Extras din culegerea de probleme versiunea 2012.

Capitolul 1

PROPRIETĂŢI GENERALE ALE COMPONENTELOR PASIVE

În cadrul acestui paragraf se abordează o parte din parametrii componentelor pasive, comuni tuturor tipurilor acestor componente. Se au în vedere de fapt acei parametri care conduc puternic la modificarea valorii reale a componentei, având în vedere condiţiile în care poate funcţiona componenta. Se analizează de asemenea solicitarea termică maximă a componentelor pasive.

În următoarele exemple se vor face referiri la o serie de parametri ai componentelor pasive. Pentru buna înţelegere a rezolvărilor se recomandă consultarea noţiunilor teoretice aferente.

1.1.1. Parametrii comuni componentelor pasive

- **Valoarea nominală X_N şi toleranţa t.**

Notaţii: Valoarea nominală X_N, Toleranţa t, valoarea reală X_r ,valoarea nominală X_N;

pentru toleranţe simetrice:

$$t = \pm \max\left|\frac{X_r - X_N}{X_N}\right| \tag{1.1}$$

Pentru toleranţe asimetrice, când toleranţa pozitivă t_+ este diferită de cea negativă t_-, acestea se vor determina cu relaţiile:

$$t_+ = \frac{X_{rM} - X_N}{X_N} \tag{1.2}$$

$$t_- = \frac{X_{rm} - X_N}{X_N} \tag{1.3}$$

Rezultă pentru toleranţa simetrică relaţia:

$$t = \pm|t_+| = \pm|t_-| \tag{1.4}$$

$$t = \pm\frac{X_{rM} - X_N}{X_N} = \pm\frac{X_N - X_{rm}}{X_N} \tag{1.5}$$

unde, X_{rm}, respectiv X_{rM}, reprezintă valoarea minimă, respectiv maximă a valorii reale a componentei.

O componentă pasivă cu valoarea nominală X_N şi toleranţa ±t, va avea valoarea reală X_r:

$$X_r \in [X_N(1-t),\ X_N(1+t)] \tag{1.6}$$

- **Domeniul temperaturilor de utilizare [θ_m, θ_M],**

- **Coeficientul de variaţie cu temperatura a valorii componentei, α_T**, Prin definiţie, coeficientul de variaţie cu temperatura este:

$$\alpha_T = \frac{1}{X} \cdot \frac{dX}{dT} \tag{1.7}$$

Dacă variaţia valorii X cu temperatura este liniară (o parte din componentele pasive au o variaţie liniară) atunci coeficientul de variaţie cu temperatura α_θ, va fi:

$$\alpha_\theta = \frac{1}{X_1} \cdot \frac{X_2 - X_1}{\theta_2 - \theta_1} \tag{1.8}$$

unde X_1 este valoarea componentei la temperatura θ_1 şi X_2 este valoarea la temperatura θ_2.

- **Toleranţe datorate acţiunii unor factori externi, t_j**, cum ar fi: umiditatea, vibraţii mecanice, şocuri termice, electrice, etc.; sunt definite prin relaţia:

$$t_j = \frac{X_j - X_0}{X_0} \tag{1.10}$$

unde: X_0 este valoarea componentei înainte de acţiunea factorului j;
X_j este valoarea componentei după acţiunea factorului j.

- **Toleranţa globală,** t_g reprezintă abaterea maximă a valorii reale a componentei fată de valoarea nominală care poate să apară în timpul funcţionării componentei într-un circuit electric având în vedere condiţiile reale de funcţionare.

Pentru determinarea toleranţei globale t_g vom aplica definiţia toleranţei,

$$t_g = \frac{X_M - X_N}{X_N} = \frac{X_N - X_m}{X_N} \tag{1.11}$$

unde X_M reprezintă valoarea maximă, X_m valoarea minimă, X_N valoarea nominală.

$$X_M \cong X_N (1+t+t_\theta+\Sigma t_j) \tag{1.15}$$

Rezultă:

$$tg = t+t_\theta+\Sigma t_j . \tag{1.16}$$

Toleranţa de fabricaţie t şi toleranţele t_j sunt prezentate de producător în catalog. Toleranţa datorată temperaturii t_θ, trebuie însă determinată în funcţie de α_T.

Orice componentă funcţionează într-un mediu ambiant cu temperatura θ_a,

$$\theta_a \in [\theta_{am}, \theta_{aM}], \tag{1.17}$$

unde θ_{am} este temperatura minimă a mediului şi θ_{aM}, este temperatura maximă.

În timpul funcţionării temperatura componentei θ_c,

$$\theta_c \in [\theta_{cm}, \theta_{cM}], \tag{1.18}$$

unde θ_{cm} este temperatura minimă a corpului componentei şi θ_{cM} este cea maximă.

$$\theta_{cm} = \theta_{am} \tag{1.19}$$

$$\theta_{cM} = \theta_{aM} + \Delta\theta \tag{1.20}$$

unde $\Delta\theta$ este supratemperatura datorată disipării de putere de către componentă.

În funcţie de coeficientul de variaţie cu temperatura se poate determina cu exactitate toleranţa datorată temperaturii, rezultând o anumită abatere pozitivă, şi alta negativă.

De exemplu, dacă $\alpha_T > 0$, rezultă,

$$t_{\theta+} = \alpha_\theta\,(\theta_{cM}-\theta_0) \tag{1.21}$$

$$t_{\theta-} = \alpha_\theta\,(\theta_{cm}-\theta_0) \tag{1.22}$$

Având în vedere utilitatea calculului toleranţei globale, întotdeauna se consideră cazul cel mai defavorabil (***worst case)*** Astfel, se consideră abaterea maximă iar toleranţa datorată temperaturii, indiferent de semnul lui α_θ, se poate determina cu relaţia:

$$t_\theta = \pm\left|\alpha_\theta\right|\Delta\theta_M\,, \tag{1.23}$$

$$\Delta\theta_M = \text{maxim}\,\{\theta_{cM}-\theta_0,\ \theta_0-\theta_{cm}\} \tag{1.24}$$

1.1.2. Determinarea toleranţelor parametrilor circuitelor electronice în funcţie de toleranţele componentelor pasive

Se consideră un parametru *y* al unui circuit electronic care depinde de valorile componentelor pasive, pe care le vom nota cu $X_1, X_2\ldots X_n$. Parametrului *y* al circuitului i se poate pune în legătură o funcţie $f(X_1, X_2...X_n)$ ce stabileşte corespondenţa între componentele circuitului şi respectivul parametru $y = f(X_1, X_2...X_n)$. Componentele prezintă corespunzător toleranţele $t_1, t_2\ldots t_n$. Toleranţa parametrului y, notată cu t_y se poate determina în mai multe moduri.

a) Aplicarea definiţiei toleranţei

$$t_{y+} = \frac{y_M - y_N}{y_N} \tag{1.25}$$

$$t_{y-} = \frac{y_m - y_N}{y_N} \tag{1.26}$$

unde y_M, respectiv y_m, este valoarea maximă respectiv minimă a parametrului y; y_N este valoarea nominală.

b) Calculul " Taylor" (*worst case condition)*

Pentru toleranţe simetrice, de forma $\pm t_i$, toleranţa parametrului y se calculează cu:

$$t_y = \pm\sum_i \left|h_i t_i\right| \tag{1.31}$$

parametrii numerici h_i fiind numiţi coeficienţi de pondere, $h_i = \dfrac{X_{iN}}{f_N}\left.\dfrac{\partial f}{\partial X_i}\right|_{X_i = X_{iN}}$

c) Calculul probabilistic.

În acest caz, toleranţa parametrului y, ty, poate fi determinată cu relaţia,

$$ty = \pm\sqrt{\sum_i h_i^2 t_i^2} \tag{1.32}$$

1.1.3. Determinarea coeficientului de variaţie cu temperatura al parametrilor circuitelor electronice în funcţie de coeficienţii de variaţie cu temperatura ai componentelor pasive.

Se consideră un circuit electronic caracterizat de un parametru *y* ce depinde de valorile componentelor, pe care le vom nota cu X_1, $X_2 \ldots X_n$. Componentele au coeficienţii da variaţie cu temperatura α_1, $\alpha_2 \ldots \alpha_n$, corespunzător. Notând cu α_y, coeficientul de variaţie cu temperatura al parametrului y şi cunoscând dependenţa lui y de valorile componentelor, $y = f(X_1, X_2 \ldots X_n)$, se propune determinarea lui α_y.

Conform relaţiei de definiţie,

$$\alpha_y = \frac{1}{y}\frac{dy}{d\theta} \qquad (1.33)$$

Rezultă,

$$\alpha_y = \sum_{i=1}^{n} h_i \alpha_i \qquad (1.38)$$

Cu ajutorul relaţiei (1.38) se poate determina coeficientul de variaţie cu temperatura al parametrilor circuitelor electronice. De asemenea, relaţia este foarte utilă pentru **stabilizarea termică a parametrilor**, utilizând componente pasive astfel încât α_y să fie zero sau cât mai mic posibil.

Obs. În relaţia (1.38) se va ţine seama de semnul coeficienţilor de pondere h_i şi ai coeficienţilor de temperatură α_i, în comparaţie cu relaţia pentru calculul toleranţei (1.31) unde se lua în calcul modulul acestora.

1.1.4. Determinarea toleranţei globale a parametrilor circuitelor electronice în funcţie de abaterea componentelor pasive

Se utilizează o relaţie asemănătoare cu (1.16),

$$t_{gy} = \pm|t_y| \pm |\alpha_y \, \Delta\theta_M| \qquad (1.39)$$

1.1.5. Solicitarea termică a componentelor pasive

Pentru orice componentă pasivă, ca de altfel pentru orice componentă electrică, în timpul funcţionării, o parte din energia electrică la care este solicitată se transformă în căldură, ceea ce conduce la creşterea temperaturii corpului.

1.1.5.1. Determinarea temperaturii corpului componentei

Considerând că temperatura mediului ambiant θ_a, ia valori în intervalul

$$\theta_a \in [\theta_{am}, \theta_{aM}] \qquad (1.42)$$

atunci temperatura corpului componentei va lua valori în intervalul,

$$\theta_c \in [\theta_{cm}, \theta_{cM}] \qquad (1.43)$$

unde: θ_{am}, θ_{aM} reprezintă temperatura minimă, respectiv maximă a mediului ambiant ; θ_{cm}, θ_{cM} reprezintă temperatura minimă, respectiv maximă a corpului componentei.

Temperaturile θ_{cm}, θ_{cM} se obţin din observaţia evidentă că prin aplicarea unei solicitări electrice, temperatura unei componente nu poate decât să crească:

$$\theta_{cm} = \theta_{am} \tag{1.44}$$

$$\theta_{cM} = \theta_{aM} + \Delta\theta_p \tag{1.45}$$

unde $\Delta\theta_p$ este supratemperatura corpului componentei datorită disipării de putere. Supratemperatura $\Delta\theta_p$ depinde de tipul componentei (τ_{th}, D), puterea disipată şi forma acesteia.

Pentru câteva cazuri întâlnite frecvent în practică, θ_{cM} se determină cu relaţiile:

- Pentru **regim permanent** (puterea disipată P_0 este constantă în timp),

$$\theta_{cM} = \theta_{aM} + \frac{P_0}{D} \tag{1.46}$$

unde: $D = 1/R_{th}$ este coeficientul de disipaţie termică.

- Pentru puterea sub formă de **impuls singular P_i**, cu durata impulsului t_i mai mare decât τ_{th} şi puterea impulsului P_i,

$$\theta_{cM} = \theta_{aM} + \frac{P_i}{D} \tag{1.47}$$

În relaţia anterioară mărimea τ_{th}, constanta termică de timp este: $\tau_{th} = R_{th}C_{th} = R_{th}$ m c, cu C_{th} capacitatea termică, *m* masa, *c* căldura specifică şi R_{th} rezistenţa termică. Deoarece durata impulsului este mare, componenta ajunge la valoarea temperaturii egală cu cea din regim permanent din cazul anterior.

- Pentru putere sub formă de **impuls singular**, cu durata impulsului t_i mai mică decât τ_{th} şi puterea impulsului P_i,

$$\theta_{cM} = \theta_{aM} + \frac{P_i t_i}{D\tau_{th}} \tag{1.48}$$

- Pentru puterea sub formă de **impulsuri periodice**, cu durata impulsului t_p mai mare decât τ_{th} şi puterea impulsului P_i,

$$\theta_{cM} = \theta_{aM} + \frac{P_i}{D} \tag{1.49}$$

- Pentru puterea sub formă de **impulsuri periodice**, cu durata impulsului t_p mai mică decât ι_{th},

$$\theta_{cM} = \theta_{aM} + \frac{P_i t_i}{Dt_p} = \theta_{aM} + \frac{P_i\gamma}{D} \tag{1.50}$$

Raportul $\gamma = \frac{t_i}{t_p}$ se numeşte coeficient de umplere al semnalului dreptunghiular periodic.

1.1.5.2. Puterea nominală şi puterea termică maximă admisibilă

Din punct de vedere termic, un parametru foarte important pentru orice componentă pasivă (electronică) este **puterea nominală, P_N** care reprezintă puterea maximă pe care poate să o disipe o componentă la o funcţionare îndelungată într-un mediu ambiant cu temperatura egală cu cea nominală, θ_N şi amplasată în anumite condiţii prezentate de producător.

După cum s-a prezentat puterea evacuată de către o componentă este,

$$P_{ev} = D(\theta_c - \theta_a) \tag{1.51}$$

Având în vedere definiţia puterii nominale, rezultă că în acest caz $P_{ev} = P_N$, $\theta_c = \theta_M$, $\theta_a = \theta_N$, respectiv,

$$P_N = D(\theta_M - \theta_N) = \frac{\theta_M - \theta_N}{R_{th}} \tag{1.52}$$

Prin puterea termică maximă admisibilă, notată cu $P_{A\theta}$ se va înţelege puterea maximă pe care poate să o disipe o componentă ce funcţionează într-un mediu ambiant cu temperatura θ_a, astfel încât să nu se depăşească puterea nominală P_N, respectiv temperatura maximă θ_M. Pentru regim staţionar (permanent), având în vedere că puterea $P_{A\theta}$ reprezintă puterea maximă disipată, rezultă că în acest caz temperatura componentei este egală cu cea maximă, θ_M şi în conformitate cu relaţia (1.51), va fi,

$$P_{A\theta} = D(\theta_M - \theta_a) \tag{1.53}$$

Având în vedere şi relaţia (1.52), rezultă,

$$P_{A\theta} = P_N \frac{(\theta_M - \theta_a)}{(\theta_M - \theta_N)} \tag{1.54}$$

Reprezentând grafic pe $P_{A\theta}$ în funcţie de θ_a, rezultă aşa zisa diagramă de disipaţie a componentei, care pentru majoritatea componentelor pasive, prezentată de producători în cataloage este de forma celei din figura 1.4.

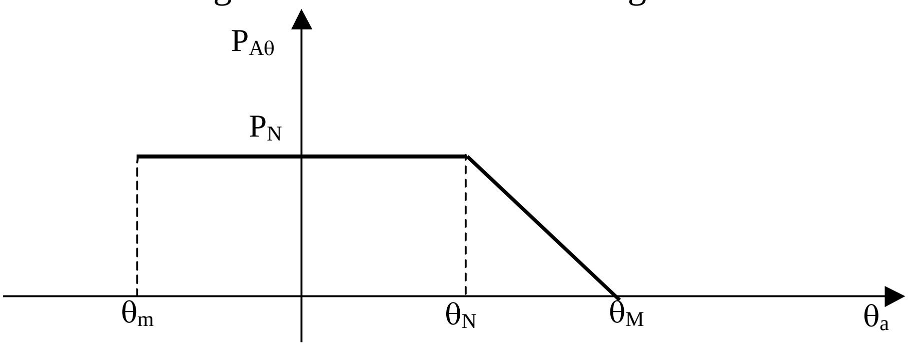


Fig. 1.4 *Diagrama de disipaţie 2*

În acest caz puterea termică maxim admisibilă este egală cu cea nominală, pentru $\theta_a \in [\theta_m, \theta_N]$ şi este mai mică decât cea nominală pentru $\theta_a \in [\theta_N, \theta_M]$.

Vom determina puterea termică maxim admisibilă pentru aceleaşi cazuri, notate identic şi pentru $\theta_a \in [\theta_{am}, \theta_{aM}]$.

a) **Putere disipată în timp constantă.**

Având în vedere cele expuse anterior, rezultă,

$$P_{A\theta} = P_N, \text{ dacă } \theta_{aM} \in [\theta_m, \theta_N] \tag{1.55}$$

$$P_{A\theta} = P_N \frac{\theta_M - \theta_{aM}}{\theta_M - \theta_N} = D(\theta_M - \theta_{aM}), \text{ dacă } \theta_a \in [\theta_N, \theta_M]. \qquad (1.56)$$

Cazurile **b_{11}-** regim de impuls singular cu $t_i > 3\tau_{th}$ şi **b_{21}** – regim de impulsuri periodice cu t_i; $t_p > 3\tau_{th}$, devin echivalente cu (a), deci şi pentru aceste situaţii $P_{A\theta}$ va fi determinată cu relaţiile (1.55) şi (1.56).

b_{12} Regim de impuls singular cu durata impulsului t_i mult mai mică decât constanta termică de timp τ_{th}.

Punând condiţia ca temperatura maximă a componentei în regim de impuls să devină egală cu temperatura maximă de utilizare, rezultă din relaţia (1.48),

$$\theta_M - \theta_{aM} = \frac{P_i}{D} \frac{t_i}{\tau_{th}} \qquad (1.57)$$

$$P_i = D(\theta_M - \theta_{aM}) \frac{\tau_{th}}{t_i} = P_N \frac{\theta_M - \theta_{aM}}{\theta_M - \theta_N} \frac{\tau_{th}}{t_i} \qquad (1.58)$$

Având în vedere şi relaţiile (1.55), (1.56), rezultă puterea termică maxim admisibilă în regim de impuls singular cu $t_i < 3\tau_{th}$,

$$P_{A\theta i} = P_N \frac{\tau_{th}}{t_i} \quad , \text{ dacă } \theta_{aM} \in [\theta_m, \theta_N] \qquad (1.59)$$

$$P_{A\theta i} = P_N \frac{\theta_M - \theta_{aM}}{\theta_M - \theta_N} \frac{\tau_{th}}{t_i}, \text{ dacă } \theta_{aM} \in [\theta_N, \theta_M] \qquad (1.60)$$

Deci în acest caz puterea termică maxim admisibilă este de (τ_{th}/t_i) ori mai mare decât cea de regim permanent, putând depăşi puterea nominală.

b_{22} Regim de impuls periodic cu durata perioadei mult mai mică decât constanta termică de timp.

Punând condiţia ca temperatura maximă în regim de impuls să fie egală cu cea maximă de utilizare, rezultă din relaţia (1.50),

$$\theta_M - \theta_{aM} = \frac{P_i}{D} \gamma \qquad (1.61)$$

$$P_i = D(\theta_M - \theta_{aM}) \frac{1}{\gamma} = P_N \frac{\theta_M - \theta_{aM}}{\theta_M - \theta_N} \frac{1}{\gamma} \qquad (1.62)$$

Având în vedere şi relaţiile (1.55), (1.56), rezultă puterea termică maxim admisibilă în acest caz,

$$P_{A\theta i} = \frac{P_N}{\gamma} \quad , \text{ dacă } \theta_{aM} \in [\theta_m, \theta_N] \qquad (1.63)$$

$$P_{A\theta i} = P_N \frac{\theta_M - \theta_{aM}}{\theta_M - \theta_N} \frac{1}{\gamma} \text{ , dacă } \theta_{aM} \in [\theta_N, \theta_M] \qquad (1.64)$$

Deci în regim de impulsuri periodice dreptunghiulare cu perioada mult mai mică decât constanta termică, puterea termică maxim admisibilă este de $1/\gamma$ ori mai mare faţă de cea de regim permanent, putând fi mai mare decât puterea nominală.

1.1.6. Determinarea puterii nominale

Punând condiţia ca puterea disipată să fie mai mică sau cel mult egală cu puterea maxim admisibilă rezultă, din paragraful 1.1.5.2, puterea nominală:

- Pentru **regim permanent**, impuls singular cu $t_i > \tau_{th}$, impulsuri periodice cu $t_p > \tau_{th}$.

$$P_N \geq P_d, \quad \text{pentru} \quad \theta_{aM} \leq \theta_N \tag{1.65}$$

$$P_N \geq P_d \frac{\theta_M - \theta_N}{\theta_M - \theta_{aM}} \quad \text{pentru} \quad \theta_N < \theta_{aM} < \theta_M \tag{1.66}$$

- Pentru **impulsuri singulare** cu $t_i < \tau_{th}$

$$P_N \geq P_d \frac{t_i}{\tau_{th}}, \quad \text{pentru} \quad \theta_{aM} \leq \theta_N \tag{1.67}$$

$$P_N \geq P_d \frac{t_i}{t_{th}} \frac{\theta_M - \theta_N}{\theta_M - \theta_{aM}} \quad \text{pentru} \quad \theta_N < \theta_{aM} < \theta_M \tag{1.68}$$

- Pentru **impulsuri periodice** cu $t_p < \tau_{th}$,

$$P_N \geq P_d \gamma \quad \text{pentru} \quad \theta_{aM} \leq \theta_N \tag{1.69}$$

$$P_N \geq P_d \gamma \frac{\theta_M - \theta_N}{\theta_M - \theta_{aM}} \quad \text{pentru} \quad \theta_N < \theta_{aM} < \theta_M \tag{1.70}$$

În funcţie de tipul componentelor avute la dispoziţie, se va alege componenta cu valoarea puterii nominale imediat superioară.

1.2. Probleme rezolvate

1.2.1. Să se calculeze toleranţa globală a unui rezistor cu toleranţa t = ±1% şi coeficientul de variaţie cu temperatura α = ±20 ppm/ ^{o}C ce funcţionează într-un mediu ambiant cu temperatura cuprinsă în intervalul [-30, 100]^{0}C şi un nivel ridicat al vibraţiilor mecanice, ceea ce duce la modificarea rezistenţei cu 0,5%. Temperatura de referinţă este de 20^{o}C.

Rezolvare:

Folosind relaţia 1.16, avem:

$$t_g = \pm\left(t + |\alpha| \cdot \Delta T + \sum_{j=1}^{n} t_j\right) = \pm\left(10^{-2} + 20 \cdot (100 - 20) \cdot 10^{-6} + 0{,}5 \cdot 10^{-2}\right)$$

$$= \pm 0{,}0166 = \pm 1{,}66\%$$

Utilizând relaţia exactă (1.11) vom avea:

$$t_g = \pm\left(t + |\alpha|\Delta\theta + \sum_{j=1}^{n} t_j + t|\alpha|\Delta\theta + \sum_{j=1}^{n} t_j + |\alpha|\Delta\theta \sum_{j=1}^{n} t_j + t|\alpha|\Delta\theta \sum_{j=1}^{n} t_j\right)$$

$$= \pm\begin{pmatrix} 10^{-2} + 0{,}16 \cdot 10^{-2} + 0{,}5 \cdot 10^{-2} + 10^{-2} \cdot 0{,}16 \cdot 10^{-2} + 10^{-2} \cdot 0{,}510^{-2} + \\ 0{,}16 \cdot 10^{-2} \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-2} + \end{pmatrix} +$$

$$+ 10^{-2} \cdot 0{,}16 \cdot 10^{-2} \cdot 0{,}510^{-2}) = \pm 0{,}0166856 = \pm 1{,}66856\%$$

1.2.2. Să se determine toleranţa globală a unui rezistor ce are toleranţa de fabricaţie t = ± 2%, coeficientul termic α_T = 200 ppm/^{o}C, abaterea datorată procesului de conectare a terminalelor este ± 0,3 %, abaterea în timp datorată solicitării termice este ± 3 %, abaterea datorată factorilor climatici este ± 1 %. În timpul funcţionării temperatura corpului rezistorului ia valori în intervalul [-20, 100]^{0}C. Temperatura de referinţă este 20^{0}C.

Rezolvare:

$$t_g = \pm t \pm |\alpha_T \Delta T| \pm \sum t_j$$

$$\Delta T = \max\{100 - 20,\ 20 + 20\}^0\,C = 80^0\,C$$

$$tg = \pm 2\,\% \pm 200 \times 80 \times 10^{-4}\,\% \pm 0{,}3\% \pm 3\% \pm 1\%$$

$$tg = \pm\, 7{,}9\ \%$$

1.2.3 Se consideră un oscilator cu punte Wien, cu frecvenţa de oscilaţie $f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$. Să se determine toleranţa globală a lui f_0, ştiind că R =1 kΩ, t_R = ±1 %, α_R = -100 ppm/°C, C = 1 nF, t_C = ±1 %, α_C = ±30 ppm/°C, θ_0 = 20°C, temperatura componentelor θ_C în timpul funcţionării ia valori în intervalul [-20,80]°C.

Rezolvare:

$$t_{gf0} = \pm\left(\left|t_{f_0}\right| + \left|\alpha_{f_0}\Delta\theta_M\right|\right)$$

$$t_{f_0} = \pm\left(\left|h_1 t_R\right| + \left|h_2 t_C\right|\right)$$

$$h_1 = \frac{R}{f_0}\frac{\partial f_0}{\partial R} = 2\pi R^2 C \frac{1}{2\pi C}\frac{-1}{R^2} = -1$$

Prin simetrie,

$$h_2 = -1$$

$$t_{f_0} = \pm(1+1)\% = \pm 2\%$$

$$\alpha_{f_0} = 100\,10^{-6}/^\circ C \pm 30\,10^{-6}/^\circ C = (70...130)10^{-6}/^\circ C.$$

$$\Delta\theta_M = \max\{80 - 20,\ 20 + 20\}^\circ C = 60^\circ C$$

$$t_{gf0} = \pm 2\% \pm 130 \cdot 10^{-6}\ 60\% = \pm 2{,}78\%$$

1.2.4. Să se calculeze toleranţa globală a rezistorului echivalent obţinut prin conectarea în serie a două rezistoare R_1 şi R_2 , ştiind că:

R_1 = 1 kΩ, t_1 = ±1%, α_1 = ±25 ppm/^{0}C şi

R_2 = 2,2 kΩ, t_2 = ±1%, α_2 = ±25 ppm/^{0}C.

Rezistoarele R_1 şi R_2 funcţionează într-un mediu cu temperatura cuprinsă în intervalul [-40, 110]^{0}C, θ_0=25^{0}C.

Rezolvare:

Rezistorul echivalent $R_s= R_1+R_2$. Notând cu t_s toleranţa sa în conformitate cu relaţia (1.31), vom avea:

$$t_s = \pm(|h_1t_1| + |h_2t_2|)$$

$$h_1 = \frac{R_1}{R_s}\cdot\frac{\partial R_s}{\partial R_1} = \frac{R_1}{R_1+R_2} = \frac{1}{2,2+1} = 0,312$$

$$h_2 = \frac{R_2}{R_s}\cdot\frac{\partial R_s}{\partial R_2} = \frac{R_2}{R_1+R_2} = \frac{2,2}{1+2,2} = 0,687$$

$$t_s = \pm(0,312\cdot 1 + 0,687\cdot 1) \approx \pm 1\%$$

Coeficientul de variaţie cu temperatura al lui R_s va fi,

$$\alpha_s = h_1\alpha_1 + h_2\alpha_2 = 0,312(\pm 25) + 0,687(\pm 25) = \pm 25\, ppm\backslash^0C$$

$$t_{gs} = \pm(t_s + |\alpha_s\Delta\theta|)$$

$$\Delta\theta = \max\{110-25,\ 25+40\} = 85^0C$$

$$t_{gs} = \pm(1 + 85\cdot 25\cdot 10^{-4}) = \pm 1,21\%$$

Rezultă deci prin conectarea în serie a celor două rezistoare, un rezistor echivalent cu toleranţa de ±1%, coeficientul de variaţie cu temperatura ±25 ppm/°C şi o toleranţă globală de ±1,21%.

1.2.5. Să se calculeze toleranţa şi coeficientul de variaţie cu temperatura al unui rezistor echivalent obţinut prin conectarea în paralel a două rezistoare de valori R_1 şi R_2, ştiind că R_1 are toleranţa t_1 şi coeficientul de temperatură α_1, R_2 are toleranţa t_2 şi coeficientul de variaţie cu temperatura α_2.

Rezolvare:

Conform problemei avem:

$$R_p = \frac{R_1\cdot R_2}{R_1+R_2}$$

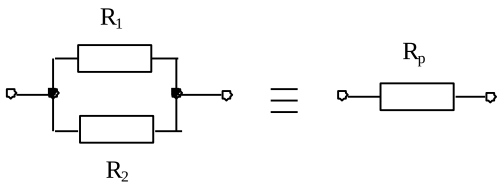


Fig. 1.5 *Rezistor echivalent paralel*

Pentru calculul toleranţei t_p a rezistorului R_p, conform relaţiei (1.29) rezultă:

$$t_p = \pm(|h_1t_1| + |h_2t_2|)$$

$$h_1 = \frac{R_1}{R_p}\cdot\frac{\partial R_p}{\partial R_1} = \frac{R_1\cdot(R_1+R_2)}{R_1\cdot R_2}\cdot\frac{R_2(R_1+R_2)-R_1R_2}{R_1+R_2} = \frac{R_2}{R_1+R_2}$$

$$h_2 = \frac{R_2}{R_p}\cdot\frac{\partial R_p}{\partial R_2} = \frac{R_1}{R_1+R_2}$$

$$t_p = \pm\left(\frac{R_2t_1 + R_1t_2}{R_1+R_2}\right)$$

Coeficientul de variaţie cu temperatura α_p al rezistorului R_p va fi:

$$\alpha_p = h_1\alpha_1 + h_2\alpha_2$$

$$\alpha_p = \frac{R_2\alpha_1 + R_1\alpha_2}{R_1 + R_2}$$

1.2.6. Un condensator cu capacitatea nominală C_1, toleranţa t_1 şi coeficientul de variaţie cu temperatura α_1, se conectează în paralel cu un condensator cu capacitatea nominală C_2, toleranţa t_2 si coeficientul de variaţie cu temperatura α_2. Să se calculeze toleranţa şi coeficientul de variaţie cu temperatura al condensatorului echivalent.

Rezolvare:

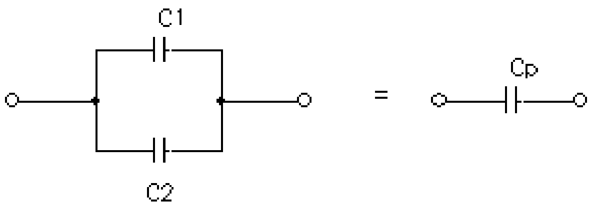


Fig. 1.6 *Condensator echivalent paralel*

$$C_p = C_1 + C_2$$

Toleranţa t_p a condensatorului C_p, conform relaţiei (1.31) va fi:

$$t_p = \pm\left(\left|h_1 t_1\right| + \left|h_2 t_2\right|\right)$$

$$h_1 = \frac{C_1}{C_p}\cdot\frac{\partial \mathrm{C_p}}{\partial \mathrm{C_1}} = \frac{C_1}{C_1 + C_2};$$

$$h_2 = \frac{C_2}{C_p}\cdot\frac{\partial \mathrm{C_p}}{\partial \mathrm{C_2}} = \frac{C_2}{C_1 + C_2}$$

$$t_p = \pm\frac{C_1\cdot t_1 + C_2\cdot t_2}{C_1 + C_2}$$

Aplicând calculul absolut, relaţia (1.25) se obţine:

$$t_p = \pm\max\left\{\frac{C_{pM} - C_p}{C_p},\ \frac{\mathrm{C_p} - C_{pm}}{C_p}\right\}$$

$$\frac{C_{pM} - C_p}{C_p} = \frac{C_1(1+t_1) + C_2(1+t_2) - C_1 - C_2}{C_1 + C_2} = \frac{C_1 t_1 + C_2 t_2}{C_1 + C_2}$$

$$\frac{\mathrm{C_p} - C_{pm}}{C_p} = \frac{C_1 + C_2 - C_1(1-t_1) - C_2(1-t_2)}{C_1 + C_2} = \frac{C_1 t_1 + C_2 t_2}{C_1 + C_2}$$

Rezultă $\mathrm{t_p} = \pm\left(\frac{C_1 t_1 + C_2 t_2}{C_1 + C_2}\right)$

Observaţie: Se observă că rezultatul obţinut prin utilizarea relaţiei Taylor este identic cu cel obţinut aplicând calculul absolut, derivatele de ordin mai mare ca 1 ale lui Cp, care intervin în aproximaţia utilizată la calculul toleranţelor prin metoda „Taylor” fiind toate egale cu zero.

Coeficientul de variaţie cu temperatura α_p al condensatorului C_p va fi:

$\alpha_p = h_1 \cdot \alpha_1 + h_2 \cdot \alpha_2$

înlocuind, se obţine:

$$\alpha_p = \frac{C_1\alpha_1 + C_2\alpha_2}{C_1 + C_2}$$

1.2.7. Să se calculeze toleranţa şi coeficientul de variaţie cu temperatura a frecvenţei de rezonanţă a unui circuit oscilant serie LC, ştiind că L are parametrii t_1 şi α_1 şi C are parametrii t_2 şi α_2.

Rezolvare:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Notând toleranţa frecvenţei f_0, cu t_{f0} şi coeficientul de variaţie cu temperatura α_{f0}, rezultă:

$$t_{f0} = \pm\left(|h_1 t_1| + |h_2 t_2|\right)$$

$$h_1 = \frac{L}{f_0} \cdot \frac{\partial \mathrm{f}_0}{\partial \mathrm{L}} = L \cdot 2\pi \cdot \sqrt{LC} \cdot \frac{-C}{2LC \cdot \sqrt{LC}} \cdot \frac{1}{2\pi} = -\frac{1}{2}$$

Prin simetrie:

$$h_2 = \frac{C}{f_0} \cdot \frac{\partial \mathrm{f}_0}{\partial \mathrm{C}} = -\frac{1}{2}$$

$$t_{f0} = \pm\frac{t_1 + t_2}{2}$$

$$\alpha_{f0} = h_1\alpha_1 + h_2\alpha_2 = -\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}$$

1.2.8. Să se determine toleranţa şi coeficientul de variaţie cu temperatura al tensiunii U_2 din figura 1.8, ştiind că:

$R_1 = 1$ kΩ, $t_1 = \pm 5\%$, $\alpha_1 = \pm 100$ ppm/°C,

$R_2 = 2$ kΩ, $t_2 = \pm 5\%$, $\alpha_2 = \pm 100$ ppm/°C ,

$U_1 = 10$ V $t_3 = \pm 2{,}5\%$, $\alpha_3 = \pm 100$ ppm/°C .

