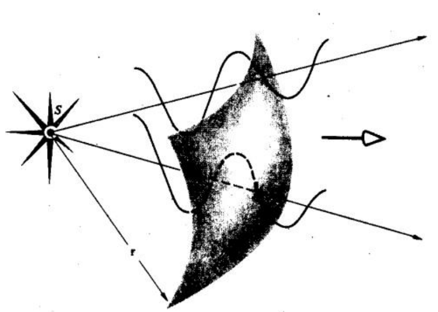
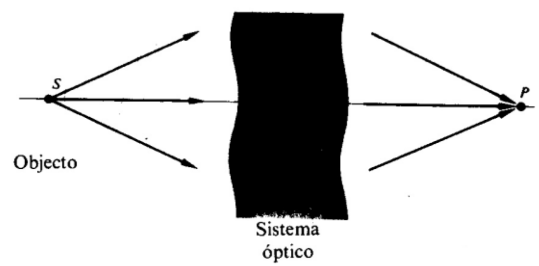
ÓTICA ONDULATÓRIA

4. Propagação da Radiação Eletromagnética

Considere-se uma fonte luminosa (S). A fonte emite ondas sinusoidais em todas as direções. As **frentes de onda** são superfícies que unem pontos em que a fase da perturbação ótica (da onda) é constante. **Os raios luminosos são perpendiculares às frentes de onda; são, portanto, linhas paralelas ao vetor de propagação ou vetor de onda.** *"Logo"* **os raios luminosos divergem a partir de uma fonte pontual.**





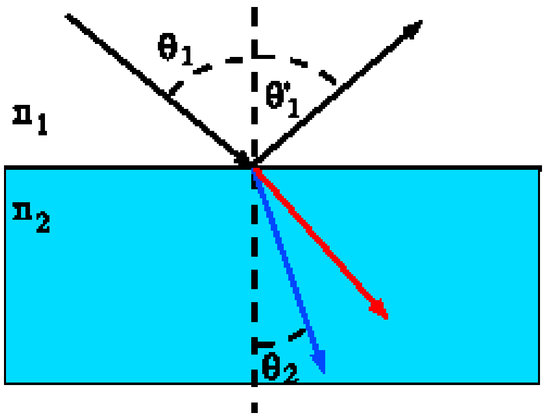
Após a passagem por um **sistema ótico** (superfície refletora e refratora) os raios luminosos "*convergem*" para um "ponto" (P). Se toda a radiação que diverge de (S) e passa pelo sistema ótico "convergir" em (P) estamos perante um sistema ótico estigmático perfeito ou ideal. Os pontos (S) e (P) são conjugados, ficando um no chamado espaço objecto e o outro no espaço imagem. Devido ao princípio da reversibilidade se a fonte estiver em (P) a imagem é o ponto (S).

ÓTICA ONDULATÓRIA

4. Propagação da Radiação Eletromagnética

O conceito de **raio luminoso** é fundamental em ótica geométrica.

O princípio de Fermat (**princípio do tempo mínimo**) permite deduzir as **leis da reflexão e da refração (Lei de Snell)**



Lei da Reflexão – ângulo de incidência igual ao ângulo de reflexão $\theta_1 = \theta'_1$ **(1)**

Lei da refração (Lei de Snell) – $n_1 \text{sen}\theta_1 = n_2 \text{sen}\theta_2$ **(2)**

Muita atenção à definição de ângulo de incidência, de reflexão e de refração.

Índice de refração: razão entre a velocidade de propagação da radiação no vazio e no interior de um dado material. Pela definição, **n é sempre maior que 1.**

$$n(\lambda) = \frac{c}{v(\lambda)}$$

(3)

A velocidade de propagação de uma dada radiação num dado meio é uma característica dessa radiação. Ou seja, radiação com c.d.o. diferente terá uma velocidade de propagação, no mesmo meio, diferente.

O facto de ***n* ser função de λ** dá origem à **dispersão**. A dispersão obriga a uma visão atomística da matéria (ver slides 41 e 42).

4. Propagação da Radiação Eletromagnética

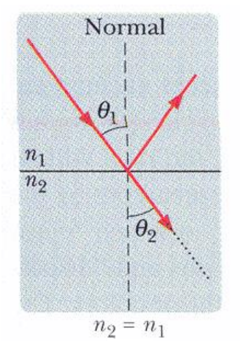
Relacionado com o princípio de Fermat, ou do tempo mínimo, pode-se definir um conceito muito importante em ótica – **Percurso Ótico, Δ = nd.**

O tempo *t* que uma dada radiação demora a atravessar a distância *d*, é dado por

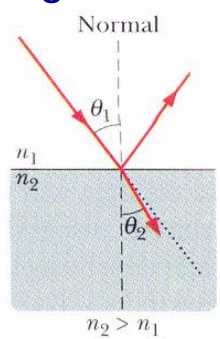
$$t = \frac{d}{v} = \frac{nd}{c} = \frac{\Delta}{c}$$

Como se vê Δ = ***nd*** e representa o espaço que a radiação percorreria, no mesmo tempo, se se propagasse à velocidade c.

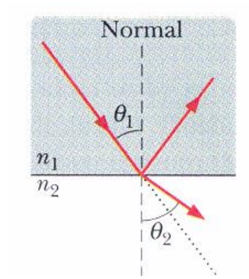
Vamos analisar algumas situações decorrentes da Lei de Snell



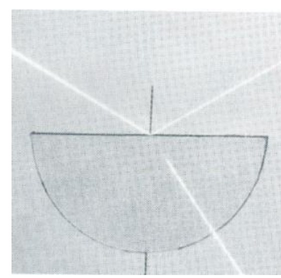
(a)



(b)



(c)



A situação trivial é a de um raio que incide segundo a normal à superfície em que

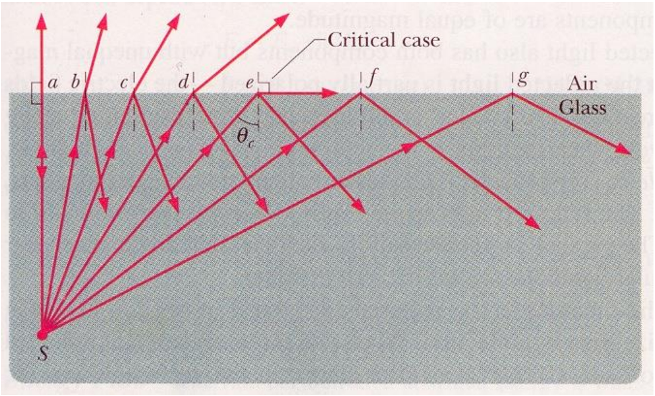
$$\theta_i = \theta' = \theta_t = 0$$

Quando a radiação passa dum meio com *n* maior para outro com *n* inferior, o feixe refratado afasta-se da normal. Existe um valor para o ângulo de incidência, para o qual o feixe refratado faz um ângulo de 90º com a normal. A partir desse valor de ângulo de incidência, chamado **ângulo crítico**, deixa de existir feixe refratado. Dá-se a chamada **Reflexão Interna Total (RIT)**

$$n_1 \operatorname{sen} \theta_C = n_2 \operatorname{sen} 90^\circ \qquad \theta_C = \operatorname{sen}^{-1}(n_2/n_1) \qquad (4)$$

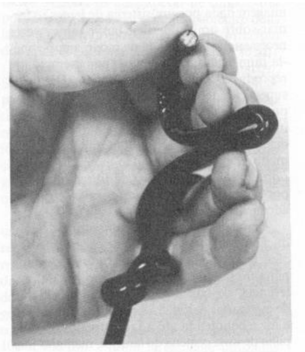
4. Propagação da Radiação Eletromagnética

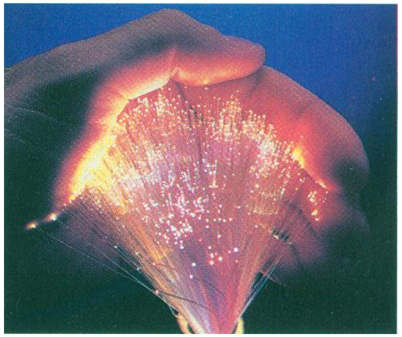
Para uma interface vidro/ar, θ_C~42º.



Verifica-se experimentalmente (e vamos ver de seguida pelas equações de Fresnel) que a repartição da intensidade luminosa entre os feixes refletidos e refratados depende da relação entre os dois índices de refração, mas também do ângulo de incidência θ_1.

À medida que θ_1 aumenta, aumenta a intensidade do feixe refletido e diminui a do feixe refratado. Para a situação de RIT, $\theta_1 = \theta' = \theta_C$, $\theta_2 = 90º$, deixa de haver feixe refratado e a intensidade do feixe incidente é igual à intensidade do feixe refletido.



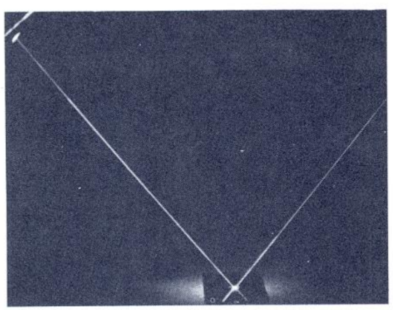


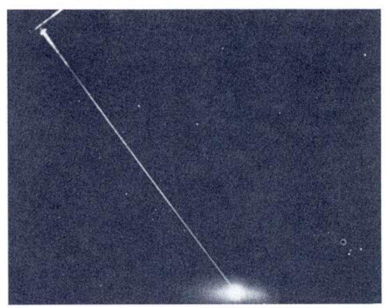
A **RIT é o princípio geral de funcionamento das fibras óticas** que têm inúmeras aplicações tecnológicas: medicina, transmissão de dados, comunicações. Permitem levar a luz entre dois pontos, mesmo às curvas, praticamente sem perdas.

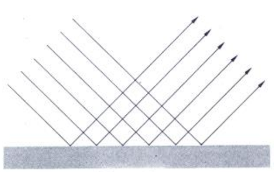
ÓTICA ONDULATÓRIA

4. Propagação da Radiação Eletromagnética

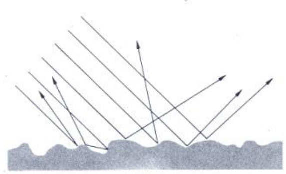
Reflexão Especular vs Reflexão Difusa – Pode parecer que a Lei da Reflexão contraria o nosso conhecimento experimental do dia-a-dia. Como se sabe, quando um feixe de luz incide numa folha de papel ou numa parede branca, ele é totalmente refletido (se a parede é branca não absorve nenhuma componente do espetro visível). No entanto a situação é completamente diferente da que se observa se o mesmo feixe incidir num espelho… e for também totalmente refletido. A única diferença entre o papel ou a parede e o espelho está na superfície. **A superfície do espelho é lisa** (irregularidades superficiais muito inferiores ao c.d.o.) **e dá por isso origem à reflexão especular**, enquanto que **a superfície do papel ou da parede é rugosa e origina uma reflexão difusa.**







Especular



Difusa

A nível local, microscópico, toda a reflexão verifica a lei $\theta_1=\theta'$, mas a nível macroscópico a grande maioria dos materiais que nos rodeiam são total ou parcialmente difusores.

