Esercizi

Nicola Ferru

11 luglio 2024

1. In motociclista inizialmente vieggia per 3 minuti verso sud con una velocità di 20m/s. Nei successivi 2 minuti dirige verso ovest 25m/s poi un minuto a nord-overst per 30 m/s.

   - il vettore spostamento totale;
   - la velocià scalare media;
   - il vetotre velocità media. si utilizzi un sistema di riferimento con assi x con positivo verso Est.

$$t_1 = 3.00min \rightarrow 180 \tag{1}$$

$$s_1 = v_1 \cdot t_1 = 3600m$$
$$s_2 = v_2 \cdot t_2 = 3000m$$
$$s_3 = v_3 \cdot t_3 = 1800m \quad s_3x = 18800 \cdot \cos(45) = 1272.78m$$

Adesso sarà possibile calcolare lo spostamento totale in x e y

$$\begin{cases} s_{tot}x = 52 + s_3x = 3000m + 1272.73m = 4272.79m \\ s_{tot}y = s_1 - s_3y = 3600m = 2327.21m \end{cases}$$

Ora, sarà possibile calcolare lo spazio totale

$$\vec{s}_{tot} = \vec{s}_{tot}x + \vec{s}_{tot}y$$
$$s_{tot} = \sqrt{s_{tot}x^2 + s_{tot}y^2} = 4855.45m$$

dopo aver fatto il calcolo dello spazio, adesso è necessario calcolare la velocità media:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{4855.46m}{(180 + 120 + 60)s} = 13.52m/s$$

2. un aventore lancia un boccale vuoto in sul bancone perché venga nuovamente riempito, il bancone è alto un 1.22m, esso non viene afferrato dal barista e cate a terra con una rotta parabolica di 1.40m.

   - qual'è la velocità con cui ha lasciato il bancone?
   - Qual'è la durezuibe della velocità del boccare poco prima di atterrare?

Soluzione

$$h = 1.22m \quad x_1 = 1.40m$$
$$v_0 = ?$$

Partendo dal sistema base si può lavorare nel seguente modo:

$$\begin{cases} x = x_0 + v_{0x} \cdot t \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 1.4m = v_0 \cdot t & \rightarrow v_0 = \frac{1.4}{t} = 2.8\frac{m}{s} \\ 0 = -\frac{1}{2}g \cdot t^2 + 1.22m \end{cases} \rightarrow t = \sqrt{\frac{1.22 \cdot 2}{g}} = 0.5s$$

3. Un astronauta fa un salto con una velocità di $3m/s$ su un pianeta sconosciuta e atterra dopo 15m, quel'è la spinta gravitazionale?

Soluzione

4. Un punto materiale che si muove in senso orario una circonferenza di 2.5m, ad una accelerazione di $15m/s^2$ e conosciuamo un angolo $\beta = 30^o$.

   - Determinale accelerazione centripeta;
   - Modulo della velocità;
   - Accelerazione tangenziale.

soluzione

Determiniamo l'accelerazione cintripeta

$$ac = a_{tot} \cdot \cos 30 = 13m/s^2$$

Ricaviamo il modulo della velocità:

$$a_c = \frac{V^2}{\cancel{r}} * \cancel{r} \rightarrow v = \sqrt{a_c \cdot r} = 5.7m/s$$

Determiniamo l'accelerazione tangenziale:

$$a_t = a \cdot \sin 30 = 7.5m/s^2$$

5. La ruota panoramica di un luna park ha un raggio di $15m$ e compie ogni minuto 5 giri attorno al proprio asse orizzontale.

   a) Qual è il suo periodo di rotazione?

   b) Qual è il modulo la direzione e verso dell'accelerazione centripeta cui è sottoposto un passeggero nel punto più alto?

   c) Qual è il modulo direzione e verso dell'accelerazione centripeta quando il passeggero è nel punto più basso?

Soluzione

$$r = 15m \qquad\qquad f = 5\tfrac{giri}{m}$$

$$T = \tfrac{1}{f} \rightarrow \tfrac{1}{\frac{60}{5}} = 12s \quad a_c = \tfrac{V^2}{r} = 4.06m/s^2 \rightarrow \underbrace{v = \omega * r}_{\omega=\frac{2\pi}{T}=0.52rad/s} = 7.8m/s$$

6. Un cannone posizionato su un monte alto $1km$ spara un proiettile con un angolo di 35^o rispetto all'orizzontale. Il proiettile cade sulla vicina valle ad una distanza orizzontale $d = 3km$. A quale velocità iniziale è stato sparato il proiettile? Qual è il tempo di volo?