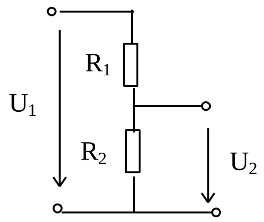


Fig. 1.7 *Divizor rezistiv*

Rezolvare:

Conform figurii 1.7, tensiunea U_2 este,

$$U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_1$$

Toleranţa lui U_2, pe care o vom nota t_{U2}, va fi:

$$t_{U2} = \pm\left(|h_1 t_1| + |h_2 t_2| + |h_3 t_3|\right)$$

$$h_1 = \frac{R_1}{U_2} \cdot \frac{\partial \mathrm{U}_2}{\partial \mathrm{R}_1} = \frac{R_1(R_1+R_2)}{R_2 U_1} \cdot R_2 U_1 \cdot \frac{-1}{(R_1+R_2)^2} = -\frac{R_1}{R_1+R_2}$$

$$h_2 = \frac{R_2}{U_2} \cdot \frac{\partial \mathrm{U}_2}{\partial \mathrm{R}_2} = \frac{R_2\left(R_1+R_2\right)}{R_2 U_1} \cdot U_1 \cdot \frac{R_1+R_2-R_2}{\left(R_1+R_2\right)^2} = \frac{R_1}{R_1+R_2}$$

$$h_3 = \frac{U_1}{U_2} \cdot \frac{\partial U_2}{\partial U_1} = \frac{U_1(R_1+R_2)}{U_1 R_2} \cdot \frac{R_2}{R_1+R_2} = 1$$

$$t_{u2} = \pm\left[\frac{R_1}{R_1+R_2} \cdot \left(t_1+t_2\right)+t_3\right];$$

înlocuind cu datele numerice, se obţine:

$$t_{u2} = \pm[\frac{1}{3} \cdot (5+5) \cdot 10^{-2} + 2{,}5 \cdot 10^{-2}] = \pm 0{,}0583 = \pm 5{,}83\%$$

Coeficientul de variaţie cu temperatura al lui U_2 va fi:

$\alpha_{U2} = h_1 \cdot \alpha_1 + h_2 \cdot \alpha_2 + h_3 \cdot \alpha_3$

$$\alpha_{U2} = \frac{R_1}{R_1+R_2}\left(\alpha_2-\alpha_1\right)+\alpha_3$$

Toţi coeficienţii de variaţie cu temperatura fiind de forma $\pm\alpha$, rezultă:

$$\alpha_{U2} = \pm[\frac{1}{3}(100+100)+100] = \pm 166{,}6\, ppm/^0C$$

1.2.9. Să se determine intervalul în care ia valori durata τ a impulsului unui monostabil, figura 1.8, ştiind că R = 1 MΩ, cu $t_1 = \pm 2{,}5\%$, $\alpha_1 = \pm 50$ ppm/°C şi C = 100 pF, cu t = ±5% şi $\alpha_2 = 100$ ppm/^{0}C. Circuitul funcţionează într-un mediu cu temperatura cuprinsă în intervalul [-30, 100]°C şi τ = RC/2. Temperatura de referinţă este 20^{o}C.

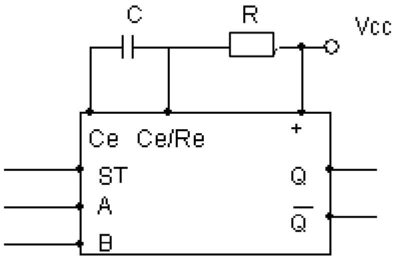


Fig. 1.8 *Circuit monostabil*

Rezolvare:

Toleranţa duratei τ, notată cu t_τ este:

$t_\tau = \pm(|h_1 t_1| + |h_2 t_2|)$

$$h_1 = \frac{R}{\tau}\frac{\partial \tau}{\partial \mathrm{R}} = \frac{2R}{RC} \cdot \frac{1}{2}C = 1$$

$$h_2 = \frac{C}{\tau}\frac{\partial \tau}{\partial \mathrm{C}} = \frac{2C}{RC} \cdot \frac{1}{2}R = 1$$

$t_\tau = \pm(t_1+t_2) = \pm(2{,}5+5) \cdot 10^{-2} = \pm 7{,}5\%$

Coeficientul de variaţie cu temperatura al duratei τ, α_τ, va fi:

$\alpha_\tau = h_1\alpha_1 + h_2\alpha_2$

$\alpha_\tau = (\pm 50)+100 = [50,\ 150]$ ppm/^{0}C

Valoarea nominală a duratei, τ_0, este:

$$\tau_0 = \frac{1}{2}RC = \frac{1}{2}\cdot 10^6 \cdot 10^{-10} = 50\mu s$$

$\tau \in [\tau_{min}, \tau_{max}]$

$\tau_{min} = \tau_0(1\text{-}t_\tau)[1\text{-}\alpha_\tau(\theta_0\text{-}\theta_m)]=50\cdot 10^{-6}(1\text{-}7{,}5\cdot 10^{-2})(1\text{-}150\cdot 50\cdot 10^{-6})$

$\tau_{min} = 45{,}9\mu s$

$\tau_{max} = \tau_0(1+t_\tau)[1+\alpha_\tau(\theta_M\text{-}\theta_0)]=50\cdot 10^{-6}(1+7{,}5\cdot 10^{-2})(1+150\cdot 80\cdot 10^{-6})$

$\tau_{max} = 54{,}4\ \mu s$

Deci $\tau \in [45{,}9;\ 54{,}4]\ \mu s$

1.2.10. Să se calculeze valorile rezistenţelor R_1 şi R_2, astfel încât rezistenţa echivalentă conectării lor în serie să aibă valoarea R_s = 2.000 Ω şi coeficientul de variaţie cu temperatura α_s= 0, ştiind că α_1 = 200 ppm/^{0}C şi α_2=-400 ppm/^{0}C.

Rezolvare:

$R_s = R_1+R_2$

$\alpha_s = h_1\alpha_1+h_2\alpha_2$

$$h_1 = \frac{R_1}{R_s}\frac{\partial R_s}{\partial R_1} = \frac{R_1}{R_1+R_2}$$

$$h_2 = \frac{R_2}{R_s}\frac{\partial R_s}{\partial R_2} = \frac{R_2}{R_1+R_2}$$

$$\alpha_s = \frac{R_1\alpha_1 + R_2\alpha_2}{R_1+R_2}$$

Punând condiţiile date în problemă rezultă sistemul:

$$\begin{cases} R_1 + R_2 = 2000 \\ \dfrac{R_1\alpha_1 + R_2\alpha_2}{R_1+R_2} = 0 \end{cases}$$

Din ecuaţia II-a obţinem: $R_1\alpha_1+R_2\alpha_{2b} = 0$

$$R_1 = -\frac{\alpha_2}{\alpha_1}R_2 = -\frac{-400}{200}R_2 = 2\cdot R_2$$

$$2\cdot R_2 + R_2 = 2000$$

$$R_2 = \frac{2000}{3} = 666\Omega$$

$$R_1 = 2\cdot R_2 = 1332\Omega$$

1.2.11. Să se determine condiţia pe care trebuie să o îndeplinească coeficienţii de variaţie cu temperatura ai inductorului si condensatorului unui circuit rezonant serie LC, astfel încât frecvenţa de rezonanţă să fie cât mai stabilă cu temperatura.

Rezolvare:

Pentru ca frecvenţa de rezonanţă să fie cât mai stabilă cu temperatura, coeficientul de variaţie cu temperatura al acesteia trebuie să fie zero.

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$\alpha_{fr} = h_1\alpha_L + h_2\alpha_C$$

$$h_1 = \frac{L}{f_r}\frac{\partial f_r}{\partial L} = -\frac{1}{2}$$

$$h_2 = \frac{C}{f_r}\frac{\partial f_r}{\partial C} = -\frac{1}{2}$$

$$\alpha_{fr} = -\frac{1}{2}\left(\alpha_L + \alpha_C\right)$$

$\alpha_{fr} = 0$ rezultă, $\alpha_L = -\alpha_C$

Deci pentru o stabilitate termică cât mai bună a frecvenţei de rezonanţă, inductorul şi condensatorul trebuie să aibă coeficienţii de variaţie cu temperatura egali în modul şi de semn opus.

1.2.12. Să se calculeze toleranţa globală a amplificării amplificatorului din figura 1.9 ştiind că: $R_1 = 1\ k\Omega$, $t_1 = \pm 2\ \%$, $\alpha_1 = \pm 100\ ppm/^0C$, $R_2 = 10\ k\Omega$, $t_2 = \pm 2\ \%$, $\alpha_2 = \pm 100\ ppm/^0C$, $\theta_a \in [-10, 90]\ ^oC$, $\theta_0 = 20\ ^0C$, $A = \frac{U_0}{U_i} = \frac{R_1 + R_2}{R_1}$

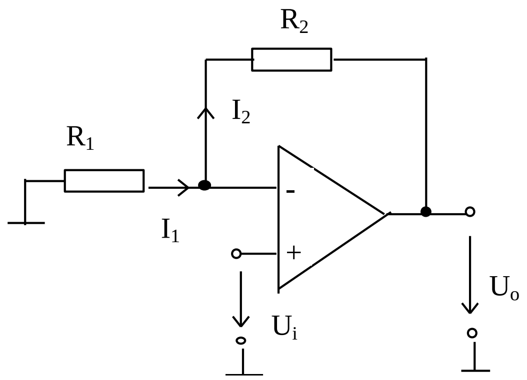


Fig. 1.9 *Amplificator neinversor cu circuit operaţional*

Rezolvare:

$$tg_A = \pm t_A \pm \left|\alpha_A \Delta T\right|$$

$$t_A = \pm\left|h_1 t_1\right| \pm \left|h_2 t_2\right|$$

$$h_1 = \frac{R_1}{A}\frac{\partial A}{\partial R_1} = \frac{R_1^2}{R_1 + R_2}\frac{R_1 - R_1 - R_2}{R_1^2} = -\frac{R_2}{R_1 + R_2} \cong -0{,}9$$

$$h_2 = \frac{R_2}{A}\frac{\partial A}{\partial R_2} = \frac{R_2 R_1}{R_1 + R_2}\frac{1}{R_1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cong 0{,}9$$

$$t_A = \pm\frac{R_2}{R_1+R_2}\left(t_1+t_2\right) = \pm 0{,}9 * 4\% = \pm 3{,}6\%$$

$$\alpha_A = h_1\alpha_1 + h_2\alpha_2 = \frac{R_2}{R_1+R_2}\left(\alpha_2-\alpha_1\right)$$

$$\alpha_A = 0{,}9(\pm 200)ppm/^0C = \pm 180\, ppm/^oC$$

$$\Delta T = \max\{90-20, 20+10\} = 70^oC$$

$$tg_A = \pm 3{,}6\% \pm 180 * 10^{-4} * 70\% = \pm 4{,}86\%$$

1.2.13. O componentă pasivă cu constanta termică de timp τ_{th} = 5 s şi coeficientul de disipaţie termică D = 10 mW/°C, funcţionează într-un mediu ambiant cu temperatura $\theta_a \in$[-10,60]°C. În timpul funcţionării componenta disipă o putere de 0,3 W. Să se determine intervalul în care ia valori temperatura corpului componentei dacă:

a) componenta funcţionează în regim permanent;

b) componenta funcţionează în regim de impulsuri singulare, cu durata impulsurilor t_i = 1 ms;

c) componenta funcţionează în regim de impulsuri periodice cu perioada t_p = 1 ms şi coeficientul de umplere γ = 1/3.

Rezolvare:

În toate cazurile (a,b,c) temperatura minimă a corpului componentei este egală cu temperatura minimă a mediului ambiant,

$\theta_{cm} = \theta_{am}$= -10°C

a) Conform relaţiei (1.46),

$\theta_{cM} = \theta_{aM} + \frac{P_0}{D}$ = 60+300/10 = 90°C

Rezultă $\theta_c \in$[-10, 90] °C

b) t_i=1 ms; τ_{th} =5 s

$t_i << \tau_{th}$

Având în vedere relaţia (1.48), rezultă:

$\theta_{cM} = \theta_{aM} + \frac{P_i t_i}{D\tau_{th}} = 60 + \frac{300 \cdot 10^{-3}}{105} = 60{,}006$ °C ≅ 60°C

Deci $\theta_c \in$[-10,60]°C

Utilizând relaţia exactă (1.40), va rezulta:

$$\theta_{cM} = \theta'_{aM} + \left(\theta'_{CM} - \theta_{aM}\right)\left(1 - e^{-\frac{t_i}{t_{th}}}\right)$$

$\theta'_{cM} = \theta_{aM} + \frac{P_d}{D}$ = 90°C

$$\theta_{cM} = 60 + 30\left(1 - e^{-\frac{10^{-3}}{5}}\right) = 60{,}006^0C$$

Rezultă deci aceleaşi valori pentru θ_{cM} .

c) t_p = 1 ms, γ = 1/3, τ_{th} =5s

$t_p << \tau_{th}$

Conform (1.50), θ_{cM} va fi,

$$\theta_{CM} = \theta_{aM} + \frac{P_d \cdot \gamma}{D} = 60 + \frac{300 \cdot \frac{1}{3}}{10} = 70\,°\mathrm{C}$$

Deci $\theta_C \in$[-10, 70]°C.

1.2.14. O componentă pasivă cu P_N = 0,5 W, θ_M = 130 °C, θ_N = 70°C, τ_{th} = 4 s funcţionează într-un mediu ambiant cu temperatura $\theta_a \in$[-20,90]°C. Să se determine puterea maxim admisibilă dacă:

a) componenta funcţionează în regim permanent;

b) componenta funcţionează în regim de impulsuri singulare cu durata t_i = 10 ms;

c) componenta funcţionează în regim de impulsuri periodice cu perioada t_p=10ms şi coeficientul de umplere γ = 1/2.

Rezolvare:

a) θ_{aM} = 90°C, θ_M = 130°C, θ_N = 70°C , $\theta_N < \theta_{aM} < \theta_M$

Deci conform (1.54), puterea maxim admisibilă este,

$$P_{A\theta} = P_N \frac{\theta_M - \theta_{aM}}{\theta_M - \theta_N} = 0{,}5\frac{130-90}{130-70} = 0{,}333W$$

b) $\theta_N < \theta_{aM} < \theta_M$, t_i = 10 ms, $t_i << \tau_{th,}$ τ_{th} = 4 s, rezultă,

$$P_{A\theta} = P_N \frac{t_{th}}{t_i}\frac{\theta_M - \theta_{aM}}{\theta_M - \theta_N} = 0{,}5\frac{4}{10^{-2}}\frac{130-90}{130-70} = 133W$$

Este evident că această putere este foarte mare, şi că de fapt în asemenea situaţii puterea maxim admisibilă nu se va putea obţine, valoarea va fi limitată de tensiunea nominală a componentei.

c) $\theta_N < \theta_{aM} < \theta_M$, t_p = 10 ms, τ_{th} = 4 s, γ = 1/2.

$t_p << \tau_{th,}$ rezultând (vezi relaţia 1.64)

$$P_{A\theta} = \frac{P_N}{\gamma}\frac{\theta_M - \theta_{aM}}{\theta_M - \theta_N} = 2 \cdot 0{,}5\frac{130-90}{130-70} = 0{,}666W$$

1.2.15. O componentă pasivă disipă în timpul funcţionării o putere de 110 mW. Componentele utilizate prezintă parametrii: $P_N \in$ {0,1 W; 0,3 W; 0,5 W; 0,7 W; 1 W}; θ_M = 125°C, θ_N = 70°C, τ_{th} > 10 s. Să se determine puterea nominală a componentei ce poate fi utilizată ştiind că funcţionează într-un mediu cu temperatura $\theta_a \in$[-25,95]°C, dacă:

a) componenta funcţionează în regim permanent.

b) componenta funcţionează în regim de impulsuri singulare cu durata t_i=10 ms.

c) componenta funcţionează în regim de impulsuri periodice cu perioada t_p = 5 ms şi coeficientul de umplere γ = 1/4.

Rezolvare

a) θ_{aM} = 95°C, θ_N = 70°C, θ_M = 125°C,

$\theta_N < \theta_{aM} < \theta_M$

Conform relaţiei (1.66), rezultă,

$$P_N \geq P_d \frac{\theta_M - \theta_N}{\theta_M - \theta_{aM}}$$

$$P_N \geq 0{,}11 \frac{125-70}{125-95} = 0{,}2016W$$

Se poate deci utiliza în acest caz componenta cu putere nominală de 0,3W.

b) $\theta_N < \theta_{aM} < \theta_M$, t_i=10ms, $t_i << \tau_{th}$, τ_{th}=10s, rezultă conform relaţiei (1.68)

$$P_N \geq P_d \frac{t_i}{t_{th}} \frac{\theta_M - \theta_N}{\theta_M - \theta_{aM}}$$

$$P_N \geq 0{,}11 \frac{10^{-2}}{10} \frac{125-70}{125-95}$$

$$P_N \geq 0{,}2016mW$$

Se poate deci utiliza în acest caz componente cu puterea nominală de 0,1W.

c) $\theta_N < \theta_{aM} < \theta_M$, t_p=5ms, τ_{th}>10s, $t_p << \iota_{th}$,

Rezultă conform relaţiei (1.70),

$$P_N \geq P_d \gamma \frac{\theta_M - \theta_N}{\theta_M - \theta_{aM}}$$

$$P_N \geq 0{,}11 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{125-70}{125-95}$$

$$P_N \geq 0{,}0504W$$

Se poate utiliza în acest caz componenta cu puterea nominală de 0,1W.

1.2.16. Dacă se consideră amplificatorul diferenţial din figura 1.9a. pentru care se notează: $R_1/R_2 = R_3/R_4 = r$ cu toleranţele t_r şi coeficienţii de temperatură α_r , să se calculeze A_U (amplificarea în tensiune) şi coeficientul ei de variaţie cu temperatura.

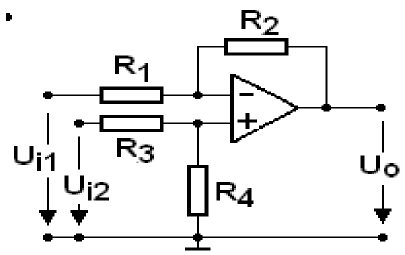


Fig. 1.9a. *Amplificatorul diferenţial cu circuit operaţional*

Rezolvare:

Se ştie că amplificarea unui etaj diferenţial este dată de relaţia:

$$U_O = -\frac{R_1}{R_2} U_{i1} + \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) \frac{R_4}{R_3 + R_4} U_{i2}$$

dacă se înlocuiesc rapoartele date în enunţ se obţine:

$U_O = (U_{i1} - U_{i2})/r$ cu soluţiile:

$$A_U = \frac{U_O}{U_{i1} - U_{i2}} = -\frac{1}{r}; \; t_A = \frac{dU_A}{U_A} = -t_r; \; \alpha_A = \frac{1}{U_A} \cdot \frac{dU_A}{dT} = -\alpha_r$$

1.2.17. Se consideră puntea Wheatstone din Figura 1.9ab. ale cărei rezistoare R_i au toleranţele t_i (i=1,2,3,4).

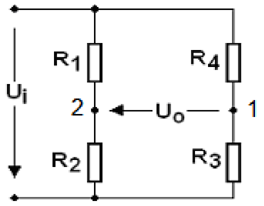


***Fig. 1.9ab**. Conectarea rezistoarelor R_1-R_4 în punte Wheatstone*

Să se calculeze tensiunea la ieşire $U_{0.}$

Rezolvare:

Tensiunea la ieşirea U_O este dată de relaţia:

$$U_O = \left(\frac{R_3}{R_3 + R_4} - \frac{R_2}{R_2 + R_1} \right) \cdot U_i$$

Dacă se notează cu $r_1=R_1/R_2$ şi cu $r_2=R_3/R_4$ atunci U_O se poate scrie sub forma:

$$U_O = \left(\frac{1}{1+r_2} - \frac{1}{1+r_1} \right) \cdot U_i$$

S-a demonstrat că toleranţa rapoartelor de rezistenţe este $t_{r1}= t_1-t_2$ şi $t_{r2}=t_3-t_4$ ceea ce conduce la soluţia:

$$t_{U_O} = \frac{r_1(1+r_2)}{(1+r_1)(r_1-r_2)} \cdot t_{r_1} - \frac{r_2(1+r_1)}{(1+r_2)(r_1-r_2)} \cdot t_{r_2}$$

Capitolul 2

REZISTOARE LINIARE

2.1. Noţiuni teoretice

2.1.1. Parametrii rezistoarelor

Rezistenţa nominală, R_N [Ω], reprezintă valoarea rezistenţei ce se doreşte a se obţine în procesul de fabricaţie şi este marcată în general pe corpul rezistorului.

Toleranţa t (de fabricaţie), este abaterea relativă maximă a valorii reale a rezistenţei faţă de valoarea nominală. Se determină conform relaţiilor prezentate în capitolul 1.

Toleranţe datorate diverşilor factori, t_j, exprimă abaterea rezistenţei la acţiunea diverşilor factori electrici şi neelectrici.

Toleranţa globală, t_g, reprezintă abaterea maximă totală a valorii reale a rezistenţei faţă de cea nominală ce poate să apară în timpul funcţionării rezistorului în anumite condiţii reale de funcţionare. Se determină cu relaţia (1.16).

Domeniul temperaturilor de utilizare, [θ_m,θ_M], reprezintă intervalul maxim de temperatură în care poate fi utilizat rezistorul.

Coeficientul de variaţie cu temperatura α_θ [ppm/°C] exprimă abaterea valorii rezistenţei la variaţia temperaturii corpului său cu 1 °C.

Rezistenţa de izolaţie, R_{iz}, este rezistenţa dintre terminalele rezistorului şi corpul acestuia.

Temperatura nominală, θ_N, este temperatura mediului ambiant la care se determină (defineşte) puterea nominală.

Puterea nominală P_N [W] reprezintă puterea maximă pe care poate să o disipe rezistorul la o funcţionare continuă într-un mediu ambiant cu temperatura cel mult egală cu cea nominală, vezi paragraful 1.1.5.

Coeficientul de disipaţie D, reprezintă puterea evacuată de rezistor la modificarea temperaturii corpului cu 1 °C sau K.

Rezistenţa termică R_{th}, [K/W sau °C/W] este inversul coeficientului de disipare, exprimând variaţia temperaturii componentei la evacuarea către mediul ambiant a unei puteri de 1W.

Puterea termică maxim admisibilă, $P_{A\theta}$, este puterea maximă pe care poate să o disipe un anumit tip de rezistor în funcţie de temperatura mediului ambiant în care funcţionează.

Puterea maxim admisibilă P_A, reprezintă puterea maximă la care poate fi solicitat (încărcat) un anumit tip de rezistor în timpul funcţionării.

Tensiunea nominală U_N, reprezintă valoarea maximă a tensiunii continue ce poate fi aplicată la bornele unui rezistor, indiferent de valoarea rezistenţei, la o funcţionare îndelungată. Este limitată din motive de străpungere dielectrică a părţilor constituente izolatoare.

Tensiunea maxim admisibilă U_A, este valoarea maximă a tensiunii la care poate fi solicitat un rezistor în timpul funcţionării.

Rezistenţa critică, R_{cr}, reprezintă valoarea rezistenţei pentru un anumit tip de rezistor cu o anumită tipodimensiune, rezistor ce poate fi utilizat simultan la puterea nominală şi tensiunea nominală.

2.1.2. Solicitarea electrică maximă a rezistoarelor.

Determinarea valorilor maxim admisibile ale mărimilor electrice.

Pentru un rezistor, în funcţie de parametrii nominali (putere, tensiune) mărimile electrice vor avea anumite valori maxime care nu trebuie depăşite în timpul funcţionării. Aceste valori le vom numi valori maxim admisibile şi le vom nota cu indice A.

Pentru o serie de rezistoare cu puterea nominală P_N şi tensiunea nominală U_N, există o singură valoare a rezistenţei, numită rezistenţă critică, ce poate fi utilizată la o funcţionare îndelungată simultan la puterea nominală şi tensiunea nominală,

$$R_{cr} = \frac{U_N^2}{P_N} \tag{2.1}$$

Având în vedere domeniul valorilor nominale, vor exista două codomenii:

- Dacă $R_N \le R_{cr}$, rezistorul nu poate fi utilizat la tensiunea nominală, pentru că în acest caz puterea disipată ar fi,

$$P_d = \frac{U_N^2}{R_N} > P_N \tag{2.2}$$

şi s-ar depăşi puterea nominală. Pentru acest caz, rezistorul va fi utilizat cel mult la puterea nominală, iar tensiunea la bornele sale va fi,

$$U = \sqrt{P_N R_N} < U_N \tag{2.3}$$

- Dacă $R_N \ge R_{cr}$, rezistorul nu poate fi utilizat la puterea nominală P_N, pentru că în acest caz tensiunea la bornele rezistorului ar fi,

$$U = \sqrt{P_N R_N} > U_N \tag{2.4}$$

În această situaţie, rezistorul va fi utilizat la cel mult tensiunea nominală, iar puterea maximă disipată, se va reduce la,

$$P = \frac{U_N^2}{R_N} < P_N \tag{2.5}$$

În concluzie, un rezistor cu parametrii R_N, P_N, U_N, θ_M, θ_m, θ_N, D ce funcţionează într-un mediu ambiant cu temperatura maximă θ_{aM} va putea fi solicitat la o funcţionare îndelungată în regim permanent la o **putere maxim admisibilă P_A**, ce poate fi determinată cu una din relaţiile,

$$P_A = P_N,\ \text{dacă}\ \theta_m \le \theta_{aM} \le \theta_N\ \text{şi}\ R_{Nm} \le R_N \le R_{cr} \tag{2.6}$$

$$P_A = P_N \frac{\theta_M - \theta_{aM}}{\theta_M - \theta_N},\ \text{dacă}\ \theta_N < \theta_{aM} < \theta_M\ \text{şi}\ R_{Nm} \le R_N \le R_{cr} \tag{2.7}$$

$$P_A = \frac{U_N^2}{R_N},\ \text{dacă}\ \theta_m \le \theta_{aM} \le \theta_N\ \text{şi}\ R_{cr} \le R_N \le R_{NM} \tag{2.8}$$

$$P_A = \min\left\{\frac{U_N^2}{R_N}, P_N \frac{\theta_M - \theta_{aM}}{\theta_M - \theta_N}\right\},\ \text{dacă}\ \theta_N < \theta_{aM} < \theta_M\ \text{şi}\ R_{cr} \le R_N \le R_{NM} \tag{2.9}$$

Tensiunea maxim admisibilă U_A ce poate fi aplicată la bornele rezistorului va fi,

$$U_A = \sqrt{P_N R_N},\ \text{dacă}\ \theta_m < \theta_{aM} < \theta_N\ \text{şi}\ R_{Nm} \le R_N \le R_{cr} \tag{2.10}$$

$$U_A = \sqrt{P_N R_N \frac{\theta_M - \theta_{aM}}{\theta_M - \theta_N}},\ \text{dacă}\ \theta_N < \theta_{aM} < \theta_M\ \text{şi}\ R_{Nm} \le R_N \le R_{cr} \tag{2.11}$$

$$U_A = U_N,\ \text{dacă}\ \theta_m < \theta_{aM} < \theta_N\ \text{şi}\ R_{cr} \le R_N \le R_{NM} \tag{2.12}$$

$$U_A = \min\left\{U_N, \sqrt{P_N R_N \frac{\theta_M - \theta_{aM}}{\theta_M - \theta_N}}\right\},\ \text{dacă}\ \theta_N < \theta_{aM} < \theta_M\ \text{şi}\ R_{cr} \le R_N \le R_{NM} \tag{2.13}$$

Utilizând relaţia $I_A = \sqrt{P_A / R_N}$, rezultă relaţiile pentru determinarea **curentului maxim admis** prin rezistor,

$$I_A = \sqrt{P_N / R_N},\ \text{dacă}\ \theta_m \le \theta_{aM} \le \theta_N\ \text{şi}\ R_{Nm} \le R_N \le R_{cr} \tag{2.14}$$

$$I_A = \sqrt{\frac{P_N(\theta_M - \theta_{aM})}{R_N(\theta_M - \theta_N)}},\ \text{dacă}\ \theta_N < \theta_{aM} < \theta_M\ \text{şi}\ R_{Nm} \le R_N \le R_{cr} \tag{2.15}$$

$$I_A = \frac{U_N}{R_N},\ \text{dacă}\ \theta_m < \theta_{aM} < \theta_N\ \text{şi}\ R_{cr} \le R_N \le R_{NM} \tag{2.16}$$

$$I_A = \min\left\{\frac{U_N}{R_N}, \sqrt{\frac{P_N(\theta_M - \theta_{aM})}{R_N(\theta_M - \theta_N)}}\right\},\ \text{dacă}\ \theta_N < \theta_{aM} < \theta_M\ \text{şi}\ R_{cr} \le R_N \le R_{NM} \tag{2.17}$$

În regim de impuls se vor analiza aceleaşi cazuri ca şi în paragraful 1.1.5. Pentru impuls singular cu durata impulsului t_i mai mare decât triplul constantei termice de timp (3 τ_{th}) şi pentru impuls dreptunghiular cu perioada t_p mai mare decât 3 τ_{th}, se vor utiliza relaţiile (2.7)-(2.17). Pentru celelalte două cazuri, adică pentru impuls singular cu $t_i << \tau_{th}$, şi semnal dreptunghiular periodic cu $t_p << \tau_{th}$, se va utiliza următoarea variantă. Se determină puterea $P_{A\theta i}$, cu ajutorul relaţiilor (1.59)–(1.60) respectiv (1.63)-(1.64). Se determină tensiunea impulsului $U_i = \sqrt{P_{A\theta i} R_N}$, care se compară cu tensiunea nominală, rezultând două situaţii,

- Dacă $U_i < U_N$, puterea maxim admisibilă P_A va fi,
  $$P_A = P_{A\theta i} \tag{2.18}$$
- Dacă $U_i \geq U_N$, rezistorul va fi utilizat la tensiunea nominală şi puterea maxim admisibilă va fi,
  $$P_A = \frac{U_N^2}{R_N} < P_{A\theta i} \tag{2.19}$$

2.2. Probleme rezolvate

2.2.1. Un rezistor de volum, cu carbon, de tip CBT25J1K [22] este parcurs de un curent continuu de 10 mA şi funcţionează într-un mediu ambiant cu temperatura maximă de 75^{O}C. Să se determine temperatura maximă la care ajunge corpul rezistorului în timpul funcţionării dacă R_N = 1 kΩ.

Rezolvare:

Temperatura maxima, θ_{CM}, este,

$$\theta_{CM} = \theta_{aM} + \Delta\theta = \theta_{aM} + \frac{P_d}{D} = \theta_{aM} + \frac{P_d}{P_N}(\theta_M - \theta_N)$$

Din catalog rezultă:

$$P_N = 0{,}25W, \theta_M = 125^o C, \theta_N = 70^o C$$

Puterea disipată,

$$P_d = RI^2 = 10^3 * 10^{-4} = 0{,}1W$$

$$\theta_{CM} = 75^O C + \frac{0{,}1}{0{,}25}(125 - 70)^O C = 97^O C$$

2.2.2. Să se determine temperatura maximă la care ajunge corpul unui rezistor cu peliculă de carbon, de tipul MCCFR0S2J0102A20 [23] ce funcţionează într-un mediu ambiant cu temperatura maxima de 80^{O}C, fiind parcurs de un curent continuu de Icc=10mA şi un curent sinusoidal de Ica=5 mA. Rezistorul are rezistenţa de 1 kΩ.

Rezolvare:

Temperatura maximă, θ_{CM}, este,

$$\theta_{CM} = \theta_{aM} + \frac{P_d}{P_N}(\theta_M - \theta_N)$$

Din catalog, rezultă: P_N = 0,5 W, θ_M = 155^{O}C, θ_N = 70^{O}C.

$P_d = R(Icc^2 + Ica^2) = 10^3 * (5mA^2 + 10mA^2) * 10^{-6} W = 0,125$ W

Rezultă,

$$\theta_{cM} = 80^O C + \frac{0,125}{0,5}(155 - 70)^O C = 101,25^O C$$

2.2.3. Să se determine toleranţa globală a unui rezistor cu peliculă de carbon, de tip MCCFR0S2J0102A20 [23] care este parcurs de un curent de 10 mA şi are parametrii: R_N = 1 kΩ, t = ± 5%. Rezistorul funcţionează într-un mediu ambiant cu temperatura cuprinsă în intervalul [-10, 80]^{O}C. Temperatura de referinţă este 20^{O}C.

Rezolvare:

Toleranţa globală tg a rezistorului este,

$tg = \pm t \pm |\alpha_\theta \Delta\theta_M|$

Din catalog:

$$\alpha_\theta \approx -450\, ppm/^O C$$

$$\Delta\theta_M = \max\{\theta_{CM} - \theta_0, \theta_0 - \theta_{cm}\}$$

$$\theta_{cm} = \theta_{am} = -10^O C$$

$$\theta_{CM} = \theta_{aM} + \Delta\theta$$

$$\Delta\theta = \frac{P_d}{D} = \frac{P_d}{P_N}(\theta_M - \theta_N)$$

unde P_d este puterea disipată de rezistor.

Din catalog, rezultă:

P_N = 0,5 W, θ_M = +155^{O}C, θ_N = 70^{O}C.

$P_d = RI^2 = 0,1$ W

$$\Delta\theta = \frac{0,1}{0,5}(155 - 70) = 17^O C$$

$$\theta_{CM} = 80 + 17 = 97^O C$$

$$\Delta\theta_M = \max\{97 - 20, 20 + 10\}^O C = 77^O C$$

$$tg = \pm 5 \pm 450 * 77 * 10^{-4}\% = \pm 8,46\%$$

2.2.4. Un rezistor cu peliculă metalică, de tip MRS16 [25] are la borne o tensiune continuă de 15 V şi funcţionează într-un mediu ambiant cu temperatura cuprinsă în intervalul [-20, 100]^{O}C. Să se determine toleranţa globală ştiind că R_N = 1 kΩ, t = ± 1%, α_R = ± 50 ppm/^{O}C. Temperatura de referinţă este 20^{O}C.

