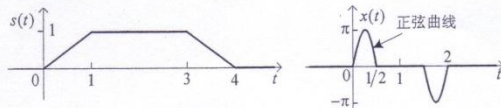


所有试题答案写在答题纸上，答案写在试卷上无效

提醒: 请看清每题的题意和要求, 特别注意黑体字。若结果是实函数, 必须写出实函数表达式; 按题意要求画出的函数图形, 必须有必要的坐标标注。

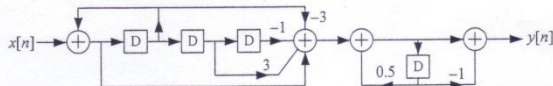
一、基本分析和计算题（每小题分值由各小题标出，共 90 分）

1. 某连续时间 LTI 系统的单位阶跃响应 $s(t)$ 和输入 $x(t)$ 见下图, 必须用时域卷积方法求系统的输出 $y(t)$, 并概画出它的波形。 (14分)

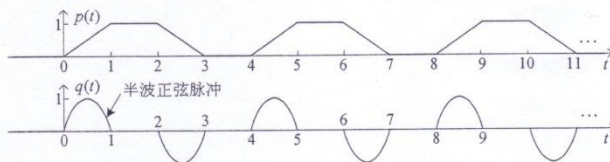


2. 已知某个 IIR 数字滤波器的结构如下图所示, 图中 D 为单位延时, 试求其单位阶跃响应 $s[n]$, 并计算在如下因果输入 $x[n]$ 时、滤波器输出 $y[n]$ 的前 5 个序列值。 (12 分)

$$x[n] = 0, \quad n < 0; \quad x[0] = 4; \quad x[1] = 2; \quad x[2] = 2; \quad x[3] = -6; \quad x[4] = -2; \quad x[5] = 4; \quad \dots$$



3. 有一个因果的连续时间 LTI 系统, 已知输入 $p(t)$ 时它的输出为 $q(t)$, $p(t)$ 和 $q(t)$ 的波形如下图所示。试求该系统的单位阶跃响应 $s(t)$, 并概画出它的波形。(14分)

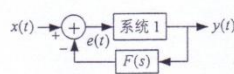


4. 已知如下方程和起始条件 $y(0_-)=1$, $y'(0_-)=-1$ 表示的连续时间因果系统, 试分别求出它对因果输入 $x(t)=e^{-t}u(t)$ 的零状态响应 $y_{zs}(t)$ 、零输入响应 $y_{zi}(t)$ 和稳态响应 $y_{wt}(t)$ 。(12分)

$$y''(t) + 3y'(t) + 2y(t) = x(t) + \int_0^{\infty} x(t - \tau) d\tau$$

5. 有两种不同的方法可以借助现成的 N 点 FFT 程序、直接计算离散傅里叶变换的逆变换 (IDFT), 试分别证明这两种方法, 并相应地画出这两种用 N 点 FFT 程序、由 N 点 DFT 系数 $X[k]$ 直接计算出 N 点序列 $x[n]$, 即 $x[n] = \text{IDFT}\{X[k]\}$ 的计算流程图。 (12分)

6. 如右图所示因果连续时间线性反馈系统, 已知系统 1 是用微分方程 $y'(t) - y(t) = e(t)$ 表示的 LTI 系统, 反馈通路的系统函数为 $F(s) = K/(s+2)$, 可调增益 K 为任意实数。试求: (共 12 分)



- (1) 系统 1 的系统函数 $H_1(s)$, 概画出其零、极点和收敛域, 系统 1 稳定吗? (5分)
- (2) 为保证整个反馈系统稳定, 试求 $F(s)$ 中可调增益 K 的取值范围。 (7分)

7. 有一个 FIR 数字滤波器, 其单位冲激响应 $h[n]$ 见下表。试求:

(共 14 分)

n	0	1	2	3	4	5	6	$n > 6$
$h[n]$	0.05	0.30	0.75	1.0	0.75	0.30	0.05	0.00

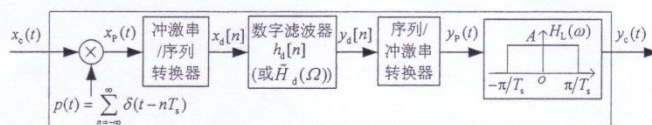
- (1) 它是什么类型(低通、高通、带通、全通和线性相位等)的滤波器? 并说明理由; (4 分)
- (2) 画出该滤波器的实现结构, 要求结构中只用三个数乘器; (5 分)
- (3) 如果该滤波器的频率响应为 $\tilde{H}(\Omega)$ (即 $H(e^{j\Omega})$), 试求频率响应为 $\tilde{H}(\Omega - \pi)$ (即 $H(e^{j(\Omega - \pi)})$) 的滤波器之单位冲激响应 $\tilde{h}[n]$, 它又是什么类型(FIR、IIR、低通、高通、带通、全通和线性相位等)的数字滤波器? (5 分)

二、综合分析与计算题 (每小题 30 分, 共 60 分)

1. 在有多径传输的情况下, 接收机收到的信号 $x_c(t)$ 可以模型为

$$x_c(t) = x(t) + \alpha x(t - T), \quad 0 < \alpha < 1$$

其中, $x(t)$ 是通过直达路径传输来的、带限于 ω_M 的信号, 且 $\omega_M < \pi/T_s$, $\alpha x(t - T)$ 代表经历另一条路径传输来的信号, T 表示相对于直达路径的延时。可以通过下图所示的连续时间信号的离散时间处理来消除多径传输的影响, 图中, $x_d[n] = x_c(nT_s)$, $y_p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} y_d[n] \delta(t - nT_s)$ 。

