

# Využití metody Matching Pursuit při detekci ERP

Semestrální práce z předmětu KIV/TKS

## **Zadání**

1. Nejdříve prostudujte princip metody Matching Pursuit z dodaných podkladů.
2. Vyberte vhodný způsob implementace metody Matching Pursuit.
3. Implementujte metodu v jazyce Java jako lehkou komponentu (metoda bude pracovat pouze s primitivními datovými typy a poli).
4. Bude kladen důraz na přehlednost a kvalitu kódu. Dále bude požadována podrobná dokumentace v JavaDoc.
5. Implementace metody bude začleněna do vznikající knihovny.
6. Otestujte možnosti metody při detekci ERP.
7. Výsledky shrňte do cca desetistránkové zprávy.

## Elektroencefalografie

Elektroencefalografie (Electroencephalography – EEG) je elektrofyziologická metoda, kterou lékaři používají ke sledování činnosti mozku. Je založena na snímání elektrických potenciálů vznikajících na povrchu skalpu elektrodami. Zaznamenává křivky, které zachycují aktuální mozkovou aktivitu. Elektroencefalografie má výborné časové rozlišení a téměř žádné prostorové.

## Evokované potenciály

Událostí evokovaný potenciál (Event-related potential – ERP) je každá stereotypní elektrofyziologická odpověď na vnitřní nebo externí podněty. Jednodušeji řečeno je to každá měřená mozková odpověď, která je přímo výsledkem myšlení nebo vnímání [wiki1]. Nejznámější komponenty, které vrcholí v oblastech hlavy, měřitelné v elektrodách jsou (následující je překlad z [SJL05]):

- **C1** První významnější zrková ERP komponenta se obvykle nazývá vlna C1, která je nejvýraznější na střední zadní elektrodě. Na rozdíl od většiny jiných komponent se neoznačuje P nebo N, protože může svou polaritu měnit. Vlna C1 se jeví v prostoru V1 (primární zrková mozková kůra).
- **P1** C1 vlna je následována P1 vlnou, která je neznatelnější na elektrodách umístěných v postranních týlových oblastech a typicky se objevuje 60 - 90 milisekund po podnětech a vrcholí mezi 100 - 130 milisekundami. Nicméně určit přesně počáteční čas P1 je těžké kvůli překrytí C1 vlnou. Navíc P1 latence se podstatně mění v závislosti na kontrastu podnětů.
- **N1** P1 vlna je následovaná N1 vlnou. V N1 vlně je několik subkomponent. První subkomponenty vrcholí 100 - 150 ms po stimulu v předních elektrodách, a tam, zdá se, přinejmenším dvě pozdější N1 komponenty mají vrchol mezi 150 - 200 ms po stimulu, jeden vznikající v temenní kůře mozkové a druhý v postranní týlové kůře mozkové.
- **P2** Zřetelná P2 vlna následuje vlnu N1 na předních a centrálních částech skalpu. Tato komponenta je zřetelnější pro podněty obsahující vybrané vlastnosti, a tento efekt je lépe viditelný, jsou-li podněty méně časté.
- **P3** V časovém průběhu P3 vlny je několik rozlišitelných ERP součástí. Squires a Hillyard (1975) udělali první významnější rozlišení na frontálně maximální P3a komponentu a temenní maximální P3b komponentu. Obě jsou vyvolávány nepředvídatelnými, málo častými změnami intenzity nebo hlasitosti zvuku, ale P3b komponenta je přítomná, jen když jsou tyto změny spojené s podněty. Když ERP výzkumníci odkazují na P3 komponentu nebo P300 komponentu, téměř vždy mají na mysli P3b komponentu.

Existuje několik základních druhů evokovaných potenciálů:

- Zrkové evokované potenciály (VEP – visual event potential), které jsou reakcí na zrkové podněty (C1, P1, P2, P3, N1).
- Kmenové sluchové evokované potenciály (BAEP - brain stem auditory event potential) vyskytující se jako reakce na zvuk (N1, P3).
- Somatosenzorické (SEP – somatosensory event potential), které jsou reakcí na elektrické impulzy v končetinách.
- Ostatní (kognitivní, jazykové, např. N400).

