Óptica – LF – 2011/2012 1o. Teste, 27/4/2011 Nome: Número:	Departamento de Física Escola de Ciências Universidade do Minho

Justifique as suas respostas.

1. Uma onda electromagnética monocromática num dieléctrico isotrópico, linear e sem absorção pode ser descrita por:

$$\frac{100\,(\mathrm{V})}{\sqrt{\mathrm{x}^2+\mathrm{y}^2+\mathrm{z}^2}}\,e^{i\left(2.979\times10^{15}\,(\mathrm{rad/s})\mathrm{t}+1.579\times10^{7}\,(\mathrm{rad/m})\sqrt{\mathrm{x}^2+\mathrm{y}^2+\mathrm{z}^2}+\pi/2\right)}.$$

Usam-se coordenadas cartesianas, com grandezas no SI. A descrição usada é a de uma onda *escalar* (e é portanto ainda incompleta).

a) Diga se é progressiva, plana ou esférica e qual o sentido de propagação. (1 V)

b) Qual o comprimento de onda no vácuo (note que não conhece o indice de refração) ? (1.5 V)

Soluções

a) Progressiva, esférica 3D, sentido para dentro. Por comparação com forma geral.

b)

$$\left\{\begin{array}{l}\omega = 2.979\times10^{15}\,(\mathrm{rad/s})\\ \\ \mathrm{k} = 1.579\times10^{7}\,(\mathrm{rad/m})\end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} v=\frac{\omega}{\mathrm{k}} = 1.887\times10^{8}\,(\mathrm{m/s})\\ v=\frac{c}{\mathrm{n}}\\ \lambda=\frac{2\pi}{\mathrm{k}} = 398\,(\mathrm{nm})\\ \lambda_0 = \mathrm{n}\lambda = 632\,(\mathrm{nm})\end{array}\right.$$

2. Placa de vidro (n = 1.5; 2 cm de espessura) na horizontal, dentro de água (n = 4/3). Tem um feixe de um laser de He-Ne (632.8 nm) a propagar-se num plano vertical dentro de água. Incide no vidro (ângulo de incidência 30º) e quer saber o que se passa na reflexão externa água-vidro. O campo eléctrico apenas tem componente no plano vertical (radiação linermente polarizada; amplitude 100 V/m).

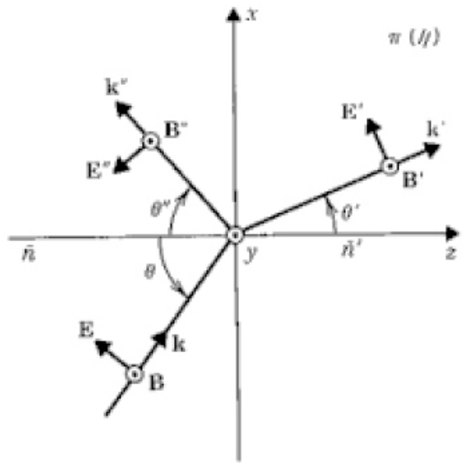
a) Qual a amplitude do campo eléctrico do feixe refletido (em água) e transmitido (no vidro) ? Faça um esquema onde represente o vetor campo eléctrico da radiação incidente, refletida e transmitida. (1.5 V)

b) Qual a densidade de fluxo de energia, em $\mathrm{mW/cm^2}$, do feixe incidente (por vezes chamade irradiância; feixe a propagar-se em água) ? (1.5 V)

c) Qual a densidade de fluxo de energia, em $\mathrm{mW/cm^2}$, dos feixes refletido e transmitido ? Compare-as com a densidade de fluxo do feixe incidente e comente. (1.5 V)

Soluções

a) Análise critica: campo elétrico paralelo ao plano incidência $\Rightarrow$ Fresnel para componente paralela.



$$\begin{cases} \theta = 30^{\underline{o}} \\ \\ \theta' = 26.39^{\underline{o}} \end{cases}$$

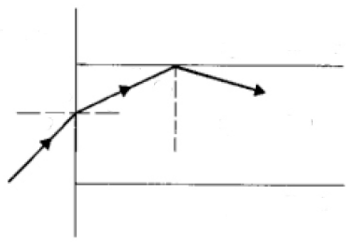
$$\begin{cases} \tau_{\parallel} = \frac{E'_{\parallel}}{E_{\parallel}} = 0.9262 \\ \\ \rho_{\parallel} = \frac{E''_{\parallel}}{E_{\parallel}} = 0.04162 \end{cases} \quad \begin{cases} E'_{\parallel} = 92.62\,\mathrm{V/m} \\ \\ E''_{\parallel} = 4.162\,\mathrm{V/m} \end{cases}$$

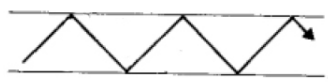
b) $\langle \bar{S} \rangle = n \left[\frac{1}{2}\varepsilon_0 c \left| \bar{E}_0 \right|^2 \hat{s} \right] e^{-kr} = 17.696\,\mathrm{W/m^2} = 1.7696\,\mathrm{mW/cm^2}$.