Rezolvare:

Toleranţa globală a rezistorului va fi,

$$tg = \pm t \pm \left\{ \alpha_\theta \Delta\theta_M \right\}$$

$$\Delta\theta_M = \max\left\{ \theta_{CM} - \theta_0, \theta_0 - \theta_{cm} \right\}$$

$$\theta_{cm} = -20^oC$$

$$\theta_{CM} = \theta_{aM} + \Delta\theta$$

$$\Delta\theta = \frac{P_d}{D} = \frac{P_d}{P_N}(\theta_M - \theta_N)$$

Unde P_d este puterea disipată de rezistor

$$P_d = \frac{U^2}{R} = 0{,}225W$$

Din anexa A2 rezultă pentru un rezistor de tip RPM 3050, parametrii: P_N = 0,4 W, $\theta_M = 155^OC$, $\theta_N = 70^O$ C.

Rezultă:

$$\Delta\theta = \frac{0{,}225}{0{,}4}(155 - 70)^oC = 47{,}8^oC$$

$$\theta_{CM} = \theta_{aM} + \Delta\theta = 147{,}8^oC$$

2.2.5. Un rezistor cu peliculă de carbon, de tip MCCFR0S2J0101A20 [23], cu valoarea nominală de 100 Ω, funcţionează într-un mediu ambiant cu temperatura cuprinsă în intervalul [-30, 110]^{0}C. Să se calculeze puterea maximă pe care o poate disipa rezistorul.

Rezolvare

Conform datelor din catalog, acest tip de rezistor are P_N=0,5 W, U_{max}=350 V, $\theta_N=70^0C$, $\theta_M=155^0C$, t =±2%, α_θ =±250 ppm/^{0}C.

Deoarece situaţia cea mai defavorabilă în ceea ce priveşte disiparea puterii este la temperaturi ridicate, se va calcula puterea pe care poate să o disipe rezistorul, funcţionând la 110^{0}C:

$$P_A = P_N \frac{\theta_M - \theta_f}{\theta_M - \theta_N} = 0{,}5\frac{155 - 110}{155 - 70} = 0{,}265W$$

Tensiunea la bornele rezistorului este:

$$U = \sqrt{P_A R} = \sqrt{0{,}265 \cdot 100} = 5{,}14V < U_N$$

Deci rezistorul poate să disipe cel mult 0,265 W.

2.2.6. Un rezistor cu peliculă de oxizi metalici, de tip MO1S [24], cu valoarea nominală R_N=820 kΩ, funcţionează într-un mediu ambiant cu temperatura cuprinsă în intervalul [-40,100]^{0}C. Să se calculeze curentul maxim ce poate trece prin rezistor, dacă P_N=1W, U_{max}=500V, $\theta_N=70^0C$, $\theta_M=130^0C$.

Rezolvare

La 100^0C rezistorul poate să disipe puterea:

$$P_a = P_N \frac{\theta_M - \theta_f}{\theta_M - \theta_N} = 1\frac{130-100}{130-70} = 0{,}5W$$

Tensiunea la bornele rezistorului este:

$$U = \sqrt{P_a R_N} = \sqrt{0{,}5 \cdot 820 \cdot 10^3} = 640{,}3V > U_{\max}$$

În acest fel, pentru a fi încărcat la toată puterea pe care este capabil să o disipe, rezistorul trebuie supus unei tensiuni mai mari decât cea maximă admisibilă, lucru evident inacceptabil. Se limitează deci tensiunea la valoarea U_{max}=500 V. Puterea maximă pe care poate să o disipe rezistorul va fi:

$$P_{\max} = \frac{U_{\max}^2}{R_N} = \frac{500^2}{820 \cdot 10^3} = 0{,}3W$$

Curentul maxim care poate să treacă prin rezistor, corespunzător acestei puteri disipate, va fi:

$$I_{\max} = \sqrt{\frac{P_{\max}}{R_N}} = \sqrt{\frac{0{,}3}{820 \cdot 10^3}} = 0{,}6mA$$

2.2.7. Un rezistor cu peliculă de carbon, de tip MCCFR0S2J0514A20 [23], cu valoarea nominală 510 kΩ, funcţionează într-un mediu cu temperatura cuprinsă în intervalul [-40, 115]^{0}C. Să se determine puterea maximă pe care poate să o disipe rezistorul.

Rezolvare

Din catalog rezultă parametrii rezistorului ales: P_N=0,5 W, U_{max}=350 V, $\theta_N=70^0$C, $\theta_M=155^0$C.

Funcţionând la temperatura de 115^0C, rezistorul poate să disipe puterea maximă:

$$P_{\max} = P_N \frac{\theta_M - \theta_f}{\theta_M - \theta_N} = 0{,}5\frac{155-115}{155-70} = 0{,}235W$$

Tensiunea la bornele rezistorului este:

$$U = \sqrt{P_{\max} \cdot R_N} = \sqrt{0{,}125 \cdot 510 \cdot 10^3} = 346{,}2V < U_{\max} = 350V$$

Deci, rezistorul poate să disipe cel mult 0,235 W.

2.2.8. Să se determine curentul maxim ce poate trece prin două rezistoare conectate în serie, ca în fig. 2.5, ştiind că R_1=510 kΩ fiind de tip MCCFR0W4J0514A50 [23] şi R_2=820 kΩ fiind de tip MCCFR0S2J0824A20 [23], ambele rezistoare cu peliculă de carbon. Circuitul funcţionează într-un mediu ambiant cu temperatura maximă $\theta_f=110^0$C.

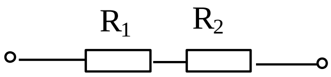


Fig 2.5 *Conexiunea serie a rezistoarelor*

Rezolvare

Deoarece este analizată o conectare serie a rezistoarelor, curentul electric este acelaşi pentru cele două componente. Vom calcula curentul maxim ce poate trece prin fiecare rezistor, ţinând cont de cele două tipuri de limitări care intervin pentru fiecare rezistor în parte.

Din catalog sau din anexa de la sfârşitul lucrării extragem parametrii celor două tipuri de rezistoare:

P_{N1}=0,25 W, U_{N1}=250 V, $\theta_{N1}=70^0$C, $\theta_{M1}=155^0$C pentru R_1;

P_{N2}=0,5 W, U_{N2}=350 V, $\theta_{N2}=70^0$C, $\theta_{M2}=155^0$C pentru R_2;

Rezistorul R_1 disipă la 110°C, puterea maximă:

$$P_{A1} = P_{1N}\frac{\theta_M - \theta_f}{\theta_M - \theta_N} = 0{,}25\frac{155-110}{155-70} = 0{,}132W$$

Tensiunea corespunzătoare puterii P_{A1} la bornele lui R_1 este:

$$U_{A1} = \sqrt{P_{A1}R_1} = \sqrt{0{,}132\cdot 510\cdot 10^3} = 259{,}46V > U_{N1}$$

Deci, pentru R_1 este necesară limitarea valorii tensiunii laU_{N1}.

Puterea disipată în acest caz, P_{1max}, este:

$$P_{1\max} = \frac{U_{N1}^2}{R_{N1}} = \frac{250^2}{510\cdot 10^3} = 0{,}122W$$

Curentul maxim prin rezistorul R_1 este:

$$I_{1\max} = \sqrt{\frac{P_{1\max}}{R_{N1}}} = \sqrt{\frac{0{,}122}{510\cdot 10^3}} = 0{,}49mA$$

Rezistorul R_2, funcţionând la 110^0C, poate să disipe puterea maximă P_{A2}:

$$P_{A2} = P_{N2}\frac{\theta_{M2} - \theta_f}{\theta_{M2} - \theta_{N2}} = 0{,}5\frac{155-110}{155-70} = 0{,}264W$$

Căderea de tensiune la bornele lui R_2 corespunzătoare puterii P_{A2}, va fi:

$$U_{AT2} = \sqrt{P_{AT2\cdot}\cdot R_{N2}} = \sqrt{0{,}166\cdot 820\cdot 10^3} = 465{,}2V > 350V$$

Deci şi pentru rezistorul R_2 este necesară limitarea valorii tensiunii la valoarea U_{N2}.

Puterea disipată în acest caz, P_{2max}, este:

$$P_{2\max} = \frac{U_{N2}^2}{R_{N2}} = \frac{350^2}{820\cdot 10^3} = 0{,}149W$$

Curentul maxim prin rezistorul R_2 este:

$$I_{2\max} = \sqrt{\frac{P_{2\max}}{R_{N2}}} = \sqrt{\frac{0{,}149}{820\cdot 10^3}} = 0{,}426mA$$

Rezistoarele R_1 şi R_2 fiind conectate în serie, rezultă curentul maxim I_{max}:

I_{max}= min{I_{1max}, I_{2max}}=I_{2max}=0,426mA

2.2.12. O rezistenţă de 1 kΩ dintr-o schemă electrică este parcursă de un curent de 16 mA şi funcţionează într-un mediu cu $\theta_a \in [-50,125]$°C.

a) Să se aleagă dintre tipurile de rezistoare cunoscute rezistorul cu preţ minim întrebuinţat la realizarea schemei.

b) Să se aleagă rezistorul cu gradul de încărcare (în putere) minim.

Observaţie: Se va alege din seriile (tipurile) de rezistoare cunoscute, varianta constructivă care îndeplineşte minimal condiţiile cerute în problemă.

Rezolvare

a) Pentru alegerea tipului de rezistor trebuie determinată puterea nominală a rezistorului. Puterea disipată de rezistor este

$$P_d = RI^2 = 10^3 \cdot 16^2 \cdot 10^{-6} = 0{,}256W$$

Utilizând un rezistor bobinat de tip WA82 [24] ($\theta_N = 70^0$C, $\theta_M = 155^0$C) puterea nominală va fi:

$$P_N = P_d \frac{\theta_M - \theta_N}{\theta_M - \theta_f} = 0{,}256 \frac{155 - 70}{155 - 125} = 0{,}725W$$

Întrucât rezistoarele de tip WA [24] au puterea nominală de cel mult 7W rezultă că nu se poate utiliza acest tip de rezistor.

b) Gradul de încărcare în putere al rezistorului este un parametru care determină, indirect stabilitatea pe lungă durată şi fiabilitatea rezistorului. El se defineşte ca raportul dintre puterea disipată de rezistor şi puterea admisibilă: $g = P_d/P_A$, $0<g<1$.
Pentru rezistorul ales, WA 82 [24], puterea admisibilă este:

$$P_a = P_N \frac{\theta_M - \theta_a}{\theta_M - \theta_N} = 1 \cdot \frac{155 - 125}{155 - 70} = 0{,}353W$$

Gradul de încărcare este $g = P_d/P_a = 0{,}256/0{,}353 = 72{,}5\%$.
Un grad de încărcare cât mai apropiat de 1 înseamnă o utilizare corespunzătoare a componentei. În acelaşi timp un grad de încărcare mare determină o funcţionare a componentei la o temperatura apropiată de cea maxim admisibilă, fapt care determină o valoare redusă a stabilităţii şi fiabilităţii rezistorului.

2.2.13. Să se determine tipurile de rezistoare şi valorile lor R_1 şi R_2, astfel încât conectate în serie să se obţină valoarea rezistenţei echivalente R_s=3 kΩ, coeficientul de variaţie cu temperatura $\alpha_s = 0$, toleranţa grupării serie $tg_s \leq \pm 5\%$. Rezistorul este parcurs de un curent de 10 mA şi funcţionează într-un mediu cu $\theta_a \in [-10, 60]^0$C.

Rezolvare:

$R_3=R_1+R_2=3000\ \Omega$

Coeficientul de temperatură al grupării serie este: $\alpha_s = \frac{1}{R_1}\cdot\frac{\partial R_s}{\partial R_1}\alpha_1 + \frac{1}{R_2}\cdot\frac{\partial R_s}{\partial R_2}\alpha_2$

unde: $\alpha_1 = \frac{1}{R_1}\cdot\frac{dR_1}{dT},\quad \alpha_2 = \frac{1}{R_2}\cdot\frac{dR_2}{dT} \Rightarrow \alpha_s = \frac{R_1\cdot\alpha_1 + R_2\cdot\alpha_2}{R_1+R_2} = 0$

Rezultă sistemul:

$$\begin{cases} R_1 + R_2 = 3000 \\ R_1\cdot\alpha_1 + R_2\cdot\alpha_2 = 0 \end{cases}$$

Din ecuaţia a doua rezultă că rezistoarele R_1 şi R_2 trebuie să aibă coeficienţii de variaţie cu temperatura de semn opus. Se optează pentru un rezistor cu peliculă de carbon, de tip MCCFR0S2J0102A20 [23] şi celălalt rezistor bobinat de tip WA 82 [24], rezultând astfel:

α_1= -450ppm/^{0}C şi α_2= 200ppm/^{0}C

Din ecuaţia a doua rezultă:

$$R_1 = -\frac{\alpha_2}{\alpha_1}R_2 = \frac{200}{450}\cdot R_2 = 0{,}44R_2$$

$(1+0.44)R_2=3000$; $R_2=2083\Omega$;

Se alege: $R_2=2k\Omega$; $R_1=1k\Omega$

Puterea P_1 disipată de R_1:

$P_1=R_1I^2=10^3\cdot10^{-4}=0{,}1W$

Puterea P_2 disipată de R_2:

$P_2=R_2I^2=2\cdot10^3\cdot10^{-4}=0{,}2W$

Deoarece temperatura maximă de funcţionare este mai mare decât cea nominală pentru R_2, trebuie calculată puterea nominală

$P_{2N} = P_2\frac{\theta_M-\theta_N}{\theta_M-\theta_f} = 0{,}2\frac{155-25}{155-60} = 0{,}374W$, urmând a alege un rezistor cu puterea nominală mai mare ca această valoare.

Tensiunile la borne vor fi:

$U_1=R_1I=10^3 10^{-2}=10$ V;

$U_2=R_2I=2\cdot10^3\cdot10^{-2}=20$ V;

valori care nu pun probleme privind depăşirea tensiunii maxime.

Toleranţa grupării serie este:

$$t_s = \pm\left(\left|\frac{R_1}{R_s}\cdot\frac{\partial R_s}{\partial R_1}\cdot t_1\right| + \left|\frac{R_2}{R_s}\cdot\frac{\partial R_s}{\partial R_1}\cdot t_2\right|\right) = \pm\left(\frac{R_1|t_1| + R_2|t_2|}{R_1+R_2}\right)$$

$$t_s = \pm\left(\frac{R_1|t_1| + R_2|t_2|}{R_1+R_2}\right) = \pm\left(\frac{|t_1| + 2|t_2|}{3}\right)$$

Toleranţa globală a grupării serie este tgs=$\pm(|t_s|+|\alpha_s\Delta T|)\leq \pm10\%$. Deoarece $\alpha_s=0$ relaţia se transpune în $|t_s|\leq 10\%$, sau $|t_1|+2|t_2|\leq30\%$. Toleranţele rezistoarelor trebuie să satisfacă ultima relaţie. O soluţie este $t_1=t_2=\pm5\%$.

2.2.14. Să se determine rezistoarele R_1 şi R_2 ale divizorului de tensiune rezistiv din fig. 2.6. Se dau:

$$U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_1$$

U_1=20 V±3%, α_{U1}=100 ppm/^{0}C;

U_2=10 V±7%;

I=10 mA

$\theta_a \in$[-40,100] ^{0}C

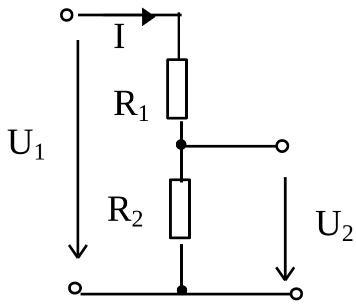


Fig. 2.6 *Divizor rezistiv*

Valorile nominale ale mărimilor sunt date la temperatura de referinţă θ_0=20°C.

Rezolvare:

$$R_2 = \frac{U_2}{I} = \frac{10}{10^{-2}} = 1k\Omega$$

$$R_1 = \frac{U_1 - U_2}{I} = \frac{10}{10^{-2}} = 1k\Omega$$

Tensiunea U_2 are o toleranţă t_{U2} datorată abaterilor mărimilor de care aceasta depinde şi, datorită variaţiei cu temperatura, descrisă prin coeficientul de temperatură α_{U2}, la t_{U2} adăugăm un termen suplimentar $|\alpha_{U2}\Delta T|$. Cu alte cuvinte, calculăm toleranţa globală a tensiunii U_2.

$$t_{gU2} = \pm\left(\left|t_{U2}\right| + \left|\alpha_{U2}\Delta T\right|\right)$$

unde

$$t_{U2} = \pm\left(\left|h_1 \cdot t_1\right| + \left|h_2 \cdot t_2\right| + \left|h_3 \cdot t_3\right|\right)$$

cu

$h_1 = \frac{R_1}{U_2} \cdot \frac{\partial U_2}{\partial R_1}$, $h_2 = \frac{R_2}{U_2} \cdot \frac{\partial U_2}{\partial R_2}$, $h_3 = \frac{U_1}{U_2} \cdot \frac{\partial U_2}{\partial U_1}$ coeficienţii de pondere; indicele 3 se referă la tensiunea U_1.

Coeficientul de temperatură α_{U2} se calculează cu

$$\alpha_{U2} = \alpha_1 \cdot h_1 + \alpha_2 \cdot h_2 + \alpha_3 \cdot h_3,$$

Se obţine: $h_1 = -\frac{R_1}{R_1 + R_2} = -\frac{1}{2}$, $h_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{1}{2}$, h_3=1.

$$t_{U2} = \frac{1}{2}(t_1 + t_2) + t_3$$

$$\alpha_{U2} = \frac{-\alpha_1 + \alpha_2}{2} + \alpha_3$$

Pentru a calcula ΔT=max(ΔT_1, ΔT_2), trebuie calculate puterile disipate de cele două rezistoare:

P_1=P_2=U_1I=10·10^{-2}=0,1W

Considerând rezistoarele cu peliculă metalică, de tip MRS16 [25], caracterizaţi prin P_N=0,4W şi θ_{max}=155^{0}C, puterea nominală în condiţiile date va fi:

$$P_{1N} = P_{2N} = 0{,}1\frac{155-70}{155-100} = 0{,}152W$$

Alegem cele două rezistoare cu P_N=0,4W pentru care se calculează rezistenţa termică:

$$R_{th} = \frac{\theta_M - \theta_N}{P_N} = \frac{155-70}{0{,}4} = 212^0 K/W$$

Rezultă temperatura corpului (egală în acest caz pentru R_1 şi R_2): $\theta_{c1}=\theta_f+R_{th}\cdot P_1$=100+212·0,1=121°C şi $\Delta T=\theta_{c1}-\theta_0$=121-20=101°C.
În acest caz $\alpha_{U2}=\alpha_3$=100 ppm/°C.

$$t_{gU2} = |t_{U2}| + |\alpha_{U2}\Delta T| = \frac{|t_1|+|t_2|}{2} + 0{,}03 + 101\cdot 10^{-6}\cdot 104 \le 0{,}07$$

Rezultă $|t_1|+|t_2| \le 6\%$. Soluţia este $t_1=t_2=\pm 2{,}5\%$.
Deci în final R_1 şi R_2 sunt: 1 kΩ, ±2,5%, 0,4 W, de tip MRS16 [25].

2.2.15. Să se determine toleranţa tensiunii de la ieşirea unui convertor digital-analog cu trei biţi, cu reţea rezistivă R-2R, ştiind că rezistoarele au toleranţele egale cu 0,1 %. Se neglijează supraîncălzirea datorată disipaţiei proprii a rezistoarelor.

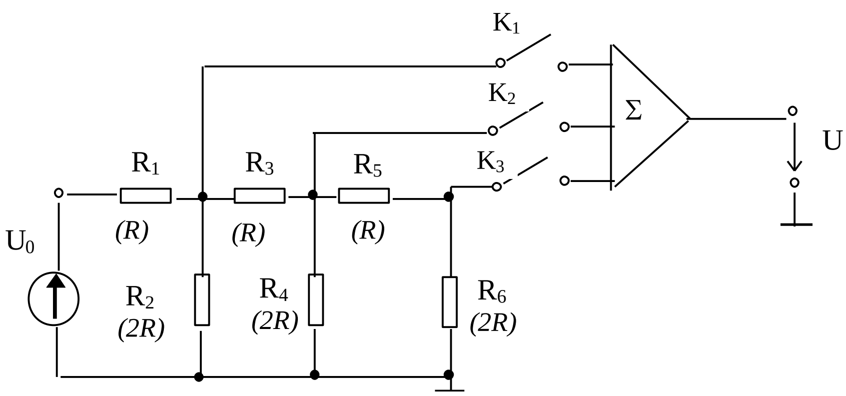


Fig 2.7. *Convertorul digital-analog cu reţea rezistivă R-2R*

Reţeaua rezistivă R-2R este formată din rezistoarele R_1-R_6. Tensiunea de ieşire nominală are expresia: $U = U_0 \cdot \frac{1}{2}\left(a + \frac{b}{2} + \frac{c}{4} \right)$

unde a,b şi c corespund comutatoarelor k_1,k_2 şi k_3, respectiv şi au următoarea semnificaţie:

a, b, c sunt 0 dacă comutatorul este deschis (stare logică "0")
a, b, c sunt "1" dacă comutatorul este închis (stare logică "1")

Rezolvare:
Notând cu

$$R' = \frac{R_4(R_5 + R_6)}{R_4 + R_5 + R_6}$$

$$R'' = \frac{R_2(R_3R_4 + R_3R_5 + R_3 R_6 + R_4R_5 + R_4R_6)}{R_2(R_4 + R_5 + R_6) + R_3(R_4 + R_5 + R_6) + R_4(R_5 + R_6)}$$

se obţine expresia tensiunii de ieşire prin însumarea tensiunilor corespunzătoare:

$$U = U_0 \frac{R''}{R_1 + R''} \cdot \left(a + b\frac{R'}{R_3 + R'} + c \cdot \frac{R'}{R_3 + R'} \cdot \frac{R_6}{R_5 + R_6} \right)$$

Toleranţa tensiunii de ieşire (ΔU/U) poate fi calculată probabilistic sau prin metoda Taylor:

$$t_U^2 \cong \sum_{i=1}^{6} h_i^2 t_i^2$$

$$t_U \cong \pm \sum_{i=1}^{6} |h_i t_i|$$

unde coeficienţii de pondere sunt:

$$h_i = \frac{R_i}{U} \cdot \frac{\partial U}{\partial R_i}$$

Ştiind că $R_1=R_3=R_5=R_6=R$

$R_2=R_4=2R$

rezultă următorii coeficienţi de pondere:

$$h_1 = \frac{R_1}{U} \cdot \frac{\partial U}{\partial R_1} = -\frac{1}{2}$$

$$h_2 = \frac{R_2}{U} \cdot \frac{\partial \mathrm{U}}{\partial \mathrm{R}_2} = \frac{1}{4}$$

$$h_3 = \frac{R_3}{U} \cdot \frac{\partial \mathrm{U}}{\partial \mathrm{R}_3} = \frac{1}{8} - \frac{b + c}{4a + 2b + c}$$

$$h_4 = \frac{R_4}{U} \cdot \frac{\partial \mathrm{U}}{\partial \mathrm{R}_4} = \frac{1}{16} + \frac{1}{4} \cdot \frac{2b + c}{4a + 2b + c}$$

$$h_5 = \frac{R_5}{U} \cdot \frac{\partial \mathrm{U}}{\partial \mathrm{R}_5} = \frac{1}{32} + \frac{1}{8} \cdot \frac{2b - 3c}{4a + 2b + c}$$

$$h_6 = \frac{R_6}{U} \cdot \frac{\partial \mathrm{U}}{\partial \mathrm{R}_6} = \frac{1}{32} + \frac{1}{8} \cdot \frac{2b + 5c}{4a + 2b + c}$$

Deoarece unii dintre coeficienţii de pondere au valori variabile, se va calcula toleranţa în situaţia cea mai defavorabilă din punct de vedere al influenţei rezistoarelor asupra tensiunii de ieşire şi anume când coeficienţii de pondere au valorile maxime. Valorile maxime ale acestor coeficienţi sunt

$|h_1|=0,5$; $|h_2|=0,25$; $|h_3|=0,875$; $|h_4|=0,3125$; $|h_5|=0,343$; $|h_6|=0,656$.

Se poate calcula acum toleranţa tensiunii de ieşire prin metoda probabilistică:

$$t_U^2 \cong \sum_{i=1}^{6} h_i^2 t_i^2 = t^2 \cdot \sum_{i=1}^{6} h_i^2 \Rightarrow t_U = \pm 0{,}13\%$$

sau prin metoda Taylor

$$t_U \cong \pm\sum_{i=1}^{6}|h_i t_i| = \pm t\cdot\sum_{i=1}^{6}|h_i| \Rightarrow t_U = \pm 0{,}29\%$$

2.2.16. Un rezistor are aplicat semnalul periodic dreptunghiular din figura 2.8. Se cunosc: t_p= 20 μs, t_i=5 μs. Se vor analiza două cazuri 1) R_N=10 kΩ, 2) R_N=100 kΩ.

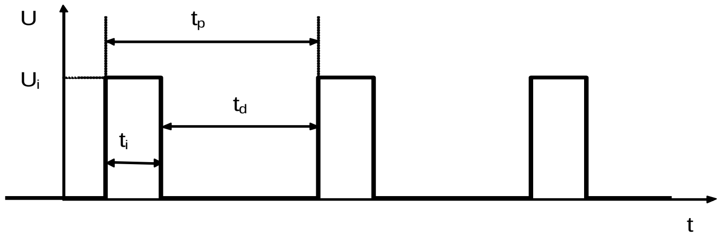


***Fig. 2.8** Semnal periodic dreptunghiular*

a) Care este valoarea amplitudinii tensiunii U_i care se poate aplica rezistorului fără ca acesta să se deterioreze?
b) Menţinând frecvenţa constantă, la ce valoare trebuie scăzută durata impulsului t_i astfel încât amplitudinea impulsului de tensiune să poată fi U_i=80 V?
c) Menţinând durata impulsului t_i constantă, până la ce valoare trebuie scăzută frecvenţa astfel încât să se poată aplica rezistorului o tensiune U_i=100 V?

Rezolvare
a) Pentru rezistorul considerat se cunoaşte capacitatea termică C_{th}=90 mJ/K şi rezistenţa termică R_{th}=480 K/W. Rezultă constanta de timp termică $\tau_{th}=R_{th}\cdot C_{th}$=43,2s. Deoarece $\tau_{th}>>t_i$, $\tau_{th}>>t_d$ rezultă că se poate aplica relaţia care exprimă puterea în impuls în funcţie de puterea nominală:

$P_i = P_N\,\dfrac{t_p}{t_i}$; Rezultă $P_i=4\cdot P_N$=0,5 W.

Amplitudinea tensiunii U_i este $U_i = \sqrt{P_i \cdot R_N}$; rezultă în cazul 1) U_i=70,7 V şi în cazul 2) U_i=223,6 V. Deoarece în acest caz se depăşeşte tensiunea nominală, se va limita tensiunea la această valoare U_i=125 V.

b) Puterea în impuls corespunzătoare la U_i=80 V este $P_i = \dfrac{U_i^2}{R_N}$. 1) P_i=0,64W>P_N; 2) P_i=0,064W<P_N. Rezultă durata impulsului în cazul 1) $t_i = t_p\dfrac{P_N}{P_i} = 20\dfrac{0{,}125}{0{,}64} = 3{,}9\,\mu s$. În cazul 2) nu este necesară reducerea duratei impulsului.
c) În mod similar ca la punctul b) rezultă 1) P_i=1W>P_N; 2) P_i=0,1W<P_N.
În cazul 1) $t_p = t_i\dfrac{P_i}{P_N} = 5\dfrac{1}{0{,}125} = 40\,\mu s$; rezultă frecvenţa f=1/$t_p$=25 kHz.
Valoarea frecvenţei în condiţiile iniţiale era f = 50 kHz, deci frecvenţa trebuie redusă la jumătate pentru a putea aplica o tensiune de 100 V.

2.2.17. Să se analizeze solicitarea electrică a două rezistoare R_1 – rezistor cu peliculă de carbon, de tip MCCFR0S2J0514A20 [23], cu R_{N1}=510 kΩ şi R_2 -

rezistor bobinat, de tip M01S [24], cu R_{N2}=100 kΩ, conectate în paralel, precizând valoarea tensiunii care se poate aplica la bornele celor două rezistoare atunci când temperatura mediului ambiant variază între -20°C şi +135°C.

Rezolvare

Calculăm mai întâi rezistenţele critice

$$R_{cr1} = \frac{U_{N1}^2}{P_{N1}} = \frac{350^2}{0{,}5} = 245\,k\Omega,\quad R_{cr2} = \frac{U_{N2}^2}{P_{N2}} = \frac{500^2}{1} = 250\,k\Omega$$

Solicitarea electrică a rezistorului este exprimată prin tensiunea care se poate aplica la bornele sale. Această tensiune nu trebuie să depăşească tensiunea nominală U_N, iar puterea disipată ca urmare a aplicării tensiunii nu trebuie să depăşească puterea admisibilă a rezistorului.

Pentru rezistorul R_1 avem R_{N1}>R_{cr1}, deci graficul solicitării în tensiune va fi de forma celui din figura 2.1-b. Pentru R_2 graficul va avea forma din figura 2.1-a.

Tensiunea admisibilă care se poate aplica rezistorului, considerând numai solicitarea termică (disipaţia termică) este $U_{A\theta}$. Se observă că $U_{A\theta}$ depinde de temperatură. Datorită solicitării electrice tensiunea maximă este U_N, independentă de temperatură. Tensiunea admisibilă U_A care se poate aplica le bornele rezistorului este obţinută prin intersecţia restricţiilor impuse: $U_A=\min(U_{A\theta}, U_N)$.

Tensiunea $U_{A\theta}$ este exprimată prin $U_{A\theta} = \sqrt{R_N \cdot P_A(\theta)}$ unde $P_A(\theta)$ este puterea admisibilă care poate fi disipată de rezistor şi este dată de relaţiile (2.2), (2.3).

Pentru rezistorul R_1 domeniul de solicitare are două zone distincte:

$U_{A1}=U_{N1}=350$ V pentru $\theta<\theta_{b1}$,

$$U_{A1}(\theta) = U_{A\theta 1}(\theta) = \sqrt{R_{N1} \cdot P_{N1} \frac{\theta_{M1} - \theta}{\theta_{M1} - \theta_{N1}}} \quad \text{pentru } \theta>\theta_{b1}.$$

Temperatura punctului de intersecţie θ_{b1} se determină din condiţia de egalitate a celor două tensiuni în punctul respectiv. Rezultă

$$\theta_{b1} = \theta_{M1} - \frac{U_{N1}^2}{P_{N1} \cdot R_{N1}}\left(\theta_{M1} - \theta_{N1}\right) = 101°C \approx 100°C$$

Solicitarea electrică a rezistorului R_2 este de tipul celei din figura 2.1-a.

Deoarece cele două rezistoare sunt conectate în paralel, ele au aplicată aceeaşi tensiune şi trebuie făcută reuniunea graficelor pentru U_{A1} şi U_{A2}. Graficul rezultat este prezentat în figura 2.9.

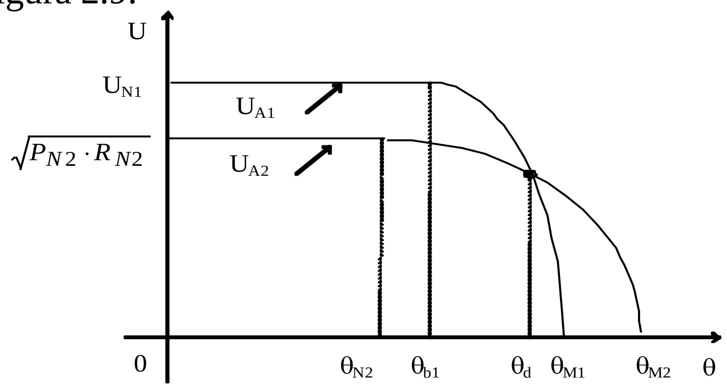


Fig 2.9 *Reuniunea graficelor tensiunii admisibile pentru două rezistoare conectate în paralel*

Se observă că, pentru temperaturi mai mici ca θ_d tensiunea minimă este determinată de rezistorul R_2 iar pentru $\theta > \theta_d$ de rezistorul R_1. Cu θ_d a fost notată temperatura punctului de intersecţie a celor două grafice, temperatură ce trebuie determinată din condiţia de egalitate a tensiunilor.

$U_{A1}=U_{A2}$ pentru $\theta>\theta_{b1}$ (din grafic); Rezultă

$$\sqrt{R_{N1}P_{N1}\frac{\theta_{M1}-\theta_d}{\theta_{M1}-\theta_{N1}}}=\sqrt{R_{N2}P_{N2}\frac{\theta_{M2}-\theta_d}{\theta_{M2}-\theta_{N2}}}\text{; de unde } \theta_d=\frac{\frac{P_{N1}R_{N1}\theta_{M1}}{\theta_{M1}-\theta_{N1}}-\frac{P_{N2}R_{N2}\theta_{M2}}{\theta_{M2}-\theta_{N2}}}{\frac{P_{N1}R_{N1}}{\theta_{M1}-\theta_{N1}}-\frac{P_{N2}R_{N2}}{\theta_{M2}-\theta_{N2}}}\approx 120°C$$

Rezultă, în final, tensiunea admisibilă pentru cele două rezistoare conectate în paralel :

$$U_A=\begin{cases}\sqrt{P_{N2}\cdot R_{N2}}=316V \quad pt. -20<\theta<\theta_{N2}=70°C\\ \sqrt{R_{N2}\cdot P_{N2}\frac{\theta_{M2}-\theta}{\theta_{M2}-\theta_{N2}}} \quad pt.\,\theta_{N2}=70°C<\theta<\theta_d=120°C\\ \sqrt{R_{N1}\cdot P_{N1}\frac{\theta_{M1}-\theta}{\theta_{M1}-\theta_{N1}}} \quad pt.\,\theta_d=120°C<\theta<\theta_{M1}=130°\\ 0 \quad pt.\theta_{M1}<\theta<175°C\end{cases}$$

2.2.18. Având în vedere elementele parazite ale unui rezistor deduceţi schema echivalentă la înaltă frecvenţă. Calculând admitanţa să se determine frecvenţa de rezonanţă şi tipul admitanţei (impedanţei) la înaltă frecvenţă.

