中国科学院研究生院

2009年招收攻读硕士学位研究生入学统一考试试题

科目名称：信号与系统

考生须知：

1. 本试卷满分为150分，全部考试时间总计180分钟。
2. 所有答案必须写在答题纸上，写在试题纸上或草稿纸上一律无效。

一、　简答题（30分，每小题各6分）

（1）　简要回答抽样定理的内容及奈奎斯特间隔和奈奎斯特频率；

（2）　简要回答什么是"测不准原理"；

（3）　简要回答什么是佩利－维纳准则及其与系统的物理可实现性的关系；

（4）　简要回答什么是系统的冲激响应并写出卷积运算表达式；

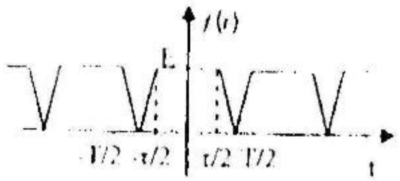
（5）　简要回答什么是最小相移网络以及非最小相移网络转化为最小相移网络的方法。

二、　（20分）（1）设单个梯形脉冲信号为：

$$f_0(t)=\begin{cases}\dfrac{2E}{T-\tau}\left(t+\dfrac{T}{2}\right); & -\dfrac{T}{2}<t<-\dfrac{\tau}{2}\\ E; & -\dfrac{\tau}{2}<t<\dfrac{\tau}{2}\\ \dfrac{2E}{T-\tau}\left(\dfrac{T}{2}-t\right); & \dfrac{\tau}{2}<t<\dfrac{T}{2}\\ 0; & \text{其它}\end{cases}$$

试求其傅里叶变换；

（2）给定如下图所示的周期梯形信号，试求其傅里叶级数和傅里叶变换，并示意画出其频谱图。



三、（20分）已知离散系统的差分方程为：

$$y(n)-\frac{3}{4}y(n-1)+\frac{1}{8}y(n-2)=x(n)+\frac{1}{3}x(n-1)$$

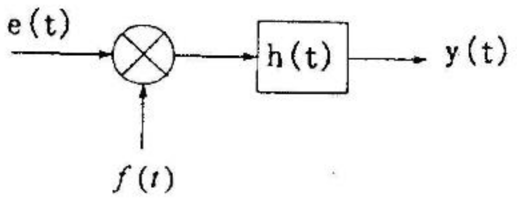
（1） 求系统函数和单位样值响应；

（2） 画出系统函数的零、极点分布图；

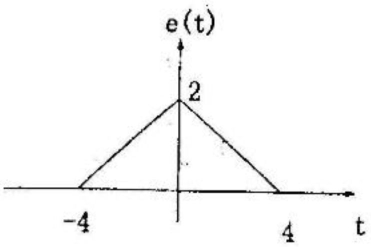
（3） 粗略画出幅频响应特征曲线；

（4） 画出系统的结构框架。

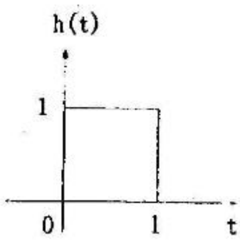
四、（20分）已知系统框图如图（a），输入信号$e(t)$的时域波形如图（b），子系统 $h(t)$ 的冲激响应波形如图(c)所示，信号 $f(t)$ 的频谱为 $F(j\omega)=\sum_{-\infty}^{+\infty}e^{jn\pi\omega}$。



图(a)



图(b)



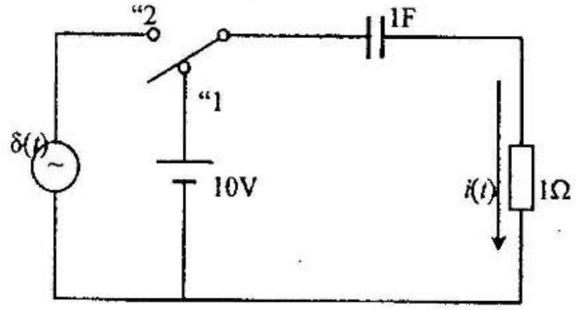
图(c)

