

数理逻辑部分作业

要求：写清个人姓名学号等信息

姓名：_____ 班级：_____ 学号：_____ 班级序号：_____

一. 填空

1. 下列语句中, () 是命题。

- A. 你明天出去玩吗? B. 您的书法作品太棒了!
C. 天空是蓝色的。 D. 我正在说谎。

2. 命题公式 $P \rightarrow (Q \vee P)$ 的真值是(本题填写 T 或 F)_____。

3. 设 P : 你去, Q : 他去, 将命题“如果你去了, 那么他就不去。”翻译成符号形式为: _____。

4. $\neg P \vee (Q \wedge R) \uparrow (S \vee T)$ 的对偶式为: _____。

5. $\neg \exists x P(x) \Leftrightarrow$ _____。

二. 证明

1 (1) 设前提集合 $\Gamma = \{P \vee Q, Q \rightarrow R, P \rightarrow S, \neg S\}$, 结论为 $H = R \wedge (P \vee Q)$, 试证明 $\Gamma \Rightarrow H$ 。

(2) 设前提集合 $\Gamma = \{P \rightarrow (Q \rightarrow S), \neg R \vee P, Q\}$, 结论为 $H = R \rightarrow S$, 试证明 $\Gamma \Rightarrow H$ 。

2. 符号化下列命题, 并推证其结论。

如果乙不参加篮球赛, 那么甲就不参加篮球赛。如果乙参加篮球赛, 那么甲和丙就参加。因此如果甲参加篮球赛, 那么丙就参加篮球赛。(设 P : 甲参加篮球赛; Q : 乙参加篮球赛; R : 丙参加篮球赛)

3. 如果马会飞或羊吃草, 则母鸡就会是飞鸟; 如果母鸡是飞鸟, 那么烤熟的鸭子就会跑; 烤熟的鸭子不会跑。所以羊不吃草。(这个例子旨在说明推理的有效性和结论的真实性是不同的, 只管推理即可。) 设 P : 马会飞; Q : 羊吃草; R : 母鸡是飞鸟; S : 烤熟的鸭子会跑。符号化上述推理的前提, 结论, 并构造上述推理的证明。

4 所有的哺乳动物是脊椎动物; 并非所有的哺乳动物都是胎生动物; 故有些脊椎动物不是胎生的。

设 $P(x)$: x 是哺乳动物; $Q(x)$: x 是脊椎动物; $R(x)$: x 是胎生动物; 符号化上述推理的前提, 结论, 并构造上述推理的证明。

5. 所有有理数都是实数。某些有理数是整数。所以, 某些实数是整数。

设 $R(x)$: x 是实数; $Q(x)$: x 是有理数; $I(x)$: x 是整数。符号化上述推理的前提, 结论, 并构造上述推理的证明。

6. 符号化下面命题, 并推证其结论。

每位科学家都是勤奋的。每个勤奋又身体健康的人在事业中都会获得成功。存在着身体健康的科学家。所以存在着事业获得成功的人。(个体域为人类, $P(x)$: x 是科学家; $Q(x)$: x 勤奋; $R(x)$: x 身体健康; $S(x)$: x 事业获得成功。)