Rezolvare:

Pentru a analiza comportarea la înaltă frecvenţă a rezistorului se va utiliza schema echivalentă din figura 2.10, unde L este inductanţa parazită, iar C este capacitatea.

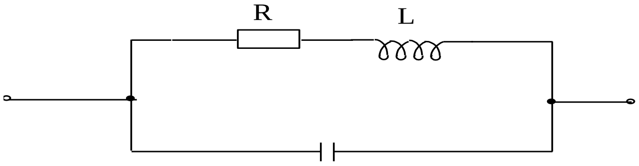


Fig. 2.10 *Schema echivalentă la înaltă frecvenţă*

Această schemă este valabilă până la o anumită frecvenţă, în funcţie de dimensiunile rezistorului şi lungimea de undă a semnalului, λ. Cu aproximaţie trebuie îndeplinită condiţia ca cea mai mare dimensiune a rezistorului (lungimea, l) să fie mai mică decât $\lambda/10$.

$$l<\frac{\lambda}{10}; \qquad \lambda=\frac{c}{f};$$

$c=3\cdot10^8$ m/s, viteza de propagare a undelor electromagnetice în vid.

În tabelul 2.1 este prezentată corespondenţa frecvenţă – lungime de undă, pentru diferite lungimi uzuale ale rezistoarelor.

Tabelul 2.1 Lungimea maximă a rezistoarelor în funcţie de frecvenţă.

f [Hz]	10M	50M	100M	300M	500M	1G	3G	5G	10G
λ [m]	30	6	3	1	0,6	0,3	0,1	0,06	0,03
l [m]	3	0,6	0,3	0,1	$6\cdot10^{-2}$	$3\cdot10^{-2}$	10^{-2}	$6\cdot10^{-3}$	$3\cdot10^{-3}$

Conform tabelului 2.1, o dată cu creşterea frecvenţei dimensiunea rezistoarelor utilizate trebuie să fie cât mai mică. După cum se observă la o frecvenţă de 1GHz, rezistorul trebuie să aibă o lungime maximă de 3 cm. Având în vedere lungimea minimă de 0,5 mm a rezistoarelor realizate în etapa actuală, rezultă că acestea pot fi utilizate, din acest punct de vedere până la o frecvenţă de 5 - 6 GHz.

Pentru circuitele pasive RLC, cu structură serie, este comod să se calculeze impedanţa, iar pentru cele cu structură paralelă, admitanţa. În cazul de faţă se va determina admitanţa $\underline{Y}$,

$$\underline{Y}=\frac{1}{R+j\omega L}+j\omega C=\frac{1}{R\left(1+j\omega\frac{L}{R}\right)}+j\omega C$$

$$R\underline{Y}=\frac{1}{1+j\omega\sqrt{LC}\,\frac{\sqrt{L/C}}{R}}+j\omega\sqrt{LC}\,\frac{R}{\sqrt{L/C}}$$

$R\underline{Y}$ se numeşte admitanţă normată.

Se utilizează notaţiile,

$\omega_r=\dfrac{1}{\sqrt{LC}}$, pulsaţia de rezonanţă a circuitului serie LC;

$$a=\frac{\sqrt{L/C}}{R}=\frac{\sqrt{L/R}}{\sqrt{RC}}=\sqrt{\frac{\tau_L}{\tau_C}}$$

unde: *a* parametru ce este determinat de structura constructivă a rezistorului

τ_L – constanta de timp inductivă;

τ_C – constanta de timp capacitivă.

Admitanţa normată devine,

$$R\underline{Y}=\frac{1}{1+j\frac{\omega}{\omega_r}a}+j\frac{\omega}{\omega_r}\frac{1}{a}$$

Relaţia anterioară se poate pune sub forma,

$$R\underline{Y}=\mathrm{Re}\{R\underline{Y}\}+j\,\mathrm{Im}\{R\underline{Y}\}$$

Locul geometric al vârfului vectorului (fazorului) R$\underline{Y}$ descrie diagrama polară sau hodograful admitanţei, care este prezentat în figura 2.11. Unind originea axelor de coordonate cu orice punct de pe curbă, rezultă un segment de dreaptă ce reprezintă modulul fazorului.

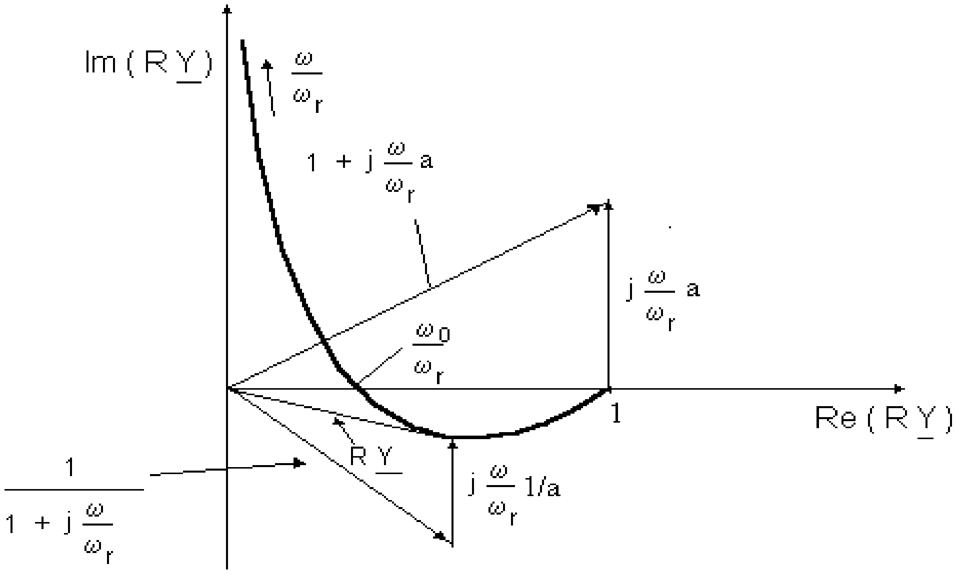


Fig. 2.11 *Reprezentarea polară a admitanţei rezistorului*

Separând partea reală şi cea imaginară, rezultă,

$$R\underline{Y} = \frac{1 - j\frac{\omega}{\omega_r}a}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_r}\right)^2 a^2} + j\frac{\omega}{\omega_r}\frac{1}{a}$$

$$R\underline{Y} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_r}\right)^2 a^2} + j\frac{\omega}{\omega_r}\left(\frac{1}{a} - \frac{a}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_r}\right)^2 a^2}\right)$$

Din condiţia, $\mathrm{Im}\{R\underline{Y}\} = 0$, rezultă frecvenţa de rezonanţă.

$$\frac{1}{a} - \frac{a}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_r}\right)^2 a^2} = 0 \quad \text{,Rezultă, } \omega_0 = \omega_r\sqrt{\frac{a^2 - 1}{a^2}}$$

Existenţa rezonanţei depinde de valoarea lui a:

pentru a<1, nu există soluţie reală, deci nu avem rezonanţă;

pentru a=1, rezultă ω=0;

pentru a>1, există soluţia reală ω_0, care este pulsaţia de rezonanţă.

În funcţie de valoarea lui *a*, rezultă şi forma tipică pentru hodograma admitanţei, prezentat în figura 2.12. Reprezentarea ei scoate în evidenţă natura admitanţei normate. Deasupra axei absciselor ea este capacitivă, iar sub axă este inductivă.

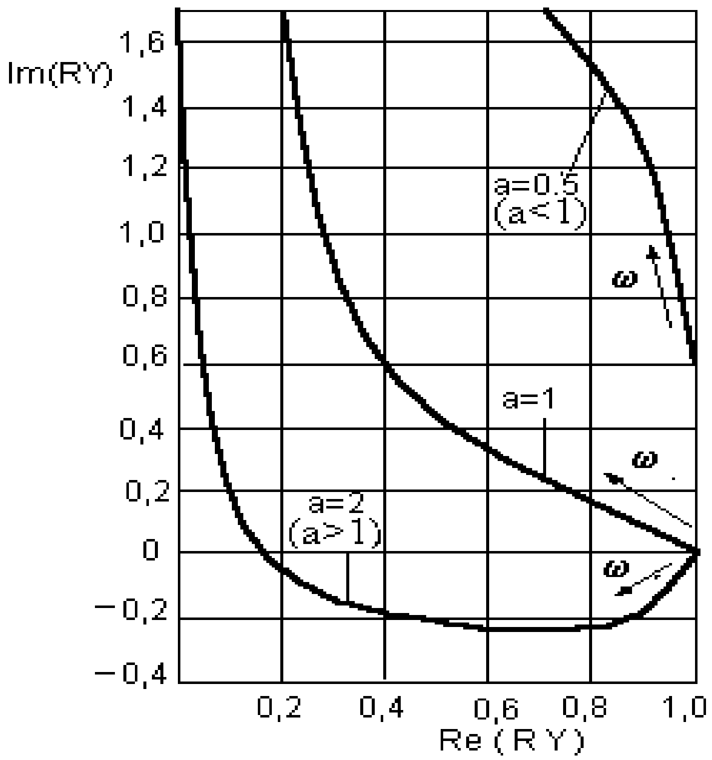


Fig. 2.12 *Hodograful admitanţei în funcţie de parametrul a*

Având în vedere figura 2.12, se pot trage următoarele concluzii:

- dacă a<1, adică $\sqrt{L/C}$ <R, la înaltă frecvenţă impedanţa rezistorului va fi capacitivă;
- dacă a=1, adică $\sqrt{L/C}$ =R, la înaltă frecvenţă impedanţa este capacitivă, dar creşte banda de frecvenţă în care impedanţa este rezistivă, faţă de cazul anterior;
- dacă a>1, respectiv $\sqrt{L/C}$ >R, la înaltă frecvenţă, până la frecvenţa de rezonanţă $f_0 = f_r\sqrt{\frac{a^2-1}{a^2}}$, impedanţa este inductivă, la rezonanţă este rezistivă şi peste frecvenţa f_0 devine capacitivă.

Rezultă de asemenea că rezistoarele de rezistenţă mică se vor comporta inductiv la înaltă frecvenţă, iar cele de rezistenţă mare vor avea impedanţa capacitivă.

2.2.19. Se notează r = R_1 / R_2. Să se determine toleranţa si coeficientul amplificării amplificatorului neinversor din figura 2.13 în funcţie de toleranţa şi coeficientul raportului r.

Rezolvare:

$$A=\frac{U_0}{U_i}=\frac{R_1+R_2}{R_1}=\frac{1+r}{r}$$

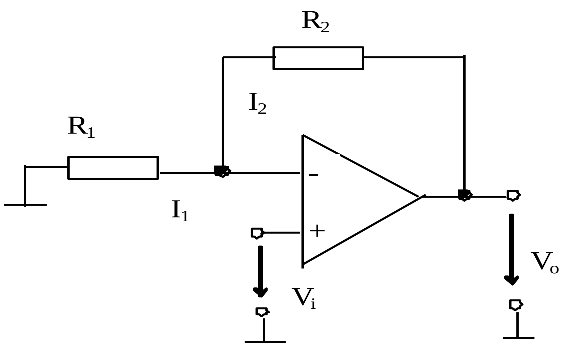


Fig. 2.13 *Amplificator neinversor*

Se notează cu t_r, toleranţa raportului r si cu α_r, coeficientul termic.

Toleranţa amplificării t_A va fi:

$$t_A=\frac{r}{A}\frac{\partial A}{\partial r}t_r=\frac{r^2}{1+r}\frac{r-1-r}{r^2}t_r=-\frac{t_r}{1+r}$$

Coeficientul de variaţie cu temperatura al amplificării, va fi,

$$\alpha_A=\frac{r}{A}\frac{\partial A}{\partial r}\alpha_r=-\frac{\alpha_r}{1+r}$$

Capitolul 3

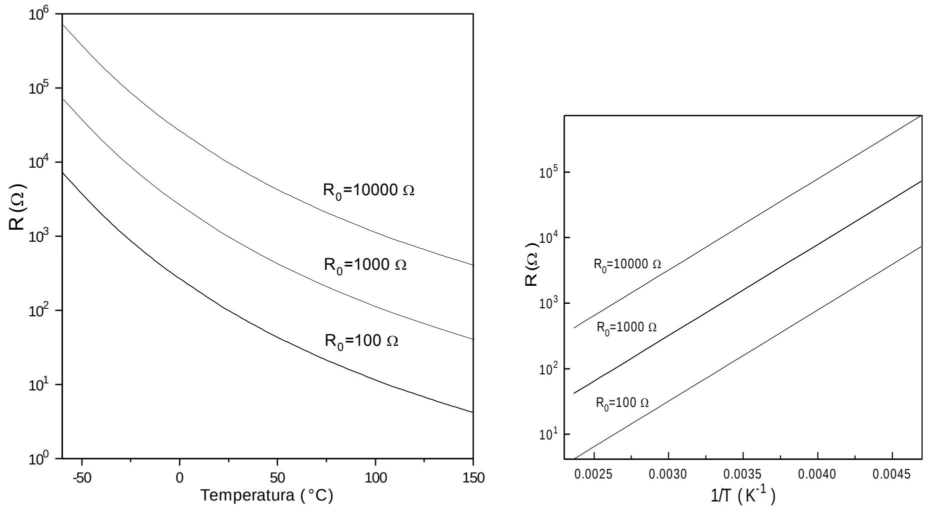
REZISTOARE DEPENDENTE DE TEMPERATURĂ - TERMISTOARE

3.1. Noţiuni teoretice

Termistorul este un rezistor cu rezistenţa puternic dependentă de temperatură şi ca urmare caracteristica **U-I** este neliniară. În continuare se va pune accent pe termistoarele ceramice şi în special pe cele cu coeficient negativ de temperatură, acest tip intervenind într-un număr mai mare de aplicaţii.

3.1.1. Termistoare NTC

Un termistor cu coeficient de temperatură negativ (NTC) are o caracteristică termică de forma celei din fig. 3.1 şi caracteristica electrică de forma celei din fig. 3.2.



(a) (b)

Fig. 3.1 *Caracteristica termică a termistoarelor NTC la scară liniară (a) şi logaritmică (b)*

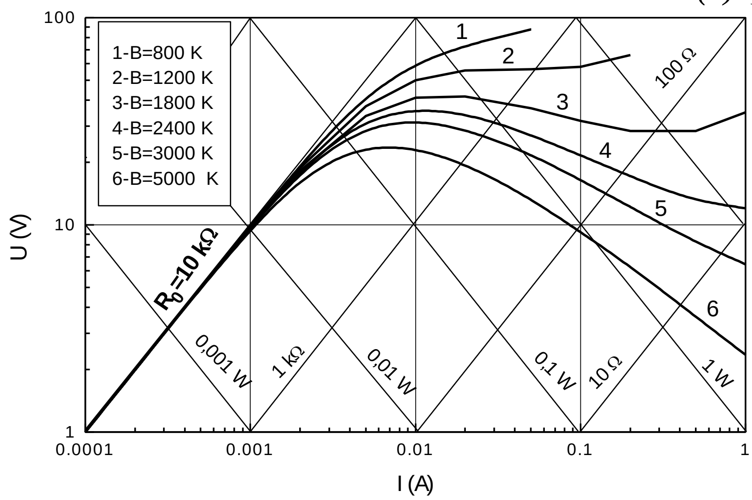


Fig. 3.2 Caracteristica tensiune-curent a termistoarelor NTC pentru diverse valori ale constantei B; R_{25} = 10 kΩ, D=8 mW/°C

Din punct de vedere matematic, caracteristica termică este dată de relaţia:

$$R_T = A \cdot e^{\frac{B}{T}} \tag{3.1}$$

unde: R_T=rezistenţa termistorului la temperatura T[K] a corpului;

A,B constante ce depind de material şi de structura constructivă a termistorului.

Cunoscându-se valorile rezistenţei termistorului la două temperaturi T_1, T_2, se pot calcula parametrii A şi B ai termistorului:

$$R_{T1} = A \cdot e^{\frac{B}{T_1}}, \qquad R_{T2} = A \cdot e^{\frac{B}{T_2}}$$

$$\frac{R_{T1}}{R_{T2}} = e^{B\left(\frac{1}{T1}-\frac{1}{T2}\right)}$$

$$B = \frac{\ln R_{T1} - \ln R_{T2}}{\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}} \tag{3.2}$$

$$A = R_{T1} \cdot e^{\frac{-B}{T1}} = R_{T2} \cdot e^{\frac{-B}{T2}}$$

Valoarea constantei A nu este de regulă precizată, dar rezultă în funcţie de valoarea rezistenţei nominale R_{25}. Astfel relaţia (3.1) se rescrie sub forma

$$R_T = R_{25} \exp\left[B\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_{25}}\right)\right] \tag{3.3}$$

Coeficientul de variaţie cu temperatura al termistorului este:

$$\alpha_T = \frac{1}{R_T} \cdot \frac{d\,\mathrm{R_T}}{\mathrm{dT}} = -\frac{\mathrm{B}}{\mathrm{T}^2} \tag{3.3}$$

Puterea disipată (evacuată) de un termistor în mediul ambiant este:

$$P_{ev} = D(T_c - T_a) = D \cdot \Delta T \tag{3.4}$$

unde:

D=coeficientul de disipaţie termică (uneori se mai notează cu δ);

T_c=temperatura corpului termistorului;

T_a=temperatura mediului în care funcţionează termistorul;

ΔT=supratemperatura corpului componentei faţă de mediul ambiant; se exprimă în K sau °C.

În regim termic staţionar, adică atunci când termistorul nu-şi mai modifică temperatura corpului, puterea electrică disipată în termistor este în totalitate evacuată, deci se poate scrie egalitatea:

$$P_{ev} = P_d \tag{3.5}$$

unde puterea electrică disipată este dată de relaţia:

$$P_d = \frac{U^2}{R_T} = R_T \cdot I^2 = D(T - T_a) \tag{3.6}$$

Corelând relaţiile (3.6) şi (3.1) se deduce expresia tensiunii şi a curentului în funcţie de temperatură. Astfel:

$$U = \sqrt{A \cdot D \cdot (T - T_a)} \cdot e^{\frac{B}{2T}} \tag{3.7}$$

respectiv

$$I = \sqrt{\frac{D \cdot (T - T_a)}{A}} \cdot e^{-\frac{B}{2T}} \tag{3.8}$$

Expresia (3.7) admite, pentru un mediu ambiant obişnuit, cu temperaturi de utilizare de ordinul zecilor de grade Celsius, un maxim corespunzător temperaturii T_{UM}.

$$T_{UM} = \frac{B - \sqrt{B \cdot (B - 4T_a)}}{2} \tag{3.9}$$

Pentru a putea obţine acest maxim trebuie să fie îndeplinită condiţia $B > 4\,T_a$.

Din relaţia (3.9) rezultă:

$$B = \frac{T_{UM}^2}{T_{UM} - T_a} \tag{3.10}$$

Conectarea în paralel a unui termistor NTC cu un rezistor liniar

Prin conectarea unui termistor NTC în paralel cu un rezistor fix R (α_R=0) se modifică caracteristica termică a termistorului echivalent obţinut. Graficul R_{ep}.(T) este prezentat în figura 3.3:

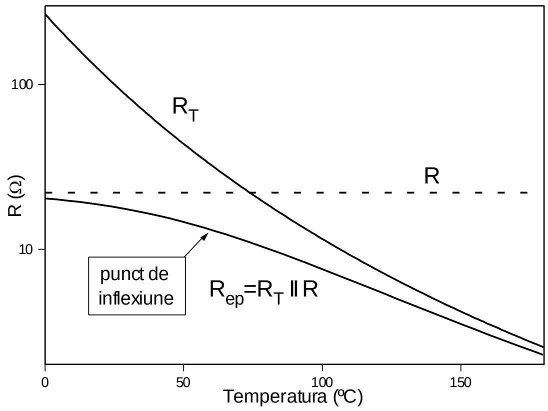


Fig. 3.3 *Caracteristica termică a grupării paralel termistor- rezistor*

Se observă că graficul R_{ep} (T) prezintă un punct de inflexiune şi că s-a obţinut o oarecare liniarizare a caracteristicii în jurul punctului de inflexiune. Coordonatele punctului de inflexiune se obţin scriind expresia rezistenţei echivalente R_{ep}:

$R_{ep} = \dfrac{RR_T}{R + R_T}$, şi anulând derivata a doua. Se obţine o relaţie de tip implicit cu care se poate determina temperatura T_i la care are loc inflexiunea caracteristicii R_{ep} (T):

$$R_T(T_i) = R\frac{B + 2T_i}{B - 2T_i} \qquad (3.11)$$

De aici rezultă:

$$T_i = \frac{B}{2} \cdot \frac{1 - \dfrac{R}{R_{Ti}}}{1 + \dfrac{R}{R_{Ti}}} \qquad (3.12)$$

Coeficientul de temperatură al grupării paralel α_{ep} se poate exprima prin relaţia:

$$\alpha_{ep} = \frac{R}{R + R_T}\alpha_T \qquad (3.13)$$

de unde se observă că odată cu liniarizarea caracteristicii are loc şi un efect de reducere a coeficientului de temperatură global, sau echivalent a sensibilităţii termice.

ΔT= variaţia temperaturii termistorului;
I= intensitatea curentului prin termistor;
R= rezistenţa termistorului;
D= coeficientul global de disipaţie termică;
T_c= temperatura termistorului;
T_a= temperatura ambiantă;
Δt= intervalul de timp în care are loc încălzirea termistorului
Puterea disipată în regim termic staţionar este:

3.2. Probleme rezolvate

3.2.1 Să se calculeze temperatura corpului unui termistor ce funcţionează într-un mediu cu temperatura de 30^0C, cunoscând valoarea coeficientului de disipaţie termică D=10mW/^{0}C şi că termistorul disipă o putere de 0,5W.

Rezolvare:
$P=D(\theta_c-\theta_a)$

$$\theta_c - \theta_a = \frac{P}{D} = \frac{0{,}5}{10^{-2}} = 50^0 C$$

$\theta_c = \Delta\theta + \theta_a = 50+30 = 80^0$C

3.2.2 Un termistor NTC de tip EPCOS B57164K0471 al cărui corp atinge 85°C, funcţionează într-un mediu cu temperatura de 40°C . Să se calculeze curentul maxim ce poate trece prin termistor. Coeficientul de disipaţie este de 7,5 mW/°C. La temperatura de 25^0C termistorul prezintă o rezistenţă de 470Ω, iar B=3450K.

Rezolvare

Puterea disipată în regim termic staţionar de termistor este: $P=D(\theta_c-\theta_a)$; $\theta_c=85°C$, $D=7{,}5mW/°C$ (conform anexei A3)
$P=7{,}5\cdot10^{-3}(85-40)=0{,}337W<P_N=0{,}45W$;
unde P_N reprezintă puterea nominală a termistorului (din catalog).
$R_{85}=A\cdot e^{B/358}$

$$R_{85}=R_{25}\exp\left[B\left(\frac{1}{T_{85}}-\frac{1}{T_{25}}\right)\right]=470\exp\left[3450\left(\frac{1}{358}-\frac{1}{298}\right)\right]=67{,}5\ \Omega$$

Curentul maxim ce poate trece prin rezistor este:

$$I_{max}=\sqrt{\frac{P}{R_{85}}}=\sqrt{\frac{0{,}3375}{67{,}5}}=70{,}7\,mA$$

3.2.3 Să se determine toleranţa şi coeficientul de variaţie cu temperatura al grupării de rezistoare obţinut prin conectarea în serie a unui termistor R_T, având toleranţa t_T şi coeficientul de temperatură α_T, cu un rezistor R având toleranţa t_R şi coeficientul de temperatură α_R, figura 3.8.

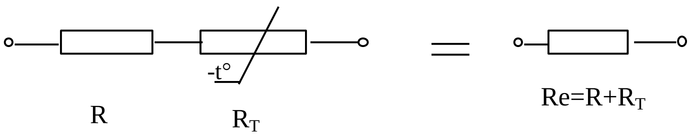


Fig. 3.8 *Conexiunea serie rezistor-termistor*

Rezolvare:

Toleranţa t_e a rezistorului echivalent este:
$t_e=\pm(|h_1\cdot t_T|+|h_2\cdot t_R|)$

$$h_1=\frac{R_T}{R_e}\cdot\frac{\partial R_e}{\partial R_T}=\frac{R_T}{R+R_T}$$

$$h_2=\frac{R}{R_e}\cdot\frac{\partial R_e}{\partial R}=\frac{R}{R+R_T}$$

$$t_e=\pm\left(\frac{R_T\cdot|t_T|+R\cdot|t_R|}{R_T+R}\right)$$

Coeficientul de variaţie cu temperatura α_e al termistorului echivalent este:

$$\alpha_e=h_1\cdot\alpha_T+h_2\alpha_R=\frac{R_T\cdot\alpha_T+R\cdot\alpha_R}{R+R_T}$$

În general $R\alpha_R \ll R_T\alpha_T$ şi se poate considera

$$\alpha_e\cong\frac{R_T}{R+R_T}\cdot\alpha_T$$

3.2.4 Să se determine valoarea rezistenţei R ce trebuie conectată în paralel cu un termistor de tip B57164K0151 produs de EPCOS, astfel încât coeficientul de variaţie cu temperatura al grupului echivalent, la 40^0C, să fie de $-2\%/^0C$ (se neglijează α_R).

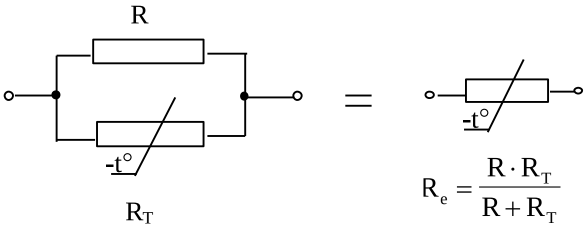


***Fig. 3.9** Conexiunea paralel rezistor-termistor*

Rezolvare:

Coeficientul de variaţie cu temperatura α_e al R_e:

$$\alpha_e \cong \frac{R}{R+R_T}\cdot\alpha_T$$

Termistorul B57164K0151 are parametrii R_{25}=150Ω, B=3200K. Rezultă rezistenţa termistorului la 40°C:

$$R_{40} = R_{25}\exp\left[B\left(\frac{1}{T_{40}}-\frac{1}{T_{25}}\right)\right] = 150\exp\left[3200\left(\frac{1}{313}-\frac{1}{298}\right)\right] = 89{,}7\,\Omega$$

Se poate determina şi coeficientul de variaţie cu temperatura al termistorului la 40°C şi apoi rezistenţa R:

$$\alpha_{T40} = -\frac{B}{T_{40}^2} = -\frac{3200}{313^2} = -3{,}26\%/{}^\circ C$$

$$\frac{R}{R+R_T}\cdot\alpha_{T40} = \alpha_{e40}$$

$$R = \frac{R_T\cdot\alpha_{e40}}{\alpha_{T40}-\alpha_{e40}} = \frac{89{,}7\cdot(-2)}{-3{,}26+2} = 142{,}3\Omega$$

Se adoptă un rezistor cu valoarea nominală 140Ω sau 143Ω aparţinând seriei E_{48}.

3.2.5 Un termistor utilizat într-un circuit funcţionează în regim termic staţionar. Se cere:

a) să se determine valoarea rezistenţei termistorului, ştiind că la borne căderea de tensiune este de 7V în cazul în care supratemperatura componentei faţă de mediul ambiant este de 44^0C, iar coeficientul de disipaţie termică D=16mW/°C.

b) să se calculeze lăţimea minimă a traseului de conectare a componentei în circuit ştiind că densitatea maximă de curent admisă pentru cablajul imprimat de grosime g=20μm este J=10A/mm^2

Rezolvare:

a) Regimul termic fiind staţionar, puterea electrică disipată de componentă este egală cu puterea evacuată de componentă, P_{ev}:

$P_{ev}=D\Delta T$, $P_d=U^2/R$

Rezultă în condiţii de regim termic staţionar:

$$R = \frac{U^2}{D\cdot\Delta T}$$

Înlocuind mărimile cu valorile numerice se obţine:

$$R = \frac{7^2}{16 \cdot 10^{-3} \cdot 44} \cong 70\Omega$$

b) Curentul I ce este admis să circule printr-un traseu de lăţime l, grosime g, deci secţiune s=l·g la o densitate maximă admisă J_{max} este:

$$I = s \cdot J_{max} = l \cdot g \cdot J_{max}$$

Pe de altă parte, curentul ce circulă prin traseu este acelaşi cu cel prin componentă. În cazul de faţă, la bornele rezistenţei de 70 Ω căderea de tensiune este de 7V.

$$I = \frac{7V}{70\Omega} = 0{,}1A$$

Rezultă lăţimea traseului l:

$$l = \frac{I}{J_{max} \cdot g}$$

Înlocuind, se obţine lăţimea minimă:

$$l = \frac{0{,}1[A]}{10[A/mm^2] \cdot 20 \cdot 10^{-3}[mm]} = 0{,}5mm$$

Deci traseul are o lăţime de 0,5mm.

3.2.6 Să se calculeze curentul maxim ce poate trece printr-un rezistor cu peliculă de carbon de tip Multicomp TA670 de valoare R_N=27Ω conectat în serie cu un termistor de tip B57164K0680, cu R_{25}=68Ω care nu trebuie să depăşească în funcţionare temperatura de 85^0C. Circuitul se află într-un mediu cu temperatura ambiantă $\theta_a \in [0,45]$°C.

Rezolvare:

<u>NOTĂ</u> În toate problemele de solicitare electrică, atunci când există mai multe condiţii ale unor parametri cum ar fi, de exemplu temperatura mediului ambiant şi se cere valoarea maximă a unei solicitări (curent, tensiune, putere) aceasta se calculează în condiţiile cele mai defavorabile posibil a fi întâlnite. În contextul problemei, ne interesează de fapt cea mai mare valoare a curentului care poate trece prin circuitul serie, fără a se depăşi solicitarea impusă şi fără a se distruge componentele, atunci când temperatura mediului ambiant poate avea orice valoare din domeniul precizat. Aşadar, se va căuta un minim al valorilor alese dintre valorile maxime "locale" ale curentului, adică din valorile calculate la o anumită temperatură.

Vom calcula curentul maxim ce poate trece prin rezistor. Rezistorul TA670 are parametrii: P_N=0,5W, U_N=350V, θ_N=70°C.

Curentul maxim prin R=100Ω este:

$$I_{R\max} = \sqrt{\frac{P_N}{R_N}} = \sqrt{\frac{0{,}5}{27}} = 136\,mA$$

Curentul maxim prin termistor este calculat la temperatura maximă permisă în problemă, θ_M=85°C, deoarece temperatura termistorului variază monoton crescător în funcţie de curentul ce trece prin el.

$$I_{T\max} = \sqrt{\frac{P_{d\max}}{R_T}}$$

Termistorul B57164K0680 are parametrii: R_{25}=68Ω, P_N=0,45W, B=3050K, D=7,5mW/^{0}C.

Situaţia cea mai defavorabilă, adică valoarea cea mai mică a unui curent ce determină încălzirea termistorului la o valoare de 85 °C, atunci când temperatura mediului ambiant variază, este la θ_a=45°C, deoarece în acest caz $P_{d\,max}$, din relaţia precedentă are valoarea cea mai mică, R_T fiind constantă (R_{85}). Sau altfel spus, este nevoie de o putere suplimentară electrică mai mică pentru a încălzi termistorul la 85 °C atunci când temperatura ambiantă este mai mare, lucru de altfel evident. Puterea maximă disipată de termistor în acest caz este:

$$P_{d\,max}=D\cdot(\theta_M-\theta_a)=7{,}5\cdot10^{-3}(85-45)=0{,}3W<P_N$$

$$R_{85}=R_{25}\exp\left[B\left(\frac{1}{T_{85}}-\frac{1}{T_{25}}\right)\right]=68\exp\left[3050\left(\frac{1}{358}-\frac{1}{298}\right)\right]=12{,}2\,\Omega$$

$$I_{max}=\sqrt{\frac{0{,}3}{12{,}2}}=156\,mA$$

Deci, pentru a încălzi termistorul la 85°C este nevoie de un curent de 156 mA.
Curentul maxim prin circuitul serie format din R şi R_T este:

$$I_{max}=\min\{I_{Rmax}, I_{Tmax}\}=I_{Rmax}=136 \text{ mA}$$

3.2.7 Fie gruparea paralel constituită din termistorul R_T şi rezistorul R_2. Se cere:

a) Să se calculeze valoarea rezistenţei termistorului NTC, R_T la 0^0C ştiind că la $\theta=25^0$C:

1) rezistenţa grupării paralel este R_e=0,9 kΩ;

2) coeficientul de temperatură al grupării este $\alpha_e= -1{,}8\cdot10^{-3}\,K^{-1}$;

3) coeficientul de temperatură al rezistorului R_2 este α_2=500 ppm/^{0}C;

4) coeficientul de variaţie cu temperatura al termistorului este $\alpha_{T25}= -22{,}5\cdot10^{-3}\,K^{-1}$

b) Să se calculeze coeficientul de temperatură al grupului paralel la 0^0C şi să se calculeze abaterea relativă a acestuia faţă de coeficientul de temperatură al grupării la 25^0C.