（1） 分别画出的 $f(t)$ 频谱图和时域波形；

（2） 求输出响应 $y(t)$ 并画出时域波形；

（3） 子系统$h(t)$是否是物理可实现的？为什么？请叙述理由。

五、（25 分）电路如下图所示，t=0 以前开关位于“1”，电路已进入稳态。t=0 时刻开关转至“2”。在复频域用两种不同的方法求电流 $i(t)$的完全响应。



六、（15 分）已知离散时间因果LTI系统的状态矩阵 $A=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\0 & 0 & 1\\1 & -2 & 5/2\end{bmatrix}$，求系统的状态转移矩阵$A^n$。

七、（20 分）若信号$s(t)=\left[A+\sin(200\pi t)\right]\sin(2000\pi t)$。

（1）画出 $s(t)$的波形；

（2）试求 $s(t)$的直流分量；

（3）计算 $s(t)$的平均功率；

（4）画出 $s(t)$的功率谱密度；

（5）若此信号通过一个截止频率为f_T=1050Hz的理想低通滤波器，求输出信号及其功率。

6. 已知 $x(n) = \delta[n] + A\delta[n-1] - \frac{1}{8}\delta[n-2]$

$y[n] = B\delta[n+1] + 16\delta[n] + C\delta[n-1]$.

$X(z) = 1 + Az^{-1} - \frac{1}{8}z^{-2}$

$Y(z) = Bz + 16 + Cz^{-1}$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1+Az^{-1}-\frac{1}{8}z^{-2}}{Bz+16+Cz^{-1}} = \frac{z^{-1}+Az^{-2}-\frac{1}{8}z^{-3}}{B+16z^{-1}+Cz^{-2}}.$$

$B\,y[n] + 16y[n-1] + Cy[n-2] = x[n-1] + Ax[n-2] - \frac{1}{8}x(n-3]$

859 . 2009年答案

一. 简题(略)

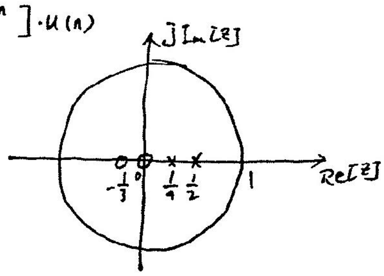
二. 见"电子所2009年答案"第三大题.

三. 已知: $y[n] - \frac{3}{4}y[n-1] + \frac{1}{8}y[n-2] = x[n] + \frac{1}{3}x(n-1)$

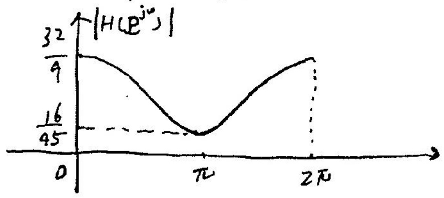
$$H(z) = \frac{1+\frac{1}{3}z^{-1}}{1-\frac{3}{4}z^{-1}+\frac{1}{8}z^{-2}} = \frac{1+\frac{1}{3}z^{-1}}{(1-\frac{1}{2}z^{-1})(1-\frac{1}{4}z^{-1})} \quad . \quad |z|>\frac{1}{2}$$

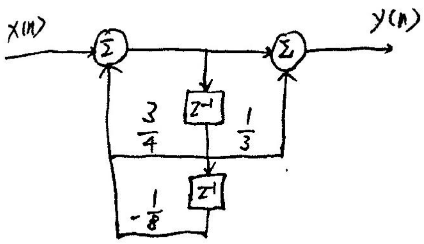
$$h(n) = \left[\frac{10}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^n - \frac{7}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^n\right]\cdot u(n)$$

$$H(z) = \frac{z(z+\frac{1}{3})}{(z-\frac{1}{2})(z-\frac{1}{4})}$$

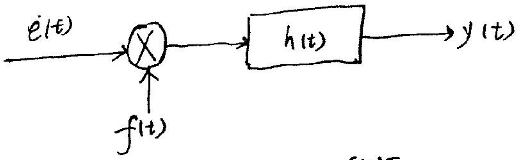


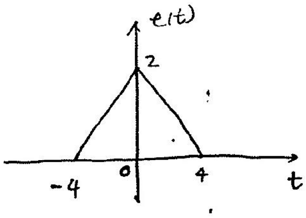
$$H(e^{j\omega}) = \frac{1+\frac{1}{3}e^{-j\omega}}{1-\frac{3}{4}e^{-j\omega}+\frac{1}{8}e^{-j2\omega}}$$

