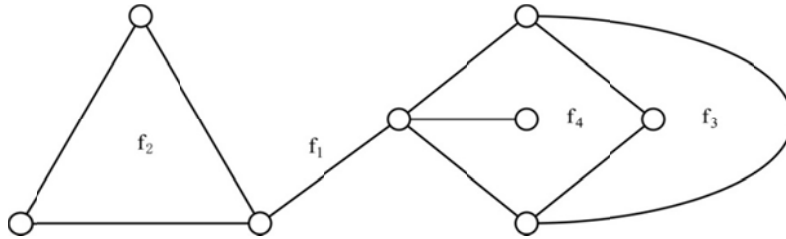


图论部分作业 (答案)

姓名：_____ 班级：_____ 学号：_____ 班级序号：_____

一. 填空

1. 已知无向图 G 如下图所示



则图中 f_1 面的次数为 8； f_2 面的次数为 3； f_3 面的次数为 3； f_4 面的次数为 6。

2. 设根树 T 有 2 个 2 度结点, 1 个 3 度结点, 3 个 4 度结点, 其他结点均为树叶, 则 T 的结点总数为 15 个。

3. 无向图 G 有 21 条边, 12 个 3 度结点, 其余结点的度数均为 2, 则 G 的结点总数为 15 个。

4. 完全二部图 $K_{4,5}$ 的边数为 20, 匹配数为 4。

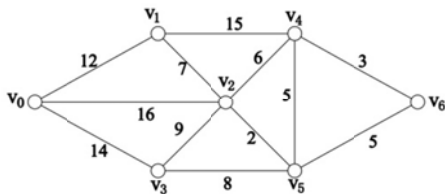
5. 某连通平面图有 7 个面和 13 个结点, 则该平面图的边数为 18。

6. 下列说法正确的是 ACEF。

A. 完全匹配一定是最大匹配; B. 最大匹配一定是完全匹配;

C. (1,3,4,5,5,6,7) 不可能是某个简单图序列; D. 彼得森图是哈密尔顿图;

E. 树是无回路的连通图; F. 完全二叉树的分支点数比树叶数少一个。



7. 图中, v_0 到 v_6 的最短路径为 $v_0 v_2 v_5 v_6$, 最短路径的权为 23。

8. 叶权 2,3,5,6,8,12 的最优树 T 的树权 $W(T)$ 为 87。

二. 解答

1. 画出下图 G_1 的最小生成树, 并求出最小生成树的权。

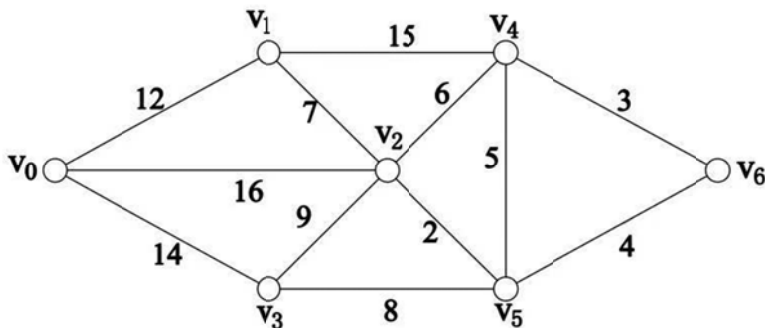
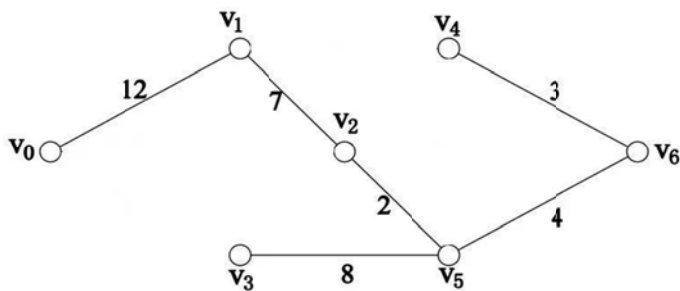


