



T3 - Resposta em Frequência de um Circuito RLC

André Cruz - a92833 | Beatriz Demétrio - a92839 | Carlos Ferreira - a92846

Alunos do Mestrado Integrado em Engenharia Física

Departamento de Física, Escola de Ciências, Universidade do
Minho, Campus de Gualtar, 4710-057 Braga
Portugal

15 de março de 2021

Sumário

Este trabalho teve como objetivo analisar o comportamento de circuitos RLC, em ressonância, quer em série quer em paralelo. Através das montagens como filtro passa-banda, determinou-se a frequência de ressonância, a largura de banda e a qualidade de cada circuito, através da resposta em frequência, e com estes resultados comprovou-se as equações que permitem obter os valores teóricos. Também variando a resistência e o condensador, confirmou-se que, para o circuito em série, a largura de banda é diretamente proporcional à resistência, mas não varia com o condensador, enquanto, no circuito em paralelo, a largura de banda é inversamente proporcional à resistência e ao condensador.

1. Introdução

Os circuitos que contém combinações de bobinas, condensadores e resistências são normalmente usados como filtros de frequência, podendo operar como filtros passa-banda (LCR), onde apenas uma parte das frequências é transmitida, filtros de rejeição de banda (RLC), que tem uma função complementar ao filtro passa-banda, ou como filtros passa-alto (RCL)/baixo (RLC), em que as baixas/altas frequências do sinal original são eliminadas de acordo com o circuito usado.

Neste trabalho, aprofundou-se o estudo do circuito que opera como um filtro passa-banda. Assim como em trabalhos anteriores, verificou-se que na situação de ressonância, a diferença de fase de 180° que se estabelece entre as reatâncias indutiva e capacitiva faz com que a reactância total se anule, ou seja:

$$Z_L + Z_C = 0 \quad (1)$$

resultando, assim, numa frequência de ressonância dada por (ver apêndice 1), para a qual o circuito é puramente resistivo, isto é, a saída está em fase com a entrada:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (2)$$

Por isso, no circuito LCR que funciona como um filtro passa-banda tem-se que, na vizinhança da frequência de ressonância, uma elevada impedância de saída, medida aos terminais da



resistência, e por isso sinais de grande amplitude. Portanto, a resposta em frequência deste tipo de filtro é dada da seguinte forma:

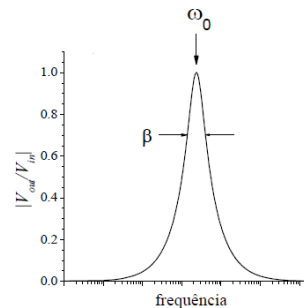


Figura 1: Resposta em frequência de um filtro passa-banda

onde $\left| \frac{V_{out}}{V_{in}} \right|$ é a frequência de ressonância e β por largura de banda.

Imaginando que se coloca o condensador e a bobine em paralelo e este conjunto em série com uma resistência, ilustrado na imagem seguinte:

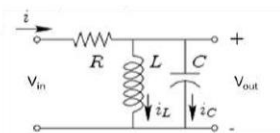


Figura 2: Circuito RLC em paralelo

Sabe-se que na situação de ressonância, as correntes i_C e i_L (do condensador e da bobine, respetivamente) estão desfasadas entre si 180° , e por isso anulam-se. Com isto, neste tipo de circuitos, em ressonância, não passa corrente, o que por sua vez significa que existe uma resistência muito elevada, quase no limite de ser um circuito aberto. Ora, isto faz com que para frequências na vizinhança da frequência de ressonância, a saída será constituída por sinais de grande amplitude, isto é, a saída, medida aos terminais do conjunto condensador e bobine em paralelo, irá configurar também um filtro passa-banda e que terá uma resposta em frequência do género da figura 1.

