

T6 - Força de Coulomb e determinação das linhas equipotenciais entre duas cargas

André Cruz - a92833; Beatriz Demétrio - a92839; Carlos Ferreira - a92846

6 de abril de 2021

1 Linhas equipotenciais, linhas de campo e capacidade de condutor

Nesta parte, pretendeu-se calcular a capacidade de um condensador com secção quadrada, largura $z = 100\text{ cm}$ e dielétrico de ar, representado na figura 1, e visualizar a distribuição do potencial e campo elétricos no seu interior.

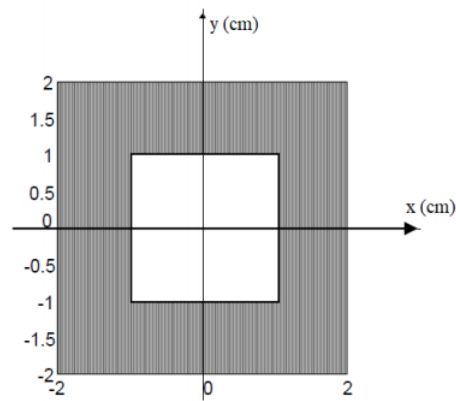


Figura 1: Condensador de secções quadrada

Com recurso ao simulador **FEMM** representou-se apenas o primeiro quadrante do condensador, o qual se encontra representado na figura 2. Isto implica que, para a obtenção da carga dos condutores, teremos que multiplicar por 4, uma vez que foi simulado apenas um quarto do condensador.

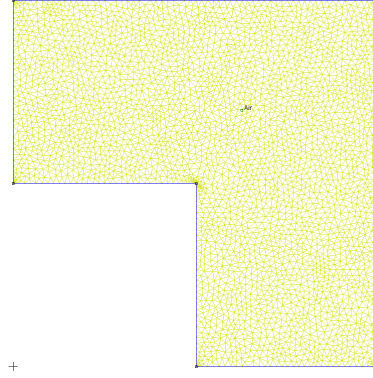


Figura 2: Simulação do primeiro quadrante e respetiva malha

Nesta simulação, é de se notar que os eléctrodos se encontram todos nas extremidades do condensador. Após definir o material da região entre os eléctrodos como sendo ar, foram definidas as propriedades dos condutores, nos quais os internos receberam a denominação "**zero**", onde foi afixado 0 V de Potencial, enquanto que os externos ficaram conhecidos por "**one**", criando assim a condição fronteira onde foi afixado 1 V de Potencial.

Após definir as características do problema (isto é, seleccionar tipo *planar*, length units para *centimeters* e Depth = 100), gerar a malha (representada também na figura 2) e *resolver* o problema, chegou o momento de visualizar os resultados pretendidos nesta secção:

- Primeiramente, visualizou-se a **Variação do Potencial Elétrico** e as **Linhas Equipotenciais**, representadas na figura 3:

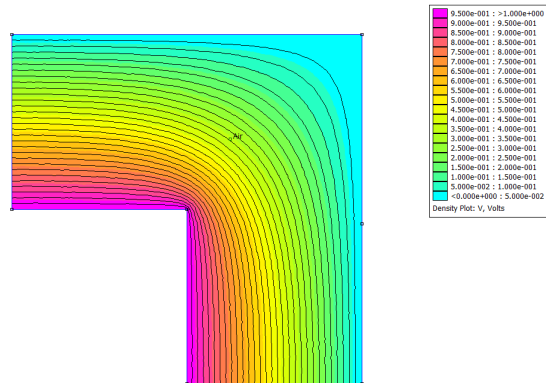


Figura 3: Variação do Potencial Elétrico e Linhas Equipotenciais (number of contours: 30)

De seguida analisou-se a direção, intensidade e sentido do Campo Elétrico em vários pontos do domínio, assim como a variação do Campo Elétrico, representados na figura 4:

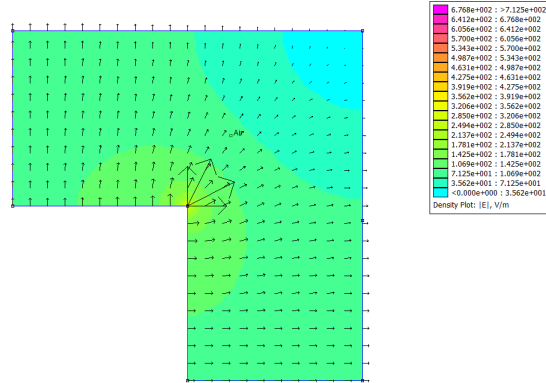


Figura 4: Vetores representantes do Campo Elétrico (Scaling Factor: 3) e respetiva variação do Campo Elétrico

De facto, é possível reparar que, num dos cantos o Campo Elétrico apresenta valores consideravelmente superiores em relação ao resto do domínio, o que corresponde ao que acontece na realidade e que por vezes pode até exceder a tensão de rutura do ar.