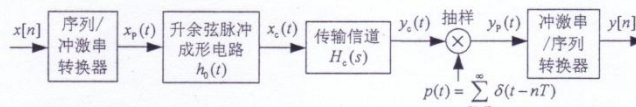


- (1) 如果路径延时 $T < \pi/\omega_M$, 为使 $y_c(t) = x(t - t_0)$, t_0 是一个延时。试选择抽样间隔 T_s , 确定图中的数字滤波器的 $h_d[n]$ 和系统函数 $H_d(z)$, 画出它的滤波器实现结构(方框图或信号流程图)及 $h_d[n]$ 的序列图形, 并确定理想低通滤波器 $H_L(\omega)$ 增益 A 。 (14 分)
- (2) 如果路径延时 $T > \pi/\omega_M$, 例如 $2\pi/\omega_M < T < 3\pi/\omega_M$, 重做 1) 小题。 (16 分)

2. 计算机通信中的数据传输系统可以等效成下图所示的数字信号的连续时间传输模型, 图中: $x[n]$

是数据信号, $x_p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \delta(t - nT)$, T 为数据位间隔, 且右端的抽样间隔也是 T 。现已知:

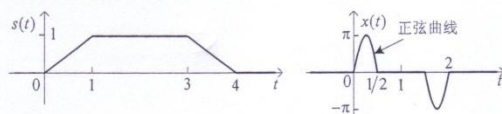
升余弦成形电路的单位冲激响应为 $h_0(t) = 0.5[1 - \cos(\pi t/T)][u(t) - u(t - 2T)]$; 传输信道的系统函数为 $H_c(s) = (\pi/T)/[s + (\pi/T)]$; 冲激串/序列转换器输出为 $y[n] = y_c(nT)$ 。试求:



- (1) 假设要传输的数据序列 $x[n]$ 是 $\{1.5, 0, 1, 1, 0, 0, 2, \dots\}$, 试概画出 $x_c(t)$ 的波形; (6 分)
- (2) 升余弦成形电路的频率响应 $H_0(\omega)$, 概画出它的幅频响应 $|H_0(\omega)|$ 和相频响应 $\phi_0(\omega)$ (10 分)
- (3) 图示系统是有失真传输系统(即 $y[n] \neq x[n - n_0]$), 试说出导致失真的主要原因, 它将产生哪些失真? 分析它们对传输数据误差的影响程度, 分别讨论补偿这些失真的方法, 陈述你的方法, 并给出所用补偿系统的特性(若是 LTI 系统, 给出其单位冲激响应或频率响应)。除了你陈述的方法外, 有否其它方法? 并简述之。 (14 分)

一、基本分析和计算题（每小题分值由各小题标出，共 90 分）

1. 某连续时间 LTI 系统的单位阶跃响应 $s(t)$ 和输入 $x(t)$ 见下图，必须用时域卷积方法求系统的输出 $y(t)$ ，并概画出它的波形。（14 分）



解：由图可知：

$$x(t) = x_0(t) - x_0(t-1.5)$$

其中， $x_0(t) = \pi \{ [\sin(2\pi t)u(t) + \sin 2\pi(t-0.5)u(t-0.5)] \} = \pi \sin(2\pi t)u(t) * [\delta(t) + \delta(t-0.5)]$ （1 分）

$$h(t) = s'(t) = u(t) - u(t-1) - u(t-3) + u(t-4) = u(t) * [\delta(t) - \delta(t-1) - \delta(t-3) + \delta(t-4)]$$
（2 分）

根据卷积的性质，该 LTI 系统的输出为

$$y(t) = x(t) * h(t) = [x_0(t) - x_0(t-1.5)] * u(t) * [\delta(t) - \delta(t-1) - \delta(t-3) + \delta(t-4)]$$

$$= [y_0(t) - y_0(t-1.5)] * [\delta(t) - \delta(t-1) - \delta(t-3) + \delta(t-4)]$$

其中， $y_0(t) = x_0(t) * u(t)$

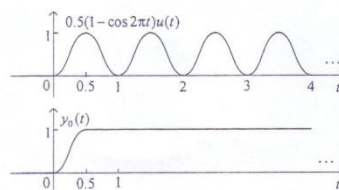
$$= \pi \sin(2\pi t)u(t) * u(t) * [\delta(t) + \delta(t-0.5)]$$

$$= \left[\int_{-\infty}^t \pi \sin(2\pi \tau)u(\tau) d\tau \right] * [\delta(t) + \delta(t-0.5)]$$

$$= \left[\int_0^t \pi \sin(2\pi \tau) d\tau \right] u(t) * [\delta(t) + \delta(t-0.5)]$$

$$= 0.5(1 - \cos 2\pi t)u(t) * [\delta(t) + \delta(t-0.5)]$$

$$= \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 0.5(1 - \cos 2\pi t), & 0 \leq t \leq 0.5 \\ 1, & t > 0.5 \end{cases}$$