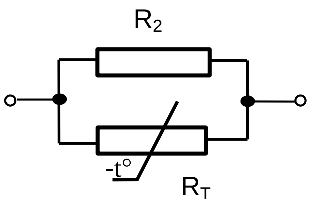


Fig. 3.10 *Grupare paralel rezistor-termistor*

Rezolvare:

a) Rezistenţa grupului R_e (la 25^0C) este:

$$R_e=\frac{R_2\cdot R_T}{R_2+R_T} \qquad (1)$$

şi coeficientul de variaţie cu temperatura al grupului este α_e

$$\alpha_e=\frac{\alpha_T\cdot R_2+R_T\cdot\alpha_2}{R_2+R_T} \qquad (2)$$

Se observă că (1) şi (2) formează un sistem de două ecuaţii cu două necunoscute R_2 şi R_T

Din (1) rezultă:

$$R_T = \frac{R_e \cdot R_2}{R_2 - R_e} \qquad (3)$$

Înlocuim în (2) şi rezultă:

$$R_2 = \frac{\alpha_T - \alpha_2}{\alpha_T - \alpha_e} \cdot R_e = \frac{-22{,}5 - 0{,}5}{-22{,}5 + 1{,}8} \cdot 0{,}9 = 1k\Omega$$

Din relaţia (3) rezultă:

$$R_T = \frac{0{,}9}{1 - 0{,}9} = 9K\Omega \quad \text{(la } 25^0\text{C)}$$

Din faptul că α_{T25} este cunoscut rezultă valoarea parametrului B:

$$\alpha_{T25} = -\frac{B}{T_{25}^2} = -22{,}5 \cdot 10^{-3} \Rightarrow B = 1998K$$

Rezistenţa termistorului la 0°C este:

$$R_{T0} = R_{T25} \exp\left[B\left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_{25}}\right)\right] = 16{,}62\,k\Omega$$

b) La 0^0C valorile pentru R_2, α_T, R_T sunt diferite faţă de 25^0C şi trebuiesc calculate:

$R_2^0 = R_2^{25} \cdot (1 - \alpha_2 \cdot \Delta T)$; $\Delta T = 25^0$C$\Rightarrow$ $R_2^0 = 987{,}5\Omega$.

$$\alpha_{T0} = -\frac{B}{T_0^2} = -26{,}8 \cdot 10^{-3} K^{-1}$$

$$\alpha_{e0} = \frac{\alpha_{T0} \cdot R_{2\_0} + \alpha_2 \cdot R_{T0}}{R_{2\_0} + R_{T0}} = \frac{-26{,}8 \cdot 10^{-3} \cdot 987{,}5 + 500 \cdot 10^{-6} \cdot 16{,}62 \cdot 10^3}{987{,}5 + 16{,}62 \cdot 10^3} = -1{,}03 \cdot 10^{-3} K^{-1}$$

Abaterea relativă ε faţă de coeficientul de temperatură al grupului la 25°C este:

$$\varepsilon = \frac{\alpha_{e0} - \alpha_{e25}}{\alpha_{e25}} = \frac{-1{,}03 - (-1{,}8)}{-1{,}8} = -42{,}7\%.$$

3.2.8 Puntea de măsură din figura 3.11 este utilizată la măsurarea temperaturii. La temperatura de 25°C, fără a avea aplicată tensiunea de alimentare U_1 la borne, puntea este în echilibru (R_1=R_2=R_3=R_{T25}=R). Să se determine tensiunea maximă de alimentare a punţii, ştiind că, la temperatura mediului θ_a=25°C, se admite o valoare de maxim 1% din U_1 pentru tensiunea U_2, abatere datorată încălzirii termistorului ca urmare a disipaţiei proprii. Termistorul NTC este de tip EPCOS B571640471 iar pentru rezistoare se neglijează variaţia rezistenţei cu temperatura.

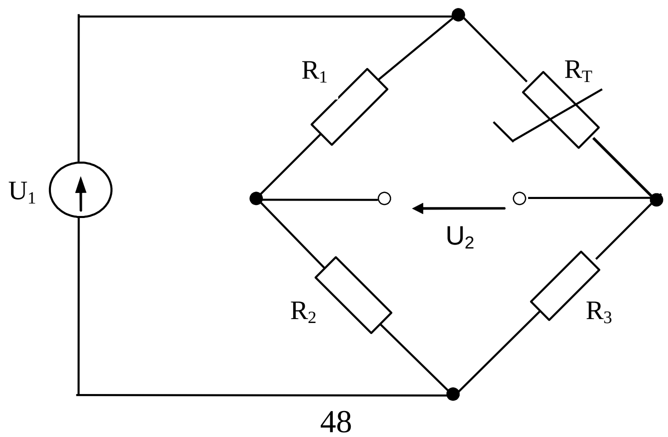


Fig. 3.11 *Punte pentru măsurarea temperaturii*

Rezolvare:

Din datele de catalog pentru B571640471 avem: R_{T25}=470Ω, B=3450K, D=7,5mW/°C.

Pentru început scriem expresia tensiunii U_2 în funcţie de U_1 şi de valorile rezistenţelor. Aşa cum a fost precizată condiţia de echilibru a punţii, şi anume echilibru la 25°C, rezultă că tensiunea U_2 va avea un sens diferit, în funcţie de temperatura de măsură, mai mare sau mai mică de 25°C. Pentru a avea tensiunea U_2 pozitivă la temperaturi mai mari de 25°C se va ţine cont de sensul din figură.

Astfel:

$U_2 = U_1\left(\frac{R_3}{R_3+R_T} - \frac{R_2}{R_1+R_2}\right) = U_1\left(\frac{1}{1+R_T/R} - \frac{1}{2}\right) = a \cdot U_1$, unde a fost introdus coeficientul "a" care exprimă raportul tensiunii U_2 faţă de U_1 (a=0,01) iar cu R_T a fost notată rezistenţa termistorului la temperatura necunoscută θ>25°C, în urma aplicării tensiunii U_1 şi a încălzirii proprii.

Rezultă $R_T = R\frac{1-2a}{1+2a} = 451{,}56\,\Omega$; Pe de altă parte $R_T = R \cdot \exp\left[B \cdot \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{298}\right)\right]$,

de unde se poate calcula temperatura termistorului corespunzătoare rezistenţei R_T:

$T = \frac{1}{\frac{1}{B}\ln\frac{R_T}{R} + \frac{1}{T_a}} = 299{,}03\,K$, de unde rezultă supratemperatura faţă de mediul ambiant

ΔT=1,03°C. Din condiţia de echilibru termic, rezultă puterea disipată de termistor $P_d = D \cdot \Delta T$ ⇒P_d=7,72 mW.

Tensiunea la bornele termistorului, U_b, este $U_b = U_1 \cdot \frac{R_T}{R+R_T}$ iar puterea disipată de termistor P_d este: $P_d = \frac{U_b^2}{R_T} = \frac{U_1^2 R_T^2}{\left(R+R_T\right)^2 \cdot R_T} = D \cdot \Delta T$.

Rezultă valoarea maximă a tensiunii de alimentare a punţii $U_1 = (R+R_T)\sqrt{\frac{P_d}{R_T}} = (470+451{,}56)\sqrt{\frac{7{,}72\cdot 10^{-3}}{451{,}56}} = 3{,}81\text{V}$. Deci, dacă puntea se alimentează cu această tensiune, abaterea datorită încălzirii termistorului va fi de 1%. Valoarea tensiunii de alimentare este relativ mică şi o asemenea valoare conduce la o sensibilitatea globală a montajului pentru măsurarea temperaturii. O soluţie este utilizarea unor termistoare cu valori mai mari ale rezistenţei. De exemplu, un termistor din aceeaşi serie produs de EPCOS tip B57164K0153 cu R_{25}=15kΩ, B=4250K, D=7,5mW/°C permite, în condiţiile problemei, aplicarea unei tensiuni de 19,4V.

3.2.9 Să se calculeze tensiunea care aplicată la bornele unei grupări serie rezistor-termistor determină funcţionarea termistorului în punctul de maxim al caracteristicii electrice. Se dau: R=33Ω, R_T de tip B57164K0151 produs de EPCOS, temperatura mediului ambiant θ_a=40^{0}C.

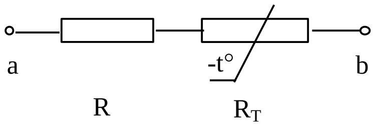


***Fig. 3.12** Desen pentru problema 3.2.9*

Rezolvare:

Din anexă se găseşte pentru B57164K0151, R_{25}=150 Ω, B=3200 K, D=7,5 mW/°C.
Dacă termistorul se află în punctul de maxim al tensiunii se poate calcula temperatura corespunzătoare maximului tensiunii:

$T_{UM} = \frac{B - \sqrt{B\cdot(B-4T_a)}}{2} = 332{,}5\,K$, sau 59,5 °C.

Rezistenţa termistorului corespunzătoare acestei temperaturi este:

$$R_{TUM} = R_{25}\exp\left[B\left(\frac{1}{T_{UM}} - \frac{1}{T_{25}}\right)\right] = 150\exp\left[3200\left(\frac{1}{332{,}5} - \frac{1}{298}\right)\right] = 49{,}1\ \Omega$$

iar tensiunea la bornele termistorului (punctul de maxim):

$U_M = \sqrt{R_{TUM}\cdot D\cdot(T_{UM} - T_a)} = 3{,}56\ V$

Tensiunea la bornele grupării U_{gr} este dedusă din relaţia divizorului de tensiune:

$U_M = U_{gr}\frac{R_{TUM}}{R_{TUM}+R} \Rightarrow U_{gr} = U_M\frac{R_{TUM}+R}{R_{TUM}} = 5{,}96\ V$.

3.2.10 Să se calculeze temperatura punctului de inflexiune a caracteristicii unei grupări paralel rezistor (R) - termistor NTC (R_T). Se cunosc R=47 Ω iar termistorul este de tip B57164K0151 cu R_{25}=150 Ω, B=3200 K.

Rezolvare:

Temperatura punctului de inflexiune a caracteristicii grupării rezistor-termistor NTC este legată de valoarea rezistenţei termistorului la acea temperatură şi care este tot necunoscută : $R_T(T_i) = R\frac{B+2T_i}{B-2T_i}$.

Cea de-a doua relaţie de calcul rezultă din expresia rezistenţei termistorului la temperatura T_i : $R_T(T_i) = R_{25}\exp\left[B\left(\frac{1}{T_i} - \frac{1}{T_{25}}\right)\right]$, de unde rezultă temperatura punctului de inflexiune $T_i = \frac{1}{\frac{1}{T_{25}} + \frac{1}{B}\ln\frac{R_T(T_i)}{R_{25}}}$.

Calculul temperaturii punctului de inflexiune se face în mod iterativ, dând valori pentru temperatură, calculând rezistenţa termistorului şi apoi din nou temperatura care corespunde acestei noi valori a rezistenţei.

Presupunem pentru început că θ_i=30°C, deci T_i=303K. Se calculează $R_T(T_i) = R\frac{B+2T_i}{B-2T_i} = 47\cdot\frac{3300+2\cdot 303}{3300-2\cdot 303}$ =68,9Ω. Se calculează apoi

$T_i = \dfrac{1}{\dfrac{1}{298} + \dfrac{1}{3200}\ln\dfrac{68{,}9}{150}} = 321{,}24\,K$. Se recalculează R_T şi se obţine R_T=70,6Ω. Din nou se calculează T_i=320,48K. După încă o iteraţie rezultă tot T_i=320,52K, valoare care se menţine după încă o iteraţie, deci temperatura de 320,5K sau 47,5 °C este temperatura punctului de inflexiune a caracteristicii grupării paralel rezistor-termistor.

3.2.11 Să se calculeze valoarea rezistenţei care trebuie conectată în paralel cu un termistor de tip EPCOS B571640471, R_{25}=470Ω, B=3450K, pentru a obţine o caracteristică termică ce prezintă un punct de inflexiune la temperatura de 35°C.

Rezolvare:

Se utilizează relaţia de legătură $R = R_{Ti}\dfrac{B-2T_i}{B+2T_i}$.

Este necesară calcularea rezistenţei termistorului la temperatura 35 °C sau T_i=308K.

$$R_{Ti} = R_{25}\exp\left[B\left(\frac{1}{T_i} - \frac{1}{T_{25}}\right)\right] = 322{,}7\,\Omega$$

Rezultă $R = R_{Ti}\dfrac{B-2T_i}{B+2T_i} = 322{,}7\dfrac{3450-2\cdot 308}{3450+2\cdot 308} = 224{,}9\ \Omega$.

3.2.12 Se dispune de un grup paralel rezistor –termistor NTC. Se pune problema determinării parametrilor B şi R_{25} (sau A) pentru termistorul NTC pe baza unor date experimentale. Din motive practice, termistorul nu poate fi decuplat de rezistorul fix R, a cărui rezistenţă este însă cunoscută R=330 Ω, iar variaţia sa cu temperatura se consideră neglijabilă. Măsurătorile se realizează într-o incintă termică la temperaturile θ_1=45°C şi θ_2=85°C. Au fost obţinute rezultatele (pentru rezistenţa grupului paralel) Rp_1=137,61 Ω şi Rp_2=54,63 Ω.

Rezolvare:

Scriind expresia rezistenţei termistorului la cele două temperaturi rezultă:

$$B = \frac{\ln\dfrac{R_{T45}}{R_{T85}}}{\dfrac{1}{T_{45}} - \dfrac{1}{T_{85}}} \qquad (1)$$

iar din expresia rezistenţei grupării paralel $\dfrac{1}{R_p} = \dfrac{1}{R_T} + \dfrac{1}{R}$ rezultă

$$R_{T45} = \frac{R\cdot R_{p1}}{R-R_{p1}} = 226{,}91\Omega \text{ şi } R_{T85} = \frac{R\cdot R_{p2}}{R-R_{p2}} = 67{,}51\Omega$$

Înlocuind în (1) rezultă $B = \dfrac{T_{85}\cdot T_{45}}{T_{85}-T_{45}}\ln\left(\dfrac{R_{T45}}{R_{T85}}\right) = 3450{,}05\,K$.

Se calculează apoi R_{T25}:

$$R_{T25} = R_{T45} \exp\left[B\left(\frac{1}{T_{25}} - \frac{1}{T_{45}}\right)\right] = 469{,}97\ \Omega$$

Examinând parametrii termistorului se observă că este vorba de tipul EPCOS B571640471, cu R_{25}=470Ω, B=3450K.

3.2.13 Să se determine rezistenţa unui termistor NTC de tip EPCOS B571640471 atunci când termistorului i se aplică la borne o tensiune U=5V. Temperatura mediului ambiant este θ_a =25°C.

Rezolvare:

De obicei, în practică se evită încercarea termistoarelor NTC prin aplicarea directă a unei tensiuni la bornele sale. Dacă tensiunea aplicată este mai mare decât tensiunea corespunzătoare maximului tensiunii U_M din caracteristica electrică U(I), atunci termistorul se ambalează termic, temperatura sa crescând continuu în timp, fără a se obţine un punct de funcţionare de echilibru pe caracteristica electrică. În final, termistorul se va distruge datorită temperaturii mari atinse. Pentru a nu risca distrugerea termistorului se preferă alimentarea termistorului de la o sursă de curent constant. Se poate obţine însă şi un regim de echilibru alimentând termistorul NTC de la o sursă de tensiune, dacă tensiunea aplicată este mai mică decât tensiunea corespunzătoare maximului pe caracteristica U(I).

Înainte de rezolvare ar trebui verificat că tensiunea U este mai mică ca U_M.

Din anexă se află pentru termistorul EPCOS B571640471: R_{25}=470 Ω, B=3450 K, D=7,5 mW/°C.

Temperatura corespunzătoare maximului tensiunii T_{UM} este

$$T_{UM} = \frac{B - \sqrt{B \cdot (B - 4T_a)}}{2} = 329{,}4\,K$$

Rezistenţa termistorului corespunzătoare acestei temperaturi este:

$$R_{TUM} = R_{25} \exp\left[B\left(\frac{1}{T_{UM}} - \frac{1}{T_{25}}\right)\right] = 470 \exp\left[3450\left(\frac{1}{329{,}4} - \frac{1}{298}\right)\right] = 155{,}57\ \Omega$$

iar tensiunea la bornele termistorului (punctul de maxim):

$$U_M = \sqrt{R_{TUM} \cdot D \cdot (T_{UM} - T_a)} = 6{,}05\ V$$

Deci $U<U_M$ şi problema poate avea soluţie.

Punctul de echilibru pe caracteristică se stabileşte la acea temperatură a corpului termistorului T_c la care puterea primită de la sursă este egală cu puterea disipată (evacuată) de termistor. Putem scrie deci:

$$P = \frac{U^2}{R(T_c)} = D(T_c - T_a) \qquad (1)$$

Relaţia (1) ne permite calculul temperaturii atinse de termistor la aplicarea tensiunii U. Rezolvarea algebrică nu este posibilă, şi atunci ecuaţia trebuie rezolvată numeric, prin aproximaţii succesive. Pentru aceasta, relaţia anterioară trebuie pusă sub forma $x = f(x)$.

După explicitarea rezistenţei termistorului se obţine:

$$T_c = T_a + \frac{U^2}{A \cdot D \cdot \exp\left(\frac{B}{T_c}\right)} \qquad (2)$$

Parametrul A se calculează cu

$$A = \frac{R_{25}}{\exp\left(\frac{B}{T_{25}}\right)} = \frac{470}{\exp\left(\frac{3450}{298}\right)} = 4{,}40 \cdot 10^{-3}\ \Omega$$

Se începe rezolvarea de la o valoare "ghicită" a temperaturii, de exemplu T_c=313 K. Se introduce în (2) şi rezultă T_{c1}=310,35 K. Se recalculează cu noua valoare şi se obţine T_{c2}=309,24 K. Iteraţiile se opresc când temperatura nou calculată nu mai diferă mult de valoarea anterioară. Se obţine în final valoarea T_c=308,5 K, deci temperatura termistorului este de 35,5 °C. Rezistenţa termistorului la această temperatură este R_{35}=316,9 Ω.

3.2.14 Să se determine rezistenţa unui termistor NTC de tip EPCOS B571640471 ce se află într-un mediu ambiant cu temperatura θ_a=25°C atunci când termistorul este parcurs de un curent (a) I=20 mA, (b) I=38,9 mA, (c) I=60 mA,

Rezolvare:

Rezolvarea este similară cu cea de la problema precedentă. Din egalitatea puterilor rezultă:

$$T_c = T_a + \frac{A \cdot I^2 \cdot \exp\left(\frac{B}{T_c}\right)}{D}$$

Rezolvarea se face tot prin metode iterative, plecând de la o temperatură situată în jur de 300 K. Valorile obţinute sunt date în tabelul de mai jos:
Se obţine după câteva iteraţii T_c=312,6 K, adică 39,6 °C.

b) Se obţine T_c=329,4 K adică 56,4 °C.

c) Se obţine T_c=344,8 K adică 71,8 °C.

Pas iteraţie	Tc iniţial (K)	Tc calculat (K)
1	300	321,2
2	321,2	314,72
3	314,72	311,55
4	311,55	313,15
5	313,15	312,31
6	312,31	312,74
7	312,74	312,52
8	312,52	312,63

Observaţie

Cazul (b) corespunde maximului tensiunii la bornele termistorului. În cazul (c) punctul de pe caracteristica electrică se află la dreapta maximului de tensiune. În acest punct de echilibru nu se poate ajunge atunci când termistorul este alimentat de la o sursă de tensiune constantă. În cazurile b) şi c) este posibil să se ajungă mai greu la convergenţă. În acest caz se modifică valoarea iniţială pentru a obţine salturi mai mici în cadrul pasului de iteraţie.

3.2.15 Pentru limitarea curentului în momentul conectării aparatelor electrice la reţea (“inrush current” – engl.) se conectează în serie cu aparatele un termistor NTC. Să se determine rezistenţa termistorului NTC de tip EPCOS B57164K0150 utilizat în acest scop, presupunând că rezistenţa echivalentă în regim permanent a aparatului electric este R= 600 Ω iar tensiunea aplicată este U=220V (valoare efectivă). Temperatura mediului ambiant este θ_a =25°C.

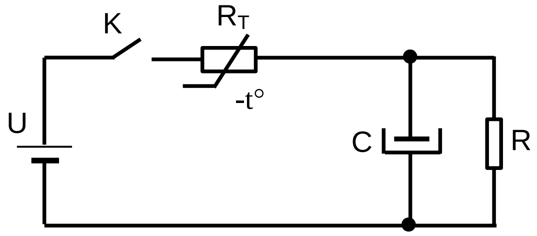


Fig. 3.13 *Limitarea curentului la pornire cu termistor NTC*

Rezolvare:

De obicei, curentul mărit care este absorbit la conectarea unui aparat electric sau electronic este datorat unor condensatoare care se încarcă cu sarcină electrică. În momentul conectării, termistorul NTC limitează curentul absorbit de circuit. În regim permanent, condensatorul este încărcat, iar termistorul NTC nu mai este necesar. Rezistenţa termistorului în regim permanent trebuie să fie cât mai mică pentru ca o proporţie cât mai mare din tensiunea de alimentare să fie aplicată sarcinii R. În cataloagele de termistoare se prezintă grafice pentru calculul rezistenţei termistorului la un anumit curent.

Un calcul numeric este posibil după metoda prezentată la problemele anterioare. Punctul de funcţionare al termistorului se stabileşte pe caracteristica electrică din condiţia de egalitate a puterii disipate cu cea electrică. Tensiunea la bornele termistorului este:

$U_T = \dfrac{R_T}{R+R_T}U$ Relaţia de egalitate a puterilor devine $P = \dfrac{R_T(T_c)\cdot U^2}{\left(R+R_T(T_c)\right)^2} = D(T_c - T_a)$

relaţie care se poate pune sub forma: $T_c = T_a + \dfrac{AU^2\exp\left(\dfrac{B}{T_c}\right)}{D\left(R + A\exp\left(\dfrac{B}{T_c}\right)\right)^2}$

Cu valorile din anexă pentru B57164K0150: R_{25}=15 Ω, B=2900 K, D=7,5 mW/°C rezultă după un număr de 4-5 iteraţii Tc=354,5 K sau θ_c=81,5 °C. Rezistenţa corespunzătoare a termistorului este $R_T(T_C)$= 3,1 Ω. Curentul prin circuit este $I = \dfrac{U}{R + R_T(T_c)} = 0{,}364\,A$. Căderea de tensiune pe termistor este $U_T = R_T(T_c)\cdot I = 1{,}16\ V$, valoare neglijabilă faţă de U=220 V.

3.2.16 Să se calculeze rezistenţa R_T a unui termistor NTC şi a rezistenţei conectate în paralel cu acesta R_p care realizează compensarea variaţiei cu temperatura a rezistenţei R a unei bobine din cupru cu α=+4000 ppm/°C, în intervalul de temperatură cuprins între T_1=15°C şi T_2=55 °C. Se va utiliza un termistor cu B=3650 K. Rezistenţa bobinei la temperatura de 35 °C este de 22 Ω.

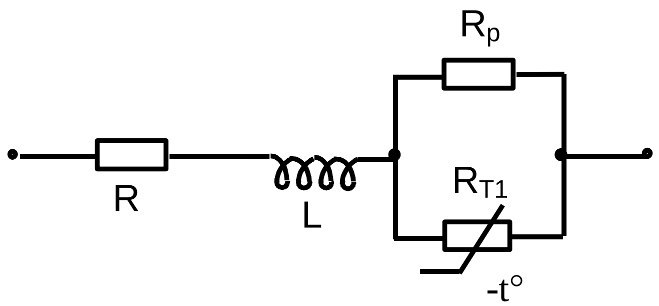


Fig. 3.14 *Circuit pentru compensarea variaţiei rezistenţei bobinelor cu temperatura*

Rezolvare:

Compensarea variaţiei cu temperatura a rezistenţei bobinei se bazează pe observaţia că, în jurul punctului de inflexiune caracteristica grupului paralel rezistor-termistor NTC se poate considera aproximativ liniară.

Punctul de inflexiune al caracteristicii grupului paralel rezistor-termistor T_i se alege la jumătatea intervalului de temperatură în care se doreşte să se realizeze compensarea. Pentru o compensare cât mai bună se impune ca la temperatura de inflexiune T_i rezistenţa bobinei să fie egală cu rezistenţa grupului rezistor – termistor iar coeficientul de temperatură al bobinei să fie egal în modul dar de semn contrar cu cel al grupării de compensare.

Rezultă sistemul de ecuaţii:

$$\begin{cases} \dfrac{R_p \cdot R_T(T_i)}{R_p + R_T(T_i)} = R(T_i) \\ \dfrac{|\alpha_T(T_i)| \cdot R_p}{R_p + R_T(T_i)} = \alpha \end{cases} \tag{1}$$

În cazul general, rezolvarea sistemului (1) se face prin metode iterative. Dacă se optează pentru o categorie de termistoare, atunci parametrul B este cunoscut, cum este cazul acum. Rămân de determinat rezistenţa termistorului la 25 °C, sau echivalent, parametrul A, şi rezistenţa conectată în paralel R_p. Temperatura de inflexiune se alege la jumătatea intervalului de interes: T_i= 308K (35°C).

Rezolvarea sistemului de ecuaţii (1), în condiţiile anterioare se simplifică. Prin împărţirea celor două ecuaţii rezultă:

$R_T(T_i) = |\alpha_T(T_i)| \dfrac{R(T_i)}{\alpha} = \dfrac{3650}{308^2} \cdot \dfrac{22}{4000 \cdot 10^{-6}} \cong 211{,}6\,\Omega$, iar valoarea rezistenţei R_p rezultă din prima ecuaţie $R_p = \dfrac{R \cdot R_T(T_i)}{R_T(T_i) - R} = 24{,}5\,\Omega$.

Rezistenţa termistorului la 25 °C este $R_{25} = R(T_i) \cdot \exp\left[B\left(\dfrac{1}{298} - \dfrac{1}{T_i}\right)\right] = 314{,}9\,\Omega$.

Este dificil să se găsească un termistor exact cu parametrii care rezultă din calcul. Se poate alege un termistor cu R_{25}=330 Ω şi se recalculează R_p, eventual se deplasează temperatura de inflexiune T_i, renunţând la condiţia de situare la jumătatea intervalului de compensare.

3.2.18. In multe aplicaţii care conţin dispozitive electronice cu filament (tuburi catodice, tuburi cinescoape, becuri), pentru protejarea filamentelor la pornire se foloseşte un termistor NTC pentru limitarea curentului la pornire, aşa cum este ilustrat în Figura 3.15.

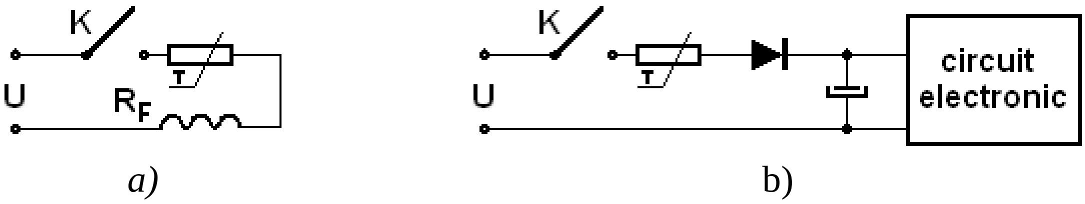


Fig. 3.15. *Utilizarea unui termistor NTC pentru protecţie la pornire: a) a unui filament; b) a unei diode*

Se ştie că tensiunea U=220V, termistorul are R_{25}=20Ω şi B=3600K iar rezistenţa la rece a filamentului este de 4,4Ω.

Să se calculeze curenţii ce apar în circuit cu sau fără termistorul NTC.

Rezolvare:

a) in absenţa termistorului curentul de vârf I_P este $I_p=U/R_F$=50 A
b) cu termistorul introdus în circuit $I_P=U/(R_{25}+R_F)$=9,01A

3.2.19. In circuitul din Figura 3.15. tensiunea de intrare U este 220Vcc, condensatorul C are o capacitate de 47μF, dioda D un curent I_D=1,2A, un curent maxim admisibil de I_{FMax}=12A şi $R_D \leq$ 0,2Ω, iar circuitul electronic absoarbe un curent de I_{CE}=0,8A. Să se verifice dacă termistorul NTC care are caracteristicile R_{25}=20Ω şi B=3600K asigură protecţia necesară diodei D. Dar dacă U este 220Vca ?

Rezolvare:

1. In momentul închiderii comutatorului K condensatorul C se comportă ca un scurt circuit. Curentul prin dioda este I_{Dmax}= $U/(R_{25}+R_D)+I_{CE}$=220V/(20+0,2)+0,8=11,69A. Rezultă că $I_{Dmax}<I_{FMax}$ şi protecţia este asigurată.
2. Dacă U=220Vca înseamnă că valoarea de vârf posibilă este Umax=220*1,41=310V iar I_{Dmax}=

$U_{max}/(R_{25}+R_D)+I_{CE}=310V/(20+0,2)+0,8=16,15A > I_{FMax}=12A$ ceea ce duce la posibilitatea distrugerii diodei. In acest caz se recomandă utilizarea unui alt tip de termistor ($R_{25}>27\Omega$)

3.2.19. Se consideră circuitul din figura 3.15a care este un detector de temperatură realizat cu un circuit integrat de tip amplificator operaţional (AO) si un termistor PTC. Să se dimensioneze elementele circuitului pentru o sesizare a temperaturii de 50 °C ± 1°C, ştiind că se utilizează un amplificator operaţional ideal (V_O este ±10V, $R_i = \infty,\ V_i^+ - V_i^- = 0$) şi un termistor PTC cu $R_{T(Tb=49^oC)}=200\Omega$ şi $R_{T(TM=50,5^oC)}=2k\Omega$

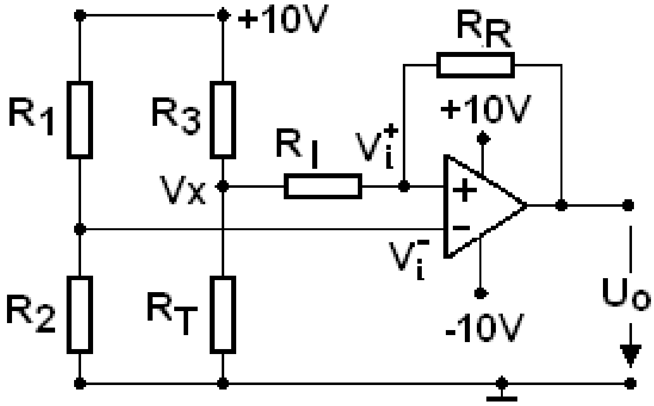


***Fig. 3.15a**. Detector de temperatură cu CIO şi termistor PTC*

Rezolvare:

Dimensionarea circuitului impune aproximări inginereşti, determinate de condiţiile impuse:

Se consideră R_3 ca fiind mult mai mare decât $R_{T(Tb)}$ şi în cazul de faţă se poate considera ca $R_3>25R_T=5,1k\Omega$. Se mai fac următoarele presupuneri $R_1+R_2=10\ k\Omega$ (suficient de mică pentru ca $R_{i\pm}=\infty$,($R_{i\pm}$ rezistenţele de intrare ale operaţionalului) şi $(R_R+R_I)=200k\Omega \gg (R_3+R_T)$.

Tensiunile pe intrarea inversoare a operaţionalului V_i^- şi pe intrarea neinversoare V_i^+ sunt date de relaţiile:

$$V_i^- = \frac{+10V}{R_1+R_2}\cdot R_2 \quad \text{şi} \quad V_i^+ = V_x + \frac{V_O - V_x}{R_R + R_I}\cdot R_I = \frac{V_O\cdot R_I + V_x \cdot R_R}{R_R + R_I} \quad \text{unde}$$

$$V_x = \frac{+10V}{R_3 + R_T}\cdot R_T$$

Cazul a. Se consideră că temperatura ambiantului este mai mică decât 49°C ceea ce înseamnă că V_O este -10V. Dacă temperatura creşte peste 50,5°C, R_T ajunge la valoarea de 2KΩ şi în acest caz valoarea lui V_x înainte de momentul comutării este V_x=2,86V. Pentru că AO este ideal ($V_i^+ - V_i^- = 0$) $V_i^+ = V_i^-$ rezultă:

$$V_i^- = \frac{10V \cdot R_2}{10 \cdot 10^3} = \frac{-10 \cdot R_I + 2{,}86 \cdot R_R}{200 \cdot 10^3} = V_i^+$$ sau

$$R_2 = \frac{-10 \cdot R_I + 2{,}86\left(200 \cdot 10^3 - R_I\right)}{200}$$

Cazul b. Presupunem că temperatura începe să scadă de la o valoare mai mare de 50,5°C spre temperaturi mai mici de 49°C. In acest caz V_O la temperaturi mai mari de 50,5°C era +10V. Când temperatura ajunge la 49°C R_T ajunge la valoarea de 200Ω iar V_x este V_x=0,377V. Înlocuind în relaţiile iniţiale rezultă:

$$V_i^- = \frac{10V \cdot R_2}{10 \cdot 10^3} = \frac{10 \cdot R_I + 0{,}377 \cdot R_R}{200 \cdot 10^3} = V_i^+$$ sau

$$R_2 = \frac{10 \cdot R_I + 0.377\left(200 \cdot 10^3 - R_I\right)}{200}$$

egalând cele două valori ale lui R_2 se obţine o ecuaţie cu o necunoscută R_I:

$$\frac{-10 \cdot R_I + 2{,}86\left(200 \cdot 10^3 - R_I\right)}{200} = \frac{10 \cdot R_I + 0.377\left(200 \cdot 10^3 - R_I\right)}{200}$$

de unde R_I=27,86kΩ; R_2= 1,72 kΩ; R_1=8,28kΩ şi R_R=172,14 kΩ

Aceste valori nu se regăsesc ca valori nominale în serile de valori şi trebuiesc alese valori apropiate. In cazul nostru important este raportul obţinut $x=R_1/R_2$=4,81 şi $y=R_R/R_I$=61,78. Alegerea valorilor nominale se face respectând rapoartele respective, suma rezistoarelor care formează rapoartele oricum a fost aleasă aproximativ.

Se aleg valorile:

R_1=1,74 ±1 %kΩ; R_2=8,45 ±1 %kΩ; R_I=27,4 ±1 %kΩ; R_R=169 ±1 %kΩ; R_3=5,1 ±5 % kΩ

Capitolul 4

CONDENSATOARE

4.1. Noţiuni teoretice

Condensatorul este o componentă electronică pasivă cu impedanţa preponderent capacitivă:

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = Z \cdot e^{j\varphi}\ ,\ \varphi \leq \frac{\pi}{2};\ \text{ideal } \varphi = \frac{\pi}{2} \tag{4.1}$$

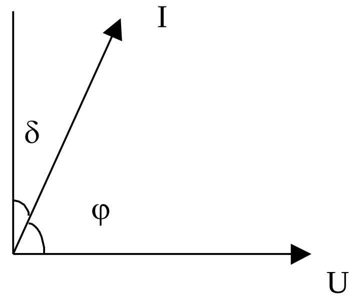


Fig. 4.0 *Defazajul curent - tensiune*

4.1.1 . Parametrii condensatoarelor

Condensatoarele sunt caracterizate de parametrii comuni definiţi în paragraful 1.1.1.