É igualmente relevante que as dimensões do condensador são exageradas, uma vez que, na realidade, ninguém pretenderia utilizar um condensador com cerca de 1 cm de distância entre os eléctrodos. Sabe-se também que, com condensadores de menor dimensões, os Campos Elétricos seriam mais intensos.

- Analisando conjuntamente os vetores que representam o **Campo Elétrico** e as **Linhas Equipotenciais** tal como representado na figura 5, comprovou-se que estes são perpendiculares.

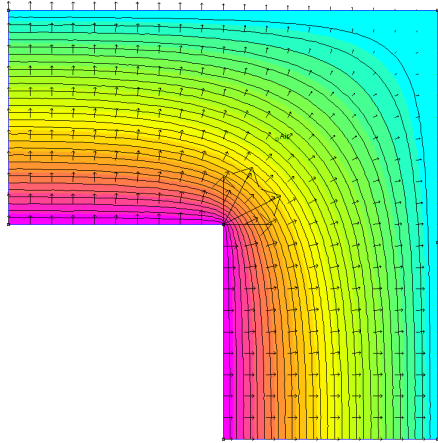


Figura 5: Vetores representantes do Campo Elétrico (Scaling Factor: 3) e Linhas Equipotenciais (number of contours: 30)

- Finalmente, obteve-se os **valores das cargas armazenadas nos condutores**. Na figura 6 encontra-se a carga referente ao **condutor interno** / "zero", enquanto que a figura 7 se refere ao **condutor externo** / "one"

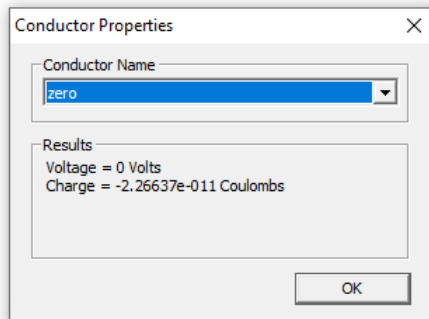


Figura 6: Carga do condutor interno

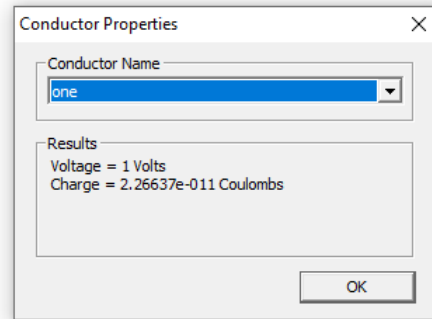


Figura 7: Carga do **چندتر** externo

Neste momento, tem-se as cargas apenas do primeiro quadrante, sendo por

isso necessário multiplicar por 4 para obter as cargas totais do condensador:

- **condutor interno** / "zero" : $Q_{total} = 4 \times 2,266 \times 10^{-11} C = 9,064 \times 10^{-11} C$
- **condutor externo** / "one" : $Q_{total} = 4 \times (-2,266 \times 10^{-11} C) = -9,064 \times 10^{-11} C$

Finaliza-se com o cálculo da capacidade do condensador com secção quadrada. Utilizando a expressão (1):

$$C = \frac{Q}{\nabla V} \quad (1)$$

na qual Q representa a carga total do condutor e ∇V a diferença de potencial entre os condutores, a qual pode ser obtida através das equações (2) e (3):

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V \quad (2)$$

$$V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot \vec{dl} \quad (3)$$

onde \vec{dl} corresponde ao vetor deslocamento infinitesimal ao longo do percurso.

Neste caso, sabendo que o potencial do condutor externo é $1 V$ e o potencial do condutor interno é $0 V$, consequentemente $\nabla V = 1 V$.

Assim, o valor da capacidade do condensador é:

$$C = \frac{Q}{\nabla V} = \frac{9,064 \times 10^{-11} C}{1} = 9,064 \times 10^{-11} F$$

2 Lei de Coulomb

Nesta segunda parte iremos verificar a lei de Coulomb entre 2 condutores esféricos carregados (q_1, q_2) , de um raio $R = 1,5\text{ cm}$.