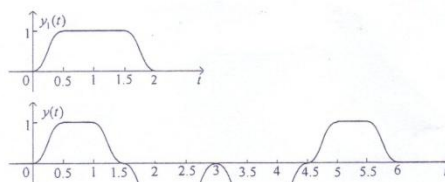
$y_0(t)$ 的波形如右图所示。（6 分，其中波形 2 分）

现令： $y_1(t) = [y_0(t) - y_0(t-1.5)]$ ，其波形见右图。最后得到

$$y(t) = y_1(t) * [\delta(t) - \delta(t-1) - \delta(t-3) + \delta(t-4)]$$

$$= y_1(t) - y_1(t-1) - y_1(t-3) + y_1(t-4)$$

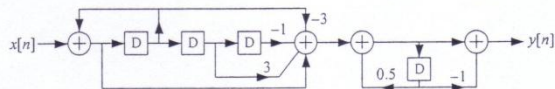
$y(t)$ 的波形如右图所示。（5 分，其中波形 2 分）



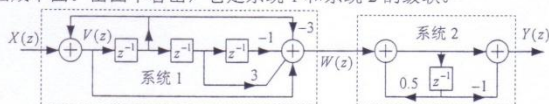
说明：解题的中间过程可以不同，中间的结果和波形也不一样，但 $y(t)$ 的波形必须相同。

2. 已知某个 IIR 数字滤波器的结构如下图所示，图中 D 为单位延时，试求其单位阶跃响应 $s[n]$ ，并计算在如下因果输入 $x[n]$ 时、滤波器输出 $y[n]$ 的前 5 个序列值。（12 分）

$$x[n] = 0, \quad n < 0; \quad x[0] = 4; \quad x[1] = 2; \quad x[2] = 2; \quad x[3] = -6; \quad x[4] = -2; \quad x[5] = 4; \quad \dots$$



解：首先，求出该 IIR 数字滤波器的差分方程表示。单位延时的系统函数为 z^{-1} ，故该 IIR 数字滤波器的结构可画成下图。由图中看出，它是系统 1 和系统 2 的级联。



对于左边的系统 1，有如下关系：

$$W(z) = V(z) - 3V(z)z^{-1} + 3V(z)z^{-2} - V(z)z^{-3} = V(z)(1 - z^{-1})^3 \quad \text{和} \quad V(z) = X(z) + V(z)z^{-1}$$

联立这两式可以得到： $W(z) = X(z)(1 - z^{-1})^2$ ，或系统 1 的系统函数 $H_1(z) = (1 - z^{-1})^2$ (2 分)

右边的系统 2 是离散时间一阶系统，它的系统函数为： $H_2(z) = \frac{1 - z^{-1}}{1 - 0.5z^{-1}}$ (1 分)

$$\text{该 IIR 数字滤波器的总系统函数为：} H(z) = H_1(z)H_2(z) = \frac{(1 - z^{-1})^3}{1 - 0.5z^{-1}} = \frac{1 - 3z^{-1} + 3z^{-2} - z^{-3}}{1 - 0.5z^{-1}}$$

它的差分方程表示为： $y[n] - 0.5y[n-1] = x[n] - 3x[n-1] + 3x[n-2] - x[n-3]$ (3 分)

然后，用差分方程的递推算法求在给定因果输入 $x[n]$ 时，滤波器输出的前 5 个序列值。滤波器的后推方程为： $y[n] = x[n] - 3x[n-1] + 3x[n-2] - x[n-3] + 0.5y[n-1]$ 。 (1 分)

则在本小题给定的因果输入 $x[n]$ 时，滤波器输出 $y[n] = 0, n < 0, y[n]$ 的前 5 个序列值计算如下：

$$\text{当 } n=0, y[0] = x[0] - 3x[-1] + 3x[-2] - x[-3] + 0.5y[-1] = x[0] = 4 \quad (1 \text{ 分})$$

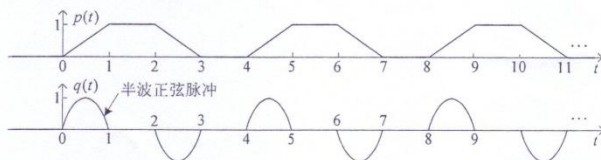
$$\text{当 } n=1, y[1] = x[1] - 3x[0] + 3x[-1] - x[-2] + 0.5y[0] = x[1] - 3x[0] + 0.5y[0] = -8 \quad (1 \text{ 分})$$

$$\text{当 } n=2, y[2] = x[2] - 3x[1] + 3x[0] - x[-1] + 0.5y[1] = x[2] - 3x[1] + 3x[0] + 0.5y[1] = 4 \quad (1 \text{ 分})$$

$$\text{当 } n=3, y[3] = x[3] - 3x[2] + 3x[1] - x[0] + 0.5y[2] = -8 \quad (1 \text{ 分})$$

$$\text{当 } n=4, y[4] = x[4] - 3x[3] + 3x[2] - x[1] + 0.5y[3] = 16 \quad (1 \text{ 分})$$

3. 有一个因果的连续时间 LTI 系统，已知输入 $p(t)$ 时它的输出为 $q(t)$ ， $p(t)$ 和 $q(t)$ 的波形如下图所示。试求该系统的单位阶跃响应 $s(t)$ ，并概画出它的波形。 (14 分)



解：由于只涉及因果信号和因果 LTI 系统，它们的单、双边拉普拉斯变换完全相同，且可以不留意收敛域。由波形图， $p(t)$ 和 $q(t)$ 可分别表示成：

$$p(t) = [tu(t) - (t-1)u(t-1) - (t-2)u(t-2) + (t-3)u(t-3)] * \sum_{k=0}^{\infty} \delta(t-4k) \quad (1.5 \text{ 分})$$

$$q(t) = [\sin(\pi t)u(t) + \sin \pi(t-1)u(t-1)] * \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \delta(t-2k) \quad (1.5 \text{ 分})$$

