

1. (4 valores) Na superfície de um cilindro muito extenso de raio  $R$  flui no sentido positivo do eixo dos  $zz$  uma corrente superficial uniformemente distribuída e variável no tempo ( $t$ ). Em coordenadas cilíndricas, o campo magnético associado a esta corrente é dado por

$$\vec{B} = \begin{cases} 0, & \text{para } r < R \\ \mu_0 k \frac{R}{r} t \vec{e}_\phi, & \text{para } r > R \end{cases}$$

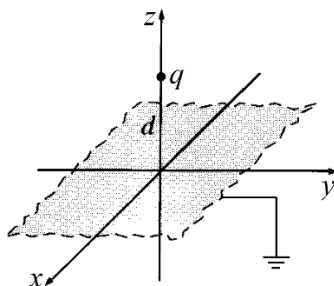
onde  $k$  é uma constante e  $\mu_0$  é a permeabilidade magnética do vácuo.

- Determine a densidade superficial de corrente.
- Determine o campo elétrico.

2. (4 valores) Um plano condutor, horizontal (colocado no plano  $xOy$ ), infinitamente extenso, inicialmente descarregado, passa a sofrer a influência eletrostática produzida por uma carga pontual  $+q$  que é fixada num ponto à distância  $d$  acima do plano condutor (ver figura).

Seguidamente o plano condutor é ligado à terra.

- Determine, para a região acima do plano condutor ( $z > 0$ ), os três primeiros termos do desenvolvimento multipolar do potencial em relação à origem dos eixos.
- De seguida, aplica-se na região  $z > 0$  um campo magnético uniforme ( $\vec{B}$ ) dirigido no sentido positivo do eixo dos  $xx$ . Mostre que, nessa região, as linhas do campo vetorial do vetor de Poynting se fecham sobre si próprias.



3. (4 valores) Considere um guia de ondas oco, com paredes condutoras, de secção reta quadrada de lado 1.00 cm.

- Quais são os modos TE e TM que se podem propagar neste guia de ondas para uma frequência de excitação de  $3.5 \times 10^{10}$  Hz?
- Suponha que se pretendia que apenas modos TE se propagassem neste guia de ondas. Indique, justificando, qual seria a gama de frequências que se poderia usar neste caso?

4. (2 valores) Prove que as transformações de *gauge*, escritas em baixo, deixam o campo eletromagnético invariante:

$$\vec{A} \rightarrow \vec{A} + \vec{\nabla}\lambda, \quad \varphi \rightarrow \varphi - \frac{\partial\lambda}{\partial t}$$

5. (6 valores) Considere uma onda eletromagnética plana de frequência angular  $\omega$ , número de onda  $k$ , comprimento de onda  $\lambda$ , com campo elétrico de amplitude  $E_0$ , polarizada na direção  $y$ , propagando-se no vácuo no sentido positivo do eixo dos  $xx$  em relação a um referencial inercial  $S$ .

- Escreva as expressões dos campos elétrico ( $\vec{E}(x, y, z, t)$ ) e magnético ( $\vec{B}(x, y, z, t)$ ) associados a esta onda, observada no referencial  $S$ . Identifique todos os símbolos que utilizar.
- Considere agora a situação em que esta onda é observada num referencial inercial  $\bar{S}$  que se move com velocidade  $v$  no sentido positivo do eixo dos  $xx$  relativamente ao referencial original  $S$ . Sejam  $\bar{\omega}$  e  $\bar{\lambda}$  a frequência e comprimento de onda em  $\bar{S}$ . Determine as expressões dos campos elétrico e magnético em  $\bar{S}$  e exprima-os em termos das coordenadas de  $\bar{S}$ :  $\vec{E}(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \bar{t})$  e  $\vec{B}(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \bar{t})$ . Determine a relação entre  $\bar{\omega}$  e  $\omega$  e entre  $\bar{\lambda}$  e  $\lambda$ . A partir deste resultado mostre que a onda se propaga em relação ao referencial  $\bar{S}$  com a mesma velocidade que se propaga em relação ao referencial  $S$ .
- Suponha que a onda eletromagnética incide sobre um material absorvente perfeito colocado no referencial  $S$  ou no referencial  $\bar{S}$ . Determine a pressão de radiação exercida sobre o material nos dois casos e indique, justificando, em qual deles é maior.

FIM