第三章、問題定義

本章將依據研究問題之性質於3.1節進行本研究之問題定義、3.2節建構數學規劃模型，最後於3.3節使用最佳化建模軟體進行小型範例之測試，來確保數學模型的正確性。

3.1 定義問題

在過去具時窗之多趟次、多艙種車輛途程問題中，大多利用Solomon (1983)所提出的國際標竿題庫作為求解範例。本研究為了更全面分析台灣企業面臨到的問題，在車隊數量有限的情況下解決多車種問題、時窗限制問題及車輛停放限制問題以及多趟次、多艙種的配送問題。並以總配送車數最小化為主要目標，降低總配送距離與減少每趟次花費的司機員薪資成本為次要目標，求取最佳的配送路線。

3.2 數學規劃模型

本研究以台灣某生鮮食品公司為例建構一套數學規劃模型，求解具時窗限制之多趟次、多艙種車輛途程問題。以下將說明數學模型之符號，包含模型相關之集合(Sets)、下標(Indices)、參數(Parameters)、變數(Decision variables)、目標函數(Objective function)與限制式(Constraints)等。

1. 集合(Sets)/下標(Indices)

|  |  |
| --- | --- |
| ={1, 2, …, *n*} | 節點集合，1代表倉庫或中央廚房(depot)，2, …, *n*代表配送據點 |
| =*N*\{1} | 配送據點集合 |
| ={(*i*, *j*)|*i*, *jN*, } | 配送路徑線段集合 |
| =1, 2, …, *K* | 配送車輛 |
| =1, 2, …, *R* | 配送趟次 |

1. 參數(Parameters)

|  |  |
| --- | --- |
| *Qkp* | 車輛*k*產品*p*的載運容量大小(單位：才數)。 |
| *dip* | 配送據點*i*產品*p*的需求量(單位：才數)。 |
| *cij* | 配送路徑(*i*, *j*)的距離(單位：公里)。 |
| *tij* | 行駛路徑(*i*, *j*)的運輸時間(單位：分鐘)。 |
| *ei* | 配送據點*i*最早可以開始執行配送作業的時間(單位：分鐘)。 |
| *li* | 配送據點*i*最晚必須開始執行配送作業的時間(單位：分鐘)。 |
| *ui* | 配送據點*i*執行配送作業的服務時間(單位：分鐘)。 |
| *aik* | 車輛*k*能否服務據點*i*的配送作業(為二位元參數，*aik* =1：能、*aik* =0：不能)。 |
|  | 車輛*k*的行駛時間限制(單位：分鐘)。 |
| *fck* | 車輛*k*的固定成本(單位：元)。 |
|  | 車輛*k*的燃油效率(單位：公升/公里)。 |
|  | 燃油費(單位：元/公升)。 |
|  | 車輛司機員的單位時間薪資成本(單位：元/分鐘)。 |
| *M* | A sufficiently large number。 |

1. 決策變數(Decision variables)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | | 車輛*k*第*r*趟次有行駛路段(*i*, *j*) |
| 其他 |
|  | | 車輛*k*第*r*趟次有使用 |
| 其他 |
|  | = 車輛*k*產品*p*在行駛路段(*i*, *j*)的載運量(單位：才數)。 | |
|  | = 車輛*k*第*r*趟次開始服務據點*i*的時間(單位：分鐘)。 | |
|  | = 車輛*k*第*r*趟次的花費時間(單位：分鐘)。 | |

1. 目標函數(Objective function)

|  |  |
| --- | --- |
|  | () |

總配送車數最小化為主要目標，降低總配送距離與減少每趟次的花費時間為次要目標，以求取最佳的配送路線。所以目標函數(1)為最小化車輛的固定成本、車輛行駛的距離成本、每趟次花費的司機員薪資成本。

1. 限制式(Constraints)

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2) |
|  | (3) |
|  | (4) |
|  | (5) |
|  | (6) |
|  | (7) |
|  | (8) |
|  | (9) |
|  | (10) |
|  | (11) |
|  | (12) |
|  | (13) |
|  | (14) |
|  | (15) |
|  | (16) |
|  | (17) |
|  | (18) |
|  | (19) |
|  | (20) |
|  | (21) |
|  | (22) |
|  | (23) |

限制式(2)確保配送路徑的連續性，行駛至據點的車輛一定從據點離開。

限制式(3)和(4)說明除了倉庫(中央廚房)之外，每一個據點確保只會被一輛車 輛的某一趟次服務。

限制式(5)～(7)表示車輛的某趟次在行駛路段(*i*, *j*)的載運量限制。

限制式(8)為車輛的行駛總時間限制。

限制式(9)代表若車輛有行駛路段(*i*, *j*)時，據點的開始服務時間大於等於上一個據點的開始服務時間加上在據點的停留作業時間與路段(*i*, *j*)的車輛行駛時間；另外透過限制式(9)也可避免子迴圈路徑的產生。