它们的像函数分别为

$$P(s) = \mathcal{L}\{p(t)\} = \frac{1 - e^{-s} - e^{-2s} + e^{-3s}}{s^2} \sum_{k=0}^{\infty} e^{-4ks} = \frac{1 - e^{-s} - e^{-2s} + e^{-3s}}{s^2(1 - e^{-4s})} = \frac{1 - e^{-s}}{s^2(1 + e^{-2s})} \quad (2 \text{ 分})$$

$$Q(s) = \mathcal{L}\{q(t)\} = \frac{\pi(1 + e^{-s})}{s^2 + \pi^2} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k e^{-2ks} = \frac{\pi(1 + e^{-s})}{(s^2 + \pi^2)(1 + e^{-2s})} \quad (2 \text{ 分})$$

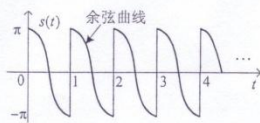
$$\text{该因果 LTI 系统的系统函数为：} H(s) = \frac{Q(s)}{P(s)} = \frac{\pi s^2(1 + e^{-s})}{(s^2 + \pi^2)(1 - e^{-s})} \quad (1 \text{ 分})$$

它的 $s(t)$ 的像函数为: $S(s) = \frac{H(s)}{s} = \frac{\pi s(1+e^{-s})}{s^2 + \pi^2} \cdot \frac{1}{1-e^{-s}} = \frac{\pi s}{s^2 + \pi^2} (1+e^{-s}) \cdot \sum_{k=0}^{\infty} e^{-ks}$ (2分)

则该因果 LTI 系统的单位阶跃响应 $s(t)$ 为

$$s(t) = \mathcal{L}^{-1}\{S(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{\pi s}{s^2 + \pi^2}(1+e^{-s}) \cdot \sum_{k=0}^{\infty} e^{-ks}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{\pi s(1+e^{-s})}{s^2 + \pi^2}\right\} * \mathcal{L}^{-1}\left\{\sum_{k=0}^{\infty} e^{-ks}\right\}$$

$$= \pi[\cos(\pi t)u(t) + \cos \pi(t-1)u(t-1)] * \sum_{k=0}^{\infty} \delta(t-k)$$
 (2分)



最后, $s(t)$ 的波形如左上图所示。 (2分)

说明: 也可用时域方法做, 但 $y(t)$ 的波形必须相同。

4. 已知如下方程和起始条件 $y(0_-)=1$, $y'(0_-)=-1$ 表示的连续时间因果系统, 试分别求出它对因果输入 $x(t)=e^{-t}u(t)$ 的零状态响应 $y_{zs}(t)$ 、零输入响应 $y_{zi}(t)$ 和稳态响应 $y_{st}(t)$ 。 (12分)

$$y''(t) + 3y'(t) + 2y(t) = x(t) + \int_0^{\infty} x(t-\tau)d\tau$$

解: 所给的微分方程可以改写为

$$y''(t) + 3y'(t) + 2y(t) = x(t) + x(t) * u(t)$$
 (1分)

对上式的微分方程等号两边取单边拉普拉斯变换, 且令 $Y(s) = \mathcal{L}_u\{y(t)\}$, 则有

$$s^2 Y(s) - y(0_-)s - y'(0_-) + 3[sY(s) - y(0_-)] + 2Y(s) = X(s) - X(s)/s$$

将此 $X(s)$ 和起始条件 $y(0_-)=1$, $y'(0_-)=0.5$ 代入上式并整理得到

$$Y(s) = \frac{1}{s(s+2)} X(s) + \frac{1}{s+1}$$
 (3分)

首先, 零状态响应为 $Y_{zs}(s) = \frac{1}{s(s+2)} X(s)$, 因 $x(t) = e^{-t}u(t)$, 故将 $X(s) = 1/(s+1)$ 代入得到

$$Y_{zs}(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+2)}$$
 (1分)

并部分分式展开为

$$Y_{zs}(s) = \frac{0.5}{s} - \frac{1}{s+1} + \frac{0.5}{s+2}$$
 (3分)

故所求系统的零状态响应为:

$$y_{zs}(t) = 0.5u(t) - e^{-t}u(t) + 0.5e^{-2t}u(t)$$
 (1分)

然后, 零输入响应的单边拉普拉斯变换像函数为: $Y_{zi}(s) = \frac{1}{s+1}$, 故系统的零输入响应为:

$$y_{zi}(t) = e^{-t}u(t)$$
 (2分)

最后, 系统的稳态响应为

$$y_{st}(t) = 0.5u(t)$$
 (1分)

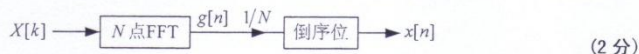
5. 有两种不同的方法可以借助现成的 N 点 FFT 程序、直接计算离散傅里叶变换的逆变换(IDFT), 试分别证明这两种方法, 并相应地画出这两种用 N 点 FFT 程序、由 N 点 DFT 系数 $X[k]$ 直接计算其 N 点序列 $x[n]$, 即 $x[n] = \text{IDFT}\{X[k]\}$ 的计算流程图。 (12分)

解: N 点 DFT 和 IDFT 变换公式分别为

$$X[k] = \text{DFT}\{x[n]\} = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-jk(2\pi/N)n}, \quad k=0, 1, \dots, N-1$$

$$x[n] = \text{IDFT}\{X[k]\} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k]e^{jk(2\pi/N)n}, \quad n=0, 1, \dots, N-1$$
 (2分)

方法 1: 先用 N 点 FFT 程序计算 $g[n] = \text{FFT}\{X[k]\}$, 再计算 $x[n] = (1/N)g[N-n]$, 计算流程图如下:

