中国科学院大学

2013年招收攻读硕士学位研究生入学统一考试试题

中科院高分学姐手写版参考答案

科目名称：信号与系统

关于学姐：

写此答案的学姐目前就读于中科院研究生院，是2013年刚刚考上的，初试总分407分，其中专业课信号与系统分数为142分。此答案已经经过学姐查相关书籍校对过，基本全都正确，如果您发现什么错误的地方，请发邮件指出，邮箱：1806776000@qq.com，中科院859专业课冲刺班开始报名，前20位仅需200元每人,20位以后的报名费为380元。

中科院859考前冲刺班（8课时）介绍：

1、课程形式：网授（将录制好的视频加密后发给您）

2、授课人：2013年初试总分407分高分学姐

2、主要内容：

（1）结合最新大纲和命题趋势，对知识点进行全面总结串讲，突出重点，强化考点，讲解专业课的应试技巧等；

（2）指明今年考试重点，预测2014年必考点，缩小复习范围，全力冲刺，帮助大家在最后阶段提高尽可能多的分数！

一、选择（每题3分，每题选对得3分，选错得0分，共30分）

1-5　adcac;

6-10　bdaac;

二、填空（每题4分，共40分）

1. 1; π。

2. 三角阵；系统的特征根。

3. $\begin{cases} \dfrac{z}{z-3}(|z|>3) \\ -\dfrac{z}{z-3}(|z|<3) \end{cases}$。

4. 不可逆；系统对输入信号 $e_1(t)=1$ 和 $e_2(t)=2$ 的响应相同。

5. $h(t)=h(t)u(t)$；$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{|\ln|H(j\Omega)||}{1+\Omega^2}d\Omega<\infty$。

6. $\partial(n)+3\partial(n-1)+4\partial(n-2)+3\partial(n-3)+\partial(n-4)$。

7. 极点位于左半平面，零点位于右半平面，零极点关于 jw 轴对称；

$|H(jw)| = k(k>0)$。

8. 1。

9. $-\cos(\omega_0 t+\theta)$。

10. 1；0。

三、简单计算（每题 5 分，共 35 分）

1. 求 $t^2\cos 2t$ 的拉氏变换。

高分学姐解答如下：

$t^2\cos 2t$ 的拉氏变换

$t\cos 2t$ 拉氏变换有 $t\cos 2t \to \dfrac{s^2-4}{(s^2+4)^2}$

拉氏变换性质 $-t\cdot t\cos 2t \longrightarrow \dfrac{d\left[\frac{s^2-4}{(s^2+4)^2}\right]}{ds}$

$$\frac{d\left[\frac{s^2-4}{(s^2+4)^2}\right]}{ds} = \frac{2s(s^2+4)^2-(s^2-4)\cdot 2(s^2+4)\cdot 2s}{(s^2+4)^4}$$

$$= \frac{2s(s^2+4)\left[s^2+4-2(s^2-4)\right]}{(s^2+4)^4}$$

$$= \frac{2s(-s^2+12)}{(s^2+4)^3}$$

2. 求 $u(t)*e^{-at}u(t)$。

高分学姐解答如下：

对 $u(t)$ 拉氏变换 $u(t) \to \frac{1}{s}$

对 $e^{-at}u(t)$ 拉氏变换 $e^{-at}u(t) \to \frac{1}{s+a}$

$\therefore u(t) * e^{-at}u(t) \longrightarrow \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{s+a}$

对 $\frac{1}{s} \cdot \frac{1}{s+a}$ 拉氏变换有

$$\frac{1}{s} \cdot \frac{1}{s+a} = \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+a}\right) \cdot \frac{1}{a}$$

$$\therefore u(t) * e^{-at}u(t) = \frac{1}{a}\left(1 - e^{-at}\right)u(t)$$

3. 求 $X(z)=\frac{1-az^{-1}}{z^{-1}-a}, \left(|z|>\left|\frac{1}{a}\right|\right)$ 的逆变换。

高分学姐解答如下：

解 $$X(z) = \frac{z-a}{1-az} = \frac{\frac{1}{a}z-1}{\frac{1}{a}-z}$$

$$= \frac{1}{z-\frac{1}{a}} - \frac{\frac{1}{a}z}{z-\frac{1}{a}}$$

由移位特性

$$x(n) = \left(\frac{1}{a}\right)^{n-1}u(n-1) - \left(\frac{1}{a}\right)^{n+1}u(n)$$

4. 求 $tu(t)$ 的傅里叶变换。

高分学姐解答如下：

$$u(t) \longrightarrow \pi\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega}$$

$$(-jt)u(t) \longrightarrow \frac{d\left[\pi\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega}\right]}{d\omega} = \pi\delta'(\omega) + \frac{j}{\omega^2}$$

$$t\,u(t) \longrightarrow j\pi\delta'(\omega) - \frac{1}{\omega^2}$$

5. 求 $\frac{(s+3)}{(s+2)(s+1)^3}$ 的逆变换。

高分学姐解答如下：

$$\frac{s+3}{(s+2)(s+1)^3} = \frac{-1}{s+2} + \frac{2}{(s+1)^3} + \frac{-1}{(s+1)^2} + \frac{1}{s+1}$$

