

Nume și prenume:

Grupă:

(1) Determinați expresia modulului funcției de transfer pentru circuitul din Fig. 1. Detaliați!

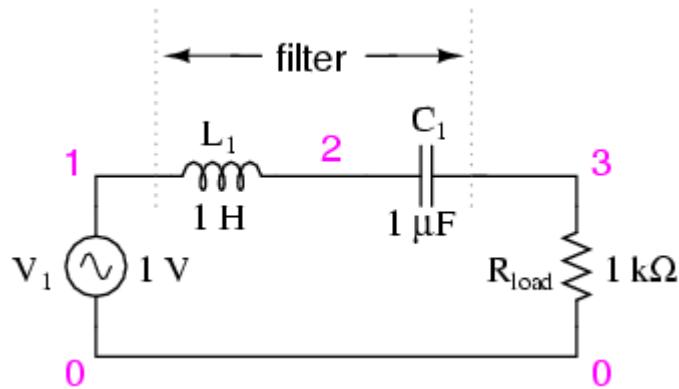


Fig. 1. Filtru RLC.

(2) Specificați condiția de rezonanță și determinați expresia frecvenței de rezonanță pentru circuitul din Fig. 1.

(3) Pentru valoarea $V1 = ID$ [V] a tensiunii de intrare, determinați valoarea $V2$ [dB], unde ID este valoarea ASCII a inițialei primului dumneavoastră prenume (majusculă) divizată cu 100, iar $V2$ este tensiunea de la ieșirea circuitului din Fig. 1. **Alegeți intervalul de frecvențe corespunzator benzii de trecere a filtrului. În acest interval, determinați valoarea minimă și pe cea maximă a tensiunii de ieșire.**

(4) Propuneți soluția la problema “Folosind osciloscopul, măsuраți frecvența de rezonanță a circuitului din Fig. 1”.

(5) Determinați determinați defazajul introdus de circuitul din Fig. 2, la frecvența $f = ID$ [Hz], unde ID este același cu cel de la punctul (3).

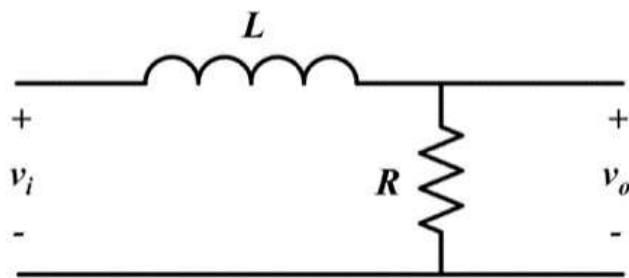


Fig. 2. Filtru RL.

Bibliografie

[1] ASCII code, available online on the 14th of October 2021 at <https://www.asciiitable.com/>.

Nume și prenume:

Grupă:

(1) Pentru CNA-ul cu ieșire în tensiune din Fig. 1, (a) determinați valorile curenților de ieșire și ale tensiunilor, pentru valorile intrării digitale din Tabelul I. Detaliați calculele. Completați tabelul. (b) Decideți polaritatea convertorului. (c) care este rezoluția convertorului, în tensiune? (d) de ce au fost alese aceste numere în hexazecimal la intrarea convertorului? (e) care este domeniul de lucru al DAC-ului în curent? Dar în tensiune?

Indicație: Vedeți [1], problemele 1.16 – 1.20 din [2] și redesenarea schemei din Fig. 1 - dreapta.

Curenții DAC08 sunt determinați pentru codul binar natural (BN):

$$I_0(N) = (U_{REF}/R_{REF})N = I_{REF}N = I_{REF} \cdot \sum_{k=1}^8 b_k 2^{-k}, \quad I$$

$$I_0(N)' = I_{REF}(1-2^{-8}) - I_0 = I_{CS} - I_0 \quad (\text{currentul } I_0 \text{ negat})$$

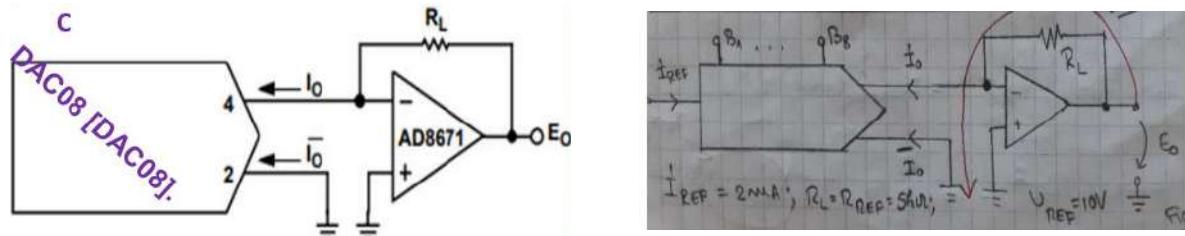


Fig. 1.

Tabelul I. Intrări digitale pe 8 biți.

NH	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	I ₀ (N)	I ₀ (N)'	EI ₀ (N)
FF	1	1	1	1	1	1	1	1			
81	1	0	0	0	0	0	0	1			
80	1	0	0	0	0	0	0	0			
7F	0	1	1	1	1	1	1	1			
01	0	0	0	0	0	0	0	1			
00	0	0	0	0	0	0	0	0			

(2) CAN-ul flash pe 2 biți din Fig. 2 are $V_{full\ range} = V_{FR} = 5V$ și $V_{unknown} = V_{IN} = 1.4V$. Rezistorii au toți valoarea $R = 1k\Omega$. (a) Cărui fapt îl este datorat numele CAN-ului din Fig. 2? (b) Câte comparatoare ar fi necesare pentru funcționarea CAN-ului dacă ar avea 12 biți? De ce? (c) Determinați V_{C1} , V_{C2} , V_{C3} . (d) Determinați codul de la ieșirea comparatoarelor ($C1$ $C2$ $C3$), explicând cum ati ajuns la fiecare valoare. (e) Calculați numărul N ((nr. subunitar) pentru V_{IN} dat (N este ieșirea CAN-ului). (f) Un termometru are proprietatea că partea plină cu mercur nu alternează cu benzi de aer. Prin analogie, explicați motivul pentru care codul obținut la ieșirea comparatoarelor dintr-un CAN flash poartă denumirea de cod termometric. (g) Reprezentați caracteristica de conversie și concluzionați dacă este un CAN cu trunchiere/rotunjire. De ce? Dacă circuitul de decodificare nu funcționează corespunzător (conform codului binar natural), propuneți înlocuirea sa cu alte porți logice.