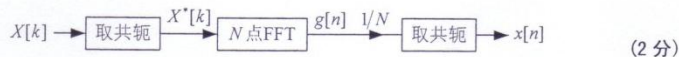


证明如下：因有 $g[n] = \text{FFT}\{X[k]\} = \sum_{k=0}^{N-1} X[k]e^{-jk(2\pi/N)n}$ ，则有

$$x[n] = \frac{1}{N} g[N-n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k]e^{-jk(2\pi/N)(N-n)} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k]e^{-jk2\pi} e^{jk(2\pi/N)n} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k]e^{jk(2\pi/N)n}$$

这就是 N 点 DFT 变换公式，证毕。 (3分)

方法 2：先用 N 点 FFT 程序计算 $g[n] = \text{FFT}\{X^*[k]\}$ ，再计算 $x[n] = (1/N)g^*[n]$ ，计算流程图如下：

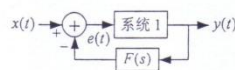


证明如下：因有 $g[n] = \text{FFT}\{X^*[k]\} = \sum_{k=0}^{N-1} X^*[k]e^{-jk(2\pi/N)n}$ ，则有

$$x[n] = \frac{1}{N} g^*[n] = \frac{1}{N} \left\{ \sum_{k=0}^{N-1} X^*[k]e^{-jk(2\pi/N)n} \right\}^* = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k]e^{jk(2\pi/N)n}$$

这就是 N 点 DFT 变换公式，证毕。 (3分)

6. 如右图所示因果连续时间线性反馈系统，已知系统 1 是用微分方程 $y'(t) - y(t) = e(t)$ 表示的 LTI 系统，反馈通路的系统函数为 $F(s) = K/(s+2)$ ，可调增益 K 为任意实数。试求：(共 12 分)



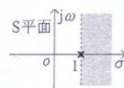
(1) 系统 1 的系统函数 $H_1(s)$ ，概画出其零、极点和收敛域，系统 1 稳定吗？ (5分)

(2) 为保证整个反馈系统稳定，试求 $F(s)$ 中可调增益 K 的取值范围。 (7分)

解：(1) 系统 1 的系统函数和收敛域为： $H_1(s) = \frac{1}{s-1}$ ， $\text{Re}\{s\} > 1$

它有一阶极点 $p=1$ ，收敛域不包含虚轴，见右图，故系统不稳定。 (5分)

(2) 图示线性反馈系统的系统函数 $H(s)$ 为



$$H(s) = \frac{H_1(s)}{1 + H_1(s)F(s)} = \frac{\frac{1}{s-1}}{1 + \frac{K}{(s-1)(s+2)}} = \frac{s+2}{s^2 + s + (K-2)} \quad (3分)$$

它有两个极点 p_1 和 p_2 ，它们即为分母多项式的两个根，即 $p_{1,2} = -0.5 \pm 0.5\sqrt{9-4K}$ (2分)

如果这两个极点落在虚轴以左的左半 S 平面，即 $\text{Re}\{p_{1,2}\} < 0$ ，因果的线性反馈系统的收敛域包含虚轴，系统就是稳定系统。为确保这一点，必须使 $(9-4K) < 1$ ，即 $K > 2$ 。

因此，为确保线性反馈系统稳定，可调增益 K 的取值范围为： $2 < K < +\infty$ (2分)

7. 有一个 FIR 数字滤波器，其单位冲激响应 $h[n]$ 见下表。试求： (共 14 分)

n	0	1	2	3	4	5	6	$n > 6$
$h[n]$	0.05	0.30	0.75	1.0	0.75	0.30	0.05	0.00

(1) 它是什么类型(低通、高通、带通、全通和线性相位等)的滤波器？并说明理由： (4分)

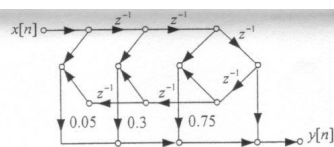
(2) 画出该滤波器的实现结构，要求结构中只用三个数乘器： (5分)

(3) 如果该滤波器的频率响应为 $\tilde{H}(\Omega)$ (即 $H(e^{j\Omega})$)，试求频率响应为 $\tilde{H}(\Omega - \pi)$ (即 $H(e^{j(\Omega - \pi)})$) 的滤波器之单位冲激响应 $\tilde{h}[n]$ ，它又是什么类型(FIR、IIR、低通、高通、带通、全通和线性相位等)的数字滤波器？ (5分)

解：(1) 由于该 7 点 FIR 滤波器的 $h[n] \geq 0$ ， $0 \leq n \leq 6$ ，故它是一个数字低通滤波器。 (2分)

其单位冲激响应又满足中心偶对称，即 $h[N-n] = h[n]$ ，故是线性相位的滤波器。 (2分)

(2) 由于它是 $h[N-n]=h[n]$ 的线性相位 FIR 滤波器, 故可省去约一半的数乘器, 它的信号流图形式的线性相位 FIR 滤波器结构图如右图所示(也可以用三种基本离散时间单元的方框图表示)。由于 $h[4]=1$, 故图中只用三个数乘器。



(3) 根据离散时间傅里叶变换频移 π 的性质, 则有

$$\hat{h}[n] = \mathcal{F}^{-1}\{\tilde{H}(\Omega - \pi)\} = (-1)^n h[n]$$

它的序列值见下表。

n	0	1	2	3	4	5	6	$n > 6$
$h[n]$	0.05	-0.30	0.75	-1.0	0.75	-0.30	0.05	0.00

显然, 它是 FIR 线性相位高通数字滤波器。

(3 分)

