

Física da Matéria Condensada

Exame Final

10 de Julho 2015

Duração máxima: 3 horas

I

Considere um gás de electrões livres 3dim, ocupando um volume V .

(a) Mostre que a densidade de estados é $g(\epsilon) = \frac{V}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \epsilon^{1/2}$

(b) Prove que a energia cinética média por electrão a $T=0K$ é $\frac{3}{5} E_F$, onde E_F é a energia de Fermi

II

Explique por que razão uma rede quadrada 2-dim, formada por átomos idênticos dissolventes pode apresentar um comportamento metálico. Justifique convenientemente.

III

Sejam (hkl) os índices de Miller que caracterizam um plano cristalográfico.

(a) Prove que o vector do rede recíproco $\vec{G} = h\vec{b}_1 + k\vec{b}_2 + l\vec{b}_3$ é perpendicular a este plano

(b) Mostre que a distância entre dois planos paralelos adjacentes é $d(hkl) = \frac{2\pi}{|\vec{G}|}$

→

v. s. f. f.

IV

Considere um eadrio linear de átomos idênticos mas com constantes de força entre vizinhos imediatos que alternam entre c e $10c$ (os átomos são idênticos e a constante de rede é a)

Obtenha a dispersão $\omega(k)$ para $k=0$ e $k=\frac{\pi}{a}$. Esboce qualitativamente as relações de dispersão $\omega(k)$

V

Na aproximação de Debye, a energia interna de um gás de fônons pode escrever-se como:

$$U = 9Nk_B T \left(\frac{T}{\theta} \right)^3 \int_0^{x_D} dx \frac{x^3}{e^x - 1},$$

onde $N \equiv$ número de átomos, $x = \frac{\hbar \omega}{k_B T}$ e $\theta = \frac{\hbar \omega_D}{k_B T} = \frac{\theta}{T}$

Mostre que, no limite $T \rightarrow 0$, $C_V \propto \left(\frac{T}{\theta} \right)^3$. Explique o seu cálculo convenientemente.