Indicație: Vedeți problemele 1.22 – 1.24 din [2].

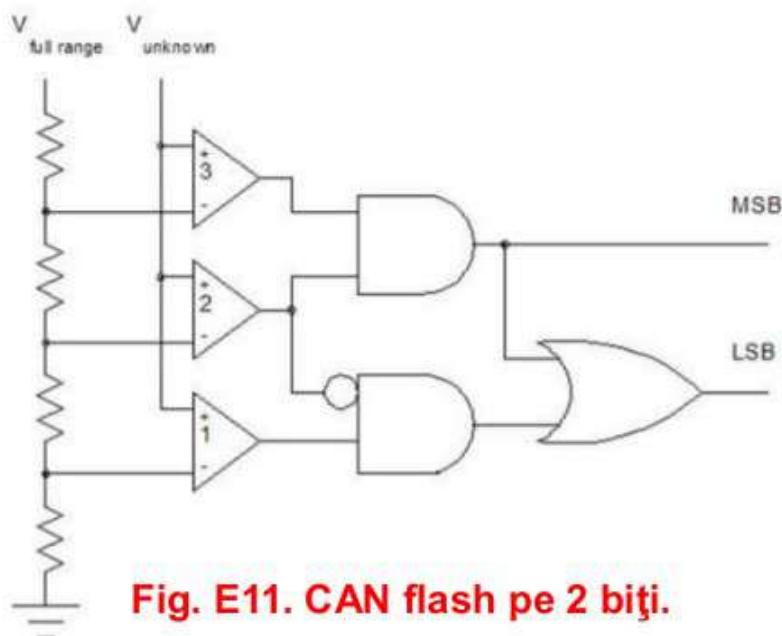


Fig. E11. CAN flash pe 2 biți.

Fig. 1. CAN flash pe 2 biți.

(3) (a) Fie un CAN cu aproximații succesive (AS) de 7 biti. $V_{REF} = 5.12V$. $V_{IN} = 2V$. Cât este numărul de la ieșirea CAN-ului?

Indicație: vezi Capitolul 13 din [3] și (re)ascultă cursul de pe 25.10.2021.

(b) Avem la dispoziție două DAC-uri bipolare cu $V_{REF} = 5.12V$, care au domeniul de lucru în intervalul $[-V_{REF}/2, V_{REF}/2]$. Primul are $n= 8$ biti, al doilea are $n = 9$ biti. Care dintre cele două DAC-uri poate fi folosit pentru generarea eșantioanelor unui semnal sinusoidal cu amplitudinea $U_0 = 3V$? De ce?

- (c) Ce tensiune se obține la iesirea unui ADC unipolar pe 8 biți, care folosește codul binar natural (BN), cu $V_{REF} = 5.12V$, pentru $N = C0H$?
- (d) Desenați caracteristica de conversie pentru un DAC pe 3 biți care folosește codul binar natural.
- (e) Desenați caracteristica de conversie pentru un ADC pe 3 biți care folosește codul binar deplasat.
- (f) Definiți următoarele erori: de 0 V, de factor de scară, de cap de scară, de liniaritate integrală. Desenați caracteristica de conversie a DAC-ului, utilizând informațiile din pag. 66 - 72 ale [4].

Punctaj

	a	b	c	d	e	f	g
1	1	0.25	0.25	0.25	0.25	-	-
2	0.3	0.25	0.25	0.25	0.25	0.3	0.4
3	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	-

Bibliografie

[1] DAC08 Datasheet, online la <http://www.analog.com/media/en/technical-documentation/data-sheets/DAC08.pdf>, "8-Bit, High Speed, Multiplying DAC," Analog Devices, accesat pe 24.10.2021.

[2] Culegere_IEM.pdf.

[3] AllAboutCircuits_IV_Digital.pdf.

[4] Walt Kester, Data Conversion Handbook, Copyright © 2005 by Analog Devices, Inc. All rights reserved, accesat pe 24.10.2021, la

[http://home.mit.bme.hu/~krebesz/oktatas2016/vimia347/analog_devices_anyagok/\(Analog%20Devices%20series\)%20Analog%20Devices%20Inc.%20%20Engineeri-Data%20Conversion%20Handbook-Elsevier_%20Newnes%20\(2005\).pdf](http://home.mit.bme.hu/~krebesz/oktatas2016/vimia347/analog_devices_anyagok/(Analog%20Devices%20series)%20Analog%20Devices%20Inc.%20%20Engineeri-Data%20Conversion%20Handbook-Elsevier_%20Newnes%20(2005).pdf)

QUIZ 3 - osciloscopul [3 p]

1. (a) Un osciloscop numeric are frecvență maximă de eșantionare $F_{S\max}=25\text{MHz}$. Numărul de eșantioane afișat pe ecran este $N_s = 500$ eș, iar numărul de diviziuni pe orizontală este $N_x = 10$ div. Să se calculeze frecvență de eșantionare pentru coeficienți de deflexie $C_{x1}=20\mu\text{s}/\text{div}$, $C_{x2}=1\mu\text{s}/\text{div}$. **0.1 p**

(b) Un semnal cu $f_x = 4\text{ MHz}$ este vizualizat cu un osciloscop care folosește $f_s = 5\text{ MHz}$. Frecvența pe care va fi afișat semnalul este: **0.1 p**

