

Problemas Junção p-n

Ana Sofia Oliveira Nogueira n= PG50204

Outubro de 2022

1 Problema 2

- a) Para calcular a corrente direta $V = 0,6V$, temos que ter em conta tanto as componentes de difusão, para haver portadores minoritários nas regiões neutras, e as de recombinação, para que ocorra recombinação nas zonas de depleção. A densidade de corrente total é

$$J = J_{SO} \exp\left(\frac{eV}{KT}\right) + J_{RO} \exp\left(\frac{eV}{2KT}\right)$$

A 27 celsius quando a tensão é de 0,6V, temos que passar de graus celsius para kelvin $T = 27 + 273 = 300K$

Carga elementar do eletrão : $q = 1,60 \times 10^{-19}$

Constante de Boltzmann : $K = 1,375 \times 10^{-23}$

A concentração de dadores : $N_d = 2 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$

A concentração de aceitadores : $N_a = 5 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$

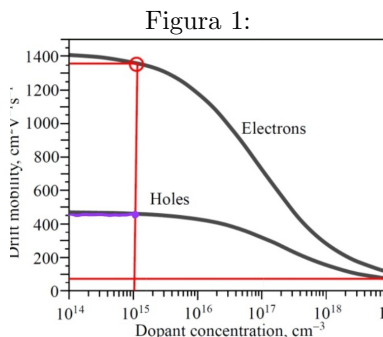
Equação de Shockley

$$J = J_{SO} \left(\exp\left(\frac{eV}{KT}\right) - 1 \right)$$

A densidade de corrente de saturação reversa é:

$$J_{SO} = \left[\frac{qD_h}{L_h N_d} + \frac{qD_e}{L_e N_a} \right] n_i^2$$

A concentração intrínseca no silício a 300K $n_i = 1,0 \times 10^{10}$ Para obtermos a mobilidade dos buracos e dos eletrões temos que analisar o gráfico:



Mobilidade dos buracos $\mu_h = 325 \text{ cm}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$ e mobilidade dos eletrões $\mu_e = 1360 \text{ cm}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$
Com a mobilidade podemos calcular o coeficiente de difusão dos buracos e dos eletrões:

$$D_h = \frac{KT\mu_h}{q} \simeq (0,0259 \times 450) = 8,399cm^2s^{-1}$$

$$D_e = \frac{KT\mu_e}{q} \simeq (0,0259 \times 750) = 35,146cm^2s^{-1}$$

Comprimento das regiões neutras(comprimento de difusão) dos lados p e n fora da região de depleção:

$$L_h = \sqrt[2]{D_h\tau_h} = 0,001833cm$$

e

$$L_e = \sqrt[2]{D_e\tau_h} = 0,001326cm$$

Podemos então calcular a densidade de corrente de difusão:

$$J_{SO} = [\frac{qD_h}{L_hN_d} + \frac{qD_e}{L_eN_a}]n_i^2 =$$

$$J_{SO} = [3,67 \times 10^{-31} + 8,49 \times 10^{-33}] \cdot 1,0 \times (10^{10})^2$$

$$J_{SO} = 3,77 \times 10^{-11}A \cdot cm^{-2}$$

Temos que calcular a compenente de recombinação.Primeiro temos que calcular a tensão "built-in", que será a tensão através de uma junção pn em circuito aberto:

$$V_0 = \frac{kT}{e} \ln(\frac{N_aN_d}{n_i^2})$$

$$V_0 = \frac{4,14 \times 10^{-21}}{1,602 \times 10^{-19}} \ln(4,4 \times 10^{12}) = 0,752V$$

Para calcular as regiões de depelção dos valores W_p e W_n , e com a tensão no díodo $V = 0,6V$.

$$W = [\frac{2 \cdot \varepsilon \cdot (N_a + N_d) \cdot (V_0 - V)}{e \cdot N_a \cdot N_d}]^{\frac{1}{2}} = [\frac{2 \cdot 1,036 \times 10^{-12} \cdot (5 \times 10^{17} + 2 \times 10^{15}) \cdot (0,752 - 0,6)}{1,602 \times 10^{-19} \cdot 2,0 \times 10^{15} \cdot 5 \times 10^{17}}]^{\frac{1}{2}} =$$

$$= 3,1 \times 10^{-5}cm$$

e assim calculamos W_p e W_n :

$$W_n = \frac{N_dW}{N_a + N_d} = \frac{2 \times 10^{15} \cdot 3,1 \times 10^{-5}}{5 \times 10^{17} + 2 \times 10^{15}} = 1,235 \times 10^{-7}cm$$

$$W_p = \frac{N_aW}{N_a + N_d} = \frac{5 \times 10^{17} \cdot 3,1 \times 10^{-5}}{5 \times 10^{17} + 2 \times 10^{15}} = 3,1 \times 10^{-5}cm$$