- Tensiunea nominală U_N, reprezintă tensiunea maximă ce poate fi aplicată la bornele condensatorului la funcţionare îndelungată.
- Puterea nominală P_N, reprezintă puterea activă maximă pe care poate să o disipe condensatorul la o funcţionare îndelungată.
- Curentul nominal I_N, reprezintă curentul maxim care poate trece prin condensator la o funcţionare îndelungată.
- Tangenta unghiului de pierderi tgδ, exprimă pierderile de putere ce au loc în condensator:

$$tg\delta = \frac{P_a}{P_r} = \frac{1}{Q} = \omega CR_s = \frac{1}{\omega CR_p} \tag{4.2}$$

unde: Q=factorul de calitate al condensatorului;
R_s=rezistenţa echivalentă serie de pierderi în condensator;
R_p=rezistenţa echivalentă paralelă de pierderi în condensator;

4.1.2. Condensatorul plan format prin suprapunerea mai multor straturi de dielectrici diferiţi

Se dă un condensator plan format din **n** straturi de dielectrici:

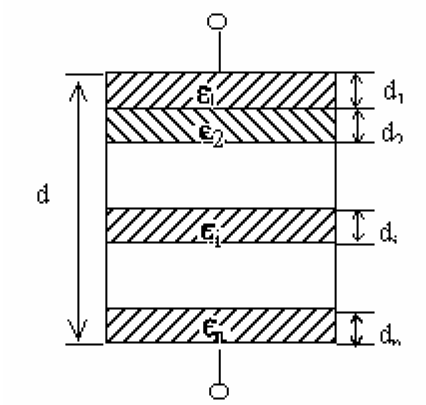


Fig. 4.1. *Structura unui condensator multistrat*

ε_i=permitivitatea relativă a dielectricului din stratul I;
d_i=grosimea stratului I;

$$\sum_{i=1}^{n} d_i = d \quad \text{= grosimea dielectricului condensatorului}$$

Dacă la bornele condensatorului se aplică o tensiune U, atunci intensitatea câmpului electric într-un strat oarecare j, este:

$$Ej = \frac{U}{dj + \varepsilon_j \sum\limits_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{n} \frac{d_i}{\varepsilon_i}} \tag{4.3}$$

Permitivitatea efectivă a dielectricului condensatorului este:

$$\varepsilon_{ef} = \frac{d}{\sum\limits_{i=1}^{n} \frac{d_i}{\varepsilon_i}} \tag{4.4}$$

4.1.3. Alegerea tipului de condensator

Cele expuse la alegerea tipului de rezistor rămân valabile şi pentru alegerea condensatorului. Suplimentar, cunoscându-se şi banda de frecvenţe în care funcţionează circuitul, trebuie analizată comportarea condensatorului în frecvenţă atât din punct de vedere al solicitării electrice, precum şi al modificării impedanţei. Se vor avea în vedere, de asemenea şi dimensiunea, greutatea, tehnologia de plantare, testare, fiabilitate, preţ. În final se alege tipul de condensator care satisface toate condiţiile impuse.

4.1.4. Solicitarea electrică a condensatorului

Solicitarea electrică a condensatorului are în vedere analiza valorilor maxim admisibile (tensiune, curent) ce se pot aplica la bornele condensatorului. Analiza se realizează în regim sinusoidal.
Considerând un condensator cu parametrii: C, U_N, I_N, P_N, tgδ; pentru analiza solicitării electrice se calculează mai întâi puterea maximă care ar putea fi disipată de condensator, presupunând că are simultan aplicată tensiunea nominală şi trece prin el curentul nominal: $P_{dM} = U_N \cdot I_N \cdot tg\delta$.

OBSERVAŢII IMPORTANTE

1. În acest tip de analiză (şi în probleme) utilizăm pentru simplificarea calculelor **valorile efective ale mărimilor U_N şi I_N**. În practică, tensiunea nominală a anumitor condensatoare poate fi dată şi în curent alternativ, însă cele mai multe condensatoare au precizată valoare U_N în curent continuu. Curentul nominal, de multe ori numit curent ondulatoriu sau „ripple current” în lb. engleză, poate fi dat şi ca valoare efectivă şi ca valoare de curent continuu (amplitudinea admisă a curentului alternativ sinusoidal). Pentru valorile U_N şi I_N date în curent continuu puterea maximă se calculează cu: $P_{dM} = \frac{U_N I_N}{2} tg\delta$.

2. Condensatoarele se presupune că au **pierderi relativ mici,** $tg\delta<0,1$. Această presupunere ne permite cu bună aproximaţie utilizarea relaţiei $I = \omega \cdot C \cdot U$ care determină dependenţa curentului prin condensator de tensiunea aplicată, neglijând astfel rezistenţa serie sau paralel din schema echivalentă a condensatorului, rezistenţă care modelează pierderile de putere.

Sunt două cazuri:

a) $P_{dM} \le P_N$, deci nu există posibilitatea depăşirii puterii nominale, rămânând posibilitatea depăşirii U_N şi I_N. În acest caz există o frecvenţă pe care o vom numi frecvenţă critică, corespunzătoare situaţiei când prin condensator trece curentul I_N şi la bornele condensatorului este tensiunea U_N:

$$I_N = \omega_{cr} \cdot C \cdot U_N \quad \Rightarrow \quad f_{cr} = \frac{I_N}{2\pi \cdot CU_N} \tag{4.5}$$

Simbolic se poate reprezenta grafic în scară logaritmică solicitarea astfel:

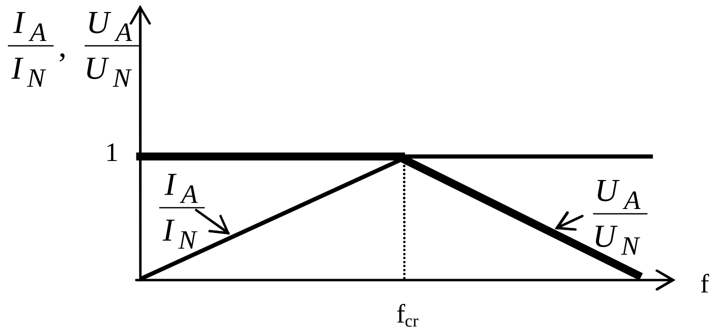


***Fig 4.2** Solicitarea electrică a condensatorului în funcţie de frecvenţă*

Deci sunt două domenii de frecvenţă pentru care:

$f \le f_{cr}$; $U_A=U_N$; $I_A=\omega C U_N$

$f \ge f_{cr}$; $I_A=I_N$; $U_A=I_N / (\omega C)$

b) $P_{dM} > P_N$, există pericolul depăşirii puterii nominale, deci există limitare în U_N, I_N, şi P_N. în acest caz sunt două frecvenţe critice, f_1 şi f_2.

Curentul prin condensator creşte liniar cu frecvenţa, şi implicit creşte şi puterea disipată de condensator $P = U_N \cdot I \cdot tg\delta = U_N \cdot \omega \cdot C \cdot U_N \cdot tg\delta$. La frecvenţa f_1 se atinge valoarea puterii nominale. Frecvenţa f_1, corespunde situaţiei când la bornele condensatorului este tensiunea U_N şi condensatorul disipă puterea P_N:

$$P_N = U_N \cdot \omega_1 \cdot C \cdot U_N tg\,\delta \quad \Rightarrow \quad f_1 = \frac{P_N}{2\pi \cdot U_N^2 C tg\delta} \tag{4.6}$$

Pentru a nu depăşi puterea nominală, la frecvenţe mai mari ca f1 trebuie scăzută valoarea tensiunii, în condiţiile unei puteri egale cu cea nominală. Panta de creştere a curentului prin condensator se reduce corespunzător. Frecvenţa critică f_2, corespunde situaţiei când prin condensator trece curentul I_N şi condensatorul disipă puterea P_N ($I_N=\omega_2 CU$):

$$P_N = I_N \cdot \frac{I_N}{\omega_2 C} \cdot tg\delta \quad \Rightarrow \quad f_2 = \frac{I_N^2 \cdot tg\delta}{2\pi \cdot C P_N} \tag{4.7}$$

Simbolic, graficul este:

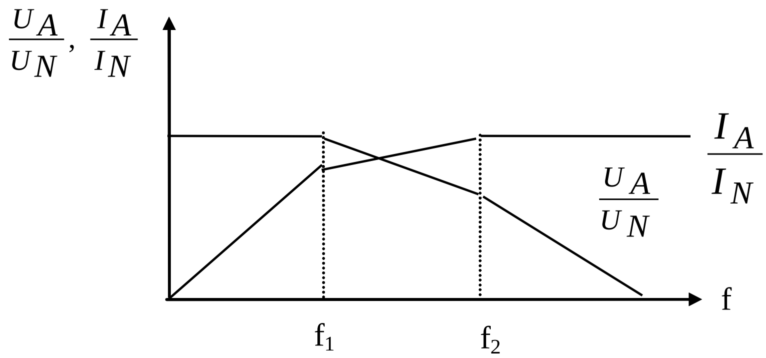


Fig. 4.3 *Solicitarea electrică în funcţie de frecvenţă a condensatorului atunci când este posibilă atingerea puterii nominale*

Deci sunt trei domenii de frecvenţă pentru care avem valorile admisibile:

$$1)\ f \le f_1;\begin{cases} U_A = U_N \\ I_A = \omega \cdot U_N C \\ P_A = \omega \cdot C \cdot U_N^2 \cdot tg\delta \end{cases} \tag{4.8}$$

$$2)\ f_1 < f < f_2;\begin{cases} P_A = P_N \\ U_A = \sqrt{\dfrac{P_N}{\omega\, C tg\delta}} \\ I_A = \omega C U_A = \sqrt{\dfrac{P_N \omega\, C}{tg\delta}} \end{cases} \qquad \omega = 2\pi f \tag{4.9}$$

$$3)\ f \ge f_2;\begin{cases} I_A = I_N \\ U_A = \dfrac{I_N}{\omega\, C} \\ P_A = \dfrac{I_N^2 \cdot tg\delta}{\omega\, C} \end{cases} \tag{4.10}$$

Tabelul 4.1 sintetizează relaţiile de mai sus.

Tab. 4.1

Domeniu frecvenţă:	$0<f<f_1$	$f_1<f<f_2$	$f>f_2$
Tensiune maxim admisibilă U_A	U_N	$U_A=\sqrt{\dfrac{P_N}{\omega C tg\delta}}$	$\dfrac{I_N}{\omega C}$
Curent maxim admisibil I_A	$\omega\cdot C\cdot U_N$	$\sqrt{\dfrac{P_N \omega C}{tg\delta}}$	I_N
Putere disipată (admisibilă) $P_A=U_A\cdot I_A$	$\omega\cdot C\cdot U_N^2 tg\,\delta$	P_N	$\dfrac{I_N^2\cdot tg\delta}{\omega C}$

4.2. Probleme rezolvate

4.2.1. Să se determine toleranţa unui condensator plan (ceramic monostrat) la realizarea căruia se utilizează un dielectric cu permitivitatea ε= ±5%, grosimea dielectricului d=±5% şi suprafaţa armăturii S ±4%.

Rezolvare:

Aplicând calculul absolut se obţine:

$$t_{c+}=\frac{C_{\max}-C_n}{C_n}=\frac{\dfrac{\varepsilon\cdot(1+t_\varepsilon)\cdot S\cdot(1+t_s)}{d(1-t_d)}-\varepsilon\dfrac{S}{d}}{\varepsilon\dfrac{S}{d}}=\frac{t_\varepsilon+t_s+t_d+t_\varepsilon t_s}{1-t_d}=14{,}84\%$$

$$t_{c-}=\frac{C_n-C_{\min}}{C_n}=\frac{\varepsilon\dfrac{S}{d}-\dfrac{\varepsilon\cdot(1-t_\varepsilon)\cdot S\cdot(1-t_s)}{d(1+t_d)}}{\varepsilon\dfrac{s}{d}}=1-\frac{(1-t_\varepsilon)\cdot(1-t_s)}{1+t_d}=\frac{t_\varepsilon+t_d+t_s-t_\varepsilon t_s}{1+t_d}=13{,}14\%$$

Toleranţa condensatorului este:

$t_c=\max\{t_{c+}, t_{c-}\}$= 14,84%, deci ±14,84%

Aplicând relaţia Taylor se obţine:

$$t_c=\left|\frac{\varepsilon}{C}\frac{\partial C}{\partial\varepsilon}\right|\cdot t_\varepsilon+\left|\frac{S}{C}\frac{\partial C}{\partial S}\right|\cdot t_s+\left|\frac{d}{C}\frac{\partial C}{\partial d}\right|\cdot t_d$$

unde $C=\varepsilon\cdot\dfrac{S}{d}$

$$\frac{\varepsilon}{C}\frac{\partial C}{\partial\varepsilon}=\frac{\varepsilon}{\varepsilon\dfrac{S}{d}}\cdot\frac{S}{d}=1$$

$$\frac{S}{C}\frac{\partial C}{\partial S}=\frac{S}{\varepsilon\dfrac{S}{d}}\cdot\frac{\varepsilon}{d}=1$$

$$\frac{d}{C}\frac{\partial C}{\partial d}=\frac{d}{\varepsilon\dfrac{S}{d}}\cdot\varepsilon\cdot S\left(\frac{-1}{d^2}\right)=-1$$

înlocuind, rezultă:

$t_c = t_\varepsilon + t_d + t_s = \pm 14\%$

4.2.2. Să se determine capacitatea unui condensator multistrat cu **n** straturi, dacă o armătură oarecare nu este conectată la regiunea de contactare a armăturilor.

Rezolvare:
La conectarea corectă a celor **n** armături, capacitatea condensatorului este:

$$C = (n-1)C_0 = (n-1)\varepsilon\frac{S}{d};$$

unde: C_0=capacitatea unui condensator cu un strat;

ε= permitivitatea efectivă a dielectricului;

S= suprafaţa armăturii;

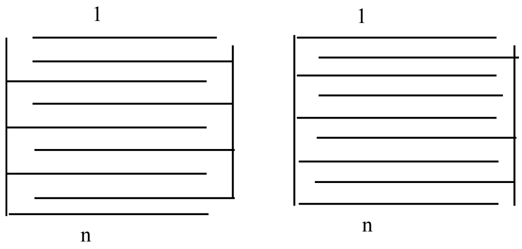
d= grosimea dielectricului;

Dacă o armătură nu este conectată la regiunea de lipire, atunci vor fi două cazuri:
a) Prima sau ultima armătură nu este conectată, în acest caz vom avea:

$$C = (n-2)\cdot C_0$$

b) O armătură oarecare din interiorul condensatorului (armăturile 2, 3,..., n-1) nu este conectată, caz în care:

$$C = (n-3)C_0 + \varepsilon\frac{S}{2d} = (n-3)C_0 + \frac{C_0}{2} = C_0\left(n - 3 + \frac{1}{2}\right)$$



a) b)

Fig. 4.4. *Condensator multistrat*

4.2.3. Un condensator ceramic multistrat este format din suprapunerea a 30 straturi. Să se determine toleranţa condensatorului ştiind că permitivitatea efectivă este ε ±2%, suprafaţa armăturii S ±3% şi grosimea dielectricului d ±2% (se neglijează abaterea datorită nealinierii la suprapunerea straturilor)

Rezolvare:
Capacitatea condensatorului multistrat este:

$$C = 29\cdot C_0;$$

unde $C_0 = \varepsilon\cdot\frac{S}{d}$, este capacitatea condensatorului cu un strat

$$C = 29\cdot\varepsilon\cdot\frac{S}{d}$$

Notăm cu t_c, toleranţa condensatorului.
Utilizând definiţia toleranţei, se obţine:

$$t_{c+}=\frac{C_{max}-C_N}{C_N}=\frac{29\frac{\varepsilon\cdot\left(1+t_\varepsilon\right)\cdot S\cdot\left(1+t_s\right)}{d\left(1-t_d\right)}-29\cdot\varepsilon\cdot\frac{S}{d}}{29\cdot\varepsilon\cdot\frac{S}{d}}$$

$$t_{c+}=\frac{\left(1+t_\varepsilon\right)\left(1+t_s\right)-1+t_d}{1-t_d}=t_{c0}=\frac{t_\varepsilon+t_s+t_d+t_\varepsilon\ t_s}{1-t_d}=7{,}2\%$$

$$t_{c-}=\frac{C_N-C_{min}}{C_N}=\frac{29\varepsilon\cdot\frac{S}{d}-29\frac{\varepsilon\cdot\left(1-t_\varepsilon\right)S\left(1-t_s\right)}{d\left(1+t_d\right)}}{29\varepsilon\frac{S}{d}}$$

$$t_{c-}=1-\frac{\left(1-t_\varepsilon\right)\left(1-t_s\right)}{1+t_d}=\frac{t_\varepsilon+t_s+t_d-t_\varepsilon\cdot t_s}{1+t_d}=6{,}8\%$$

Deci $t_c=\max\{t_{c+}, t_{c-}\}$

Aplicând relaţia Taylor se obţine:

$$t_c=\left|\frac{\varepsilon}{C}\frac{\partial C}{\partial\varepsilon}\right|t_\varepsilon+\left|\frac{S}{C}\frac{\partial C}{\partial S}\right|t_s+\left|\frac{d}{C}\frac{\partial C}{\partial d}\right|t_d=t_{co}=7\%$$

4.2.4. Să se determine raportul grosimilor a doi dielectrici utilizaţi pentru realizarea unui condensator plan, astfel încât coeficientul de temperatură al capacităţii să fie nul. (Se va ţine seama numai de variaţia cu temperatura a permitivităţii efective).

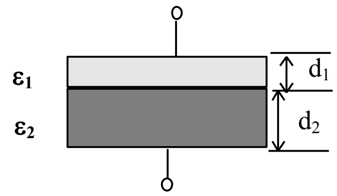


Fig. 4.5. *Condensator cu doi dielectrici*

Se dă: $\varepsilon_1=3$; $\alpha_{\varepsilon1}=100ppm/^0C$;
$\varepsilon_2=2$; $\alpha_{\varepsilon2}=-30ppm/^0C$

Rezolvare:

Condensatorul obţinut este echivalent cu două capacităţi conectate în serie:

$$C_1 = \varepsilon_1 \cdot \frac{S}{d_1}, \quad C_2 = \varepsilon_2 \cdot \frac{S}{d_2}, \quad C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

$$\alpha_e = \frac{C_1}{C} \cdot \frac{\partial C}{\partial C_1} \alpha_1 + \frac{C_2}{C} \cdot \frac{\partial C}{\partial C_2} \alpha_2 = \frac{C_1 \alpha_2 + C_2 \alpha_1}{C_1 + C_2}$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{C_1} \frac{dC_1}{dT} = \frac{1}{\varepsilon_1 \cdot \frac{S}{d_1}} \cdot \frac{S}{d_1} \cdot \frac{d\varepsilon_1}{dT} = \alpha_{\varepsilon 1}$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{C_2} \cdot \frac{dC_2}{dT} = \alpha_{\varepsilon 2}$$

$$\alpha_e = \frac{C_1 \alpha_2 + C_2 \alpha_1}{C_1 + C_2} = \frac{C_1 \alpha_{\varepsilon 2} + C_2 \alpha_{\varepsilon 1}}{C_1 + C_2} = 0$$

$$C_1 \cdot \alpha_{\varepsilon 2} + C_2 \cdot \alpha_{\varepsilon 1} = 0 \Rightarrow \frac{C_1}{C_2} = -\frac{\alpha_{\varepsilon 1}}{\alpha_{\varepsilon 2}}$$

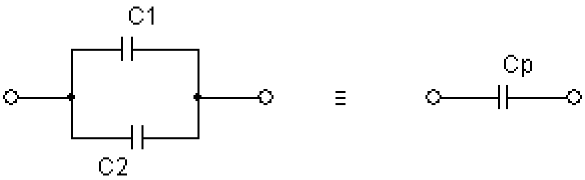
$$\frac{\varepsilon_1 \frac{S}{d_1}}{\varepsilon_2 \frac{S}{d_2}} = \frac{\alpha_{\varepsilon 1}}{\alpha_{\varepsilon 2}} \Rightarrow \frac{d_2}{d_1} = 2{,}22$$

4.2.5. Să se determine tipurile condensatoarelor C_1 şi C_2 şi să se calculeze capacităţile lor, astfel încât capacitatea echivalentă obţinută prin conectarea lor în paralel să fie 25pF şi coeficientul de variaţie cu temperatura al capacităţii echivalente să fie zero.

Rezolvare:

Notăm capacitatea echivalentă cu C_p:

$C_p = C_1 + C_2$



Coeficientul de variaţie cu temperatura al lui C_p va fi:

$$\alpha_p = \frac{C_1}{C_p} \cdot \frac{\partial C_p}{\partial C_1} \cdot \alpha_1 + \frac{C_2}{C_p} \cdot \frac{\partial C_p}{\partial C_2} \cdot \alpha_2;$$

unde α_1 şi α_2 sunt coeficienţii de variaţie cu temperatura al capacităţilor C_1, respectiv C_2

$$\alpha_p = \frac{C_1 \alpha_1 + C_2 \alpha_2}{C_1 + C_2}$$

Se obţine sistemul de ecuaţii:

$$\begin{cases} C_1 + C_2 = 25 \\ \dfrac{C_1\alpha_1 + C_2\alpha_2}{C_1 + C_2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_1 + C_2 = 25 \\ C_1\alpha_1 + C_2\alpha_2 = 0 \end{cases}$$

întrucât $C_1>0$, $C_2>0$, pentru ca ecuaţia a II-a să aibă soluţii reale, trebuie ca α_1 şi α_2 să fie de semn opus şi se aleg condensatoare ceramice, plate, miniatură, tip I, BC Components [25]:

C_1 cu α_1=100ppm/^{0}C

C_2 cu α_2= -150ppm/^{0}C.

$$C_1 = -C_2 \cdot \frac{\alpha_2}{\alpha_1} = -\frac{150}{100}C_2 = 1{,}5C_2$$

$$C_2 + 1{,}5C_2 = 25\,pF$$

$$C_2 = 10\,pF, \quad C_1 = 15\,pF$$

4.2.6. Să se determine capacitatea maximă echivalentă ce se poate obţine prin conectarea în paralel a unui condensator ceramic, plat, miniatură, BC components [25], cu coeficient de temperatură P100 cu unul de la aceeaşi firmă cu coeficient de temperatură N150, astfel încât coeficientul de variaţie cu temperatura al capacităţii echivalente să fie egal cu zero.

Rezolvare:

$C_p = C_1 + C_2$

$$\alpha_p = \frac{C_1\alpha_1 + C_2\alpha_2}{C_1 + C_2} = 0$$

Rezultă sistemul:

$$\begin{cases} C_1 + C_2 = C_p \\ C_1\alpha_1 + C_2\alpha_2 = 0 \end{cases}$$

Conform [25] rezultă:

α_1=100ppm/^{0}C, C_{1M}=47pF (capacitatea maximă)

α_2= -150ppm/^{0}C, C_{1M}=330pF (capacitatea maximă)

$$C_1 = -C_2 \cdot \frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{150}{100}C_2 = 1{,}5C_2$$

$$C_2 + 1{,}5C_2 = C_p$$

Dacă C_2=330pF $\Rightarrow$ C_1=495pF>C_{1M}

Dacă C_1=47pF $\Rightarrow$.. $C_2 = -C_1 \cdot \dfrac{\alpha_1}{\alpha_2} = 31{,}33\,pF$, se alege C_2=33pF

Deci C_p=47+33=80pF, capacitatea maximă.

4.2.7. Să se determine capacitatea maximă echivalentă ce se poate obţine prin conectarea în serie a unui condensator C_1 (ceramic tip I, plat, miniatură, firma BC components [25]), cu coeficientul de temperatură P100, cu condensatorul C_2, de la aceeaşi firma, cu coeficientul de temperatură N150, astfel încât coeficientul de variaţie cu temperatura al capacităţii echivalente să fie zero. Dar prin conectarea condensatorului C_1 cu condensatorul C_3 cu coeficientul de temperatură N750?

Rezolvare:

$$C_s = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

$$\frac{C_1\alpha_2 + C_2\alpha_1}{C_1 + C_2} = \alpha_s = 0$$

Din catalog [25] C_{1M}=47pF, α_1=100ppm/^{0}C şi C_{2M}=330pF, α_2= -150ppm/^{0}C

$$C_1\alpha_1 + C_2\alpha_2 = 0 \;\Rightarrow\; C_2 = -C_1\frac{\alpha_2}{\alpha_1} = -47\frac{-150}{100} = 70{,}5\,pF$$

Se alege C2=82pF, toleranţă ±10 %

$$C_s = \frac{47\cdot 82}{47+82} = 29{,}8\,pF, \text{ capacitatea maximă}$$

4.2.8. Să se aleagă tipurile de componente pasive cu caracteristicile corespunzătoare astfel ca frecvenţa de tăiere f_T a filtrului din figură să aibă o toleranţă de ±7%.Se dă: $f_T = \dfrac{1}{2\pi\cdot RC}$

R=1kΩ, I_{Rmax}=10mA
C=1nF, U_{Cmax}=10V
$\theta_a \in$[-10, 70]^{0}C
θ_{ref} = 20^{o}C

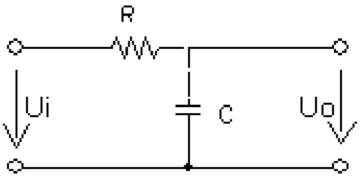


__Fig. 4.6.__ Filtru RC trece jos

Rezolvare:

Puterea disipată de rezistor P_d este:

$P_d = R\cdot I^2 = 10^3\cdot 10^{-4} = 0{,}1$W

Căderea de tensiune maximă pe rezistor este:

$U = R\cdot I = 10^3\cdot 10^{-2} = 10$V

Conform datelor din catalog rezistoarele de tip MS16 [25] - cu peliculă metalică sau CBT25 [22] – rezistoare de volum au θ_N=70^{0}C. Ca atare, ţinând seama de cele stabilite privitor la solicitarea în putere şi tensiune corespunzător condiţiilor problemei de faţă, poate fi ales unul din rezistoarele indicate mai sus.

Având în vedere intervalul de temperatură în care funcţionează circuitul poate fi ales orice tip de condensator.

Toleranţa frecvenţei de tăiere t_{fT}, datorată toleranţelor t_R şi t_C va fi:

$$t_{fT} = \left|\frac{R}{f_T}\frac{\partial \mathrm{f_T}}{\partial \mathrm{R}}\right|\cdot t_R + \left|\frac{C}{f_T}\frac{\partial \mathrm{f_T}}{\partial \mathrm{C}}\right|\cdot t_C = t_R + t_C$$

Coeficientul de variaţie cu temperatura al frecvenţei de tăiere, α_{fT}:

$$\alpha_{fT} = \frac{R}{f_T}\frac{\partial \mathrm{f_T}}{\partial \mathrm{R}}\cdot\alpha_R + \frac{C}{f_T}\frac{\partial \mathrm{f_T}}{\partial \mathrm{C}}\alpha_C = -(\alpha_R + \alpha_C)$$

Varianta relativă cu temperatura $t\theta$ este:

$t\theta = |\alpha_{fT}\Delta\theta| = 50\cdot(\alpha_1+\alpha_2)$

Din punct de vedere al capacităţii nominale şi orientativ al toleranţelor (excluzând condensatoarele cu toleranţă mai mare de 7%) există, conform catalogului, posibilitatea alegerii unuia din următoarele tipuri de condensatoare: condensator ceramic tip I, plat, miniatură [25], cu coeficient de temperatură H750, condensator multistrat COG [26] sau condensator cu polistiren LCR [27].

4.2.9. Să se determine tipurile componentelor pasive cu caracteristicile corespunzătoare, astfel încât durata impulsului monostabilului din figură să aibă o toleranţă minimă.

Se dă: $T=RC\cdot\ln 2$

$R=1M\Omega$, $U_{Rmax}=5V$

$C=100nF$, $U_{Cmax}=5V$

$\theta_a\in[-30, 90]^0C$

$\theta_{ref} = 20^oC$

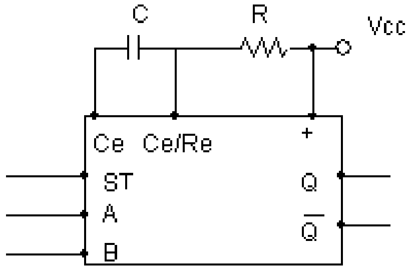


Fig. 4.7. *Circuit monostabil*

Rezolvare:

Puterea disipată de rezistor este:

$$P_d = \frac{U^2}{R} = \frac{25}{10^6} = 25\mu W$$

Dacă R este rezistor cu peliculă de carbon [23], din catalog rezultă:

$\theta_N=70^0C$, $\theta_M=155^0C$ şi puterea nominală a rezistorului va fi:

$$P_N \geq P_d\frac{\theta_M-\theta_N}{\theta_M-\theta_f} = 25\cdot10^{-6}\cdot\frac{155-70}{155-90} = 32{,}7\mu W$$

Dacă R este rezistor cu peliculă metalică, de tip MRS16 [25], din catalog rezultă:

$\theta_N=70^0C$, $\theta_M=155^0C$, deci puterea nominală a rezistorului va fi:

$$P_N \geq P_d\frac{\theta_M-\theta_N}{\theta_M-\theta_f} = 25\cdot10^{-6}\frac{155-70}{155-90} = 32{,}7\mu W$$

Analizând alegerea rezistorului din punct de vedere al intervalului de temperatură, puterii nominale, tensiunii şi valorii rezistenţei, rezultă conform catalogului, că C poate fi de tip multistrat şi cu poliester.

Având în vedere capacitatea de 100nF rezultă că se pot utiliza următoarele tipuri de condensatoare:

- condensator multistrat X7R – EPCOS [26]
- condensator cu polistiren LCR [27].

Toleranţa duratei impulsului de t'_{di} în funcţie de toleranţele lui R şi C va fi:

$$t'_{di} = \left|\frac{R}{T}\frac{\partial T}{\partial R}\right|\cdot t_R + \left|\frac{C}{T}\frac{\partial T}{\partial C}\right|\cdot t_C = t_R + t_C$$

Coeficientul de variaţie cu temperatura α_{di} va fi:

$t_R=\pm0{,}5\%$, $t_C=\pm5\%$, $\alpha_R=\pm50ppm/^0C$, $\Delta C/C=1\%$ (în gama de temperatură)

$$\alpha_{di} = \frac{R}{T}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial R}\alpha_R + \frac{C}{T}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial C}\alpha_C = \alpha_R + \alpha_C$$

Deci toleranţa globală a impulsului va fi:

$t_T = t_R + t_C + \alpha_R \cdot \Delta\theta + \Delta C/C = 0{,}5+5+50\cdot 70\cdot 10^{-6}+1 = 6{,}85\%$

4.2.10. Se dă circuitul monostabil din figură. Să se aleagă tipurile de componente pasive cu caracteristicile corespunzătoare, astfel ca abaterea duratei impulsului datorat de monostabil să fie minimă.

Se dă: $d_i = \frac{RC}{2}$

$R=100k\Omega$, $U_{Rmax}=10V$

$C=10pF$, $U_{Cmax}=10V$

$T_a \in [-20, 65]^0C$

$T_{ref} = 20^oC$

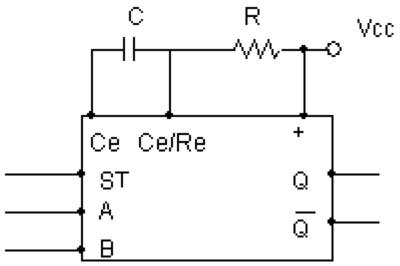


Fig. 4.8. *Circuit monostabil*

Rezolvare:

Puterea disipată de rezistor este:

$$P_d = \frac{U^2}{R} = \frac{100}{10^5} = 1\ \mathrm{mW}$$

Având în vedere intervalul de temperatură în care funcţionează rezistorul ($65^0C<\theta_N$), tensiunea şi valoarea rezistenţei, rezultă că R poate fi rezistor cu peliculă de carbon [23].

Din punct de vedere al intervalului de temperatură poate fi utilizat orice tip de condensator; analizând din punct de vedere al capacităţii, rezultă că pot fi utilizate următoarele tipuri: condensatoare ceramice monostrat, multistrat sau cu polistiren.

Toleranţa duratei d_i, t'_{di} în funcţie de toleranţele componentelor R şi C va fi:

$$t'_{di} = \left|\frac{K}{T}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial \mathrm{R}}\right| \cdot t_R + \left|\frac{C}{T}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial \mathrm{C}}\right| \cdot t_C = t_R + t_C$$

Coeficientul de variaţie cu temperatura al duratei d_i, este:

$$\alpha_{di} = \frac{R}{T}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial \mathrm{R}}\alpha_R + \frac{C}{T}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial \mathrm{C}}\alpha_C = \alpha_R + \alpha_C$$

Deci toleranţa globală a lui d_i este:

$$t_{di} = t'_{di} + |\alpha_T \cdot \Delta T| = t_R + t_C + |(\alpha_R + \alpha_C) \cdot \Delta T|$$

Analizând din punct de vedere al toleranţelor şi variaţiei cu temperatura, al componentelor ce se pot utiliza, rezultă că toleranţa minimă a lui T se poate obţine pentru combinaţia rezistor cu peliculă metalică tip MRS16[25] şi condensator ceramic multistrat EPCOS [26] cu $t_C=\pm5\%$, $\alpha_C=(0\pm30)ppm/^0C$.

Deci $t_R=\pm1\%$, $\alpha_R=\pm50ppm/^0C$

$t_C=\pm1\%$, $\alpha_C=\pm30ppm/^0C$

$t_{di}=0{,}5+1+(50+30)10^{-4}\cdot45=2{,}36\%$

4.2.11. Să se analizeze solicitarea electrică a condensatorului cu următorii parametri:

C_N=12nF, U_N=25V (valoare efectivă) , I_N=0,05A (valoare efectivă), P_N=2mW, tg $\delta=5\cdot10^{-4}$

Rezolvare:

Puterea disipată maximă de condensator este:

$P_{dM}=I_N\cdot U_N\cdot tg\ \delta=0{,}625mW<P_N$, deci nu există limitare în putere.

