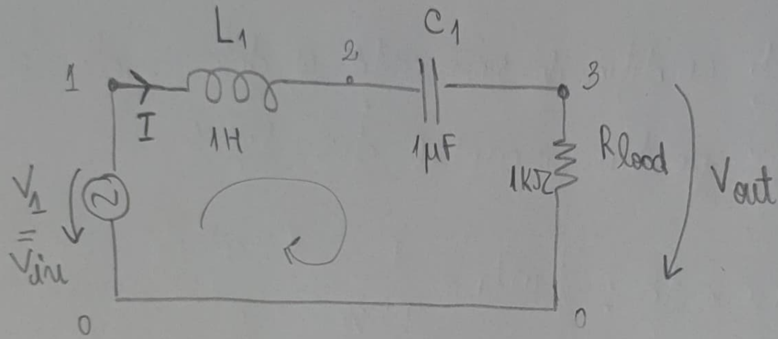
Instrumentație Electronică de Măsură | Seria 3E | An universitar 2022-2023
QUIZ 1 | semestrul I

Gărjoreanu Nicoleta Monica

433E

(1) Det. expresia modulului fct. de transfer pentru circ.:



filtru RLC (fig.1)

* circuit serie => același curent în tot circuitul

T.K.2

$$-V_{in}+I\cdot\left(j\omega L_1+\frac{1}{j\omega C_1}+R_{load}\right)=0 \Rightarrow V_{in}=\left(j\omega L_1+\frac{1}{j\omega C_1}+R_{load}\right)\cdot I$$

$V_{out} = R_{load}\cdot I$ (tensiunea de ieșire, pe rez. de sarcină)

$H(\omega)$ - funcția de transfer

$$H(\omega)=\frac{V_{out}}{V_{in}}=\frac{R_{load}\cdot \cancel{I}}{\left(j\omega L_1+\frac{1}{j\omega C_1}+R_{load}\right)\cdot \cancel{I}}=\frac{R_{load}}{j\omega L_1+\frac{1}{j\omega C_1}+R_{load}}$$

$$|H(\omega)| = \left| R_{load} \cdot \frac{1}{j\left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}\right) + R_{load}} \right| =$$

$|a+bi| = \sqrt{a^2+b^2}$

$$= \frac{R_{load}}{\sqrt{R_{load}^2 + \left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}\right)^2}}$$

$$\boxed{|H(\omega)| = \frac{R_{load}}{\sqrt{R_{load}^2 + (\omega L_1 - 1/\omega C_1)^2}}}$$

(2) Specificați condiția de rezonanță și determinați frecvența de rezonanță pentru circuitul din fig. 1.

- cond. de rezonanță: $\boxed{\omega L_1 = \frac{1}{\omega C_1}}$ * reactanța bobinei egală cu cea a condensatorului

- expresie frecvență de rezonanță

$\omega = 2\pi f$

$$\omega L_1 = \frac{1}{\omega C_1} \Rightarrow \omega^2 L_1 C_1 = 1 \Rightarrow \omega^2 = \frac{1}{L_1 C_1} \Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\pi f = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} \Rightarrow \boxed{f = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 C_1}}}$$

* frecvența de rezonanță rezultă din condiția de rezonanță

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{1 \cdot 10^{-6}}} = \frac{10^3}{2\pi}\ Hz = \frac{1}{2\pi}\ KHz = 0,16\ KHz \simeq 160\ Hz$$

$\searrow 0,1591\ KHz = 159,1\ Hz$

(3) Pentru val. $V_1 = ID [V]$ a tensiunii de intrare, det. $V_2 [dB]$, unde ID este val. Ascii a inițialei primului dvs. prenume (majusculă) divizată cu 100, iar V_2 tens. de ieșire a circ. din fig. 1. Alegeți intervalul de frecvențe corespunzător benzii de trecere a filtrului. În acest interval, det. val. min și max. a tens. de ieșire.

$$|H(\omega)| = \left| \frac{V_{out}}{V_{in}} \right| \Rightarrow |V_{out}| = |V_{in}| \cdot \frac{R_{echiv}}{\sqrt{R_{echiv}^2 + (\omega L_1 - 1/\omega C_1)^2}}$$

$V_{out} = V_2$, $V_{in} = V_1$ din enunț - notarea mea pe circuit.