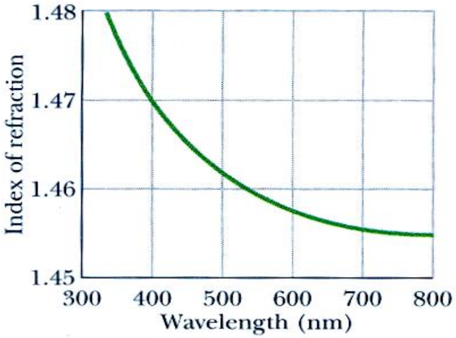
- **Quanto menos difusora for uma superfície, maior é o seu brilho**.

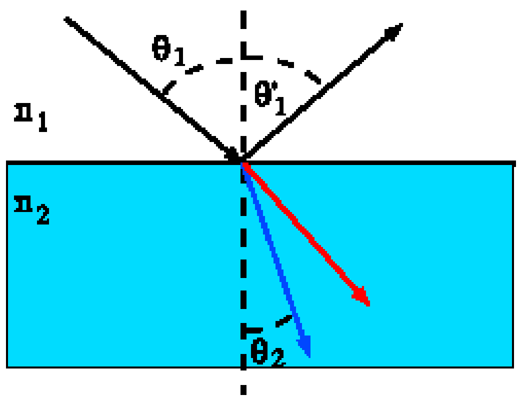
4. Propagação da Radiação Eletromagnética

Como já se disse, o facto de *n* ser função de λ dá origem à **dispersão** (ver slides 41 e 42 do capítulo anterior)

Normalmente *n* diminui quando λ aumenta, como se mostra na figura junta.

Consideremos que a luz incidente é um feixe de luz branca. O feixe refletido será também luz branca. Relativamente à radiação refratada, consideremos a situação habitual em que a radiação passa do ar para o vidro.





De acordo com a Lei de Snell, $\theta_2 < \theta_1$.

Mas, como a radiação vermelha tem maior c.d.o. que a azul, terá menor *n* e então $n_V < n_A$ e $\theta_{2,V} > \theta_{2,A}$ e assim **o feixe azul será mais desviado do que o vermelho**, como se vê na figura.

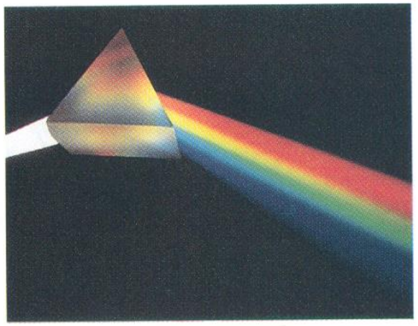
Define-se potência dispersiva de um dado material pela relação $\dfrac{n_{Azul} - n_{Verm}}{n_{Amar} - 1}$

O inverso da potência dispersiva é o chamado *índice de dispersão* (numero de Abbe)

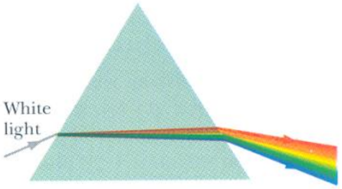
4. Propagação da Radiação Eletromagnética

Uma das funções dos **prismas** é dispersar **a luz**.

Como se vê na figura a dispersão que ocorre na primeira interface é aumentada depois na segunda e consegue-se assim uma maior separação cromática.

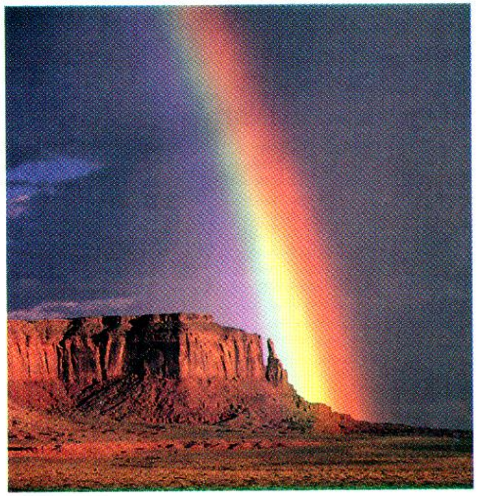


(a)

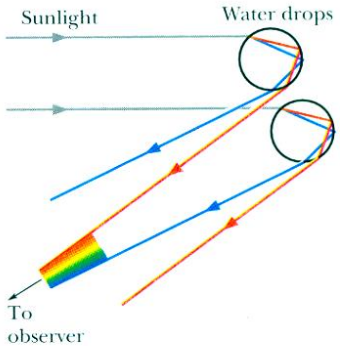


(b)

O mais belo exemplo de dispersão da luz na natureza é sem dúvida o **arco-íris**. Quando está a “chover e a fazer sol” alguma luz branca do Sol, intercetada por gotas de chuva, pode ser dispersa pelas gotas. A luz sofre depois uma RIT dentro das gotas e é de novo refratada, saindo da gota e podendo chegar ao observador… O ângulo entre a linha do Sol e o observador é de cerca de 42º.



(a)

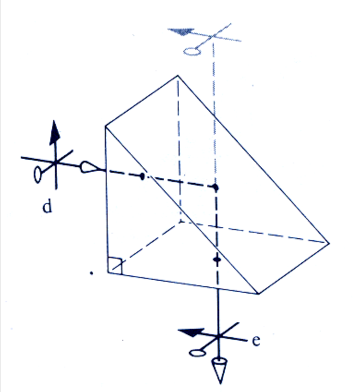


(b)

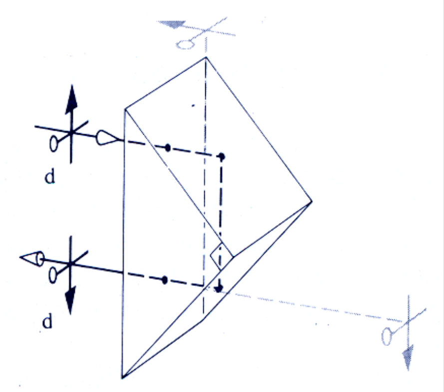
ÓTICA ONDULATÓRIA

4. Propagação da Radiação Eletromagnética

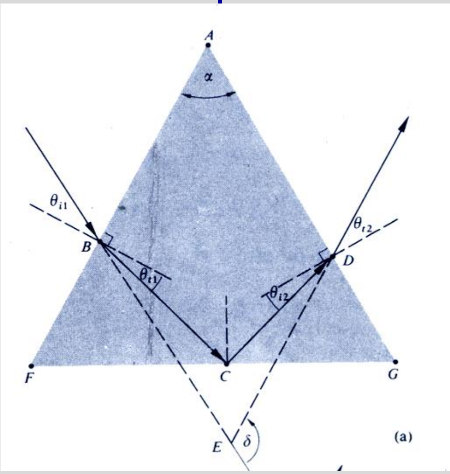
Os **prismas**, para além de **elementos de dispersão**, podem ter muitas outras aplicações como **divisores de feixe e polarizadores**, no entanto a sua utilização mais habitual é a de **encaminhamento e desvio da luz**. São os chamados **prismas de reflexão.** O que se pretende é alterar a direção de propagação da luz, através de pelo menos uma RIT, **sem que ocorra dispersão**. Mostram-se três exemplos



(a) Prisma de ângulo recto



(b) Prisma de Porro



(c) Prisma de reflexão

Em (a) e (b) só há **refrações para $\theta_i = 0$ e RIT**, logo **não há dispersão**.

Em (c), pode-se mostrar que, devido à RIT no lado FG, o ângulo de desvio δ é independente de n e portanto também **não há dispersão,** $\delta = 2\,\theta_{i1} + \alpha$

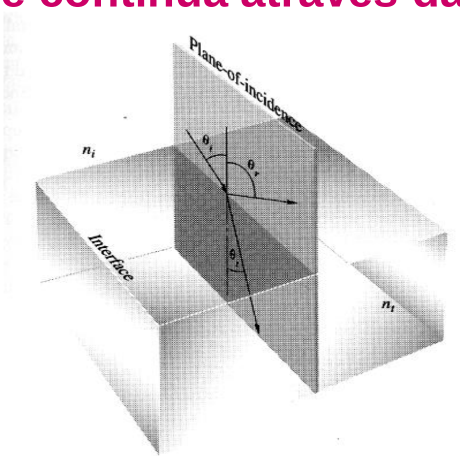
ÓTICA ONDULATÓRIA

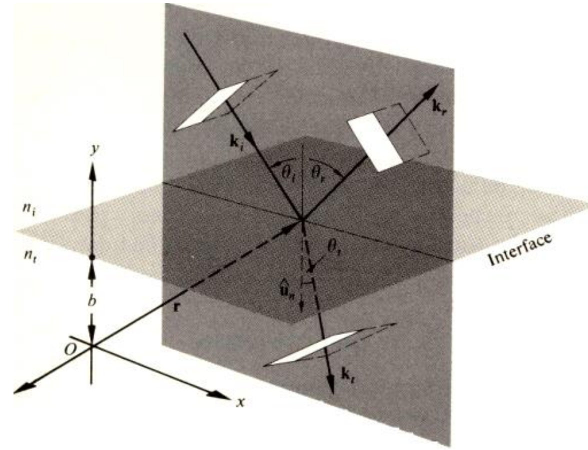
4. Propagação da Radiação Eletromagnética – condições fronteira

As leis do eletromagnetismo, **Equações de Maxwell**, “obrigam” os campos elétrico e magnético a certos constrangimentos, designados por **condições fronteira**, **quando passam através de interfaces**. Embora não seja imediato ver estas condições a partir das equações de Maxwell, temos de as conhecer e aplicar ao estudo da propagação da REM. **As condições fronteira são duas:**

CF1 - A componente paralela (tangente) à superfície de separação dos dois meios (interface) (perpendicular ao plano de incidência) quer do vetor campo eléctrico ($\vec{E}$) quer do vetor $\vec{H} = \vec{B}/\mu$ é contínua através da interface.

