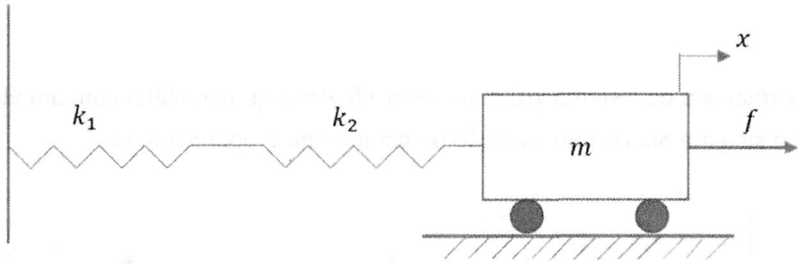
Teoria de Controlo	**Exame Recurso 22 junho 2022**
Nome: Carlos Miguel Passos Ferreira	**Nº:** A92846

1. Considere o sistema apresentado na figura. Bloco com uma carga de 5Kg. A inercia das suas rodas é desprezável e este está sujeito a um atrito de 20Ns/m. O sistema está sujeito a uma força de 1N que "puxa" o bloco. O bloco está conectado a um sistema de dupla mola cuja cada mola possui uma constante elástica de k1 = 2N/m e k2 = 3N/m.



1.1. Deduza a equação que traduz a relação entre a posição de saída ($X(s)$) e a força de entrada ($F(s)$). **(Nota: considere as condições iniciais iguais a zero) (2 val.)**

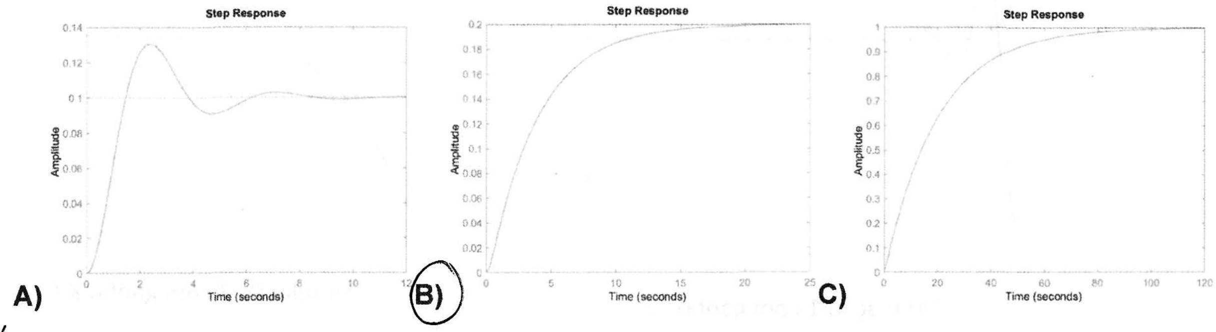
Nota: Caso não tenha conseguido efetuar a questão 1.1, considere para as restantes alíneas que $\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{5s^2+20s+5}$.

1.2. Considere que se aplica uma força em degrau unitário, calcule a posição do bloco após 10 segundos. **(1 val.)**

1.3. Calcule os polos do sistema, represente-os no plano s e classifique-o quanto a estabilidade. **(1 val.)**

1.4. Considere agora que a força aplicada ao sistema é de 3N. Calcule o erro em regime permanente. **(1 val.)**

1.5. Qual o gráfico que representa a resposta do sistema a uma entrada ao degrau unitário? **(1 val.)**



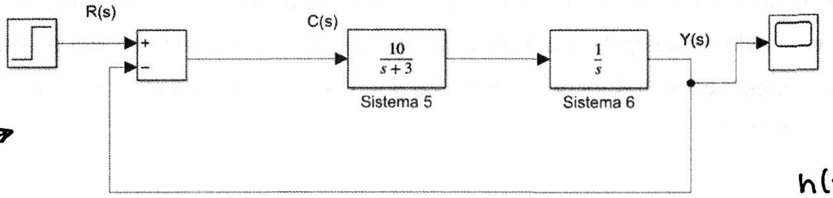
1.6. Considere que o sistema sofre uma perturbação, que resulta na inclusão de um integrador na função de transferência do sistema (multiplicação por 1/s). Aplique a 2ª regra de Ziegler- Nichols para sintonizar corretamente um controlador PID a aplicar no sistema. **(3 val.)**