图 G_1

解: 下图即为最小生成树,



它的权为 $2 + 3 + 4 + 7 + 8 + 12 = 36$ 。

2. (1) 用矩阵运算方法求下图 G_2 中长度为 4 的回路总数目；

(2) 写出图 G_2 的可达性矩阵；

(3) 写出图 G_2 的关联矩阵。

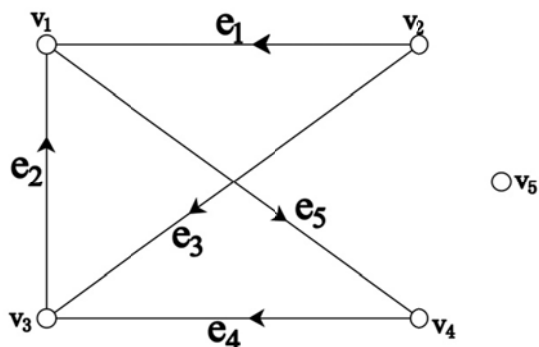


图 G_2

解: (1): $A(G_2) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ $A^2(G_2) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$A^3(G_2) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ $A^4(G_2) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

由于 $A^4(G_2)$ 的主对角元素均为零，所以长度为 4 的总回路数目为 0.

(2): $A^5(G_2) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$$P(G_2) = A(G_2) \vee A^2(G_2) \vee A^3(G_2) \vee A^4(G_2) \vee A^5(G_2)$$

$$(3): M(G_2) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

3. 分别画出图 G_3 , 图 G_4 的最小生成树, 并分别写出其最小生成树的权。

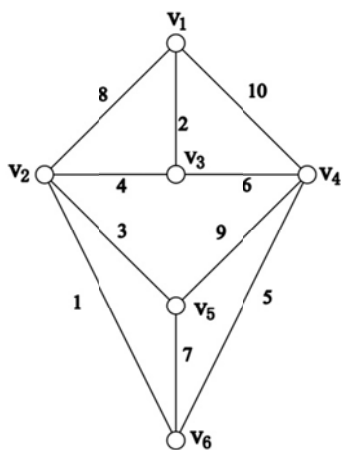


图 G_3

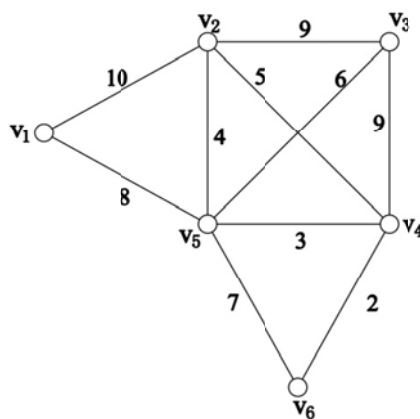


图 G_4

解: 图 G_3, G_4 的最小生成树分别为 G'_3, G'_4 .

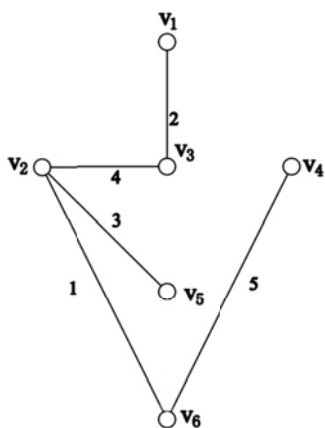


图 G'_3

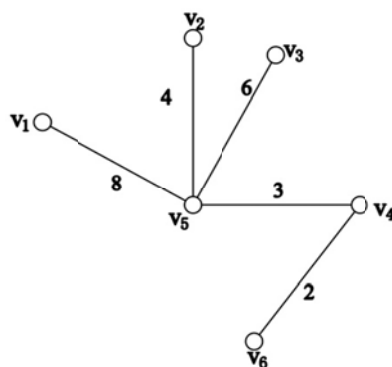


图 G'_4

图 G'_3 的树权 $w = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$

图 G'_4 的树权 $w = 2 + 3 + 4 + 6 + 8 = 23$