Ora, para fazer esta verificação iremos utilizar o simulador FEMM para determinar o valor das cargas desses dois condutores esféricos carregados q_1 e q_2 e depois utilizar a equação seguinte para calcular a intensidade da força elétrica \vec{F} :

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (4)$$

onde r é a distância entre as duas cargas q_1 e q_2 e k é uma constante de proporcionalidade ($k = 8,987 \times 10^9 \text{ N}/(\text{m}^2 \text{C}^2)$). Não se pode esquecer que esta lei estabelece que a força tem a direção da linha que une as cargas e é repulsiva se as cargas tiverem o mesmo sinal e é atrativa se as cargas tiverem sinais opostos.

Portanto, com o simulador FEMM e seguindo os passos do protocolo fornecido, vamos ter o seguinte:



Figura 8: Malha gerada na parte 2

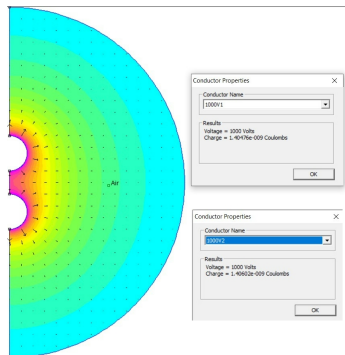


Figura 9: Carga dos condutores “1000V1” e “1000V2”

A carga do condutor “1000V1” é igual a $1,40476 \times 10^{-9}C$. Já a carga do condutor “1000V2” é igual a $1,40602 \times 10^{-9}C$.

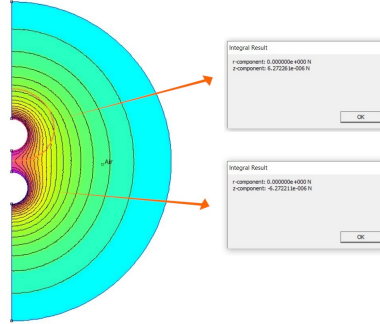


Figura 10: Força elétrica dos condutores “1000V1” e “1000V2”

A força elétrica no condutor “1000V1” é $\vec{F}_1 = 6,272261 \times 10^{-6}N$. Já a força elétrica no condutor “1000V2” é $\vec{F}_2 = -6,272211 \times 10^{-6}N$.

Com isto, temos os valores simulados. Mas para confirmar este valor da força elétrica obtida, iremos calcular a sua intensidade utilizando a equação em cima (temos que ter em atenção que $r = 5\text{ cm}$ e a carga do condutor “1000V1” é igual a $1,40476 \times 10^{-9}C$ e do condutor “1000V2” é igual a $1,40602 \times 10^{-9}C$):

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} = 8,987 \times 10^9 \times \frac{1,40476 \times 10^{-9} \times 1,40602 \times 10^{-9}}{(5 \times 10^{-2})^2} =$$

$$= 7,10 \times 10^{-6}$$

O desfasamento entre o valor obtido pela equação e os valores simulados é aproximadamente igual a $8,28 \times 10^{-7}$, o que por si só não é muito grande e pode ser explicado pelo erro inserido pelo próprio programa. Em suma, podemos então afirmar que verificamos a lei de Coulomb uma vez que a intensidade da força calculada através da equação é praticamente a mesma que os valores das forças obtidas pelo programa.

A seguir iremos variar o valor de r para vermos se a lei de Coulomb se continua a verificar e qual o seu efeito na variação da força elétrica:

- Se $r = 7\text{ cm}$:

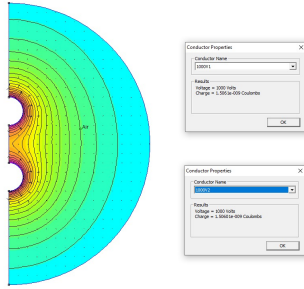


Figura 11: Carga dos condutores “1000V1” e “1000V2”

A carga do condutor “1000V1” é igual a $1,5061 \times 10^{-9}C$. Já a carga do condutor “1000V2” é igual a $1,50601 \times 10^{-9}C$.

