

Atenção: Todas as respostas devem ser justificadas.

Exercícios retirados de "Calculus I" de Jerold Marsden e Alan Weinstein.

1. Expanda $(a + b)^3$ em que a e b são números reais.
2. Factorize $2x^2 - 4x - 6$
3. Resolva a seguinte equação $x^2 - 5x + 3 = 0$ pelos dois modos pedidos:
 - (a) Completando os quadrados.
 - (b) Usando a fórmula resolvente
4. Transforme a expressão $a + (b - c) > b - a$ numa desigualdade em que a variável a aparece isolada num dos lados.
5. Determine todos os valores de x reais tais que $x^2 < 9$
6. Determine todos os valores de x reais tais que $x^2 - 2x - 3 > 0$
7. Factorize as expressões dos exercícios seguintes Exemplo: $x + 2\sqrt{2xy} + 2y = (x^{\frac{1}{2}} + (2y)^{\frac{1}{2}})^2$
 - (a) $x - \sqrt{xy} - 2y$
 - (b) $x - 2\sqrt{x} - 8$
8. Simplifique as expressões:

(a)

$$\frac{(4 \cdot 3)^{10} + 4^9}{8^4}$$

(b)

$$3^{-\frac{8}{11}}(1/9) - \frac{4}{11}$$

(c)

$$x^{\frac{5}{2}}(x^{-\frac{3}{2}} + 2x^{\frac{1}{2}} + 3x^{\frac{7}{2}})$$

(d)

$$y^{\frac{1}{2}}(1/y + 2\sqrt{y} + y^{-\frac{1}{3}})$$

Exercícios retirados de "Exercícios de Álgebra e Geometria para o 4º ano dos Liceus 19ª edição" de Palma Fernandes.

9. Simplifique as seguintes expressões

(a)

$$\frac{4x^2 - 3y + 6x - y^2}{4x^2 - y^2 - 6y - 9}$$

(b)

$$\frac{4a^2 + 4a + 1 - m^2 - 2mn - n^2}{8a^2m + 4am - 4am^2 - 4amn}$$

(c)

$$\frac{1+5a}{6a^2-6} + \frac{1}{3a+3} - \frac{1}{2a-2}$$

(d)

$$\frac{x^2+xy}{x^2y-y^3} - \frac{x^2-y^2}{x^2y+2xy^2+y^3} + \frac{2y}{y^2-x^2} - \frac{3}{x+y}$$

(e)

$$\frac{4x^2-16y^2}{xy+2y^2} \times \frac{x+y}{4x^2-16xy+16y^2} \div \frac{x^2-y^2}{xy-2y^2}$$

(f)

$$\frac{\frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y}}{\frac{x-y}{x+y} + \frac{x+y}{x-y}} \div \frac{xy^3-x^3y}{x^2+y^2}$$

10. Determine a fracção equivalente à fracção

$$\frac{1}{x-2y+1}$$

cujo denominador é igual a $x^2 - 4y^2 + x + 2y$.

11. Determine a fracção equivalente à fracção

$$\frac{6+2x+2y}{5}$$

cujo numerador é igual a $18 + 12x + 2x^2 - 2y^2$.

Exercícios retirados de "Exercícios de Álgebra e Geometria para o 5º ano dos Liceus 17ª edição" de Palma Fernandes.

12. Resolva as seguintes equações ou sistemas de equações:

(a)

$$\left(\frac{5x}{3} - 1\right)\left(x + \frac{1}{2}\right) = 14$$

(b) Resolver em ordem a x ,

$$x^2 + \frac{3}{2}nx = \frac{n}{m} - \frac{2x}{m}$$

(c)

$$\begin{cases} 2x = 4 + y \\ 2x^2 + y^2 = 6 \end{cases}$$

(d)

$$\begin{cases} \frac{x}{y} - \frac{1}{2} = \frac{2}{y} \\ \frac{2x^2}{y^2} = \frac{6}{y^2} - 1 \end{cases}$$

Exercícios retirados de "Exercícios de Álgebra e Geometria para o 7º ano dos Liceus 4ª edição" de Palma Fernandes.

13. Resolva a seguinte equação $4x^4 - 35x^2 - 9 = 0$
14. Determine m de forma que o trinómio $(m-2)x^2 - 2mx + 3m$ seja um quadrado perfeito.
15. Determine o quociente inteiro e o resto da divisão do polinómio $x^3 - 11x^2 + 37x - 30$ por $x^2 - 5x + 6$
16. Determine A , B e C de modo que a fórmula seguinte seja uma identidade.

$$\frac{x^2 + 1}{x^3 - 2x^2 + 2x} = \frac{A}{x} + \frac{Bx + C}{(x-1)^2 + 1}$$

17. Resolva as seguintes inequações:

(a)

$$(x^2 - 2x - 8)(2x^2 - x - 3) > 0$$

(b)

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{x} < \frac{5}{4x + 2}$$

18. Determinar os números inteiros que verificam simultaneamente as inequações

$$\begin{cases} \frac{2x-3}{2} < 0 \\ \frac{5-x}{x+1} > 0 \end{cases}$$

19. Calcule as derivadas das funções reais de variável real seguintes nos domínios respectivos:

(a)

$$y = \sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{1 - x^2}$$

(b)

$$y = \sqrt[5]{5x^3(2x^{\frac{1}{2}} - 1)^2}$$

(c)

$$y(x) = \cos^2(mx + n)$$

(d)

$$y = \frac{\operatorname{cosec} x}{1 + \cot^2 x}$$