Appunti di Matematica Applicata

Nicola Ferru

10 ottobre 2022

Capitolo 1

Introduzione

La Matematica Applicata serve per svolgere problemi complessi, utilizzando degli algoritmi e calcolatori elettronici, si utilizzano teoremi e strumenti.

1. Introduzione;
2. Richiami e complementi di algebra lineare;
3. Trasformata di Fourier;
4. Metodi diretti per la soluzione dei sistemi lineari;
5. Matedi iterativi per la soluzione dei sistemi lineari;
6. Metodi numerici per le equazioni differenziali ordinarie.

1.1 tipi di funzioni trattate

1. ODE → $y(x), y'(x), \ldots, y'''(x)$;
2. PDE → $w(x, y, z)$

1.2 Analisi di Reti complesse: algebra lineare numerica

- reti orientata – ha un senso unico, e segue un verso, esempio Twitter.
- rete non orientata – i rapporti sono coovalenti e non c'è un verso preciso, esempio Facebook.

1.3 Definizione di analisi numerica

La “missione” dell'analisi numerica è ottimizzare il software.

Capitolo 2

spazio vettoriale

uno spazio lineare o vettoriale reale è un insieme V su cui sono definite due operazioni con 10 proprietà $(\forall \alpha \in R)$, $(\forall x, y, z \in V)$

$$+ : V * V \to V \quad . = R * V \to V$$
$$(x, y) \to x + y \quad (\alpha, x) \to \alpha x$$

1. $x + y \in V$ (chiusura risp. somma)
2. $\alpha x \in V$ (chiuura risp. prodotto)
3. $x + y = y + x$ (pr. commutativa)
4. $(x + y) + z = x + (x + z)$ (pr. associativa)
5. esiste $0 \in V$ tale che $x + 0 = 0$ (eledmento neutro)
6. esiste $-x \in V$ tale che $x + (-x) = 0$ (elemento addizionale)
7. $\alpha(\beta x) = (\alpha\beta)x$ (pr. associativa)
8. $\alpha(x + y) = \alpha x + \alpha y$ (pr. distributiva in V)
9. $(\alpha + \beta)x = \alpha x + \beta x$ (pr. distributiva in $\mathbb{R}$)
10. $1x = x$ (elemento neutro)

2.1 Norme vettoriali

1. $||x|| \geq 0$ (positività)
2. $||\alpha x|| = |\alpha| * ||x||$ (omogeneità)
3. $||x + y|| \leq ||x|| + ||y||$ (diseguaglianza triangolare)

Da notare che, per la proprietà 2, $||-x|| = ||x||$, il che significa, com'è naturale aspettarsi, che un vettore e suo opposto hanno la stessa lunghezza. È immediato dimostrare che una norma verifica anche la disequalianza

$$||x - y|| \geq |||x|| - ||y|||, \ \forall x, y \in V. \tag{2.1}$$