c)

$$\begin{cases} T = \left|\tau_{\parallel}\right|^2 \frac{n' cos\theta'}{n cos\theta} = 0.9982 \\ \\ R = \left|\rho_{\parallel}\right|^2 = 1.761 \times 10^{-3} \end{cases} \quad \begin{cases} \langle \bar{S} \rangle' = 1.766\,\mathrm{mW/cm^2} \\ \\ \langle \bar{S} \rangle'' = 3.116 \times 10^{-3}\,\mathrm{mW/cm^2} \end{cases}$$

3. Aproximação de raio meridional de ótica geométrica para um guia de ondas. Fibra ótica de $n = 1.6$ e coeficiente de absorção $0.2\,\mathrm{m^{-1}}$, protegida por um material de $n = 1.4$ (refletância de 0.9995 em cada reflexão interna na fibra). Diametro $50\,\mu$m. Comprimento 1 m. Incidência na fibra a partir do ar.





a) Qual o ângulo de incidência máximo que permite a propagação na fibra ? (1.5 V)

b) Calcule o número de reflexões internas até à saída da fibra, nas condições da alínea anterior. (1 V)

c) Qual a fracção da energia que espera que sobreviva à saída da fibra, por influência exclusiva da absorção e da reflexão interna ? Qual o significado prático deste resultado ? (1.5 V)

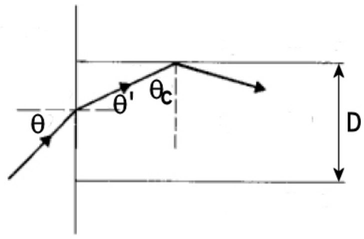
Soluções

a) Ponto de partida, nas condições de incidência na parede interna com ângulo crítico:

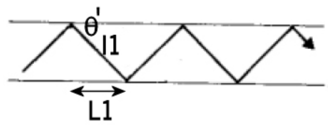
$$\begin{cases} n_o sin\theta = n_f sin\theta' \\ \\ \theta_c = \pi/2 - \theta' \\ \\ n_f sin\theta_c = n_o \end{cases}$$

A partir de este ponto, é possivel escolher uma solução puramente numérica ou uma solução analítica, consoante a personalidade de cada aluno. Se se usar resolução analítica genérica, chega-se a $AN = \mathrm{n_o} sin\theta = \sqrt{\mathrm{n_f}^2 - n_o^2} = 0.7746$. $\theta = 50.77^{\underline{o}}$.Se se optar por uma solução puramente numérica, os resultados têm de ser iguais.

b)



$$\begin{cases} \mathrm{N} \simeq \frac{\mathrm{L}}{\mathrm{L_1}} \\ \\ tan\theta' = \frac{\mathrm{D}}{\mathrm{L_1}} \\ \\ \mathrm{n_o} sin\theta = \mathrm{n_f} sin\theta' \end{cases} \qquad \begin{cases} \mathrm{N} \simeq 11066 \\ \\ \theta' = 28.96^{\underline{o}} \end{cases}$$

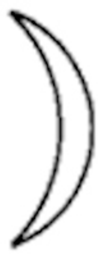


c)

$$\begin{cases} \mathrm{T_{REF}} = \mathrm{R_1}^{\mathrm{N}} = 0.00395 \\ \\ \mathrm{T_{REF}} = exp\left\{-\mathrm{K}\,\mathrm{L_{REAL}}\right\} = xp\left\{-\mathrm{K}\,\frac{\mathrm{L}}{\cos\theta'}\right\} = 0.796 \\ \\ \mathrm{n_o} sin\theta = \mathrm{n_f} sin\theta' \end{cases}$$

Devido ao enorme número de reflexões internas, é absolutamente necessário garantir condições de reflexão interna total, para que propagação na fibra seja eficiente.

4. Lente de 4 cm de espessura de material com n = 1.60, em ar. Raios de curvatura das superficies esféricas 20 e 10 cm. Métodos matriciais, na aproximação paraxial. Figura ilustrativa, não desenhada à escala.



a) Quais as matrizes para a refracção na 1a. e na 2a. superfícies ? Qual a matriz global, para a lente (referida aos vértices das superficies refratoras) ? (2 V)
b) Calcule a localização dos planos principais. Desenhe a lente e os planos principais. (1.5 V)
c) Qual a matriz da lente, na aproximação das lentes delgadas ? Quais as potências da lente e da lente delgada ? Qual o valor que melhor descreve a situação física ? (1 V)

Soluções

a)

$$\begin{cases} \mathrm{P} = \frac{\mathrm{n_l - n}}{\mathrm{R}} = -0.03\,\mathrm{cm}^{-1} \\ \\ \mathrm{P'} = \frac{\mathrm{n' - n_l}}{\mathrm{R'}} = +0.06\,\mathrm{cm}^{-1} \end{cases}$$

