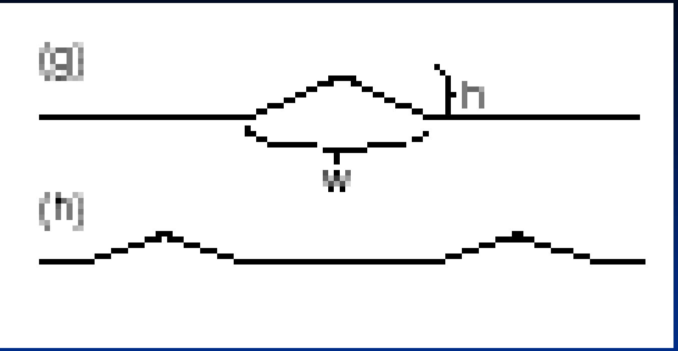
De volta à velocidade de propagação



- Derivar v para um caso
  - Aproximação

Considerar uma corda tensa que vai ser percutida com um martelo.

Por simplicidade, admitir que a deformação causada é triangular (g).

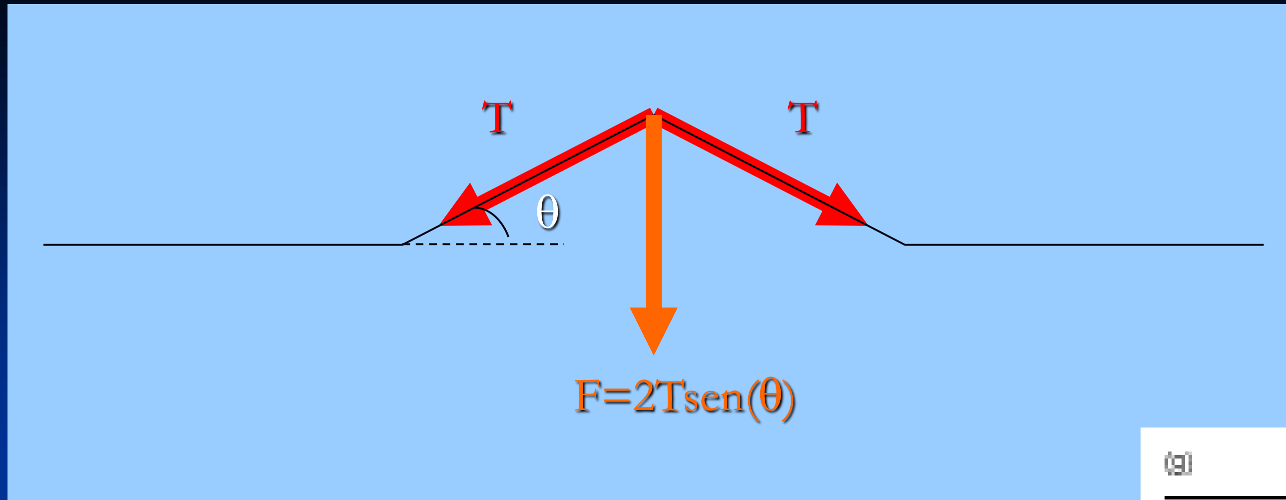
Para cada um dos lados da corda irá propagar-se um pulso com a mesma forma e metade da amplitude original (h).

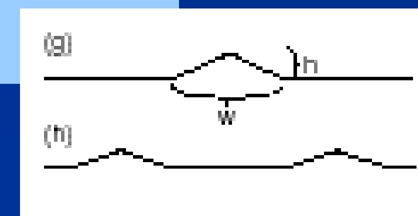
Seja t o tempo necessário para que cada pulso se desloque uma distância igual à largura do pulso w.

A velocidade de deslocamento será $\pm w/t$.

A velocidade depende das propriedades da corda: a força de tensão T a que está sujeita, e a sua densidade μ (massa por unidade de comprimento).

A porção de corda afetada pela deformação inicial tem uma massa aproximadamente igual a μw (h é muito menor que w).





