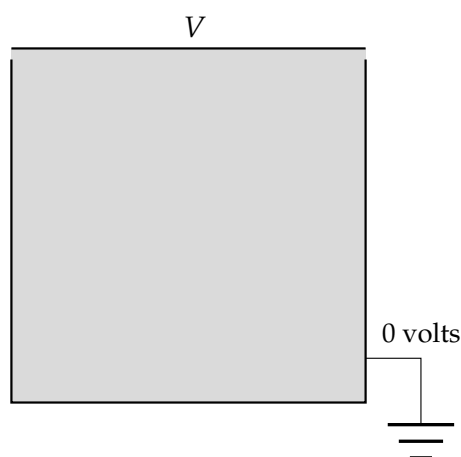


Exercícios de Física Computacional
Escola de Ciências da Universidade do Minho
Física e Engenharia Física
ano letivo 2021/2022, 1º semestre

Folha 9

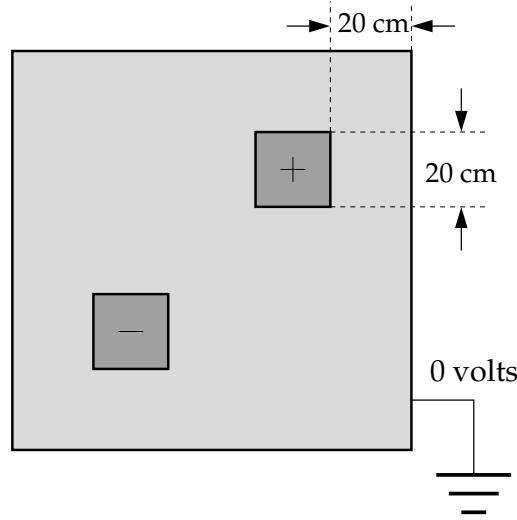
1. Use o método de Gauss-Seidel com sobre-relaxação para resolver a equação de Laplace para o problema bi-dimensional representado na figura seguinte:



Considere que o quadrado tem um lado 1 m e que $V = 1$ V. Use uma grelha com espaçamento de 1 cm, continuando a iteração até que o valor do potencial elétrico não varie mais do que 10^{-6} V em qualquer ponto da grelha e represente os resultados obtidos num gráfico de densidade. Experimente diversos valores de ω , avaliando o efeito na velocidade de execução do programa.

2. Discuta como generalizar a resolução da equação de Laplace a 3 dimensões usando o método das diferenças finitas.

3. Considere o sistema a duas dimensões, representado na figura seguinte:



Cada lado do quadrado, de comprimento 1 m, está ligado à terra estando, portanto, a 0 V. Duas cargas quadradas são colocadas como representado na figura, tendo cada uma delas uma densidade de carga correspondente a $\rho = \pm 1 \text{ Cm}^2$. Resolva a equação de Poisson para este sistema:

$$\nabla^2 \phi = -\frac{\rho}{\epsilon_0}.$$

Resolva numericamente a equação de Poisson para este sistema num sistema de unidades em que $\epsilon_0 = 1$. Como critério de convergência use uma variação do potencial elétrico por iteração inferior a 10^{-6} V .

4. Considere a variação de temperatura da crosta terrestre ao longo das estações do ano, supondo que a temperatura média num determinado ponto da superfície varia de acordo com:

$$T_0(t) = A + B \sin \frac{2\pi t}{\tau},$$

em que $\tau = 365$ dias, $A = 10^\circ\text{C}$ e $B = 12^\circ\text{C}$. A uma profundidade de 20 m abaixo da superfície praticamente não há variações de temperatura, que é aproximadamente constante e igual a 11° . Note que esta temperatura é superior à média da temperatura à superfície, 10°C , uma vez que a temperatura aumenta com a profundidade. A difusão térmica da crosta terrestre varia de ponto para ponto mas, por simplicidade, assuma que é constante e com valor $D = 0.1 \text{ m}^2 \text{ dia}^{-1}$.

Calcule numericamente o perfil de temperatura em função da profundidade. Considere uma profundidade máxima de 20 m e um intervalo temporal de 10 anos. Comece com uma temperatura igual a 10°C em todos os pontos, exceto à superfície e no ponto de profundidade máxima. Execute o programa para os primeiros 9 anos, de forma a permitir estabelecer um padrão de temperaturas, e, a partir daí, represente num gráfico a temperatura em função da profundidade em 4 pontos espaçados por 3 meses (i.e. para $t = 9.25, 9.50, 9.75, 10.0$ anos).