(c) În modul FFT coeficientul de deflexie pe orizontală este de $50\text{ kHz}/\text{div}$, iar numărul de diviziuni pe orizontală este $N_x=10$ div. Determinați frecvența de eșantionare a osciloscopului. **0.1 p**

(d) Cât trebuie să fie frecvență minimă de eșantionare pentru a vizualiza corect un semnal sinusoidal de frecvență $f = 1\text{MHz}$? **0.1 p**

(e) Același enunț de la (d), dacă semnalul este dreptunghiular sau triunghiular. **0.1 p**

(f) Când este nevoie ca osciloscopul să folosească interpolarea? Indicație: vezi [1]. **0.1 p**

(g) Când apare fenomenul de aliere spectrală? Indicație: vezi [2]. **0.1 p**

(h) Calculați N_s necesar - dimensiunea memoriei osciloscopului, pentru ca f_s să nu scadă sub valoarea 1GSa/s la $C_x \leq 2.5\text{ms}/\text{div}$. Indicație: ascultă discuția de la cursul de pe 22.11.2021 [3]. **0.1 p**

(i) Ce semnificație are pentru un osciloscop digital valoarea $C_{X\min}$? **0.1 p**

(j) Dacă imaginea afișată pe ecranul unui osciloscop numeric cu eșantionare nu poate fi stabilizată pe ecran, indiferent de reglajul Trigger Level, care este cauza. Indicație: vezi [4]. **0.1 p**

2. (a) Ce avantaje are un DPO față de un DSO? Detaliați diferența dintre cele două arhitecturi de osciloscop, incluzând imagini, cu precizarea materialelor bibliografice folosite. Puteți folosi, de exemplu, [5, 6]. **0.3 p**

(b) Datează cele trei osciloscoape de mai jos

- TDS1001 (DSO entry-level): 180 wfm/s
- TDS3000 (DPO entry-level): 3600 wfm/s
- DPO7000 (DPO cu DPX®): 250000 wfm/s

Aplicație 1: Un defect într-un bus serial se manifestă cu probabilitate de 10^{-5} . Calculați timpul de așteptare pentru detectarea defectului folosind cele 3 osciloscoape. **0.35 p**

Aplicație 2: Calculați ce fracțiune (procentaj) din semnal este achiziționată de osciloscoapele 1 și 3, considerînd că o formă de undă are $N_s = 2500$ puncte, $f_s = 1\text{GSa/s}$. **0.35 p**

3. (a) Cu osciloscopul numeric al cărui ecran este reprezentat în Fig. 1 se măsoară frecvența unui semnal periodic având componente spectrale la 4 frecvențe, $f_1 = 0,7\text{ MHz}$ (20dB), $f_2 = 1,5\text{ MHz}$ (10dB), $f_3 = 6\text{MHz}$ (7dB), $f_4 = 7,25\text{MHz}$ (3dB). Desenați, în Fig. 1, componentele spectrale afișate de osciloscop în modul FFT.

$f_{1\text{ afișat}} = \dots$ (0.05p) pentru că **0.1 p**

$f_{2\text{ afișat}} = \dots$ (0.05p) pentru că **0.1 p**

$f_{3\text{ afișat}} = \dots$ (0.05p) pentru că **0.1 p**

$f_{4\text{ afișat}} = \dots$ (0.05p) pentru că **0.1 p**

(b) Dacă pe întreg ecranul osciloscopului este vizualizată o singură perioadă din semnal, calculați frecvența maximă a unui semnal sinusoidal care să poată fi afișat fără interpolare. **0.3 p**

SOLUȚIE:

$f_{x_{\max}} = \dots$ (0.5p), respectând teorema eșantionării, adică (0.25p), numită și condiție (nume; 0.25p)

BIBLIOGRAFIE

- [1] Interpolation in Your DSO, Peter J. Pupalaikis, Product Marketing Manager, WaveMaster Oscilloscopes, LeCroy Corporation, 2003.
- [2] Aliasing, Wikipedia, disponibil online pe 22.11.2021, la <https://en.wikipedia.org/wiki/Aliasing>.
- [3] Curs Instrumentație Electronică de Măsură, Octaviana Datcu, seria 3E, disponibil online pe 22.11.2021 la
- [4] What is aliasing, Tektronix, online pe 22.11.2021 la <https://www.tek.com/support/faqs/what-aliasing-and-how-do-i-detect-it-and-fix-it-my-oscilloscope#:~:text=Answer%20%3A,on%20an%20oscilloscope%20become%20indistinguishable>.
- [5] Wikipedia, Digital Storage Oscilloscope, SO disponibil online pe 22.11.2021, la https://en.wikipedia.org/wiki/Digital_storage_oscilloscope
- [6] Digital Phosphor Oscilloscopes/Digital Serial Analyzers DPO/DSA70000B Series Data Sheet, Tektronix, https://www.upc.edu/sct/ca/documents_equipament/d_49_id-369.pdf

CH 1 10dB

M 125kSa/s

0.3 p

Fig. 1. Ecranul osciloscopului din exercițiul 3, în modul FFT.

QUIZ 4

(1) Un voltmetru numeric are 4 ½ digiți, $V_{CS}=20$ V. Calculați: (a) rezoluția pe această scară; (b) numărul de biți echivalenți ai CAN folosit; (c) ENOD al voltmetrului bazat pe CAN cu același V_{CS} și numărul de biți de la (b) rotunjit la următoarea valoare întreagă.

(2) Manualul voltmetrului numeric GW-Instek din laborator specifică precizia pe scara de 5 V (valoare maximă indicată: 4.9999, adică 4 4/5 digită) ca fiind $0.03\% + 3$, cu semnificația " \pm (percentage of reading + digits)" . Determinați: (a) rezoluția pe această scară; (b) eroarea relativă maximă cu care se măsoară o tensiune $U_x = 2.45$ V pe această scară; (c) eroarea absolută corespunzătoare lui (b); (d) să se determine clasa de precizie a aparatului pe această scară.