$V_{in} = ID\ [V]$

NICOLETA $\Rightarrow$ N - 78

$V_{in} = \frac{78}{100} = 0{,}78\ V$, $R_{echiv} = 1 k\Omega$, $L_1 = 1 H$, $C_1 = 1 \mu F$

$$|V_{out}| = 0{,}78 \cdot \frac{10^{+3}}{\sqrt{10^{+6} + \left(\omega - \frac{1}{\omega \cdot 10^{-6}}\right)^2}} = 0{,}78 \cdot \frac{10^{+3}}{\sqrt{10^{+6} + \left(\frac{10^{-6}\omega^2 - 1}{10^{-6}\omega}\right)^2}} =$$

$$= 0{,}78 \cdot \frac{\cancel{10^{+3}}}{\cancel{10^{+3}} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{\omega^2 \cdot 10^{-6} - 1}{10^{-3}\omega}\right)^2}} = 0{,}78 \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega^2 \cdot 10^{-6} - 1}{10^{-3}\omega}\right)^2}} \Rightarrow$$

$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 159{,}1 = 999{,}65\ Hz \simeq 1 KHz$

$$\Rightarrow |V_{out}| = 0{,}78 \cdot \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{10^{-6}\cdot 10^{6}-1}{10^{-3}\cdot 10^{3}}\right)^2}} = 0{,}78 \cdot \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{1-1}{1}\right)^2}} =$$

$$= 0{,}78 \Rightarrow \boxed{V_{out} = 0{,}78\ V}$$

$$V_{out}\,[dB] = 20 \log_{10} \frac{V_{out}\,[V]}{\underbrace{1}_{\text{tens de referinta}}} = 20 \log_{10}(0{,}78) =$$

$$= 20 \underbrace{\lg(0{,}78)}_{-0{,}107} = -2{,}15\ dB \Rightarrow \boxed{V_{out} = -2{,}15\ dB}$$

Banda de trecere a FTB: $\Delta f = f_2 - f_1$

(f_2, f_1 - frecvențele de tăiere ale filtrului)

Pentru a afla f_1 și f_2: → derivate + grafic

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}\right)^2}} \quad \Rightarrow |H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1+(\omega L_1 - \omega_0 L_1)^2}} =$$

$$\omega_0 L_1 = \frac{1}{\omega_0 C_1} \Rightarrow L_1 C_1 = \frac{1}{\omega_0^2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega^2 C_1 L_1 - 1}{\omega C_1}\right)^2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2 L_1^2\left(1-\frac{\omega_0 L_1}{\omega L_1}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+(\omega L_1)^2\cdot\left(1-\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}$$

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{1-10^{-6}\omega^2}{10^{-3}\omega}\right)^2}} = \left[1+\left(\frac{1-10^{-6}\omega^2}{10^{-3}\omega}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}}$$

$$|H(\omega)|' = -\frac{1}{2}\left[1+\left(\frac{1-10^{-6}\omega^2}{10^{-3}\omega}\right)^2\right]^{-\frac{3}{2}} \cdot \left[2\left(\frac{1-10^{-6}\omega^2}{10^{-3}\omega}\right)\cdot\right.$$

$$\left.\cdot \frac{-2\cdot 10^{-6}\omega \cdot 10^{-3}\omega - 10^{-3}(1-10^{-6}\omega^2)}{(10^{-3}\omega)^2}\right] = -\frac{1}{2}\cdot\left\{1+\left(\frac{1-10^{-6}\omega^2}{10^{-3}\omega}\right)^2\right\}^{-\frac{3}{2}}\cdot$$

$$\frac{-2\cdot 10^{-9}\omega^2 - 10^{-3} + 10^{-9}\omega^2}{10^{-6}\omega^2} = \frac{-\omega^2\cdot 10^{-9} - 10^{-3}}{10^{-6}\omega^2}$$

$$\cdot \frac{(2-2\cdot 10^{-6}\omega^2)(-\omega^2\cdot 10^{-9} - 10^{-3})}{10^{-9}\omega^3}$$

