中国科学院研究生院

2006年招收攻读硕士学位研究生入学统一考试试题

科目名称：信号与系统（A卷）

考生须知：

1．本试卷满分为150分，全部考试时间总计180分钟。
2．所有答案必须写在答题纸上，写在试题纸上或草稿纸上一律无效。

一、填空题（每空1分，共50分）

1．已知信号 $x(t)=\sin(100\pi t)$，计算 $x(t)$ 的周期________和平均功率________。

2．已知两个信号 $x(t)=\max[\sin(2\pi t),0]$，$y(t)=\min[\sin(2\pi t),0]$，计算 $x(t)$ 的周期________，计算 $y(t)$ 的周期________，计算 $x(t)+y(t)$ 的周期________。

3．已知信号 $f(t)$ 在 t_0 时刻的幅度值为1，求信号 $f(-2t+\frac{3}{4})$ 取相同幅度值1时，时间 t 等于多少________，$f(t)\delta(t-t_0)$ 的结果是________。

4．已知系统 $y(t)=x(t+2)\sin(\omega t+2),\omega\neq 0$，该系统是否为线性系统______，该系统是否为时不变系统______，该系统是否为因果系统______，该系统是否为稳定系统______。

5．已知系统 $y[n]=(-\frac{1}{2})^n(x[n]+1)$，该系统是否为线性系统______，该系统是否为时不变系统______，该系统是否为因果系统______，该系统是否为稳定系统______。

6．已知系统 $h_1(t)$ 和系统 $h_2(t)$，这两个系统串联起来后的等效系统的传递函数 $h(t)$ 是什么________，若其中系统 $h_2(t)=\frac{d\delta(t)}{dt}$，求 $h(t)$________。

7．已知系统 $h_1(t)=\sin(2\pi t)$ 和系统 $h_2(t)=u(t)-u(t-1)$，这两个系统串联起来后的等效系统的传递函数 $h(t)$ 是什么________，若其中系统 $h_2(t)=\frac{d\delta(t)}{dt}$，求 $h(t)$________。

8. 已知系统$h_1[n]=(1-(\frac{1}{2})^n)u[n]$和系统$h_2[n]=u[n-1]-u[n-3]$，这两个系统串联起来后，当输入信号$x[n]=u[n]$时，第一级输出$y_1[4]$是________，第二级输出$y_2[4]$是________。

9. 某离散时不变系统的冲激响应为$h[n]=(\frac{1}{2})^{|n|}$，求$n>0$时的阶跃响应__________，和$n\le 0$时的阶跃响应__________。

10. 设无记忆因果线性系统$\frac{d^2r(t)}{dt^2}+2\frac{dr(t)}{dt}+3r(t)=e(t)$。求其零输入响应________，若该系统的输入信号为指数衰减信号$e(t)=e^{-2t}$，则系统输出的稳态响应等于________。

11. 傅里叶变换正变换表达式______________________________，

傅里叶变换逆变换表达式______________________________。

12. 周期信号$\sin(\omega_c t)$傅里叶变换结果是______________________________。

周期信号$\cos(\omega_c t)$傅里叶变换结果是______________________________。

13. 已知某信号的最高频率$f_m=2000Hz$，为了保证该信号被抽样后能够完全恢复需要使用的采样频率最低为________________，为完成恢复使用的滤波器应具有什么样的形式______________。

14. 某连续系统具有一个极点$H(s)=\frac{1}{s-2}$，求该系统的收敛域________________，该系统是否稳定________________。

15. 用拉普拉斯变换分析电路s域元件模型时，电感的感抗等于________________，电容的容抗等于________________。

16. 连续时间系统中全通系统的特点是________________，最小线性相移系统的特点是________________。

17. 求连续阶跃信号$u(t)$在$t=0$时的值________________，离散阶跃信号$u[n]$在$n=0$时的值________ ________。