(3) Pentru voltmetrul de c.a. cu 3 borne din Fig. 1 (stânga) să se determine CMRR|dB la frecvențele (a) 100 kHz, (b) 50 Hz și (c) în curent continuu, cunoscând valorile componentelor parazite: Z_1 este format din $R_1 = 100M\Omega \parallel C_1 = 2nF$ și Z_2 este format din $R_2 = 500 M\Omega \parallel C_2 = 50pF$. Rezistențele cablurilor/bornelor de legătură $R_a = R_b = 15 \Omega$.

(4) Pentru voltmetrul din Fig. 1 (stânga): (a) să se calculeze eroarea absolută comisă din cauza CMRR, știind că între cele 2 prize de pământ există o diferență de potențial $V_{GS} - V_{GI} = 50V$ la $f = 50Hz$. Indicație: eroarea absolută este tocmai tensiunea echivalentă pe mod normal, produsă de tensiunea perturbatoare pe mod comun: $CMRR = U_{MC}/U_{ech\ MN}$; (b) știind că scara de măsură este 2 V, să se dimensioneze numărul de cifre astfel încât eroarea precedentă să nu fie mai mare de 4 unități ale ultimei cifre (*4 counts*).

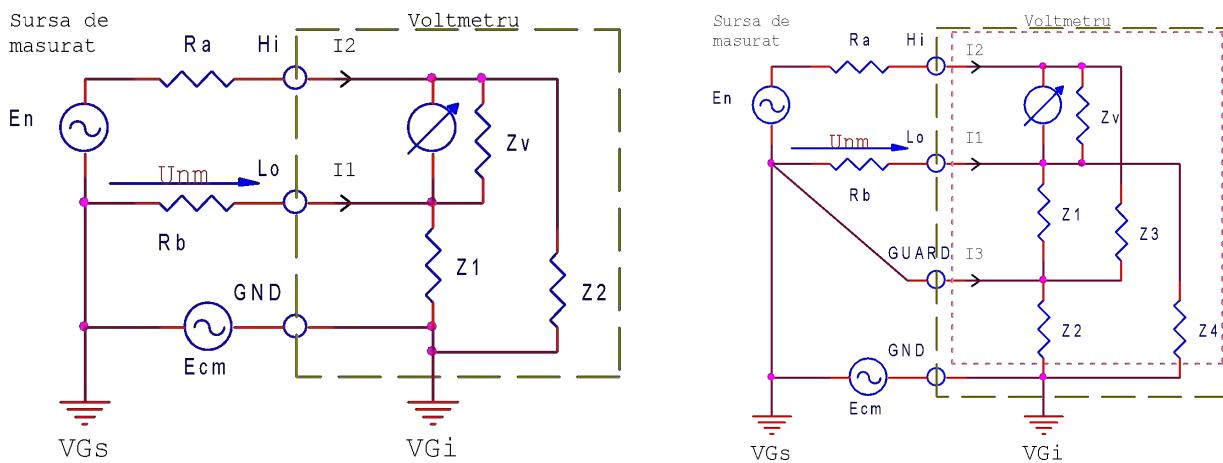


Fig. 1. Conexiuni ale sursei de măsurat la bornele voltmetrului.

QUIZ 5

(1) Să se determine și să se reprezinte grafic în funcție de ω următoarele: (a) $L_{\text{echivalent}}$ pentru un grup LC serie; (b) $C_{\text{echivalent}}$ pentru un grup LC serie; (c) $L_{\text{echivalent}}$ pentru un grup LC paralel; (d) $C_{\text{echivalent}}$ pentru un grup LC paralel.

(2) Se măsoară o bobină la 2 frecvențe $f_1 = 12 \text{ kHz}$ și $f_2 = 14 \text{ kHz}$ și se găsesc valorile $L_1 = 12 \text{ mH}$ și $L_2 = 14 \text{ mH}$. Determinați valoarea reală a lui L (la frecvențe joase), precum și capacitatea parazită a bobinei.

(3) Calculând elementele unei surse în comutație de laptop care funcționează la $f = 200 \text{ kHz}$, se determină că modulul impedanței condensatorului de filtraj nu trebuie să depășească $50 \text{ m}\Omega$. Să se calculeze ESR maxim a unui condensator (presupus neinductiv) având $C = 150 \mu\text{F}$ care poate fi folosit în această sursă.

(4) Pentru conexiunea 2T, determinați: (a) erorile sistematice dacă $R_{sonde+terminale} = 100 m\Omega$ pentru $R_{x1} = 2\Omega, R_{x2} = 2k\Omega$. (b) erorile sistematice dacă $C_p = 20 pF, f = 100 kHz$, pentru $R_{x1} = 1 M\Omega, R_{x2} = 1 k\Omega$. c) între ce limite (minimă și maximă) ale rezistenței R_x se poate folosi această conexiune, dacă impedanța necunoscută are $R_{sonde+terminale} = 100 m\Omega, C_p = 20 pF, f = 100 kHz$, și se impune ca eroarea sistematică să nu depășească 1%.

(5) (a) Pentru o punte Wheatstone, tensiunea de dezechilibru are valorile $U_{d1} = -11$ mV pentru $R_{4.1} = 1,011\text{k}\Omega$ și $U_{d2} = 11\text{mV}$ pentru $R_{4.2} = 0,989\text{k}\Omega$. Determinați valoarea rezistenței $R_{4.0}$ pentru a aduce puntea la echilibru. Se știe că $U_d = E \cdot S \cdot \sigma$, iar $\sigma = (R_4 - R_{4.0})/R_{4.0}$. **(b)** Comparați, ca ordin de mărime, factorii de calitate ai bobinelor și condensatoarelor.

