

一室复试笔试数学部分回忆版

1. p 是一个素数, 证明 \sqrt{p} 是无理数.
2. 矩阵 A 的特征值为 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$, 且 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 均不为 0, 求 A^{-1} 的特征值.
3. 设 $f(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \dots + a_0$.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a_0 \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a_1 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & a_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & a_{n-1} \end{pmatrix}$$

- 1). 证明对任意 $i \leq n$, 都有 $e_i = A^{i-1}e_1$.
 - 2). 证明对任意 $i \leq n$, $(A^n + a_{n-1}A^{n-1} + \dots + a_iA + a_0)e_i = 0$.
 - 3). 证明 f 是 A 的极小多项式.
4. 求

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \ln \left(\frac{e^x + e^{2x} + \dots + e^{nx}}{n} \right)$$

5. $0 < a < 1$, 定义集合 $S = \{a \cdot k \bmod 1 \mid k \in \mathbb{N}\}$, 即 S 是由 $a \cdot k$ 的小数部分构成的集合.
- 1). 证明 S 是无限集合.
 - 2). 证明 S 中存在一组数列, 其极限收敛于 0.

整理: 关小诚

信工所考研群: 706617757

仅供参考, 禁止一切商业用途