Para calcular a densidade de corrente de recombinação:

$$J_{RO} = \frac{en_i}{2} (\frac{W_p}{\tau_e} + \frac{W_n}{\tau_h}) = 7,453 \times 10^{-7}A \cdot cm^{-2}$$

Com todos o valores calculados podemos calcular a densidade de corrente direta.

$$J = J_{SO} \exp(\frac{eV}{KT}) + J_{RO} \exp(\frac{eV}{2KT})$$

$$J = 8,449 \times 10^{-11} \exp(23,21) + 7,453 \times 10^{-7} \exp(11,61) =$$

$$= 1,023 + 0,082 = 1,1053 \text{ A cm}^{-2}$$

Concluimos que como a componente de difusão é muito maior que a componente de recombinação. esta poderia ser desprezada. Para calcularmos a corrente direta

$$I = AJ$$

A área é $A = 0,1 \times 10^{-6} \text{ m}^2$

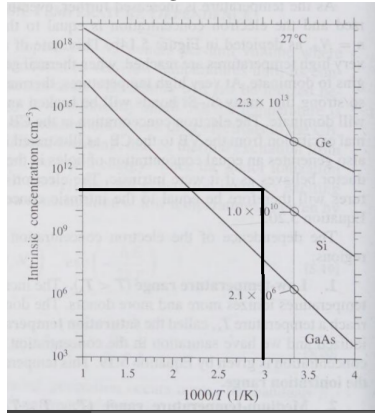
$$I = 0,1 \times 10^{-2} \text{ m}^2 \cdot 1,1053 = 0,0011 \text{ A}$$

b) A corrente direta a 57 quando a tensão no díodo é 0,6V

A temperatura é T: $T = 273 + 57 = 330$

A concentração intrínseca n_i depende da temperatura $n_i = \frac{1}{T}$ Então por observação do gráfico presente no livro:

Figura 2:



$$n_i(330) = 1,0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-3}$$

Então:

$$I_{SO}(300) = AJ_{SO} = 5,25 \times 10^{-18} \cdot 0,1 \times 10^{-4} = 3,77 \times 10^{-11} \times 0,1 \times 10^{-2} = 3,77 \times 10^{-14} \text{ A}$$

$$\frac{I_{SO}(330)}{I_{SO}(300)} = \frac{Aq[\frac{qD_h}{L_h N_d} + \frac{qD_e}{L_e N_a}] n_i(330)^2}{Aq[\frac{qD_h}{L_h N_d} + \frac{qD_e}{L_e N_a}] n_i(300)^2}$$

Cortamos tudo menos as concentrações intrínsecas

$$\frac{I_{SO}(330)}{I_{SO}(300)} = \left(\frac{(1,0 \times 10^{11})^2}{(1,0 \times 10^{10})^2} \right)$$

$$I_{SO}(330) = 100 \times 3,77 \times 10^{-14} \text{ A} = 3,77 \times 10^{-12} \text{ A}$$

$$I(330) = I_{SO}(330) \exp\left(\frac{qV}{KT}\right)$$

$$I(330) = 3,77 \times 10^{-12} \exp(21,10) = 0,00553 \text{ A}$$

c) Para calcular a corrente inversa com a tensão no díodo a $V_r = -5V$ a 300k, temos que calcular a componente de difusão e a componente de geração térmica.

$$J_{Inversa} = J_{SO} + J_{gen}$$

Pra isso tivesse de calcular a região de depelação:

$$W = \left(\frac{2\epsilon(N_a + N_d)(V_0 - V)}{eN_aN_d} \right)^{\frac{1}{2}} = 1,97 \times 10^{-4} \text{ cm}$$

A corrente é causado pelos portadores minoritários gerados termicamente dentro do comprimento de difusão

$$J_{gen} = \frac{eWn_i}{\tau_g} = \frac{1,602 \times 10^{-19} 1,97 \times 10^{-4} 1,0 \times 10^{10}}{2 \times 10^{-6}} = 1,576 \times 10^{-7} \text{ A}$$

