中国科学院研究生院

2007年招收攻读硕士学位研究生入学统一考试试题

科目名称：信号与系统

考生须知：

1．本试卷满分为150分，全部考试时间总计180分钟。

2．所有答案必须写在答题纸上，写在试题纸上或草稿纸上一律无效。

1.　(15分)已知下图1中的两个信号：

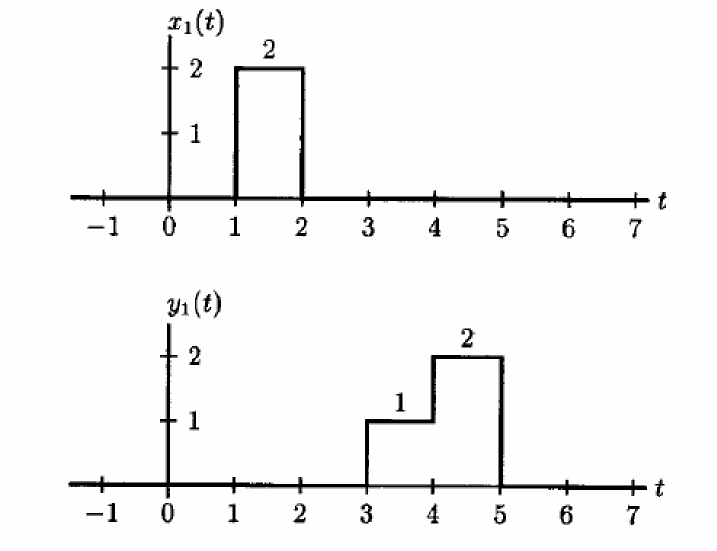


图1

如果满足卷积计算$v_1(t) = x_1(t) * y_1(t)$，求：

（i）给出$v_1(t)$不为零的时间范围(5分)

(ii) 给出$v_1(t)$取最大值的时刻(5分)

（iii）给出$v_1(t)$的最大值 (5分)

2.　(10 分)考虑下图 2 的级联系统：

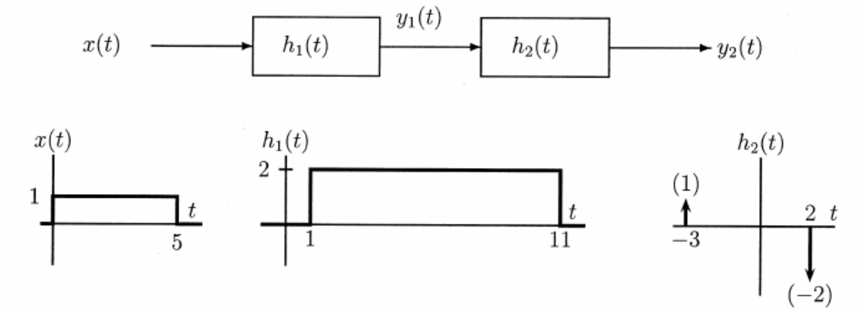


图 2

求：

（i）画出整个系统的冲激响应 $h_3(t)$ (5 分)

(ii) 画出整个系统的输出 $y_2(t)$ (5 分)

3.　(10 分)考虑下图 3 的级联系统：

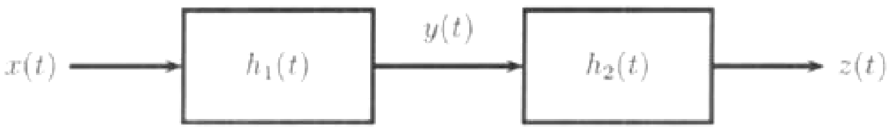


图 3

已知条件：

（i）$h_1(t)=10^3te^{-10t}u(t)$

(ii) $\frac{d^3z(t)}{dt^3}+21\frac{d^2z(t)}{dt^2}+120\frac{dz(t)}{dt}+100z(t)=500\frac{dx(t)}{dt}$

求：

（i） $y(t)$ 和 $z(t)$ 的微分方程关系(5 分)

(ii) 分析该级联系统的特性，确定其滤波器类型(5 分)。

4. **(25 分)某一离散系统如下：**

$$y[n]=\begin{cases}(an+1)x[n-1] & n\text{为偶数}\\ (x[n+1])^{b} & n\text{为奇数}\end{cases}$$