Ao observar a figura 1 repara-se que já se definiu o que era ω_0 , ou seja, a frequência de ressonância, e o que era o ganho, que é dado por $\left| \frac{V_{out}}{V_{in}} \right|$. Mas falta definir o que é o β . Define-se por largura de banda este β e é a gama de frequências para os quais a amplitude dos sinais de saída é superior, no caso do filtro passa-banda, à amplitude do sinal de entrada a dividir por $\sqrt{2}$, isto é, para as duas frequências ω_1 e ω_2 que têm como ganho $\left| \frac{V_{out}}{V_{in}} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}}$, fazendo com que a largura de banda seja igual a:

$$\beta = \omega_2 - \omega_1 \quad (3)$$



Daqui, pode-se afirmar que se se pretender um circuito que tenha uma grande gama de frequências, tem que se garantir uma pequena largura de banda. Por isso, a escolha das frequências que se quer colocar nesta gama depende quer da frequência de ressonância quer da largura de banda, e isto é expresso pelo fator de qualidade Q , dado pela expressão (comum aos circuitos estudados):

$$Q = \frac{\omega_0}{\beta} \quad (4)$$

De seguida, utilizando estas expressões, verificou-se teoricamente o valor de cada grandeza para o respetivo circuito.

1.1 Circuito em Série

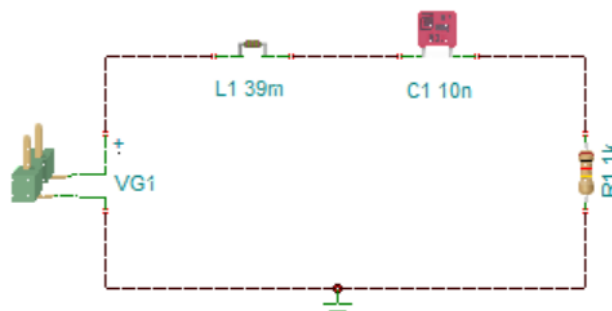


Figura 3: Circuito em Série

Tem-se os seguintes valores para os componentes apresentados:

$$\begin{aligned} R &= 1k\Omega = 1 \times 10^3 \Omega \\ C &= 10nF = 10 \times 10^{-9} F \\ L &= 39mH = 39 \times 10^{-3} H \end{aligned}$$

1.1.1 Cálculo da Frequência de Ressonância

A frequência de ressonância é dada pela [equação 2](#). Por isso, substituindo pelos valores acima apresentados, tem-se que:

$$\omega_0 \approx 50636,97 \text{ rad/s}$$

Logo, a frequência de ressonância vai ser dada por:

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} \approx \frac{50636,97}{2\pi} \approx 8,06 \text{ kHz}$$



1.1.2 Cálculo da largura de banda β e da qualidade Q

Cálculo das Frequências de Corte

Utilizando as expressões 5 e 6 (ver apêndice), respectivamente, e sabendo que $f = \frac{\omega}{2\pi}$, obteve-se a seguinte tabela:

i	$\omega_i (rad/s)$	$f_i (kHz)$
1	39414,23	6,273
2	65055,25	10,353

Tabela 1: Valores das frequências de corte

Cálculo da Largura de Banda β

Utilizando a expressão 3, obteve-se o seguinte:

$$\beta \approx 65055,25 - 39414,23 \approx 25641,02 \text{ rad/s}$$

Substituindo na equação 7, tem-se que:

$$\beta = \frac{1 \times 10^3}{39 \times 10^{-3}} \approx 25641,02 \text{ rad/s}$$

Comprova-se que calculando destas duas maneiras, se obtém exatamente o mesmo valor para β .

Cálculo da Qualidade Q

Utilizando a expressão 4, obteve-se o seguinte:

$$Q \approx \frac{50636,97}{25641,02} = 1,975$$

Substituindo na equação 8, tem-se que:

$$Q = \frac{1}{1 \times 10^3} \sqrt{\frac{39 \times 10^{-3}}{10 \times 10^{-9}}} \approx 1,975$$

Verificamos que calculando destas duas maneiras, obtemos exatamente o mesmo valor para Q .



