UNIVERSIDADE DA CORUÑA

Razonamiento Automático

Lógica difusa

Eva
login

Rafa
login

Iago
login

Rivas Fariñas, Manuel José
manuel.rivasf@udc.es

3º Grado en Ingeniería Informática
Mención de Computación

A Coruña - 7 de mayo de 2017

Índice

1. Introducción

2. Objetivos

3. Fundamentos de los sistemas difusos.

3.1. Introducción

Desde su aparición en la década de los 60's hasta nuestros días, las aplicaciones de la Lógica Difusa se han ido consolidando, paulatinamente al comienzo, y con un desbordado crecimiento en los últimos cinco años.

Se encuentran en soluciones a problemas de control industrial, en predicción de series de tiempo, como metodologías de archivo y búsqueda de Bases de Datos, en Investigación Operacional, en estrategias de mantenimiento predictivo y en otros campos más. Las principales razones para tal proliferación de aplicaciones quizás sean la sencillez conceptual de los Sistemas basados en Lógica Difusa, su facilidad para adaptarse a casos particulares con pocas variaciones de parámetros, su habilidad para combinar en forma unificada expresiones lingüísticas con datos numéricos, y el no requerir de algoritmos muy sofisticados para su implementación.

Es bien conocido que la teoría de conjuntos, el álgebra booleana y la lógica tradicional son isomorfas[1], bajo transformaciones adecuadas. Esto significa que tienen una estructura subyacente similar, y que por tanto las definiciones que se hagan en una cualquiera de las tres teorías se puede llevar a las otras dos, mediante transformaciones adecuadas. La *tabla 1* muestra la correspondencia de algunos operadores.

Teoría de conjuntos	**Álgebra booleana**	**Lógica tradicional**
Intersección	Conjunción	AND
Unión	Disyunción	OR
Complemento	Negación	NOT

Tabla 1: Correspondencia entre operadores de la Teoría de Conjuntos, el Álgebra Booleana y la Lógica Tradicional.

[1] `http://matematica.laguia2000.com/general/isomorfismo`

3.2. Teoría de conjuntos difusos

Una buena estrategia para presentar la teoría de Conjuntos Difusos, consiste en recordar algunos aspectos de la teoría de conjuntos convencionales (que llamaremos conjuntos concretos), y a partir de allí hacer una extensión a los conjuntos difusos:

Un conjunto concreto se define como una colección de elementos que existen dentro de un Universo. Así, dado el universo U que consta de los números enteros no negativos menores que 10:

`U = {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}`

podemos definir algunos conjuntos como

`A = {0,2,4,6,8},`
`B={1,3,5,7,9},`
`C={1,4,7} ...`

En este ejemplo hemos establecido a qué conjuntos pertenece cada uno de los elementos del universo `U`, por lo tanto, cada conjunto podría definirse completamente por una función de pertenencia (`u(x)`) que opera sobre los elementos de dicho Universo, asignándole a cada uno un valor de 1 si pertenece o 0 si no pertenece al conjunto.

Tomemos como ejemplo el conjunto `C` del ejemplo anterior. La función de pertenencia que lo define sería:

$u_C(0) = 0;$
$u_C(1) = 1;$
$u_C(2) = 0;$
$u_C(3) = 0;$
$u_C(4) = 1;$
$u_C(5) = 0;$
$u_C(6) = 0;$
$u_C(7) = 1;$
$u_C(8) = 0;$
$u_C(9) = 0;$

Pues bien, un Conjunto Difuso se define de forma similar, con una diferencia conceptual importante: un elemento puede pertenecer parcialmente a un conjunto. De esta forma, un conjunto difuso D definido sobre el mismo universo U puede ser el siguiente:

`C={20%/1,50%/4,100%/7}`[2]

[2]El símbolo "/" no significa "dividido por", simplemente es una cuestión de notación.

La definición anterior significa que el elemento 1 pertenece en un 20 % al conjunto `C` (y por tanto pertenece en un 80 % al complemento de `C`), en tanto que el elemento 4 pertenece en un 50 %, y el elemento 7 en un 100 % .