其中，a,b 为实常数。

求：

（1）如果该系统是线性的，确定 a,b 的取值，（5 分）

（2）如果该系统是时不变的，确定 a,b 的取值，（5 分）

（3）如果该系统是因果的，确定 a,b 的取值，（5 分）

（4）如果该系统是无记忆的，确定 a,b 的取值，（5 分）

（5）如果该系统是稳定的，确定 a,b 的取值。（5 分）

5. **(20 分)某系统如下图 4 所示：**

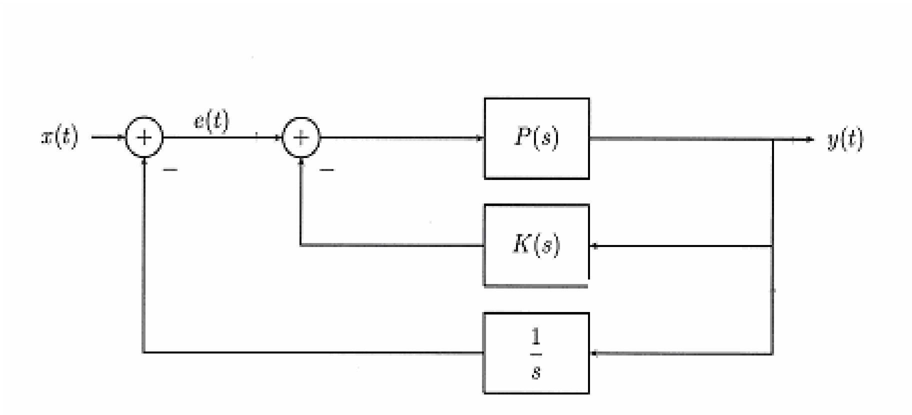


图 4

其中 $P(s)=\dfrac{1}{s(s-3)}$

求：

（1）证明 $P(s)$ 是不稳定的，（5 分）

（2）假设 $K(s)=\alpha+\beta\cdot s$ ，该系统的传递函数具有下面形式：

$$H(s)=\frac{d\cdot s}{s^{3}+as^{2}+bs+c}$$

确定 a,b,c,d 的取值，（5 分）

（3）如果该系统是稳定的，画出α, β的取值范围，（5 分）

（4）如果该系统是稳定的，试判断下列输入时，该系统是否存在零稳态响应。（5 分）

(i) $x(t) = u(t)$

(ii) $x(t) = tu(t)$

6. (20 分)某调制系统如下图 5 所示：

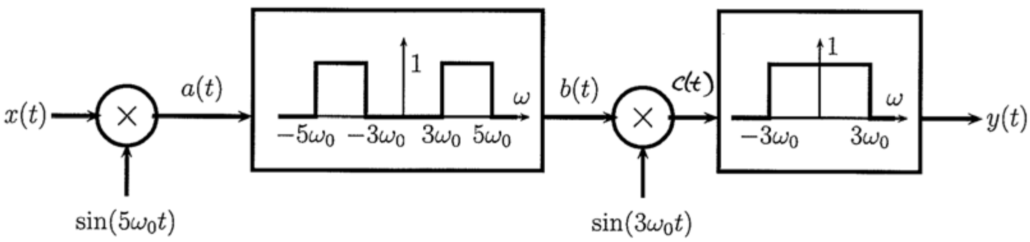
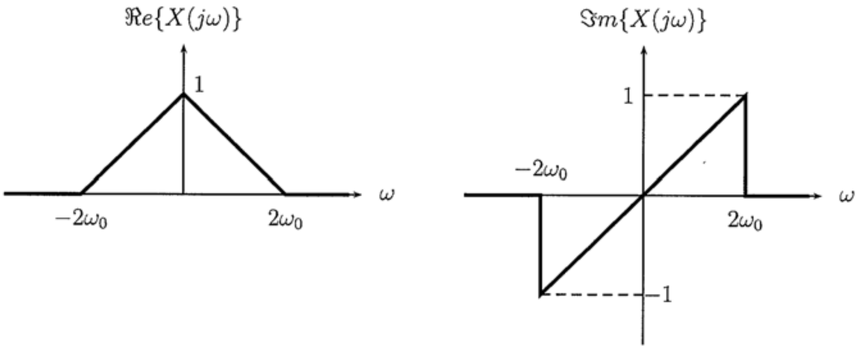


图 5

其中，输入信号$x(t)$的频谱的实部与虚部如下：



求：

（1）画出该系统中信号$a(t)$的频谱的实部与虚部，（5 分）

（2）画出该系统中信号$b(t)$的频谱的实部与虚部，（5 分）

（3）画出该系统中输出信号$y(t)$的频谱的实部与虚部。（10 分）

7. (20 分)某一离散线性时不变及其单位冲激响应如下：

$$h[n] = A\alpha^n u[n] + B\beta^n u[n+4] + C\gamma^n u[-n-1]$$

其中 A, B, C 为有限值。

求：

（1）确定参数 α, β, γ 的取值范围（5 分）

（2）当该系统的阶跃响应满足 $s[-10] = 0$，参数 C 如何（5 分）

（3）假设 $h[n] = (\frac{1}{2})^n u[-n-1]$，输入信号 $x[n] = (\frac{1}{4})^n u[n]$，求输出信号 $y[n]$（5 分）