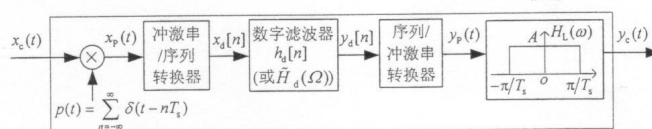
(2 分)

二、综合分析与计算题 (每小题 30 分, 共 60 分)

1. 在有多径传输的情况下, 接收机收到的信号 $x_c(t)$ 可以模型为

$$x_c(t) = x(t) + \alpha x(t-T), \quad 0 < \alpha < 1$$

其中, $x(t)$ 是通过直达路径传输来的、带限于 ω_M 的信号, 且 $\omega_M < \pi/T_s$, $\alpha x(t-T)$ 代表经历另一条路径传输来的信号, T 表示相对于直达路径的延时。可以通过下图所示的连续时间信号的离散时间处理来消除多径传输的影响, 图中, $x_d[n] = x_c(nT_s)$, $y_p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} y_d[n]\delta(t-nT_s)$ 。



(1) 如果路径延时 $T < \pi/\omega_M$, 为使 $y_c(t) = x(t-t_0)$, t_0 是一个延时。试选择抽样间隔 T_s , 确定图中的数字滤波器的 $h_d[n]$ 和系统函数 $H_d(z)$, 画出它的滤波器实现结构(方框图或信号流图)及 $h_d[n]$ 的序列图形, 并确定理想低通滤波器 $H_L(\omega)$ 增益 A 。

(14 分)

(2) 如果路径延时 $T > \pi/\omega_M$, 例如 $2\pi/\omega_M < T < 3\pi/\omega_M$, 重做 1) 小题。

(16 分)

解: (1) 首先, 由于 $x_c(t)$ 是带限信号 $x(t)$ 与其衰减时移信号之和, 故它与 $x(t)$ 同属带限信号, 带限频率为 ω_M , 因此, 当路径延时 $T < \pi/\omega_M$ 时, 为满足抽样定理, 选择其最大的抽样间隔为

$$T_s = T. \quad (2 \text{ 分})$$

在 $T_s = T$ 时, 图示系统中分别有

$$x_p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_c(nT_s)\delta(t-nT_s) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [x(nT) + \alpha x(nT-T)]\delta(t-nT) \quad (1 \text{ 分})$$

$$\text{和 } x_d[n] = x_c(nT_s) = x[n] + \alpha x[n-1], \text{ 其中 } x[n] = x(nT) \quad (1 \text{ 分})$$

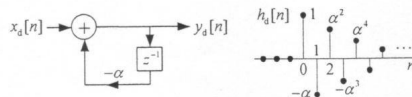
如果图中作为离散时间处理的数字滤波器的输出 $y_d[n] = x[n]$, 图中的 $y_p(t)$ 就为

$$y_p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} y_d[n]\delta(t-nT_s) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]\delta(t-nT_s)$$

根据抽样定理, 只要理想带限内插滤波器 $H_L(\omega)$ 的增益 $A = T_s = T$ 时, 它的输出是 $y_c(t) = x(t-t_0)$ 。即将无失真地重建信号 $x(t)$ 。因此, 为使 $y_c(t) = x(t-t_0)$, 数字滤波器的输入输出关系应为

$$y_d[n] + \alpha y_d[n-1] = x_d[n] \quad (4 \text{ 分})$$

它是一阶 IIR 数字滤波器, 它的单位冲激响应 $h_d[n]$ 和系统函数 $H_d(z)$ 分别为



$$h_d[n] = (-\alpha)^n u[n] \quad \text{和} \quad H_d(z) = \frac{1}{1 + \alpha z^{-1}} \quad (2 \text{ 分})$$

$h_d[n]$ 的序列图形和该滤波器实现结构分别如右上图所示。 (3 分)

理想低通滤波器 $H_L(\omega)$ 增益 $A = T$ 。 (1 分)

(2) 当路径延时 T 的范围为 $2\pi/\omega_M < T < 3\pi/\omega_M$ 时, 为满足抽样定理, 不能再取 $T_s = T$, 而应选择最大的抽样间隔为 $T_s = T/3$, 此时 $T_s < \pi/\omega_M$, 满足抽样定理。 (2 分)

在 $T_s = T/3$ 时, 图示系统中分别有

$$x_p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_c(nT_s) \delta(t - nT_s) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [x(nT_s) + \alpha x(nT_s - 3T_s)] \delta(t - nT_s) \quad (1 \text{ 分})$$

$$\text{和} \quad x_d[n] = x_c(nT_s) = x[n] + \alpha x[n-3], \quad \text{其中} \quad x[n] = x(nT) \quad (1 \text{ 分})$$

同样地, 如果图中作为离散时间处理的数字滤波器的输出 $y_d[n] = x[n]$, 图中的 $y_p(t)$ 就为

$$y_p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} y_d[n] \delta(t - nT_s) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \delta(t - nT_s)$$

根据抽样定理, 只要理想带限内插滤波器 $H_L(\omega)$ 的增益 $A = T_s$ 时, 它的输出是 $y_c(t) = x(t - t_0)$ 。即将无失真地重建信号 $x(t)$ 。因此, 为使 $y_c(t) = x(t - t_0)$, 数字滤波器的输入输出关系应为

$$y_d[n] + \alpha y_d[n-3] = x_d[n] \quad (4 \text{ 分})$$

它是三阶 IIR 数字滤波器, 它的系统函数 $H_d(z)$ 为

$$H_d(z) = \frac{1}{1 + \alpha z^{-3}} \quad (1 \text{ 分})$$

该滤波器实现结构如左下图所示。 (2 分)

