

中国科学院研究生院
2011 年招收攻读硕士学位研究生入学统一考试试题
科目名称：信号与系统

考生须知：

1. 本试卷满分为 150 分，全部考试时间总计 180 分钟。
2. 所有答案必须写在答题纸上，写在试题纸上或草稿纸上一律无效。

一. 填空题 (40 分，每小题各 4 分)

- (1) $f(t) = \frac{d}{dt} [e^{-t} \delta(t)] =$ _____。
- (2) 已知 $f_1(t) = 2u(t-7) - 2u(t-1)$, $f_2(t) = \frac{1}{2}[u(t-5) - u(t-2)]$, 则 $f_1(t) * f_2(t)$ 的波形为 _____。
- (3) 若 $f(t)$ 的傅里叶变换为 $F(\omega)$, 则 $t \frac{d}{dt} f(1-t)$ 的傅里叶变换为 _____。
- (4) $\frac{1}{(s^2+3)^2}$ 的拉普拉斯逆变换 $f(t)$ 为 _____。
- (5) 无失真传输系统的频率响应的幅频特性为 _____; 相频特性为 _____。
- (6) 信号 $f(t) = e^{-at} u(t)$, ($a > 0$) 的自相关函数为 _____。
- (7) 已知系统的激励为 $x[n]$, 响应为 $y[n] = x[n] \sin\left(\frac{2}{5}\pi n + \frac{\pi}{3}\right)$; 则该系统为 _____ (判断是否线性) _____ (判断时不变性) 系统。
- (8) 有一 FFT 处理器, 用来估算实数信号的频谱, 要求频率间的分辨率 $\leq 5\text{Hz}$, 信号最高频率 $\leq 1.25\text{kHz}$, 且一次记录的点数 N 必须是 2 的整数次幂, 则 $N =$ _____。
- (9) 已知有限长序列 $x[n] = \delta[n] + 2\delta[n-1] - \delta[n-2] + 3\delta[n-3]$, 则其 DFT $[x[n]] =$ _____。
- (10) 连续系统状态方程中的系统矩阵 $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, 则其状态转移矩阵 $\Phi(t) = e^{At}$ 为 _____。

二. 选择题 (共 20 分，每题 2 分)

1. 对于常系数线性微分方程描述的系统, 若起始状态不为零, 则系统 ()。
A 因果线性时不变 B 非因果线性时变 C 非因果非线性时变 D 非因果非线性时不变
2. $f(4-2t)$ 是下面哪一种的运算结果 ()。
A $f(-2t)$ 左移 4 B $f(-2t)$ 左移 2 C $f(-2t)$ 右移 4 D $f(-2t)$ 右移 2
3. 若离散时间系统具有因果性, 则该系统的冲击响应满足 ()。
A $h[n] = 0, n \neq 0$ B 存在 $x[n]$, 使得 $x[n] * h[n] = \delta[n]$
C $h[n] = h[n]u[n]$ D $\sum_{-\infty}^{+\infty} |h[n]| \leq M$
4. 因果序列的 Z 变换 $X(z) = \frac{z^{-1}}{1 - \frac{3}{2}z^{-1} + \frac{1}{2}z^{-2}}$, 则该序列的初值为 ()。
A 0 B 1 C 2 D 3

5. 若因果离散时间系统传输函数为 $H(z) = \frac{z-2}{z-\frac{1}{2}}$, 则该系统不是 ()。

- A 一阶系统 B 最小相移系统 C 全通系统 D 稳定系统

6. 下列信号哪个是周期信号 ()。

- A $e^{j\left(\frac{8}{n}\right)x}$ B $A\cos\left(\frac{3\pi}{7}n - \frac{\pi}{8}\right)$ C $A\cos\left(\frac{4}{5}n + 4\right)$ D $\left(\frac{5}{6}\right)^n \sin\left(\frac{\pi}{5}n\right)$

7. 若离散系统稳定, 则状态方程中矩阵 A 的特征值 a_i 满足 ()。

- A $a_i < 1$ B $|a_i| < 1$ C $\text{Re}[a_i] > 1$ D $\text{Re}[a_i] > 0$

8. 若某连续时间函数 $f(t)$ 的傅里叶变换为 $F(\omega)$, 则其 $f(at)$ 的傅里叶变换为 ()。

- A $F\left(\frac{\omega}{a}\right)$ B $\frac{1}{|a|}F\left(\frac{\omega}{|a|}\right)$ C $\frac{1}{a}F\left(\frac{\omega}{|a|}\right)$ D $\frac{1}{|a|}F\left(\frac{\omega}{a}\right)$