$$\frac{2\omega^4\cdot 10^{-15} + \cancel{2\cdot 10^{-9}\omega^2 - 2\omega^2 10^{-9}} - 2\cdot 10^{-3}}{10^{-9}\omega^3}$$

$$|H(\omega)|' = 0 \Rightarrow \omega^2 = \frac{2}{2\cdot 10^{-6}} \Rightarrow \omega^2 = 10^6 \Rightarrow \omega = \pm 10^3 \text{ rad/s}$$

$$\omega^2 = -\frac{10^{-3}}{10^{-9}} = -10^6 \quad \text{NU}$$

$$\Rightarrow \omega = \pm 10^3 \text{ rad/s}$$

$$|H(\omega)|'' = \frac{3}{4}\left[1+\left(\frac{1-10^{-6}\omega^2}{10^{-3}\omega}\right)^2\right]^{-\frac{5}{2}} \cdot \left[\frac{(2-2\cdot 10^{-6}\omega^2)(-\omega^2\cdot 10^{-9} - 10^{-3})}{10^{-9}\omega^3}\right]^2 +$$

$$+ -\frac{1}{2}\left\{1+\left(\frac{1-10^{-6}\omega^2}{10^{-3}\omega}\right)^2\right\}^{-\frac{3}{2}} \cdot \frac{8\omega^3\cdot 10^{-5} \ldots 10^{-9}\omega^3 - 3\cdot 10^{-9}\omega^2(2\omega \ldots}{\omega^6\cdot 10^{-18}}$$

$$|H(\omega)|'' = 0 \Rightarrow \omega^6 + 5\cdot 10^5\omega^4 - 5\cdot 10^{12}\cdot\omega^2 + 15\cdot 10^{17} = 0 \Rightarrow$$

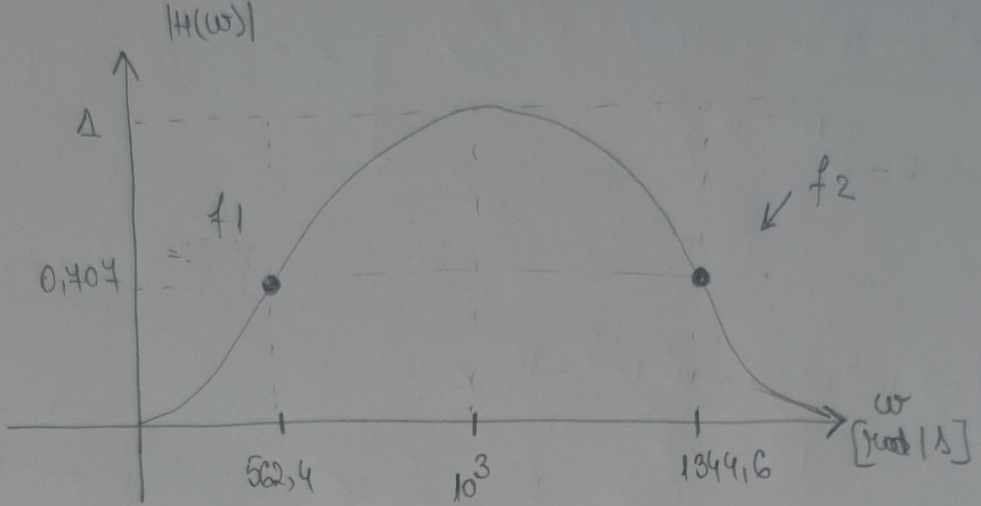
~~[illegible]~~

$\omega^2 = t \Rightarrow t^3 + 5\cdot 10^5 t^2 - 5\cdot 10^{12} t + 15\cdot 10^{17} = 0$

$\omega_1 = 562{,}4$ rad/s

$\omega_2 = 1344{,}6$ rad/s

ω	0		562,4		10^3		1344,6		∞
$\lvert H(\omega)\rvert$	0	↗		↗	1	↘		↘	0
$\lvert H(\omega)\rvert'$		+ + + +		+	0	- - - -		-	
$\lvert H(\omega)\rvert''$		∪	0	∩		∩	0	∩	