1.1.3 Variação da Resistência

Sabe-se da fórmula $\beta = \frac{R}{L}$ que com um aumento da resistência R , existe um aumento do valor da largura de banda β (e que o contrário também se verifica). Portanto, pode-se afirmar que β e R são proporcionais. Verificou-se exatamente isso, através da seguinte tabela:

	f_0 (kHz)	ω_1 (rad/s)	f_1 (kHz)	ω_2 (rad/s)	f_2 (kHz)	β (rad/s)
500 Ω	8,06	44630,84	7,103	57451,36	9,144	12820,52
1k Ω	8,06	39414,23	6,273	65055,25	10,353	25641,02
1,5k Ω	8,06	34934,95	5,560	73396,49	11,681	38461,54

Tabela 2: Efeitos da variação da resistência

1.1.4 Variação do Condensador

Analisando a fórmula $\beta = \frac{R}{L}$, a largura de banda não depende do valor do condensador presente no circuito, ou seja, mesmo que se altere o seu valor, em nada irá afetar o valor da largura de banda β . Verifica-se exatamente isso, através de outra tabela:

	f_0 (kHz)	ω_1 (rad/s)	f_1 (kHz)	ω_2 (rad/s)	f_2 (kHz)	β (rad/s)
5nF	11,40	59929,54	9,538	85570,57	13,619	25641,03
10nF	8,06	39414,23	6,273	65055,25	10,353	25641,02
20nF	5,70	25211,27	4,012	50852,30	8,093	25641,03

Tabela 3: Efeitos da variação do condensador

1.2 Circuito em Paralelo

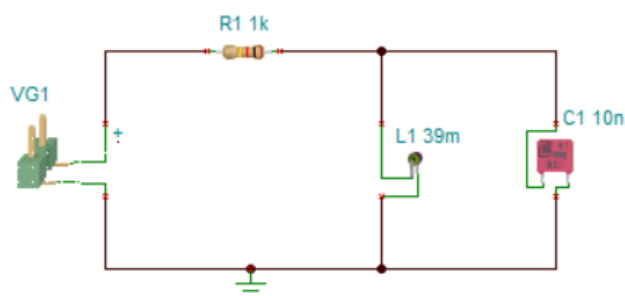


Figura 4: Circuito em Paralelo

Tem-se os seguintes valores para os componentes apresentados:

$$R = 1k\Omega = 1 \times 10^3 \Omega$$

$$C = 10nF = 10 \times 10^{-9} F$$

$$L = 39mH = 39 \times 10^{-3} H$$



1.2.1 Cálculo da Frequência de Ressonância

O cálculo para a frequência de ressonância é o mesmo para este caso e, como tal, usando a [equação 2](#) e $f = \frac{\omega}{2\pi}$ obtemos o mesmo resultado:

$$f_0 = 8,06 \text{ kHz}$$

1.2.2 Cálculo da largura de banda β e da qualidade Q

Cálculo das Frequências de Corte

Utilizando as expressões [9](#) e [10](#), respetivamente, e sabendo que $f = \frac{\omega}{2\pi}$, obteve-se a seguinte tabela:

i	$\omega_i \text{ (rad/s)}$	$f_i \text{ (kHz)}$
1	21162,51	3,368
2	121162,51	19,284

Tabela 4: Valores das Frequências de Corte

Cálculo da Largura de Banda β

Utilizando a [expressão 3](#), obteve-se o seguinte:

$$\beta \approx 121162,51 - 21162,51 \approx 100000 \text{ rad/s}$$

Substituindo na [equação 11](#), tem-se que:

$$\beta = \frac{1}{1 \times 10^3 \times 10 \times 10^{-9}} \approx 100000 \text{ rad/s}$$

Verificamos que calculando destas duas maneiras, obtemos exatamente o mesmo valor para β .

Cálculo da Qualidade Q

Utilizando a [expressão 4](#), obteve-se o seguinte:

$$Q \approx \frac{50636,97}{100000} = 0,5064$$

Substituindo na [equação 12](#), tem-se que:

$$Q = 1 \times 10^3 \sqrt{\frac{10 \times 10^{-9}}{39 \times 10^{-3}}} \approx 0,5064$$

Verifica-se que calculando destas duas maneiras, se obtém exatamente o mesmo valor para Q .