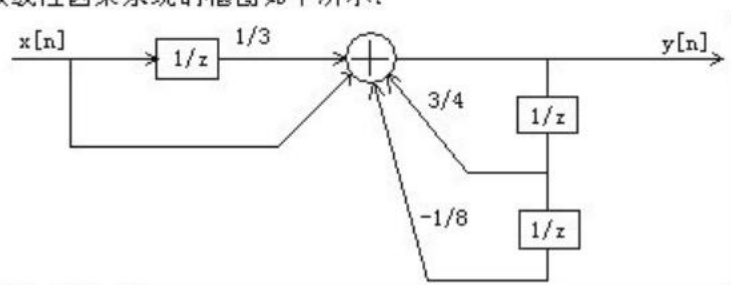
9. 若稳定系统的传输函数 $H(s)$ 的极点位于左半平面, 则该系统的自由响应属于 ()。

- A 暂态响应 B 稳态响应 C 强迫响应 D 完全响应

10. 要求群延时为常数时不宜采用的滤波器为 ()。

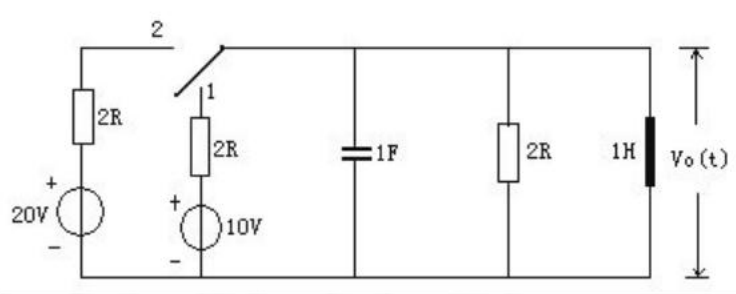
- A 理想低通滤波器 B 切比雪夫滤波器 C 巴特沃斯滤波器 D 全部都不适宜

三. (20 分) 某离散线性因果系统的框图如下所示:



- 1) 求出该系统的频率响应;
- 2) 求出系统的单位冲击响应;
- 3) 画出实现该系统的结构框图: i) 级联形式 ii) 并联形式

四. (25 分) 电路图如下所示, 已知在 $t = 0$ 以前开关位于 "1", 此时电路已进入稳态; 当 $t = 0$ 时刻, 开关自 "1" 转至 "2".



- (1) 试从物理概念判断 $v_o(0^-)$ 、 $v_o'(0^-)$ 、 $v_o(0^+)$ 、 $v_o'(0^+)$;
- (2) 写出一个方程式, 可在 $-\infty < t < +\infty$ 时间内描述系统;
- (3) 利用冲激函数匹配法求 $v_o(t)$ 的完全响应, 并指出其零输入响应和零状态响应分量;
- (4) 使用 s 域元件模型方法再次求解 $v_o(t)$ 的完全响应。

五. (25 分) 若信号 $f(t) = Sa^2(100t)$, 试求:

(1) 最低采样频率及 *Nyquist* 间隔;

(2) 画出使用脉宽为 τ , 采样周期为 *Nyquist* 间隔的周期脉冲对此信号进行采样后形成的样本脉冲的频谱, 问是否能够从该抽样信号中重建原始连续信号 $f(t)$? 若可以请写出重建滤波器; 若不能请阐述理由。

(3) 若使用相同的脉冲对此连续信号进行零阶保持采样, 请再次回答 (2) 中问题。

六. (20 分) 若信号 $f_1(t) = \cos(\omega t)$, $f_2(t) = \sin(\omega t)$ 。

证明: 当两个信号同时作用于单位电阻时所产生的能量等于两个信号分别作用时产生的能量之和。

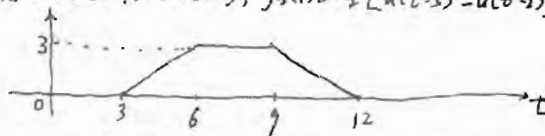
如果改为 $f_1(t) = \cos(\omega t)$, $f_2(t) = \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)$ 。请说明上述结论是否成立? 请分析原因。

2011年859信号真题及答案

一. 填空题:

(1) $f'(t) = \frac{d}{dt}[e^{-t} \cdot f(t)] = \underline{f'(t)}$.

(2) 已知 $f_1(t) = 2u(t-7) - 2u(t-9)$, $f_2(t) = \frac{1}{2}[u(t-5) - u(t-11)]$, 则 $f_1(t)$ 与 $f_2(t)$ 的波形为



(3) 若 $f(t)$ 的傅里叶变换为 $F(\omega)$, 则 $t \frac{d}{dt} f(t)$ 的傅里叶变换为 $\underline{j\omega [F(\omega) - jF(-\omega)]}$.

