

Exame de Mecânica Analítica e Ondas

Licenciatura em Física

Universidade do Minho — 16 de Fevereiro de 2013

I

- 1- Considere um sistema dinâmico formado por N partículas pontuais e tal que existem l equações de ligação. O princípio de d' Alembert pode para este sistema ser traduzido pela seguinte equação,

$$\sum_{i=1}^N \left(\vec{F}_i - \frac{d\vec{p}_i}{dt} \right) \cdot \delta \vec{r}_i = 0.$$

(a) Como se denominam as quantidades $\delta \vec{r}_i$? Defina e explique as propriedades destas quantidades.

(b) Será que no presente caso as componentes das quantidades vectoriais da alínea anterior são independentes? Justifique a sua resposta.

(c) As equações de Lagrange deste sistema podem ser escritas em termos da energia cinética total T como,

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial T}{\partial q_j} = Q_j.$$

Qual é o número destas equações? Justifique a sua resposta.

(d) Indique qual a forma das forças \vec{F}_i e das componentes de força generalizadas Q_j que permitem escrever as equações de Lagrange do sistema na seguinte forma,

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial L}{\partial q_j} = 0.$$

Justifique a sua resposta.

- 2- O movimento de um objecto de massa m suspenso de uma mola de massa desprezável e constante elástica k envolve um desvio espacial cuja dependência do tempo t é da forma,

$$x = A e^{-\gamma t/2} \cos(\omega t + \alpha),$$

onde

$$\omega = \omega_0 \sqrt{1 - (\gamma/2\omega_0)^2},$$

e $0 < \gamma/2\omega_0 < 1$.

- (a) De que tipo de movimento se trata? Justifique a sua resposta.
- (b) Que quantidades são ω_0 , ω e γ ?
- (c) Qual a expressão de ω_0 ?
- (d) Quais os dois tipos de forças a que está sujeito o objecto de massa m ? Discuta a natureza física dessas forças.
- (e) Qual a direcção e sentido da força cujo módulo é proporcional a γm ?
- (f) Qual a expressão completa desse módulo? Defina todas as quantidades que aparecem nessa expressão.

II

1- Um ponto material de massa m , sujeito à acção da gravidade, é obrigado a permanecer sobre uma circunferência. Por sua vez, a circunferência roda em torno do eixo horizontal dos y , com uma frequência angular constante de módulo ω . Escreva as equações de Lagrange do movimento.

2- Determine os momentos de inércia de uma placa quadrada homogénea de lado $2a$ em relação a:

- (a) Uma recta situada no plano da placa, que passa pelo seu centro e é perpendicular a um dos lados.
- (b) Uma diagonal da placa.