



UNIVERSIDADE DA CORUÑA

Razonamiento Automático

Lógica difusa

Eva Suárez García
eva.suarez.garcia@udc.es

Rafael Alcalde Azpiazu
rafael.alcalde.azpiazu@udc.es

Iago Otero Coto
iago.oteroc@udc.es

Rivas Fariñas, Manuel José
manuel.rivasf@udc.es

3º Grado en Ingeniería Informática
Mención de Computación

A Coruña - 21 de mayo de 2017

Índice

1. Introducción	1
2. Objetivos	1
3. Fundamentos de los sistemas difusos.	1
3.1. Introducción	1
3.2. Teoría de conjuntos difusos	1
3.3. Inferencia en lógica difusa	4
3.4. Sistemas de lógica difusa	5
4. Metodología.	7
4.1. Definición del problema	7
4.2. Requisitos funcionales y no funcionales.	7
4.3. Definición de las variables del sistema.	7
4.4. Representación gráfica de las variables de entrada y salida.	7
5. Casos de uso	7
6. Discusión.	7
7. Anexo	7
8. Referencias	7

1. Introducción

2. Objetivos

3. Fundamentos de los sistemas difusos.

3.1. Introducción

En los últimos años se han consolidado y aumentado las aplicaciones de la lógica difusa, abarcando sectores tan diversos como puede ser el control industrial, las búsquedas en bases de datos o estrategias de mantenimiento entre otros.

Las principales razones para tal proliferación de aplicaciones quizás sean la sencillez conceptual de los Sistemas basados en Lógica Difusa, su facilidad para adaptarse a casos particulares con pocas variaciones de parámetros, su habilidad para combinar en forma unificada expresiones lingüísticas con datos numéricos, y el no requerir de algoritmos muy sofisticados para su implementación.

La lógica tradicional (así como la teoría de conjuntos y el algebra booleana) son isomorfismos¹, bajo transformaciones adecuadas, es decir, tienen una estructura similar, lo cual significa que, las definiciones hechas para cualquiera de las tres teorías se pueden llevar a las otras dos mediante transformaciones sencillas, mediante la correspondencia de operadores que se muestra en la *tabla 1*.

Teoría de conjuntos	Álgebra booleana	Lógica tradicional
Intersección	Conjunción	AND
Unión	Disyunción	OR
Complemento	Negación	NOT

Tabla 1: Correspondencia entre operadores de la Teoría de Conjuntos, el Álgebra Booleana y la Lógica Tradicional.

3.2. Teoría de conjuntos difusos

Antes de comenzar con la definición de Conjuntos Difusos, veamos cómo se definen los conjuntos convencionales (Conjuntos Concretos).

¹<http://matematica.laguia2000.com/general/isomorfismo>

Un conjunto concreto se define como una colección de elementos que existen dentro de un Universo. Así, dado el universo U que consta de los números enteros no negativos menores que 10:

$$U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

podemos definir algunos conjuntos como

$$A = \{0, 2, 4, 6, 8\},$$

$$B = \{1, 3, 5, 7, 9\},$$

$$C = \{1, 4, 7\} \dots$$

De esta forma, hemos establecido a qué conjuntos pertenecen cada uno de los elementos del universo U . Cada uno de estos conjuntos queda perfectamente definido si utilizamos una función de pertenencia ($u(x)$) sobre los elementos del universo U de forma que, a cada elemento de U se le asigna un valor 1 o 0 si pertenece o no a dicho conjunto.

Veamos como ejemplo la función de pertenencia que define el conjunto C

$$u_C(0) = 0;$$

$$u_C(1) = 1;$$

$$u_C(2) = 0;$$

$$u_C(3) = 0;$$

$$u_C(4) = 1;$$

$$u_C(5) = 0;$$

$$u_C(6) = 0;$$

$$u_C(7) = 1;$$

$$u_C(8) = 0;$$

$$u_C(9) = 0;$$

Un Conjunto difuso se define de forma similar, con una diferencia conceptual importante: un elemento puede pertenecer parcialmente a un conjunto. Pues bien, un Conjunto Difuso se define de forma similar, con una diferencia conceptual importante: un elemento puede pertenecer parcialmente a un conjunto.

Continuemos con el universo U que definimos anteriormente. Un conjunto difuso D definido sobre dicho universo podría ser el siguiente:

$$C = \{20\%/1, 50\%/4, 100\%/7\}$$

Con esta definición, estamos representando que el elemento 1 pertenece en un 20 % al conjunto C (y por tanto pertenece en un 80 % al complemento de C), mientras que el elemento 4 pertenece en un 50 %, y el elemento 7 en un 100 % .