Este pedaço da corda vai estar sujeito

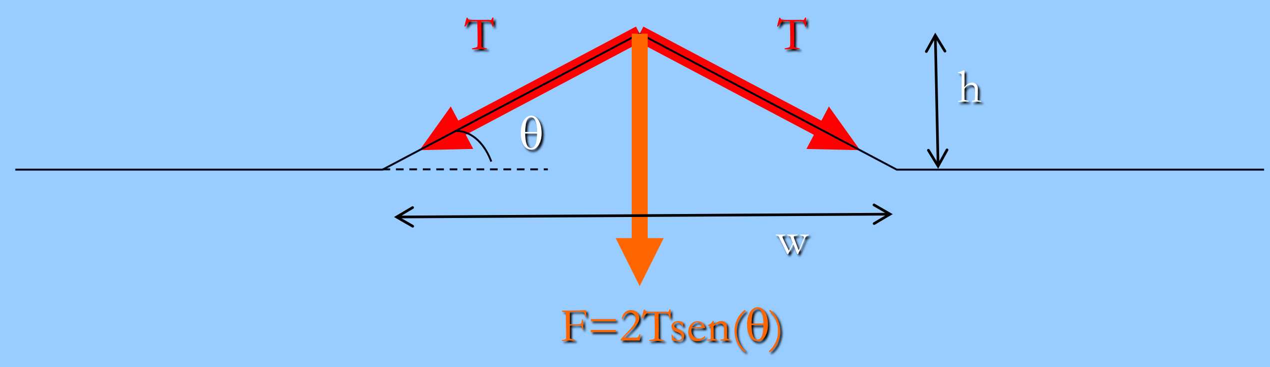
a uma aceleração que não é constante.

Vamos todavia admitir que a deformação é tão pequena que consideraremos a aceleração constante.

Assim, o tempo decorrido entre as situações (g) e (h) é o tempo necessário para a deformação acelerar desde o repouso à sua posição normal, isto é, até se desvanecer.

O vértice superior do triângulo percorre uma distância h no tempo t.

Neste vértice atuam duas forças T aplicadas ao longo de cada uma das arestas.



Neste vértice actuam duas forças T aplicadas ao longo de cada uma das arestas.

A força total, F, aplicada é $2T\text{sen}(\theta)$.

$\text{sen}(\theta)=h/\text{hipotenusa}$, mas como h é muito menor que w,

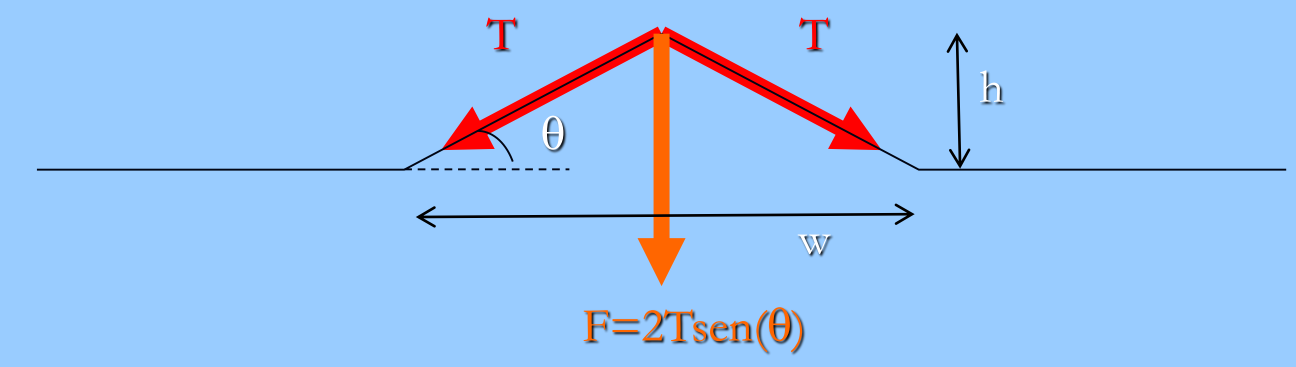
$$\text{hipotenusa} \approx w/2$$

então $\text{sen}(q)\approx h/(w/2)= 2h/w$

Assim, $F \approx 4Th/w$

Aplicando a segunda lei de Newton

$$a=F/m \approx 4Th/(mw)= 4Th/(\mu w^2)$$



Aplicando a segunda lei de Newton

$a = F/m \approx 4Th/(mw) = 4Th/(\mu w^2)$

O tempo decorrido durante um percurso h com uma aceleração a é dado por

$$h = at^2/2$$

Então

$$t = \sqrt{2h/a} = w\sqrt{\frac{\mu}{2T}}$$

Recordemo-nos que v=w/t, ou seja:

$$v = \sqrt{\frac{2T}{\mu}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2T}{\mu}}$$

Na expressão obtida para v, é notável que não haja qualquer dependência nem de h nem de w. É um facto verificado experimentalmente que a velocidade de propagação de um pulso, triangular ou com qualquer outra forma, é constante.

As aproximações envolvidas ao longo do cálculo conduziram a uma expressão final de v que é também aproximada.

Usando técnicas de cálculo infinitesimal, poderíamos chegar ao resultado exato para v:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$