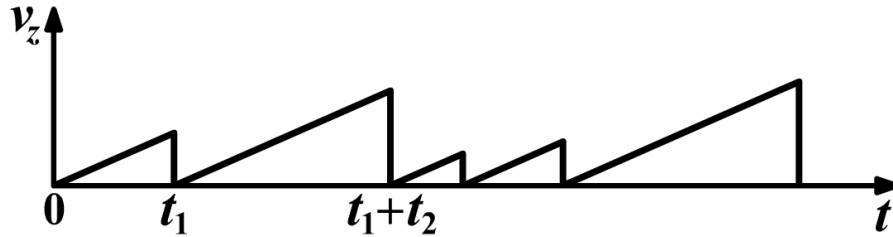


Condutividade eléctrica

Modelo de Drude:



Variação da componente da velocidade do electrão na direcção do campo eléctrico aplicado (e no sentido contrário), com o tempo.

$$\bar{v}_z = -\frac{eE}{m^*} \sum_i \frac{t_i^2}{2} \bigg/ (\sum_i t_i) \bar{v}_z = -\frac{eE}{m^*} \frac{\int_0^\infty \frac{t^2}{2} f(t) dt}{\int_0^\infty t f(t) dt};$$

$$f(t) = \tau^{-1} e^{-t/\tau}; \quad \tau - \text{tempo de relaxação}$$

$$\bar{v}_z = -\frac{eE}{m^*} \tau; \quad \sigma = \frac{e^2 \tau}{m^*} n$$

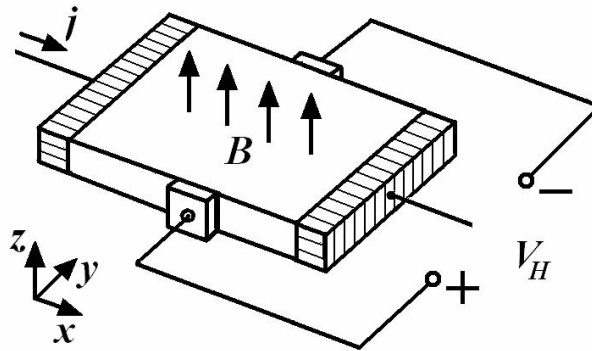
Modelo de Sommerfeld:

$$\sigma = \langle \sigma_0 \rangle = \frac{e^2 \langle \tau \rangle}{m^*} n \equiv \sigma_0;$$

$$\langle \tau \rangle = \frac{\int \tau f_{FD}(E) g(E) dE}{\int f_{FD}(E) g(E) dE},$$

$\langle \tau \rangle$, o tempo de relaxação médio, depende da energia de Fermi e (possivelmente) da temperatura.

Efeito Hall



O tensor de condutividade na presença do campo magnético:

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \left\langle \frac{\sigma_0}{1 + (\omega_c \tau)^2} \right\rangle; \quad \sigma_{zz} = \langle \sigma_0 \rangle \equiv n \frac{e^2}{m} \langle \tau \rangle;$$

$$\sigma_{xy} = -\sigma_{yx} = \left\langle \sigma_0 \frac{(\omega_c \tau)}{1 + (\omega_c \tau)^2} \right\rangle; \quad \omega_c = \frac{eB}{m}$$

A constante de Hall:

$$R_H = \frac{1}{B} \cdot \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}$$

$$R_H \approx \frac{1}{B} \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}^2} = -\frac{r_H}{en}; \quad r_H = \frac{\langle \tau^2 \rangle}{\langle \tau \rangle^2} \approx 1, \quad \text{factor de Hall}$$

A concentração dos electrões:

$$n = \frac{r_H}{e |R_H|}$$

Condutividade eléctrica A.C. e propriedades ópticas

Condutividade eléctrica A.C. (modelo de Drude-Sommerfeld) é complexa:

$$\sigma(\omega) = \frac{e^2 n}{m^*} \left\langle \frac{\tau}{1 - i\omega\tau} \right\rangle$$