De igual forma que con los Conjuntos Concretos, podemos definir una función de perte-

nencia $u_C(x)$:

$$\begin{aligned}u_C(0) &= 0.0; \\u_C(1) &= 0.2; \\u_C(2) &= 0.0; \\u_C(3) &= 0.0; \\u_C(4) &= 0.5; \\u_C(5) &= 0.0; \\u_C(6) &= 0.0; \\u_C(7) &= 1.0; \\u_C(8) &= 0.0; \\u_C(9) &= 0.0;\end{aligned}$$

Como podemos ver, hay algunas diferencias sustanciales entre los Conjuntos Difusos y los Conjuntos Concretos:

- La función de pertenencia asociada a los Conjuntos Concretos sólo puede tener dos valores: 1 ó 0, mientras que en los conjuntos difusos puede tener cualquier valor entre 0 y 1.
- Un elemento puede pertenecer (parcialmente) a un conjunto difuso y simultáneamente pertenecer (parcialmente) al complemento de dicho conjunto. Esto no es posible en los conjuntos concretos, ya que constituiría una violación al *principio del tercer excluido*.²
- Las fronteras de un conjunto concreto son exactas, en tanto que las de un conjunto difuso son, precisamente, difusas, ya que existen elementos en las fronteras mismas, y estos elementos están a la vez dentro y fuera del conjunto.

En el mundo real, el hecho de que un elemento pueda pertenecer parcialmente a un conjunto tiene numerosas ventajas, veamos un ejemplo;

Ejemplo 1: Supóngase que se desea clasificar a los miembros de un equipo de fútbol según su estatura en tres conjuntos, Bajos, Medianos y Altos. Podría plantearse que se es Bajo si se tiene una estatura inferior a, por ejemplo, 160 cm, que se es Mediano si la estatura es superior o igual a 160 cm e inferior a 180 cm, y se es alto si la estatura es superior o igual a 180 cm, con lo que se lograría una clasificación en conjuntos concretos.

Si embargo, es tan significativa la diferencia entre un jugador con estatura 179.9 cm y otro de 180 cm? Ese milímetro representa una diferencia tan significativa que tenemos que clasificar a los jugadores en dos conjuntos distintos? Utilizando Conjuntos Categóricos uno es alto y otro es mediano.

Si se optase por efectuar la misma clasificación con conjuntos difusos estos cambios abruptos se evitarían, debido a que las fronteras entre los conjuntos permitirían cambios graduales

²https://es.wikipedia.org/wiki/Principio_del_tercero_excluido

en la clasificación.

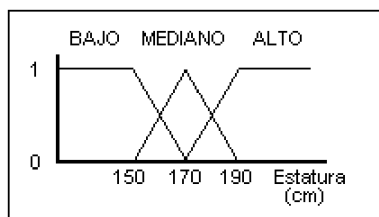
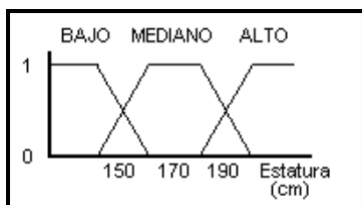
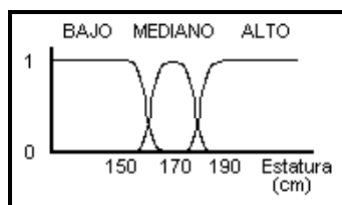


Figura 1: Funciones de pertenencia del ejemplo 1

La *figura 1* muestra cómo podría hacerse dicha clasificación: el universo de discurso sería el conjunto continuo de todas las posibles estaturas (el intervalo $[130,210]$ cm por ejemplo).



(a) Representación alternativa del ejemplo 1



(b) Representación alternativa del ejemplo 1

La forma de estas funciones de pertenencia no debe ser necesariamente la de la *figura 1*, pues depende de lo que se entienda por “Bajo”, “Mediano” y “Alto”. En las *figuras 2a y 2b* podemos ver otras alternativas para representar dichas funciones.

3.3. Inferencia en lógica difusa

La Inferencia lógica consiste en la combinación de proposiciones para producir nuevas proposiciones. Así, al combinar la proposición “X es A” con la proposición “IF X es A THEN Y es B”, se puede inferir la proposición “Y es B” (ver figura *figura 3*)

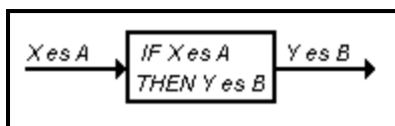


Figura 3: Inferencia en lógica tradicional.

Una inferencia como ésta sólo es posible en la lógica tradicional si la primera proposición (“X es A”) es idéntica a la primera parte de la segunda proposición (“(IF) X es A”); sin embargo, en la lógica difusa estas dos proposiciones no necesariamente deben ser idénticas, debido a que las fronteras de los conjuntos no son precisas. Así, al combinar la proposición “X

es A^* ” con la proposición “IF X es A THEN Y es B ”, puede obtenerse la proposición “ Y es B^* ” (ver figura *figura 3*).