1.2.3 Variação da Resistência

Sabe-se da fórmula $\beta = \frac{1}{RC}$ que com um aumento da resistência R , existe uma diminuição do valor da largura de banda β . Pode-se então afirmar que β e R são inversamente proporcionais. Verifica-se exatamente isso através da seguinte tabela:

	f_0 (kHz)	ω_1 (rad/s)	f_1 (kHz)	ω_2 (rad/s)	f_2 (kHz)	β (rad/s)
500Ω	8,06	12089,71	1,924	212089,71	33,755	200000
1kΩ	8,06	21162,51	3,368	121162,51	19,284	100000
1,5kΩ	8,06	27290,21	4,343	93956,87	14,954	66666,67

Tabela 5: Efeitos da variação da resistência

1.2.4 Variação do Condensador

Verifica-se na fórmula $\beta = \frac{1}{RC}$, que a largura de banda depende do valor do condensador presente no circuito, ou seja, ao aumentar o seu valor, o valor da largura de banda irá diminuir, e vice-versa. Tal comprova-se com os seguintes dados da tabela abaixo:

	f_0 (kHz)	ω_1 (rad/s)	f_1 (kHz)	ω_2 (rad/s)	f_2 (kHz)	β (rad/s)
5nF	11,40	22996,77	3,660	222996,77	35,491	200000
10nF	8,06	21162,51	3,368	121162,51	19,284	100000
20nF	5,70	18669,80	2,971	68669,80	10,929	50000

Tabela 6: Efeitos da variação do condensador

1.3 Demonstração de como se chegou às expressões do ganho e da diferença de fase entre os sinais de saída e de entrada

Sabe-se que o ganho é dado por:

$$ganho = \left| \frac{V_{out}}{V_{in}} \right|$$

onde V_{out} é a tensão de saída e V_{in} é a tensão de entrada.

Tratando-se de um circuito em série, tem-se que $V_{in} = i \times Z$ e $V_{out} = i \times Z$, onde Z é a impedância total do circuito e i é a corrente total do circuito. Logo, a impedância Z é dada por $Z = |Z| \angle \theta$. Como o circuito é em série, o módulo de Z é dado por:

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}$$



Já o ângulo θ , que corresponde ao ângulo de defasamento entre os sinais de V_{out} e V_{in} , vai ser igual a:

$$\theta = \arctan \left(\frac{(\omega L - \frac{1}{\omega C})}{R} \right)$$

pois $Z = R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)$.

Logo, substituindo na equação do ganho, conclui-se que:

$$ganho = \left| \frac{V_{out}}{V_{in}} \right| = \frac{R}{|Z|} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}}$$

2. Procedimento

Esta experiência foi realizada recorrendo ao simulador TINA-TI. O material usado foi o seguinte:

- Resistências de valores 500Ω , $1k \Omega$ e $1,5k\Omega$
- Condensadores de valores $5 nF$, $10 nF$ e $20 nF$
- Bobine de valor $39 mH$
- Fonte, multímetros e osciloscópio fornecidos pelo simulador

A experiência pode ser dividida em duas partes.

Na **primeira parte**, procedeu-se à análise do circuito em série.

Montou-se o circuito no simulador com um sinal de entrada com uma tensão sinusoidal de $10 V_{pp}$ (tal como ilustrado na [figura 3](#)).

De forma obter a frequência de ressonância experimentalmente, variou-se a frequência do sinal de tensão de entrada entre $3 kHz$ e $13 kHz$ e mediu-se para cada valor desta a onda da tensão de saída e representou-se estes valores num gráfico.

Para calcular o β e Q , aumentou-se a frequência até o valor do ganho ter sido aproximadamente igual a $0,707$ do ganho máximo, com o intuito de determinar as frequências de corte correspondentes.

Variou-se o valor das resistências de forma a avaliar a sua importância na definição da largura de banda, ou seja, para cada valor de resistência realizou-se o passo anterior.