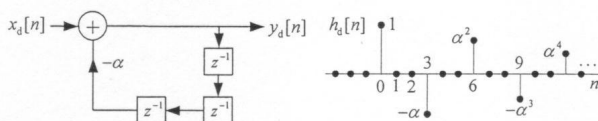
根据内插零的 Z 变换关系, 即若 $f[n] \xleftrightarrow{Z} \{F(z), R_F = (r_1 < |z| < r_2)\}$, 则有

$$f_{(M)}[n] = \begin{cases} f[n/M], & n = lM \\ 0, & n \neq lM \end{cases} \xleftrightarrow{Z} \{F(z^M), R_F^{l/M} = (r_1^{l/M} < |z| < r_2^{l/M})\}$$

上面的 $H_d(z)$ 可写成 $H_d(z) = H(z^3)$, 其中, $H(z) = \frac{1}{1 + \alpha z^{-1}}$, 其反 Z 变换为 $h[n] = (-\alpha)^n u[n]$ 。因此, 该三阶 IIR 数字滤波器的单位冲激响应 $h_d[n] = h_{(3)}[n]$, 即

$$h_d[n] = \begin{cases} (-\alpha)^{n/3} u[n/3], & n = 3l, \quad l = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \\ 0, & n \neq 3l \end{cases} \quad (3 \text{ 分})$$

它的序列图形如右下图所示。 (1 分)



理想低通滤波器 $H_L(\omega)$ 增益 $A = T_s = T/3$ 。 (1 分)

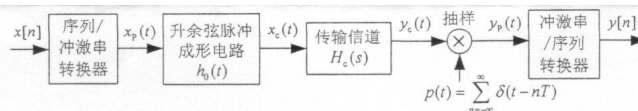
2. 计算机通信中的数据传输系统可以等效成下图所示的数字信号的连续时间传输模型, 图中: $x[n]$

是数据信号, $x_p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \delta(t - nT)$, T 为数据位间隔, 且右端的抽样间隔也是 T 。现已知:

升余弦成形电路的单位冲激响应为 $h_0(t) = 0.5[1 - \cos(\pi t/T)][u(t) - u(t - 2T)]$; 传输信道的系统函数为 $H_c(s) = (\pi/T)/[s + (\pi/T)]$; 冲激串/序列转换输出为 $y[n] = y_c(nT)$ 。试求:

(1) 假设要传输的数据序列 $x[n]$ 是 $\{1.5, 0, 1, 1, 0, 0, 2, \dots\}$, 试概画出 $x_c(t)$ 的波形; (6 分)

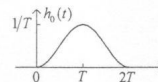
(2) 升余弦成形电路的频率响应 $H_0(\omega)$, 概画出它的幅频响应 $|H_0(\omega)|$ 和相频响应 $\phi_0(\omega)$ (10 分)



(3) 图示系统是有失真传输系统(即 $y[n] \neq x[n-n_0]$), 试说出导致失真的主要原因, 它将产生哪些失真? 分析它们对传输数据误差的影响程度, 分别讨论补偿这些失真的方法, 请陈述你的方法, 并给出所用补偿系统的特性(若是 LTI 系统, 给出其单位冲激响应或频率响应)。除了你陈述的方法外, 有否其它方法? 并简述之。 (14 分)

解: (1) 升余弦形成电路输出信号 $x_c(t)$ 为

$$x_c(t) = x_p(t) * h_0(t) = h_0(t) * \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \delta(t-nT) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] h_0(t-nT) \quad (2 \text{ 分})$$



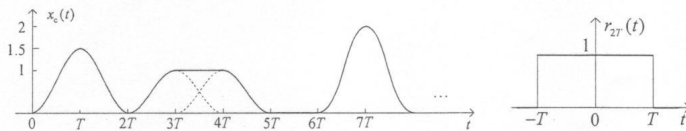
其中, $h_0(t) = \frac{1}{2} \left[1 - \cos\left(\frac{\pi}{T}t\right) \right] [u(t) - u(t-2T)]$, 它的波形如右上图所示。 (1 分)

故当数据序列 $x[n]$ 为 $\{1.5, 0, 1, 1, 0, 0, 2, \dots\}$ 时, $x_c(t)$ 为

$$x_c(t) = 1.5h_0(t) + h_0(t-2T) + h_0(t-3T) + 2h_0(t-6T) + \dots \quad (1 \text{ 分})$$

它的波形如下图所示。 (2 分)

数据序列 $x[n]$: 1.5 0 1 1 0 0 2 ...