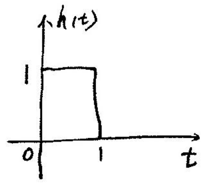




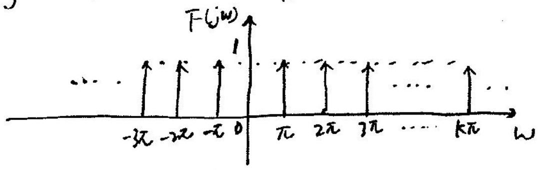
四.



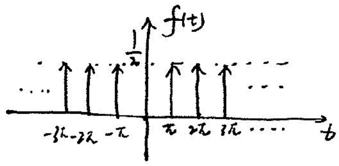




f(t)的频谱为 $F(j\omega)=\sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{jk\pi}$.



$\Rightarrow f(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\frac{1}{2}\delta(t-k\pi)$



由于 $e(t)\cdot f(t)=\delta(t)+(1-\frac{\pi}{4})\{\delta(t+\pi)+\delta(t-\pi)\}=g(t)$

$y(t)=g(t)*h(t)$

$=h(t)+(1-\frac{\pi}{4})\{h(t+\pi)+h(t-\pi)\}$.

物理可实现系统应满足：

1) 时域：因果，即 $h(t)=0$ 当 $t<0$ 时.

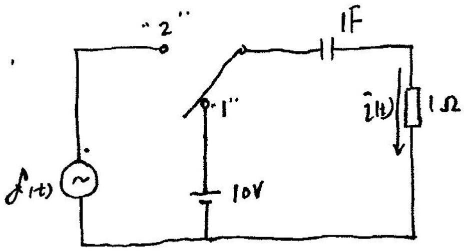
2) 频域：满足佩利-维纳准则.

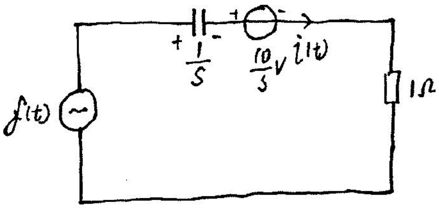
$H(j\omega)=Sa(\frac{\omega}{2})\cdot e^{-j\frac{\omega}{2}}$

由于 $\int_{-\infty}^{+\infty}|H(j\omega)|^2 d\omega<+\infty$.

$\Rightarrow$ h(t) 物理可实现.

五.





$V_C(0_-)=10V$.

$i(0_-)=0A$

$[1+\frac{1}{s}]I(s)+\frac{10}{s}=V(s)$

$I(s)=\frac{V(s)}{1+\frac{1}{s}}-\frac{\frac{10}{s}}{1+\frac{1}{s}}=\frac{1-\frac{10}{s}}{1+\frac{1}{s}}=\frac{s-10}{s+1}$

$i(t)=\delta(t)-11e^{-t}u(t)$.

六. 已知离散时间系统的状态转移矩阵 $A=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 1 & -2 & \frac{5}{2}\end{bmatrix}$. 求 A^n.

七. 若 $s(t)=[A+\sin(200\pi t)]\cdot\sin(2000\pi t)$.

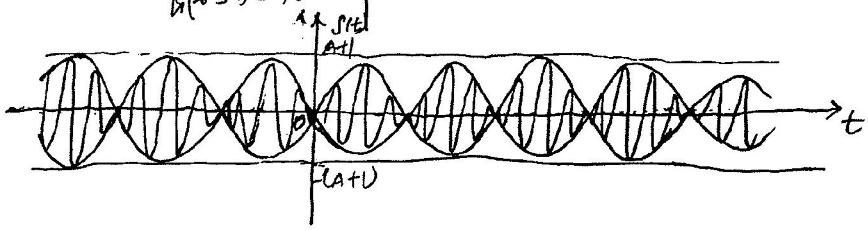
1) 画出 $s(t)$ 的波形.