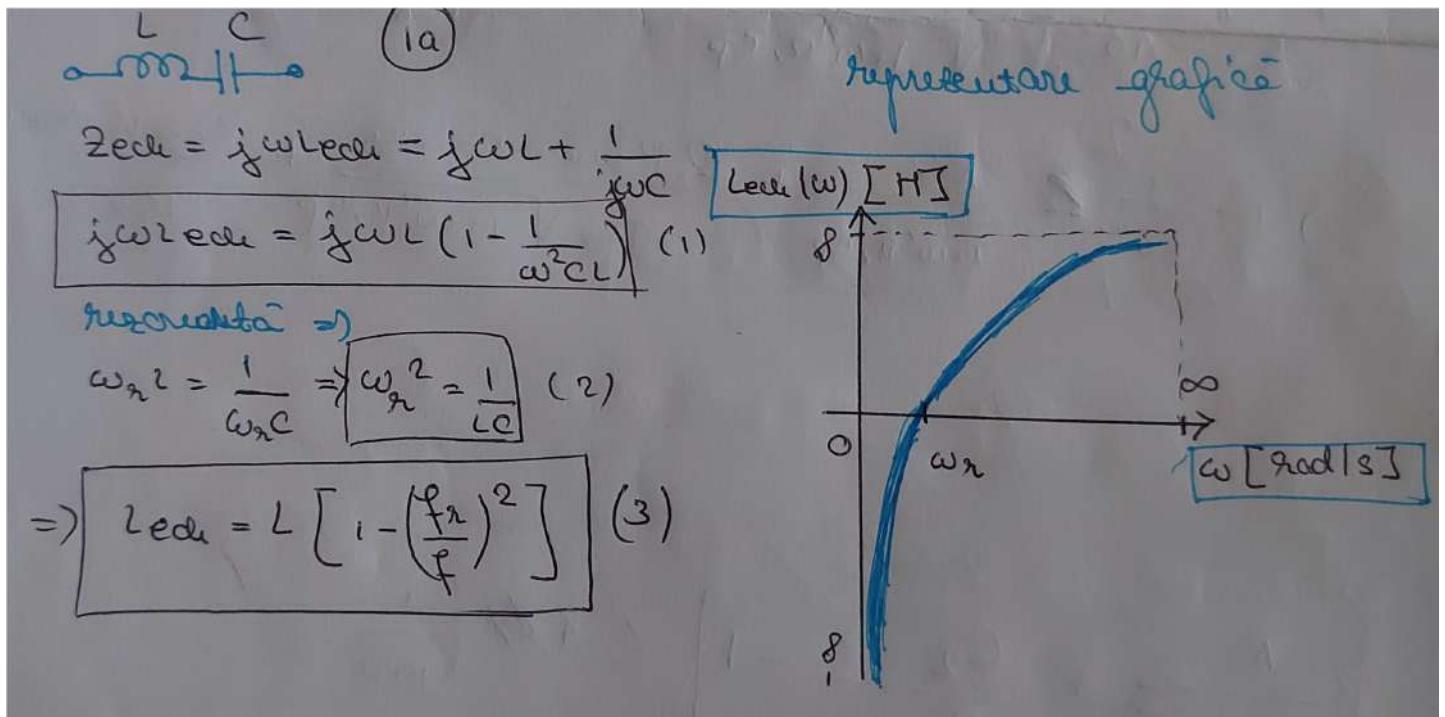
GRILĂ CORECTARE

QUIZ 5 – măsurarea impedanțelor – indicații

(1) Să se determine și să se reprezinte grafic în funcție de ω următoarele: (a) L echivalent pentru un grup LC serie; (b) C echivalent pentru un grup LC serie; (c) L echivalent pentru un grup LC paralel; (d) C echivalent pentru un grup LC paralel.

indicații

- Puteți consulta și pag. 19 a *.pdf*-ului [IMH].
- Inserez rezolvarea mea de la punctul (a)



- pentru grupările paralel, vă va fi mai comod să scrieți Y_{ech} , în loc de Z_{ech} .

(2) Se măsoară o bobina la 2 frecvențe $f_1 = 12$ kHz și $f_2 = 14$ kHz și se găsesc valorile $L_1 = 12$ mH și $L_2 = 14$ mH. Determinați valoarea reală a lui L (la frecvențe joase), precum și capacitatea parazită a bobinei.

indicații

- Puteți consulta și pag. 11 a *.pdf*-ului [IMH] – general inductor (bobină).
- Pentru că rezistența parazită nu a fost menționată, aceasta are valoare neglijabilă în abordarea acestei aplicații.
- Inserați schema folosită (captură de ecran).
- Scrieți admitanța echivalentă, Y_{ech} , la cele două frecvențe.
- Rezolvați sistemul de ecuații rezultat.
- Determinați C_p și L.
- Comentați ordinele de mărime ale valorilor obținute.

(3) Calculând elementele unei surse în comutație de laptop care funcționează la $f = 200$ kHz, se determină că modulul impedanței condensatorului de filtraj nu trebuie să depășească 50 mΩ. Să se calculeze ESR maxim a unui condensator (presupus neinductiv) având $C = 150$ μF care poate fi folosit în această sursă.

indicații

- Căutați ‘ESR’ în [IMH].
- Inserați în rezolvare o captură de ecran cu modelul impedanței pe care o folosiți.
- Calculați $Z_{ech.}$.
- Determinați $|Z_{ech.}|$.
- Enunțul cere ca $|Z_{ech.}| \leq 50 \text{ m}\Omega \Rightarrow \text{ESR}$.

(4) Pentru conexiunea 2T, determinați: (a) erorile sistematice, dacă $R_{sonde + terminale} = 100 \text{ m}\Omega$ pentru $R_{X1} = 2 \Omega$, $R_{X2} = 2 \text{ k}\Omega$. (b) erorile sistematice, dacă $C_p = 20 \text{ pF}$, $f = 100 \text{ kHz}$, pentru $R_{X1} = 1 \text{ M}\Omega$, $R_{X2} = 1 \text{ k}\Omega$. c) între ce limite (minimă și maximă) ale rezistenței R_x se poate folosi această conexiune, dacă impedanța necunoscută are $R_{sonde + terminale} = 100 \text{ m}\Omega$, $C_p = 20 \text{ pF}$, $f = 100 \text{ kHz}$, și se impune ca eroarea sistematică să nu depășească 1%.

indicații

- După cum știți, deja, la măsurarea 2T (folosind 2 terminale – pentru aparatul de măsură), la valoarea reală a componentei (impedanței) se va adăuga și valoarea cablurilor de măsură.
- O imagine reprezentativă pentru aceasta este în Fig. 1.

