



中国科学院 - 中国科学技术大学

2004 年招收攻读硕士学位研究生入学考试试题

试题名称:

信号与系统

说明: 1. 本试卷共五大题, 总共 150 分。

2. 请看清每题的要求, 特别注意黑体字, 若要求画图的, 必须概画出图形, 并作必要的标注。

一、试求下列两小题: (共 25 分)

1. 已知单位阶跃响应为 $s(t) = tu(t) - 2(t-T)u(t-T) + (t-2T)u(t-2T)$ 的连续时间 LTI 系统, 试求并概画出输入为 $x(t) = (\pi/T)\sin(2\pi t/T)u(t)$ 的输出 $y(t)$ 。(15 分)
2. 用递推算法求如下差分方程表示的离散时间因果 LTI 系统的单位冲激响应 $h[n]$, 至少计算前 4 个序列值。(10 分)

$$y[n] + \frac{1}{2}y[n-1] - \frac{1}{2}y[n-1] = \sum_{k=0}^{\infty} x[n-k]$$

二、试求下列各小题: (每小题 15 分, 共 45 分)

1. 已知单位冲激响应为 $h(t) = \frac{\sin[\omega_0(t-1)]\sin[2\omega_0(t-1)]}{\pi^2(t-1)^2}$ 的连续时间 LTI 系统, 试求它的频率响应 $H(\omega)$, 并概画出幅频响应 $|H(\omega)|$ 和相频响应 $\varphi(\omega)$ 。
2. 已知单位阶跃响应的拉氏变换为 $S(s) = \frac{2}{(s^2 + 2s + 10)(e^{4s} - 1)}$, $\text{Re}\{s\} > 0$ 的连续时间 LTI 系统, 试求其单位冲激响应 $h(t)$ 。
3. 一个长度为 M 点的数字信号 $x[n]$ 分别通过两个均为 L 点的 FIR 数字滤波器 (它们的单位冲激响应分别为 $h_1[n]$ 和 $h_2[n]$) 的输出分别是 $y_1[n]$ 和 $y_2[n]$, 现有一个 N 点 FFT 程序 ($N \geq M + L - 1$)。试画出仅用这个 N 点 FFT 程序, 高效快速地同时分别计算出 $y_1[n]$ 和 $y_2[n]$ 的算法框图, 并加以必要的说明。(提示: 数字信号 $x[n]$, 以及 $h_1[n]$ 和 $h_2[n]$ 都属于实序列)

三、已知单位冲激响应为 $h(t) = \frac{1}{2T} \left\{ \text{Sa}\left(\frac{\pi t}{T}\right) + 2\text{Sa}\left(\frac{\pi t}{T} - \frac{\pi}{2}\right) + \text{Sa}\left(\frac{\pi t}{T} - \pi\right) \right\}$ 的连续时间

LTI 系统, 其中的函数 $\text{Sa}(x) = \frac{\sin x}{x}$, 试求: (共 25 分)

1. 该系统的频率响应 $H(\omega)$, 并概画出它的幅频响应 $|H(\omega)|$ 和相频响应 $\varphi(\omega)$, 它是什么类型 (低通、高通、带通、全通、线性相位等) 滤波器? (15 分)
2. 当系统的输入为 $x(t) = \frac{\sin(\pi t/2T)}{\pi t} \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) + \sum_{k=0}^{\infty} 2^{-k} \cos\left[k\left(\frac{\pi}{2T}t + \frac{\pi}{4}\right)\right]$ 时, 试求系统的输出 $y(t)$ 。(10 分)

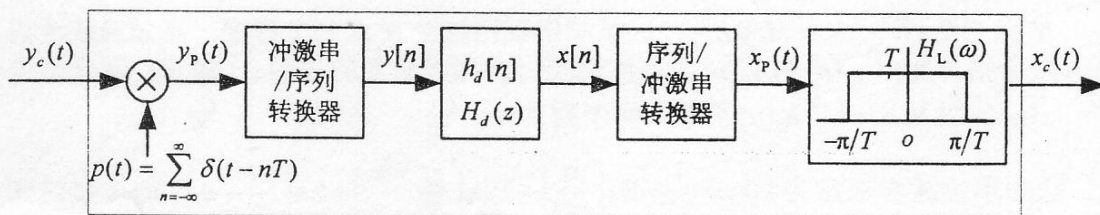
四、某数字滤波器在 Z 平面上只有一个 $2N$ 阶极点 $z=0$ 和一个 $2N$ 阶零点 $z=-1$ ，并已知该滤波器对常数序列输入具有单位增益。试求：(共 35 分)

1. 数字滤波器的系统函数 $H(z)$ (应确定常数 H_0) 及其收敛域；(5 分)
2. 数字滤波器的频率响应 $\tilde{H}(\Omega)$ (或 $H(e^{j\Omega})$)，并仍以 $N=2$ 为例，概画出幅频响应 $|\tilde{H}(\Omega)|$ 和相频响应 $\tilde{\varphi}(\Omega)$ ，它是什么类型(低通、高通、带通、全通、线性相位等)滤波器？(7 分)
3. 数字滤波器的单位冲激响应 $h[n]$ ，它是 FIR 还是 IIR 滤波器？并以 $N=2$ 为例，概画出 $h[n]$ 的序列图形。(6 分)
4. 仍以 $N=2$ 为例，试分别画出基于系统函数 $H(z)$ 和单位冲激响应 $h[n]$ 的、该滤波器的两种实现结构(或信号流图)；(10 分)
5. 为了设计频率响应 $\tilde{H}_1(\Omega) = \tilde{H}(\Omega - \pi)$ 的新的数字滤波器，它又是什么类型(低通、高通、带通、全通、线性相位、FIR 和 IIR 等)滤波器？并仍以 $N=2$ 为例，画出新滤波器的两种相应的结构(或信号流图)。(7 分)

五、长途电信网中由于传输线两端负载不匹配，会产生反射现象，若发射信号为 $x_c(t)$ ，经两端多次反射到接收端的信号 $y_c(t)$ 可以表示如下，其中， α 为信号来回反射一次的衰减， T_0 为来回一次的传输延时。(本题共 20 分)

$$y_c(t) = \sum_{l=0}^{\infty} \alpha^l x_c(t - lT_0)$$

1. 试问从 $x_c(t)$ 到 $y_c(t)$ 的系统是否是 LTI 系统，并写出它的 $h(t)$ ，什么条件下系统稳定？然后，求出它的逆系统的单位冲激响应 $h_i(t)$ ，此逆系统因果、稳定吗？并画出用连续时间相加器、数乘器和纯延时器构成 $h_i(t)$ 的方框图。(8 分)
2. 如果 $x_c(t)$ 是带限于 ω_M 的带限信号，即其频谱 $X(\omega) = 0, |\omega| > \omega_M$ ，可以用离散时间(数字)信号处理的方法，从 $y_c(t)$ 中恢复出 $x_c(t)$ ，处理的方框图如下：



又已知反射延时 T_0 满足 $\pi/\omega_M < T_0 < \pi/2\omega_M$ ，若取抽样间隔 $T = T_0/2$ ，会产生混叠吗？并试求在 $T = T_0/2$ 时，上图中数字滤波器的单位冲激响应 $h_d[n]$ ，写出其差分方程表示，画出它用三种离散时间基本单元构成的系统方框图(或信号流图)。(12 分)