$I_{gen} = AJ_{gen}$ sabemos que o terminal negativo vai atrair os buracos da região de depleção para o lado p, o que resulta em iões aceitadores negativos e por isso um W mais largo. O movimento do eletões do lado n para o terminal positivo não pode ser mantido porque não existe um fornecimento de eltrões ao lado n, e o lado p não os pode fornecer porque não tem nenhum. Ou seja, a corrente de geração térmica é superior á de difusão. A densidade de corrente inversa total é dada por :

$$J_{Inversa} = J_{SO} + J_{gen} = 3,77 \times 10^{-11} + 1,576 \times 10^{-7} = 1,578 \times 10^{-7} \text{ A} \cdot \text{cm}^{-2}$$

Á temperatura de $T = 300\text{k}$

$$I_{inv} = 0,1 \times 10^{-4} \times 1,578 \times 10^{-7} = 1,575 \times 10^{-12} \text{ A}$$

- d) Á temperatura de $T = 330\text{k}$, como a concentração intrínseca vai depender só da temperatura, então podemos cortar a carga, o comprimento da zona de depleção e o tempo de geração térmica:

$$\frac{I_{gen}(330)}{I_{gen}(300)} = \frac{n_i(330)}{n_i(300)} = 10$$

$$I_{gen}(330) = 10 \times 1,575 \times 10^{-12} = 1,575 \times 10^{-11} \text{ A}$$

2 Problema 4

$$C_{dep} = \frac{\epsilon \times A}{\omega} = \frac{A}{(V_0 - V)^{\frac{1}{2}}} \times \left[\frac{q \times \epsilon(N_a \times N_d)}{2(N_a + N_d)} \right]^{\frac{1}{2}}$$

Esta equação é geral para qualquer junção.

Em que W é a largura da região de depleção, e que é dada por:

$$\omega = \left[\frac{2\epsilon(N_a + N_d)(V_0 - V)}{qN_aN_d} \right]^{\frac{1}{2}}$$

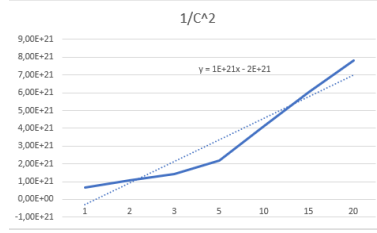
com $V_0 \rightarrow$ Potencial intrínseco e $V \rightarrow$ Potencial aplicado Para a junção abrupta, temos uma equação específica:

$$\frac{1}{C_{dep}^2} = \frac{2}{A^2 q \epsilon N_d} (V_0 + V_r)$$

Por esta equação, conseguimos perceber que se pode tratar de uma equação do tipo $y = mx + b$. Portanto, com os dados da tabela, traçando o gráfico obtemos o seguinte:

O m e b são obtidos através do declive da reta e como se percebe na figura $m = 3,776 \times 10^{20}$ e $b = 3,12 \times 10^{20}$

Figura 3:



Portanto, tendo $q = 1,6 \times 10^{-19}$, $\epsilon = 11,9 \times \epsilon_0 = 11,9 \times \epsilon_0$, com $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}$, temos $\epsilon = 1,05 \times 10^{-10}$ e $A^2 = 6,25 \times 10^{-14}$ é possível obter o valor de N_d .

$$\frac{2}{(6,25 \times 10^{-14}) \times (1,6 \times 10^{-19}) \times (1,05 \times 10^{-10})N_d} = 3,776 \times 10^{20}$$

Portanto, feitos os cálculos obtém-se o valor de N_d :

$$N_d = 5,044 \times 10^{21} m^{-3}$$

Sabemos agora que $b = 3,12 \times 10^{20}$, portanto temos:

$$\frac{2}{A^2 q \epsilon N_d} V_0 = 3,12 \times 10^{20} \leftrightarrow V_0 = 0,826$$

Para calcular N_a é necessário utilizar outra expressão:

$$V_0 = \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{N_a N_d}{n_i^2}\right)$$

com $n_i(T = 300K) = 1,08 \times 10^{10} cm^{-3} = 1,08 \times 10^{16} m^{-3}$, $k = 1,38 \times 10^{-23}$ e $T = 300K$