## Matching Pursuit

Algoritmus pracuje na principu hledání co nejlepší aproximace původního signálu báзовými funkcemi uloženými ve slovníku. Volbou báзовých funkcí lze algoritmus přizpůsobit pro řešení problému z konkrétní domény. Nejčastěji bývají jako soubor báзовých funkcí zmiňovány Gaborovy funkce.

## Gaborovy funkce / atomy

Tyto funkce vznikají z gaussovského okénka ve tvaru:

$$g(t) = e^{-\pi t^2}$$

Při hledání aproximace signálu je okénko modulováno do tvaru:

$$g_{(s,u,v,w)}(t) = g\left(\frac{t-u}{s}\right) \cos(vt+w)$$

kde parametry  $s$ ,  $u$ ,  $v$  a  $w$  značí po řadě měřítko, posunutí, frekvenci a fázový posun atomu a tvoří čtveřici hodnot, která každý atom jednoznačně identifikuje.

## Princip algoritmu Matching Pursuit

Matching Pursuit je iterační numerická metoda. Se zvyšujícím se počtem iterací se tedy rozdíl mezi stále se zpřesňující aproximací a původním signálem musí limitně blížit nule.

V každé iteraci algoritmu Matching Pursuit je vybrán jediný element ze slovníku funkcí označovaný jako atom, který nejlépe aproximuje vstupní signál. Poté je atom od vstupního signálu odečten. Zbytek po rozdílu vstupuje do další iterace algoritmu jako vstupní signál. To se opakuje, dokud není nalezen požadovaný počet atomů nebo dokud aproximace signálu nedosahuje požadované kvality. Pro posouzení, který atom nejlépe aproximuje vstupní signál, je podle [Zha93] vhodné použít skalární součin atomu se vstupním signálem (vztaženo k aktuální iteraci algoritmu). Tímto přístupem zaručíme, že zbytek po odečtení atomu od signálu bude minimální.

## Detekce ERP metodou Matching Pursuit

Abychom mohli provádět detekci evokovaných potenciálů, musíme výsledky algoritmu Matching Pursuit reprezentovat v takové formě, která nám detekci umožní. Tato forma je v [JS08] (následující text vypsáný kurzívou) popsána takto:

*Výsledkem několika iterací algoritmu Matching Pursuit je matice, jejíž každý řádek obsahuje parametry vybraného atomu a koeficient podobnosti pro danou iteraci. To je dostatečná informace pro zpětnou rekonstrukci signálu, ale pro lepší představu časově-frekvenčního rozložení jednotlivých atomů se provádí vizualizace pomocí časově-frekvenční reprezentace hustoty energie signálu. K tomu je použita tzv. Wigner-Villova transformace, jejíž princip je vysvětlen v následujících několika odstavcích.*

*Podle Wiener-Khinchinenova teorému můžeme energetické spektrum signálu  $x$  spočítat jako Fourierovu transformaci autokorelační funkce signálu  $x$ :*

$$|F(x)|^2 = F\left(\int_{-\infty}^{+\infty} x\left(t+\frac{\tau}{2}\right)x\left(t-\frac{\tau}{2}\right)d\tau\right)$$

*Fourierova transformace signálu  $x$  je definována jako:*

$$F(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-2\pi i x t} x(t) dt$$

*Substitucí rovnic získáme následující formuli pro hustotu spektrální energie signálu:*

$$|F(x)|^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-2\pi i x t} \left( \int_{-\infty}^{+\infty} x\left(t+\frac{\tau}{2}\right)x\left(t-\frac{\tau}{2}\right) d\tau \right) dt$$

*Pokud je odstraněn vnitřní integrál, značící integraci podle času, dostaneme časově závislou spektrální hustotu jako dvojdimenzionální funkci*

$$W(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-2\pi i x t} x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) x\left(t - \frac{\tau}{2}\right) d\tau$$

kteřá značí Wigner-Villovu transformaci signálu  $x$ .

