

## Física Quântica II Conjunto 1

Problemas de aplicação – para entregar no início da aula de 4 de outubro 2013.

1. Considere uma experiência Stern-Gerlach com um íman de comprimento 50 cm. Determine o gradiente de campo necessário para produzir uma separação de 1 mm entre os átomos de prata com spin para cima e os átomos com spin apontado para abaixo. O detector se situa 50cm do fim do íman e os átomos são emitidos dum forno mantido à uma temperatura de 1500 K.

**Nota:** Embora os átomos dentro do forno tem uma energia cinética média de  $3kT/2$ , os átomos com maior energia vão se incidir no buraco do forno com uma maior frequência e a energia cinética média dos átomos emitidos é  $2kT$ . Lembra que o momento magnético dum átomo de prata é devido o único eletrão de valência, i.e.

$$\vec{\mu} = -\frac{ge}{2m}\hat{S} \approx -\frac{e}{m}\hat{S} \quad \text{com } \mu_B = \frac{e\hbar}{2m} \approx 9.3 \times 10^{-24} \text{ J / Tesla}.$$

$$k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}; \quad \text{massa dum átomo de prata } 107.868 \text{ u.m.a.}$$

2. O componente de spin ( $1/2$ ) dum feixe atômico é preparada num estado desconhecido  $|\psi_{in}\rangle$ . Ao ser analisado em várias experiências Stern-Gerlach obtêm-se as seguintes probabilidades:

$$\begin{aligned} P_{z\uparrow} &= \frac{1}{2} & P_{x\uparrow} &= \frac{3}{4} & P_{y\uparrow} &= 0.067 \\ P_{z\downarrow} &= \frac{1}{2} & P_{x\downarrow} &= \frac{1}{4} & P_{y\downarrow} &= 0.933 \end{aligned}$$

Usando estes dados achar com a maior precisão possível o estado  $|\psi_{in}\rangle$ .

3. Considere um eletrão num estado quântico geral

$$|\uparrow_n\rangle = \cos(\theta/2)|\uparrow_z\rangle + e^{i\phi}\sin(\theta/2)|\downarrow_z\rangle$$

Ao realizar uma medida do spin ao longo da direção do eixo dos  $zz$ , qual é a probabilidade de obter um valor (i)  $\hbar/2$ ? (ii)  $-\hbar/2$ ?

Determine de incerteza  $\Delta S_z$  da medida.

4. Demonstrar que uma partícula com spin  $1/2$  num estado quântico puro não pode satisfazer a igualdade  $\langle S_x \rangle = \langle S_y \rangle = \langle S_z \rangle = 0$ .
5. No instante  $t=0$  uma partícula com spin  $1/2$  é encontrado num estado próprio do operador  $\hat{S}_y$  com um valor próprio de  $\hbar/2$ . Logo depois e durante um intervalo de tempo  $T$ , o spin é sujeito a um campo magnético constante de grandeza  $B$  orientado ao longo a direção  $+\hat{z}$ . Imediatamente a seguir a orientação do campo magnético é mudada para se apontar ao longo da direção  $+\hat{x}$ . Depois um segundo intervalo com duração  $T$  uma medida do componente  $y$  do spin é efetuada. Qual é a probabilidade que o valor  $-\hbar/2$  é obtido?