

#### Universidade do Minho

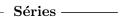
Escola de Ciências

Departamento de Matemática
e Aplicações

# Cálculo

Engenharia e Gestão de Sistemas de Informação

2013-2014



## Condição necessária de convergência duma série

Se  $\sum_{n\in\mathbb{N}} a_n$  é uma série convergente então a sucessão  $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$  converge para zero.

### Séries geométricas

Se  $a, r \in \mathbb{R}$  então a série geométrica  $\sum_{n \in \mathbb{N}_0} a r^n$ 

- 1. é convergente se a = 0 ou se |r| < 1, e a sua soma é  $\frac{a}{1-r}$ ;
- 2. é divergente se  $a \neq 0$  e  $|r| \geq 1$ .

## Séries alternadas – critério de Leibniz

Seja  $\sum_{n\in\mathbb{N}} (-1)^n a_n$  uma série alternada (isto é,  $a_n \geq 0, \forall n \in \mathbb{N}$ ).

Se  $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$  é decrescente e converge para zero então a série é convergente.

### Séries de termos positivos - critério de d'Alembert (ou da razão)

Seja  $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$  a uma sucessão de termos positivos tal que  $\lim_n \frac{a_{n+1}}{a_n} = \alpha$ .

- 1. Se  $\alpha < 1$ , então  $\sum_{n \in \mathbb{N}} a_n$  é convergente.
- 2. Se  $\alpha=1$ , nada se conclui sobre a convergência da série  $\sum_{n\in\mathbb{N}}a_n$ .
- 3. Se  $\alpha > 1$ , então  $\sum_{n \in \mathbb{N}} a_n$  é divergente.

#### Séries de termos não negativos - critério de Cauchy (ou da raiz)

Seja  $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$  a uma sucessão de termos não negativos tal que  $\lim_{n} \sqrt[n]{a_n} = \alpha$ .

- 1. Se  $\alpha < 1$ , então  $\sum_{n \in \mathbb{N}} a_n$  é convergente.
- 2. Se  $\alpha=1$ , nada se conclui sobre a convergência da série  $\sum_{n\in\mathbb{N}}a_n$ .
- 3. Se  $\alpha > 1$ , então  $\sum_{n \in \mathbb{N}} a_n$  é divergente.

Sejam  $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$  e  $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$  sucessões e  $\lambda\in\mathbb{R}$ .

Se  $\sum_{n\in\mathbb{N}} a_n$  e  $\sum_{n\in\mathbb{N}} b_n$  convergem então  $\sum_{n\in\mathbb{N}} (a_n+b_n)$  e  $\sum_{n\in\mathbb{N}} \lambda a_n$  também convergem e

$$\sum_{n\in\mathbb{N}}(a_n+b_n)=\left(\sum_{n\in\mathbb{N}}a_n\right)+\left(\sum_{n\in\mathbb{N}}b_n\right),\qquad \sum_{n\in\mathbb{N}}\lambda a_n=\lambda\sum_{n\in\mathbb{N}}a_n.$$