限制式(10)和(11)確保每一輛車每趟次在各據點開始服務時間的次序關係。

限制式(12)為據點開始執行服務的時間點之時窗限制。

限制式(13)代表各車輛第1趟次從倉庫出發的時間為零。

限制式(14)確保沒有使用的車輛其所有趟次在倉庫開始服務時間均為零。

限制式(15)計算車輛各趟次的花費時間。

限制式(16)為車輛是否能停靠據點的限制。

限制式(17)判斷車輛的某趟次是否有使用。

限制式(18)確保車輛只有在第趟次配送任務存在時，第(*+*1)趟次的配送任務才有可能存在。

限制式(19)～限制式(23)為決策變數範圍限制。

3.3 測試問題

在過去途程問題研究上已經延伸許多實務限制，但鮮少研究多趟次、多艙種的配送限制。本研究考量具時窗限制之多趟次、多艙種車輛途程問題，建立派車最佳化的規劃模型，為了驗證數學規劃模型的正確性與適用性，本研究建立9個據點(包含倉庫=1，據點=2~9)的測試問題，並使用多種不同容量的配送車進行多趟次配送服務，抵達據點後需給予司機進行裝卸貨服務，因此假設服務時間為20分鐘，如表3.1範例基本資訊所示。

表3.1範例基本資訊

|  |  |
| --- | --- |
| 據點數量 | 9 |
| 車種類型 | 3 |
| 車輛數量 | 3 |
| 服務時間(分) | 20 |
| 單位行駛成本 | 1 |
| 產品種類 | 2 |

配送車依照容量大小不同，固定成本也不同，同時配送車每公升柴油可行駛公里數也會因實際載重與行駛速率而有所浮動，依據110年12月20日柴油價格為25.50元，經由計算得到每公里行駛成本。詳細配送車參數設置如表3.2所示。

表3.2配送車輛參數設置

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 車輛編號 | 裝載量(才) | | 燃油效率  (公升/公里) | 固定成本  (元) | 燃油費  (元/公升) | 車輛使用時間限制  (分鐘) |
| A | B |
| 1 | 150 | 130 | 0.1 | 1000 | 25.50 | 480 |
| 2 | 180 | 160 | 0.15 | 1200 | 25.50 | 480 |
| 3 | 290 | 270 | 0.2 | 1500 | 25.50 | 480 |

表3.3說明倉庫與據點之需求量、以及時窗上下界，表3.4及3.5為廠站至各據點的行駛距離以及行駛時間，而表3.6說明該配送車是否可以服務該據點。

表3.3倉庫與各據點參數設置

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 據點編號 | 需求量 | | 時窗下界 | 時窗上界 |
| A | B |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 480 |
| 2 | 17 | 15 | 0 | 300 |
| 3 | 30 | 28 | 0 | 420 |
| 4 | 32 | 30 | 0 | 400 |
| 5 | 42 | 40 | 120 | 420 |
| 6 | 26 | 24 | 0 | 420 |
| 7 | 40 | 38 | 0 | 420 |
| 8 | 12 | 10 | 150 | 420 |
| 9 | 55 | 53 | 0 | 420 |

表3.4倉庫與各據點的行駛距離(單位：公里)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | 0.00 | 20.89 | 19.59 | 27.41 | 12.72 | 24.28 | 15.75 | 21.45 | 11.57 |
| 2 | 21.81 | 0.00 | 7.84 | 5.72 | 11.73 | 8.39 | 8.98 | 41.73 | 35.46 |
| 3 | 19.17 | 7.34 | 0.00 | 11.81 | 14.28 | 16.20 | 6.18 | 39.09 | 32.81 |
| 4 | 27.52 | 6.25 | 12.59 | 0.00 | 15.76 | 8.38 | 13.98 | 47.44 | 46.51 |
| 5 | 10.64 | 11.07 | 15.18 | 15.82 | 0.00 | 10.91 | 7.25 | 35.02 | 16.60 |
| 6 | 27.67 | 8.09 | 14.94 | 8.69 | 10.75 | 0.00 | 15.75 | 43.57 | 29.14 |
| 7 | 16.62 | 8.09 | 5.13 | 15.34 | 7.01 | 16.13 | 0.00 | 36.54 | 30.27 |
| 8 | 21.16 | 40.85 | 39.55 | 47.38 | 32.69 | 43.76 | 35.72 | 0.00 | 10.37 |
| 9 | 12.52 | 34.44 | 33.14 | 40.96 | 16.89 | 30.12 | 29.30 | 10.38 | 0.00 |