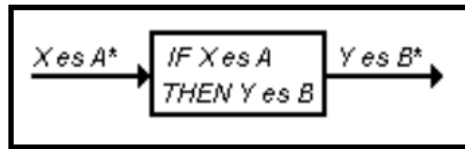


Figura 4: Inferencia en lógica difusa.

En la *figura 5* podemos ver los mecanismos de Inferencia en Lógica Difusa ³

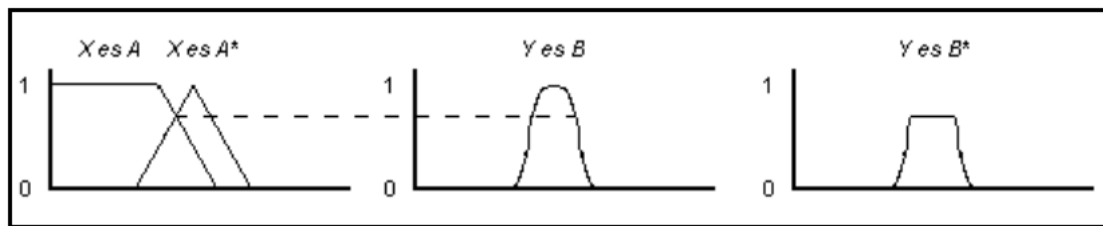


Figura 5: Representación gráfica de los mecanismos de Inferencia en Lógica Difusa

3.4. Sistemas de lógica difusa

Los mecanismos de Inferencia permiten obtener Conjuntos difusos a partir de la combinación de Conjuntos difusos con reglas de la forma IF... THEN...; un Sistema de Lógica Difusa aprovecha esos mecanismos como el motor de cálculo de un sistema cuyas entradas y salidas son números concretos.

En la *figura 6* podemos ver la estructura básica de un Sistema de Lógica difusa. El sistema recibe varias entradas numéricas y entrega varias salidas numéricas. El bloque Difusor se encarga de convertir las entradas en conjuntos difusos, que son entregados al bloque Máquina de Inferencia que, utilizando las reglas de la forma IF... THEN... almacenadas en la Base de Reglas este, produce varios conjuntos difusos para que el bloque Concretor los tome y los convierta en salidas numéricas concretas.

³<http://www.cs.princeton.edu/courses/archive/fall07/cos436/HIDDEN/Knapp/fuzzy004.htm>

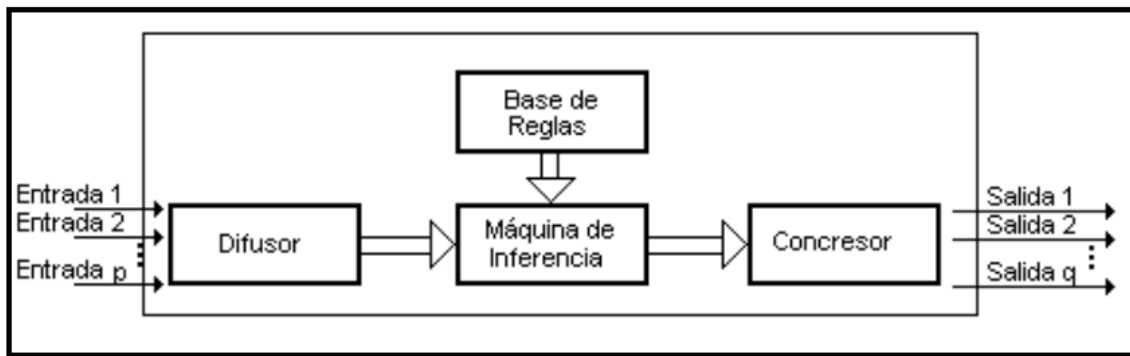


Figura 6: Estructura de un Sistema de Lógica Difusa

Cada una de las variables de entrada y de salida tiene una representación dentro del Sistema de Lógica Difusa en forma de Variables Lingüísticas. Una variable lingüística tiene, entre otras cosas, una colección de atributos que puede adquirir la variable, y cada atributo está representado por un conjunto difuso. Así, retomando el ejemplo de la *figura 1*, la variable Estatura tendría tres atributos, Bajo, Mediano y Alto, y cada uno de estos atributos estaría representado por el conjunto difuso respectivo de la *figura 1*. Estos atributos reciben el nombre de Valores Lingüísticos.

4. Metodología.

4.1. Definición del problema

4.2. Requisitos funcionales y no funcionales.

4.3. Definición de las variables del sistema.

4.4. Representación gráfica de las variables de entrada y salida.

5. Casos de uso

6. Discusión.

7. Anexo

8. Referencias