De forma alternativa, diríamos que la función de pertenencia $u_C(x)$ del conjunto D es la siguiente:

$u_C(0) = 0.0;$
$u_C(1) = 0.2;$
$u_C(2) = 0.0;$
$u_C(3) = 0.0;$
$u_C(4) = 0.5;$
$u_C(5) = 0.0;$
$u_C(6) = 0.0;$
$u_C(7) = 1.0;$
$u_C(8) = 0.0;$
$u_C(9) = 0.0;$

Aquí podemos ver las primeras diferencias entre los Conjuntos Concretos y los Conjuntos Difusos, entre las que cabe destacar:

- La función de pertenencia asociada a los conjuntos concretos sólo puede tener dos valores: 1 ó 0, mientras que en los conjuntos difusos puede tener cualquier valor entre 0 y 1.
- Un elemento puede pertenecer (parcialmente) a un conjunto difuso y simultáneamente pertenecer (parcialmente) al complemento de dicho conjunto. Esto no es posible en los conjuntos concretos, ya que constituiría una violación al *principio del tercer excluido*.[3]
- Las fronteras de un conjunto concreto son exactas, en tanto que las de un conjunto difuso son, precisamente, difusas, ya que existen elementos en las fronteras mismas, y estos elementos están a la vez dentro y fuera del conjunto.

Pero, qué sentido puede tener el pertenecer parcialmente a un conjunto? En muchos casos puede tener más sentido que pertenecer totalmente a un conjunto; veamos un ejemplo:

Ejemplo 1: Supóngase que se desea clasificar a los miembros de un equipo de fútbol según su estatura en tres conjuntos, Bajos, Medianos y Altos. Podría plantearse que se es Bajo si se tiene una estatura inferior a, por ejemplo, 160 cm, que se es Mediano si la estatura es superior o igual a 160 cm e inferior a 180 cm, y se es alto si la estatura es superior o igual a 180 cm, con lo que se lograría una clasificación en conjuntos concretos.

Sin embargo, qué tan grande es la diferencia que existe entre dos jugadores del equipo, uno con estatura de 179.9 cm y otro de 180.0 cm? Ese milímetro de diferencia quizás no

[3] `https://es.wikipedia.org/wiki/Principio_del_tercero_excluido`

represente en la práctica algo significativo, y sin embargo los dos jugadores han quedado rotulados con etiquetas distintas: uno es Mediano y el otro es Alto. Si se optase por efectuar la misma clasificación con conjuntos difusos estos cambios abruptos se evitarían, debido a que las fronteras entre los conjuntos permitirían cambios graduales en la clasificación.

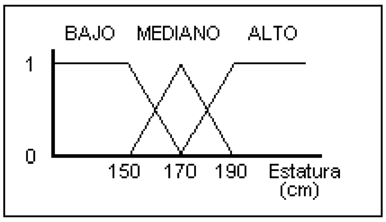
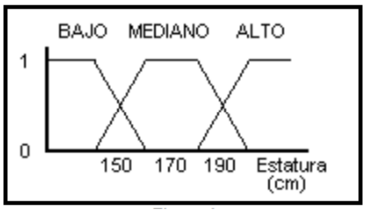
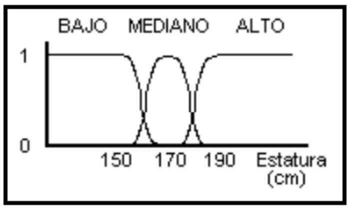


Figura 1: Funciones de pertenencia del ejemplo 1

La *figura 1* muestra cómo podría hacerse tal clasificación: el universo de discurso sería el conjunto continuo de todas las posibles estaturas (el intervalo [130,210]cm por ejemplo).La forma de estas funciones de pertenencia no debe ser necesariamente la de la figura 1, pues depende de lo que se entienda por “Bajo”, “Mediano” y “Alto”.



(a) Representación alternativa del ejemplo 1



(b) Representación alternativa del ejemplo 1

En las *figuras 2a y 2b* podemos ver otras alternativas para representar dichas funciones.

3.3. Inferencia en lógica difusa

La Inferencia lógica consiste en la combinación de proposiciones para producir nuevas proposiciones. Así, al combinar la proposición `"X es A"` con la proposición `"IF X es A THEN Y es B"`, se puede inferir la proposición `"Y es B"` (ver figura *figura 3*)

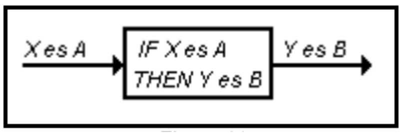


Figura 3: Inferencia en lógica tradicional.

Una inferencia como ésta sólo es posible en la lógica tradicional si la primera proposición (`"X es A"`) es idéntica a la primera parte de la segunda proposición (`"(IF) X es A"`);

sin embargo, en la lógica difusa estas dos proposiciones no necesariamente deben ser idénticas, debido a que las fronteras de los conjuntos no son precisas. Así, al combinar la proposición "`X es A*`" con la proposición "`IF X es A THEN Y es B`", puede obtenerse la proposición "`Y es B*`" (ver figura *figura 3*).

