Estimativa do "verdadeiro" valor de uma grandeza

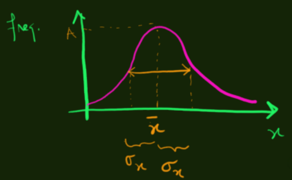
$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$ valor médio (estimativa do "verdadeiro" valor)

Desvio padrão : $\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_i (x_i - \bar{x})^2}$

significa que a probabilidade de, com uma única medida, o valor dessa medida se encontrar no intervalo

$\bar{x} \pm \sigma_x$

é de 68%.



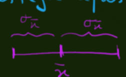
Exemplo: função gaussiana (distribuição normal)

$$\boxed{f(x) = A\, e^{(x-X)/(2\sigma^2)}}$$

$X \equiv \bar{x}$
$\sigma \equiv$ desvio padrão

Desvio padrão da média: $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$

Este parâmetro significa que há uma probabilidade de 68%. de que o valor médio esteja afastado até $\sigma_{\bar{x}}$ do verdadeiro valor de X.



> sempre que um resultado é apresentado com uma incerteza é necessário especificar a origem dessa incerteza

$\bar{x} \pm \sigma_{\bar{x}}$ prob. de 68%.

$\bar{x} \pm 2\sigma_{\bar{x}}$ prob. de 95%.

Exemplo:

Intervalo de tempo medido usando um cronómetro com erro de leitura de 0.01 s

ensaio	t (s)	valor médio (s)	desvio (s)	desvio^2 (s^2)	desvio padrão (s)	desvio padrão da média (s)
1	5.02		0.01	0.000168999999999997		
2	4.81		-0.20	0.038809000000000000		
3	4.98		-0.03	0.000728999999999959		
4	5.12		0.11	0.012769000000000100		
5	5.05	5.007	0.04	0.001849000000000010	0.167865687	0.053083791
6	5.27		0.26	0.069169000000000000		
7	4.71		-0.30	0.088208999999999800		
8	5.15		0.14	0.020449000000000200		
9	4.88		-0.13	0.016128999999999900		
10	5.08		0.07	0.005329000000000060		

$t = \cancel{5{,}007 \pm 0{,}053}$ s $t = 5{,}01 \pm 0{,}05$ s

Medidas indirectas. Propagação de erros

$$f = f(x_1, x_2, x_3, \dots)$$

$\sigma_f = ?$ $\qquad \left.\begin{matrix}\sigma_{x_1} \\ \sigma_{x_2} \\ \vdots\end{matrix}\right\}$ conhecidos (medidas directas)

$$\boxed{\sigma_f = \left[\underbrace{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)}_{\text{derivada parcial}}^2 \sigma_{x_1}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2 \sigma_{x_2}^2 + \dots \right]^{1/2}}$$

realiza-se a derivada em ordem a x_1 ($x_2, x_3, \dots$ são constantes no cálculo da derivada)

Ex.: $V = V(a, b, c)$

$V = a \cdot b \cdot c$

$$\sigma_V = \left[\left(\frac{\partial V}{\partial a}\right)^2 \sigma_a^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial b}\right)^2 \sigma_b^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial c}\right)^2 \sigma_c^2 \right]^{1/2}$$

$$= \left[(bc)^2 \sigma_a^2 + (ac)^2 \sigma_b^2 + (ab)^2 \sigma_c^2 \right]^{1/2}$$

$$\left(\frac{\sigma_V}{V}\right)^2 = \frac{(\cancel{b}\cancel{c})^2}{(a\cancel{b}\cancel{c})^2} \sigma_a^2 + \frac{(\cancel{a}\cancel{c})^2}{(\cancel{a}b\cancel{c})^2} \sigma_b^2 + \frac{(\cancel{a}\cancel{b})^2}{(\cancel{a}\cancel{b}c)^2} \sigma_c^2$$

$$= \left(\frac{\sigma_a}{a}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_b}{b}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_c}{c}\right)^2$$

$\frac{\sigma_V}{V} \equiv$ erro relativo de V

$\frac{\sigma_a}{a} \equiv$ " " " a

$$\boxed{\sigma_V = \left[\left(\frac{\sigma_a}{a}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_b}{b}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_c}{c}\right)^2 \right]^{1/2} V}$$