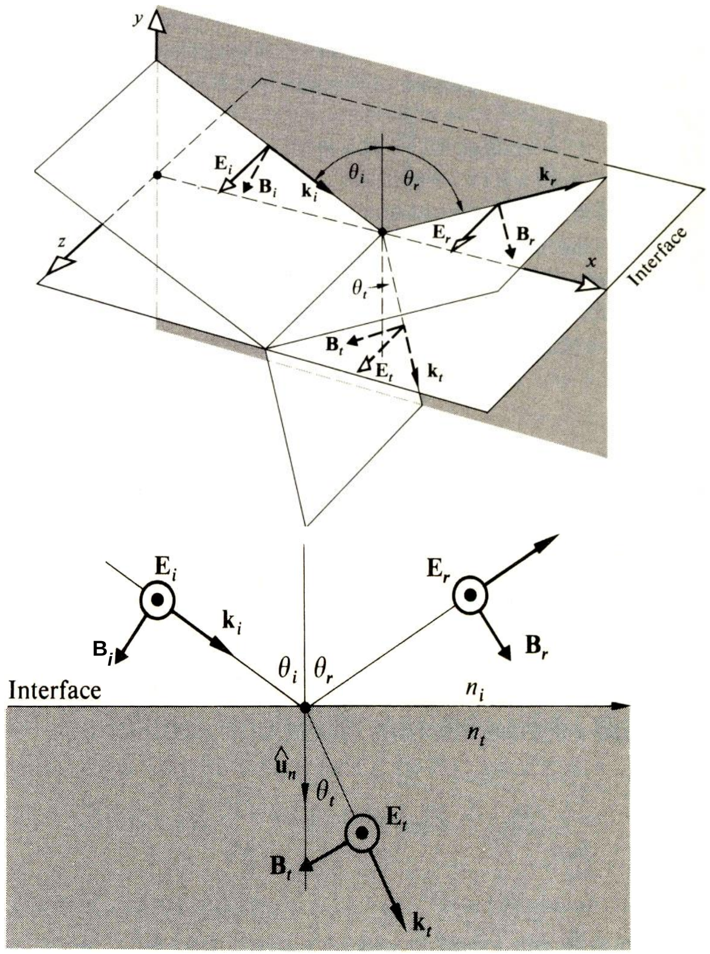
CF2 - A componente perpendicular à superfície de separação dos dois meios (interface) (paralela ao plano de incidência) quer do vetor $\vec{B}$ quer do vetor $\varepsilon\vec{E}$ é contínua através da interface.

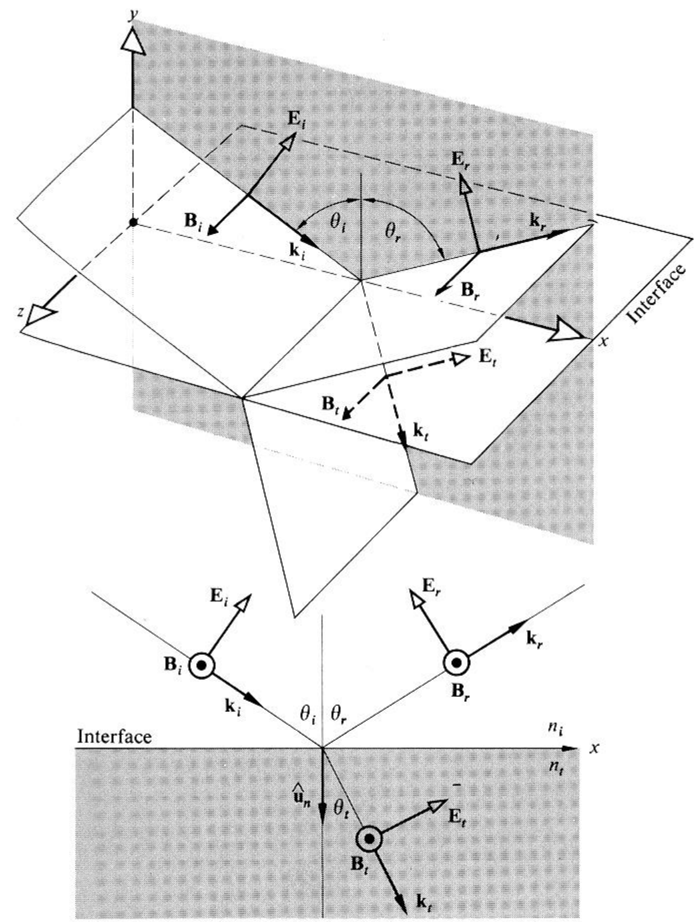




ÓTICA ONDULATÓRIA

4. Propagação da Radiação Eletromagnética – condições fronteira





ÓTICA ONDULATÓRIA

4. Propagação da Radiação Eletromagnética – Equações de Fresnel

Vejamos agora quais as relações entre as amplitudes $\vec{E}_{0i}$, $\vec{E}_{0r}$ e $\vec{E}_{0t}$

Consideremos uma onda plana monocromática que incide na superfície de separação de dois meios (interface). Vamos considerar dois casos:

$a)$ $\vec{E}$ perpendicular ao plano de incidência

$b)$ $\vec{E}$ paralelo ao plano de incidência

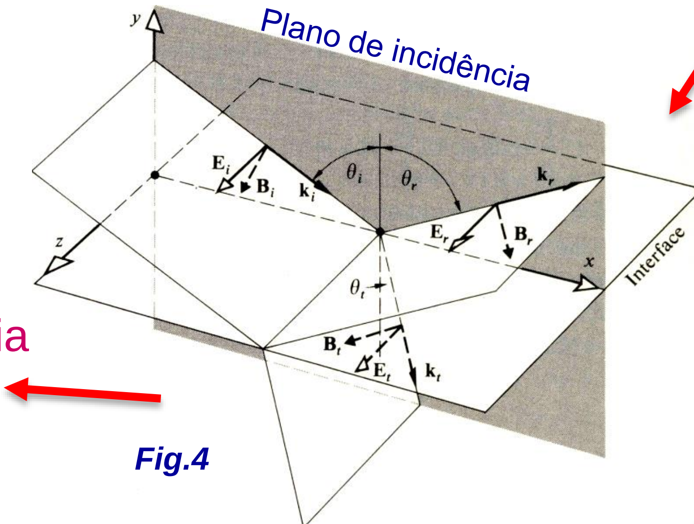


Fig.4

$a)$ $\vec{E}$ perpendicular ao plano de incidência (ou seja paralelo à interface) $(E_{0i\perp})$

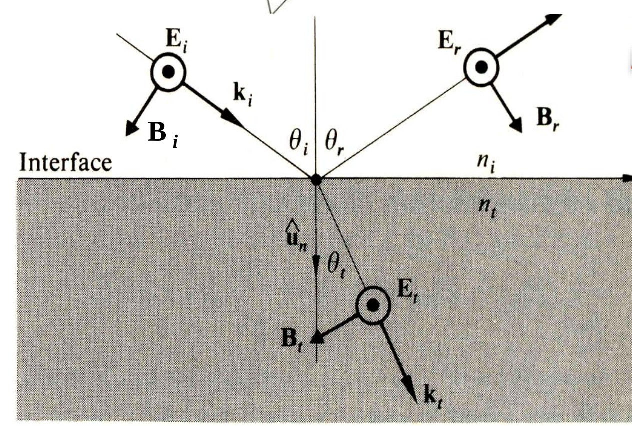
Esta condição implica que $\vec{B}$ seja **paralelo** ao plano de incidência e então

$$\hat{k} \times \vec{E} = v\vec{B}$$

$$\hat{k} \cdot \vec{E} = 0$$

Na interface, uma vez que as componentes de $\vec{E}$ tangentes à interface de são iguais de um lado e de outro (CF1), temos então, em qualquer instante e em qualquer ponto:

$$\boxed{\vec{E}_{0i} + \vec{E}_{0r} = \vec{E}_{0t} \qquad \text{(eq.1)}}$$



Onda incidente cujo campo elétrico $\vec{E}$ é normal ao plano de incidência. (⊗/⊙ - vetor apontado para dentro/fora do plano do papel)

ÓTICA ONDULATÓRIA

4. Propagação da Radiação Eletromagnética – Equações de Fresnel

Para aplicação das condições fronteira temos de considerar $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu}$

A mesma condição de continuidade aplicada para o campo elétrico (CF1) exige também a continuidade das componentes tangenciais de $\vec{H}$ sobre a interface.

$$\boxed{-\frac{B_i}{\mu_i}\cos\theta_i + \frac{B_r}{\mu_r}\cos\theta_r = -\frac{B_t}{\mu_t}\cos\theta_t \qquad \text{(eq.2)}}$$

mas, $B_i = \frac{E_i}{v_i}; \quad B_r = \frac{E_r}{v_r}; \quad B_t = \frac{E_t}{v_t}$

sabe-se ainda que

$v_i = v_r$ *(mesmo meio)*

$\theta_i = \theta_r$ *(lei da reflexão)*

A eq.2 fica $\rightarrow$ $$\frac{1}{\mu_i v_i}(E_i - E_r)\cos\theta_i = \frac{1}{\mu_t v_t}E_t \cos\theta_t \qquad \text{(eq.2-a)}$$

Então, na interface, fazendo *t = 0* e *r = 0*, podemos escrever:

$$\frac{n_i}{\mu_i}(E_{0i} - E_{0r})\cos\theta_i = \frac{n_t}{\mu_t}E_{0t}\cos\theta_t \qquad \text{(eq.2-b)}$$

ÓTICA ONDULATÓRIA

4. Propagação da Radiação Eletromagnética – Equações de Fresnel

Combinando (eq.2-b) com (eq.1) obtém-se :

$$\left(\frac{E_{0r}}{E_{0i}}\right)_{\perp} = \frac{\frac{n_i}{\mu_i}\cos\theta_i - \frac{n_t}{\mu_t}\cos\theta_t}{\frac{n_i}{\mu_i}\cos\theta_i + \frac{n_t}{\mu_t}\cos\theta_t} \quad \text{e} \quad \left(\frac{E_{0t}}{E_{0i}}\right)_{\perp} = \frac{2\frac{n_i}{\mu_i}\cos\theta_i}{\frac{n_i}{\mu_i}\cos\theta_i + \frac{n_t}{\mu_t}\cos\theta_t}$$

$\perp$ - *$\vec{E}$ perpendicular ao plano de incidência*

No caso dos dielétricos, $\mu_i \approx \mu_t \approx \mu_0$ e então fica

Coeficiente de reflexão

$$\boxed{r_{\perp} = \left(\frac{E_{0r}}{E_{0i}}\right)_{\perp} = \frac{n_i\cos\theta_i - n_t\cos\theta_t}{n_i\cos\theta_i + n_t\cos\theta_t}}$$

