Exercícios de Física Computacional

Escola de Ciências da Universidade do Minho

Física e Engenharia Física

ano letivo 2021/22, 1º semestre

Folha 6

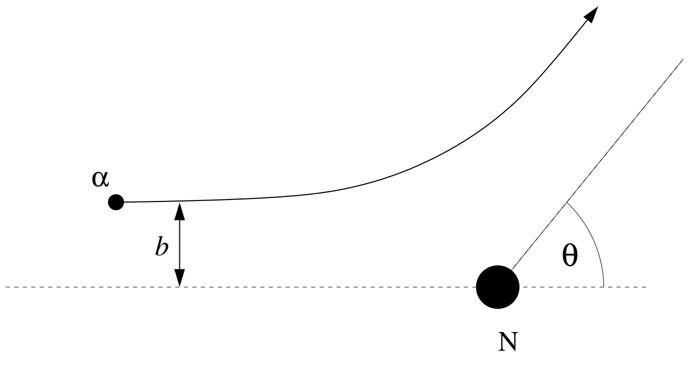
1. Calcule $\int_0^{\pi} \sin(x)\,\mathrm{d}x$ e $\int_0^{2,5} e^x\,\mathrm{d}x$ usando um método de Monte Carlo.

2. O movimento Browniano é um processo estocástico em que a posição em função do tempo é dada por $X(t+dt) = X(t) + N(0,(\delta)^2 dt; t, t+dt)$, sendo δ uma constante e $N(a,b;t_0,t_1)$ uma distribuição normal de valores aleatórios com média a e variância b em que os parâmetros t_0 e t_1 denotam a independencia estatística de N em diferentes intervalos de tempo (*i.e.* se $[t_0,t_1]$ e $[t_2,t_3]$ são intervalos de tempo dijuntos, então $N(a,b;t_0,t_1)$ e $N(a,b;t_2,t_3)$ são independentes).

   (a) Implemente uma função correspondente ao movimento Browniano a uma dimensão (processo de Wiener) e represente diversas sequências temporais da posição.

   (b) Implemente uma função correspondente ao movimento Browniano a duas dimensões e represente um trajeto obtido com essa função.

3. No início do sec. XX, Ernest Rutherford e os seus colaboradores mostraram que quando uma partícula α (i.e. um núcleo de hélio com dois protões e dois neutrões) passa perto de um núcleo atómico N é dispersada como mostrado na figura seguinte:



Esta dispersão obedece à seguinte relação:

$$\tan(\frac{1}{2}\theta) = \frac{Ze^2}{2\pi\varepsilon_0 E b}$$

em que Z é o número atómico do núcleo, $e = -8.854 \times 10^{-12}$ C é a carga do eletrão, $\varepsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12} \mathrm{A}^2\mathrm{s}^4\mathrm{kg}^{-1}\mathrm{m}^{-3}$ é a constante de permissividade do vácuo, E é a energia cinética da partícula α e b é o parâmetro de impacto (*i.e.* a distância representada na figura).

Considere um feixe de partículas α com energia cinética de 7,7 MeV que tem uma distribuição Gaussiana em x e em y com um desvio padrão de $\sigma = a_0/100$, onde $a_0 = 5.292 \times 10^{-11}$ m é o raio de Bohr, e que é disparado contra uma folha fina de ouro ($Z = 79$). Calcule numericamente, usando Monte Carlo, qual a probabilidade de uma partícula ser dispersa a um ângulo maior que $90°$.

Nota: MeV é uma unidade de energia.

4. Considere os seguintes *arrays* `numpy`, que representam velocidades medidas (em m/s) para determinados instantes de tempo (em s):

```
time = np.array([ 0,      1,      2,      3,      4    ])
v    = np.array([ 0.,     0.308,  0.55,   0.546,  0.44 ])
```

   Represente o histograma e a correspondente função de interpolação por *splines*. Estime o instante em que foi atingida a velocidade máxima.