Física Quântica II   Conjunto 2

Problemas de aplicação – para entregar no início da aula de 18 de outubro 2013.

1. **Modelo simplificado de neutrinos solares:** Este problema é um exemplo dum problema com dois estados que vem de física de partículas. Embora existe na realidade três variedades de neutrinos a física essencial pode ser entendido em termos um modelo que contempla apenas dois neutrinos.
   Imagine que existe apenas duas variedades de neutrino um neutrino da família dos eletrões $|\nu_e\rangle$ e um neutrino da família de muões $|\nu_\mu\rangle$. Utilizaremos uma aproximação dum Hamiltoniano para uma partícula relativistica e muito leve:

$$\hat{H} = \sqrt{p^2c^2 + m^2c^4} \approx pc + \frac{m^2c^4}{2pc}$$

onde m é a massa de partícula, p o seu momento linear e c é a velocidade da luz. Imagine que as duas variedades de neutrinos são sobreposições de estados com uma massa bem definido, i.e. podem pensar como a massa fosse um operador que não é diagonal no base $\{|\nu_e\rangle, |\nu_\mu\rangle\}$.

$$|\nu_e\rangle = \operatorname{sen}\theta|\nu_1\rangle + \cos\theta|\nu_2\rangle$$
$$|\nu_\mu\rangle = \cos\theta|\nu_1\rangle - \operatorname{sen}\theta|\nu_2\rangle$$

onde $|\nu_1\rangle$ e $|\nu_2\rangle$ são estados próprios do operador de massa com valores próprios m_1 e m_2 respetivamente. A quantidade θ é conhecido como o ângulo de mistura ("mixing angle") e tem sido estudado intensivamente desde que foi descoberto que é não nulo. O prémio Nobel em Física de 2002 foi dado em parte devido este descoberta.

(a) È conhecido que o Sol emite apenas neutrinos da família de eletrão. Qual será a probabilidade que um neutrino destes chaga à Terra na forma dum neutrino da família de muão? Descrever esta probabilidade em função do momento do neutrino p, o ângulo θ, a diferença nas massas quadradas $\Delta m^2 = m_2^2 - m_1^2$ e a distância entre a Terra e o Sol, L . Podem assumir que os neutrinos viagem muito perto a velocidade da luz para achar o tempo da viagem entre o Sol e a Terra.

(b) Durante vários anos foi possível apenas detetar neutrinos da família do eletrão – os neutrinos muonicos eram efetivamente invisíveis. Uma das linhas espetrais de neutrinos emitidos pelo Sol tem um momento linear de 0.5MeV/c. Assumir que o ângulo de mistura é igual à $\pi/4$ (mistura máxima) e que $\Delta m^2c^4 = 10^{-2}eV^2$. Conhecendo que o Sol fica à uma distância de 8,3 luz minutos, qual fração dos neutrinos emitidos não eram detetados, i.e. que era a fração "perdida"? Isso é conhecido com o "problema de neutrinos solares" – parecia que o solar não estava gerar um número de neutrinos suficientes para estar em equilíbrio termodinâmico. O "problema" foi resolvido quando as oscilações entre neutrinos foram verificadas experimentalmente.

2. **Efeito Hiperfina em Deutério.** Deutério é um isótopo de H com um núcleo que consiste dum protão e um neutrão. Este núcleo tem um valor de momento angular intrínseco igual a 1 e um razão giro magnético de $g_D = 0.857$. Resolver o problema da estrutura hiperfina (i.e. encontrar os estados e valores próprios) do estado fundamental eletrónico deste isótopo.

3. **Estados possíveis de 3 partículas com spin igual à ½**
   (a) Como discutimos nas aulas o momento angular dum sistema de duas partículas com spin de ½ pode ser descrito em termos de spinors por um estado singleto (S=0) e um estado tripleto (S=1). Demonstrar que quando uma terceira partícula também com spin igual à ½ é juntado ao sistema os estados de momento angular total pode ser S=3/2 ou S=1/2 e encontrar as funções de onda respetivas (spinors) em termos dos valores de spin das partículas individuais. Notar que em toal deve haver 8 estados distintos (3 partículas cada um com dois estado de spin).

   Considere agora a ação do operador "de troca", $\hat{P}_{i,j}$, que permuta as partículas i e j. Por exemplo imagine que temos um estado inicial $|\phi\rangle = |\psi\rangle_1 \otimes |\xi\rangle_2$, a ação do operador $\hat{P}_{1,2}$ neste estado seria $|\phi'\rangle = \hat{P}_{1,2}|\phi\rangle = |\xi\rangle_1 \otimes |\psi\rangle_2$

   (b) Qual é o efeito de cada um dos operadores de troca $\hat{P}_{1,2}, \hat{P}_{2,3}$ e $\hat{P}_{1,3}$ no conjunto dos estado com S=3/2 (os estados de quarteto) que obteve na alínea a? Deve verificar que estas estado são estado próprios do operador de troca – qual é o valor próprio?

   (c) Qual é o efeito de cada operador de troça nas duas famílias dos estados S=1/2 encontrados na alínea a? Devem encontrar esta tarefa algo mais difícil do que a alínea anterior. Mais tarde, quando falaremos a necessidade de encontrar estados que são antissimétricos sobre operações de troca para estado quânticos de fermiões idênticos, terão a consciência que tais estão não são sempre trívias de encontrar.

4 **Coefficientes Clebsch Gordan:** Considere um sistema de duas partículas. Partícula 1 tem um spin 1 (s_1=1) enquanto partícula 2 tem um spin ½ (s_2 = ½). Sabe que o sistema se encontra num estado em que o spin total é ½ e que a projeção do spin total no eixo dos zz é $-\hbar/2$. Imagine agora que mede o componente z do spin de partícula 1. Quais são os resultados possíveis e qual é a probabilidade de os medir? Responde a mesma pergunta para partícula 2.