Para a variação do condensador procedeu-se de igual forma para estimar o seu efeito na largura de banda.

Na **segunda parte**, procedeu-se à análise do circuito em paralelo.

Montou-se o circuito em paralelo no simulador com um sinal de entrada com uma tensão sinusoidal de $10 V_{pp}$ (tal como ilustrado na [figura 4](#)).

Realizou-se exatamente os mesmos passos anteriormente descritos.



3. Apresentação e Tratamento de dados experimentais

3.1 Circuito em Série

3.1.1 Determinação da Frequência de Ressonância

Recolhidos os valores da amplitude da onda da tensão de saída do circuito em função da frequência do sinal de tensão de entrada, obteve-se o seguinte gráfico (a tabela corresponde encontra-se no apêndice 4):

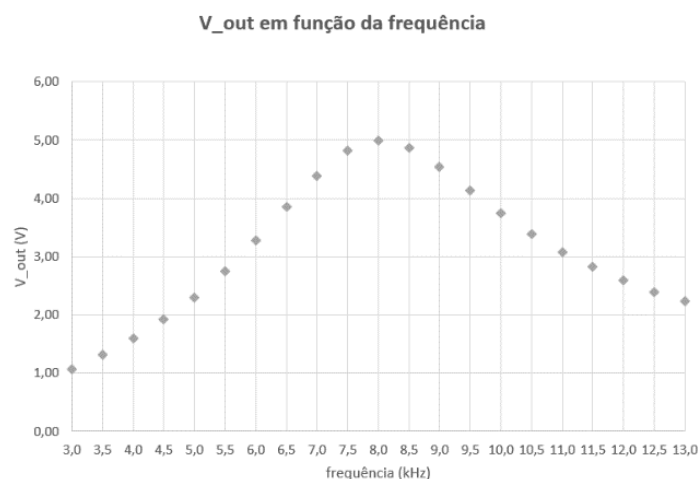


Gráfico 1: Amplitude do sinal de saída em função da frequência do sinal de entrada (circuito em série)

Tratando-se de um filtro passa-banda, seria de esperar sinais de grande amplitude na vizinhança da frequência de ressonância. Tendo isso em conta, e analisando os dados recolhidos, obteve-se uma frequência de ressonância que ronde os 8,0 kHz, o que corresponde aproximadamente ao obtido teoricamente.

3.1.2 Determinação da largura de banda β e da qualidade Q

Cálculo das Frequências de Corte

Recorrendo ao simulador virtual obteve-se os seguintes valores para as frequências de corte f_{c1} e f_{c2} , seguidas do erro percentual (fórmula no Apêndice 8) quando comparadas com os valores teóricos:

i	f_i (kHz)	erro percentual (%)
1	6,24	0,53
2	10,28	0,70

Tabela 7: Valores obtidos das frequências de corte e respetivos erros percentuais



Cálculo da Largura de Banda β

Recorrendo aos valores anteriores e através da expressão (3), temos que:

β (rad/s)	erro percentual (%)
25384,07	1,00

Tabela 8: Valor obtido da largura de banda e respetivo erro

Cálculo da Qualidade Q

Novamente, através dos valores passados temos que a qualidade obtida é de (ver apêndice 6):

Q	erro percentual (%)
1,98	0,25

Tabela 9: Valor obtido da qualidade e respetivo erro percentual

3.1.3 Variação da Resistência

Variando o valor da resistência presente no circuito, obteve-se os seguintes valores das frequências de corte e da respetiva largura de banda:

	f_{c1} (kHz)	erro (%)	f_{c2} (kHz)	erro (%)	β (rad/s)	erro (%)
$R = 500\Omega$	7,09	0,18	9,10	0,48	12629,20	1,49
$R = 1,5k\Omega$	5,56	0	11,56	1,04	37699,11	1,98

Tabela 10: Valores obtidos das frequências de corte e larguras de banda, variando a resistência