18. 离散z变换正变换表达式______________________________，

离散z变换逆变换表达式______________________________。

19. 右边序列的收敛域形状是____________，左边序列的收敛域形状是____________，

双边序列的收敛域的形状是____________。

20. 为了保证稳定系统的收敛性，z 变换的收敛域应满足____________，写出

后向差分方程表达式是____________。

21. 写出 z 变换和 s 变换间复变量间的关系____________，s 变换中的虚轴映射到

z 变换中的结果是什么____________。

22. IIR 数字滤波器中是否包含极点____________，FIR 数字滤波器中是否包含极

点____________。

二、 计算题（每题 20 分，共 100 分）

1. 下图 1 为某一连续线性时不变滤波器

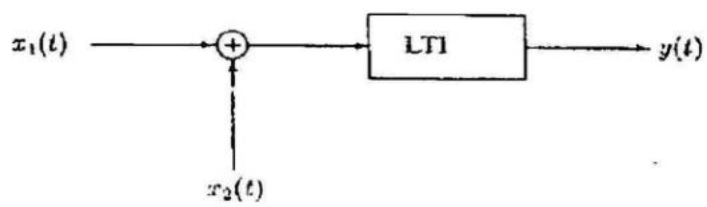
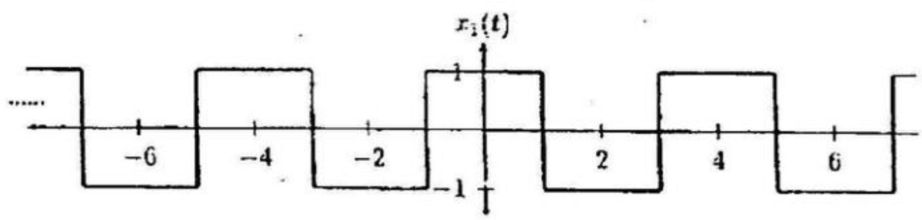


图 1

其中输入信号 $x_1(t)$ 的波形如下：



输入信号 $x_2(t) = 2\cos(\pi t)$

求：

设计该滤波器使得 $y(t) = \cos(\pi t)$，给出该滤波器的幅度 A 和起始频率 Ω_1 和终止频率 Ω_2。

2. 下图 2 所示为某一通信系统

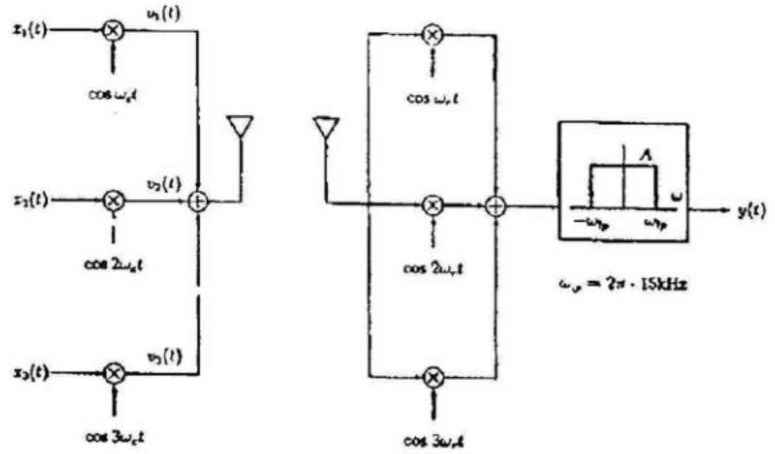
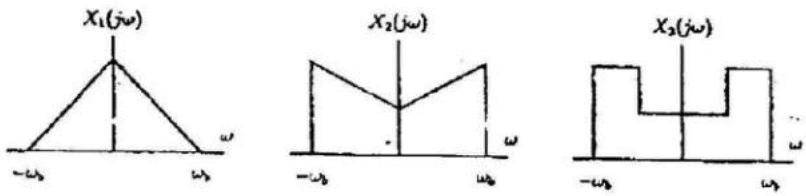


