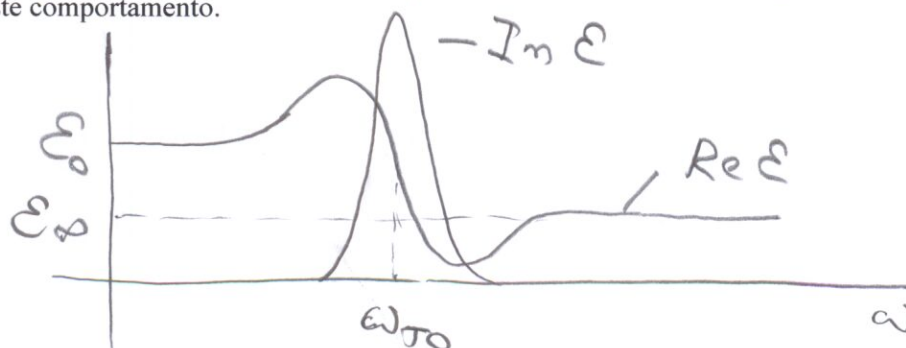
1. Iónica (NaCl, CsCl), 3-5 eV por ião;
2. Covalente (C, Si, GaAs), 5-7 eV por átomo;
3. Metálica (K, Na, Au, Cu...), 1-2 eV por átomo;
4. Molecular [tipo van der Waals] (Ne, Ar,..., açúcar,...) ~ 0.1 eV por átomo ou molécula

Questão 2. Trace uns gráficos qualitativos para as funções de Bose-Einstein (fonões acústicos) e de Fermi-Dirac (electrões na banda de condução dum metal) para uma temperatura finita. Em ambos os casos coloque a origem do eixo das energias no fundo da banda. Comente a diferença entre os gráficos.



A condensação de bósons no estado $E=0$ é possível, enquanto que um estado electrónico pode ter apenas $n=0$.

Questão 3. Trace um gráfico qualitativo para as partes real e imaginária da constante dielétrica dum cristal iónico em função da frequência. Comente a forma do gráfico e a natureza física deste comportamento.



Num sólido iónico, as vibrações da rede cristalina podem entrar em ressonância com uma onda electromagnética externa se a frequência desta onda coincidir com ω_0 , a frequência dos fonões ópticos transversais (TO). Para $\omega < \omega_0$, a constante dielétrica do cristal (ϵ) é maior porque os íons a vibrar produzem um blindagem do campo externo.

Questão 4. Responda sucintamente:

- a) Porque os metais reflectem completamente a luz visível e são transparentes para a radiação ultravioleta?

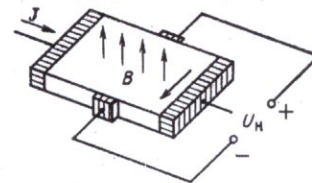
Porque o campo electromagnético (EM) externo produz oscilações da densidade de electrões livres (oscilações do plasma) que resultam numa blindagem deste campo no interior do metal. A sua constante dieléctrica, $\epsilon = 1 - (\omega/\omega_p)^2$, é negativa para as frequências do campo $\omega < \omega_p$ (ω_p é a frequência de plasma). Às frequências $\omega > \omega_p$, o plasma dos electrões livres já não conseguem acompanhar as oscilações rápidas do campo EM.

- b) Porque os dieléctricos reflectem parcialmente a luz visível mas praticamente não a absorvem?

Porque nos dieléctricos a energia do *gap* é superior à de um fotão da luz visível, $E_g > \hbar\omega$, então a absorção de um fotão não é possível. No entanto, a polarização (electrónica) dos átomos que constituem o dieléctrico fazem com que haja uma blindagem do campo EM externo, ou seja, a constante dieléctrica $\epsilon > 1$. Assim, de acordo com a lei de Fresnel, há reflexão da radiação EM.

Questão 5. A figura ao lado apresenta um esquema simples para a medição do efeito Hall.

- a) Na situação mostrada na figura, determine o sinal da carga das partículas que transportam corrente neste material.

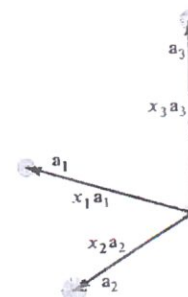


Suponhamos que são umas cargas positivas. O sentido do seu movimento coincide com o sentido da corrente eléctrica (indicado no desenho). A força de Lorentz seria dirigida como se mostra no desenho. Assim, a face lateral da amostra, mais próxima de nos receberia cargas positivas adicionais e teria um potencial positivo, ao contrário do indicado no desenho. Então, a corrente é transportada pelas cargas negativas.