Propriedades ópticas:

Ondas electromagnéticas produzem oscilações dos electrões livres (oscilações de plasma) que acompanham a onda, alteram a sua velocidade e provocam o seu decaimento:

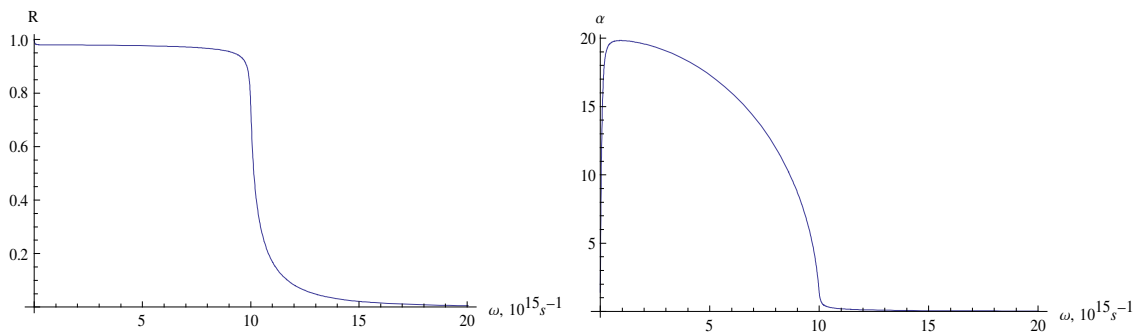
$$-\nabla^2 \vec{E}(\omega) = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(\omega) \vec{E}(\omega)$$

A constante (ou função) dieléctrica à frequências ópticas:

$$\varepsilon(\omega) = 1 + i \frac{e^2 n}{m^* \varepsilon_0 \omega} \left\langle \frac{\tau}{1 - i\omega\tau} \right\rangle = 1 - \left\langle \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\tau^{-1})} \right\rangle$$

$$\omega_p = \sqrt{\frac{e^2 n}{m^* \varepsilon_0}} \text{ - frequência de plasma}$$

A reflectância e o coeficiente de absorção ($\omega_p = 10^{16} \text{ s}^{-1}$; $\omega_p \tau = 100$):



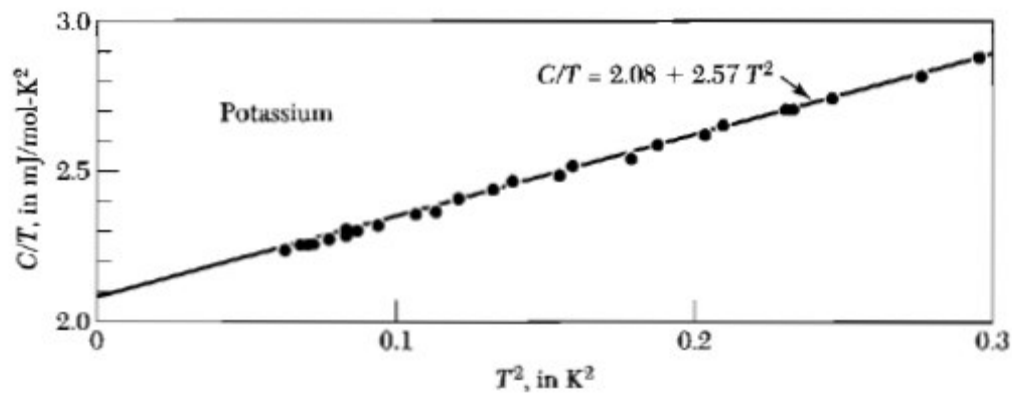
Capacidade térmica e condutividade térmica

Calor específico do gás de electrões livres:

$$c_v^{(e)} = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial E}{\partial T} \right) \bigg|_V = \int_0^\infty (E - E_F) g(E) \frac{\partial f_{FD}}{\partial T} dE$$

$$\approx g(E_F) \int_0^\infty (E - E_F) \frac{\partial f_{FD}}{\partial T} dE = \frac{\pi^2}{3} g(E_F) k_B (k_B T) \propto T$$

(adicional ao calor específico da rede cristalina, $c_v^{(rede)} \propto T^3$)



Dados experimentais sobre o calor específico do potássio. A variação de c_v/T com a temperatura é ajustada com uma função $a + bT$.