图 2

其中，载频 $\omega_c = 2\pi$ MHz，信号 $x_1(t), x_2(t), x_3(t)$ 的频谱如下：



求：

（1）确定 ω_b 的最大值，保证 $v_1(t), v_2(t), v_3(t)$ 的不混叠（10 分）。

（2）当 $\omega_b = 30\pi$ KHz 时，为了获得 $y(t) = x_2(t)$，确定 ω_r 和低通滤波器的增益 A（10 分）。

3. 给定系统的拉普拉斯变换如下：

$$H(s) = \frac{10(-s+1)}{(s+10)(s+1)}$$

求：

（1）写出该系统的微分方程.（5 分）

（2）判断该系统是否因果.（5 分）

（3）求该系统的初值.（5 分）

（4）求该该系统的逆系统及其收敛域。（5 分）

4. 某一离散线性时不变及其单位冲激响应如下图 3:

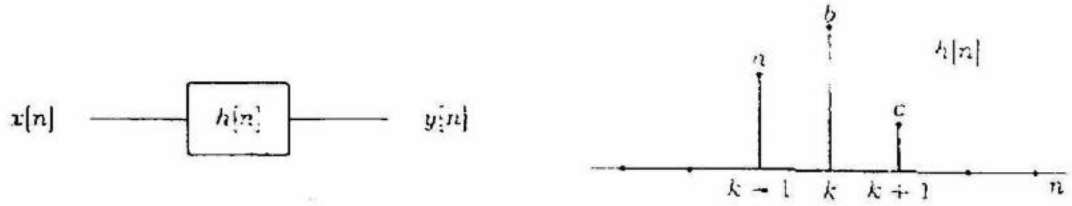
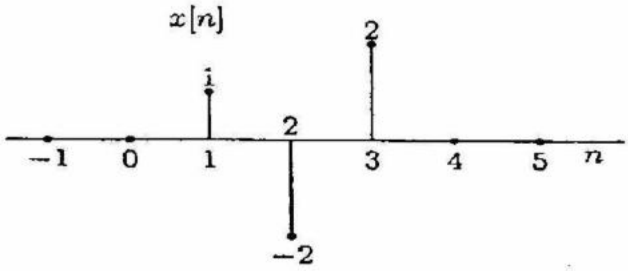


图 3

其中 k,a,b,c 为未知参数，并且下面条件成立:

(a) $H(e^{j\omega})e^{j\omega}$ 是实偶函数;(b) 当 $x[n]=(-1)^n$ 时，$y[n]=0$;(c) 当 $x[n]=(\frac{1}{2})^n u[n]$

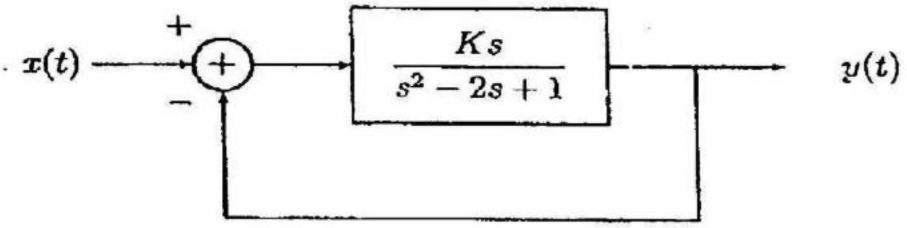
时，$y[2]=\frac{9}{2}$。当输入信号波形如下:



求:

确定未知参数 k,a,b,c，并画出输出波形 $y[n]$

5. 下图为一连续反馈系统



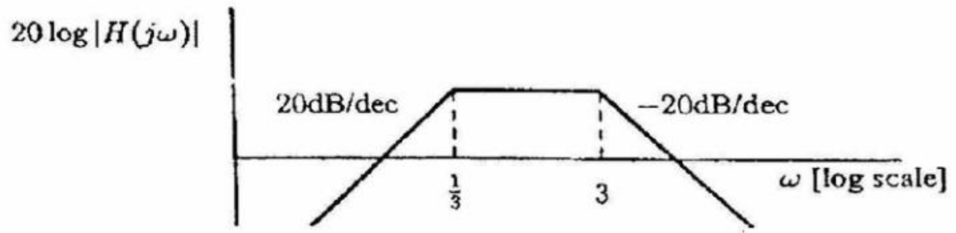
求:

