# Equazioni lineari: basi e proprietà

Nicola Ferru

20 novembre 2024

In questo documento sono presenti, alcune nozioni ed esercizi necessari a comprendere come svolgere le equazioni lineari in funzione di $x$ e anche di $a$.

**Esercizio 0.1.** *Svolgere la seguente equazione lineare, andando a ricavare il valore di* $x$

$$ax - a + 3 = 2(a - x) \tag{1}$$

*ora, analizzando questa equazione, la cosa più immediata da fare è partire da* $a$*, quindi, il primo passaggio da fare è quello di applicare la proprietà distributiva per moltiplicare 2 per* $a - x$*:*

$$ax - a + 3 = 2a - 2x$$

*poi sarà possibile sottrarre* $2a$ *da entrami i lati:*

$$ax - a + 3 - 2a = -2x$$

*dopo aver fatto questo, sarà possibile combinare* $a$ *e* $-2a$ *per ottenere* $-3a$*.*

$$ax - 3a + 3 = -2x$$

*A questo punto, bisogna sottrarre 3 da entrambi i lati*

$$ax - 3a = -2x - 3$$

*Bisogna combinare tutti i termini contenenti* $a$*.*

$$(x - 3)a = -2x - 3$$

*dopo aver raggruppato per* $a$*, bisogna dividere entrambi i lati per* $x - 3$*.*

$$\frac{(x-3)a}{x-3} = \frac{-2x-3}{x-3}$$

*e in fine è possibile ricavare la formula per ricavare* $a$*, andando a dividere* $-2x - 3$ *per* $x - 3$*.*

$$a = \frac{2x+3}{x-3}$$

*Dopo, aver ricavato questa parte (e aver capito che* $x \neq 3$*), sarà possibile andare a svolgere le operazioni per poter ricavare il teorico valore di* $x$*. Quindi ripartendo da l'equazione (1). bisognerà come nel primo caso, applicare la proprietà distributiva per moltiplicare 2 per* $a - x$*, ottenendo quindi, la medesima situazione di prima:*

$$ax - a + 3 = 2a - 2x$$

*poi, si aggiunge* $2x$ *a entrambi i lati*

$$ax - a + 3 + 2x = 2a$$

*bisogna, aggiungere* $a$ *da entrambi i lati*

$$ax + 3 + 2x = 2a + a$$

*poi bisogna cambianare* $2a$ *e* $a$ *per ottenere* $3a$*.*

$$ax + 3 + 2x = 3a$$

*a questo punto, è possibile sottrarre 3 da entrambi i lati:*

$$ax + 2x = 3a - 3$$

*Combinando tutti i termini contenenti* $x$

$$(a + 2)x = 3a - 3$$

*e quindi bisogna dividere da entrambi i lati per* $a + 2$

$$\frac{(a+2)x}{a+2} = \frac{3a-3}{a+2}$$

*Bisogna dividere per* $a + 2$ *annullando la moltiplicazione per* $a + 2$*.*

$$x = \frac{3a-3}{a+2}$$

*Poi per concludere la situazione basta dividere* $-3 + 3a$ *per* $a + 2$

$$x = \frac{3(a-1)}{a+2}$$

*e quindi,* $a \neq -2$*. Da questi fattori si comprende che questa equazione sia impossibile.*

**Esercizio 0.2.** *Svolgere la seguente equazione lineare, per ricavare, il valore di $a$ e di $x$*

$$a^2(x-2) = 3(ax-6) \tag{2}$$

*In questo caso la prima cosa da fare è quella di utilizzare la proprietà distributiva, per moltiplicare $a^2$ per $x-2$.*

$$a^2x - 2a^2 = 3(ax-6)$$

*e poi è necessario fare lo stesso dall'altro lato, utilizzando la medesima proprietà con 3 e $ax-6$, ottenendo un $3ax-18$, quindi*

$$a^2x - 2a^2 = 3ax - 18$$

*fatto questo, basterà sottrarre $3ax$ da entrambi i lati per $a^2-3a$*

$$\frac{(a^2-3a)x}{2a^2-18} = \frac{2a^2-18}{a^2-3a}$$

*uno dei passaggi successivi, è quello di dividere per $a^2-3a$ annullando la moltiplicazione per $a^2-3a$*

$$x = \frac{2a^2-18}{a^2-3a}$$

*e poi alla fine $2a^2-18$ per $a^2-3a$.*

$$x = 2 + \frac{6}{a}$$

*Ora, questa può anche essere scritta in quest'altra forma*

$$x = \frac{2(a+3)}{a}$$

*da questa è possibile dedurre che $a = 0$ e $a = 3$, ora vedendo la natura dell'equazione si denota che sia indeterminata e anche impossibile, perché $a \neq 0 \wedge a \neq 3$.*