Eq. Fresnel 1 ***(F1)***

Coeficiente de transmissão

$$\boxed{t_{\perp} = \left(\frac{E_{0t}}{E_{0i}}\right)_{\perp} = \frac{2n_i\cos\theta_i}{n_i\cos\theta_i + n_t\cos\theta_t}}$$

Eq. Fresnel 2 ***(F2)***

4. Propagação da Radiação Eletromagnética – Equações de Fresnel

b) $\vec{E}$ paralelo ao plano de incidência ($E_{0i\,||}$)

Logo $\vec{B}$ é **perpendicular** ao plano de incidência e paralelo à interface e então

Aplicando de novo as condições fronteira, neste caso a **continuidade das componentes tangenciais de $\vec{E}$ ao longo da interface,** pode-se escrever

$$E_{0i}\ \cos\theta_i - E_{0r}\ \cos\theta_r = E_{0t}\ \cos\theta_t \qquad \text{(eq.3)}$$

A **continuidade de $\vec{H}$ ao longo da interface** permite escrever

$$\frac{B_{0i}}{\mu_i} + \frac{B_{0r}}{\mu_r} = \frac{B_{0t}}{\mu_t}$$

ou

$$\frac{1}{\mu_i v_i} E_{0i} + \frac{1}{\mu_r v_r} E_{0r} = \frac{1}{\mu_t v_t} E_{0t} \qquad \text{(eq.4)}$$

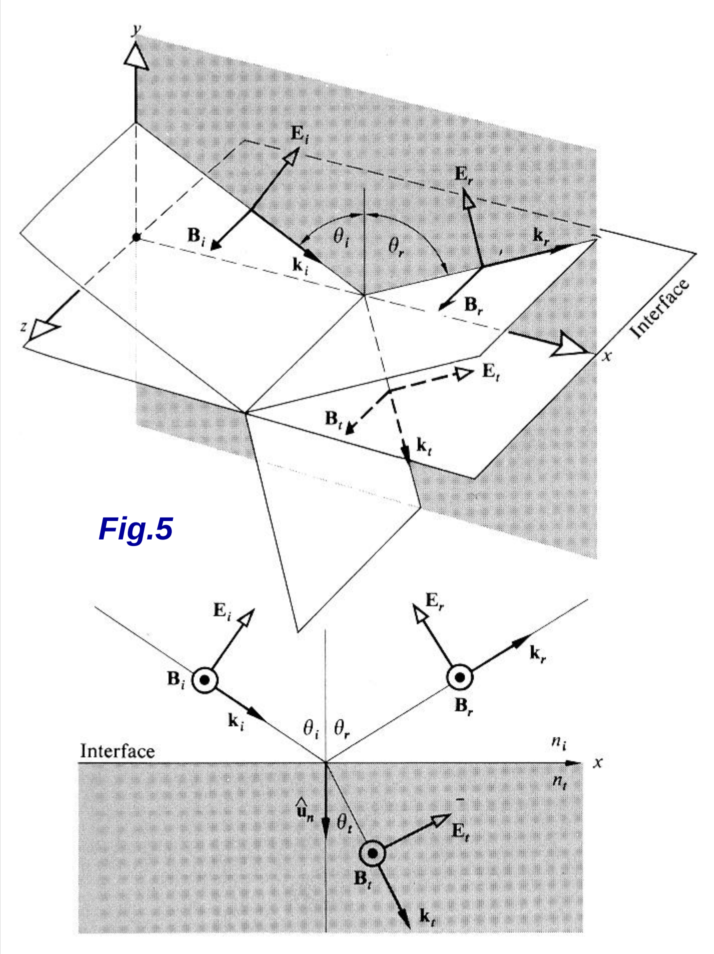


Fig.5

Onda incidente cujo campo elétrico $\vec{E}$ é paralelo ao plano de incidência

ÓTICA ONDULATÓRIA

4. Propagação da Radiação Eletromagnética – Equações de Fresnel

Rearranjando as relações (3) e (4) considerando $v_i = v_r, \quad \theta_i = \theta_r \quad e \quad \mu_i = \mu_r$ tem-se

(mesmo meio)

$$\left(\frac{E_{0r}}{E_{0i}}\right)_{\|} = \frac{\dfrac{n_t}{\mu_t}\cos\theta_i - \dfrac{n_i}{\mu_i}\cos\theta_t}{\dfrac{n_i}{\mu_i}\cos\theta_t + \dfrac{n_t}{\mu_t}\cos\theta_i} \quad \text{e} \quad \left(\frac{E_{0t}}{E_{0i}}\right)_{\|} = \frac{2\dfrac{n_i}{\mu_i}\cos\theta_i}{\dfrac{n_i}{\mu_i}\cos\theta_t + \dfrac{n_t}{\mu_t}\cos\theta_i}$$

|| - *paralelo ao plano de incidência*

No caso dos dielétricos, $\mu_i \approx \mu_t \approx \mu_0$ e então fica

Coeficiente de reflexão

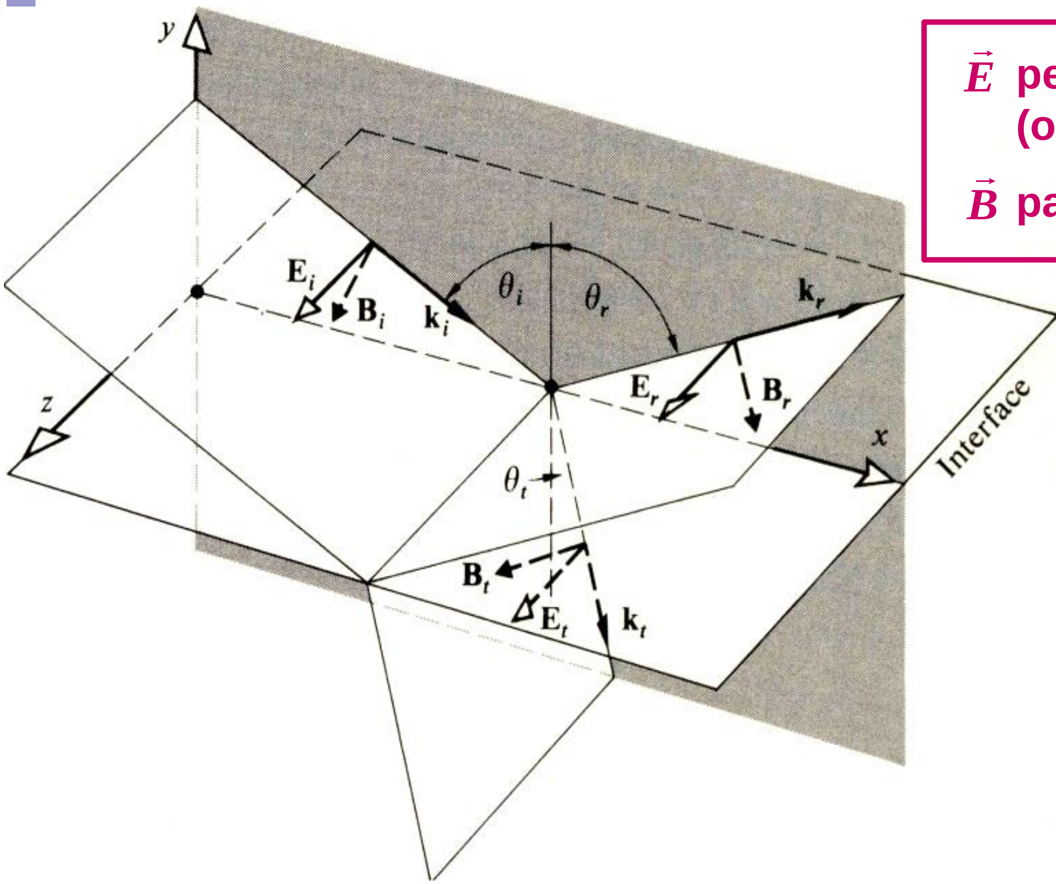
$$\boxed{r_{\|} = \left(\frac{E_{0r}}{E_{0i}}\right)_{\|} = \frac{n_t\cos\theta_i - n_i\cos\theta_t}{n_i\cos\theta_t + n_t\cos\theta_i}}$$

Eq. Fresnel 3 ***(F3)***

Coeficiente de transmissão

$$\boxed{t_{\|} = \left(\frac{E_{0t}}{E_{0i}}\right)_{\|} = \frac{2n_i\cos\theta_i}{n_i\cos\theta_t + n_t\cos\theta_i}}$$

Eq. Fresnel 4 ***(F4)***



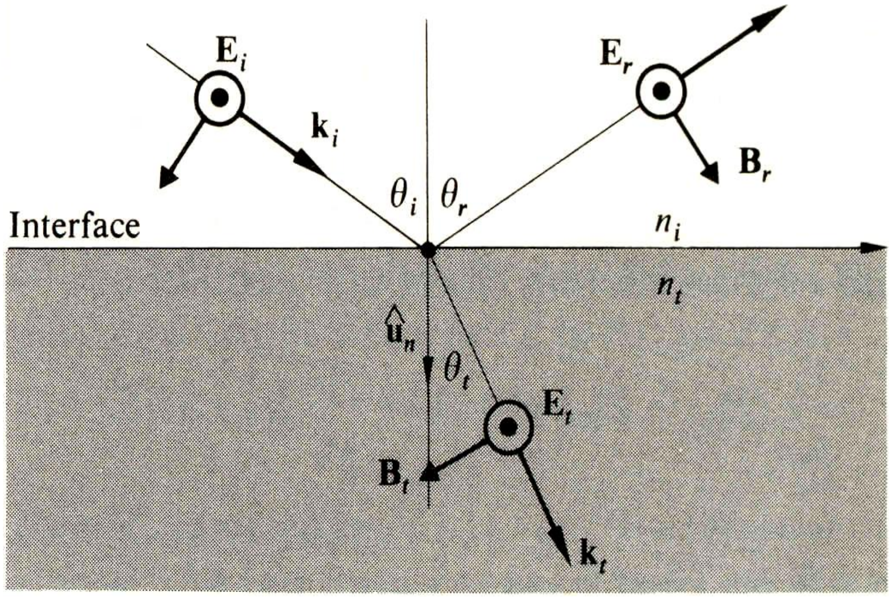
$\vec{E}$ **perpendicular ao plano de incidência (ou seja paralelo à interface)**

