



Universidade do Minho

Departamento de Matemática e Aplicações

Análise Complexa

LFis /MIEFis

17/12/2015

Segundo Teste

Todas as respostas deverão ser convenientemente justificadas.

Duração: 90m

1. Determine o disco de convergência da série de potências

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{in}}{3^n} z^n.$$

2. Determine a série de Laurent em torno de $z_0 = 0$ da função $f(z) = \frac{1}{z^2(1-z)}$:

(a) no anel $\{z \in \mathbb{C} : 0 < |z| < 1\}$;

(b) no anel $\{z \in \mathbb{C} : 1 < |z|\}$.

3. Justifique que $z = -1$ é singularidade essencial da função

$$f(z) = (z+1)^2 e^{\frac{1}{z+1}}$$

e, sendo $\gamma = \{z \in \mathbb{C} : |z+2| = 2\}$, calcule o valor do integral

$$\int_{\gamma} f(z) dz.$$

4. Calcule o valor dos seguintes integrais reais:

(a) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x+1}{x^3+x} dx;$

(b) $\int_0^{+\infty} \frac{\cos x}{2+x^2} dx.$

5. Determine o resíduo logaritmico de

$$f(z) = \frac{z^2}{z^3+1}$$

em relação à curva $\{z \in \mathbb{C} : |z| = 2\}$.

- Cotações:**
- 1. 1 valor;
 - 2. a) 1.5 valores, b) 1.5 valores;
 - 3. 1.5 valores;
 - 4. a) 1.5 valores, b) 1.5 valores;
 - 5. 1.5 valores.