表3.5倉庫與各據點的行駛時間(單位：分鐘)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | 0.00 | 22.93 | 22.38 | 29.25 | 20.62 | 31.42 | 17.15 | 26.25 | 24.25 |
| 2 | 23.20 | 0.00 | 15.83 | 12.50 | 22.45 | 15.70 | 14.57 | 41.23 | 41.43 |
| 3 | 22.90 | 15.80 | 0.00 | 23.48 | 26.42 | 27.72 | 15.12 | 40.93 | 41.13 |
| 4 | 33.17 | 14.82 | 26.63 | 0.00 | 27.85 | 20.18 | 24.72 | 51.20 | 48.83 |
| 5 | 24.00 | 24.60 | 25.08 | 26.68 | 0.00 | 21.40 | 21.12 | 39.83 | 37.23 |
| 6 | 31.52 | 17.82 | 26.72 | 22.07 | 16.82 | 0.00 | 25.18 | 46.70 | 39.55 |
| 7 | 18.77 | 15.10 | 14.33 | 23.07 | 17.48 | 23.85 | 0.00 | 36.80 | 36.98 |
| 8 | 25.33 | 41.83 | 41.30 | 48.15 | 39.52 | 47.37 | 36.05 | 0.00 | 27.63 |
| 9 | 25.22 | 40.93 | 40.40 | 47.25 | 38.82 | 40.28 | 35.15 | 28.48 | 0.00 |

表3.6 該配送車是否能夠服務該據點(1為能，0則不能)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 據點 車輛 | 1 | 2 | 3 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 1 | 1 | 0 |
| 3 | 1 | 1 | 1 |
| 4 | 1 | 1 | 1 |
| 5 | 1 | 1 | 1 |
| 6 | 1 | 1 | 1 |
| 7 | 1 | 1 | 1 |
| 8 | 1 | 1 | 0 |
| 9 | 1 | 1 | 1 |

為測試數學規劃模型的正確性與可行性，本節將從5個據點數量開始測試，依序增加數量至9個據點，共五種範例，本研究使用AIMMS(4.69.2.1)最佳化軟體作為建構數學模型的工具，並透過內建CPLEX optimizer(12.9)求解器，針對以上五種案例，以總配送車數最小化為主要目標，降低總配送距離與減少每趟次花費的司機員薪資成本為次要目標，且不超過啟用配送車輛之裝載量與車輛使用時間，以求取最佳的配送路線，據點數量為5~9個的求解結果如表3.7至表3.11，其中包含啟用配送車之編號、所規劃之最佳配送路線以及該路線總配送趟次、與每趟次各個艙種之裝載率、總成本、車輛總使用時間。

表3.7據點數量為5個的求解結果

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 據點數量 | 配送車編號 | 規劃路徑 | | 趟次 | 產品A、B之裝載率 | | | 總成本 | 車輛使用時間 |
| 趟次 | A | B |
| 5 | 1 | 第一趟 | 1-3-2-4-5-1 | 1 | 第一趟 | 80.66% | 86.92% | 1000352 | 203 |

表3.8據點數量為6個的求解結果

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 據點數量 | 配送車編號 | 規劃路徑 | | 趟次 | 產品A、B之裝載率 | | | 總成本 | 車輛使用時間 |
| 趟次 | A | B |
| 6 | 2 | 第一趟 | 1-3-2-4-6-5-1 | 1 | 第一趟 | 81.66% | 85.62% | 1000469 | 232 |

表3.9據點數量為7個的求解結果

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 據點數量 | 配送車編號 | 規劃路徑 | | 趟次 | 產品A、B之裝載率 | | | 總成本 | 車輛使用時間 |
| 趟次 | A | B |
| 7 | 1 | 第一趟 | 1-7-3-1 | 2 | 第一趟 | 46.66% | 50.76% | 1000556 | 267 |
| 第二趟 | 1-2-4-6-5-1 | 第二趟 | 78% | 83.84% |

表3.10據點數量為8個的求解結果

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 據點數量 | 配送車編號 | 規劃路徑 | | 趟次 | 產品A、B之裝載率 | | | 總成本 | 車輛使用時間 |
| 趟次 | A | B |
| 8 | 1 | 第一趟 | 1-2-4-6-5-1 | 2 | 第一趟 | 78% | 83.84% | 1000724 | 329 |
| 第二趟 | 1-7-3-8-1 | 第二趟 | 54.66% | 58.46% |

表3.11據點數量為9個的求解結果

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 據點數量 | 配送車編號 | 規劃路徑 | | 趟次 | 產品A、B之裝載率 | | | 總成本 | 車輛使用時間 |
| 趟次 | A | B |
| 9 | 1 | 第一趟 | 1-2-4-6-5-1 | 2 | 第一趟 | 78% | 83.84% | 1000774 | 380 |
| 第二趟 | 1-9-8-7-3-1 | 第二趟 | 91.33% | 99.23% |

圖3.1最佳化軟體求解時間趨勢圖

表3.7至表3.11的規劃結果得出本研究之數學規劃模型能有效地規劃出其最佳路徑，其中包含單趟次與多趟次的路徑，經過問題測試後，可以得知所有結果皆不會違反車輛容量且符合車輛最大行駛時間等限制確認此模型的正確性。

然而，由圖3.1求解時間趨勢圖可以得知，當問題規模逐漸放大後，以最佳化軟體求解的時間，會因問題複雜程度及配送據點數增加，使求解時間會劇烈上升，針對實務案例無法得到理想的求解效率，因此在後續章節中將發展與設計基因演算法，透過演算法的演化及淘汰機制，以更有效率的方式找出最佳解或近似最佳解，並以最佳化軟體之求解結果驗證演算法的有效性與正確性。