Signál dekomponovaný algoritmem Matching Pursuit můžeme aproximovat kompozicí jednotlivých atomů. Wigner-Villova distribuce původního signálu  $x$  bude potom:

$$W(x) \simeq W\left(\sum_{k=0}^{M-1} a_k g_{y_k}\right) = \sum_{k=0}^{M-1} a_k^2 W(g_{y_k}) + \sum_{n=0}^{M-1} \sum_{k=1, k \neq n}^{M-1} a_k a_n W(g_{y_n}, g_{y_n})$$

Dvojitá suma v rovnici obsahuje křížové komponenty. Jejím vypuštěním získáme aproximaci časově-frekvenční reprezentace hustoty energie signálu obsahující pouze základní komponenty:

$$W(x) \simeq \sum_{k=0}^{M-1} |a_k|^2 W(g_{y_k})$$

Hustota energie signálu se zobrazuje Wignerovou mapou (např. na obr. 20.1 níže). Pro detekci evokovaných potenciálů v EEG signálu použijeme právě Wignerovu mapu, resp. matici, která určuje hodnotu hustoty energie v každém bodu mapy.

Vyskytne-li se totiž v EEG signálu evokovaný potenciál, pak se projeví vysokou hodnotou hustoty energie v místě svého výskytu. Na základě této informace už můžeme detekovat. Jak je uvedeno výše, každý Gaborův atom je určen čtyřmi hodnotami a jedna z nich je posunutí od počátku signálu. Objeví-li se tedy v místě výskytu evokovaného potenciálu nějaký významný atom (tj. s vysokou hustotou energie), pak se jedná o evokovaný potenciál.

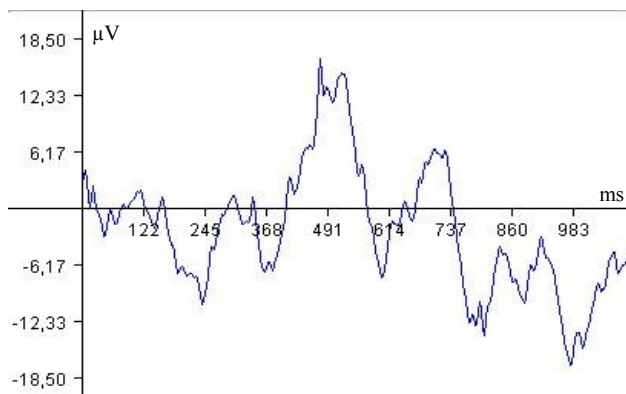
## Volba počtu iterací algoritmu Matching Pursuit

Zvolená implementace využívá rychlé Fourierovy transformace, a proto musí být počet vzorků vstupního signálu roven některé mocnině čísla dvě. Při detekci evokovaných potenciálů se obvykle zpracovává časový úsek dlouhý cca 600 ms od doby, kdy došlo ke stimulu. Důležitá je i rychlost detekce. Podívejme se tedy na to, jak detekci urychlit.