**Esercizio 0.3.** *Svolgere la seguente operazione, per ricavare $b$*

$$b[(b+x)-2] = b^2 + bx \tag{3}$$

*basterà sostituire, quindi per $b$*

$$b(x+b)$$

*quindi visto che in questo caso si ottiene:*

$$\begin{cases} b = 0 \\ x = b \end{cases}$$

*in questo caso si tratta di una equazione indeterminata e anche impossibile, perché $b \neq 0$*

**Esercizio 0.4.** *Svolgere la seguente equazione, per ricavare $k$ e $x$*

$$7(kx+x-1) = k(3x-1) - 5 - x \tag{4}$$

*Visto che comunque bisogna partire da qualche punto è il caso di partire da $k$, in questo caso bisogna, utilizzare la proprietà distributiva per moltiplicare 7 per $kx+x-1$*

$$7kx + 7x - 7 = k(3x-1) - 5 - x$$

*bisogna fare la stessa cosa dall'altro lato, moltiplicando $k$ per $3x-1$*

$$7kx + 7x - 7 = 3kx - k - 5 - x$$

*poi a questo punto, bisogna sottrarre per $3kx$ da entrambi i lati e poi bisogna aggiungere $k$*

$$7kx + 7x - 7 - 3kx = -k - 5 - x$$

*poi dopo aver spostato alla sinistra del ugualianza, adesso è il caso di sottrarre $-3kx$ a $7kx$:*

$$4kx + 7x - 7 = -k - 5 - x$$

*ora, bisogna comunque spostare a sinistra la variabile $k$, per fare questo basterà sommare per $k$ da ambo i lati*

$$4kx - 7 + k = -5 - x - 7x$$

*ora basterà spostare a destra $7x$, andando a sottrarlo da ambo i lati*

$$4kx - 7 + k = -5 - x - 7x$$

*dopo aver spostato $7x$, lo si sottrae a $-x$ ottenendo un $-8x$*

$$4kx + k - 7 = -5 - 8x$$

*ora per togliere di mezzo il $-5$ e il $-7$ in un solo passaggio, basterà sommare $7$ da ambo i lati*

$$4kx + k = 2 - 8x$$

*a questo punto a sinistra si può raggruppare per $k$*

$$(4x + 1)k = 2 - 8x$$

*poi si divide tutto per $4x + 1$*

$$\frac{(4x + 1)k}{4x + 1} = \frac{2 - 8x}{4x + 1}$$

*e alla fine si divide per $2 - 8x$ per $4x + 1$.*

$$k = \frac{2(1 - 4x)}{4x + 1}$$

*Adesso, è il caso di trovare la $x$, quindi partendo dalla consueta base (4, è possibile andare ad applicare la proprietà distributiva per moltiplicare 7 per $kx + x - 1$ e anche $k$ per $3x - 1$*

$$7kx + 7x - 1 = 3kx - k - 5 - x$$

*poi è possibile sottrarre $3kx$ a $7kx$ e poi si può anche aggiungere $x$ da ambo i lati per poter spostare $x$ a sinistra dell'ugualianza*

$$4kx + 7x - 7 + x = -k - x$$

*dopo questo, basta semplicemente, andare a combinare $7x$ e $x$ per poter ottenere $8x$ e poi si aggiunge $7$ da ambo i lati per poterlo spostare a destra dell'ugualianza, per poi andare a sommarlo a $-5$*

$$4kx + 8x = -k + 2$$

*poi è possibile mettere in evvidenza $x$*

$$(4k + 8)x = 2 - k$$

*poi si va a dividere tutto per $4k + 8$ per annullare la moltiplicazione per $4k + 8$*

$$x = \frac{2 - k}{4k + 8}$$

*a questo punto è possibile mettere in evvidenza 4*

$$x = \frac{2 - k}{4(k + 2)}$$

*quindi visto il contesto, è logico che questa equazione sia impossibile, avendo come casi di esistenza $k \neq 0$ e $x \neq -\frac{1}{4}$.*