Complementos de Electromagnetismo

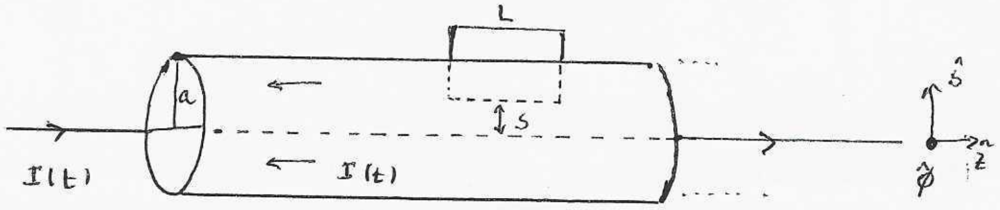
1º teste 22 de Novembro de 2021

---

1. Explique sucintamente por que razão é necessário corrigir a lei de Ampére com a inclusão de uma corrente de deslocamento.

(3 valores)

2. Um fio condutor rectilíneo (muito comprido) transporta uma corrente alternada $I(t) = I_0\cos(\omega t)$, que retorna por uma superfície cilíndrica condutora (raio *a*) coaxial com o fio (ver figura).



a) Mostre que, no espaço entre condutores, o campo eléctrico $\vec{E}$ e o campo magnético $\vec{B}$ são (em primeira aproximação) descritos por:

$$\vec{E} = \frac{\mu_0 \omega I_0 \sin(\omega t)}{2\pi} \ln\left(\frac{a}{s}\right) \hat{z}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I_0 \cos(\omega t)}{2\pi s} \hat{\varphi}$$

Explique convenientemente as suas contas.

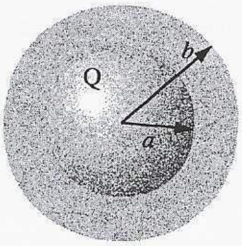
b) Obtenha a densidade de corrente de deslocamento e a corrente de deslocamento total que se estabelece no espaço entre condutores.

Nota: Pode ser útil saber que $\int_0^a s\ln(s)\ ds = \frac{a^2}{2}\ln(a) - \frac{a^2}{4}$.

c) Calcule o vector de Poynting e a densidade volúmica de momento linear electromagnético no espaço entre condutores.

(6 valores)

3. Uma esfera metálica de raio a e carga eléctrica Q é revestida por uma coroa esférica dieléctrica ($\vec{D} = \varepsilon\vec{E}$) de espessura ($b$-$a$) (ver figura).



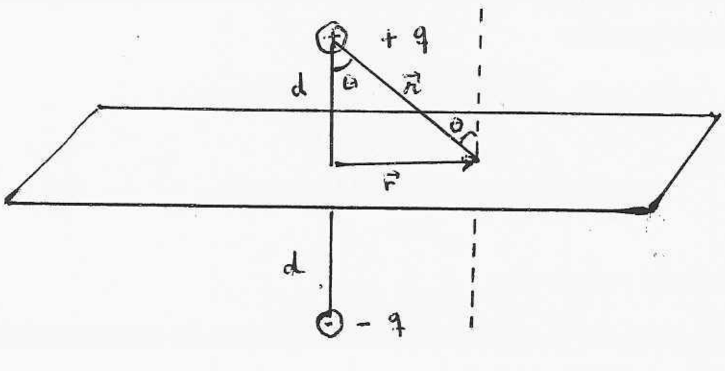
a) Calcule o campo eléctrico e o deslocamento eléctrico, usando o facto de, por simetria, $\nabla \times \vec{P} = 0$. Por que razão é necessário invocar esta última condição?

b) Calcule a polarização induzida na coroa dieléctrica e as densidades superfíciais de cargas ligadas que se estabelecem nas suas superfícies. (Nota: $\vec{P} = \varepsilon_0\chi\vec{E}$)

c) Calcule a energia desta configuração electrostática de cargas.

(6 valores)

4. Duas cargas de sinais opostos estão separadas por uma distância *2a*. Determine a força que uma exerce sobre a outra integrando o tensor de Maxwell sobre o plano equidistante das cargas (ver figura). Explique as suas contas.



($T_{ij} = \varepsilon_0\left[E_iE_j - \frac{1}{2}\delta_{ij}E^2\right] + \frac{1}{\mu_0}\left[B_iB_j - \frac{1}{2}\delta_{ij}B^2\right]$)

Pode se útil lembrar que $\int_0^\infty \frac{a^2 r}{(a^2+r^2)^3}\,dr = \frac{1}{(2a)^2}$

(5 valores)