$\vec{B}$ **paralelo ao plano de incidência**

Coeficiente de reflexão

$$r_{\perp} = \left(\frac{E_{0r}}{E_{0i}}\right)_{\perp} = \frac{n_i \cos\theta_i - n_t \cos\theta_t}{n_i \cos\theta_i + n_t \cos\theta_t}$$

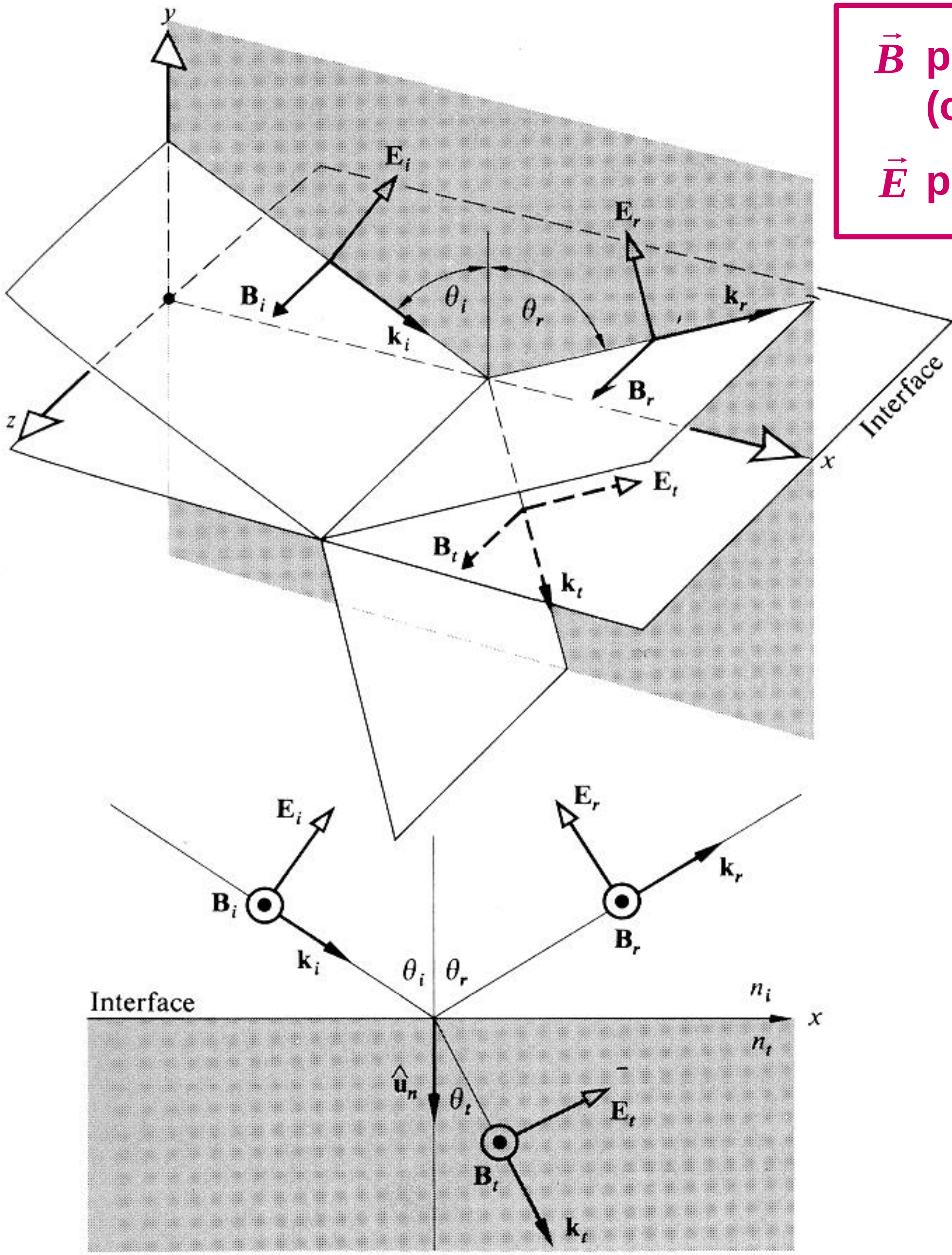
Eq. Fresnel 1 (F1)



Coeficiente de transmissão

$$t_{\perp} = \left(\frac{E_{0t}}{E_{0i}}\right)_{\perp} = \frac{2 n_i \cos\theta_i}{n_i \cos\theta_i + n_t \cos\theta_t}$$

Eq. Fresnel 2 (F2)



$\vec{B}$ **perpendicular ao plano de incidência (ou seja paralelo à interface)**

$\vec{E}$ **paralelo ao plano de incidência**

Coeficiente de reflexão

$$r_{\parallel} = \left(\frac{E_{0r}}{E_{0i}}\right)_{\parallel} = \frac{n_t \cos\theta_i - n_i \cos\theta_t}{n_i \cos\theta_t + n_t \cos\theta_i}$$

Eq. Fresnel 3 (F3)

Coeficiente de transmissão

$$t_{\parallel} = \left(\frac{E_{0t}}{E_{0i}}\right)_{\parallel} = \frac{2 n_i \cos\theta_i}{n_i \cos\theta_t + n_t \cos\theta_i}$$

Eq. Fresnel 4 (F4)

ÓTICA ONDULATÓRIA

4. Propagação da Radiação Eletromagnética – Equações de Fresnel

Usando a lei de Snell $n_i \; sen\; \theta_i = n_t \; sen\; \theta_t$ podemos dar às **Equações de Fresnel em meios dielétricos** uma forma ainda mais simples

$$r_\perp = -\frac{sen\;(\theta_i - \theta_t)}{sen\;(\theta_i + \theta_t)}$$

Eq. Fresnel 1' ***(F1')***

$$t_\perp = \frac{2\; sen\;\theta_t\;\cos\theta_i}{sen\;(\theta_i + \theta_t)}$$

Eq. Fresnel 2' ***(F2')***

$$r_\parallel = \frac{tg\;(\theta_i - \theta_t)}{tg\;(\theta_i + \theta_t)}$$

Eq. Fresnel 3' ***(F3')***

$$t_\parallel = \frac{2\; sen\;\theta_t\;\cos\;\theta_i}{sen\;(\theta_i + \theta_t)\;\cos\;(\theta_i - \theta_t)}$$

Eq. Fresnel 4' ***(F4')***

(Os sinais destes coeficientes dependem do sentido escolhido para o campo elétrico).

(A orientação de $\vec{B}$ *depende do sentido escolhido para* $\vec{E}$ *)*

ÓTICA ONDULATÓRIA

4. Propagação da Radiação Eletromagnética – Equações de Fresnel

Tão importante como deduzir as equações de Fresnel, é **analisar as suas implicações** em termos de **amplitudes e densidades de fluxo** refletidas e refratadas e de **variações de fase associadas**.

- **Análise dos coeficientes de reflexão e de transmissão em função de θ_i**

Podemos representar graficamente as relações ***F1, F2, F3* e *F4* e *F1', F2', F3'* e *F4'* e verificar imediatamente que elas são equivalentes.**

Estas representações fazem-se assumindo valores particulares para n_i e n_t .

Na figura junta n_i =1 e n_t =1.5, ou seja **$n_t > n_i$ e $\theta_i > \theta_t$,** tem-se então

REFLEXÃO EXTERNA

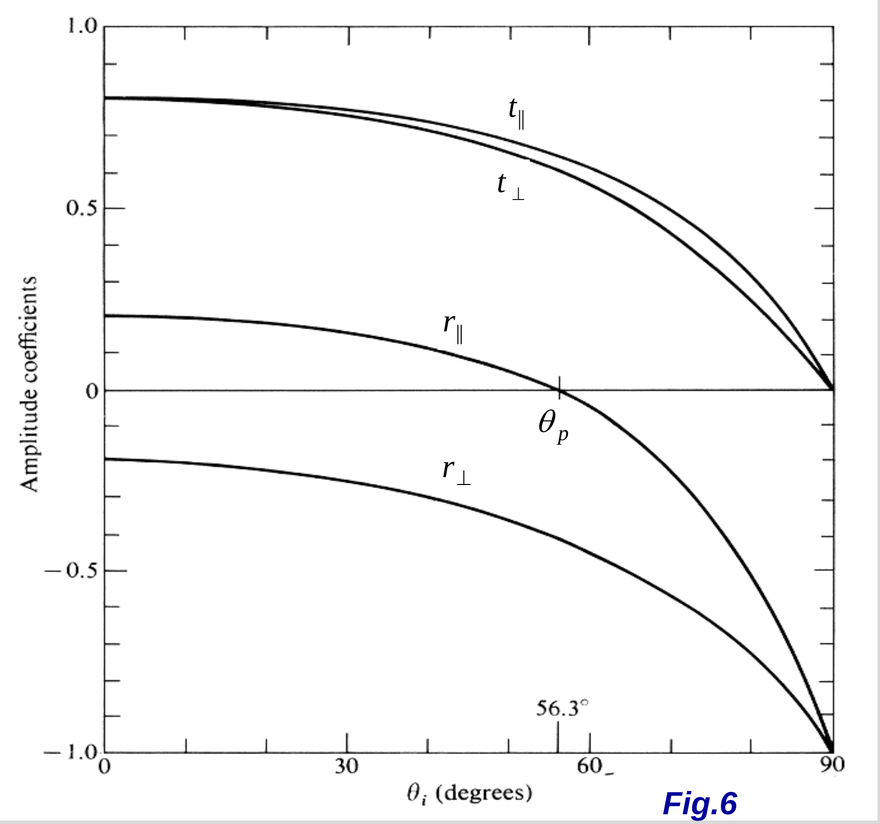


Fig.6

ÓTICA ONDULATÓRIA

4. Propagação da Radiação Eletromagnética – Equações de Fresnel

Reflexão Externa – quando $n_t > n_i$ ou seja $\theta_i > \theta_t$

Há várias relações fáceis de verificar pelas expressões F1, F2, F3, F4 ou F1', F2', F3' e F4'

$r_{||} = -r_{\perp}$ para $\theta_i = \theta_t = 0$, *(por F3' e F1')*

$r_{||} = -r_{\perp} = \dfrac{n_t - n_i}{n_t + n_i}$ para $\theta_i = \theta_t = 0$, *(por F3 e F1)*

$r_{\perp}$ é sempre negativo *(por F1')*

$r_{||}$ é positivo para $\theta_i = 0$ *(por F3)*, é zero para $\theta_i + \theta_t = 90º$ e é (-1) para $\theta_i = 90º$ *(por F3')*

Ao valor de θ_i para o qual $r_{||}$ é zero, chama-se **ângulo de polarização**.