Como queremos calcular N_a , vamos deduzir a expressão:

$$\leftrightarrow \ln\left(\frac{N_a N_d}{n_i^2}\right) = \frac{qV_0}{kT}$$

$$\frac{N_d N_a}{n_i^2} = \exp\left(\frac{qV_0}{kT}\right)$$

$$N_a = \frac{n_i^2}{N_d} \exp\left(\frac{qV_0}{kT}\right)$$

A partir daqui conseguimos retirar o valor de N_a :

$$N_a = 1,69 \times 10^{24} m^{-3}$$

3 Problema 5

Valores importantes para a resolução do exercício:

$$\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} Fm^{-1}; \epsilon = 11,8 \times \epsilon_0; k = 1,38 \times 10^{-23}, n_i = 1 \times 10^{10} cm^{-3}$$

- a) Nesta junção pn, a dopagem varia linearmente com $N_d(x) - N_A(x) = Bx$. A concentração líquida de dopantes é dado por $(N_d - N_a)$. A relação

$$N_a W_p = N_d W_n$$

significa que a concentração líquida de dopantes é uma relação ímpar e temos que essa concentração de dopantes do tipo n é igual à concentração líquida de dopantes do tipo p. Portanto, temos que as larguras das regiões de depleção de tipo p e de tipo n são iguais:

$$W_p = W_n = \frac{W}{2}$$

Segundo a Lei de Gauss, temos:

$$\nabla \cdot E = \frac{\rho}{\epsilon}$$

Assume-se que existe a largura de região de depleção W à volta da transição de p para n onde as densidades de portador de carga são insignificantes. Fora da região, estas densidades são iguais às densidades de dopagem para que o semiconductor seja eletricamente neutro fora da largura de depleção. Usando isto, a densidade de carga na região de depleção é:

$$\rho = qBx$$

para $-\frac{W}{2} < x < \frac{W}{2}, P = 0$.

A densidade de carga pode ser integrada para determinar o campo elétrico: $E = \int \frac{\rho}{\epsilon} dx$

$$E(x) = -\frac{qB}{2\epsilon} \left[\left(\frac{W}{2} \right)^2 - x^2 \right] = -\frac{qBW^2}{8\epsilon} + \frac{qB}{2\epsilon} x^2$$

Logo,

$$E_{max} = -\frac{qBW^2}{8\epsilon}$$

O potencial vai resultar da integração do campo elétrico, tendo:

$$V_0 - V = \int_{-\frac{W}{2}}^{\frac{W}{2}} E \cdot x = \frac{qBW^3}{3 \cdot 4\epsilon} = \frac{qBW^3}{12\epsilon}$$

b) Através do que é fornecido no enunciado, pode-se deduzir uma expressão para W_0 :

$$V_0 = \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{BW_0}{2n_i} \right)^2 \leftrightarrow \exp \left(\frac{V_0 q}{2kT} \right) = \frac{BW_0}{2n_i} \leftrightarrow W_0 = \frac{2n_i}{B} \exp \left(\frac{V_0 q}{2kT} \right)$$

Usando a expressão que deduzimos na alínea a), podemos deduzir B :

$$V_0 = \frac{qBW^3}{12\epsilon} \leftrightarrow B = \frac{V_0 \cdot 12\epsilon}{qW_0^3}$$

Portanto, usando na expressão anterior de W_0 , obtemos a expressão pedida:

$$W_0 = \frac{2n_i q W_0^3}{V_0 12\epsilon} \exp \left(\frac{V_0 q}{2kT} \right) \leftrightarrow W_0 = \frac{6\epsilon V_0}{qn_i \exp \left(\frac{V_0 q}{2kT} \right)} \leftrightarrow$$

c) Temos $V_0 = 0,60V$. A partir das expressões que deduzimos anteriormente conseguimos obter W_0 e B .

$$W_0 = \frac{6\epsilon V_0}{qn_i \exp(\frac{V_0 q}{2kT})} \leftrightarrow W_0 = \frac{6 \times 1,045 \times 10^{-10} \times 0.60}{1,6 \times 10^{-19} \times 1 \times 10^{16} \times \exp(\frac{0,6 \times 1,6 \times 10^{-19}}{2 \times 1,38 \times 10^{-23} \times 300})} \leftrightarrow W_0 = 2,168 \times 10^{-12} m$$

$$B = \frac{V_0 \cdot 12\epsilon}{qW_0^3} = \frac{0,60 \times 1,045 \times 10^{-10}}{1,6 \times 10^{-19} \times (2,168 \times 10^{-12})^3} = 3,85 \times 10^{43} m^{-4}$$