1.7. Obtenha a expressão do controlador PID e represente em diagrama de blocos o sistema realimentado com o controlador PID. **(1 val.)**

1.8. Represente o sistema sob a forma matricial, utilizando espaço de estados. Considere a velocidade como saída. **(2 val.)**

Teoria de Controlo **Exame Recurso 22 junho 2022**
Nome:______________________________ **Nº:**______

2. Considere o sistema da figura:

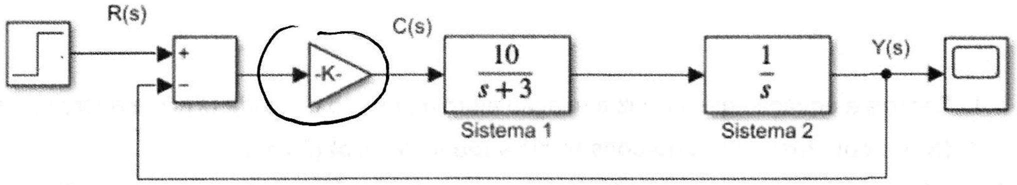


sobre este

h(t-10)

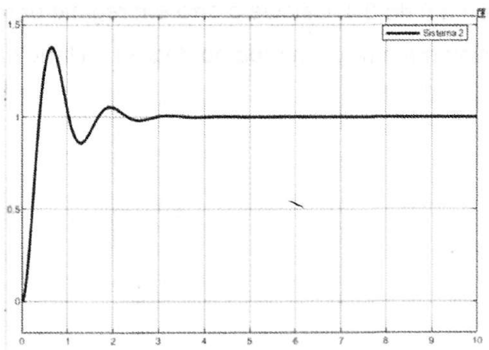
2.1. Obtenha a resposta do sistema y(t) a uma entrada em degrau unitário com um atraso de 10s. **(2 val.)**.

2.2. Considere o sistema agora com a adição do controlador proporcional K:

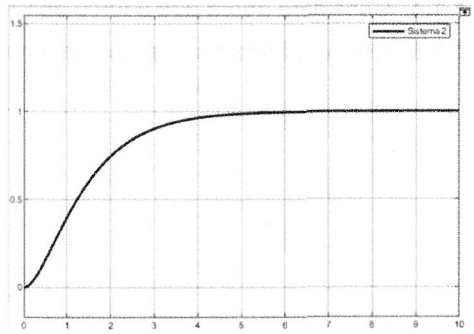


a) Qual o valor do ganho Proporcional que utilizaria de modo que o sistema de controlo em malha fechada tenha pólos reais? Justifique. **(2 val.)**

b) Nas figuras em baixo estão representadas duas respostas do sistema em malha fechada a entrada em degrau unitário utilizando dois valores de ganho Proporcional, K1 e K2. Dê uma gama de valores possíveis para K1 e K2. Justifique. **(2 val.)**



Simulação 1 com ganho K1



Simulação 2 com ganho K2

√ **3.** Para as afirmações abaixo deve responder simplesmente verdadeiro ou falso (V/F) **(2 val.)**

V **3.1.** No controlador PID o ganho proporcional diminui o tempo de subida (rise time).

V **3.2.** No controlador PID a parte integral aumenta o overshoot.

V **3.3.** O controlo por antecipação identifica perturbações e prepara o sistema para não sentir o efeito das perturbações, mas não consegue impedir instabilidade na resposta.

V **3.4.** A ação integral produz respostas lentas e oscilatórias. Tende a instabilizar a malha.