$t_{||}$ e $t_{\perp}$ são sempre positivos *(por F2 e F4 ou F2' e F4')*

$t_{||}$ e $t_{\perp}$ são zero para $\theta_i = 90º$ *(por F2' e F4')*

$t_{||}$ e $t_{\perp}$ são zero para $\theta_i = 90º$ *(por F2' e F4')*

$t_{||} = t_{\perp} = \dfrac{2n_i}{n_t + n_i}$ para $\theta_i = \theta_t = 0$, *(por F4 e F2)*

$t_{||} + r_{||} = 1$ para $\theta_i = \theta_t = 0$, *(por F4 e F3)*

$t_{\perp} + (-r_{\perp}) = 1$ para qualquer θ_i *(por F2 e F1)*

ÓTICA ONDULATÓRIA

4. Propagação da Radiação Eletromagnética – Equações de Fresnel

- **Análise dos coeficientes de reflexão e de transmissão em função de θ_i**

Reflexão Interna – quando $n_t < n_i$ ou seja $\theta_i < \theta_t$

Na figura junta n_i = 1.5 e n_t = 1 tem-se então ***REFLEXÃO INTERNA***

Algumas relações fáceis de verificar pelas expressões F1, F2, F3, F4 ou F1', F2', F3' e F4'

$r_\perp$ é sempre positivo *(por F1')*

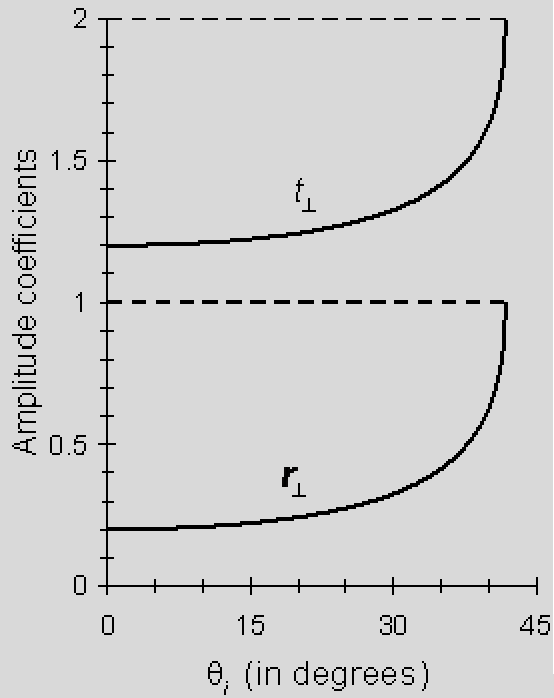
$r_\perp$ cresce até atingir o valor 1 quando θ_t =90º *(para θ_t=90º, $\theta_i=\theta_c$, ângulo crítico) (por F1')*

$r_\parallel$ é negativo para θ_i=0 *(por F3)*, aumenta e atinge o valor +1 para $\theta_i=\theta_c$ *(por F3')*

Ao valor de θ_i para o qual $r_\parallel$ é 0, chama-se **ângulo de polarização**

$t_\parallel$ *e* $t_\perp$ são sempre maiores do que 1**!!!** (por *F4 e F2)*

Discutir, comentar



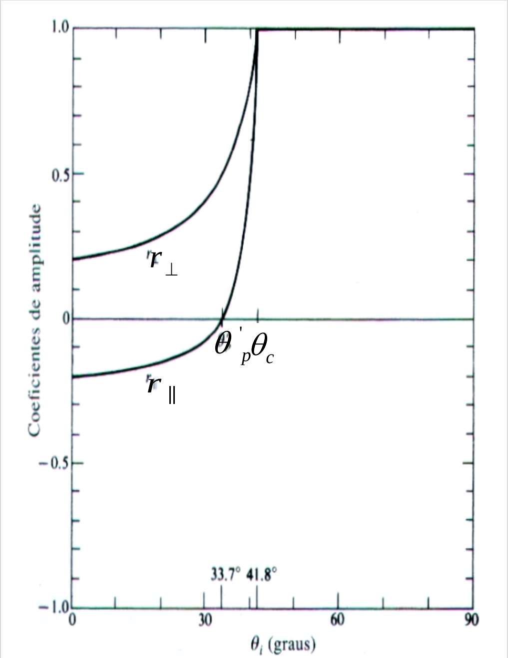


Fig.7

4. Propagação da Radiação Eletromagnética – Equações de Fresnel

- **Análise das variações de fase que ocorrem na reflexão**

Incidência externa
$n_t > n_i$

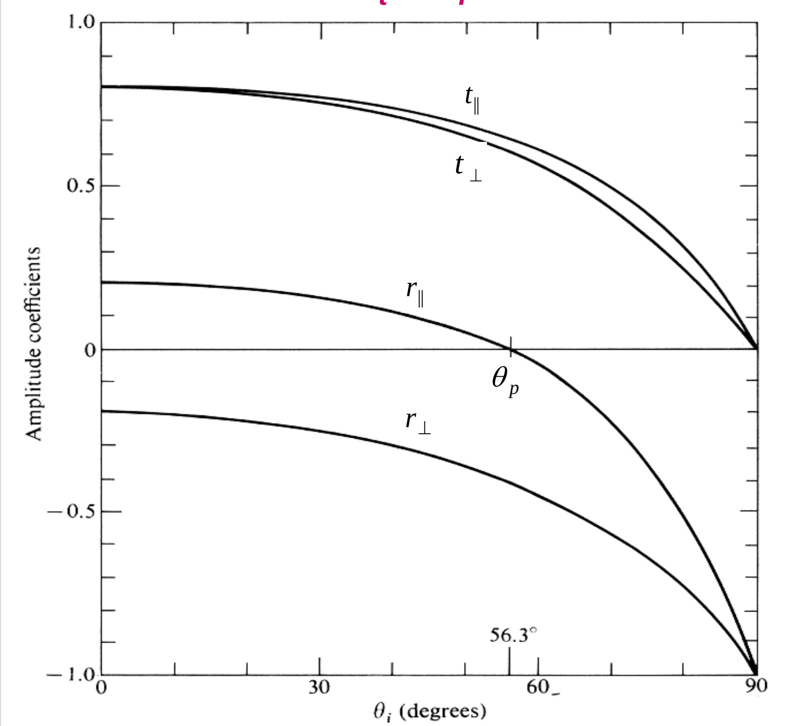
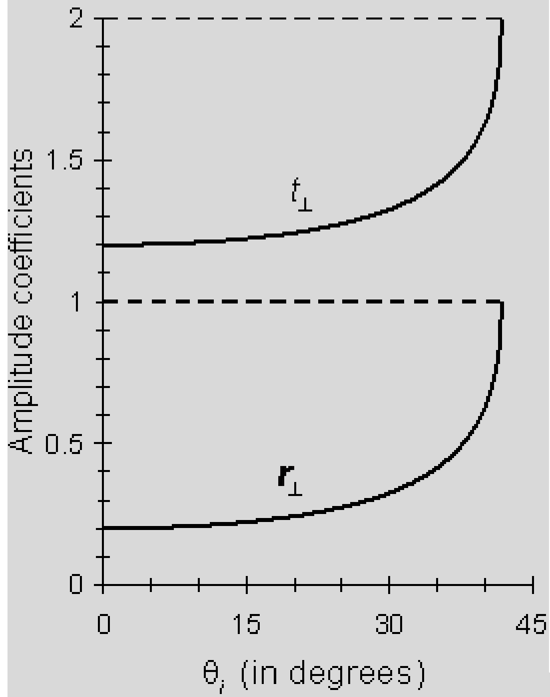


Fig.6

Incidência interna
$n_i > n_t$



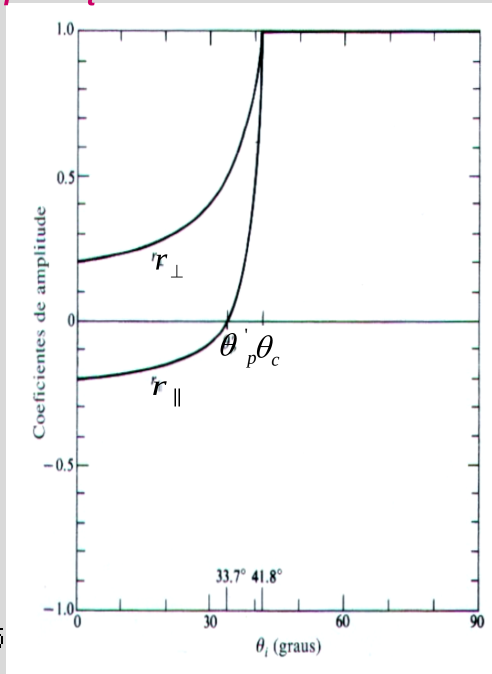


Fig.7

4. Propagação da Radiação Eletromagnética – Equações de Fresnel

- **Análise das variações de fase que ocorrem na reflexão**

1) Os coeficientes de transmissão em amplitude, $t_\perp$ e $t_{||}$, quer se trate de **$n_t > n_i$ (para qualquer valor de θ_i)** ou de **$n_i > n_t$ (para $\theta_i < \theta_c$) são sempre positivos,** ou seja, não existe nenhuma troca de sinal (**nenhuma variação de fase**) nem no valor da amplitude de $(E_{0t})_\perp$ nem no de $(E_{0t})_{||}$ relativamente ao valor de E_{0i}.

A refração (transmissão) ocorre sem qualquer variação de fase na interface

Analisemos agora o **sinal de $(E_{0r})_{||}$ e de $(E_{0r})_\perp$ relativamente a $(E_{0i})_{||}$ e a $(E_{0i})_\perp$**

Temos de **distinguir a situação de reflexão externa da de reflexão interna.**

Fig 8(a)

2) Na **reflexão externa ($n_t > n_i$)** já vimos que $r_\perp$ é sempre negativo, qualquer que seja o valor de θ_i, ou seja, **na reflexão externa o sinal de $(E_{0r})_\perp$ é sempre contrário ao sinal de $(E_{0i})_\perp$**, logo, a componente perpendicular ao plano de incidência do campo elétrico refletido **$(E_{0r})_\perp$, sofre uma variação de fase de π, na interface.**

Fig 8(d)

3) Na **reflexão interna ($n_i > n_t$), $r_\perp$** é positivo até $\theta_i = \theta_c$, ou seja, **o sinal de $(E_{0r})_\perp$ é igual ao sinal de $(E_{0i})_\perp$**, logo, a componente perpendicular ao plano de incidência do campo elétrico refletido **$(E_{0r})_\perp$, não sofre qualquer variação de fase na interface, para $\theta_i < \theta_c$.**

ÓTICA ONDULATÓRIA

4. Propagação da Radiação Eletromagnética – Equações de Fresnel

- **Análise das variações de fase que ocorrem na reflexão**

A análise da variação de fase na componente do campo elétrico refletida na direção paralela ao plano de incidência **$(E_{0r})_{||}$** vai-se fazer duma forma idêntica, distinguindo a situação de **reflexão externa da de reflexão interna**.