- b) A resistência da amostra varia em função do campo magnético aplicado? Como e porque?

A resistência da amostra normalmente aumenta com aumento do campo magnético aplicado porque o percurso dos portadores de carga entre um eléctrodo e o outro é mais longo (a trajectória é encurvada pelo campo magnético). Assim, a probabilidade de difusão dos portadores de carga é maior e a resistência aumenta. O fenómeno é chamado magnetoresistência.

Problema 1 (3v). A figura ao lado apresenta um plano cristalino numa rede cúbica. Os segmentos designados na figura são: $x_1=6$, $x_2=4$, $x_3=4$ (em unidades da constante da rede).



- a) Quais são os índices de Miller deste plano?

Os índices de Miller são os números inteiros, primos entre si, inversamente proporcionais aos $x_{1,2,3}$, i.e. (2,3,3).

- b) Qual é a distância entre os planos paralelos mais próximos desta família se a constante da rede é 3.5 \AA ?

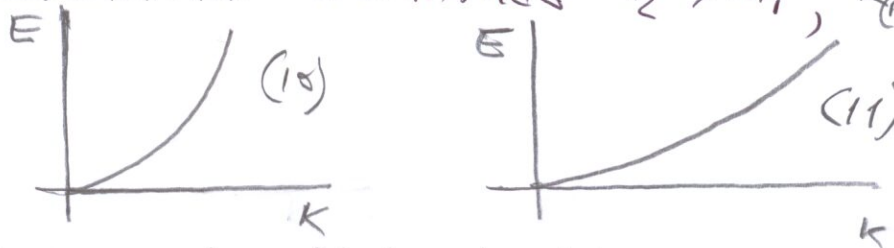
A distância entre os planos equivalentes é dada por $d_{hkl} = a / \sqrt{h^2 + k^2 + l^2} = 0.75 \text{ \AA}$.

- c) Calcule o ângulo de Bragg (θ) para o primeiro máximo de difracção de raios X para esta família de planos cristalinos se na experiência é usada uma fonte Cu K- α (comprimento de onda 1.540 Å)?
 Este planos não vão contribuir para um difractograma medido usando uma fonte Cu K- α porque $2d/\lambda > 1$ e a condição de Bragg não pode ser obedecida.

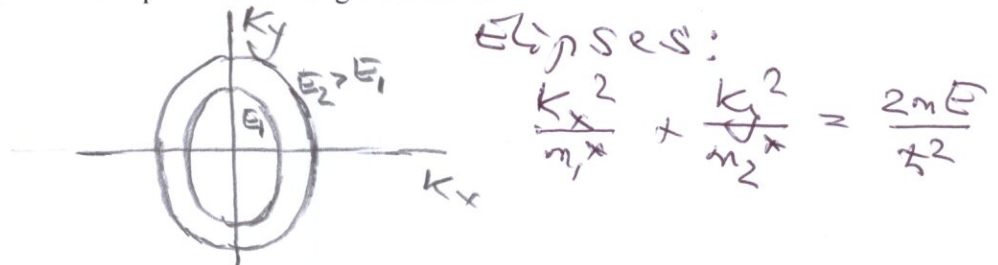
Problema 2 (3v). Considere uma banda electrónica num cristal bidimensional, em que a energia em função do vector de onda é dada por:

$$E(\vec{k}) = E_0 + \hbar^2 \left(\frac{k_x^2}{2m_1^*} + \frac{k_y^2}{2m_2^*} \right); \quad m_1^*, m_2^* > 0.$$

- a) Trace um gráfico qualitativo de $E(\vec{k})$ para o vector de onda dirigido ao longo das direcções (1,0) e (1,1). Admitindo $m_2^* > m_1^*$, $\vec{k}_{(11)} = \frac{k}{\sqrt{2}}(1,1)$,



- b) Faça um esquema das superfícies de energia constante.



