

Universidade do Minho

Problemas de Mecânica Analítica e Ondas

Série 8 – Vibrações Livres e Forçadas de Sistemas Físicos

1 - Um objeto de massa 1 g suspenso de uma mola de massa desprezável é induzido em movimento oscilatório. No instante $t = 0$ o desvio é de 43.785 cm e a aceleração de $-1.7514 \text{ cm s}^{-2}$. Calcule o valor da constante elástica da mola.

2 - Um cilindro de diâmetro d e comprimento L flutua num líquido, sendo $l < L$ o comprimento da sua parte mergulhada no mesmo. Considera-se que não há amortecimento e que no instante $t = 0$ o cilindro é empurrado para baixo, de uma distância A , e em seguida libertado.

(a) Qual a expressão da frequência angular da oscilação induzida em termos das outras quantidades do sistema?

(b) Produza um gráfico representativo da velocidade em função do tempo, desde $t = 0$ até $t = T$, onde T designa o período da oscilação. Os valores da amplitude e fase da velocidade devem ser indicados (na sua representação em termos da função coseno).

3 - Um objeto de massa 0.2 Kg é suspenso de uma mola de massa desprezável e constante elástica 80 N m^{-1} . O objeto está sujeito a uma força resistiva de amortecimento dada por $-bv$, onde v é a sua velocidade em metros por segundo.

(a) Sabendo que a razão da frequência angular amortecida e frequência angular natural é dada por $\sqrt{3}/2$, determine o valor da constante b .

(b) Calcule ainda o valor da qualidade do sistema Q .

4 - Derive a solução de estado estacionário da equação de movimento,

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -k x + F_0 \sin(\omega t),$$

representativa de um oscilador forçado constituído por um objeto de massa m suspenso de uma mola de massa desprezável e constante elástica k .

5 - Considere um oscilador amortecido de massa $m = 0.2 \text{ Kg}$, constante de amortecimento $b = 4 \text{ Nm}^{-1}\text{s}$ e constante elástica $k = 80 \text{ Nm}^{-1}$. Considere que ao oscilador é aplicada uma força $F = F_0 \cos(\omega t)$, onde $F_0 = 2 \text{ N}$ e a frequência

angular é dada por $\omega = 30 \text{ radianos } s^{-1}$.

(a) Quais são os valores de A e δ da vibração do estado estacionário descrita por $x = A \cos(\omega t - \delta)$?

(b) Qual é a potência média fornecida durante um ciclo?

6 - Uma corda uniforme de comprimento $L = 2.5 \text{ m}$ e massa $M = 0.01 \text{ Kg}$ é sujeita a uma tensão de $T = 10 \text{ N}$.

(a) Qual é a frequência do seu modo fundamental?

(b) Se a corda for puxada transversalmente, de modo a vibrar, e em seguida um dos seus pontos a 0.5 m de um dos extremos for fixado, quais as frequências que persistirão para as vibrações do segmento da corda entre esse ponto e o correspondente extremo?

Dados auxiliares

Aceleração da gravidade

$$g = 9.8 \text{ m } s^{-2}$$

Conversão de unidades

$$1 \text{ N} = 1 \text{ Kg m } s^{-2}$$

$$1 \text{ dyn} = 1 \text{ g cm } s^{-2} = 10^{-5} \text{ N} = 10^{-5} \text{ Kg m } s^{-2}$$

$$1 \text{ J} = 1 \text{ Nm} = 1 \text{ Kg m}^2 s^{-2}$$

$$1 \text{ W} = 1 \text{ J } s^{-1} = 1 \text{ Kg m}^2 s^{-3}$$

Faz-se notar que no problema 4 a diferença relativamente ao caso considerado nas aulas teóricas é que a força sinusoidal aplicada ao objeto é dada por $F = F_0 \sin(\omega t)$ em vez de $F = F_0 \cos(\omega t)$.