$\omega = 2\pi f.$

$\left|H(\omega)_{-3dB}\right| = 0{,}707$

$\boxed{\text{AU APĂRUT ERORI LA CALCUL} \rightarrow B \simeq 1\,kHz}$

$B = f_2 - f_1 = \cancel{\ldots} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2\pi} = 124{,}5\ Hz$

$V_{out\,min} = 0{,}707 \cdot 0{,}78 = 0{,}55\ V \Rightarrow \boxed{V_{out\,min} = 0{,}55\ V}$

$V_{out\,max} = 1 \cdot 0{,}78 = 0{,}78\,V \Rightarrow \boxed{V_{out\,max} = 0{,}78\,V}$

$V_{in_M}[dB] = 20 \lg\left(\frac{0{,}78}{1}\right) = -2{,}15\,dB$ $\underline{max}$

$V_{in_m}[dB] - 3dB = -5{,}15\ dB$ $\underline{min}$

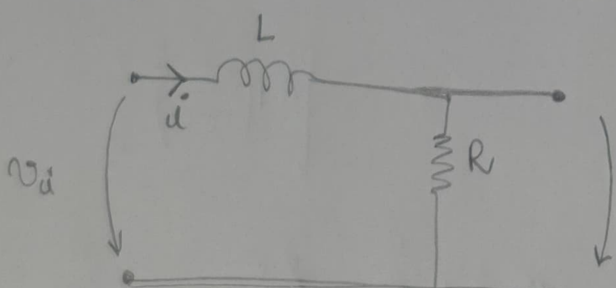
(4) Propuneți soluția la problema "Folosind osciloscopul, măsurați frecvența de rezonanță a circuitului din fig 1".

Știm că la rezonanță se realizează maximul funcției de transfer => la frecventa de rezonanta, amplitudinea de ieșire va fi maximă și egală cu amplitudinea de intrare.

=> se reglează frecvența la generatorul de funcții și se urmărește pe osciloscop maximul funcției de ieșire Vout în funcție de timp.

(5) Determinați defazajul introdus de circuitul din Fig. 2, la frecvența f = ID [Hz].

ID = 0,78 Hz



filtru RL (fig. 2)

$$H(\omega) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{v_o}{v_i} = \frac{\cancel{i}\cdot R}{\cancel{i}(j\omega L + R)} = \frac{R}{R + j\omega L}$$

$$|H(\omega)| = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega L}{R}\right)^2}}$$

$$|H(\omega_T)| = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega_T \cdot L}{R}\right)^2}} = 0,707 = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow$$

$$\left.\begin{array}{l}\Rightarrow 1+\left(\frac{\omega_T \cdot L}{R}\right)^2 = 2 \Rightarrow \left(\frac{\omega_T \cdot L}{R}\right)^2 = 1 \\ \omega, L, R > 0\end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\omega_T \cdot L}{R} = 1 \Rightarrow \omega_T = \frac{R}{L} \Rightarrow 2\pi f_T = \frac{R}{L} \Rightarrow \boxed{f_T = \frac{R}{2\pi L}}$$

$$f_T = \frac{R}{L} \cdot \frac{1}{2\pi} \qquad \omega_T = 2\pi f_T \Rightarrow \omega_T = \frac{R}{L}$$

$tg\,\varphi = \arg\{H(\omega)\}$, $H(\omega) = |H(\omega)|\,[\cos\varphi + j\sin\varphi]$

$$\boxed{tg\,\varphi = -\frac{\omega_T}{\omega}} \Rightarrow \varphi = -arctg\,\frac{\omega_T}{\omega} = -arctg\,\frac{f_T}{f} = -arctg\,\frac{f_T}{[illegible]}$$

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_T}\right)^2}} = \left[1+\left(\frac{\omega}{\omega_T}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}}$$

$$|H(\omega)|' = -\frac{1}{\cancel{2}}\left[1+\left(\frac{\omega}{\omega_T}\right)^2\right]^{-\frac{3}{2}} \cdot \frac{\cancel{2}\omega}{\omega_T} = -\frac{\omega}{\omega_T}\left[1+\left(\frac{\omega}{\omega_T}\right)^2\right]^{-\frac{3}{2}}$$

↳ derivare în funcție de ω

$|H(\omega)| \leq 0 \ (\forall)\omega \Rightarrow$ circ. din fig. 2 este un FTJ.