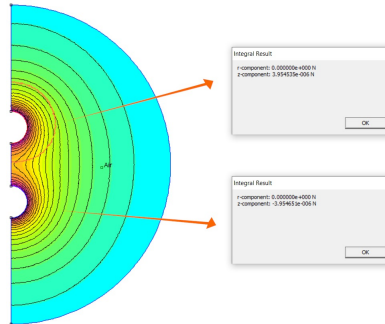


Figura 12: Força elétrica dos condutores “1000V1” e “1000V2”

A força elétrica no condutor “1000V1” é $\vec{F}_1 = 3,954535 \times 10^{-6}N$. Já a força elétrica no condutor “1000V2” é $\vec{F}_2 = -3,954651 \times 10^{-6}N$.

Com isto, temos os valores simulados. Mas para confirmar este valor da força elétrica obtida, iremos calcular a sua intensidade utilizando a equação em cima (temos que ter em atenção que $r = 7\text{ cm}$ e a carga do condutor “1000V1” é igual a $1,5061 \times 10^{-9}C$ e do condutor “1000V2” é igual a $1,50601 \times 10^{-9}C$):

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} = 8,987 \times 10^9 \times \frac{1,5061 \times 10^{-9} \times 1,50601 \times 10^{-9}}{(7 \times 10^{-2})^2} =$$

$$= 4,16 \times 10^{-6}$$

O desfasamento entre o valor obtido pela equação e os valores simulados é aproximadamente igual a $2,05 \times 10^{-7}$, o que por si só não é muito grande e pode ser explicado pelo erro inserido pelo próprio programa. Em suma, podemos então afirmar que verificamos a lei de Coulomb uma vez que a intensidade da força calculada através da equação é praticamente a mesma que os valores das forças obtidas pelo programa.

- Se $r = 9 \text{ cm}$:

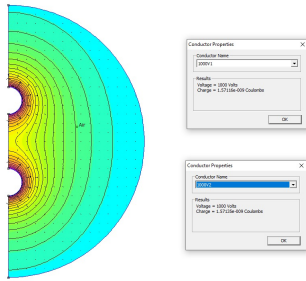


Figura 13: Carga dos condutores “1000V1” e “1000V2”

A carga do condutor “1000V1” é igual a $1,57116 \times 10^{-9}C$. Já a carga do condutor “1000V2” é igual a $1,57135 \times 10^{-9}C$.

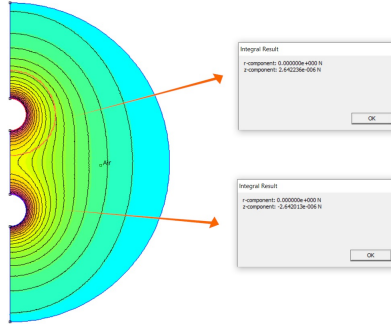


Figura 14: Força elétrica dos condutores “1000V1” e “1000V2”

A força elétrica no condutor “1000V1” é $\vec{F}_1 = 2,642236 \times 10^{-6}N$. Já a força elétrica no condutor “1000V2” é $\vec{F}_2 = -2,642013 \times 10^{-6}N$.

Com isto, temos os valores simulados. Mas para confirmar este valor da força elétrica obtida, iremos calcular a sua intensidade utilizando a equação em cima (temos que ter em atenção que $r = 9\text{ cm}$ e a carga do condutor “1000V1” é igual a $1,57116 \times 10^{-9}\text{C}$ e do condutor “1000V2” é igual a $1,57135 \times 10^{-9}\text{C}$):

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} = 8,987 \times 10^9 \times \frac{1,57116 \times 10^{-9} \times 1,57135 \times 10^{-9}}{(9 \times 10^{-2})^2} =$$

$$= 2,74 \times 10^{-6}$$

O desfasamento entre o valor obtido pela equação e os valores simulados é aproximadamente igual a $0,098 \times 10^{-7}$, o que por si só não é muito grande e pode ser explicado pelo erro inserido pelo próprio programa. Em suma, podemos então afirmar que verificamos a lei de Coulomb uma vez que a intensidade da força calculada através da equação é praticamente a mesma que os valores das forças obtidas pelo programa.

- Se $r = 11\text{ cm}$:

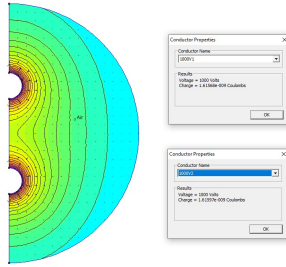


Figura 15: Carga dos condutores “1000V1” e “1000V2”

A carga do condutor “1000V1” é igual a $1,61568 \times 10^{-9}\text{C}$. Já a carga do condutor “1000V2” é igual a $1,61597 \times 10^{-9}\text{C}$.