Soluzione

$$\theta = 35^o \quad d = 3km \rightarrow d = 3000m \quad h = 1km \rightarrow 1000m$$

partendo da suddetti dati possiamo utilizzare la seguente formula parametrica:

$$\begin{cases} x = x_0 + v_{0x}t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{0y}t + y_0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3000m = V_0 \cos\theta \cdot t \\ 0 = 1000m - \frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin\theta \cdot t \end{cases} \rightarrow v_0 = \frac{x}{\cos\theta \cdot t}$$

$$\rightarrow \begin{cases} 0 = y_0 - \frac{1}{2}gt_2 + \left(\frac{x}{\cos\theta \cdot \cancel{t}}\right) \cdot \sin\theta \cdot \cancel{t} \end{cases} \quad \begin{cases} ... \\ t = \sqrt{\left(y_0 + \frac{x}{\cos\theta} \cdot \sin\theta\right)\frac{2}{g}} = 25.14s \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} v_0 = \frac{x}{\cos \cdot t} = 151.71m/s \end{cases}$$

7. Una mazza da baseball colpisce una palla. Prima dell'impatto la palla va alla velocità v_1 di modulo $12m/s$ e angolo rispetto all'asse x di $\theta_1 = 35^o$. Dopo ha velocità v_2 di modulo $10m/s$ e direzione perpendicolare all'asse x. L'asse x. L'evento dura $2ms$.

Determinare

a) l'intensità;

b) la direzione della forza media che la mazza applica alla palla.

Soluzione

$$v_1 = 12m/s \qquad v_2 = 10m/s \quad \theta_1 = 30^o$$
$$t = 2 \times 10^{-3}m/s$$

Visto che il testo non esprime una massa, supponiamo che essa sia di 0.15kg.

Dopo aver supposto la massa sarà necessario ricavare i componenti di v_0:

$$v_1x = v_1 \cdot \cos\theta_1 = 9.83m/s$$

$$v_1y = v_1 \cdot \sin\theta_2 = 6.8m/s$$

Mentre nel caso di v_2 sappiamo che risulta parallelo a y, quindi il risultato è:

$$v_2x = 0(\perp x)$$
$$v_2y = 10$$

quindi, andando a definire la quantità di moto:

$$p = m \cdot v$$
$$p_1 = m \cdot v_1$$
$$p_1x = m \cdot v_{1x} \rightarrow 1.47kg \cdot m/s$$
$$p_1y = m \cdot v_{1y} \rightarrow 1.03kg \cdot m/s$$

Quindi essendo la componente x nell'istante finale nulla, la componente la suddetta componente dell'instante finale sarà altrettanto:

$$p2 = m \cdot v_2$$
$$p2_x = 0$$
$$p2_y = m \cdot v_{2y} = 1.5kg \cdot m/s$$

Variazione della quantità di moto:

$$\Delta p = p2 - p1$$
$$\Delta p_x = \underbrace{\cancel{p}_2x}_{0} - p_1x = -p1x = -1.47kg \cdot m/s$$
$$\Delta p_y = p_2y - p_1y = 0.2kg \cdot m/s$$

Forza media:

$$F_m = \frac{\Delta p}{\Delta t}\begin{cases} F_x = \frac{\Delta p_x}{\Delta t} = -711.9N \\ F_y = \frac{\Delta p_y}{\Delta t} = 226.2N \end{cases}$$

Impostato questo sistema possiamo evincere che la componente F_m è una somma sotto radice:

$$F_m = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \cong 746.99N$$

Angolo (di rezione) F_m:

$$\tan\phi = \frac{F_y}{F_x} \cong -0.3177$$
$$\phi = \tan^{-1}(-0.3177) \cong -17.6^o$$

8.

$$F_{\|} = F_{p1} \cdot \sin\theta = 67.57N$$

$$F_{\perp}$$

Definire, componete per pendicolare, forza d'attrito (statica e dinamica), per valutare l'accelerazione devo consideraare tutti i componenti che agiscono nel moto (parallela, componente di attrito)

9. Un cannone posizionato su un monte alto 1km spara un proiettile con un proiettile cade sulla vicina valle ad una distanza orizzontale $d = 3km$. A quale velocità iniziale è stato sparato il proiettile? Qual è il tempo di volo?

Soluzione

$$y_0 = 1000m \quad d = 3000m \quad \theta = 35^o$$

Primo passo è quello di definire le due equazioni del moto parabolico:

$$\begin{cases} x = \underbrace{v_0 \cos(\Theta)}_{v_0 x} \cdot t \\ y = h + \underbrace{v_0 \sin\Theta}_{v_0 y} - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3000 = v_0 \cos\theta \cdot t \\ 0 = 1000 + v_0 \sin\theta t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} t = \frac{3000}{v_0 \cos\theta} = \\ 0 = 1000 + v_0 \sin\theta \cdot \frac{3000}{\cancel{v_0} \cos\theta} - \frac{1}{2}g\frac{3000^2}{v_0^2 \cos^2\theta} \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} +\frac{1}{2}g\frac{3000^2}{\cos^2\theta} = 1000 + \tan\theta \cdot 3000 \rightarrow \frac{1}{2}g\frac{3000^2}{\cos^2\theta} = (1000 + \tan\theta \cdot 3000)v_0^2 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} v_0^2 = \sqrt{\frac{1}{2}g\frac{3000^2}{\cos^2\theta} \cdot \frac{1}{1000+3000\tan\theta}} = 142.66\frac{M}{s} \end{cases}$$

$$\begin{cases} t = \frac{3000}{v_0 \cos\theta} = 25.14s \end{cases}$$

10. Un disco di massa $M = 2kg$ perconferenza di raggio $r = 20cm$ sul piavo privo di un tavolo e sostiene una mazza $M = 3kg$ appesa ad un filo che possa attraverso un foro al centro del cerchio. Trovare a quale velocità deve muoversi m per trattenere a riposo M.