(4) $\frac{1}{(s^2+3)^2}$ 的拉氏逆变换为 $f(t) = \underline{\frac{1}{6} [\frac{\sqrt{3}}{3} \sin(\sqrt{3}t) - t \cos(\sqrt{3}t)]}$.

(5) 无失真传输系统的频率响应的幅频特性为 $|H(\omega)| = K$; 相频特性为 $\varphi(\omega) = -\omega t_0$.

(6) 信号 $f(t) = e^{-at} u(t)$, $a > 0$ 的自相关函数为 $\underline{\frac{1}{2a} e^{-a|t|}}$.

(7) 已知系统的激励为 $x[n]$, 响应为 $y[n] = x[n] \sin(\frac{3}{2}n\pi + \frac{\pi}{4})$, 则该系统是 线性、时变 系

(8) 有一FFT处理器, 用来估算采样频率, 要求频谱分辨率 ≤ 5 Hz, 信号最高频率为 1.25×10^3 Hz, 且一次记录点 N 必须是 2 的整数次幂, 则 $N = \underline{512}$.

(9) 已知有限长序列 $x[n] = \delta[n] + \delta[n-1] - \delta[n-2] + 3\delta[n-3]$, 则其 DFT $\{ \underline{1 + 2e^{-j\frac{\pi}{2}k} - e^{-j\pi k} + 3e^{-j\frac{3\pi}{2}k}} \}$

(10) 线性系统状态方程中的系数矩阵为 $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, 则其稳态响应 $y(\infty) = \underline{1}$

二. 选择题:

1-5: C D C C C B

三. 1)

$H(z) = \underline{\frac{1}{1-z^{-1}}}$





四. ① $V_o(0_-) = 0, V_o'(0_-) = 0$
 $V_o(0_+) = 0, V_o'(0_+) = 5$

2) $V_o''(t) + V_o'(t) + V_o(t) = 5\delta(t), -\infty < t < +\infty.$

3) 零输入响应: $y_{z1}(t) = e^{-\frac{1}{2}t}$

代入 $\begin{cases} V_o(0_-) = 0 \\ V_o'(0_-) = 0 \end{cases} \Rightarrow y_{z1}(t) = 0.$

零状态响应: $y_{zs1}(t) = e^{-\frac{1}{2}t} \sin \frac{\sqrt{3}}{2}t$

由于 $\begin{cases} y_{z1}(0_+) = y_{zs1}(0_+) = 0 \\ y_{z1}'(0_+) = y_{zs1}'(0_+) = 5 \end{cases} \Rightarrow y_{zs1}(t) = \frac{10}{\sqrt{3}} e^{-\frac{t}{2}} \sin \frac{\sqrt{3}}{2}t, t > 0$

\Rightarrow 完全响应 $y(t) = y_{z1}(t) + y_{zs1}(t), t > 0.$

4) $S(t) = \dots$

五. 已知:

$\Rightarrow F(\omega) = \dots$

1) $\omega_s = \text{Nyquist} = 2\omega_m = 400 \text{ rad/s}.$

2) $S(t) = \dots - nT) - h(\dots T), T = \dots = \frac{\pi}{200} \text{ s}$



$S(j\omega) = \dots S_n(\frac{n\omega_s}{2}) \delta(\omega - n\omega_s)$

$\dots(t)$

$F_s(\omega) = \frac{Et}{T_s} \dots \frac{n\omega_s}{2} \delta(\omega - n\omega_s)$

$$F_s(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(\omega - n\omega_s) \quad , \quad \omega_m < \omega < \omega_s - \omega_m$$

3) 理想保持采样后.

$$F_{s0}(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(\omega - n\omega_s)$$

$$\text{则恢复滤波器为 } H_{or}(\omega) = \begin{cases} 1 & (|\omega| < \frac{\omega_s}{2}) \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

六. 1) 证明: $f(t) = \cos \omega t + \sin \omega t$.

则 $f(t)$ 在单位电阻上 ~~产生~~ 单位电阻上产生的能量为:

$$W_1 = \frac{1}{T} \int_T f^2(t) dt = \frac{\omega}{2\pi} \int_T \cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t + 2 \sin \omega t \cdot \cos \omega t dt$$

$$= 1$$

当单独加到单位电阻上时, 由 $f_1(t)$ 产生的能量 $W_1 = \int_T \cos^2 \omega t dt$

由 $f_2(t)$ 产生的能量 $W_2 = \int_T \sin^2 \omega t dt$

$$W_3 = \int_T 2 \sin \omega t \cos \omega t dt = \int_T \sin 2\omega t dt = 0$$

由于 $W_1 = W_2$ 证明.

2) 由于 $f_1(t) = \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$

所以以上 ~~结论~~ 不成立.