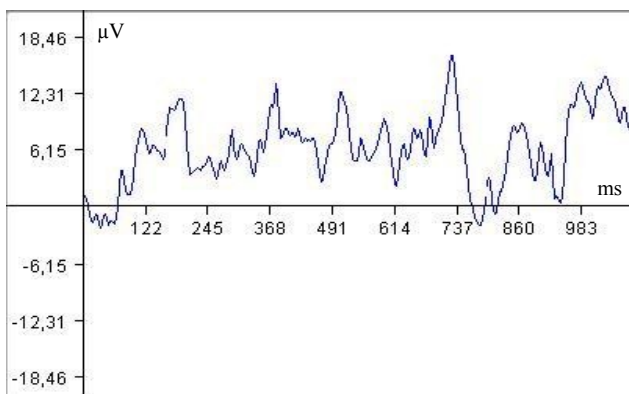
Předpokládejme, že hledáme evokovaný potenciál v úseku dlouhém přesně 600 ms. Použijeme-li vzorkovací frekvenci 1 kHz, potom dostaneme diskretizovaný signál, který sestává právě ze šesti set hodnot. Vzhledem k použití Fourierovy transformace musíme signál buď doplnit na délku nejbližší vyšší mocniny čísla dvě (tedy  $2^{10} = 1024$ ) nebo podvzorkovat takovým způsobem, abychom se ještě vešli do délky signálu menší než 512 ( $2^9$ ). Při doplnění signálu (doplňujeme nulami zprava) narůstá doba výpočtu algoritmu lineárně. Při podvzorkování naopak ztrácíme přesnost, což by mohlo zkomplikovat detekci evokovaných potenciálů.

Faktorem, který se ale nejvíce podepíše na délce běhu algoritmu přirozeně zůstává počet iterací algoritmu. Je tedy vhodné (a při praktickém použití i nutné) ptát se, kolik iterací algoritmu potřebujeme, abychom mohli efektivně detekovat evokovaný potenciál ve vstupním signálu. Pro názornost se podívejme na zobrazení výsledků algoritmu Matching Pursuit (Wignerovou mapou) pro vstupní signál, jenž je tvořen 1024 vzorky pro různý počet iterací. Jako vstup použijeme dvě epochy z experimentu „číslo“, který probíhá takto:

Měřená osoba se soustředí na jedno číslo v rozsahu 1 až 7. Tato čísla jsou v náhodném pořadí po jednom v pravidelných intervalech promítána na obrazovku, kterou měřená osoba sleduje. Pokaždé, když se objeví číslo, na které se měřená osoba soustředí, můžeme pozorovat výskyt evokovaného potenciálu P3. Pro výraznější průběh potenciálu měřená osoba v duchu počítá, kolikrát se jí myšlené číslo na obrazovce objeví.



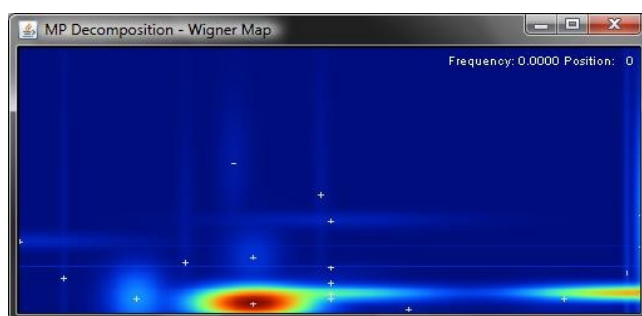
Obr. 1 Epocha s evokovaným potenciálem.



Obr. 2 Epocha bez evokovaného potenciálu.

Na obr. 1 je zachycen průběh signálu v jedné epoše při zobrazení čísla, na které se měřená osoba soustředila. Můžeme tedy pozorovat evokovaný potenciál P3, který se pokusíme detekovat pomocí algoritmu Matching Pursuit. Na obr. 2 je taktéž zachycen průběh signálu v jedné epoše, ovšem při zobrazení čísla, na které se měřená osoba nesoustředila. Tato epocha tedy neobsahuje evokovaný potenciál P3.

## 20 iterací



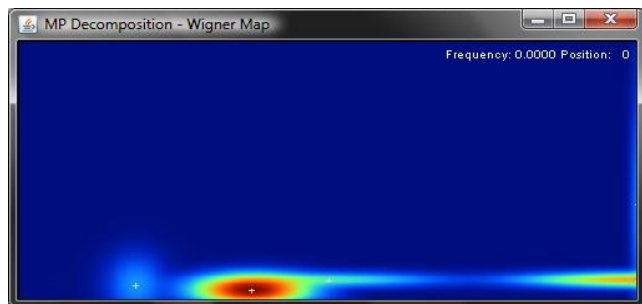
Obr. 20.1 Zobrazení výsledků po 20 iteracích nad signálem s evokovaným potenciálem.