$\therefore$ 逆变换 $f(t) = (-e^{-2t} + t^2e^{-t} - te^{-t} + e^{-t})u(t)$

6. 求 sgn(ω)的逆傅里叶变换。

高分学姐解答如下：

解：傅里叶变换性质

$$\mathrm{sgn}(t) \longrightarrow \frac{2}{j\omega}$$

$$\frac{2}{jt} \longrightarrow 2\pi\,\mathrm{sgn}(-\omega)$$

即 $\frac{2}{jt} \longrightarrow -2\pi\,\mathrm{sgn}(\omega)$

$$\frac{2}{-2\pi jt} \longrightarrow \mathrm{sgn}(\omega)$$

$\therefore$ $\mathrm{sgn}(\omega)$ 的逆变换为 $\frac{j}{\pi t}$

7. 求$E\cos\left(\omega_1 t\right)$的自相关函数。

高分学姐解答如下：

解 $R(\tau) = E\cos(\omega_1\tau)\cdot E\cos(-\omega_1\tau)$

$= E^2\cos^2(\omega_1\tau)$

四、高分学姐解答如下：

解：(1) 列出系统的状态方程

$$\begin{cases} \lambda_1(n+1) = \lambda_2(n) \\ \lambda_2(n+1) = b\lambda_1(n) - \lambda_2(n) + x_1(n) \end{cases}$$

即 $\begin{bmatrix} \lambda_1(n+1) \\ \lambda_2(n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ b & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1(n) \\ \lambda_2(n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(n) \\ x_2(n) \end{bmatrix}$

变换

系统的特征多项式

$D(z) = |zI - A| = \begin{vmatrix} z & -1 \\ -b & z+1 \end{vmatrix} = z^2 + z - b = 0$

特征根 $\alpha_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{1+4b}$

(1) 当 $-1<b<-\frac{1}{4}$ 时 α_1 和 α_2 为复根 为保证系统稳定，两根模小于1

即 $\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\sqrt{1+4b}\right)^2} < 1$ 得 $b < \frac{1}{2}$

因而在复根时只要 $-1<b<-\frac{1}{4}$ 系统稳定

(2) 当 $-\frac{1}{4}<b<1$ α_1 α_2 为实根 为保证系统稳定 必须有

$\left|-\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{1+4b}\right| < 1$ 解 $-\frac{1}{4}<b<0$

综上 $-1<b<0$ 时系统稳定

$0 \le b < 1$ 时系统不稳定.

五、高分学姐解答如下：

解：由图可知 $Z(s)=\dfrac{(R+sL)\cdot\frac{1}{sC}}{R+sL+\frac{1}{sC}}=\dfrac{\frac{1}{C}(s+\frac{R}{L})}{s^2+\frac{R}{L}s+\frac{1}{LC}}$

对比 $Z(s)=\dfrac{K(s-z_1)}{(s-p_1)(s-p_2)}$ 有 $z_1=-\dfrac{R}{L}$

$p_1=-\dfrac{R}{2L}+j\sqrt{\dfrac{1}{LC}-\dfrac{R^2}{4L^2}}$

$p_2=p_1^*=-\dfrac{R}{2L}-j\sqrt{\dfrac{1}{LC}-\dfrac{R^2}{4L^2}}$

(2) 由图(b)可知 $z_1=-3$ $p_1=-\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{111}}{2}j$ $p_2=-\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{111}}{2}j$

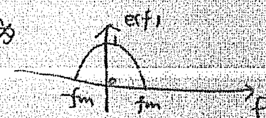
求得 $\begin{cases}\dfrac{R}{L}=3\\ \sqrt{\dfrac{1}{LC}-\dfrac{R^2}{4L^2}}=\dfrac{\sqrt{111}}{2}\end{cases}$

又 $(zj0)=\dfrac{K(-z_1)}{p_1\cdot p_2}=1=\dfrac{\frac{R}{LC}}{\frac{1}{LC}}=R$

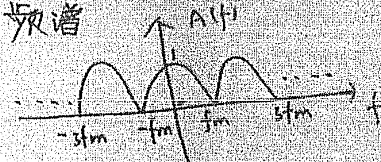
故 $R=1\Omega$ $L=\frac{1}{3}H$ ~~23~~ $C=\frac{1}{10}F$

六、高分学姐解答如下：

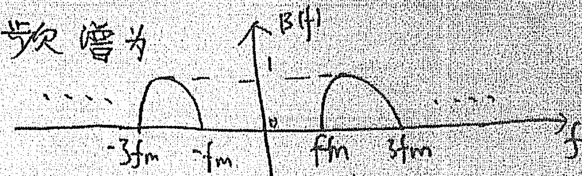
解：设 $e(t)$ 的频谱为



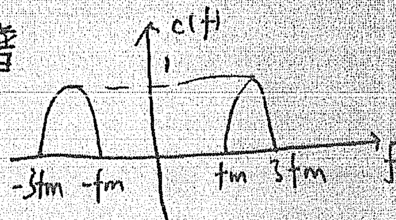
由抽样定理得A点频谱



B点的频谱为



C点频谱



2) ∴ 输出 $c(t)=2e(t)\cos(\frac{f_m}{\pi}t)$

3) 该调制为幅度调度 载波频率为 $2f_m$