Universidade do Minho
Escola de Ciências
Departamento de Matemática e Aplicações

Cálculo

Engenharia e Gestão
de Sistemas de Informação

2013-2014

Séries

Condição necessária de convergência duma série

Se $\sum_{n\in\mathbb{N}} a_n$ é uma série convergente então a sucessão $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge para zero.

Séries geométricas

Se $a,\ r\ \in\mathbb{R}$ então a série geométrica $\sum_{n\in\mathbb{N}_0} a\,r^n$

1. é convergente se $a=0$ ou se $|r|<1$, e a sua soma é $\dfrac{a}{1-r}$;
2. é divergente se $a\neq 0$ e $|r|\geq 1$.

Séries alternadas – critério de Leibniz

Seja $\sum_{n\in\mathbb{N}}(-1)^n a_n$ uma série alternada (isto é, $a_n\geq 0,\ \forall\, n\in\mathbb{N}$).
Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ é decrescente e converge para zero então a série é convergente.

Séries de termos positivos – critério de d'Alembert (ou da razão)

Seja $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ a uma sucessão de termos positivos tal que $\lim_n \dfrac{a_{n+1}}{a_n}=\alpha$.

1. Se $\alpha<1$, então $\sum_{n\in\mathbb{N}} a_n$ é convergente.
2. Se $\alpha=1$, nada se conclui sobre a convergência da série $\sum_{n\in\mathbb{N}} a_n$.
3. Se $\alpha>1$, então $\sum_{n\in\mathbb{N}} a_n$ é divergente.

Séries de termos não negativos – critério de Cauchy (ou da raiz)

Seja $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ a uma sucessão de termos não negativos tal que $\lim_n \sqrt[n]{a_n}=\alpha$.

1. Se $\alpha<1$, então $\sum_{n\in\mathbb{N}} a_n$ é convergente.
2. Se $\alpha=1$, nada se conclui sobre a convergência da série $\sum_{n\in\mathbb{N}} a_n$.
3. Se $\alpha>1$, então $\sum_{n\in\mathbb{N}} a_n$ é divergente.

Sejam $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sucessões e $\lambda\in\mathbb{R}$.
Se $\sum_{n\in\mathbb{N}} a_n$ e $\sum_{n\in\mathbb{N}} b_n$ convergem então $\sum_{n\in\mathbb{N}}(a_n+b_n)$ e $\sum_{n\in\mathbb{N}}\lambda\, a_n$ também convergem e

$$\sum_{n\in\mathbb{N}}(a_n+b_n)=\left(\sum_{n\in\mathbb{N}} a_n\right)+\left(\sum_{n\in\mathbb{N}} b_n\right),\qquad \sum_{n\in\mathbb{N}}\lambda a_n=\lambda\sum_{n\in\mathbb{N}} a_n.$$