Fig 8(b)

4) Na **reflexão externa ($n_t > n_i$), $r_{||}$** é positivo até $\theta_i = \theta_p$ e passa depois a negativo, ou seja, **na reflexão externa o sinal de $(E_{0r})_{||}$ é igual ao de $(E_{0i})_{||}$ até $\theta_i = \theta_p$ e depois passa a ser contrário**, logo, a componente paralela ao plano de incidência do campo eléctrico refletido **$(E_{0r})_{||}$ não sofre qualquer variação de fase para $0 < \theta_i < \theta_p$ e sofre uma variação de fase de π para $\theta_i > \theta_p$.**

Fig 8(c)

5) Na **reflexão interna ($n_i > n_t$)**, o coeficiente **$r_{||}$** é negativo até $\theta_i = \theta_p$ e passa a positivo quando $\theta_p < \theta_i < \theta_c$ (para $\theta_i > \theta_c$ $r_{||}$ é complexo) ou seja a componente paralela ao plano de incidência do campo eléctrico refletido **$(E_{0r})_{||}$, sofre uma variação de fase de π para $\theta_i < \theta_p$ e não sofre qualquer variação de fase para $\theta_p < \theta_i < \theta_c$.**

Nos casos de **reflexão interna, os coeficientes $r_\perp$, $r_{||}$, $t_\perp$ e $t_{||}$ são complexos**, **para $\theta_i > \theta_c$.** Pode-se mostrar que**, nestas condições, existe uma variação de fase de π, lenta e contínua, desde $\theta_i = \theta_c$ até 90º, como se mostra nas figuras juntas.**

ÓTICA ONDULATÓRIA

4. Propagação da Radiação Eletromagnética – Equações de Fresnel

➢ **Análise das variações de fase que ocorrem na reflexão**

Reflexão Externa | *Reflexão Interna*

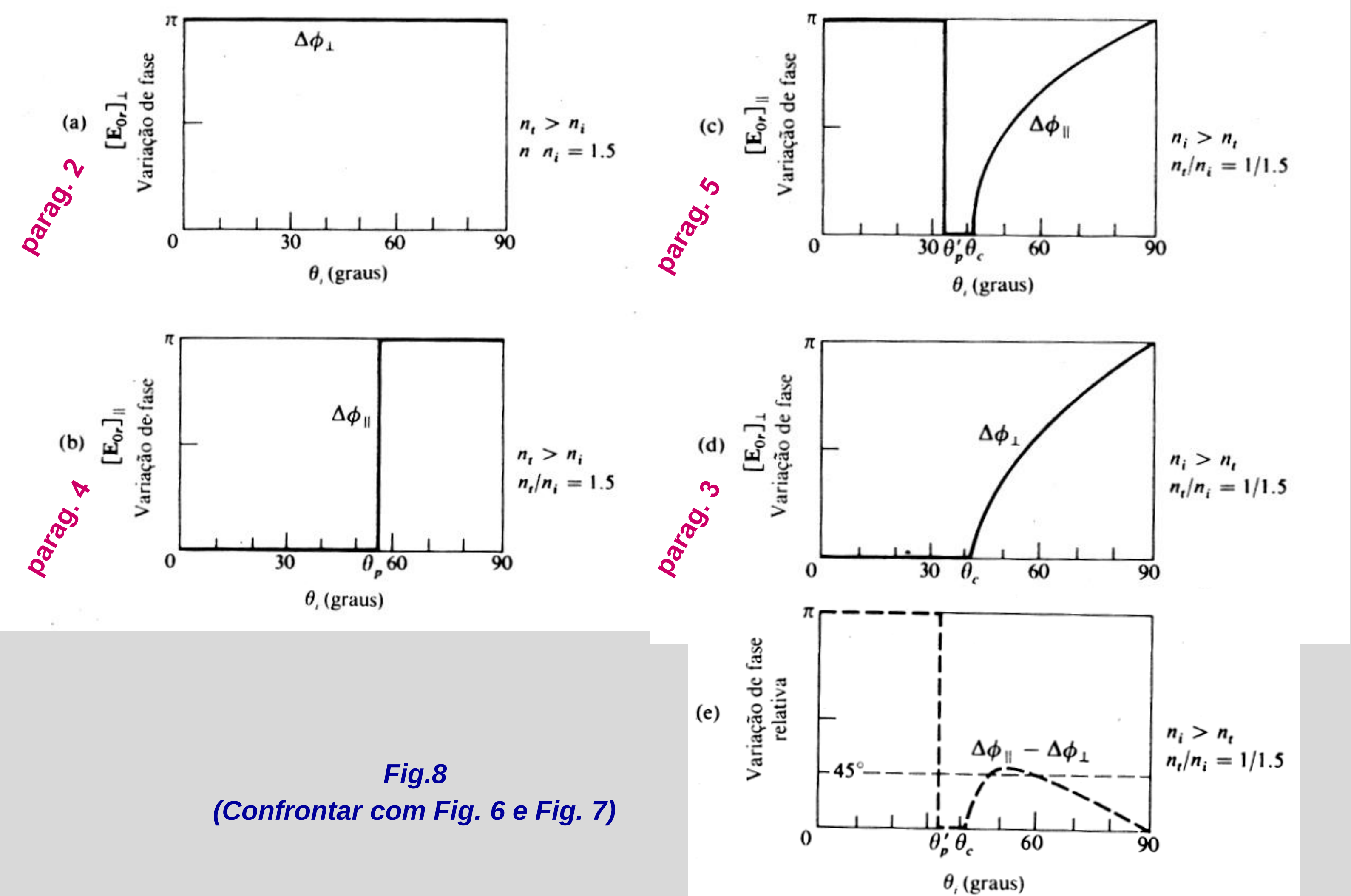


Fig.8

(Confrontar com Fig. 6 e Fig. 7)

ÓTICA ONDULATÓRIA

4. Propagação da Radiação Eletromagnética – Equações de Fresnel

➢ **Análise das variações de fase que ocorrem na reflexão**

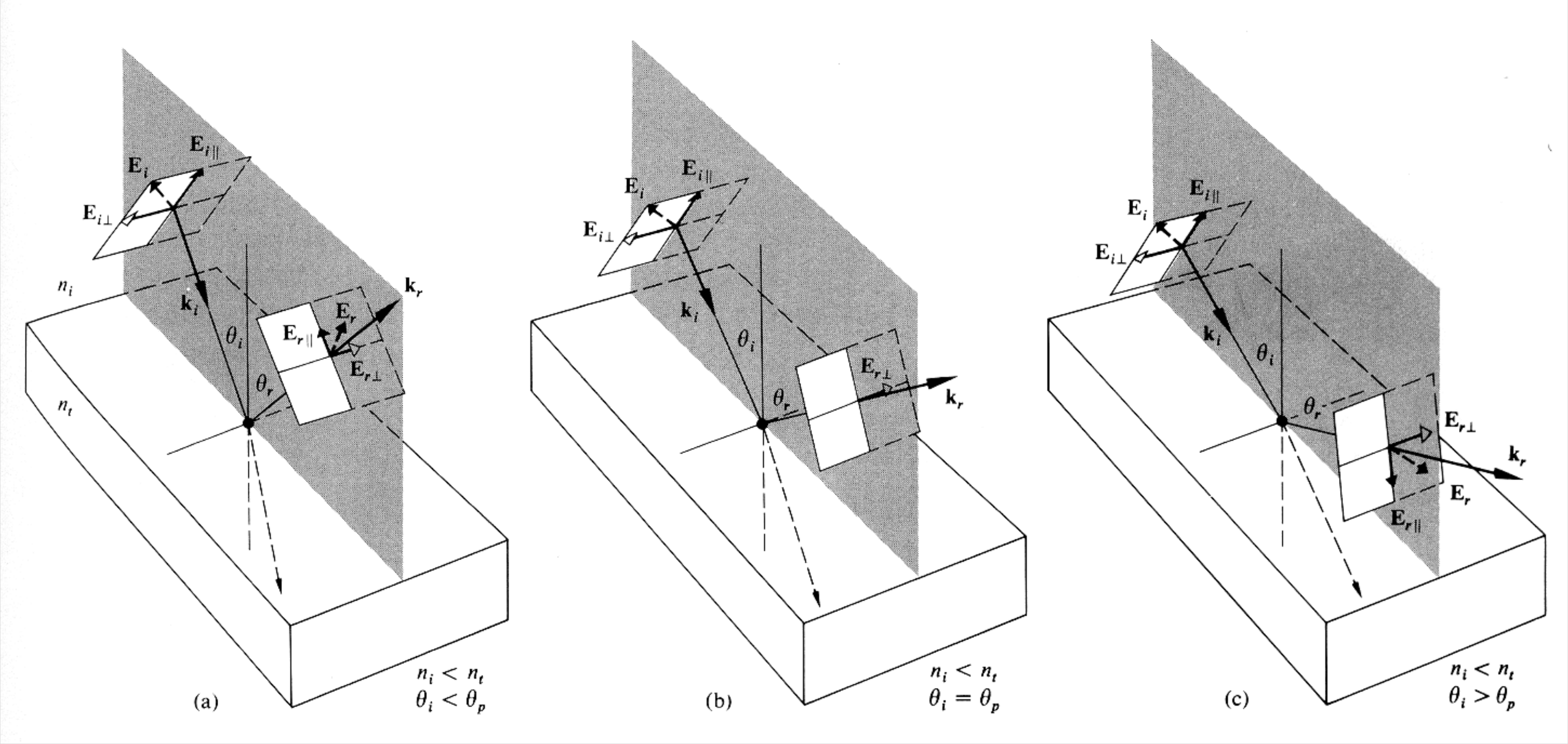


Fig.9 *Campo eléctrico E refletido para vários ângulos, em situações de **reflexão externa***