3.1.4 Variação do Condensador

Variando agora o valor do condensador, obteve-se as seguintes variações nas frequências de corte e respetivas larguras de banda:

	f_{c1} (kHz)	erro (%)	f_{c2} (kHz)	erro (%)	β (rad/s)	erro (%)
$C = 5nF$	9,51	0,29	13,48	1,02	24944,24	2,72
$C = 20nF$	4,01	0,05	8,05	0,53	25384,07	1,00

Tabela 11: Valores obtidos das frequências de corte e larguras de banda, variando o condensador



3.2 Circuito em Paralelo

3.2.1 Determinação da Frequência de Ressonância

Tal como para o circuito em série, a determinação da frequência de ressonância fez-se variando a frequência da onda de entrada do circuito e recolhendo a amplitude da onda de saída, levando à elaboração do seguinte gráfico (cuja tabela correspondente se encontra no apêndice 5):

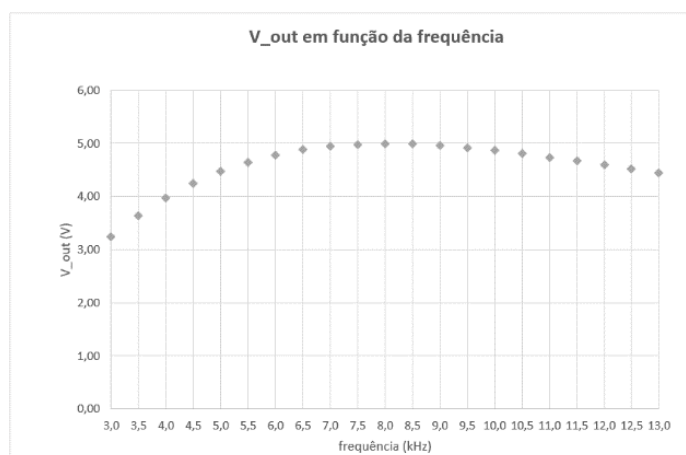


Gráfico 2: Amplitude do sinal de saída em função da frequência do sinal de entrada (circuito em paralelo)

Analisando os dados, concluiu-se que o valor da frequência para qual a amplitude de V_{out} é máxima, ou seja, a frequência de ressonância, ronda os $8,0 \text{ kHz}$, novamente próximo do obtido teoricamente.

3.2.2 Determinação da largura de banda β e da qualidade Q

Cálculo das Frequências de Corte

Novamente, recolheu-se as frequências de corte f_{c1} e f_{c2} , seguidas do erro percentual:

i	$f_i \text{ (kHz)}$	erro (%)
1	3,36	0,24
2	19,09	1,01

Tabela 12: Valores obtidos das frequências de corte e respetivos erros percentuais

É de se notar que para a f_{c2} , o seu valor teórico ronda os 19 kHz , sendo por isso impossível identificar este valor na tabela do apêndice ou no gráfico (já que a frequência apenas se fez variar entre os 3 kHz e 13 kHz). O valor obtido provém novamente das ferramentas do *Tina-Ti*.



Cálculo da Largura de Banda β

Recorrendo aos valores anteriores e através da expressão (3), temos que:

β (rad/s)	erro (%)
98834,50	1,16

Tabela 13: Valor obtido da largura de banda e respetivo erro percentual

Cálculo da Qualidade Q

Novamente, através dos valores passados temos que a qualidade obtida é de (ver expressão 7 no apêndice):

Q	erro (%)
0,51	0,7

Tabela 14: Valor obtido da qualidade e respetivo erro percentual

3.2.3 Variação da Resistência

Variando o valor da resistência presente no circuito, obteve-se os seguintes valores das frequências de corte e da respetiva largura de banda:

	f_{c1} (kHz)	erro (%)	f_{c2} (kHz)	erro (%)	β (rad/s)	erro (%)
$R = 500\Omega$	1,93	0,31	33,57	0,55	198799,98	0,60
$R = 1,5k\Omega$	4,35	0,16	14,86	0,63	66036,28	0,94

Tabela 15: Valores obtidos das frequências de corte e larguras de banda, variando a resistência