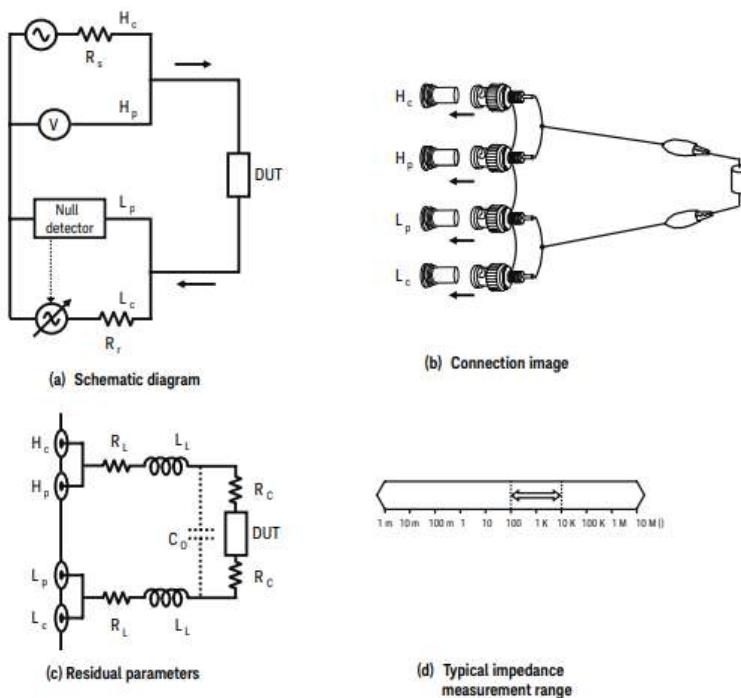


Fig. 1. Configurația 2T (două terminale) [IMH].

- eroarea sistematică comisă de aparatul care folosește 2T, este, deci:

$$\epsilon = 100 \cdot \frac{Z_{măsurat} - Z_{nominal}}{Z_{nominal}} [\%] = 100 \cdot \frac{Z_{măsurat} - Z_x}{Z_x} [\%] \quad (1)$$

- pentru punctul (c) avem o rezistență R_x care este DUT (vezi lista de acronime de mai jos).
- Ne uităm în Fig. 1. și observăm că enunțul ne dă valori doar pentru C_p și R_c . Cele două sunt $C_p = 20 \text{ pF}$ și $R_{sonde + terminale} = 100 \text{ m}\Omega$. Iar frecvența la care se face măsurătoarea este $f = 100 \text{ kHz}$.
- Scriem, deci,

$$Z_{ech} = (R_x + R_c) \text{ paralel } C_0 = \frac{(R_x + R_c)}{1 + j\omega C_0 (R_x + R_c)} \quad (2)$$

(verificați această relație!)

- și se impune ca eroarea sistematică să nu depășească 1%. Din (1) și din (2):

$$\varepsilon = 100 \cdot \left[\frac{R_x + R_c}{R_x \sqrt{1 + \omega^2 (R_x + R_c)^2 C_0^2}} - 1 \right] \% \leq 1 \% \quad (3)$$

- soluțiile acestei inecuații ne dau limitele lui R_x .
 - Din Fig. 1 (d), observăm că domeniul de măsură este de la câteva sute de Ω la câteva zeci de $k\Omega$.
-

(5) (a) Pentru o punte Wheatstone, tensiunea de dezechilibru are valorile $U_{d1} = -11 \text{ mV}$ pentru $R_{4,1} = 1,011 \text{ k}\Omega$ și $U_{d2} = 11 \text{ mV}$ pentru $R_{4,2} = 0,989 \text{ k}\Omega$. Determinați valoarea rezistenței $R_{4,0}$ pentru a aduce puntea la echilibru. Se știe că $U_d = E \cdot S \cdot \sigma$, iar $\sigma = (R_4 - R_{4,0})/R_{4,0}$. (b) Comparați, ca ordin de mărime, factorii de calitate ai bobinelor și condensatoarelor lor.

indicații

- $U_{d1} = E \cdot S \cdot \sigma_1$
 - $U_{d2} = E \cdot S \cdot \sigma_2$
-
- $U_{d1}/U_{d2} \Rightarrow R_{4,0}$.
- căutați (ctrl+F) ‘quality factor’ în [IMH].
-

Acronime

DUT – Device Under Test – Dispozitiv testat

Bibliografie

[IMH] Impedance Measurement Handbook - A Guide to Measurement Technology and Techniques 6th Edition, Application Note, Keiseight Technologies, disponibil, pe 13.12.2021, la <https://www.keysight.com/zz/en/assets/7018-06840/application-notes/5950-3000.pdf?success=true>.

QUIZ 4 – măsurarea tensiunilor – indicații

(1) Un voltmetru numeric are 4 ½ digiți, $V_{CS}=20$ V. Calculați: (a) rezoluția pe această scară; (b) numărul de biți echivalenți ai CAN folosit; (c) ENOD al voltmetrului bazat pe CAN cu același V_{CS} și numărul de biți de la (b) rotunjit la următoarea valoare întreagă.

- voltmetrul are 4 ½ digiți → înseamnă că afişajul său arată, conform [AfisajVoltmetru], astfel, pentru numărul maxim afişat pe display-ul DMM-ului:

+	1	9	9	9	9
---	---	---	---	---	---

mV

→ $counts = 20000$ [TutorialDMM].