4. Propagação da Radiação Eletromagnética – Equações de Fresnel

- **Análise das variações de fase que ocorrem na reflexão**

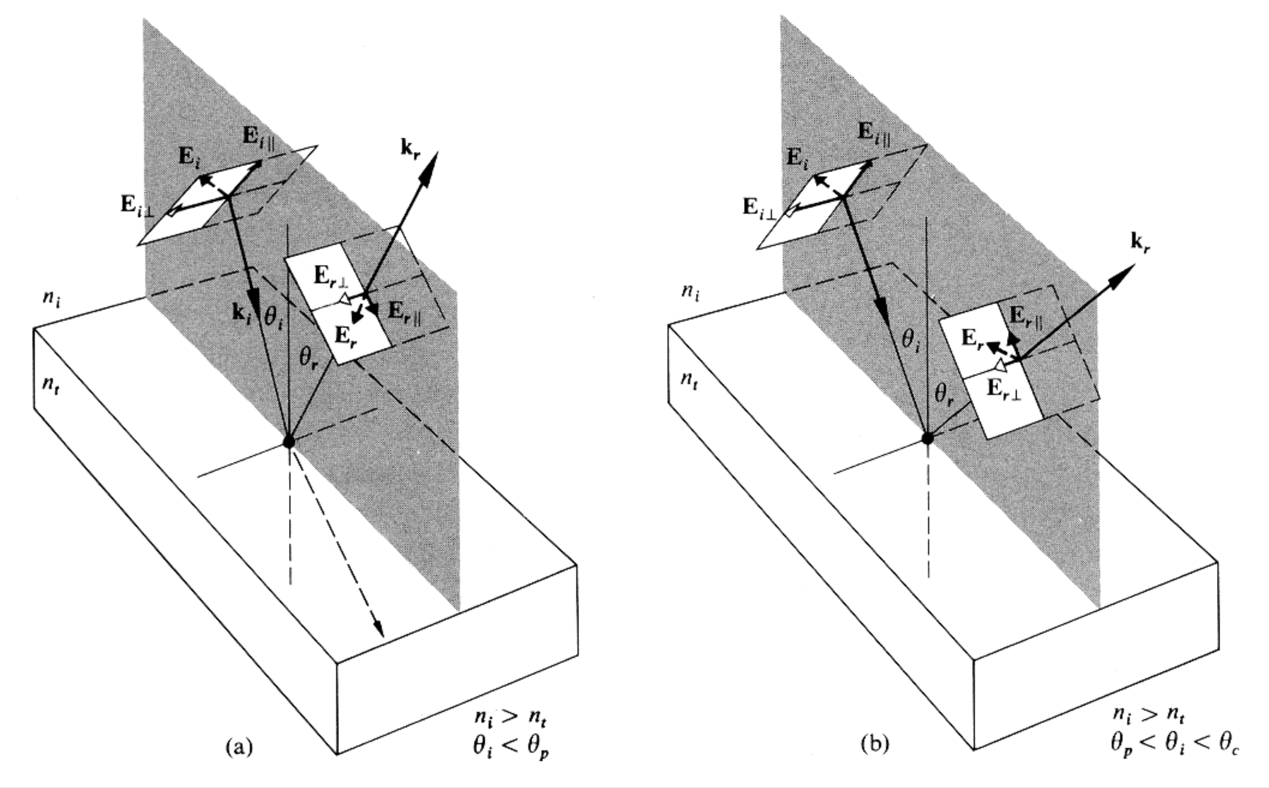


Fig.10 *Campo eléctrico E refletido para vários ângulos, em situações de* ***reflexão interna***

4. Propagação da Radiação Eletromagnética – Equações de Fresnel

- **Refletância e Transmitância**

Já definimos **irradiância (potência por unidade de área)** :

$$I=\langle S\rangle=\frac{c^2\varepsilon_0}{2}E_0B_0=\frac{c\varepsilon_0}{2}E_0{}^2=\frac{c}{2\mu_0}B_0{}^2$$

$$I=\langle S\rangle=c\varepsilon_0\,E_{qm}^2=\frac{c}{\mu_0}B_{qm}^2$$

(ver slide 39 do capítulo anterior)

Considere-se um feixe de luz, de secção circular, a incidir sobre uma dada interface.

Sendo *A* a área da interface iluminada, as áreas das secções dos feixes incidente, refletido e refratado são respetivamente, $A\cos\theta_i$, $A\cos\theta_r$ e $A\cos\theta_t$.

Então a **potência incidente, refletida e refratada** será $I_i A\cos\theta_i$, $I_r A\cos\theta_r$ e $I_t A\cos\theta_t$.

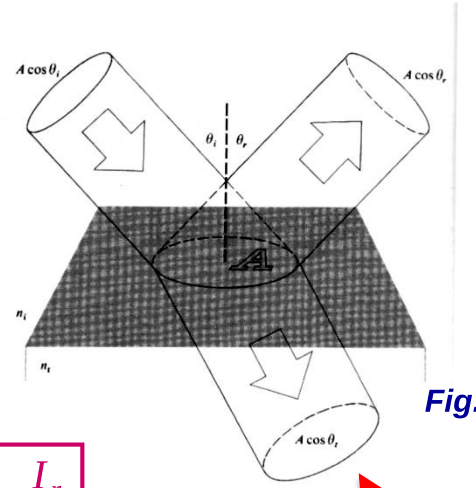


Fig.11

Define-se refletância *R* como a razão entre a potência refletida e incidente.

$$R=\frac{I_r\cos\theta_r}{I_i\cos\theta_i}=\frac{I_r}{I_i}$$

Define-se transmitância *T* como a razão entre a potência transmitida e incidente.

$$T=\frac{I_t\cos\theta_t}{I_i\cos\theta_i}$$

4. Propagação da Radiação Eletromagnética – Equações de Fresnel

➢ Refletância e Transmitância

Sendo $I_i = \dfrac{v_i \varepsilon_i}{2} E_{0i}^2$, $I_r = \dfrac{v_r \varepsilon_r}{2} E_{0r}^2$

e $v_r = v_i$, $\varepsilon_r = \varepsilon_i$ (mesmo meio)

$$\boxed{R = \frac{E_{0r}^2}{E_{0i}^2} = r^2}$$

Para a transmitância $I_t = \dfrac{v_t \varepsilon_t}{2} E_{0t}^2$

e então $T = \dfrac{v_t \varepsilon_t}{v_i \varepsilon_i} \dfrac{E_{0t}^2}{E_{0i}^2} \dfrac{\cos\theta_t}{\cos\theta_i} = \dfrac{n_t \cos\theta_t}{n_i \cos\theta_i} \left(\dfrac{E_{0t}}{E_{0i}} \right)^2$

$$\boxed{T = \frac{n_t \cos\theta_t}{n_i \cos\theta_i} t^2}$$

onde se fez $\mu_i = \mu_t = \mu_0$

Pelo princípio de conservação de energia, $I_i A \cos\theta_i = I_r A \cos\theta_i + I_t A \cos\theta_t$

substituindo I pelas respetivas expressões e atendendo a que $n = \dfrac{c}{v}$; $v = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon}}$

$n_i E_{0i}^2 \cos\theta_i = n_i E_{0r}^2 \cos\theta_i + n_t E_{0t}^2 \cos\theta_t$

$$1 = \frac{E_{0r}^2}{E_{0i}^2} + \frac{n_t \cos\theta_t}{n_i \cos\theta_i} \frac{E_{0t}^2}{E_{0i}^2} \rightarrow \boxed{1 = R + T}$$

(para os casos em que não existe absorção)

ÓTICA ONDULATÓRIA

4. Propagação da Radiação Eletromagnética – Equações de Fresnel

➢ Refletância e Transmitância

Decompondo ***R*** e ***T*** nas componentes paralela e perpendicular tem-se

$$R_\perp = r_\perp^2; \qquad T_\perp = \frac{n_t \cos\theta_t}{n_i \cos\theta_i} t_\perp^2$$

$$R_\parallel = r_\parallel^2; \qquad T_\parallel = \frac{n_t \cos\theta_t}{n_i \cos\theta_i} t_\parallel^2$$

podendo-se ver que

$$\boxed{\begin{aligned} R_\perp + T_\perp &= 1 \\ R_\parallel + T_\parallel &= 1 \end{aligned}}$$

Nas figuras juntas representa-se $R_\perp$ e $T_\perp$ e $R_\parallel$ e $T_\parallel$ para n_i=1 e n_t=1.5

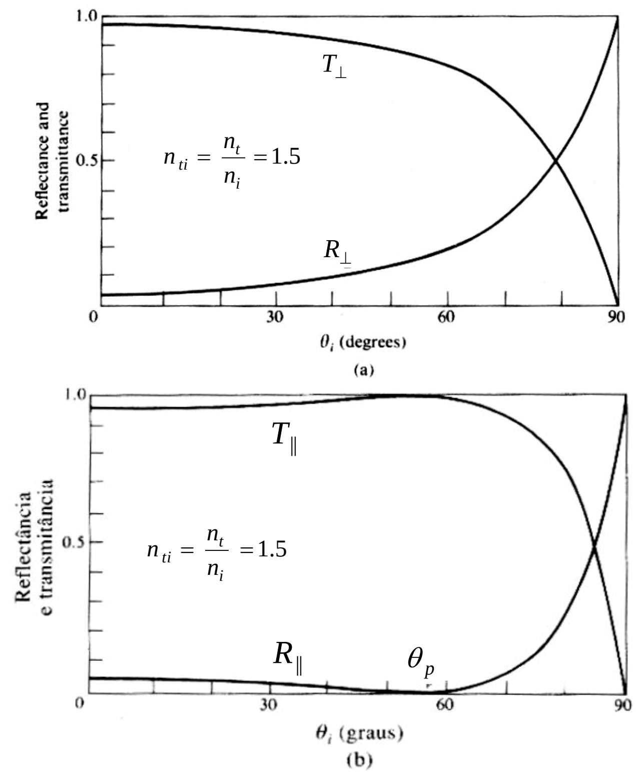


Fig.12

Quando θ_i = 0, *o* plano de incidência é indeterminado. Nesse caso tem-se

$$R = R_\parallel = R_\perp = \frac{(n_t - n_i)^2}{(n_t + n_i)^2} \quad \text{(por F1 e F3)}$$

$$T = T_\parallel = T_\perp = \frac{4 n_i n_t}{(n_t + n_i)^2} \quad \text{(por F2 e F4)}$$

ÓTICA ONDULATÓRIA

4. Propagação da Radiação Eletromagnética – Equações de Fresnel

➢Transmitância de uma lente

$$\boldsymbol{T = t_1 \cdot t_2 \cdot T_i}$$

Em que t_1 e t_2 são as transmitancias nas duas faces da lente e T_i a chamada transmitancia interna que é função do coeficiente de absorção, μ, do material de que é feita a lente:

$$T_i = e^{-\mu x}$$

em que x é a espessura central da lente.