

1. Considere uma cadeia diatômica com interações harmónicas entre vizinhos imediatos.



- a) Obtenha a expressão geral para a dispersão dos respectivos modos vibracionais:

$$\omega^2 = \frac{k}{M_1 M_2} \left[ (M_1 + M_2) \pm \sqrt{(M_1 + M_2)^2 - 2M_1 M_2 (1 - \cos(ka))} \right]$$

- b) Indique a dispersão características dos dois ramos de soluções nos limites  $k \rightarrow 0$  e  $k \rightarrow \frac{\pi}{a}$

2. a) Obtenha a densidade de modos normais de vibração para uma cadeia monoatômica 1-dim.  
 b) Calcule a frequência de Debye como função da velocidade de propagação do som e da densidade linear de átomos na cadeia.  
 c) Obtenha a expressão geral para a energia associada às vibrações térmicas.  
 d) Mostre que o calor específico a baixas temperaturas decai proporcionalmente à temperatura ( $C_v \propto T$ ).

3. O InSb é um semiconductor que tem uma constante dielétrica  $\epsilon_r \approx 18$  e uma massa efectiva electrónica  $m_c^* \approx 0.015m$ .

- a) Faça uma estimativa da energia de ionização de um átomo dador (admita que este átomo tem apenas um electrão excedentário). Compare esta energia com a energia de agitação térmica à temperatura ambiente. O que pode concluir sobre o estado de ionização das impurezas a esta temperatura?  
 b) Uma amostra de Si tem 1 em cada  $10^9$  átomos substituído por uma impureza dadora (com um electrão excedentário). Obtenha a posição do potencial químico à temperatura ambiente (relativamente ao mínimo da banda de condução), admitindo que todas as impurezas se encontram ionizadas.

Observação: O Si tem uma estrutura de diamante com uma aresta da célula convencional  $a \approx 5.43 \text{ \AA}$ . Admita que  $m_c^* \approx 0.2m$ . Recorde que  $n = 2 \frac{(2\pi m_c^* k_B T)^{\frac{3}{2}}}{h^3} e^{-\frac{(E_c - \mu)}{k_B T}} = N_c e^{-\frac{(E_c - \mu)}{k_B T}}$  e que no regime extrínseco com as impurezas ionizadas  $n$  é aproximadamente igual à concentração de impurezas.