（4）假设 $h[n] = 2^n u[n]$，输入信号如下图 6 所示，求输出信号 $y[4]$（5 分）

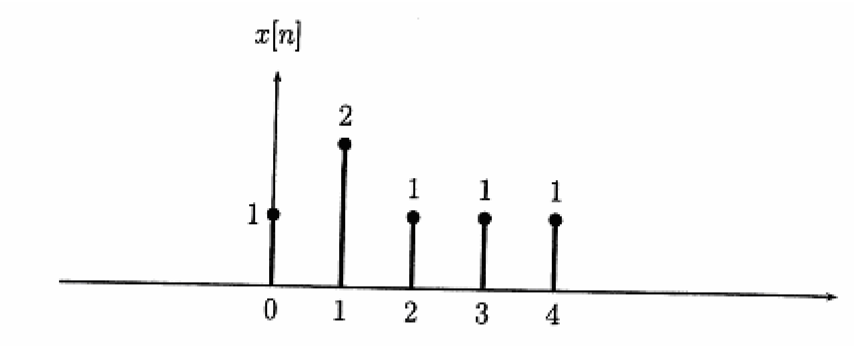


图 6

8. (15 分)

（1） 已知离散序列

$$r[n] = \begin{cases} 1 & 0 \le n \le M, M\text{为大于1的整数} \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

求它的傅里叶变换 $R(e^{j\omega})$（5 分）

（2） 已知离散序列

$$w[n] = \begin{cases} \frac{1}{2}(1-\cos(\frac{2\pi n}{M})) & 0 \le n \le M \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

根据(1)的结果，求它的傅里叶变换 $W(e^{j\omega})$（5 分）

（3） 是否存在整数 M 使 $W(e^{j\omega})$ 为实数？（5 分）

9. **(15 分)**已知离散序列 $x[n]$ 的离散傅里叶变换如下图 7 所示：

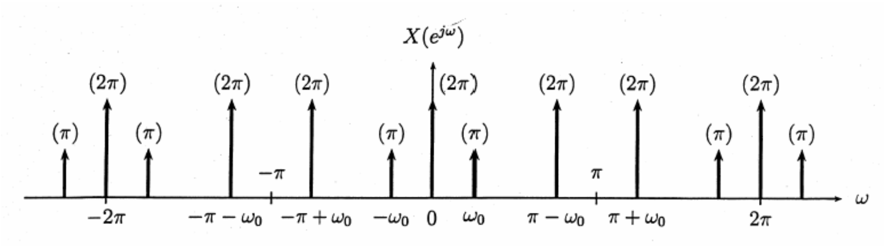


图 7

求：

（1）写出 $X(e^{j\omega})$ 的表达式（5 分）

（2）写出 $x[n]$ 的结果（5 分）

（3）假设 $\omega_0=\dfrac{\pi}{10}$，当 $x[n]=\sum_{k=0}^{N-1}a_k e^{j\frac{2\pi}{N}kn}$ 时，求 a_k 和 N（5 分）

$$H(s)=\frac{-10(s-1)}{(s+10)(s+1)}=\frac{-\frac{110}{9}}{s+10}+\frac{\frac{20}{9}}{s+1}$$

$$h(t)=\left(-\frac{110}{9}\cdot e^{-10t}+\frac{20}{9}e^{-t}\right)\cdot u(t)$$ 因果，稳定。

$$h(0^+)=\frac{20}{9}-\frac{110}{9}=-10.$$

逆系统 $H_1(s)=\dfrac{1}{H(s)}=\dfrac{(s+1)(s+10)}{-10(s-1)}$ ， $Re\{s\}>1$.