V **3.5.** Na acção derivativa, a resposta é proporcional a derivada do erro.

F **3.6.** A ação derivativa é indicada para processos com ruído.

V **3.7.** Servo controlo refere-se aos sistemas projetados para compensar os desvios das variáveis controladas ao *set point*, causados pelas perturbações.

F **3.8.** A ação integral aumenta o tempo de subida.

FORMULÁRIO

Teorema da Linearidade

$$L\{af(t)\} = aL\{f(t)\} = aF(s)$$
$$L\{af(t) + bg(t)\} = aF(s) + bG(s)$$

Teorema da Translação Complexa:

$$L\{e^{at}f(t)\} = F(s-a)$$

Teorema do Valor Inicial:

$$\lim_{t\to 0} f(t) = \lim_{t\to\infty} sF(s)$$

Teorema da Derivação

$$L\left\{\frac{d^n f(t)}{dt^n}\right\} = s^nF(s) - s^{n-1}f(0) - \cdots - \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}}\bigg|_{t=0}$$

Teorema do Valor final

$$\lim_{t\to\infty} f(t) = \lim_{t\to 0} sF(s)$$

Teorema da Integração Real:

$$L\left\{\int_0^t f(t)dt\right\} = \frac{1}{s}F(s)$$

Cálculo dos coeficientes se r1 for repetido:

$$A_k = \lim_{s\to r_1} \frac{1}{(k-1)!}\frac{d^{k-1}}{ds^{k-1}}[(s-r^1)^m Y(s)]$$

$f(t)$	$F(s)$
$\delta(t)$	1
$h(t)$	$1/s$
$v(t)$	$1/s^2$
e^{at}	$\frac{1}{(s-a)}$
$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}e^{at}$	$\frac{1}{(s-a)^n}$

$$\mathcal{L}[f(t-t_0)] = e^{-s \cdot t_0} \cdot F(s)$$

Sistemas de 2ª ordem sub-amortecidos:

Tempo de subida:

$$t_s = \frac{\pi - \beta}{\omega_a}$$

Onde $\beta = \tan^{-1}\frac{\omega_a}{\sigma}$, $\sigma = \zeta\omega_n$ e $\omega_a = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$

Tempo de pico:

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_a}$$

Tempo de estabelecimento a 2%:

$$t_{ss} = \frac{4}{\zeta\omega_n}$$

Mp – sobre-elongação normalizada:

$$M_p = \frac{y_p}{y(\infty)} = 1 + e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$

PO – sobre-elongação percentual ('percent overshoot'):

$$overshoot = \frac{y_p - y(\infty)}{y(\infty)} \times 100\% = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \times 100$$

Regras de Ziegler-Nichols:

Malha fechada

	K_p	τ_i	τ_d
P	$0{,}5K_{cr}$	-	-
PI	$0{,}45K_{cr}$	$\frac{1}{1{,}2}P_{cr}$	-
PID	$0{,}6K_{cr}$	$0{,}5P_{cr}$	$0{,}125P_{cr}$

Malha aberta

	K_p	τ_i	τ_d
P	$\frac{\tau}{L}$	-	-
PI	$0.9\frac{\tau}{L}$	$\frac{L}{0.3}$	-
PID	$1.2\frac{\tau}{L}$	$2L$	$0.5L$

Malha aberta: $G_c(s) = K_p\left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right) = 1.2\frac{\tau}{L}\left(1 + \frac{1}{2Ls} + 0.5Ls\right) = 0.6\tau\frac{\left(s+\frac{1}{L}\right)^2}{s}$

Malha fechada: $G_c(s) = K_p\left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right) = 0{,}6K_{cr}\left(1 + \frac{1}{0{,}5P_{cr}s} + 0{,}125P_{cr}s\right) = 0{,}075K_{cr}P_{cr}\frac{\left(s+\frac{4}{P_{cr}}\right)^2}{s}$