Frecvenţa critică este:

$$f_{cr}=\frac{I_N}{2\pi\ C_N U_N}=26{,}5kHz$$

Solicitarea poate fi reprezentată grafic:

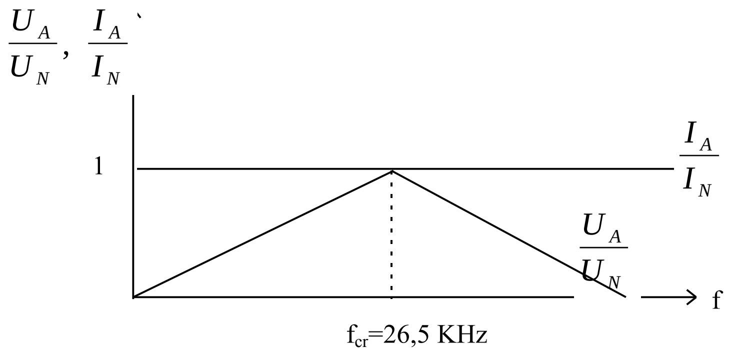


Fig. 4.9. *Solicitarea electrică în funcţie frecvenţă*

Deci se poate spune că există două domenii de frecvenţă pentru care sunt valabile relaţiile:

a) $f\le 26{,}5kHz$

$U_A=U_N=25V$

$I_A=\omega\cdot C_N U_N$

$P_{dA}=U_A\cdot I_A\cdot tg\ \delta=\omega\cdot C_N U_N^2\cdot tg\ \delta$

b) $f\ge 26{,}5kHz$

$I_A=I_N=0{,}05A$

$$U_A=\frac{I_N}{\omega\cdot C_N}$$

$$P_{dA}=U_A I_A\cdot tg\ \delta=\frac{I_N^2 tg\ \delta}{\omega C_N}$$

4.2.12. Să se analizeze solicitarea electrică a unui condensator cu parametrii: C_N=100nF, U_N=50V, I_N=0,2A, P_N=10mW, tg $\delta=10^{-2}$.

Rezolvare:

Puterea maximă pe care trebuie să o disipe condensatorul este:

$P_{dM}=U_N\cdot I_N\cdot tg\ \delta=0{,}1W>P_N$

Deci există limitare în putere, cele două frecvenţe critice fiind:

$$f_1 = \frac{P_N}{2\pi U_N^2 C_N \cdot tg\delta} = 637 Hz$$

$$f_2 = \frac{I_N^2 \cdot tg\,\delta}{2\,\pi\,\mathrm{P_N} C_N} = 627 kHz$$

Orientativ solicitarea poate fi reprezentată astfel:

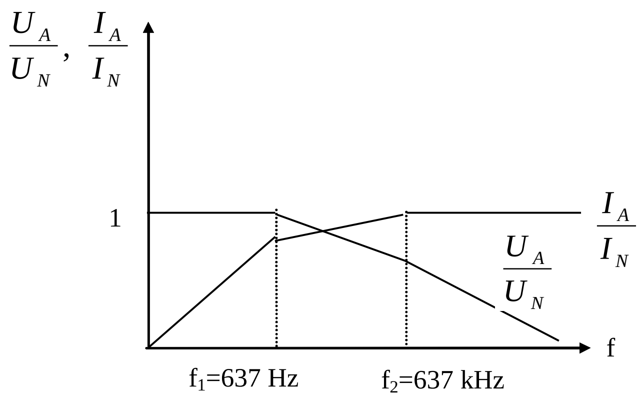


Fig. 4.10. *Solicitarea electrică în funcţie frecvenţă*

Deci, se poate spune că există trei domenii de frecvenţă pentru care sunt valabile relaţiile:

a) $f \leq 637Hz$

$U_A = U_N = 50V$

$I_A = \omega C_N U_N$

$P_{dA} = U_A I_A tg\,\delta = \omega C_N U_N^2\, tg\,\delta$

b) $637Hz \leq f \leq 627kHz$ – domeniul în care se limitează puterea disipată admisibilă la valoarea puterii nominale: $P_{dA} = P_N = 10mW$.

Pentru a nu se depăşi puterea nominală tensiunea maximă admisibilă trebuie redusă la valoarea:

$U_A = \sqrt{\frac{P_N}{\omega\, \mathrm{C_N} tg\delta}}$ curentul admisibil rezultând prin calcul:

$$I_A = \sqrt{\frac{P_N \omega\, \mathrm{C_N}}{\mathrm{tg}\delta}}$$

c) $f \geq 627kHz$

În acest domeniu trebuie limitată valoarea curentului admisibil la I_N.

$$I_A = I_N$$

Tensiunea admisibilă trebuie scăzută în continuare, fiind acum proporţională cu $1/\omega$:

$$U_A = \frac{I_N}{\omega \mathrm{C_N}},$$

scăzând mai accentuat decât în domeniul (f_1-f_2) unde era proporţională cu $\sqrt{\frac{1}{\omega}}$.

Puterea admisibilă rezultă prin calcul:

$$P_{dA} = \frac{I_N^2 \text{ tg } \delta}{\omega C_N}$$

4.2.13. Se dau două condensatoare C_1, C_2 cu parametrii: C_1=12nF, U_{N1}=25V, I_{N1}=0,05A, P_{N1}=2mW, $tg\delta_1=5\cdot10^{-4}$, C_2=68nF, U_{N2}=160V, I_{N2}=0,1A, P_{N2}=0,1mW, $tg\delta_2=8\cdot10^{-3}$.
Să se analizeze solicitarea electrică a condensatorului obţinut prin conectarea în paralel a două condensatoare C_1 şi C_2.

Rezolvare:
Se analizează individual solicitarea electrică a fiecărui condensator.
Puterea maximă pe care trebuie să o disipe C_1 este:

$P_{dM1}=U_{Ni}I_{N1}$ tg δ_1=0,625mW<P_{N1}

Există o singură frecvenţă critică

$$f_{cr} = \frac{I_{N1}}{2\pi\ C\, U_{N1}} = 26{,}5KHz$$

Puterea maximă pe care trebuie să o disipe C_2 este:

$P_{dM2}=U_{N2}\cdot I_{N2}\cdot$tg δ_2=0,128mW >P_{N2}.

Există frecvenţele critice:

$$f_1 = \frac{P_{N2}}{2\pi \cdot C_2 U_{N2}^2 tg\delta_2} = 1{,}11kHz$$

$$f_2 = \frac{I_{N2} tg\delta_2}{2\pi\ P_{N2} C_2} = 1{,}86kHz$$

Trasându-le pe amândouă pe acelaşi grafic orientativ:

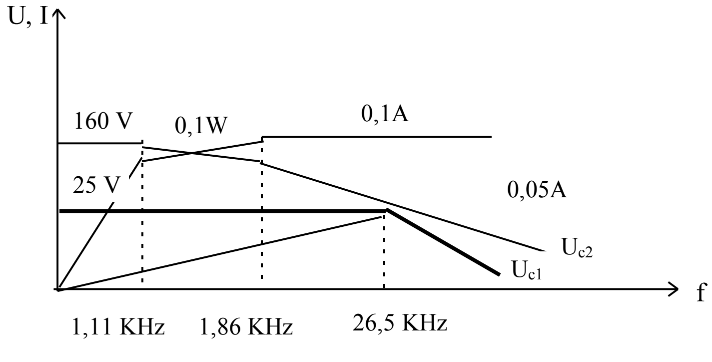


Fig. 4.11. *Solicitarea în frecventa a mai multor condensatoare montate in paralel*

Condensatoarele C_1 şi C_2 fiind conectate în paralel, la bornele condensatorului echivalent C se poate aplica minimul tensiunilor maxime ce pot fi aplicate la bornele condensatoarelor C_1 şi C_2.
Deci $U_{CA}=\min\{U_{A1,}\ U_{A2}\}$
Se analizează fiecare interval ce a rezultat din solicitarea condensatoarelor C_1 şi C_2.

- Pentru f≤ 1,11kHz, U_{A1}=25V şi U_{A2}=160V
  $U_{MA}=\min\{U_{A1}, U_{A2}\}$=25V
  Pe acest interval se limitează tensiunea la bornele condensatorului C la 25V.

- Pentru 1,11kHz < f < 1,86KHz, U_{A1}=25V, $U_{A2} = \sqrt{\dfrac{P_{N2}}{\omega C_2 tg\delta_2}}$

  Pentru a putea compara pe U_{A1} cu U_{A2}, calculăm frecvenţa la care U_{A2}=25V.

  $$U_{A2} = \sqrt{\frac{P_{N2}}{\omega C_2 tg\delta_2}} = 25 \Rightarrow f'_{cr} = \frac{P_{N2}}{2\pi 25 \cdot C_2 tg\delta_2}$$

  $$f'_{cr} = \frac{10^{-1}}{2\pi 25 \cdot 68 \cdot 10^{-9} \cdot 8 \cdot 10^{-3}} = 1{,}17\,MHz > 1{,}86\,KHz$$

  Deci U_{A2}>U_{A1}=25V $\Rightarrow$ U_{AC}=25V

  Pe acest interval tensiunea la bornele condensatorului se limitează la 25V.

- Pentru 1,86 < f < 26,5kHz, U_{A1}=25V, $U_{A2} = \dfrac{I_N^2}{\omega C_2}$

  Comparăm pe U_{A2} cu 25V, U_{A2}=25V

  $$\Rightarrow \begin{array}{l} f''_{cr} = \dfrac{I_{N2}}{2\pi C_2 \cdot 25} \\ f''_{cr} = \dfrac{10^{-1}}{2\pi \cdot 68 \cdot 10^{-9} \cdot 25} = 9{,}36\,KHz < 26{,}5\,KHz \end{array}$$

  Deci pe intervalul 1,86≤ f ≤ 9,36 kHz, tensiunea U_{AC}=25V, iar pe intervalul 9,36≤f ≤ 26,5kHz, U_{A2}<U_{A1}, tensiunea U_{AC} este $U_{AC} = U_{A2} = \dfrac{I_{N2}}{\omega \cdot C_2}$

- Pentru f ≥ 26,5 kHz,

  $$U_{A1} = \frac{I_{N1}}{\omega \cdot C_1} = 4{,}1\frac{10^6}{\omega}$$

  $$U_{A2} = \frac{I_{N2}}{\omega \cdot C_2} = 1{,}4\frac{10^6}{\omega}$$

  $$U_{AC} = \min\{U_{A1}, U_{A2}\} = U_{A2} = 1{,}4\frac{10^6}{\omega}$$

Deci prin condensatorul C_2 poate să treacă curentul I_{N2}, iar prin condensatorul C_1 se limitează curentul la:

$$I'_{C1} = \omega \cdot C_1 \cdot U_{AC} = \omega \cdot 12 \cdot 10^{-9} \cdot 1{,}4 \cdot \frac{10^6}{\omega} = 16{,}8\,mA$$

Deci pe acest interval se limitează curentul prin condensatorul C, la valoarea:

$$I_{NC} = I_{N2} + I'_{C1} = 116{,}8 \quad mA$$

Deci un grafic orientativ pentru solicitarea lui C, este:

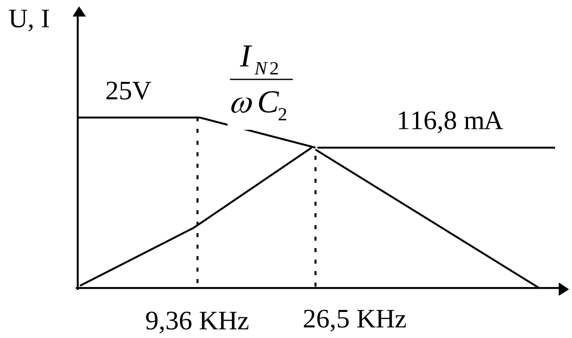


Fig. 4.12. *Solicitarea termica in frecventa*

4.2.14. Se dă un condensator cu parametrii: C_N=1nF, U_N=100V, tgδ=10^{-3} I_N=0,1A, P_N=10mW. Să se determine:
a) Banda de frecvenţe în care poate fi utilizat condensatorul dacă este parcurs de un curent de 10mA (constant).
b) Banda în care poate fi utilizat condensatorul dacă are la borne o tensiune de 10V (constantă).
c) Tensiunea maximă ce poate fi aplicată la bornele condensatorului, dacă el funcţionează la frecvenţa f=500kHz.

Rezolvare:
a) Condensatorul fiind parcurs de un curent constant de 10mA, utilizarea lui în frecvenţă este limitată de depăşirea tensiunii nominale şi a puterii nominale.
Se verifică depăşirea puterii nominale:

$P_{dM}=U_N\cdot I_N\cdot tg\,\delta=10^2\cdot 10^{-2}\cdot 10^{-3}=1mW<P_N$

Deci neexistând posibilitatea depăşirii puterii nominale, banda în care poate fi utilizat condensatorul este dată de limitarea în tensiune:

$$f_{min}=\frac{I}{2\pi\ C\ U_N}=\frac{10^{-2}}{2\pi\cdot 10^{-9}\cdot 10^2}=15{,}9\ \ kHz$$

Rezultă că se poate utiliza condensatorul în banda de frecvenţă f $\geq$ 15,9kHz. Rezultatul se explică prin legătura dintre curent şi tensiune I=ωCU; la frecvenţe joase tensiunea putând creşte mai mult decât cea nominală, pentru a menţine prin circuit acel curent constant impus de datele problemei. În concluzie, trebuie să lucrăm la frecvenţe mai mari decât cea calculată anterior f=15,9 kHz.

b) Condensatorul având la borne o tensiune constantă de 10V, utilizarea lui în frecvenţă este limitată de depăşirea puterii nominale şi a curentului nominal.
Se verifică dacă se poate depăşi puterea nominală:

$P_{dM}=U_N\cdot I_N\cdot tg\,\delta=10\cdot 10^{-1}\cdot 10^{-3}=1mW<P_N$

Rezultă că nu există limitare în frecvenţă din cauza depăşirii puterii nominale, rămânând doar limitarea datorită depăşirii curentului nominal, deci:

$$f_{max}=\frac{I_N}{2\pi\cdot C\cdot U}=\frac{10^{-1}}{2\pi\cdot 10^{-9}\cdot 10}=1{,}59MHz$$

Deci condensatorul poate fi utilizat în banda f $\leq$ 1,59MHz.
c) Puterea maximă pe care trebuie să o disipe condensatorul este:

$P_{dM}=U_N \cdot I_N \cdot tg\,\delta=10^2 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-3}=1mW<P_N$

Deci există o singură frecvenţă critică:

$$f_{cr}=\frac{I_N}{2\pi \cdot C \cdot U_N}=\frac{10^{-1}}{2\pi \cdot 10^{-9} \cdot 10^2}=159{,}2KHz$$

La f=500kHz>f_{cr}, condensatorul funcţionează în domeniul de limitare a curentului, deci tensiunea maximă ce poate fi aplicată la borne este:

$$U_A=\frac{I_N}{2\pi \cdot f \cdot C}=\frac{10^{-1}}{2\pi \cdot 5 \cdot 10^5 \cdot 10^{-9}}=31{,}8\ V$$

4.2.15. Se dau două condensatoare cu parametrii:
C_1=1nF, U_{N1}=100V, I_{N1}=0,1A, $tg\,\delta_1=10^{-2}$, P_{N1}=50mW
C_2=2,2nF, U_{N2}=25V, I_{N2}=50mA, $tg\,\delta_2=10^{-2}$, P_{N2}=5mW.
Pentru condensatorul echivalent obţinut prin conectarea în paralel a celor două condensatoare C_1 şi C_2, să se determine:
a) Banda de frecvenţă în care poate fi utilizat condensatorul echivalent dacă la borne are o tensiune constantă de 15V.
b) Banda de frecvenţă în care poate fi utilizat condensatorul dacă prin acesta trece un curent constant de 1mA.
c) Tensiunea maximă ce poate fi aplicată la bornele condensatorului dacă funcţionează la frecvenţa de 100kHz.

Rezolvare:
a) Condensatoarele C_1 şi C_2 având la borne o tensiune de 15V, utilizarea condensatorului echivalent în frecvenţă este limitată depăşirea curenţilor nominali şi a puterilor nominale ale celor două condensatoare.
Se verifică depăşirea puterii nominale pentru C_1:

$P_{dM1}=U \cdot I_{N1} tg\,\delta_1=15 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-2}=15mW<P_{N1}$

Rezultă că pentru C_1 rămâne limitarea în curent:

$$f'_{max}=\frac{I_{N1}}{2\pi \cdot C_1 \cdot U}=\frac{10^{-1}}{2\pi \cdot 10^{-9} \cdot 15}=1{,}06MHz$$

Pentru C_2, va fi:

$P_{dM2}=U \cdot I_{N2} tg\delta_2=15 \cdot 5 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-2}=7{,}5mW>P_{N2}$

Deci vom avea două limitări pentru C_2:

$$f''_{max}=\frac{I_{N2}}{2\pi \cdot C_2 U_{N2}}=\frac{5 \cdot 10^{-2}}{2\pi \cdot 2{,}2 \cdot 10^{-2} \cdot 15}=241kHz$$

$$f'''_{max}=\frac{P_{N2}}{2\pi \cdot U^2 \cdot C_2 \cdot tg\delta_2}=\frac{5 \cdot 10^{-3}}{2\pi \cdot 15^2 \cdot 2{,}2 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-2}}=160kHz$$

Rezultă că banda de frecvenţă în care poate fi utilizat condensatorul echivalent este:

$f \le \min\{f'_{max}, f''_{max}, f'''_{max}\}$=160kHz.

b) Dacă prin condensatoarele C_1, C_2 conectate în paralel trece curentul de 1mA, atunci prin fiecare condensator trece curentul:

$$I_1=\frac{C_1}{C_1+C_2}I=\frac{1}{3,2}\cdot 10^{-3}=0,3125\ mA$$

$$I_2=\frac{C_2}{C_1+C_2}I=\frac{2,2}{3,2}\cdot 10^{-3}=0,6875\ mA$$

Pentru C_1, puterea disipată maximă este:

$P_{dM1}=U_{N1}\cdot I_1\cdot tg\ \delta=10^2\cdot 0,3125\cdot 10^{-3}\cdot 10^{-2}=0,3125mW<P_{N1}$

Frecvenţa minimă până la care poate fi utilizat este:

$$f'_{min}=\frac{I_1}{2\pi\cdot C_1\cdot U_{N1}}=\frac{0,3125\cdot 10^{-3}}{2\pi\cdot 10^{-3}\cdot 10^{-2}}=497,6Hz$$

Pentru C_2, puterea este:

$P_{dM2}=U_{N2}\cdot I_2\cdot tg\ \delta_2=25\cdot 0,6875\cdot 10^{-3}\cdot 10^{-2}=0,17mW<P_{N2}$

$$f''_{min}=\frac{I_2}{2\pi\cdot C_2\cdot U_{N2}}=\frac{0,6875\cdot 10^{-3}}{2\pi\cdot 2,2\cdot 10^{-9}\cdot 25}=1,99KHz$$

Deci condensatorul echivalent poate fi utilizat în banda $f\geq\max\{f'_{min}, f''_{min}\}=1,99kHz$.

$P_{dM1}=U_{N1}\cdot I_1 tg\ \delta_1=10^2\cdot 10^{-1}\cdot 10^{-2}=0,1W>P_{N1}$

Frecvenţele critice sunt:

$$f_{11}=\frac{P_{N1}}{2\pi\cdot C_1\cdot U^2 tg\delta}=\frac{5\cdot 10^{-2}}{2\pi\cdot 10^{-9}\cdot 10^4\cdot 10^{-2}}=79,6KHz$$

$$f_{21}=\frac{I_{N2}\cdot tg\delta}{2\pi\cdot C_1\cdot P_{N1}}=\frac{10^{-2}\cdot 10^{-2}}{2\pi\cdot 10^{-9}\cdot 5\cdot 10^{-2}}=318KHz$$

$P_{dM2}=U_{N2}\cdot I_2\cdot tg\ \delta_2=25\cdot 5\cdot 10^{-2}\cdot 10^{-2}=12,5mW<P_{N2}$

$$f_{12}=\frac{P_{N2}}{2\pi\cdot C_2\cdot U_{N2}^2 tg\delta}=\frac{5\cdot 10^{-3}}{2\pi\cdot 2,2\cdot 10^{-3}\cdot 25^2\cdot 10^{-2}}=57,9KHz$$

$$f_{22}=\frac{I_{N2}^2\cdot tg\delta_2}{2\pi\cdot C_2\cdot P_{N2}}=\frac{25\cdot 10^{-4}\cdot 10^{-2}}{2\pi\cdot 2,2\cdot 10^{-9}\cdot 5\cdot 10^{-3}}=361KHz$$

La frecvenţa de 100kHz, condensatoarele C_1 şi C_2 funcţionează în limitare de putere, deci:

$$U_{A1}=\sqrt{\frac{P_{N1}}{2\pi\cdot f\cdot C_1\cdot tg\delta_1}}=\sqrt{\frac{5\cdot 10^{-2}}{2\pi\cdot 10^5\cdot 10^{-3}\cdot 10^{-2}}}=89,2V$$

$$U_{A2}=\sqrt{\frac{P_{N2}}{2\pi\cdot f\cdot C_2\cdot tg\delta_{12}}}=\sqrt{\frac{5\cdot 10^{-3}}{2\pi\cdot 10^5\cdot 2,2\cdot 10^{-9}\cdot 10^{-2}}}=19V$$

Deci tensiunea maximă ce se poate aplica la bornele condensatorului echivalent la frecvenţa de 100kHz. este:

$U_{AC}=\min\{U_{A1}, U_{A2}\}=19V$

4.3. Probleme propuse

4.3.1. La realizarea unui condensator ceramic monostrat se foloseşte un dielectric cu permitivitatea efectivă $t\varepsilon_r$=±6%, armătura condensatorului având suprafaţa S cu t_S= ±5%. Să se determine toleranţa grosimii dielectricului, pentru a obţine o toleranţă a capacităţii condensatorului de 18%.

R: t_g=±7%

4.3.2. Un condensator ceramic multistrat format din 20 de straturi, are toleranţa permitivităţii dielectricului de 0,5%, grosimea dielectricului este de ±1%. Să se determine abaterea ce trebuie obţinută la depunerea armăturii, astfel ca să se obţină o toleranţă de 2% a capacităţii condensatorului.

R: t_s=±8,87%

4.3.3. Să se determine capacitatea unui condensator ceramic multistrat, format din **n** straturi, pentru situaţia când două armături oarecare nu se conectează la regiunile de lipire. Se va considera permitivitatea efectivă a dielectricului ε, grosimea unui strat *d* şi suprafaţa unei armături S.

R: primele două armături consecutive: $C = (n-2)\dfrac{\varepsilon \mathrm{S}}{\mathrm{d}}$

Capitolul 5

INDUCTOARE

5.1. Noţiuni teoretice

5.1.1. Definiţie

Inductorul este o componentă electronică pasivă a cărei impedanţă are un caracter preponderent inductiv. Uzual, inductoarele se realizează prin bobinarea unui conductor filar; de aici şi denumirea de *bobine* care se dă în mod obişnuit inductoarelor. Din punct de vedere fizic inductivitatea sau inductanţa este definită ca raportul dintre fluxul magnetic propriu, Φ şi curentul, i, ce străbate inductorul:

$$L = \frac{\Phi}{I} \tag{5.1}$$

Inductanţa este parametrul fundamental al inductorului şi depinde de formă, dimensiunile şi numărul de spire, modul de plasare a acestora (unul sau mai multe straturi) şi de existenţa miezului magnetic (care influenţează performanţele bobinei prin structura sa fizică, prin forma geometrică şi prin poziţia faţă de bobinaj).

5.1.2. Parametrii inductoarelor

Inductorul, ca orice componentă pasivă este caracterizată de parametrii prezentaţi în paragraful 1.1: inductanţa nominală L_N, toleranţa t, coeficientul de variaţie cu temperatura α_T, intervalul temperaturilor de utilizare $[\theta_m, \theta_M]$, puterea nominală P_N, toleranţa t_j, toleranţa globală t_g.

- *Inductanţa nominală, L_N* - depinde de dimensiunile geometrice ale bobinei, dar şi de prezenţa şi calitatea miezului magnetic pe care este construită bobina, ales în funcţie de domeniul de frecvenţă de lucru a acesteia.
- *Curentul nominal I_N* reprezintă valoarea maximă efectivă a curentului sinusoidal ce poate străbate inductorul în regim de funcţionare îndelungată.

  Pentru unele tipuri de bobine este dată în catalog valoarea maximă a componentei continue a curentului, ce poate fi aplicată bobinei în regim de funcţionare îndelungată.
- *Tensiunea nominală, U_N* la bornele inductorului;
- *Frecvenţa proprie de rezonanţă,* f_R, este dată de relaţia:

$$f_R = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L_N C_p}} \tag{5.2}$$

unde C_p reprezintă capacitatea parazită a inductorului; aceasta depinde de structura constructivă a bobinei, permitivitatea relativă a miezului şi a elementelor din materiale izolante (straturi de lac, vopsea, carcasă de plastic, etc.); în schema echivalentă a inductorului apare în paralel cu inductanţa.

În unele cataloagele de inductoare, pentru a indica acest parametru, se foloseşte acronimul SRF (*Self-Resonant Frequency*).

- *Factorul de calitate* al inductorului, Q, este egal cu raportul dintre puterea reactivă dezvoltată în inductor la frecvenţa de lucru şi puterea activă disipată în acesta şi este inversul tangentei unghiului de pierderi tg δ:

$$Q = \frac{1}{tg\delta} = \frac{\omega L I^2}{R_s I^2} = \frac{\omega L}{R_s} \qquad (5.3)$$

unde $\omega=2\pi f$, f = frecvenţa de lucru a bobinei;

L = inductanţa bobinei la frecvenţa f;

R_s = rezistenţa serie de pierderi a bobinei la frecvenţa f, determinată de pierderile prin conducţie în conductorul din care este realizat bobinajul bobinei şi de pierderile în materialul magnetic al miezului (pierderi prin histerezis, pierderi prin curenţi turbionari sau curenţi Foucault, etc.), de pierderile în materiale izolante (izolaţia conductorului, carcasă, element de protecţie, impregnant, etc.), de pierderi în ecran.

δ=complementul unghiului de defazaj între tensiunea şi curentul care străbat bobina, numit unghi de pierderi.

În catalog este specificată valoarea acestui factor (valoarea minimă garantată - Q_{min} sau valoarea Q la o anumită frecvenţă sau este dată caracteristica de variaţie a factorului de calitate în funcţie de frecvenţă).

- *Rezistenţa în curent continuu*, R_{cc} este rezistenţa bobinei măsurată la frecvenţă zero şi este determinată în principal de rezistenţa firului conductorului din care este realizată bobina;

5.1.4. Solicitarea electrică a inductorului

Considerând un inductor care are inductanţa L, tensiunea nominală U_N, curentul nominal I_N, puterea nominală P_N, tangenta unghiului de pierderi tg δ, mărimile electrice la care poate fi solicitat inductorul la diferite frecvenţe vor trebui să fie mai mici decât cele maxim admisibile determinate în funcţie de parametrii nominali.

OBSERVAŢII IMPORTANTE

1. În acest tip de analiză (şi în problemele rezolvate) utilizăm pentru simplificarea calculelor **valorile efective ale mărimilor U_N şi I_N**., vezi şi observaţiile similare de la capitolul „Condensatoare”.

2. Inductoarele se presupune că au **pierderi relativ mici,** Q>10 sau tgδ<0,1. Această presupunere ne permite cu bună aproximaţie utilizarea relaţiei $I = U / \omega \cdot L$ care stabileşte dependenţa curentului prin inductor în funcţie de tensiunea aplicată, neglijând astfel rezistenţa serie sau paralel din schema echivalentă a inductorului, rezistenţă care modelează pierderile de putere.

Valorile maxim admisibile ale tensiunii (U_A) şi curentului (I_A) se determină astfel: se determină puterea nominală ce ar putea să fie disipată de inductor P_{dmax},

$$P_{d\max} = U_N \cdot I_N tg\delta \tag{5.13}$$

şi se compară cu puterea nominală, rezultând două cazuri.

Daca $P_{dmax} > P_N$, atunci există două frecvenţe critice (f_1 şi f_2) şi se aplică algoritmul prezentat mai jos la punctul (I).

Dacă $P_{dmax} \leq P_N$, atunci există doar o singură frecvenţă critică (f_0) şi se aplică algoritmul prezentat mai jos la punctul (II).

La frecvenţe joase, curentul prin inductor poate avea valori mari, el trebuie limitat la valoarea I_N. Tensiunea la borne care menţine curentul constant este: $U = \omega \cdot L \cdot I_N$.

De la o anumită frecvenţă (notată f_1), puterea disipată de către inductor poate depăşi puterea nominală. Puterea disipată de către inductor are expresia

$$P_d = \omega \cdot L \cdot I_N^2 \cdot tg\delta \,, \tag{5.16}$$

Frecvenţa f_1 se calculează punând condiţia:

$$P_d \Big|_{f=f_1} = P_N \Rightarrow 2\pi f_1 L I_N^2 tg\delta = P_N \Rightarrow f_1 = \frac{P_N}{2\pi L I_N^2 tg\delta} \tag{5.17}$$

Peste frecvenţa f_1, din condiţie de a menţine puterea la o valoare egală cu P_N, avem:

$$I_A = \sqrt{\frac{P_N}{2\pi f L tg\delta}} \sim f^{-1/2} \tag{5.18}$$

$$U_A = \sqrt{\frac{2\pi f L P_N}{tg\delta}} \sim f^{1/2} \tag{5.19}$$

Crescând şi mai mult frecvenţa, la un moment dat tensiunea pe inductor va egala tensiunea nominală. Notăm această frecvenţă cu f_2. Ea se deduce punând condiţia:

$$U \Big|_{f=f_2} = U_N \Rightarrow \sqrt{\frac{2\pi f_2 L P_N}{tg\delta}} = U_N \Rightarrow f_2 = \frac{U_N^2 tg\delta}{2\pi L P_N} \tag{5.20}$$

La frecvenţe mai mari decât f_2 avem:

$$I_A = \frac{U_N}{2\pi f L} \sim f^{-1}; U_A = U_N = ct \tag{5.21}$$

În concluzie, în funcţie de frecvenţă apar trei domenii în care se impun succesiv restricţii: asupra curentului în domeniul frecvenţelor joase până la frecvenţa critică f_1, asupra puterii disipate în domeniul f_1 – f_2 şi asupra tensiunii la frecvenţe mai mari decât frecvenţa critică f_2. Tabelul 5.1 sintetizează calculele efectuate mai sus. Figura 5.4 prezintă variaţia mărimilor I_A şi U_A în funcţie de frecvenţă.

Tab. 5.1

Domeniu frecvenţă:	$0<f<f_1$	$f_1<f<f_2$	$f>f_2$
Curent maxim admisibil	I_N	$\sqrt{\frac{P_N}{2\pi f L tg\delta}}$	$\frac{U_N}{2\pi f L}$

Tensiune maxim admisibilă	$2\pi f L I_N$	$\sqrt{\dfrac{2\pi f L P_N}{tg\delta}}$	U_N
Putere disipată (admisibilă)	$P_A = 2\pi f L I_N^2 tg\delta$	P_N	$\dfrac{U_N^2 tg\delta}{2\pi f L}$

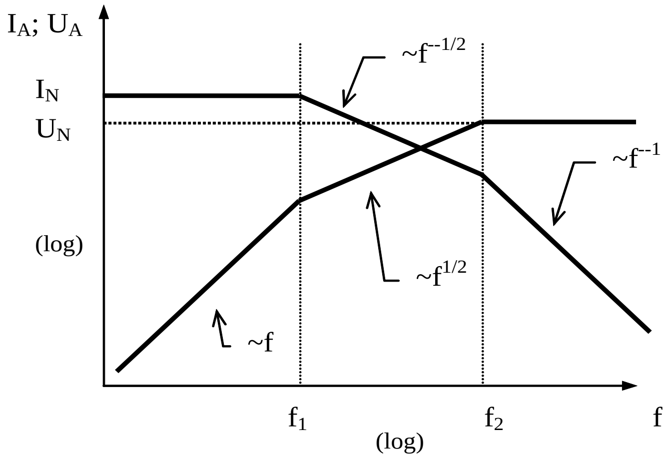


Fig. 5.4 *Variaţia mărimilor I_A, U_A în funcţie de frecvenţă*

II) Dacă $P_{dmax} \leq P_N$, limitarea în tensiune se produce la o frecvenţă mai mică decât limitarea în putere. La frecvenţe joase curentul admisibil este I_N iar tensiunea admisibilă creşte liniar cu frecvenţa, $U_A = 2\pi f I_N$. De la o anumită frecvenţă (notată f_0), tensiunea pe inductor poate depăşi tensiunea nominală. Frecvenţa f_0 se calculează punând condiţia ca inductorul să fie solicitat în acelaşi timp atât la curent nominal cât şi la tensiune nominală:

$$U_N = 2\pi f_0 L I_N \Rightarrow f_0 = \frac{U_N}{2\pi L I_N} \qquad (5.22)$$

La frecvenţe mai mari decât f_0 avem:

$$I_A = \frac{U_N}{2\pi f} \sim f^{-1} \quad ; \quad U_A = U_N = ct \qquad (5.23)$$

Deci, în funcţie de frecvenţă, apar două domenii în care se impun succesiv restricţii: asupra curentului în domeniul frecvenţelor joase până la frecvenţa critică f_0 şi asupra tensiunii la frecvenţe mai mari decât frecvenţa critică f_0. Tabelul 5.2 sintetizează calculele efectuate mai sus. Figura 5.5 prezintă variaţia mărimilor I_A şi U_A în funcţie de frecvenţă în acest caz.

Tab. 5.2

Domeniu frecvenţă:	$0<f<f_0$	$f>f_0$
Curent maxim admisibil	I_N	$\dfrac{U_N}{2\pi f L}$
Tensiune maxim admisibilă	$2\pi f L I_N$	U_N

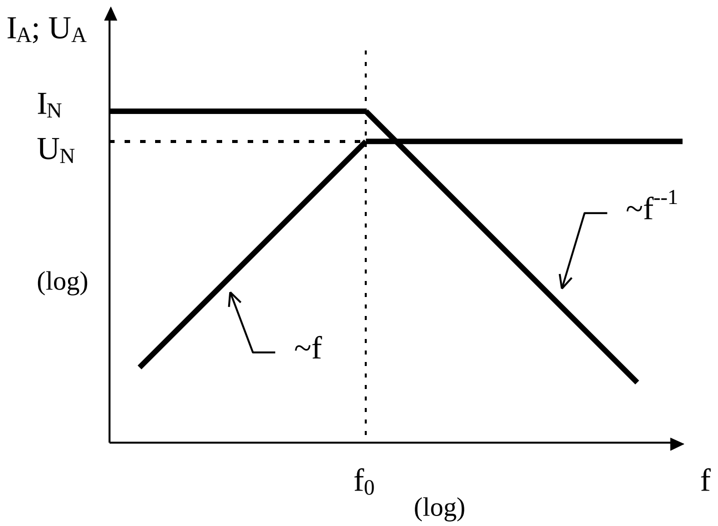


***Fig. 5.5** Variaţia mărimilor I_A, U_A în funcţie de frecvenţă în cazul $f_1>f_2$*

Observaţie: În relaţiile anterioare, în cazul în care se are în vedere influenţa temperaturii mediului ambiant asupra puterii maxim admisibile disipate de inductor, puterea nominală P_N va fi înlocuită cu $P_{A\theta}$, ce se determină conform paragrafului 1.3.3.

