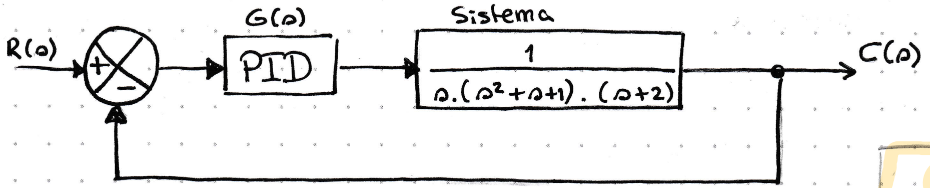
Exercício - T.P.C.



1º Descobrir quantos polos temos:

$s_1 = 0$

$s_2 = \frac{-1+\sqrt{3}.i}{2}$

$s_3 = \frac{-1-\sqrt{3}.i}{2}$

$s_4 = -2$

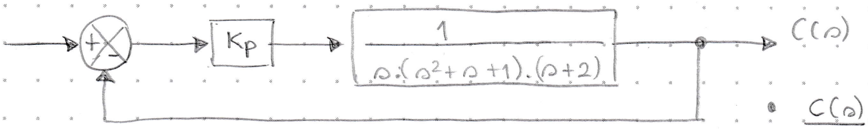
Analisando os polos, conclui-se que nos deparamos com um sistema instável!

C.a.

- $s^2+s+1 = 0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow s = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4}}{2} \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow s = \frac{-1 \pm \sqrt{3}.i}{2}$

Dessa forma teremos que proceder ao uso do $\boxed{2^{\circ} \text{ método}}$!

2º Encontrar o ganho crítico do sistema, $\boxed{Kp}$



- $\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{Kp.\frac{1}{s.(s^2+s+1).(s+2)}}{1+Kp.\frac{1}{s.(s^2+s+1).(s+2)}} = \frac{Kp}{s.(s^2+s+1).(s+2)+Kp}$

Pelo Critério de Estabilidade de Routh:

equação característica: $s.(s^2+s+1).(s+2)+Kp = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (s^3+s^2+s).(s+2)+Kp = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow s^4+2.s^3+s^3+2s^2+s^2+2s+Kp = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \underbrace{1}_{a_0}.s^4+\underbrace{3}_{a_1}.s^3+\underbrace{3}_{a_2}.s^2+\underbrace{2}_{a_3}s+\underbrace{Kp}_{a_4} = 0$

s^4	1 (a_0)	3 (a_2)	Kp (a_4)
s^3	3 (a_1)	2 (a_3)	0 (a_5)
s^2	b_1	b_2	
s^1	c_1	0	
s^0	d_1		

- $b_1 = \frac{a_1.a_2-a_0.a_3}{a_1} \Rightarrow b_1 = \frac{7}{3}$

- $b_2 = \frac{a_1.a_4-a_0.\overset{0}{a_5}}{a_1} \Rightarrow b_2 = Kp$

- $c_1 = \frac{b_1.a_3-b_2.a_1}{b_1} \Rightarrow c_1 = 2-\frac{3\times3}{7}.Kp = 2-\frac{9}{7}.Kp$

- $d_1 = \frac{c_1.b_2-\cancel{0.b_1}}{c_1} \Rightarrow d_1 = Kp$

Através de C_1 temos: $2 - \frac{9}{7} \cdot K_p = 0 \Leftrightarrow \boxed{K_p = \frac{14}{9}} \Rightarrow \boxed{K_{cr} = \frac{14}{9}}$

Determinado o ganho crítico (K_{cr}) ficamos com a seguinte equação característica:

$$s^4 + 3 \cdot s^3 + 3 \cdot s^2 + 2 \cdot s + \frac{14}{9} = 0 \Leftrightarrow s = \frac{\sqrt{6}}{3} \cdot j \vee s = -\frac{\sqrt{6}}{3} \cdot j \vee s = \frac{-9 + \sqrt{3} \cdot j}{6}$$

(pela calculadora)

Como $\boxed{s = j\omega}$ $\rightarrow$ Só nos é possível para $s = \frac{\sqrt{6}}{3} \cdot j$

$$\frac{\sqrt{6}}{3} \cdot j = \omega \cdot j \Rightarrow \boxed{\omega = \frac{\sqrt{6}}{3} \text{ rad/s}}$$

Dessa forma,

$$P_{cr} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{3 \times 2\pi}{\sqrt{6}} = \frac{6\pi}{\sqrt{6}} \boxed{\simeq 7,70}$$

3º Através dos valores de K_{cr} e P_{cr} obtidos e aplicando as fórmulas da tabela do 2º método obtém-se:

$K_p = 0,6 \cdot K_{cr} \simeq 0,93 \longrightarrow K_p \simeq 0,93$

$T_i = 0,5 \cdot P_{cr} \simeq 3,85 \longrightarrow T_i \simeq 3,85$

$T_d = 0,125 \cdot P_{cr} \simeq 0,96 \longrightarrow T_d \simeq 0,96$

Assim, a função de transferência do controlador PID é:

$$G_c(s) = K_p \cdot \left[1 + \frac{1}{T_i \cdot s} + T_d \cdot s\right] =$$

$$= \boxed{\frac{14}{9} \cdot \left[1 + \frac{1}{3,85 \cdot s} + 0,96 \cdot s\right]}$$