

Teste de Álgebra Linear e Geometria Analítica I

Licenciatura em Matemática

17/11/2008

Duração: 2h

1. (2 valores) Considere as seguintes matrizes, cujas ordens são as indicadas:

$$A_{3 \times 4} \quad B_{4 \times 2} \quad C_{2 \times 3} \quad D_{1 \times 4} \quad E_{3 \times 1}$$

Diga se é possível efectuar as operações indicadas. Em caso afirmativo indique apenas qual a ordem da matriz resultado e em caso negativo apresente uma breve justificação.

- a) $A + ED$ b) $A^T B^T$
c) $BCE + D$ d) $(AD^T + E)^T A$

2. (1,5 valores) Considere as matrizes $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$. Calcule $AB - 2A$.

3. (5 valores) Considere o seguinte sistema nas incógnitas x, y e z .

$$\begin{cases} x - y + 2z = 1 \\ -x + 3y - 2z = \alpha \\ \beta x - y + 4z = 2 \end{cases}$$

- a) Classifique o sistema quanto ao número de soluções, em função dos valores dos parâmetros reais α e β (em cada caso, indique a característica da matriz dos coeficientes e da matriz ampliada do sistema).
- b) Diga, justificando, para que valores de β é que a matriz dos coeficientes do sistema é invertível.
- c) Use o método de eliminação de Gauss para resolver o sistema no caso em que $\alpha = \beta = 1$.
4. (5 valores) Considere o sistema:
$$\begin{cases} 2x - z = 2 \\ x + y + z = 2 \\ 3x + 2y + 3z = 1 \end{cases}$$
- a) Calcule a inversa da matriz A dos coeficientes do sistema usando o método de Gauss.
- b) Utilize a inversa calculada na alínea anterior para resolver o sistema.
- c) Sem efectuar cálculos, indique a inversa da matriz A^T .

5. (4,5 valores) Considere os seguintes subespaços vectoriais de \mathbb{R}^4 :

$$W = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : x + y = z - t, x - z = 2t\} \quad \text{e} \quad U = \langle (2, 1, 0, 1) \rangle$$

- a) Calcule um conjunto de geradores de W .
- b) Diga, justificando, se $U \cup W$ é um subespaço vectorial de \mathbb{R}^4 .
6. (2 valores) Mostre que se A e B são matrizes reais quadradas de ordem n e B não é invertível então AB não é invertível.