Jaime Santos
Universidade do Minho

Licenciatura em Física
Ano letivo 2022/2023

Física Quântica II

Exercícios

Exercício 21: *Secção eficaz total para o espalhamento no potencial de Yukawa*

Verficamos na aula teórica, utilizando teoria de perturbações dependentes do tempo, que no limite de um potencial estático que é lentamente ligado, de modo que $\hat{H}_1(t) = V(\hat{\boldsymbol{r}})e^{-\eta|t|}$, a seção eficaz diferencial é dada, na primeira aproximação de Born, por

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{m^2}{4\pi^2\hbar^4}\,|V(\boldsymbol{q})|^2, \tag{57}$$

em que $V(\boldsymbol{q}) = \int d^3r\, e^{-i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{r}}\, V(\boldsymbol{r})$ é a transformada de Fourier do potencial de espalhamento, $V(\boldsymbol{r})$, e $\boldsymbol{q} = \boldsymbol{k}_f - \boldsymbol{k}_i$ é o momento transferido para a partícula pelo potencial e tal que, para espalhamento elástico, como é o caso (potencial estático), $q = 2k_i \sin(\theta/2)$ em que θ é o ângulo de espalhamento.

Para $V(r) = \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r}e^{-\alpha r}$ (potencial blindado de Coulomb produzido por uma carga $+Ze$ numa carga e), obtivemos na aula teórica que[1]

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{Z^2e^4m^2}{4\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^4(\alpha^2+q^2)^2}, \tag{58}$$

Mostre, integrando sobre o ângulo sólido, que a seção eficaz total $\sigma = \int d\Omega\, \frac{d\sigma}{d\Omega}$ é dada neste caso por

$$\sigma = \frac{Z^2e^4m^2}{\pi\varepsilon_0^2\hbar^4\alpha^2(\alpha^2+4k_i^2)}. \tag{59}$$

Tomando em conta que o alcance do potencial é α^{-1}, comente o seu resultado.

Exercício 22: *Secção eficaz diferencial para o espalhamento num potencial repulsivo soft-wall*

Considere agora o potencial $V(r) = V_0$, se $r < R$, e $V(r) = 0$, se $r > R$ (note que $V_0 > 0$). Mostre que na primeira aproximação de Born,

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{4m^2V_0^2R^2}{\hbar^4q^4}\cdot\left(\cos(qR) - \frac{\sin(qR)}{qR}\right)^2 \tag{60}$$

Mostre que esta aproximação é aplicável, se $V_0 \ll \frac{\hbar}{\tau}$, em que $\tau = R/\Delta v$ é o tempo de travessia do poço de potencial, com $\Delta v = \frac{\hbar q}{m}$. Explique a razão pela qual a primeira aproximação de Born não é aplicável a um potencial *hard-wall*.

Responsável: Jaime Santos, DFUM e CFUM **E-Mail:** jaime.santos@fisica.uminho.pt

[1] Por favor, note que há uma gralha no resultado dado na aula teórica, o potencial é dado por $+e\phi(\boldsymbol{r})$, em que $\phi(\boldsymbol{r})$ é o potencial eletroestático.