(4) $\begin{cases} a=c=2 \\ b=4 \\ k=1 \end{cases}$ ， $y(n)=2[\delta(n-1)-\delta(n-3)]+4[\delta(n-4)+\delta(n-5)]$

(5) $$H(s)=\frac{ks}{s^2+(k-2)s+1}$$

为使系统稳定，应使 $k-2>0 \Rightarrow k>2$

当 $k=4$ 时，系统在 $s=-1$ 处有二重极点。

$$H(s)=\frac{4s}{s^2+2s+1}=\frac{4s}{(s+1)^2}$$

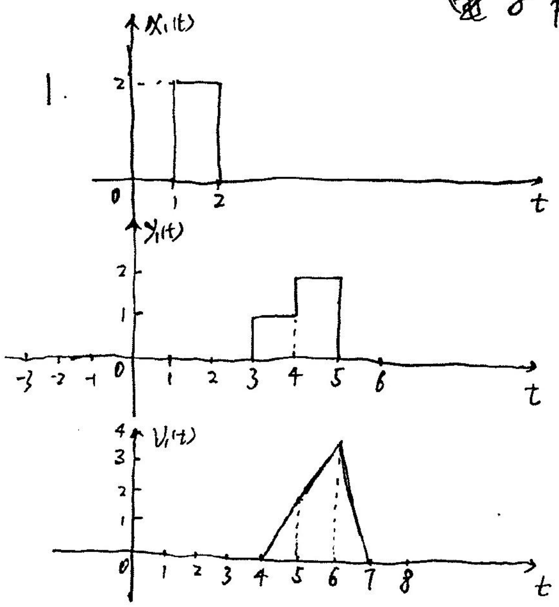
$$h(t)=4(1-t)e^{-t}\cdot u(t)$$

当 $k=2$ 时， $H(s)=\dfrac{2s}{s^2+1}$

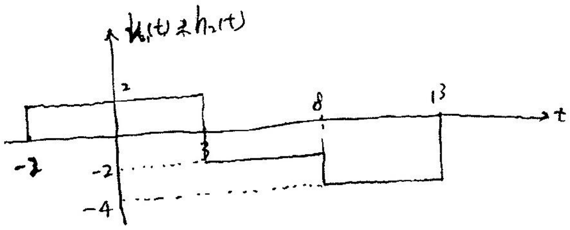
$$h(t)=2\cos t\cdot u(t) \Rightarrow A=2$$

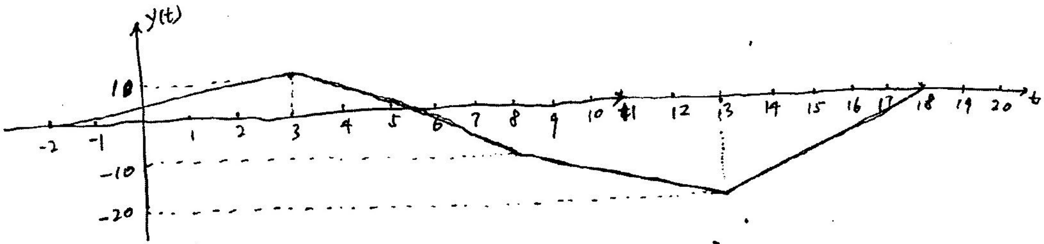
电子所 2007 答案。

1.



2.





3. $h_1(t)=10^3 t e^{-10t}u(t) \Rightarrow H_1(s)=\dfrac{10^3}{(s+10)^2}=\dfrac{10^3}{s^2+20s+100}$

$$y''(t)+20y'(t)+100y(t)=10^3 x(t)$$

$$H(s)=\frac{Z(s)}{X(s)}=\frac{500s}{s^3+21s^2+120s+100}$$

$$H_2(s)=\frac{H(s)}{H_1(s)}=\frac{500s}{s^3+21s^2+120s+100}\times\frac{s^2+20s+100}{10^3}=\frac{\frac{1}{2}s}{s+1}$$

$$z'(t)+z(t)=\frac{1}{2}y'(t)$$

$$H(s)=\frac{\frac{1}{2}s}{s+1}\cdot\frac{10^3}{(s+10)^2}=\frac{\frac{1}{2}\times 10^3\cdot s}{(s+1)(s+10)^2}$$ 带通滤波.

4. $y(n)=\begin{cases}(an+1)x[n-1], & n\text{ 为偶}\\ (x[n+1])^b, & n\text{ 为奇}\end{cases}$，其中 a,b 为常数.

1) 若系统线性，则 a 任意；$b=1$ 或 $b=0$

2) 若系统是因果的，则 $a=-\frac{1}{n}$，b 任意.

3) 若系统时不变，则 $a=0$，b 任意.

4) 若系统无记忆，则 $a=0$，$b=0$.

5) 若系统稳定，则 $a=0$，b 任意.