3.2.4 Variação do Condensador

Finalmente, variando o valor do condensador, obteve-se as seguintes variações nas frequências de corte e respetivas larguras de banda:

	f_{c1} (kHz)	erro (%)	f_{c2} (kHz)	erro (%)	β (rad/s)	erro (%)
$C = 5nF$	3,67	0,27	35,31	0,51	198799,98	0,60
$C = 20nF$	2,97	0,03	10,88	0,45	49700	0,60

Tabela 16: Valores obtidos das frequências de corte e larguras de banda, variando o condensador



4. Análise dos dados e Conclusão

Tendo em conta que se recorreu a um simulador para a realização desta experiência, os valores obtidos estão de acordo com esperado, sendo os pequenos erros percentuais provenientes de possíveis arredondamentos no cálculo dos valores teóricos ou a diferenças existentes entre os nossos cálculos e os efetuados pelo simulador.

Através da análise dos gráficos da resposta em frequência, verificou-se que, de facto, ambos os circuitos funcionam como filtros passa-banda.

No circuito em série, ao reduzir o valor da resistência para metade do seu valor original, observou-se que o valor de β também é reduzido aproximadamente para metade do seu valor inicial. Por outro lado, quando o valor da resistência é 1,5 vezes o seu valor inicial, a mesma proporção é visível para β . Assim, comprova-se que o valor da largura de banda é diretamente proporcional ao do valor da resistência.

Uma vez que $\beta = R/L$, conclui-se que variar o valor do condensador não afeta o valor da largura de banda, ou seja, prova que estes valores são independentes entre si. Tal confirmou-se com os valores obtidos experimentalmente, nos quais é perceptível apenas uma ligeira variação no valor de β , a qual podemos descartar.

No circuito em paralelo, ao reduzir o valor da resistência para metade do seu valor original, o valor de β aumenta aproximadamente para o dobro do seu valor inicial. Por outro lado, quando o valor da resistência é 500Ω ($2/3$ vezes do seu valor inicial), β apresenta cerca de $3/2$ do seu valor inicial. Assim, comprova-se que a largura de banda é inversamente proporcional ao valor da resistência, previsto anteriormente através da expressão $\beta = 1/RC$.

Além disso, ainda considerando a expressão $\beta = 1/RC$, reconheceu-se que a largura de banda também seja inversamente proporcional ao valor da capacidade do condensador, relação esta confirmada pelos dados obtidos.

Através desta experiência, podemos também concluir que utilizando os mesmos componentes ($R = 1\text{ k}\Omega$; $L = 39\text{ mH}$; $C = 10\text{ nF}$) nas duas montagens obtemos a mesma frequência de ressonância, $f_0 = 8,0\text{ kHz}$, mas no circuito em série temos uma largura de banda inferior:

$$\beta_{\text{série}} \approx 25\text{ k rad/s} < \beta_{\text{paralelo}} \approx 99\text{ k rad/s}$$

e, consequentemente, qualidade superior:

$$Q_{\text{série}} = 1,98 > Q_{\text{paralelo}} = 0,51$$



5. Bibliografia

[1] Trabalho 3: Resposta em frequência de um circuito RLC, Guia Prático fornecido pelo docente.

[2] Robert Resnick, David Halliday, Jearl Walker, Fundamentos De Fisica, Volume 2, 8ª edição, LTC, 2009

[3] <http://www.cpdee.ufmg.br/~danielomelges//circ3/Aula7-CircuitosSeletoresFrequenciaPt2.pdf>, expressões da página 15, para a obtenção dos valores teóricos das frequências de corte

6. Apêndice

1) Demonstração da frequência de ressonância:

Como a reactância total anula-se na situação de ressonância e como $Z_L = j\omega L$ e $Z_C = \frac{1}{j\omega C}$, então temos que a frequência de ressonância é dada por:

$$Z_L + Z_C = 0 \Leftrightarrow j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow j\omega L = -\frac{1}{j\omega C} \Leftrightarrow \omega L = \frac{1}{\omega C} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \omega^2 = \frac{1}{LC} \Leftrightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Logo, a frequência de ressonância é dada por $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