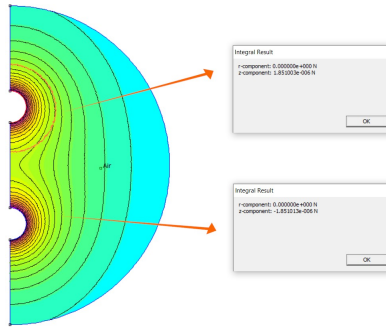


Figura 16: Força elétrica dos condutores “1000V1” e “1000V2”

A força elétrica no condutor “1000V1” é $\vec{F}_1 = 1,851003 \times 10^{-6} N$. Já a força elétrica no condutor “1000V2” é $\vec{F}_2 = -1,851013 \times 10^{-6} N$.

Com isto, temos os valores simulados. Mas para confirmar este valor da força elétrica obtida, iremos calcular a sua intensidade utilizando a equação em cima (temos que ter em atenção que $r = 11 \text{ cm}$ e a carga do condutor “1000V1” é igual a $1,61568 \times 10^{-9} C$ e do condutor “1000V2” é igual a $1,61568 \times 10^{-9} C$):

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} = 8,987 \times 10^9 \times \frac{1,61568 \times 10^{-9} \times 1,61568 \times 10^{-9}}{(11 \times 10^{-2})^2} =$$

$$= 1,94 \times 10^{-6}$$

O desfasamento entre o valor obtido pela equação e os valores simulados é aproximadamente igual a $0,089 \times 10^{-7}$, o que por si só não é muito grande e pode ser explicado pelo erro inserido pelo próprio programa. Em suma, podemos então afirmar que verificamos a lei de Coulomb uma vez que a intensidade da força calculada através da equação é praticamente a mesma que os valores das forças obtidas pelo programa.

- Se $r = 13 \text{ cm}$:

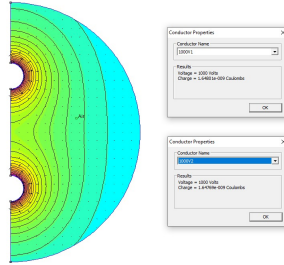


Figura 17: Carga dos condutores “1000V1” e “1000V2”

A carga do condutor “1000V1” é igual a $1,64801 \times 10^{-9} C$. Já a carga do condutor “1000V2” é igual a $1,64769 \times 10^{-9} C$.

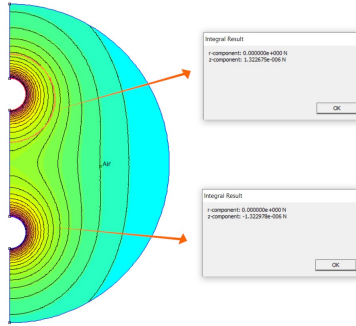


Figura 18: Força elétrica dos condutores “1000V1” e “1000V2”

A força elétrica no condutor “1000V1” é $\vec{F}_1 = 1,322675 \times 10^{-6} N$. Já a força elétrica no condutor “1000V2” é $\vec{F}_2 = -1,322978 \times 10^{-6} N$.

Com isto, temos os valores simulados. Mas para confirmar este valor da força elétrica obtida, iremos calcular a sua intensidade utilizando a equação em cima (temos que ter em atenção que $r = 11 \text{ cm}$ e a carga do condutor “1000V1” é igual a $1,64801 \times 10^{-9} C$ e do condutor “1000V2” é igual a $1,64769 \times 10^{-9} C$):

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} = 8,987 \times 10^9 \times \frac{1,64801 \times 10^{-9} \times 1,64769 \times 10^{-9}}{(13 \times 10^{-2})^2} =$$

$$= 1,44 \times 10^{-6}$$

O desfasamento entre o valor obtido pela equação e os valores simulados é aproximadamente igual a $0,117 \times 10^{-7}$, o que por si só não é muito grande e pode ser explicado pelo erro inserido pelo próprio programa. Em suma, podemos então afirmar que verificamos a lei de Coulomb uma vez que a intensidade da força calculada através da equação é praticamente a mesma que os valores das forças obtidas pelo programa.

Efetivamente, verificamos, em todos os casos apresentados, a Lei de Coulomb e que confirmamos o que sabemos pela teoria, que com o aumento da distância entre as esferas condutoras, ou seja, com o aumento do r , a força diminui.