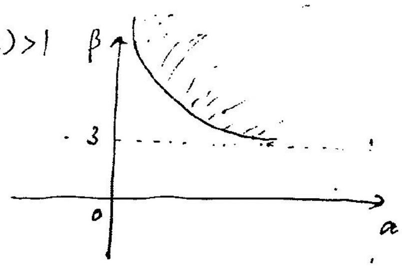
5. $P(s)=\dfrac{1}{s(s-3)}$，由于系统在 $p=3$ 处有一极点 $\Rightarrow$ 系统不稳定.

$$H(s)=\frac{s}{s^3+(\beta-3)s^2+\alpha s+1}=\frac{d\cdot s}{s^3+as^2+bs+c}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}a=\beta-3\\ b=\alpha\\ c=1\\ d=1\end{cases}$$

由于系统稳定 $\Rightarrow \begin{cases} \beta-3>0 \\ \alpha(\beta-3)>1 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} \beta>3 \\ \alpha>\dfrac{1}{\beta-3} \end{cases}$



$$H(s)=\frac{s}{s^3+(\beta-3)s^2+\alpha s+1}$$

① 当输入 $f(t)=u(t)$ 时. $F(s)=\frac{1}{s}$.

$$Y(s)=\frac{1}{s}\cdot H(s)=\frac{1}{s^3+(\beta-3)s^2+\alpha s+1}=\frac{K}{(s+a)(s+\beta)(s+\gamma)}$$

$y(t)$ 只有瞬态响应，无稳态响应.

② 当输入 $f(t)=tu(t)$ 时. $F(s)=\frac{1}{s^2}$

$$Y(s)=\frac{1}{s^2}\cdot H(s)=\frac{K}{s[(s+a)(s+\beta)(s+\gamma)]}$$

$y(t)$ 存在稳态响应 $Ku(t)$，也存在瞬态响应.

6. 略.

7. 某一离散线性时不变系统其单位响应如下：

$$h[n]=A\alpha^n u[n]+B\beta^n u[n+4]+C\gamma^n u[-n-1].$$

其中 A, B, C 为有限值.

1) $|\alpha|<1,\ |\beta|<1,\ |\gamma|>1$

2) 由于阶跃响应满足 $s[-1]=0$.

$C=0$

3) $h[n]=(\frac{1}{2})^n u[-n-1]$. 输入 $x[n]=(\frac{1}{4})^n u[n]$.

$$y(n)=(\tfrac{1}{4})^n u(n)+(\tfrac{1}{2})^{n-1}u[-n-1]$$

4) $h[n]=2^n u[n]$

$$x[n]=\delta[n]+2\delta[n-1]+\delta(n-2)+\delta(n-3)+\delta(n-4)$$

$$y(n)=2^n u(n)+2\cdot 2^{n-1}u(n-1)+2^{n-2}u(n-2)+2^{n-3}u(n-3)+2^{n-4}u(n-4)$$

$$y(4)=2^4+2^4+2^2+2+1$$
$$=39$$

8. 已知离散序列：$r[n]=\begin{cases}1, & 0\le n\le M, \quad M为大于1的整数\\ 0. & 其他\end{cases}$

$$R(z)=1+z^{-1}+z^{-2}+\cdots+z^{-M}=\frac{1-z^{-(M+1)}}{1-z^{-1}},\quad |z|>1$$

$$R(e^{jw})=R(z)\big|_{z=e^{jw}}=\frac{1-e^{-j(M+1)w}}{1-e^{-jw}}=\frac{e^{-j\frac{M+1}{2}w}\left(e^{j\frac{M+1}{2}w}-e^{-j\frac{M+1}{2}w}\right)}{e^{-j\frac{w}{2}}\left(e^{j\frac{w}{2}}-e^{-j\frac{w}{2}}\right)}=e^{-j\frac{M}{2}w}\cdot\frac{\sin\frac{M+1}{2}w}{\sin\frac{w}{2}}$$

$$w[n]=\begin{cases}\frac{1}{2}\left(1-\cos\left(\frac{2\pi n}{M}\right)\right), & 0\le n\le M\\ 0. & 其他\end{cases}$$

$$W(e^{jw})=\frac{1}{2}R(e^{jw})-\frac{1}{4}\left\{R\left[e^{j(w+\frac{2\pi}{M})}\right]+R\left[e^{j(w-\frac{2\pi}{M})}\right]\right\}$$

不存在M使$W(e^{jw})$为实数。

9. 由于 $x[n]=\sum_{k=\langle N\rangle}X(k)e^{jkw_0n}\longrightarrow 2\pi\sum_{k=-\infty}^{\infty}X[k]\cdot\delta(w-\frac{2\pi}{N}k)$

[redacted]