- DMM-urile folosesc codurile MS (mărime și semn) [SignMagnitude].
- Poziția punctului zecimal (the decimal dot) este stabilită prin selectarea scării. În cazul nostru,

+	1	9.	9	9	9
---	---	----	---	---	---

V

pentru că V_{CS} este 20 V. Tensiunea capăt de scară a fost selectat să fie 20 V.

- PCB-ul unui DMM de buzunar poate fi găsit în [DMMsPCB].

(a) Rezoluția (resolution) – cea mai mică valoare a semnalului care poate fi afișată pe o anumită scară [TutorialDMM].

+	1	9.	9	9	9
---	---	----	---	---	---

V

→ cea mai mică valoare afișabilă, pe această scară, este 0.001 V.

Deci, $\delta V = 100 \text{ mV}$, pe scară cu $V_{CS} = 20 \text{ V}$, pentru multimetrul cu 4 ½ digiți.

(b) numărul de biți echivalenți ai CAN folosit?

- avem $N = 4 \frac{1}{2}$ digiți.
- CAN-ul ‘știe’ limbajul bițiilor, nu al digitilor.
- Deci, câți biți, n , corespund la N digiți?
- $N = 4 \frac{1}{2}$ digiți → numărul maxim din numărătorul intern DMM-ului este $N_{max} = 19999$. Ce putere a lui 2 corespunde lui N_{max} ?

→ numărul de biți echivalenți ai ADC-ului folosit în DMM-ul considerat este **$n =$**

Numărul de biți se rotungește la valoarea imediat următoare!

(c) ENOD al voltmetrului bazat pe CAN cu același V_{CS} și numărul de biți de la (b) rotunjit la următoarea valoare întreagă.

$$10^{N_{max}} = 2^n$$

(2) Manualul voltmetrului numeric GW-Insteak din laborator specifică precizia pe scară de 5 V (valoare maximă indicată: 4.9999, adică 4 4/5 digiți) ca fiind 0.03 % + 3, cu semnificația “ \pm (percentage of reading + digits)”. Determinați: (a) rezoluția pe această scară; (b) eroarea relativă maximă cu care se măsoară o tensiune $UX = 2.45$ V pe

această scară; (c) eroarea absolută corespunzătoare lui (b); (d) să se determine clasa de precizie a aparatului pe această scară.

SOLUȚIE

- căutând pe internet GW-Insteck 4 4/5 digits DMM am găsit [GDM8342], de unde putem vedea foaia de catalog (*datasheet-ul*) a multimetrului, ca să înțelegem specificațiile.
- Pe noi ne interesează, dintre acestea:
 - informația că avem 50000 de counts (informație echivalentă cu $N = 4$ 4/5 digits).

semn	4	9	9	9	9
------	---	---	---	---	---

mV

- precizia (accuracy):

$$\text{Accuracy : } \pm (\% \text{ of reading} + \text{digits})$$

- Precizia (accuracy) reprezintă, conform [Keythley], gradul de incertitudine inherentă măsurării cu un anumit instrument, în condiții date (de temperatură, durată de la calibrare, umiditate etc.). Altfel spus, este măsura în care valoarea afișată diferă de valoarea adevărată (eroarea). Este un parametru de performanță pentru instrument. Tipic, este exprimată ca $\pm(gain\ error + offset\ error)$ [%].

(a) rezoluția pe această scară

scara cu $V_{CS} = 5$ V, pentru un DMM cu afișaj de 4 4/5 digiți implică o cea mai mică valoare afișabilă de 0.0001 V. Adică, rezoluția pe această scară este $\delta V = 100$ uV.

(b) eroarea relativă maximă cu care se măsoară o tensiune $U_x = 2.45$ V pe această scară;

eroarea relativă maximă cauzată de citirea pe afișaj și de către rezoluția aparatului este dată de:

$$e = \pm (gain\ error + offset\ error) \Leftrightarrow e = \pm (\% U_x + digits \cdot \delta V) \quad (2.1)$$

(c) eroarea relativă corespunzătoare lui (b)

legătura dintre o eroare relativă și o eroare absolută la măsurarea acelieiși mărimi.

(d) să se determine clasa de precizie a aparatului pe această scară.

- Clasa de precizie, C , a DMM-ului pe scara cu V_{CS} se poate afla din:

$$e = \pm (\varepsilon_r \cdot U_x + C \cdot U_{CS}) \quad (2.2)$$

(3) Pentru voltmetrul de c.a. cu 3 borne din Fig. 1 (stânga) să se determine CMRR|dB la frecvențele (a) 100 kHz, (b) 50 Hz și (c) în curent continuu, cunoscând valorile componentelor parazite: Z_1 este format din $R_1 = 100$ MΩ || $C_1 = 2nF$ și Z_2 este format din $R_2 = 500$ MΩ || $C_2 = 50pF$. Rezistențele cablurilor/bornelor de legătură $R_a = R_b = 15$ Ω.

Indicații

- încercăm să înțelegem Fig. 1.
- avem de măsurat tensiunea continuă E_n (indicele n este de la normală). Aceasta este sursa de măsurat având potențialul de referință (împământarea) V_{GS} (Ground Voltage of the Source).
- Instrumentul (voltmetrul) pe care îl folosim pentru a măsura are împământarea V_G și impedanța Z_V foarte mare (ideal e infinită, după cum știți, deja).
- Între bornele Hi și Lo de măsură ale voltmetrului și sursa de măsurat apar rezistențele de legătură R_a și R_b .
- Carcasa voltmetrului duce la apariția unor rezistențe și a unor capacitații, numite, aici, Z_1 și Z_2 .
- Z_1 este impedanța dintre borna Lo și GND, iar Z_2 este impedanța dintre borna Hi și GND.