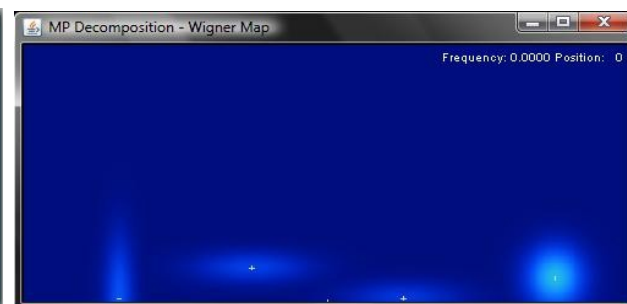
Obr. 20.2 Zobrazení výsledků po 20 iteracích nad signálem bez evokovaného potenciálu.

Po proběhnutí 20 iterací vidíme na obr. 20.1 v oblasti výskytu evokovaného potenciálu významný atom. Můžeme prohlásit, že se nám podařilo detekovat evokovaný potenciál. Na obr. 20.2 oproti tomu není vidět v oblasti předpokládaného výskytu evokovaného potenciálu žádný významný atom. Nelze tedy tvrdit, že by byl detekován evokovaný potenciál.

## 5 iterací



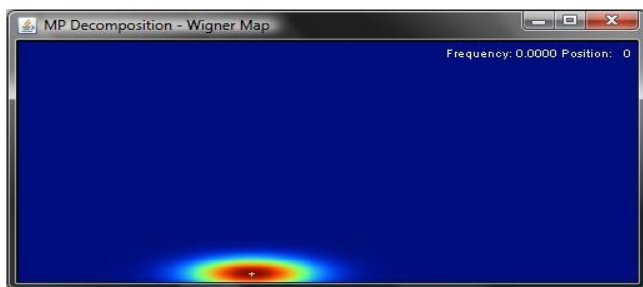
Obr. 5.1 Zobrazení výsledků po 5 iteracích nad signálem s evokovaným potenciálem.



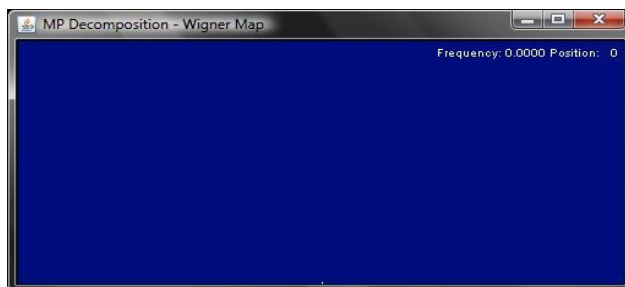
Obr. 5.2 Zobrazení výsledků po 5 iteracích nad signálem bez evokovaného potenciálu.

Vidíme, že snížení počtu iterací vedlo ke snížení množství informace, kterou nám Wignerova mapa poskytuje. Z *obr. 5.1* je při srovnání s výsledky 20 iterací téhož signálu zřejmé, že zmizely pouze nevýznamné atomy. Pro nás je podstatné, že významný atom odpovídající výskytu evokovaného potenciálu se vyskytuje na stejném místě s téměř stejnou (viz níže) hustotou energie. K úbytku informace došlo pochopitelně i v *obr. 5.2*. Nicméně změny v mapách zobrazujících výsledky pro signál bez evokovaného potenciálu v podstatě nejsou zajímavé. Z principu algoritmu nemůže dojít při snižování počtu iterací k nalezení významného atomu.