(1) 使该系统稳定的 K 的取值范围。(5 分)

(2) K 取何值时，该系统在-1 处有一个极点，并求出此情况下的阶跃响应。(5 分)

(3) K 取何值时，该系统的冲激响应为 $h(t)=A\cos(t)u(t)$。(5 分)

(4) K 取何值时，该系统具有如下的频率响应。(5 分)



2006年859答案.

一、填空.

① $x(t)=\sin(100\pi t)$，周期$T=\frac{2\pi}{100\pi}=\frac{1}{50}$，$P=\frac{1}{T}\int_T x^2(t)\,dt=\frac{1}{2}$

② $x(t)=\max[\sin(2\pi t),0]$，$y(t)=\min[\sin(2\pi t),0]$.

$x(t)$的周期为$T_x=1$，$T_y=1$. $x(t)+y(t)$的周期$T=1$.

③ $f(t)$在t_0时刻的冲击函数值为1. 则信号$f(-2t+\frac{3}{4})$取相同幅值为1时的时刻$t=\frac{3}{8}-\frac{t_0}{2}$.

$f(t)\cdot\delta(t-t_0)$的结果是$\delta(t-t_0)$.

④ $y(t)=x(t+2)\sin(wt+2)$，$w\neq 0$. 该系统线性，时变，非因果，稳定.

⑤ $y[n]=(-\frac{1}{2})^n[x(n)+1]$. 该系统非线性，时变，非因果，不稳定.

⑥ $h(t)=h_1(t)*h_2(t)$. 当$h_2(t)=\frac{d}{dt}\delta(t)$时，$h(t)=\frac{d}{dt}h_1(t)$.

⑦ $h_1(t)=\sin(2\pi t)$，$h_2(t)=u(t)-u(t-1)$.

$$h(t)=h_1(t)*h_2(t)=\left[\int h_1(\tau)d\tau\right]*\left[\frac{d}{dt}h_2(t)\right]=\left[-\frac{1}{2\pi}\cos 2\pi t\right]*\left[\delta(t)-\delta(t-1)\right]$$

$$=-\frac{1}{2\pi}\left[\cos 2\pi t-\cos(2\pi t-2\pi)\right]=0.$$

当$h_2(t)=\frac{d}{dt}\delta(t)$时. $h(t)=\frac{d}{dt}h_1(t)=2\pi\cos 2\pi t$.

⑧ $h_1[n]=(1-(\frac{1}{2})^n)u(n)$. $h_2(n)=u[n-1]-u[n-3]$.

$$h(n)=h_1(n)*h_2(n)=\left[(1-(\tfrac{1}{2})^n)u(n)\right]*\left[\delta(n-1)+\delta(n-2)\right]$$

$$=\left[(1-(\tfrac{1}{2})^{n-1})u(n-1)\right]+\left[(1-(\tfrac{1}{2})^{n-2})u(n-2)\right]$$

当输入$x(n)=u(n)$时.

$$y_1[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty}h_1[k]\cdot x[n-k]=\sum_{k=0}^{n}[1-(\tfrac{1}{2})^k]u[k]\cdot u[n-k]$$

$$y_1[4]=\sum_{k=0}^{4}[1-(\tfrac{1}{2})^k]u[k]\cdot u[n-k]=\frac{65}{16}$$

$$y_2[4]=\sum_{k=0}^{4}\left\{\left[(1-(\tfrac{1}{2})^{k-1})u[k-1]\right]+\left[(1-(\tfrac{1}{2})^{k-2})u(k-2)\right]\right\}\cdot u[n-k]=\frac{27}{8}$$