(2) 由 $h_0(t)$ 的波形看出, 它又可以表示成 $h_0(t) = \frac{1}{2} \left[1 + \cos\left(\frac{\pi}{T}t\right) \right] r_{2T}(t) * \delta(t-T)$, 其中, $r_{2T}(t)$ 的波形如右上图所示。升余弦形成电路的频率响应 $H_0(\omega)$ 为

$$H_0(\omega) = \mathcal{F}\{h_0(t)\} = \mathcal{F}\left\{\frac{1}{2} \left[1 + \cos\left(\frac{\pi}{T}t\right) \right] r_{2T}(t) * \delta(t-T)\right\} \quad (2 \text{ 分})$$

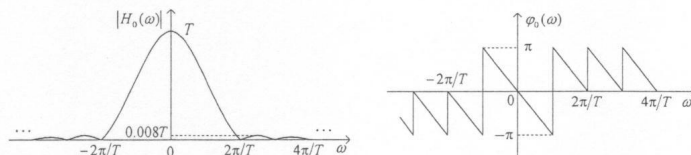
基于如下一些熟知的傅里叶变换:

$$\mathcal{F}\{1\} = 2\pi\delta(\omega), \quad \mathcal{F}\{\cos\omega_0 t\} = \pi[\delta(\omega+\omega_0) + \delta(\omega-\omega_0)], \quad \mathcal{F}\{r_{2T}(t)\} = 2T\text{Sa}(\omega T) = 2T \frac{\sin(\omega T)}{\omega T}$$

并根据傅里叶变换的频域卷积性质, 则上面的 $H_0(\omega)$ 进一步为

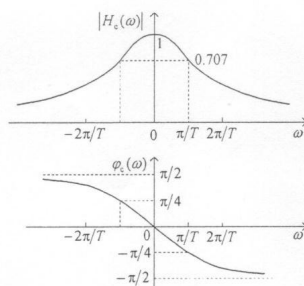
$$\begin{aligned} H_0(\omega) &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2\pi} e^{-j\omega T} \left\{ 2\pi\delta(\omega) + \pi \left[\delta\left(\omega + \frac{\pi}{T}\right) + \delta\left(\omega - \frac{\pi}{T}\right) \right] \right\} * 2T\text{Sa}(\omega T) \\ &= T \left\{ \text{Sa}(\omega T) + \frac{1}{2} \text{Sa}\left[\left(\omega + \frac{\pi}{T}\right)T\right] + \frac{1}{2} \text{Sa}\left[\left(\omega - \frac{\pi}{T}\right)T\right] \right\} e^{-j\omega T} \end{aligned} \quad (4 \text{ 分})$$

它的幅频响应 $|H_0(\omega)|$ 和相频响应 $\varphi_0(\omega)$ 分别如下图所示。 (4 分)



(3) 由上面 $|H_0(\omega)|$ 的图形看出, 它的最大旁瓣的幅度是主瓣幅度的 0.008, 完全可以忽略, 故它可看成带限频率为 $\omega_M = 2\pi/T$ 的低通滤波器, $x_c(t)$ 也可看成带限于 $\omega_M = 2\pi/T$ 的带限信号。(2 分)

由于传输信道的系统函数是 $H_c(s) = \frac{\pi/T}{s + (\pi/T)}$, 其频率响应为 $H_c(\omega) = \frac{\pi/T}{j\omega + \pi/T}$, 它是一阶低通滤波器, -3dB 截止频率 $\omega_c = \pi/T$, 其幅频响应 $|H_c(\omega)|$ 和相频响应 $\varphi_c(\omega)$ 如右下图所示。(3 分)



由右图看出, 它在 $x_c(t)$ 的信号带限频带内, 幅频响应不是常数, 相频响应也非线性, 因此信道输出 $y_c(t)$ 将既有幅度频率失真, 又会产生相位频率失真, 这都会导致传输数据的差错, 即 $y[n] \neq x[n - n_0]$ 。

(2 分)

如果传输信道是在频带 $|\omega| \leq 2\pi/T$ 内幅频响应等于 1、延时为 $n_0 T$ (n_0 为正整数) 的低通信道, 即

$$\hat{H}_c(\omega) = e^{-j\omega n_0 T}, \quad |\omega| \leq 2\pi/T$$

则 $x_c(t)$ 通过它的输出 $y_c(t) = x_c(t - n_0 T)$, 将保证最终的输出数据 $y[n] = x[n - n_0]$ 。由此, 可在题图中传输信道 $H_c(s)$ 后级联一个均衡器 $H_e(\omega)$, 使得 $H_c(\omega)H_e(\omega) = \hat{H}_c(\omega)$, 即设计一个连续时间均衡器, 它的频率响应 $H_e(\omega)$ 应为

$$H_e(\omega) = \frac{\hat{H}_c(\omega)}{H_c(\omega)} = \frac{j\omega + \pi/T}{\pi/T} e^{-j\omega n_0 T}, \quad |\omega| \leq 2\pi/T$$

由传输信道的相频响应图可以看出, 它的延时 $\tau \leq T/4$, 故上式中的 n_0 取值可以是 1, 即设计的均衡器的幅频响应 $|H_e(\omega)|$ 和相频响应 $\varphi_e(\omega)$ 分别为

$$|H_e(\omega)| = \frac{\sqrt{\omega^2 + (\pi/T)^2}}{\pi/T}, \quad |\omega| \leq 2\pi/T \quad \text{和} \quad \varphi_e(\omega) = \tan^{-1}\left(\frac{\omega T}{\pi}\right) - \omega T, \quad |\omega| \leq 2\pi/T \quad (5 \text{ 分})$$

除了上述连续时间幅度和相位均衡器的方法外, 还可以采用如下的方法, 即在传输信道 $H_c(s)$ 后级联一个连续时间相位均衡器, 它在带内的幅频响应等于 1, 相频响应为上面求得的 $\varphi_e(\omega)$; 以确保抽样点正确采样; 然后在最终的输出端用一个数字均衡器, 均衡所遭受的幅度频率失真。(2 分)

说明: 在题图中的抽样间隔等于数据位间隔 T , 是实际采样判决电路所要求的, 故不存在 T 不满足抽样定理的问题, 本题也就不存在混叠失真, 如回答由混叠失真的, 应扣 2 分。