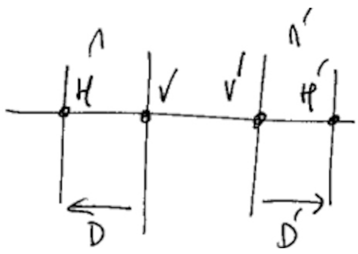
$$M_R = \begin{pmatrix} 1 & -P \\ 0 & 1 \end{pmatrix} ; \; M_{R'} = \begin{pmatrix} 1 & -P' \\ 0 & 1 \end{pmatrix} ; \; M_T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{D_l}{n_l} & 1 \end{pmatrix} .$$

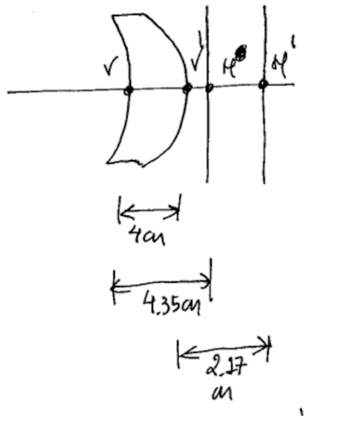
$$M_{\text{LENTE ESPESSA}} = M_{R'} M_T M_R = \begin{pmatrix} 1 - \frac{D_l P'}{n_l} & \frac{D_l P P'}{n_l} - (P + P') \\ \frac{D_l}{n_l} & 1 - \frac{D_l P}{n_l} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.85 & -0.0345\,\mathrm{cm}^{-1} \\ 2.5\,\mathrm{cm} & 1.075 \end{pmatrix} .$$

Não é suposto fazer o calculo analítico na matriz, na forma geral. Basta multiplicar as matrizes numéricas de cada elemento.

b) Lente espessa.

$$\begin{cases} D = \frac{n D_l P'}{-n_l P_l} = -4.35\,\mathrm{cm} \\ D' = \frac{n' D_l P}{-n_l P_l} = +2.17\,\mathrm{cm} \\ P_l = +0.0345\,\mathrm{cm}^{-1} \end{cases}$$





c)

$$M_{\text{LENTE ESPESSA}} = M_{R'} M_T M_R = \begin{pmatrix} 1 - \frac{D_l P'}{n_l} & \frac{D_l P P'}{n_l} - (P + P') \\ \frac{D_l}{n_l} & 1 - \frac{D_l P}{n_l} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.85 & -0.0345\,\mathrm{cm}^{-1} \\ 2.5\,\mathrm{cm} & 1.075 \end{pmatrix} .$$

$$M_{\text{LENTE DELGADA}} = M_{R'} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} . M_R = \begin{pmatrix} 1 & -0.03\,\mathrm{cm}^{-1} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} .$$

$$\begin{cases} \mathrm{P_l = +0.0345\,cm^{-1}} \\ \\ \mathrm{P_{delgada} = +0.03\,cm^{-1}} \end{cases}$$

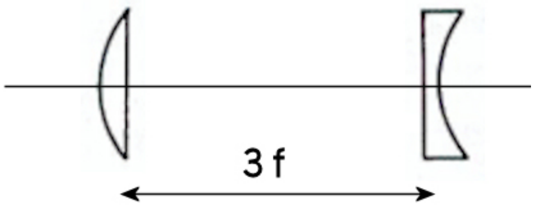
$\mathrm{P_l = +0.0345\,cm^{-1}}$melhor porque aproximação lente delgada não justificável.

5. Ótica paraxial de lentes delgadas. 1a. lente positiva de $f = 4\,\mathrm{cm}$; 2a. lente negativa de distância focal $-2f$; objecto colocado à distância de $2f$ da 1a. lente.

a) Indique a localização da imagem final. (2 V)

b) Indique a orientação e tamanho relativos da imagem final, em relação ao objecto. (1.5 V)

c) Use a técnica de traçado de raios para descrever a formação da imagem final, a partir do objecto. O esquema de traçado de raios é compatível com os resultados das alíneas anteriores ? (1 V)



Soluções

a)

$$\mathrm{\frac{1}{S} + \frac{1}{S'} = \frac{1}{f} \Leftrightarrow S' = \frac{Sf}{S - f}}$$

$$\begin{cases} \mathrm{S_1 = 2f = +8\,cm} \\ \\ \mathrm{S_1' = 2f = +8\,cm} \end{cases} \begin{cases} \mathrm{S_2 = f = +4\,cm} \\ \\ \mathrm{S_1' = -\frac{2}{3}f = -\frac{8}{3}\,cm = -2.67\,cm} \end{cases}$$

Localização da imagem final: 2.67 cm à esquerda da 2a. lente.

b)

$$\mathrm{M_x = \frac{S'}{S}}$$

$$\begin{cases} \mathrm{M_{x1} = -\frac{2f}{2f} = -1} \\ \\ \mathrm{M_{x2} = \frac{2/3f}{f} = +0.67} \\ \\ \mathrm{M_{xTOTAL} = M_{x1}M_{x2} = -0.67} \end{cases}$$

Imagem final: invertida e 67% de tamanho transversal, em relação ao objeto.

c) Traçado de raios e condição de formação de imagem da alínea anterior são equivalentes, na aproximação paraxial.