## 1 iterace



*Obr. 1.1 Zobrazení výsledků po jedné iteraci nad signálem s evokovaným potenciálem.*



*Obr. 1.2 Zobrazení výsledků po jedné iteraci nad signálem bez evokovaného potenciálu.*

Při použití jedné iterace je z *obr. 1.1* zřejmé, že atom, který je jejím výsledkem, má jen o málo menší hustotu energie. Z předchozích příkladů víme, že tento atom by byl stále nejvýznamnější, a právě na jeho základě bychom detekovali evokovaný potenciál. *Obr. 1.2* jen potvrzuje dříve řečené.

Z uvedených příkladů plyne, že první nalezený atom je vždy nejvýznamnější (jeho hustota energie je nejvyšší ze všech atomů, které by byly později nalezeny). Vzhledem k tomu, že detekci evokovaného potenciálu provádíme právě podle tohoto atomu, můžeme říct, že vystačíme pouze s jednou iterací algoritmu Matching Pursuit.

Jediný problém by mohl nastat, budeme-li hledat evokovaný potenciál v tak dlouhém signálu, že tento signál bude obsahovat evokované potenciály dva (nebo i více). V tom případě se může stát, že druhý (tj. na časové ose se více vpravo nacházející) evokovaný potenciál bude mít vyšší hustotu energie než ten, který bychom chtěli detekovat. Po jedné iteraci pak dojde k tomu, že v místě, kde bychom očekávali výskyt evokovaného potenciálu, se nebude nacházet žádný atom a my prohlásíme, že v daném úseku se evokovaný potenciál nenachází. Vzhledem k tomu, že délka vstupního signálu není shora omezena, nemůžeme bezpečně stanovit počet iterací, které zajistí spolehlivou detekci evokovaného potenciálu. Je tedy nutné dbát na to, aby délka vstupních dat byla rozumně volena.

Výše jsem uvedl, že snížení počtu iterací algoritmu Matching Pursuit nevede k významnému snížení hustoty energie použitých atomů. K jistému snížení však dochází, podívejme se, k jak významnému. Popisované hodnoty se vztahují k epoše z *obr. 1*.

## 20 iterací

Po proběhnutí 20 iterací algoritmu Matching Pursuit odpovídají středu zobrazení hustoty energie pro nejvýraznější atom hodnoty:

117.546080		117.68598		117.735985		117.696010		117.56616
119.059530		119.20397		119.257560		119.220215		119.09206
119.707924		119.85725		119.915510		119.882670		119.75882
119.499344		119.65433		119.718850		119.692856		119.57648
118.465530		118.62743		118.700290		118.684010		118.57877

Funkční hodnota středu zobrazení hustoty energie je vypsána červeně. Právě na této hodnotě budeme demonstrovat minimální změnu probíhající při různém počtu iterací.

## 5 iterací

Po proběhnutí 5 iterací odpovídají středu zobrazení hustoty energie pro nejvýraznější atom hodnoty:

117.387810		117.524055		117.57033		117.52653		117.392760
118.828026		118.967064		119.01512		118.97210		118.838090
119.385600		119.527370		119.57788		119.53705		119.404976
119.073074		119.218050		119.27228		119.23568		119.108370
117.930695		118.080060		118.14001		118.11043		117.991470

Funkční hodnota středu zobrazení hustoty energie se zmenšila o 0.33763, tj. o přibližně 0.28 % oproti funkční hodnotě pro 20 iterací.

## 1 iterace

Po proběhnutí 1 iterace odpovídají středu zobrazení hustoty energie pro nejvýraznější atom hodnoty:

117.33984		117.47492		117.519980		117.47492		117.33984
118.73040		118.86707		118.912670		118.86707		118.73040
119.19756		119.33478		119.380554		119.33478		119.19756
118.73040		118.86707		118.912670		118.86707		118.73040
117.33984		117.47492		117.519980		117.47492		117.33984