Soluzione

$$m = 2kg \quad r = 20cm = 0.2m \quad M = 3kg$$

$$T = F_c \rightarrow T = F_{PM} \rightarrow F_{pm} = F_c$$

$$M \cdot g = n \cdot \frac{v^2}{r}$$

$$v = \sqrt{\frac{M \cdot g \cdot r}{m}} = 1.71\frac{m}{s}$$

11. Una molla può esssere compressa di 2 cm da una forza di 270 N. Un bllcco di massa $m = 12kg$, inizialmente fermo in cima ad un piano inclinato privo di attrito che forma un angolo di 30^o con il piano orizzontale, viene lasciato andare. Il blocco si ferma dopo aver compresso la molla di 5.5cm.

   a) in questo momento di quanto si è spostato lungo il piano inclinato?

   b) Qual'è la valocità del blocco quando arriva a toccare la molla?

Soluzione

$$m = 12kg \qquad x_0 = 2cm \to 0.02cm \qquad \alpha = 30^o$$
$$x_1 = 5.5cm \to 0.055m$$

In questa situazione è il caso di applicare il principio di energia potenziale, infatti, essendo una situazione composita, con la presenta di un piano inclinato e di una molla è conveniente per via della legge della conservazione del energia.

$$Ug = mgh$$
$$h = l \sin 30^o$$

dopo aver stimato questi dati, andiamo a definire l'enegia potenziale elastica:

$$Ue = \frac{1}{2}kx_1^2$$

$$F = kx$$
$$k = \frac{F}{x} = \frac{270N}{0.02m} = 13500N/m$$

quindi una volta aver ricavato k possiamo tornatre al espressione Ue, facendo un ugualianza $Ug = Ue$, perché l'energia potenziale si trasparma in energia elastica. Sostituiamo le corrispettive espressioni con i parametri visti prima:

$$mgh = \frac{1}{2}kx_1^2 \to mg(l \sin 30^o) = \frac{1}{2}(13500N/m)(0.055m)^2 = mgl \sin 30^o = \frac{1}{2}kx^2$$
$$l = \frac{1}{2}x^2k \cdot \frac{1}{mg \sin 30} = 0.347m$$

mentre, il secondo punto lo si può svolgere nel seguente modo, andando a sotituire all'interno della formula di Ug[1], il valore di distanza l:

$$Ug_2 = mg\Delta h \qquad \Delta h = (l - x) \sin 30 \qquad k = \frac{1}{2}mv^2$$
$$mg(l - x) \sin 30 = \frac{1}{2}mv^2 \quad v = \sqrt{mg(l - x) \sin 30 \cdot \frac{1}{\frac{1}{2}m}} = 1.69\frac{m}{s}$$

[1] formula dell'energia potenziale gravitazionale

12. All'istante $t = 0$ una sola forza F d'intensità constanza comincia ad agire su un sasso che si muove nello spazio vuoto lungo l'asse x verso le x crescenti. Il sasso prosegue il suo moto in questa direzione.

   a) negli istanti successivi trovare quali delle seguenti funzioni $x(t)$ della posizione sono compatibili con il compatibili con il moto del sasso;

      (a) $x = 4t - 3$;

      (b) $x = -4t^2 + 6t$;

      (c) $x = 4t^2 + 6t - 3$.

   b) Per quale delle funzioni F ha verso opposto a quello del moto iniziale del sasso?

Soluzioni

Visto che si tratta di un oggetto sottoposto ad una forza, mi devo aspettare un moto accelerato, per questo motivo, devo cercare l'equazione di x che risulti in una accelerazione non nulla. Per fare questo risolvo la derivata di $\frac{dx}{dt}$, ottenendo quindi le 3 corrispettive volocità, ottenuto questi valori, derivo nuovamente rispetto al tempo, ottenendo quindi le accelerazioni.

$$x(t) = 4t - 3 \quad v_1 = \tfrac{dx_1}{dt} = 4\tfrac{dx_1}{dt} = 4 \quad a_1(t) = \frac{dv}{dt} = 0$$

L'accelerazione è nulla, di consequenza questa funzione di x non può corrispondere alla situazione.

$$x(t) = -4t^2 + 6t - 3 \quad v_2(t) = \tfrac{dx_2}{dt} = -8t + 6$$
$$a_2(t) = \frac{dv_2}{dt} = -8$$

tratandosi di una funzione non nulla questa funzione può corrispondere al quesito.

$$x_3(t) = 4t^2 + 6t - 3 \quad v_3(t) = \tfrac{dx_3}{dt} = 8t + 6$$
$$a_3(t) = \frac{dv_3}{dt} = 8$$

Anche questa funzione potrebbe essere qualla che descrive il quesito.

Possiamo affermare che la forza si oppone al movimento, per l'equazione x_2t, in quanto il segno dell'accelerazione è meno. Questo è sintomo che la funzione sia opposta al movimento.