5.2. Probleme rezolvate

5.2.2. Să se calculeze inductanţa unui inductor cu miez din ferită cu permeabilitatea efectivă μ_{ef}=1600 ştiind că are 100 spire dispuse pe un singur strat, spiră lângă spiră, lungimea bobinei este l=20 mm şi diametrul, d=3 mm.
.

Rezolvare: $L = \mu_0 \mu_{ef} \dfrac{N^2 S}{l} = \mu_{ef} L_0$

Rezultă: L=7,2 mH.

5.2.5. Să se calculeze rezistenţa ohmică a conductorului din care este realizată o bobină cilindrică, cu un singur strat, spiră lângă spiră, cunoscând următoarele: inductivitatea, L= 68 μH, numărul de spire N=50, diametrul bobinei, d=1,2 mm, diametrul conductorului de bobinaj (din cupru), d_{Cu}=0,1 mm. La ce frecvenţă rezistenţa ohmică este egală cu modulul reactanţei bobinei?

Rezolvare: Rezistenţa ohmică a conductorului este

$$R_c = \rho_c \frac{l_c}{S_c} \tag{5.24}$$

unde:

- ρ_c este rezistivitatea materialului din care este realizat conductorului de bobinaj (de obicei cupru - ρ_{Cu} =17,2·10^{-9} Ωm);

- $l_c = N\pi d$ este lungimea conductorului de bobinaj;

- $S_c = \dfrac{\pi d_c^2}{4}$ este aria secţiunii conductorului de bobinaj.

Rezultă:

$$R_c = \frac{4N\rho d}{d_c^2} \tag{5.25}$$

În cazul problemei: $d_c = d_{Cu} = 0{,}1$ mm; $\rho_c = \rho_{Cu} = 17{,}2 \cdot 10^{-9}$ Ωm. Deci $R_c = 0{,}5\ \Omega$

Reactanţa bobinei este $X_L = j\omega L$.

$$\left|X_L\right| = R_c \Rightarrow 2\pi fL = \frac{4N\rho d}{d_c^2} \Rightarrow f = \frac{2N\rho d}{\pi L d_c^2}$$

Rezultă: f=1,2 kHz.

5.2.6. Să se calculeze frecvenţa maximă până la care poate fi folosit la realizarea unei bobine un conductor de cupru masiv cu diametrul de 0,4 mm astfel încât efectul pelicular să fie neglijabil.

Rezolvare: Adâncimea de pătrundere (δ) trebuie să fie mai mare decât diametrul conductorului:

$$\delta = \sqrt{\frac{\rho}{\pi\mu_0 f}} > d \tag{5.26}$$

Rezultă: $f < \dfrac{\rho}{\pi\mu_0 d^2}$

Înlocuind $\begin{array}{l}\rho = \rho_{Cu} = 17{,}2 \cdot 10^{-9}\Omega m\\ \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} H/m\end{array}$

rezultă: f<26,9 kHz

5.2.7. Pentru o bobină cilindrică fără miez, având N=20 de spire dispuse pe un singur strat, spiră lângă spiră, diametrul d= 2,5 mm şi lungimea l=10 mm să se calculeze curentul maxim admis (la frecvenţe joase). Se va considera conductorul de bobinare din cupru emailat (densitatea de curent maximă, $J_{max}=4$ A/mm^2).

Rezolvare: Se utilizează tabelul din Anexa A5.

d_{cond}=l/N=0,5 mm => d_{Cu}=0,45 mm => $S_{Cu} = \dfrac{\pi d_{Cu}^2}{4}$ = 0,159 mm^2

J_{max}=4 A/mm^2 => $I_{max} = J_{max} S_{Cu}$=636 mA

S-au folosit notaţiile:

d_{cond} - diametrul conductorului de bobinaj Cu+Em

d_{Cu} - diametrul intrinsec al conductorului de cupru

Observaţie: rezistenţa ohmică a conductorului de bobinaj este: $R_c = \dfrac{4N\rho d}{d_c^2}$ =17 mΩ. Rezultă puterea disipată: $P = R_c I^2 \cong 7$ mW, deci nu se pune problema unei limitări a curentului datorită puterii disipate, la frecvenţe joase.

5.2.8. Să se calculeze numărul de spire şi diametrul conductorului de bobinaj Cu+Em (J_{max}=4 A/mm^2) pentru o bobină fără miez, cu un singur strat, spiră lângă spiră, cunoscând următoarele: inductanţa bobinei, L=10 μH, diametrul bobinei, d=10 mm, curentul maxim prin bobină, I_{max}=1 A=I_N. Să se verifice dacă ar putea fi utilizată la frecvenţa maximă de 20 kHz în condiţiile în care se neglijează efectul pelicular.

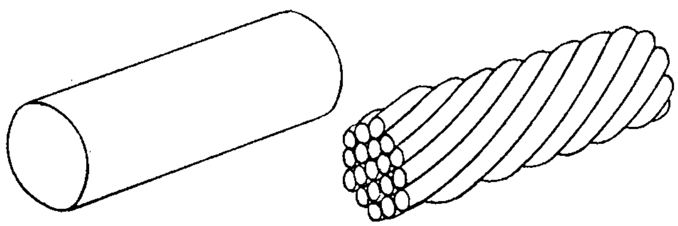
Rezolvare: $S_{Cu} = \frac{\pi d_{Cu}^2}{4} \geq \frac{I_N}{J_{max}} \Rightarrow d_{Cu} \geq \sqrt{\frac{4}{\pi}\frac{I_N}{J_{max}}} = 0{,}564 \text{ mm}$

Din tabelul din Anexa A5, se alege prima valoare mai mare decât 0,564 mm. Acesta este d_{Cu}=0,6 mm, de unde rezultă d_{cond}=0,659 mm.

$$L = \mu_0 \frac{N^2 S}{l} = \mu_0 \frac{N^2 S}{N d_{cond}} = \frac{\mu_0 N S}{d_{cond}} \Rightarrow N = \frac{L d_{cond}}{\mu_0 S} = 66$$

Observaţie: l=Nd_{cond}=43,5 mm > 4d=40 mm.

La 20 kHz avem: $\delta = \sqrt{\frac{\rho_{Cu}}{\pi \mu_0 f}}$ = 0,46 mm < d_{Cu}=0,6 mm. Deci bobina considerată nu poate fi utilizată la frecvenţa maximă de 20 kHz neglijând efectul pelicular. Dacă se doreşte, totuşi, acest lucru, o soluţie ar fi reproiectarea schemei electronice în aşa fel încât să se reducă curentul maxim prin bobină la I'_{max}= $J_{max}S'_{Cu}$=$J_{max}\frac{\pi\delta^2}{4}$= 0,675 A. Altă soluţie: utilizarea conductorului liţat (vezi figura 5.6).



a b

Fig. 5.6 *Tipuri de conductoare: a) masiv; b) liţat*

5.2.9. Pentru o bobină cu inductanţa nominală L=100 μH, rezistenţa ohmică a conductorului de bobinaj R_c=0,9 Ω, să se calculeze tangenta unghiului de pierderi în conductorul de bobinaj şi factorul de calitate corespunzător la frecvenţele de 10 Hz, 100 Hz, 1kHz, 10 kHz 100 kHz respectiv. Ce concluzie se poate trage de aici?

Rezolvare: $tg\delta_c = \frac{R_c}{2\pi f L}$; $Q_c = \frac{1}{tg\delta_c}$

Frecvenţa:	10 Hz	100 Hz	1 kHz	10 kHz	100 kHz
tg δ_c	143	14,3	1,43	0,143	0,0143
Q_c	0,007	0,07	0,7	7	70

Pierderile în conductorul de bobinare sunt foarte puternice la frecvenţe joase.

Observaţie: S-a neglijat efectul pelicular.

5.2.10. Pentru o bobină cu inductanţa nominală L=10 μH, rezistenţa de izolaţie R_p=0,9 MΩ, să se calculeze tangenta unghiului de pierderi în rezistenţa de izolaţie şi factorul de calitate corespunzător la frecvenţele de 100 kHz, 1MHz, 10 MHz 100 MHz, 1GHz respectiv. Ce concluzie se poate trage de aici?

Rezolvare: $tg\delta_p = \dfrac{2\pi f L}{R_p}$; $Q_p = \dfrac{1}{tg\delta_p}$

Frecvenţa:	100 kHz	1 MHz	10 MHz	100 MHz	1 GHz
tg δ_p	0,000007	0,00007	0,0007	0,007	0,07
Q_p	143000	14300	1430	143	14,3

Pierderile în rezistenţa de izolaţie devin importante la frecvenţe foarte mari.

5.2.11. Se consideră o bobină având inductanţa L_0=1 μH în vid în care se introduce un miez magnetic închis, fluxul de dispersie fiind cvasinul. Să se calculeze inductanţa şi tangenta unghiului de pierderi în miezul magnetic la frecvenţa de 10 kHz ştiind că la această frecvenţă permeabilitatea complexă a materialului magnetic din care este realizat miezul este: $\underline{\mu}=\mu'-j\mu''$=3400-j120.

Rezolvare: În regim sinusoidal, impedanţa la bornele bobinei devine:

$$Z = j\omega\mu L_0 = \mu''\omega L_0 + j\omega\mu' L_0 \qquad (5.27)$$

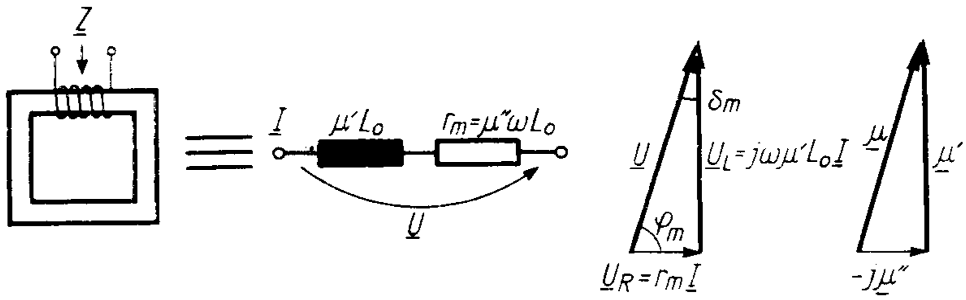


Fig. 5.7 *Bobină cu miez magnetic*

Bobina reală poate fi deci echivalată cu o schemă serie formată dintr-o bobină fără pierderi, de inductivitate $\mu' L_0$ şi o rezistenţă echivalentă pierderilor în miez magnetic $r_m=\mu''\omega L_0$ (figura 5.7).

În cazul problemei: L=3,4 mH, r_m=12,56 Ω.

Tangenta unghiului de pierderi în miezul magnetic este:

$$tg\delta_m = \frac{\mu''}{\mu'} \qquad (5.28)$$

Numeric: $tg\delta_m$=0,06.

5.2.12. Pentru o bobină cilindrică, monostrat, spiră lângă spiră, având parametrii:

- numărul de spire: N=40;
- diametrul bobinei: d=4 mm;

- diametrul conductorului de bobinaj Cu+Em: d_{cond}=0,5 mm;
- diametrul intrinsec al conductorului de cupru: d_{Cu}=0,45 mm;
- permitivitatea electrică a emailului: $\varepsilon \cong 2\varepsilon_0$.

să se estimeze capacitatea parazită ce apare între spirele sale.

Rezolvare: $C_p=(N-1)C_{P0}$ unde C_{P0} este capacitatea parazită ce apare între două spire alăturate. C_{P0} reprezintă capacitatea unui condensator plan având (figura 5.8):

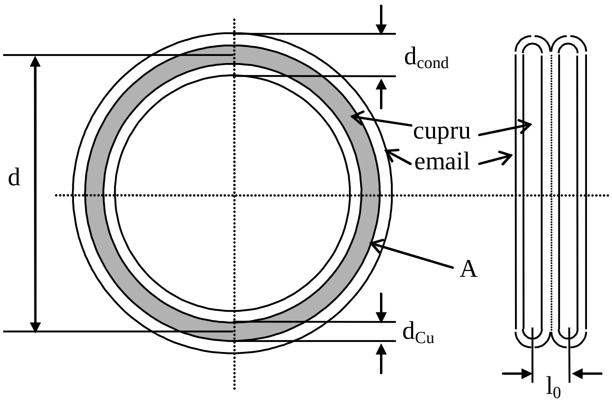


Fig. 5.8 *Capacitatea parazită dintre două spire vecine*

- dielectric (ε) = mediul dintre armături; în cazul conductorului Cu+Em, evident, mediul dintre armături este emailul (bobinaj spiră lângă spiră);
- aria armăturilor (A) = aria secţiunii transversale prin spiră - zona metalică (coroană circulară);
- distanţa dintre armături (l_0) = distanţa dintre două spire; în cazul conductorului Cu+Em distanţa dintre armături este egală cu diametrul conductorului de bobinaj, d_{cond} (bobinaj spiră lângă spiră);

Avem: $C_{P0}=\frac{\varepsilon A}{l_0}$; $A=\frac{\pi}{4}[(d+\frac{d_{Cu}}{2})^2-(d-\frac{d_{Cu}}{2})^2]=\frac{\pi}{2}dd_{Cu}$; $l_0=d_{cond}$

(5.29)

Deci:

$$C_P=\frac{(N-1)\pi\varepsilon dd_{Cu}}{2d_{cond}} \tag{5.30}$$

Rezultă: $C_p \cong 4,7$ pF

Observaţie: În realitate, calculul capacităţii dintre două spire este mult mai complex pentru că:

- armăturile capacităţii parazite nu sunt plane iar distanţa dintre armături este variabilă (de la d_{cond} la $d_{cond}-d_{Cu}$, vezi figura 5.9).

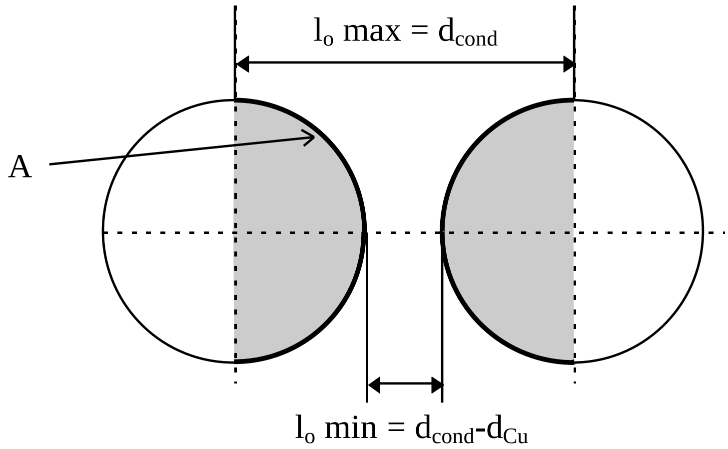


Fig. 5.9 *Detaliu privind capacitatea parazită dintre două spire*

• mediul dielectric parcurs de câmpul electric dintre cele două spire nu este uniform, nu este format numai din izolaţia conductorului, intervenind şi aerul (vezi fig. 5.9); rezultă în general o permitivitate efectivă a mediului dielectric,

$$\varepsilon_{ef} < \varepsilon_{email} \qquad (5.31)$$

5.2.13. Să se calculeze capacitatea parazită a unei bobine dacă, măsurând bobina cu ajutorul unui Q-metru (figura 5.10), s-a obţinut rezonanţa în următoarele condiţii:

- f_1=12 MHz ; C_{V1}=316 pF;
- f_2=26,3 MHz ; C_{V2}=52,7 pF.

Să se calculeze de asemenea, inductanţa echivalentă L_{ech} şi frecvenţa de rezonanţă.

Rezolvare: Impedanţa circuitului din figura 5.10 este:

$$Z = \frac{1}{j\omega C_V} + \frac{1}{\frac{1}{R} + j\omega C_p + \frac{1}{j\omega L_{ech}}} \qquad (5.32)$$

unde: - L_{ech} = valoarea inductanţei la frecvenţe joase (valoarea reală a inductanţei);
- C_p = capacitatea parazită;
- C_V = capacitatea variabilă de acord.

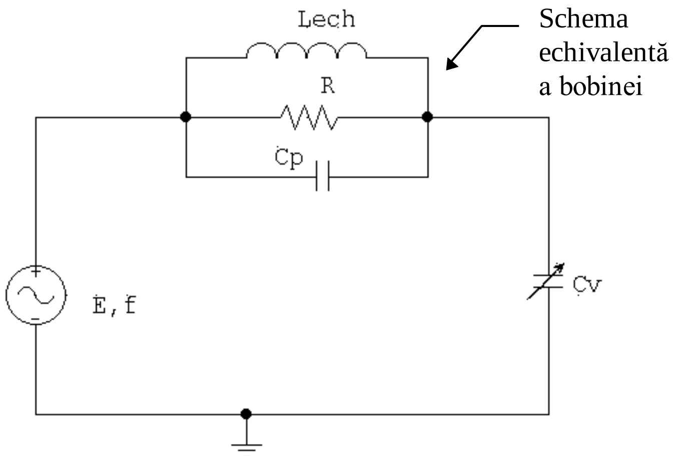


Fig. 5.10 *Măsurarea bobinei cu Q-metrul*

Condiţia de rezonanţă este Im(Z)=0. Neglijând rezistenţa parazită (modelată aici ca rezistenţă paralel, $R \gg \omega L_{ech}$; $R \gg 1/\omega C_p$), din condiţia de rezonanţă rezultă:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{L_{ech}\left(C_p + C_V\right)}} \tag{5.33}$$

În cazul problemei:

$$\omega_1^2 = \frac{1}{L_{ech}(C_p + C_{V1})} \qquad \omega_2^2 = \frac{1}{L_{ech}(C_p + C_{V2})}$$

Eliminând pe L_{ech} între cele două relaţii se obţine (se face notaţia: $n=\omega_2/\omega_1=f_2/f_1$):

$$C_p = \frac{C_{V1} - n^2 C_{V2}}{n^2 - 1} \tag{5.34}$$

Numeric: $n^2=4{,}8 \Rightarrow C_p=16{,}6$ pF

$$\omega_1^2 = \frac{1}{L_{ech}(C_p + C_{V1})} \Rightarrow L_{ech} = \frac{1}{4\pi^2 f_1^2 (C_p + C_{V1})} = 0{,}752 \ \ \mu H$$

Frecvenţa de rezonanţă proprie a bobinei este: $f_r = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{L_{ech} C_p}}$

Rezultă: $f_r=45{,}13$ MHz

5.2.14. Să se determine legătura dintre inductanţa reală a bobinei (inductanţa de la frecvenţe joase) şi inductanţa aparentă. Pentru bobina de la problema 5.2.13 să se calculeze inductanţa aparentă la cele două frecvenţe menţionate în problemă. Să se traseze graficul $L_a(f)$.

Rezolvare: Inductanţa aparentă (notată L_a) reprezintă inductanţa măsurată a bobinei la o anumită frecvenţă: $X_{bobină} = j\omega L_a$. Considerând schema echivalentă a bobinei din figura 5.10 avem:

$$X_{bobină} = \frac{1}{\dfrac{1}{j\omega L_{ech}} + j\omega C_p} \tag{5.35}$$

Egalând cele două expresii pentru reactanţa bobinei rezultă:

$$L_a = \frac{L_{ech}}{1 - \omega^2 L_{ech} C_p} \tag{5.36}$$

Pentru bobina de la problema 5.2.13 avem:

- $f_1=12$ MHz ; $C_{V1}=316$ pF => $L_{a1} = \dfrac{1}{4\pi^2 f_1^2 C_{V1}} = 6{,}7\ \mu$H

- $f_2=26{,}3$ MHz ; $C_{V2}=52{,}7$ pF => $L_{a2} = \dfrac{1}{4\pi^2 f_2^2 C_{V2}} = 18\ \mu$H

Trasarea graficului $L_a(f)$ se va realiza cu ajutorul programului de simulare a circuitelor electronice SPICE. Schema utilizată în acest scop este prezentată în figura 5.11. Ea conţine următoarele componente:

- E - generator de semnal sinusoidal de frecvenţă variabilă;

- R_S (10 Ω) - rezistenţa internă a generatorului E;
- L_{ech} (0,752 μH) - inductanţa propriu-zisă;
- C_P (16,6 pF) - capacitatea parazită a bobinei;
- R_P (1 MΩ) - rezistenţa parazită (modelată aici în paralel) a bobinei.

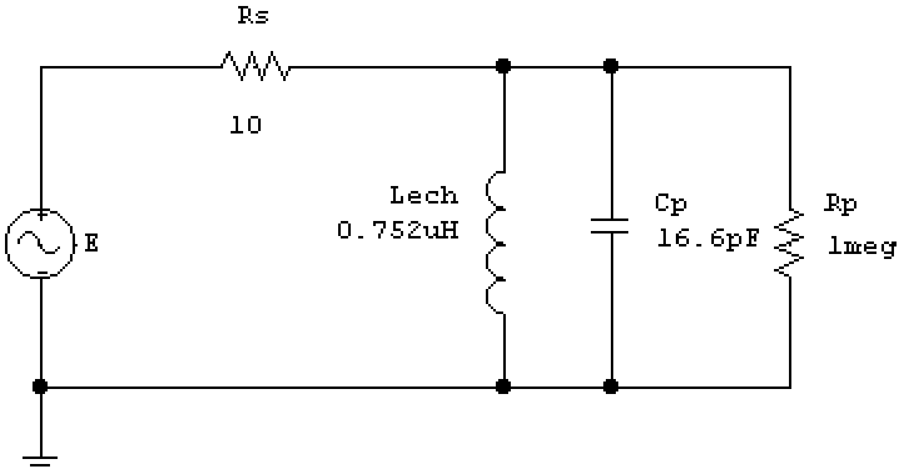


Fig. 5.11 *Schema utilizată la simularea bobinei cu programul SPICE*

Neglijând R_P avem:

$$L_a = \frac{\mathrm{Im}\left(Z_{bobină}\right)}{\omega} = \frac{1}{2\pi f}\mathrm{Im}\left(\frac{U_{bobină}}{I_{bobină}}\right) =$$

$$= \frac{1}{2\pi f}\frac{\mathrm{Im}\left(U_{bobină}\right)\mathrm{Re}\left(I_{bobină}\right) - \mathrm{Re}\left(U_{bobină}\right)\mathrm{Im}\left(I_{bobină}\right)}{\left|I_{bobină}\right|^2}$$

formulă ce se va folosi pentru trasarea graficului $L_a(f)$ în programul SPICE (vezi figura 5.12).

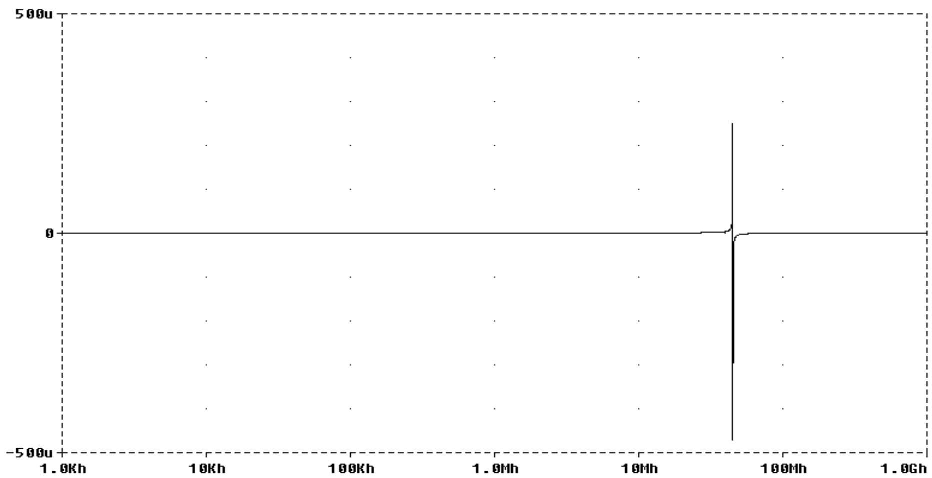


Fig. 5.12 *Graficul $L_a(f)$*

Figura 5.13 prezintă un detaliu al curbei L_a(f) în jurul frecvenţei de rezonanţă proprie a bobinei.

La frecvenţe joase $L_a \cong L_{ech}$, dar, pe măsură ce frecvenţa creşte, L_a devine mult mai mare decât L_{ech}. La frecvenţe mai mari decât frecvenţa de rezonanţă proprie a bobinei, L_a devine negativ - inductorul a devenit condensator!

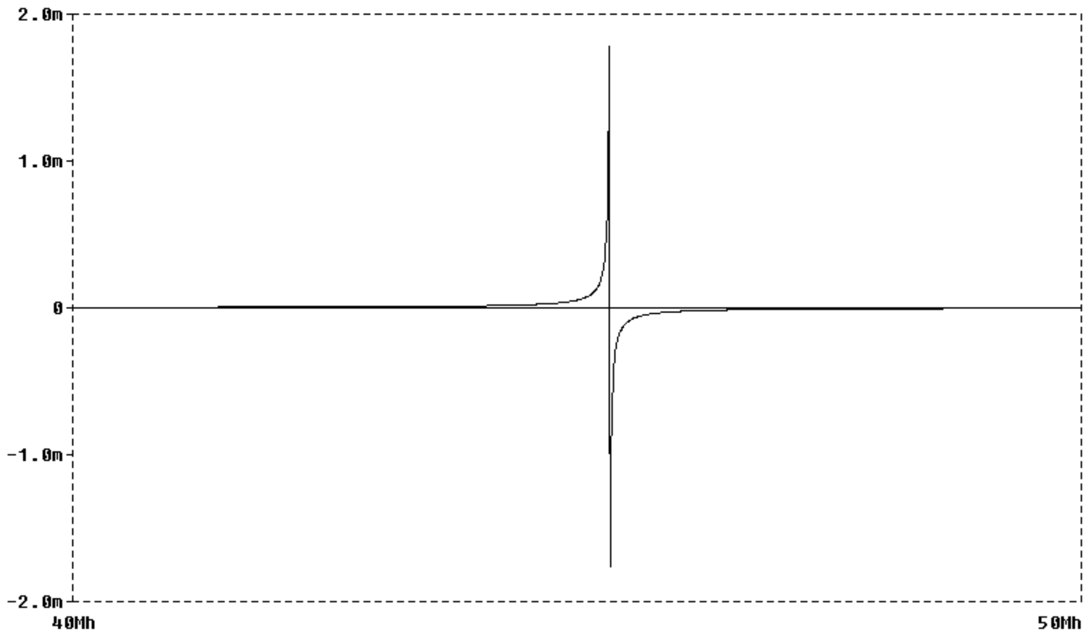


Fig. 5.13 *Detaliu pe graficul $L_a(f)$*

5.2.15. Pentru o bobină având inductanţa nominală de 4,7 μH şi capacitatea parazită de 6 pF să se calculeze:

a. frecvenţa de rezonanţă proprie;

b. frecvenţa la care inductanţa aparentă este cu 1% mai mare decât inductanţa reală a bobinei.

c. frecvenţa la care inductanţa aparentă este cu 10% mai mare decât inductanţa reală a bobinei.

d. frecvenţa la care inductanţa aparentă este cu 30% mai mare decât inductanţa reală a bobinei.

Să se comenteze rezultatele obţinute.

Rezolvare:

$f_r = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{L_{ech}C_p}}$ =30 MHz.

Fie t% procentul cu care inductanţa aparentă este mai mare decât inductanţa reală a bobinei. Se notează $x = \dfrac{100+t\%}{100}$.

$$L_a = \frac{L_{ech}}{1-\omega^2 L_{ech}C_p} = xL_{ech} \Rightarrow f = \sqrt{\frac{x-1}{x}}\frac{1}{2\pi}\frac{1}{L_{ech}C_p} = \sqrt{\frac{x-1}{x}}f_r$$

Deci:

- x=1,01 => f≅0,1f_r=3 MHz
- x=1,1 => f≅0,3f_r=9 MHz
- x=1,3 => f≅0,5f_r=15 MHz

Concluzii:

- în aplicaţii pretenţioase, în care nu se acceptă o abatere mai mare de 1% pentru valoarea inductanţei unei bobine, frecvenţa maximă până la care poate fi folosită bobina este de aproximativ 10% din frecvenţa proprie de rezonanţă;

- dacă aplicaţia în care se utilizează bobina permite o abatere a valorii inductanţei de până la 10% (30%) atunci frecvenţa maximă până la care poate fi folosită bobina este de aproximativ 30% (50%) din frecvenţa proprie de rezonanţă;

5.2.16. Să se determine variaţia cu frecvenţa a curentului maxim admisibil şi a tensiunii maxim admisibile pentru un inductor având parametrii:

- inductanţa nominală, L=16 μH;
- curentul nominal, I_N=0,8 A;
- tensiunea nominală, U_N=360 V;
- puterea nominală, P_N=10 W;
- tangenta unghiului de pierderi, tgδ=0,04 (considerată aproximativ constantă în gama de frecvenţă).

Rezolvare:

$$P_{d\max} = U_N I_N tg\delta = 360 \cdot 0{,}8 \cdot 4 \cdot 10^{-2} = 11{,}5W$$

$$U_N I_N tg\delta > P_N$$

$$f1 = \frac{P_N}{2\pi L I_N^2 tg\delta} = 3{,}89 \text{ MHz} \;\; ; \;\; f2 = \frac{U_N^2 tg\delta}{2\pi L P_N} = 5{,}16 \text{ MHz.}$$

Rezultatul este sintetizat în tabelul următor:

Domeniu frecvenţă (MHz):	0<f<3,89	3,89<f<5,16	f>5,16
I_A (A)	0,8	$\frac{1{,}577}{\sqrt{f}}$	$\frac{3{,}58}{f}$
U_A (V)	80,42·f	$158{,}533 \cdot \sqrt{f}$	360

5.2.17. Pentru un inductor cu valoarea nominală a inductanţei L_N=0,56 μH, frecvenţa proprie de rezonanţă f_r=260 MHz şi rezistenţa de curent continuu R_{cc}= 0,34 Ω să se calculeze capacitatea parazită a bobinei şi tangenta unghiului de pierderi datorată rezistenţei R_{cc} la frecvenţa de lucru f=20 MHz (se neglijează efectul pelicular).

Rezolvare: Capacitatea parazită a bobinei se obţine din relaţia:

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_N \cdot C_p}} \; ;$$

$$C_p = \frac{1}{4\pi^2 \cdot f_R^2 L_N} = \frac{1}{4\pi^2 \cdot 260^2 \cdot 10^{12} \cdot 0{,}56 \cdot 10^{-6}} = 0{,}66 pF$$

$$tg\delta_{cc} = \frac{R_{cc}}{\omega L} = \frac{0{,}34}{2\pi \cdot 20 \cdot 10^6 \cdot 0{,}56 \cdot 10^{-6}} = 48{,}35 \cdot 10^{-4}$$

5.2.18. Pentru un inductor, cu valoarea nominală L_N=100 mH, frecvenţa proprie de rezonanţă f_r=117 kHz şi rezistenţa serie R_s=38 Ω să se calculeze capacitatea parazită a bobinei şi factorul de calitate al acesteia la frecvenţa de lucru f=30 kHz.

Observaţie: pierderile în miezul magnetic se consideră neglijabile la frecvenţa de lucru.

Rezolvare:

$$C_p = \frac{1}{4\pi^2 f_R^2 L_n} = \frac{1}{4\pi^2 \cdot 117^2 \cdot 10^6 \cdot 100 \cdot 10^{-3}} = 18{,}5pF$$

$$Q = \frac{\omega L}{R_s} = \frac{2\pi \cdot 30 \cdot 10^3 \cdot 100 \cdot 10^{-3}}{38} = 495$$

5.2.19. Pentru o bobină cu valoarea nominală L_N=0,22 µH, toleranţa de fabricaţie t=±20% şi rezistenţa serie aproximativ egală cu R_s=0,1 Ω, să se calculeze variaţiile factorului de calitate al bobinei la frecvenţa de lucru de f=10 MHz.

Rezolvare: Factorul de calitate este dat de relaţia:

$$Q = \frac{\omega L_N}{R_S} = \frac{2\pi \cdot 10^7 \cdot 0{,}22 \cdot 10^{-6}}{0{,}1} = 138$$

Valoarea bobinei variază între:

L_+=L_N(1+t)=0,22(1+0,2)=0,264 µH şi

L_-= L_N(1-t)=0,22(1-0,2)=0,176 µH

Va rezulta:

$$Q_+ = \frac{\omega L_+}{R} = \frac{2\pi \cdot 10^7 \cdot 0{,}264 \cdot 10^{-6}}{0{,}1} = 165$$

$$Q_- = \frac{\omega L_-}{R} = \frac{2\pi \cdot 10^7 \cdot 0{,}176 \cdot 10^{-6}}{0{,}1} = 110$$

5.2.20. Un inductor cu L_N=495 µH, are factorul de calitate maxim Q=230 la f=400 kHz. Să se calculeze rezistenţa echivalentă de pierderi serie şi valoarea capacităţii condensatorului care împreună cu bobina alcătuieşte un circuit oscilant serie cu frecvenţa de rezonanţă egală cu f=400 kHz.

Rezolvare:

$$Q = \frac{\omega L}{R}; \qquad R_S = \frac{\omega L}{Q}$$

$$R_s = \frac{2\pi \cdot 400 \cdot 10^3 \cdot 495 \cdot 10^{-6}}{230} = 0{,}54\Omega$$

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}; \qquad C = \frac{1}{4\pi^2 f^2 L}$$

$$C = \frac{1}{4\pi^2 \cdot 400^2 \cdot 10^6 \cdot 495 \cdot 10^{-6}} = 320pF$$