- c) Calcule a densidade de estados electrónicos em função da energia admitindo que $m_1^* = m_2^*$ e trace um gráfico qualitativo.

$$g(E) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{\text{ANEL}} d\vec{k} = \frac{1}{(2\pi)^2} \oint_{E(\vec{k})=E} \frac{d\ell_{\vec{k}}}{|\nabla_{\vec{k}} E|}$$

$$|\nabla_{\vec{k}} E| = \frac{k^2}{m^*} k; \quad g(E) = \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{2\pi k}{\hbar k/m^*};$$

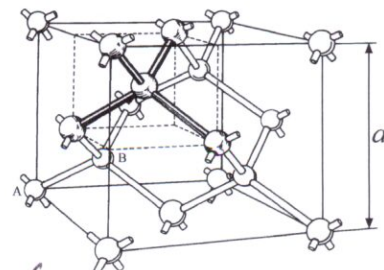
$$g(E) = \frac{m^*}{2\pi \hbar^2}. \quad \text{Levando em conta o spin, } g(E) \times 2.$$

Problema 3 (4v). O silício tem a rede cristalina do diamante que está apresentada na figura ao lado, com $a = 0.543$ nm.

- a) Calcule o número de átomos e o número de células unitárias por cm^3 neste cristal.

O número de átomos é

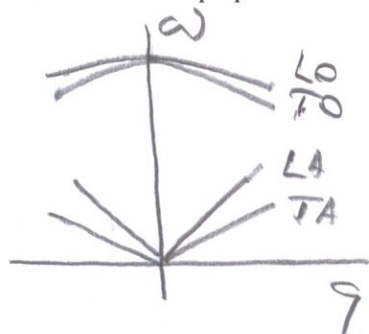
$$N_{\text{at}} = \frac{8}{93} = 5 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$$



ESTA REDE DO DIAMANTE NÃO É UMA REDE DE BRAVAIS, CONTÉM 8 ÁTOMOS POR CÉLULA UNITÁRIA CONVENCIONAL (O CUBO MAIOR NA FIGURA):

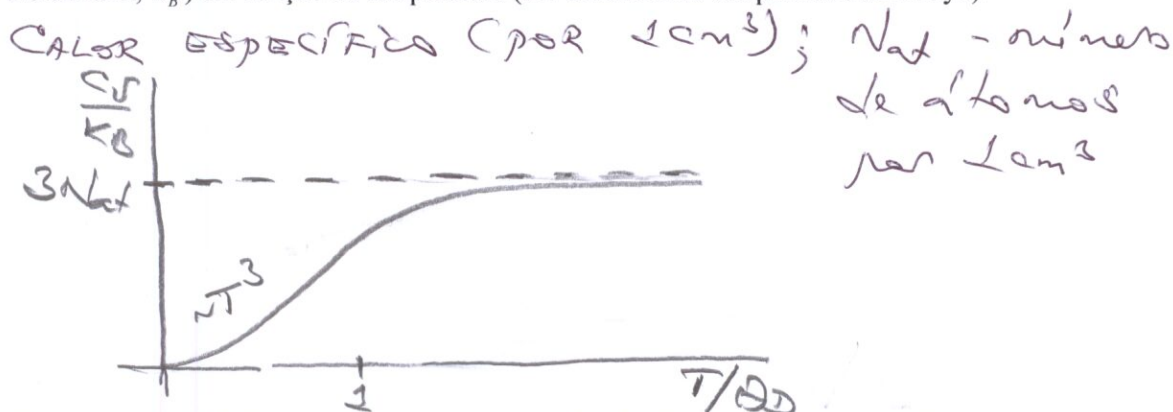
$$N_{\text{cel}} = \frac{N_{\text{at}}}{8} = 6.3 \cdot 10^{21} \text{ cm}^{-3}.$$

- b) Faça um gráfico qualitativo do espectro de vibrações da rede do diamante, $\omega(q)$, para os vectores de onda pequenos.



A REDE DO DIAMANTE É CONSTITUÍDA POR 2 REDES f.c.c., OU SEJA, A BASE DESTA CRISTAL É CONSTITUÍDA POR DOIS ÁTOMOS. ASSIM, HA' 3 RAMOS ACÚSTICOS E 3 ÓPTICOS. NO ENTANTO, NO LIMITE $q \rightarrow 0$ OS RAMOS TRANSVERSAIS SÃO DEGENERADOS.

- c) Faça um gráfico qualitativo para o calor específico (em unidades da constante de Boltzmann, k_B) em função da temperatura (em unidades da temperatura de Debye).



- d) Se a temperatura de Debye para o diamante é $\theta_D = 645$ K, qual é o valor da frequência de Debye? Qual é o seu significado físico?

$$\omega_D = \frac{k_B \theta_D}{\hbar} = 8.5 \cdot 10^{13} \text{ s}^{-1}$$

É o valor típico das frequências mais altas das ondas acústicas no cristal. Com outro, é apenas a frequência de corte no modelo de Debye.