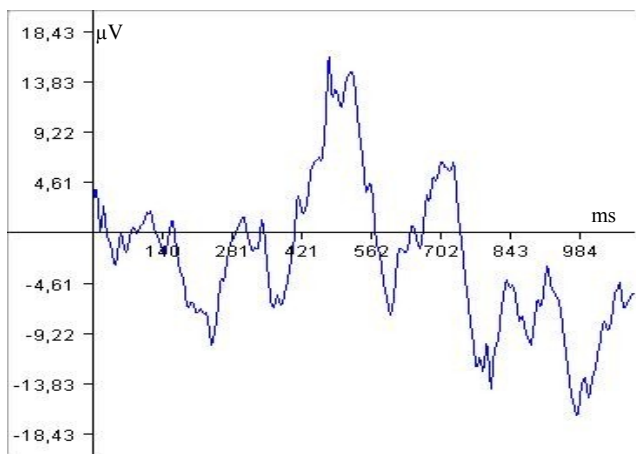
Funkční hodnota středu zobrazení hustoty energie se zmenšila o 0.531956, tj. o přibližně 0.45 % oproti funkční hodnotě pro 20 iterací.

Je zřejmé, že snížení počtu iterací nijak výrazně neovlivňuje hodnotu hustoty energie pro nejvýznamnější atom. Z principu tedy nemůže výrazněji ovlivnit ani hodnotu hustoty energie pro libovolný jiný atom (to nás ale nemusí příliš zajímat).

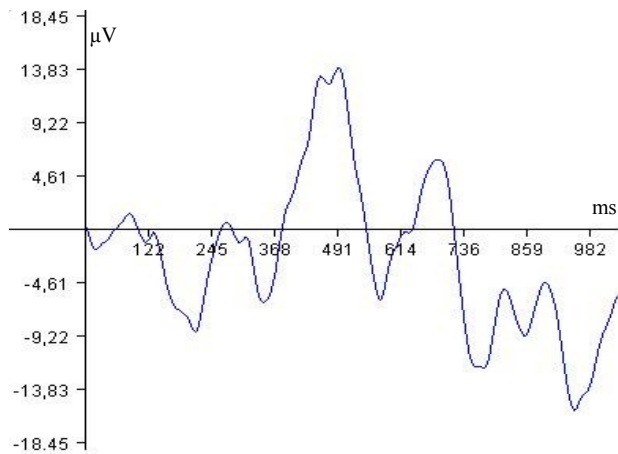
## Nutnost/vhodnost filtrace vstupních dat

Při detekci dávají některé metody lepší výsledky pro data, která prošla filtrací (např. waveletovou transformací). Poznamenejme, že máme na mysli odfiltrování rušení typu 50 Hz z rozvodné sítě. Výraznější rušení by pochopitelně mělo na detekci vliv. Podívejme se, jak je to v případě Matching Pursuit. K tomu nám poslouží následující vstupní data:



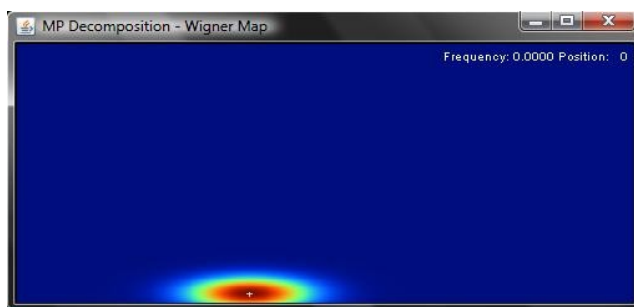


Obr. 3.a Epocha obsahující rušení.

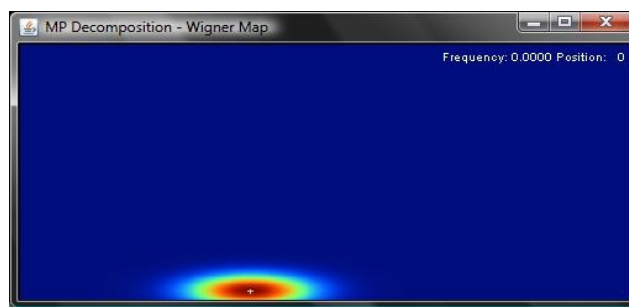


Obr. 4.a Epocha po filtraci waveletovou transformací.