No final da região de depleção, em que $x = \frac{W_0}{2}$:

$$N_d - N_a = Bx \leftrightarrow N_d - N_a = \frac{BW_0}{2} \leftrightarrow N_d - N_a = \frac{3,85 \times 10^{43} \times 2,168 \times 10^{-12}}{2} \leftrightarrow$$

$$N_d - N_a = 4,173 \times 10^{31} m^{-3}$$

d) Num dispositivo de junção abrupta o potencial é dado pela seguinte expressão:

$$V_0 = \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{N_a N_d}{n_i^2}\right) \leftrightarrow N_a N_d = n_i^2 \exp\left(\frac{V_0 q}{kT}\right)$$

Se considerarmos $N_a \sim N_d$:

$$< N > = \sqrt{n_i^2 \exp\left(\frac{V_0 q}{kT}\right)} = \sqrt{(1 \times 10^{16})^2 \times \exp\left(\frac{0,6 \times 1,6 \times 10^{-19}}{1,38 \times 10^{-23} \times 300}\right)} \sim 1,08 \times 10^{21} m^{-3}$$

Para uma junção abrupta temos a largura de depleção dada pela seguinte expressão:

$$W_0 = \left[\frac{2\epsilon(N_a + N_d)V_0}{qN_a N_d}\right]^{\frac{1}{2}} \leftrightarrow W_0 = 1,21 \times 10^{-6} m$$

Comparando estes valores (VER OS CÁLCULOS)...

4 Problema 9

$$I_{SC} = 50mA, V_{oc} = 0,65V, \eta = 1$$

Air Mais (AM1,5), quer dizer que isto acontece á temperatura e pressão ambiente.

Sei que $I_{sc} = I_{PH} = -KI$, a photocurrent não vai depender da voltagem através da junção p-n porque vai haver sempre um campo interno que vai fazer drift dos EHP fotogerados, então I_{PH} vai fluir mesmo sem voltagem. K vai depender do instrumento que estamos a utilizar.

Se tiver uma carga externa R que não está em curto circuito, vai se gerar uma tensão positiva nos terminais da junção p-n que resulta na passagem da corrente. Esta tensão vai reduzir o potencial interno da junção o que leva a uma injeção e difusão de portadores minoritários que estaria presente num diodo normal. O que resulta em haver duas correntes I_{PH} e a corrente do diodo $I_d = I_0(\exp(\frac{qV}{nkT}) - 1)$. A corrente total

$$I = -I_{PH} + I_0(\exp(\frac{qV}{nkT}) - 1)$$

Como o circuito é aberto $I = 0$:

$$\begin{aligned}\frac{I_{PH}}{I_0} &= (\exp(\frac{qV}{\eta kT}) - 1) \\ \Leftrightarrow \frac{eV}{\eta kT} &= (\ln(\frac{I_{PH}}{I_0}) + 1) \\ V_{OC} &= \frac{\eta kT}{q} \cdot \ln(\frac{I_{PH} + I_0}{I_0}) \\ I_{SC1} &= -KI\end{aligned}$$

Como queremos saber a corrente de curto circuito quando a intensidade é reduzida para a metade

$$\begin{aligned}I_{SC2} &= -K\frac{I}{2} \\ \frac{I_{SC1}}{I_{SC2}} &= \frac{-KI}{-K\frac{I}{2}}\end{aligned}$$

cortamos o (K) e as intensidades que resulta em

$$I_{SC2} = \frac{I_{SC1}}{2} = \frac{50mA}{2} = 25mA$$

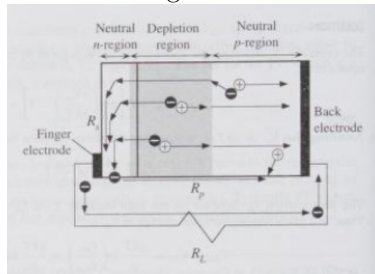
Se I_{PH} aumenta V_{SO} também aumenta, então neste caso como I_{PH} diminui para metade a V_{SO} também diminuir

$$\begin{aligned}V_{co1} - V_{co2} &= -\frac{\eta kT}{q} \ln \frac{I_{PH1}}{I_{PH2}} \\ \Leftrightarrow V_{co2} &= -\frac{\eta kT}{q} \ln(\frac{I_{PH1}}{I_{PH2}}) + V_{co1}\end{aligned}$$

5 Problema 10

Células solares práticas podem variar substancialmente de uma célula solar de junção pn ideal.