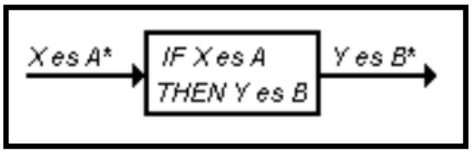


Figura 4: Inferencia en lógica difusa.

En la *figura 5* podemos ver los mecanismos de Inferencia en Lógica Difusa [4]

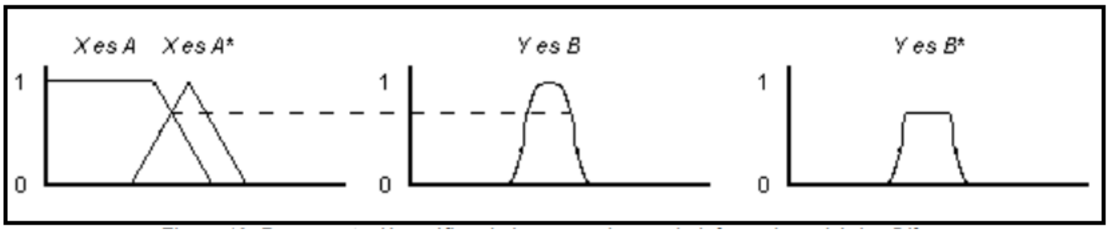


Figura 5: Representación gráfica de los mecanismos de Inferencia en Lógica Difusa

3.4. Sistemas de lógica difusa

Los mecanismos de Inferencia presentados en el numeral anterior permiten obtener Conjuntos difusos a partir de la combinación de Conjuntos difusos con reglas de la forma `IF... THEN...`; Un Sistema de Lógica Difusa aprovecha esos mecanismos como el motor de cálculo de un sistema cuyas entradas y salidas son números concretos.

En la *figura 6* podemos ver la estructura básica de un Sistema de Lógica difusa. El sistema recibe varias entradas numéricas y entrega varias salidas numéricas. El bloque Difusor se encarga de convertir las entradas en conjuntos difusos, que son entregados al bloque Máquina de Inferencia; este bloque, apoyado en un conjunto de reglas de la forma `IF... THEN...` almacenadas en la Base de Reglas, produce varios conjuntos difusos para que el bloque Concresor los tome y los convierta en salidas numéricas concretas.

[4] `http://www.cs.princeton.edu/courses/archive/fall07/cos436/HIDDEN/Knapp/fuzzy004.htm`

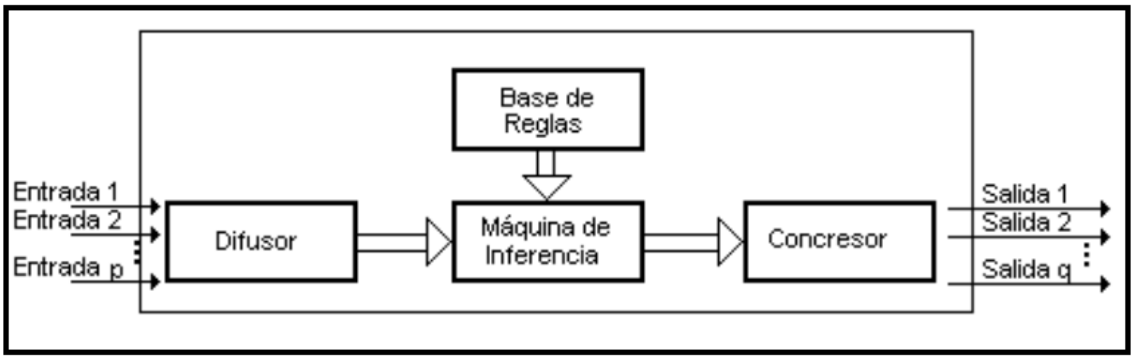


Figura 6: Estructura de un Sistema de Lógica Difusa

Cada una de las variables de entrada y de salida tiene una representación dentro del Sistema de Lógica Difusa en forma de Variables Lingüísticas. Una variable lingüística tiene, entre otras cosas, una colección de atributos que puede adquirir la variable, y cada atributo está representado por un conjunto difuso. Así, retomando el ejemplo de la *figura 1*, la variable Estatura tendría tres atributos, Bajo, Mediano y Alto, y cada uno de estos atributos estaría representado por el conjunto difuso respectivo de la *figura 1*. Estos atributos reciben el nombre de Valores Lingüísticos.

4. Metodología.

4.1. Definición del problema

4.2. Requisitos funcionales y no funcionales.

4.3. Definición de las variables del sistema.

4.4. Representación gráfica de las variables de entrada y salida.

5. Casos de uso

6. Discusión.

7. Anexo

8. Referencias