2) Demonstração para β e Q de um circuito RLC em série

Sabe-se que o ganho para este tipo de circuitos é dado por:

$$G = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

Para encontrar as frequências de corte respetivas, tem que se fazer $G = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Por isso, daqui tem-se que:

$$\omega_1 = -\frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \left(\frac{1}{LC}\right)} \quad (5)$$



$$\omega_2 = \frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \left(\frac{1}{LC}\right)} \quad (6)$$

Ora, como $\beta = \omega_2 - \omega_1$, então a largura de banda também pode ser calculada pela seguinte expressão:

$$\beta = \frac{R}{L} \quad (7)$$

e como também o fator de qualidade é dado por $Q = \frac{\omega_0}{\beta}$, substituindo o β tem-se que:

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (8)$$

3) Demonstração para β e Q de um circuito RLC em paralelo:

Sabe-se que o ganho para este tipo de circuitos é dado por:

$$G = \frac{\frac{\omega}{RC}}{\sqrt{\left(\frac{1}{LC} - \omega^2\right)^2 + \left(\frac{\omega}{RC}\right)^2}}$$

Para encontrar as frequências de corte respectivas, tem que se fazer $G = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Por isso, daqui tem-se que:

$$\omega_1 = -\frac{1}{2RC} + \sqrt{\left(\frac{1}{2RC}\right)^2 + \left(\frac{1}{LC}\right)} \quad (9)$$

$$\omega_2 = \frac{1}{2RC} + \sqrt{\left(\frac{1}{2RC}\right)^2 + \left(\frac{1}{LC}\right)} \quad (10)$$

Ora, como $\beta = \omega_2 - \omega_1$, então a largura de banda também pode ser calculada pela seguinte expressão:

$$\beta = \frac{1}{RC} \quad (11)$$

e como também o fator de qualidade é dado por $Q = \frac{\omega_0}{\beta}$, substituindo o β tem-se que:

$$Q = R \sqrt{\frac{C}{L}} \quad (12)$$



- 4) Tabela dos valores da amplitude da onda da tensão de saída do circuito e da frequência do sinal de tensão de entrada para o circuito em Série

$f \text{ (kHz)}$	$V_{out} \text{ (V)}$
3,0	1,07
3,5	1,31
4,0	1,59
4,5	1,92
5,0	2,30
5,5	2,75
6,0	3,27
6,5	3,85
7,0	4,38
7,5	4,82
8,0	4,99
8,5	4,87
9,0	4,54
9,5	4,14
10,0	3,75
10,5	3,39
11,0	3,08
11,5	2,82
12,0	2,59
12,5	2,39
13,0	2,23

- 5) Tabela dos valores da amplitude da onda da tensão de saída do circuito e da frequência do sinal de tensão de entrada para o circuito em Paralelo

$f \text{ (kHz)}$	$V_{out} \text{ (V)}$
3,0	3,25
3,5	3,64
4,0	3,97
4,5	4,25
5,0	4,47
5,5	4,65
6,0	4,78
6,5	4,88
7,0	4,94
7,5	4,98
8,0	4,99
8,5	4,99
9,0	4,96
9,5	4,92
10,0	4,87
10,5	4,81
11,0	4,74
11,5	4,68
12,0	4,60
12,5	4,52
13,0	4,44



- 6) Cálculo da Qualidade Q (circuito em série)

$$Q = \frac{\omega_0}{\beta} \approx \frac{8kHz \times 2\pi}{25384,07} \approx 1,98$$

- 7) Cálculo da Qualidade Q (circuito em paralelo)

$$Q = \frac{\omega_0}{\beta} \approx \frac{8,0 kHz \times 2\pi}{98834,50} \approx 0,51$$

- 8) Cálculo do erro percentual de um valor experimental (v_{exp}) em relação a um valor teórico ($v_{teór}$)

$$Erro\ Percentual\ (\%) = \frac{|v_{exp} - v_{teór}|}{v_{teór}} \times 100$$