Výstupní hodnoty pro tato vstupní data po jedné iteraci Matching Pursuit zobrazí Wignerova mapa takto:



Obr. 3.b Wignerova mapa pro epochu obsahující rušení.



Obr. 4.b Wignerova mapa pro epochu po filtraci.

Mezi Wignerovými mapami není vidět žádný rozdíl. Výrazný atom se objevuje opět již po jedné iteraci, na stejném místě a hustota energie je shodná. Detekce aplikovaná tak, jak je prezentováno výše, tedy není nijak závislá na tom, zda se provádí s daty, která prošla filtrací, nebo s nefiltrovanými daty. Odfiltrování drobného rušení před samotnou detekcí je tedy zbytečné.

## Úspěšnost

Detekce evokovaných potenciálů metodou Matching Pursuit výše popsáním způsobem poskytuje na hrubých datech (dojde-li ke stimulu, předpokládáme výskyt evokovaného potenciálu a jeho úspěšnou detekci) a průměrech hrubých dat tyto výsledky:

Hrubá data – jednotlivé epochy				
Počet epoch	Rozpoznáno		Nerozpoznáno	
	Počet	Procenta	Počet	Procenta
40	27	67.5	13	32.5
30	19	63.3	11	36.6
Průměr jednotlivých epoch z hrubých dat				
Počet epoch tvořících průměr	Rozpoznáno		Nerozpoznáno	
	Počet	Procenta	Počet	Procenta
30	11	84.62	2	15.38

Vezmeme-li v úvahu, že v hrubých datech se mohou vyskytovat epochy, které jsou znehodnoceny artefakty nebo je průběh evokovaného potenciálu neznatelný, dosahuje Matching Pursuit poměrně dobrých hodnot. Nárůst spolehlivosti v případě rozpoznávání průměrů epoch je markantní.

## **Závěr**

Algoritmus Matching Pursuit a prezentovaný způsob detekce ERP v EEG se jeví jako v praxi použitelné řešení. Toto řešení je silné při detekci v průměru více epoch, při kterém jsou potlačeny rušivé efekty v EEG (ostatně v [JS08] je uveden příklad, kdy se evokovaný potenciál daří detekovat až po zprůměrování 30 epoch). Je zajímavé, že filtrace dat (např. pomocí waveletové transformace) nemá na výsledek žádný vliv, a je tak možné ji vynechat.

Body 3 a 4 ze zadání byly splněny převzetím implementace algoritmu Matching Pursuit z [JS08], zpřehledněním a úpravami v kódu, doplněním komentářů a zobecněním tak, aby bylo možné algoritmus používat jako součást vznikající knihovny.

## Použité materiály

[JS08]	Svoboda Jaroslav. Metody zpracování evokovaných potenciálů, Plzeň, 2008. Diplomová práce na Katedře informatiky a výpočetní techniky Západočeské univerzity v Plzni. Vedoucí diplomové práce Ing. Pavel Mautner, Ph.D.
[Zha93]	Mallat, S., Zhang, Z. Matching Pursuit With Time-Frequency Dictioanaries, Technical Report 619, IEEE Transactions in Signal Processing, 1993.
[S JL05]	Steven J. Luck. An introduction to the EVENT - RELATED TECHNIQUE. MIT Press, 2005
[TŘ08]	Řondík Tomáš. Software pro zpracování ERP – průměrování signálů, Plzeň, 2008. Bakalářská práce na Katedře informatiky a výpočetní techniky Západočeské univerzity v Plzni. Vedoucí bakalářské práce Ing. Roman Mouček, Ph.D.
[wiki1]	URL: < <a href="http://en.wikipedia.org/wiki/Event-related_potential">http://en.wikipedia.org/wiki/Event-related_potential</a> > [citováno 27.dubna 2008]