⑨ 离散时不变系统冲激响应$h(n)=(\frac{1}{2})^{|n|}$. $n>0$时的阶跃响应为$[1-(\frac{1}{2})^n]u(n)$

当$n\le 0$时的阶跃响应为$2[1-2^n]u(-n-1)$

⑩ 无记忆因果线性系统 $r''(t)+2r'(t)+3r(t)=e(t)$.

$$H(s)=\frac{1}{s^2+2s+3}=\frac{1}{(s+1)^2+(\sqrt{2})^2}$$

零输入响应 $y_{zi}(t)=e^{-t}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\sqrt{2}t\cdot u(t)$.

当输入 $x(t)=e^{-2t}$ 时，

$$Y(s)=\frac{1}{(s+1)^2+2}\cdot\frac{1}{s+2}$$

则系统的稳态响应 $y(t)=0$.

⑪. $F(j\omega)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\cdot e^{-j\omega t}dt$.

$$f(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}F(j\omega)\cdot e^{j\omega t}d\omega$$

⑫ $F\{\sin\omega_c t\}=j\pi\{\delta(\omega+\omega_c)-\delta(\omega-\omega_c)\}$

$F\{\cos\omega_c t\}=\pi\{\delta(\omega+\omega_c)+\delta(\omega-\omega_c)\}$

⑬ 已知信号 $f(t)$ 的最高频率为 $f_m=2000Hz$.

则 Nyquist $f_s=2f_m=4000Hz$.

恢复信号需为理想低通滤波器. 其幅值为 $T_s=\frac{1}{f_s}$. 截止频率为 f_m.

⑭. 若 $H(s)=\frac{1}{s-2}$. 则 $Re\{s\}>2$. 系统不稳定.

⑮ 用拉普拉斯分析电路时 s域模型、电感的感抗为 sL，电容的容抗为 $\frac{1}{sC}$.

⑯ 连续时间系统的全通系统的特点是系统的极点位于 s 平面左半平面，系统零点位于 s 平面右半平面，且极点与零点关于 $j\omega$ 轴对称（镜像）；最小相位系统的特点是系统的全部零点位于左半平面或 $j\omega$ 轴.

⑰ 定 $u(t)$ 在 $t=0$ 的值为 $\frac{1}{2}$，或无定义；离散序列保证 $u(n)$ 在 $n=0$ 时刻的值为 1.

⑱ $X(z)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}x(k)z^{-k}$.

$x(n)=\frac{1}{2\pi j}\oint_L X(z)\cdot z^{n-1}dz$. （L为包含 z^{n-1} 所有极点之逆时针闭合积分路径）

⑲ 右边序列的收敛域形状是半边形，左边序列的收敛域形状是半边形，双边序列的收敛域形状是带形.

⑳ 为了保证系统稳定的收敛域，z变换的收敛域应该收敛域包含单位圆.

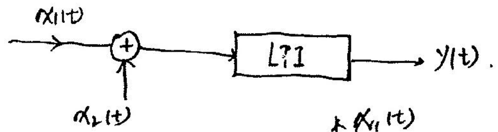
后向差分方程表达式：$\nabla y(n)=y(n)-y(n-1)$.

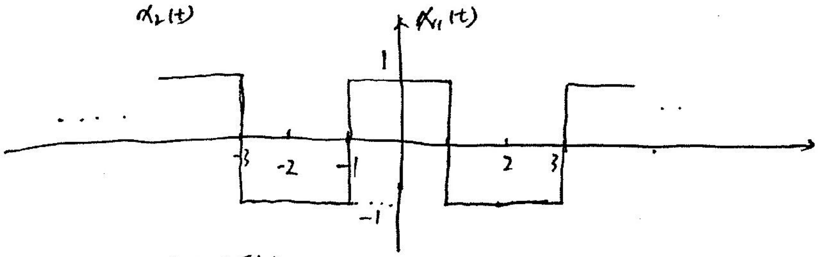
㉑ $z=e^{sT}$. $s=\frac{1}{T}\ln z$. s域中的虚轴映射到z变换中为单位圆.