2) 求 $s(t)$ 的直流分量.

3) 计算 $s(t)$ 的平均功率.

4) 画出 $s(t)$ 的功率谱密度.

5) 若此信号通过一截止频率为 $f_T=1050Hz$ 的理想低通滤波器 求输出信号的功率。



$s(t)=A\sin 2000\pi t+\sin(200\pi t)\cdot\sin(2000\pi t)$

直流分量 $a_0=0$.

$s^2(t)=\left[A^2+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos 400\pi t+2A\sin 200\pi t\right]\left[\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos 4000\pi t\right]$

$=\frac{A^2}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\cos 400\pi t+A\sin 200\pi t-\frac{A^2}{2}\cos 4000\pi t-\frac{1}{4}\cos 4000\pi t+\frac{1}{4}\cos 4000\pi t\cdot\cos 400\pi t$

-....

$s(t)=A\left[1+\frac{1}{A}\sin(200\pi t)\right]\cdot\sin(2000\pi t)$

载波功率 $P_c=\frac{1}{2}A^2$

边频功率 $2P_n=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{A}\right)^2P_c=\frac{1}{2A^2}\cdot\frac{1}{2}A^2=\frac{1}{4}$

总功率 $P=\frac{1}{2}A^2+\frac{1}{4}$

$$s(t) = A\sin(2000\pi t) + \frac{1}{2}\cos(1800\pi t) - \frac{1}{2}\cos(2200\pi t)$$

$$R_s(\tau) = \frac{A^2}{2}\cos(2000\pi\tau) + \frac{1}{8}\cos(1800\pi\tau) + \frac{1}{8}\cos(2200\pi\tau).$$

由于功率谱密度与自相关函数互为傅氏变换关系：即有：

$$\mathcal{P}(\omega) = \frac{A^2}{2}\pi\left[\delta(\omega+2000\pi)+\delta(\omega-2000\pi)\right] + \frac{1}{8}\pi\left[\delta(\omega+1800\pi)+\delta(\omega-1800\pi)\right] + \frac{1}{8}\pi\left[\delta(\omega+2200\pi)+\delta(\omega-2200\pi)\right]$$

若信号通过 $\omega_0 = 2\pi f_T = 2100\pi$ 的理想低通滤波器，则：

$$y(t) = A\sin(2000\pi t) + \frac{1}{2}\cos(1800\pi t).$$

自相关 $R_y(\tau) = \frac{A^2}{2}\cos(2000\pi\tau) + \frac{1}{8}\cos(1800\pi\tau)$

$$P_y = \frac{A^2}{2} + \frac{1}{8}.$$

859. 2010年真题答案

一. 简答：

(1) 无失真传输：$H(j\omega) = \begin{cases} K e^{-j\omega t_0} \end{cases}$. K, t_0为常数.

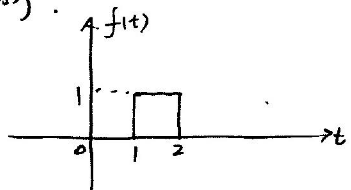
(2) 希尔伯特变换：若因果信号 $x(t)$ 的傅立叶变换为 $X(j\omega) = R(j\omega) + jX(j\omega)$. 则有：

$$\begin{cases} X(\omega) = \dfrac{-1}{\pi}\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{R(\lambda)}{\omega-\lambda}d\lambda \\ R(\omega) = \dfrac{1}{\pi}\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{X(\lambda)}{\omega-\lambda}d\lambda \end{cases}$$

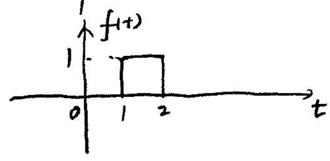
(3) $f(t) = E\cos\omega_0 t$ 的自相关函数及功率谱.

$$R_{ff}(\tau) = \frac{E^2}{2}\cos(\omega_0\tau).$$

$$\mathcal{P}(\omega) = \frac{E^2}{2}\pi\left\{\delta(\omega+\omega_0)+\delta(\omega-\omega_0)\right\}.$$



(4). 卷积运算：$f(t) = u(t-1) - u(t-2)$.



$f(t) * f(t) =$