Figura 4:



Como é possível observar nesta figura, os eletrões fotogerados têm que atravessar uma região de superfície semicondutora para alcançar o eletrodo de dedo mais perto. Todos estes caminhos na região de superfície de camada n até aos eletrodos de dedos introduzem uma resistência efetiva em serie R_s dentro do circuito fotovoltaico. Neste caso da figura em cima, temos um circuito equivalente de uma célula solar ideal de junção pn. O processo de fotogeração é representado por uma gerador de constante de corrente I_{ph} que gera uma corrente que é proporcional à intensidade da luz. O fluxo dos transportadores fotogerados ao longo da junção originam uma diferença de tensão fotovoltaica V ao longo da junção, e esta tensão leva a uma corrente de diodo normal $I_d = I_0[\exp(eV/\eta kT) - 1]$ Nesta figura, temos o circuito equivalente de uma célula solar muito mais prática. A resistência em

Figura 5:

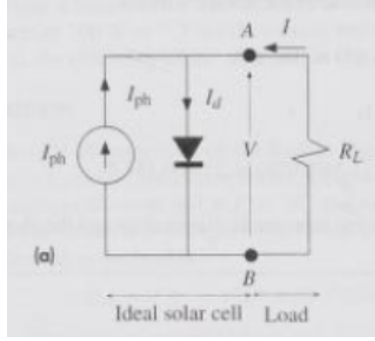
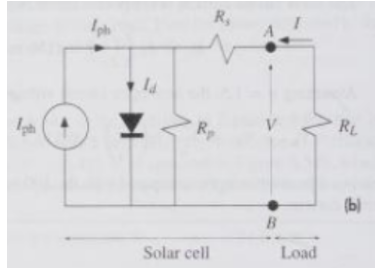


Figura 6:



serie R_s dá origem a uma queda de tensão nos terminais da resistência R_L e previne que a tensão fotovoltaica ideal se crie quando há uma corrente.

Como é possível observar no gráfico, a resistência em série amplia a curva $I - V$ e reduz a potência máxima disponível e consequentemente a eficiência da célula solar. Esta série em resistência pode deteriorar a performance da célula solar onde $R_s = 0$ é o melhor caso. Nota-se também que quando R_s é suficientemente longo, limita a corrente curto-circuito.

6 Problema 11

Para traçar o gráfico I vs V para um célula solar com $\mu = 1,5$, $I_0 = 3 \times 10^{-6} mA$ para uma iluminação que gera na célula $I_{PH} = 10 mA$, para valores de resistência $R_P = \infty$, $R_P = 1000$ e $R_P = 100$

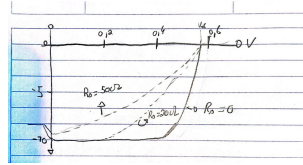
Consideramos uma junção iluminada que tem uma resistência de R_L e assumimos que a fotogeração vai se dar na zona de depleção. Os eletrões fotogerados tem que atravessar a superfície do semiconductor até chegar aos "finger" elétrodos que se encontram mais perto. Este caminho que o elétrodo atravessa do lado-n para os "finger" elétrodos, vai induzir uma resistência efetiva R_s no circuito fotovoltaico.

A resistência serie R_s vai levar a que ocorra uma queda de tensão nos terminais da resistência R_L , consequentemente o circuito nunca vai atingir a tensão fotovoltaica ideal nos terminais. Uma pequena fração dos portadores fotogerados pode fluir pela superfície do cristal em vez de fluir pela carga externa. Estes efeitos que previnem os portadores fotogerados de fluir no circuito externo são representados pela resistência de "Shunt" R_P , que vai desviar a fotocorrente da carga externa, pois vai oferecer á corrente um caminho diferente por onde fluir.

Embora a resistência R_s consiga deteriorar a performance do célula solar, uma R_P leva uma V_{OC} reduzida.

$$I = I_{PH} - I_0 \left(\frac{eV}{\mu KT} - 1 \right) - \frac{V}{R_P}$$

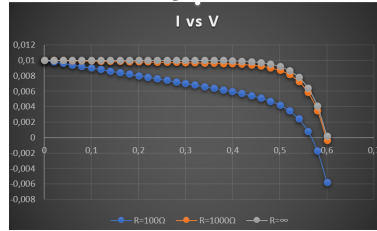
Figura 7:



$$I = 10mA - 3 \times 10^{-6} \left(\frac{25V}{\mu KT} - 1 \right) - \frac{V}{R_P}$$

,temos que substituir o $R_P = 100, 1000, \infty \Omega$ o que resulta no gráfico Ao observar o gráfico concluímos

Figura 8:



que á medida que a resistência de shunt diminuir muito a V_{OC} também vai acabar por diminuir.