㉒. IIR数字滤波器中包含相位；FIR数字滤波器中包含相位.

二. 计算:

(1).





$x_2(t) = 2\cos(\pi t)$.

由于 $x_1(t)$ 周期为 $T = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$. 则基频为 $k\frac{\pi}{2}$

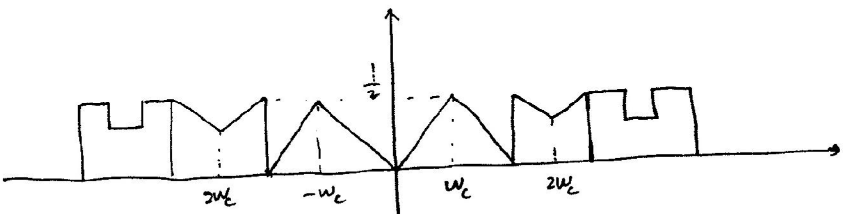
$$x_1(t) = \frac{4}{\pi}\cos\frac{\pi}{2}t - \frac{4}{3\pi}\cos\frac{3}{2}\pi t + \cdots\cdots$$

$$x_1(t)+x_2(t) = \frac{4}{\pi}\cos\frac{\pi}{2}t + 2\cos(\pi t) - \frac{4}{3\pi}\cos\frac{3}{2}\pi t \cdots\cdots$$

为使 $y(t) = \cos\pi t$. 即滤除频率 $w=\pi$ 之外的所有频率分量.

$$\Rightarrow \quad H(jw) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & w_1 \le |w| \le w_2. \\ 0. & 其他 \end{cases} \qquad \begin{cases} \frac{\pi}{2} < w_1 < \pi \\ \pi < w_2 < \frac{3}{2}\pi. \end{cases}$$

(2)



$$2w_c - w_b = w_c + w_b \quad \Rightarrow w_b = \frac{w_c}{2}$$

为获得 $y(t) = x_2(t)$, 则低通滤波器满足:

$$H(jw) = \begin{cases} 2, & |w| \le w_c \\ 0. & 其他. \end{cases}$$

$$w_r = w_c = w_b.$$

(3). 已知: $H(s) = \dfrac{10(-s+1)}{(s+10)(s+1)} = \dfrac{-10s+10}{s^2+11s+10}$

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 11\frac{dy(t)}{dt} + 10y(t) = -10\frac{d}{dt}x(t) + 10x(t).$$

$$H(s)=\frac{-10(s-1)}{(s+10)(s+1)}=\frac{-\frac{110}{9}}{s+10}+\frac{\frac{20}{9}}{s+1}$$

$$h(t)=\left(-\frac{110}{9}\cdot e^{-10t}+\frac{20}{9}e^{-t}\right)\cdot u(t)$$ 因果，稳定。

$$h(0^+)=\frac{20}{9}-\frac{110}{9}=-10.$$

逆系统 $H_1(s)=\frac{1}{H(s)}=\frac{(s+1)(s+10)}{-10(s-1)}$ ． $Re\{s\}>1$.

(4) $\begin{cases} a=c=2 \\ b=4 \\ k=1 \end{cases}$, $y(n)=2[\delta(n-1)-\delta(n-3)]+4[\delta(n-4)+\delta(n-5)]$

(5) $H(s)=\frac{ks}{s^2+(k-2)s+1}$

为使系统稳定，需使 $k-2>0 \Rightarrow k>2$

当 $k=4$ 时，系统在 $s=-1$ 处有二重极点。

$$H(s)=\frac{4s}{s^2+2s+1}=\frac{4s}{(s+1)^2}$$

$$h(t)=4(1-t)e^{-t}\cdot u(t)$$

当 $k=2$ 时， $H(s)=\frac{2s}{s^2+1}$

$$h(t)=2\cos t\cdot u(t) \Rightarrow A=2$$

电子所 2007 答案．

1.