学　院
班　级
学　号
姓　名

密　封　线

东 北 大 学 研 究 生 考 试 试 卷

2016 — 2017 学年第 1 学期

课程名称：**应用数理统计（开卷）**

总 分	一	二	三	四	五	六	七	八

说明：1、共八题。可以使用计算器，小数点后保留两位；

2、样本都是简单随机样本。样本均值与样本方差分别定义为：

$$\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}X_k\text{，}\quad S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{k=1}^{n}(X_k-\overline{X})^2\text{；}$$

3、分位点Q_α取为上侧分位点，即：$\mathrm{P}(X>Q_\alpha)=\alpha$.

一、（15 分）假设三个样本X_1,X_2,X_3来自总体$N(0,\sigma^2)$，定义统计量

$$Y_1=X_1+X_2+X_3,\ Y_2=X_1+X_2-2X_3.$$

1、（5 分）计算$\mathrm{P}(|Y_2|>2\sqrt{3}\sigma)$；2、（5 分）证明$Y_1,Y_2$相互独立；

3、（5 分）计算$\mathrm{P}(|Y_2|<\sqrt{2}|Y_1|)$.

二、（10 分）样本$X_1,X_2,\cdots,X_n$来自参数λ的泊松总体，已知参数λ的先验密度函数为：$\pi(\lambda)=5\exp(-5\lambda),\lambda>0$。在平方损失函数下具体推导出$\lambda$的 Bayes 估计.

学　院
班　级
学　号
姓　名

密　封　线

三、（15 分）设 $\boldsymbol{X}_1,\boldsymbol{X}_2,\cdots,\boldsymbol{X}_n$ 是来自总体 $\boldsymbol{N}(\boldsymbol{\mu}_0,\boldsymbol{\sigma}^2)$ 的简单随机样本，其中 $\boldsymbol{\mu}_0$ 已知，

1、（5 分）求 $\boldsymbol{\sigma}^2$ 的矩估计；

2、（5 分）比较 $\boldsymbol{\sigma}^2$ 的矩估计与样本方差 $\boldsymbol{S}^2$ 哪个更有效；

3、（5 分）利用 $\boldsymbol{\sigma}^2$ 的矩估计，求 $\boldsymbol{\sigma}^2$ 置信度为 $1-\boldsymbol{\alpha}$ 的置信区间.

四、（15 分）设 $\boldsymbol{X}_1,\boldsymbol{X}_2,\cdots,\boldsymbol{X}_n$ 是来自总体 $\boldsymbol{N}(\boldsymbol{\mu}_1,\boldsymbol{\sigma}^2)$ 的简单随机样本，$\boldsymbol{Y}_1,\boldsymbol{Y}_2,\cdots\boldsymbol{Y}_m$ 是来自总体 $\boldsymbol{N}(\boldsymbol{\mu}_2,\boldsymbol{\sigma}^2)$ 的简单随机样本，且总体 $\boldsymbol{X}$ 与 $\boldsymbol{Y}$ 相互独立，$\boldsymbol{\mu}_1,\boldsymbol{\mu}_2$ 未知，对于

$$\boldsymbol{H}_0:\boldsymbol{\sigma}^2\ge\boldsymbol{\sigma}_0^2 \quad \Leftrightarrow \quad \boldsymbol{H}_1:\boldsymbol{\sigma}^2<\boldsymbol{\sigma}_0^2$$

利用全部样本在检验水平 $\boldsymbol{\alpha}$ 下构造原假设的拒绝域.

学 院
班 级
学 号
姓 名

密 封 线

五、（10 分）调查性别对患色盲的影响，收集到的数据如下

	男	女
正常	$45+x$	$45-x$
色盲	5	5

问 x 在什么范围内能够得到性别对色盲有显著性影响的结论.（$\alpha=0.025$）

六、（10 分）设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$（$n>1$）是来自总体 X 的一组简单随机样本，总体 X 的密度函数为：

$$f(x,\theta)=\begin{cases}\beta^{-\alpha}\alpha x^{\alpha-1}, & 0<x<\beta\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$$

其中 α,β 是未知参数，$\alpha>0,\beta>0$. 求未知参数 α,β 的极大似然估计 $\hat{\alpha},\hat{\beta}$.

学 院
班 级
学 号
姓 名

密 封 线

七、（10分）某粮食加工厂试验三种储藏方法对粮食含水率有无显著影响，现取一批粮食分成若干份，分别用三种不同方法储藏，经过一段时间后测得的含水率如下表所示. 假设各方法储藏的粮食的含水率服从正态分布，且方差相等，在显著性水平$\alpha=0.05$下检验这三种储藏方法对含水率有无显著影响？

储藏方法	含水率数据				
方法 1	7.4	8.3	7.6	8.4	8.3
方法 2	5.4	7.4	7.1	6.8	5.3
方法 3	7.9	9.5	9.4	9.8	8.4

八、（15 分）设变量 X 和 Y 满足线性回归的假设条件$Y=\beta_0+\beta_1X+\varepsilon$，其中$\varepsilon$服从$N(0,\sigma^2)$. 现随机抽取一组样本$(x_i,y_i), i=1,\ldots,n$，并记回归系数$\beta_0,\beta_1$的最小二乘估计值为$\hat{\beta}_0,\hat{\beta}_1$，

1、（10 分）求$\hat{\beta}_0-\hat{\beta}_1$的概率分布；

2、（5 分）求$\beta_0-\beta_1$的置信度为$1-\alpha$的置信区间.