Termodinâmica e Física Estatística parte II

Simão Cardoso

~~Março~~ Maio 2022

1 Aproximação ao equilíbrio

$$\mathcal{P}(x_1, x_2, ..., x_q) = \frac{\Omega(x_1, x_2, ..., x_q)}{\Omega_T}$$

Onde Ω é o nº de estados microscópicos acessíveis ao sistema.

→ Sistema fora de EQ. vai evoluir no sentido de prob. máxima, ou seja, de.Ω ser máximo.

Condição de EQ. :

$$\frac{\partial \ln \Omega_A}{\partial E_A} = \frac{\partial \ln \Omega_B}{\partial E_B}$$

Entropia definida sob o ponto de vista microscópico:

$$S = k_B \ln \Omega$$

2 Sistema em contacto com reservatório

Probabilidade de estar em E_n:

$$\mathcal{P}(E_n) = Ce^{-\beta E_n}$$

Distribuição canónica:

$$\mathcal{P}(E_n) = \frac{e^{-\beta E_n}}{\sum_n e^{-\beta E_n}}$$

Função de partição:

$$\mathcal{Z} = \sum_n e^{-\beta E_n}$$

3 Energia interna, trabalho vs função de partição

$$\mathcal{Z} = \frac{Z^N}{N!}$$

Energia interna:

$$U = -\frac{\partial \ln \mathcal{Z}}{\partial \beta}$$

Trabalho:

$$dW = -\frac{1}{\beta}\frac{\partial \ln \mathcal{Z}}{\partial x} dx$$

Pressão:

$$P = \frac{1}{\beta}\frac{\partial \ln \mathcal{Z}}{\partial V}$$

Entropia:

$$S = k_B \ln \mathcal{Z} + \frac{U}{T}$$

Energia livre de Helmoltz:

$$F = -k_B \ln \mathcal{Z}$$

4 Formulação generalizada

Definição generalizada de entropia a partir da distribuição de probabilidades (p_i):

$$S = -k_B \sum_i \mathcal{P}i \ln \mathcal{P}_i$$

Distribuição microcanônica:

$$\mathcal{P}_i = \frac{1}{\Omega}$$

Distribuição canônica:

$$\mathcal{P}_i = \frac{e^{-\beta E_n}}{\mathcal{Z}}$$

Distribuição de Maxwell-Boltzman:

$$n_i = N\frac{e^{-\beta E_i}}{\mathcal{Z}}$$

5 Função de partição de gás ideal

Função de partição de gás ideal monoatómico:

$$\mathcal{Z} = \left[\frac{V}{h^3}\left(\frac{2m\pi}{\beta}\right)^{\frac{3}{2}}\right]^N$$

Energia interna:

$$U = \frac{3}{2}Nk_BT$$

$$c_v = \frac{3}{2}Nk_B$$

Pressão:

$$P = \frac{k_BTN}{V}$$

Entropia:

$$S = k_B \ln\left(\frac{V^N}{h^{3N}}\left(\frac{2m\pi}{\beta}\right)^{\frac{3}{2}N}\right) + \frac{3}{2}Nk_B$$

Teorema da equipartição de energia: Cada termo dependente de um parâmetro ao quadrado contribui com $\frac{1}{2}k_BT$ para a energia interna.

6 Cinética de gases diluídos

Distribuição das velocidades:

$$f(\vec{v})d\vec{v} = \frac{N}{V}\left(\frac{\beta m}{2\pi}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{\beta m v^2}{2}} d\vec{v}$$

Distribuição de v_z para qualquer v_x e v_y:

$$f(v_z)d_z = \frac{N}{V}\left(\frac{\beta m}{2\pi}\right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{\beta m v^2}{2}} dv_z$$

Velocidade média:

$$\langle v_x\rangle = 0, \langle v_x^2\rangle = \frac{k_BT}{m}$$

$$\langle v_y\rangle = 0, \langle v_y^2\rangle = \frac{k_BT}{m}$$

$$\langle v_z\rangle = 0, \langle v_z^2\rangle = \frac{k_BT}{m}$$

Desvio padrão da velocidade média:

$$\sigma_{v_x} = \sqrt{\frac{k_B T}{m}}$$

$$\sigma_{v_y} = \sqrt{\frac{k_B T}{m}}$$

$$\sigma_{v_z} = \sqrt{\frac{k_B T}{m}}$$

Módulo de velocidade:

$$f(v)dv = 4\pi v^2 \left(\frac{\beta m}{2\pi}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{\beta m v^2}{2}} dv$$

Velocidade mais provável:

$$v_{MP} = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}}$$

Valor médio de velocidade:

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m}}, \langle v^2 \rangle = \frac{3k_B T}{m}$$

Desvio padrão da velocidade:

$$\sigma_v = \sqrt{\frac{k_B T(3\pi - 8)}{\pi m}}$$

7 Sistemas paramagnéticos

Energia:

$$\epsilon_\pm = \mp \mu B$$

Valor médio do momento magnético:

$$\overline{\mu} = \sum_n \mu_n \mathcal{P}(\epsilon_n)$$

Magnetização:

$$M = N \times \overline{\mu} = N\mu \tanh(\beta\mu B)$$

8 Notas

Constante de Boltzman:

$$k_B = 1.38 \times 10^{-23}\ m^2 kg s^{-2} K^{-1}$$

$$\beta = \frac{1}{k_B T}$$

$1 eV = 1,6 \times 10^{-19} J$