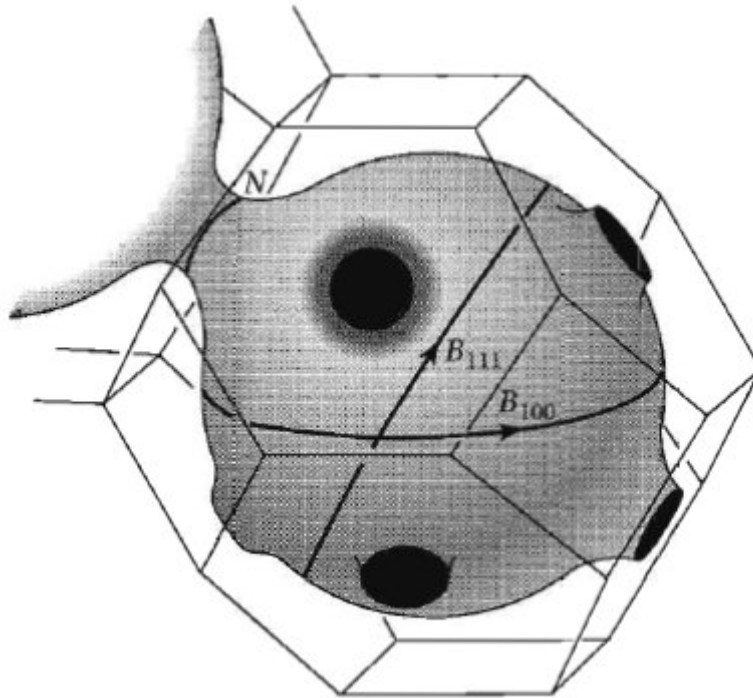
Condutividade térmica do gás de electrões livres:

$$\vec{q} = -\kappa \vec{\nabla} T \text{ - a lei de Fourier ;}$$

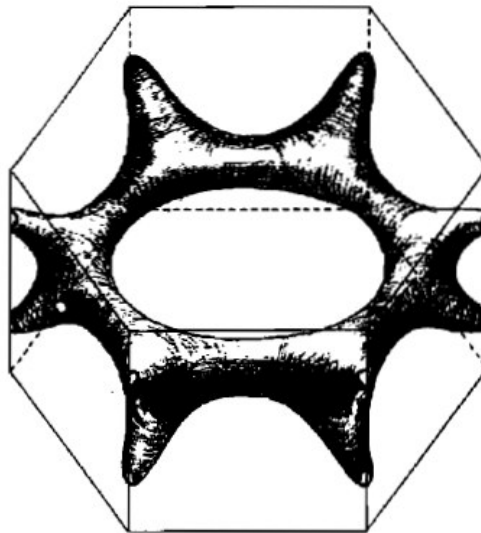
$$\frac{\kappa}{\sigma} = \frac{m^*}{3e^2} \left(\frac{c_v^{(e)}}{n} \right) \frac{\langle v^2 \tau \rangle}{\langle \tau \rangle} \propto c_v^{(e)} \propto T$$

A lei empírica de Wiedemann-Franz: $\frac{\kappa}{\sigma T} = L$; L - número de Lorentz

Superfícies de Fermi de metais reais



Superfície de Fermi do cobre (estrutura f.c.c.). Embora a maior parte da superfície fosse quase esférica, tem conexões ("pescoços") com outras células de Wigner-Seitz.



Multiplamente conexa superfície de Fermi do magnésio (estrutura hexagonal compacta).