- Capacitățile din aceste impedanțe (nedorite) sunt proporționale cu aria suprafețelor între care se formează. Pentru că aria L_0 este aria unui plan de masă, are aria foarte mare. Prin urmare $C_1 \gg C_2$.
- Astfel:

$$Z_1 = R_1 \text{ paralel } \frac{1}{j\omega C_1} \rightarrow |Z_1| = \frac{R_1}{\sqrt{1 + (\omega R_1 C_1)^2}} \quad (3.1)$$

- scrieți și $|Z_2|$!
- E_{cm} este tensiunea de mod comun care apare din cauza diferenței de potențial dintre cele două împământări,

$$E_{cm} = V_{GS} - V_{GI} \quad (3.2)$$

- E_{cm} va cauza o tensiune de mod continuu (deci va afecta măsurarea lui E_n ; și nu vrem asta!):

$$U_{nm} = \frac{E_{cm} \cdot R_b}{R_b + |Z_1|} \quad (3.3)$$

- Pentru că este o tensiune de care vrem să scăpăm, U_{nm} (normal mode voltage), vom folosi abilitatea aparatului nostru de măsură de a o rejepta, CMRR = common mode rejection ratio:

$$CMRR = 20 \lg \frac{E_{cm}}{U_{nm}} = 20 \lg 1 + \frac{|Z_1|}{R_b} \quad (3.4)$$

- urmează calculele, ... your turn :)
- puteți arunca o priire și în [Floating Measurement] sau alte documente pe care le găsiți pe Internet pe subiectul acesta.

(4) Pentru voltmetrul din Fig. 1 (stânga): (a) să se calculeze eroarea absolută comisă din cauza CMRR, știind că între cele 2 prize de pământ există o diferență de potențial $V_{GS} - V_{GI} = 50V$ la $f = 50Hz$. Indicație: eroarea absolută este tocmai tensiunea echivalentă pe mod normal, produsă de tensiunea perturbatoare pe mod comun: $CMRR = U_{MC}/U_{ech\ MN}$; (b) știind că scara de măsură este 2 V, să se dimensioneze numărul de cifre astfel încât eroarea precedentă să nu fie mai mare de 4 unități ale ultimei cifre (4 counts).

Indicații

- folosesc (3.2) – (3.4)

$$N = \lg N_{max} = \lg \frac{V_{CS}}{\delta V}, \quad (4.1)$$

unde N este numărul de săgeți pe afișajul voltmetrului, N_{max} este numărul maxim din numărătorul din structura acestuia (vorbim despre un voltmetru numeric), V_{CS} este tensiunea de cap de scară, δV este zgromotul suprapus peste tensiunea de măsurat (adică U_{nm} în acest caz). U_{nm} este cea determinată la (a).

- atenție! Nu alegeți un voltmetru cu N săgeți, dacă puteți alege un afișaj de forma $N \frac{1}{2}$ săgeți, $N \frac{3}{4}$ săgeți sau $N \frac{4}{5}$ săgeți!

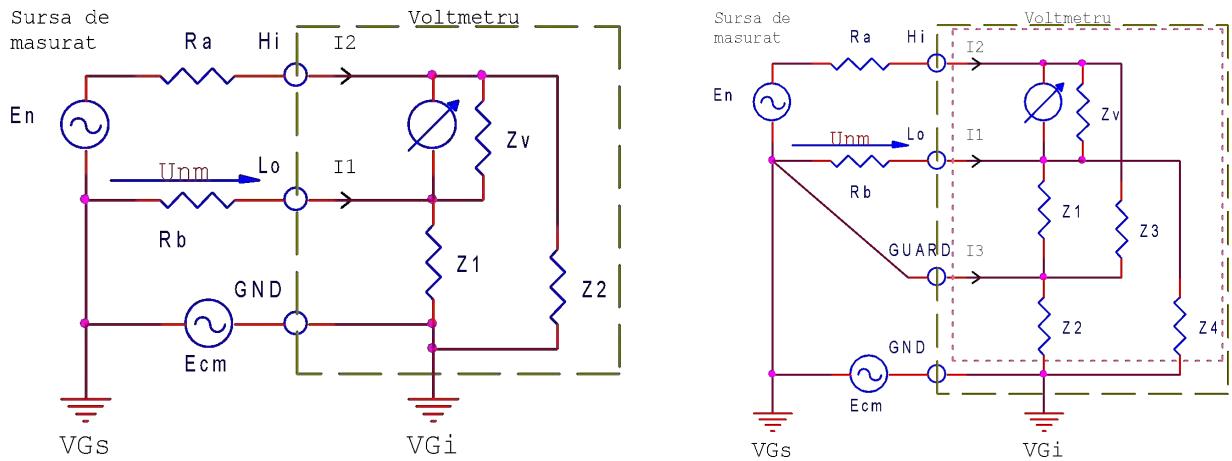


Fig. 1. Conexiuni ale sursei de măsurat la bornele voltmetrului.

Bibliografie

[AfisajVoltmetru] What are digits, accuracy, and resolution with a DMM, Keysight Technologies Keysight Blogs Search Blogs, Bernard Ang, Product Marketing, 2019, online pe 13.12.2021 la https://blogs.keysight.com/blogs/tech/bench.entry.html/2019/01/02/what_are_digits_acc-lInJ.html.

[SignMagnitude] Signed number representations, Wikipedia, online pe 13.12.2021 la https://en.wikipedia.org/wiki/Signed_number_representations#Signed_magnitude_representation.

[TutorialDMM] EEVblog #26 - Multimeter Tutorial - Counts, Accuracy, Resolution & Calibration, 2009, disponibil pe 13.12.2021 la https://www.youtube.com/watch?v=U4JFeU-o2kc&ab_channel=EEVblog.

[DMMsPCB] Electrical Engineering, Stack Overflow for Teams – Collaborate and share knowledge with a private group, How to read the position of the decimal point with this multimeter?, 2019, online pe 13.12.2021 la <https://electronics.stackexchange.com/questions/461705/how-to-read-the-position-of-the-decimal-point-with-this-multimeter>.

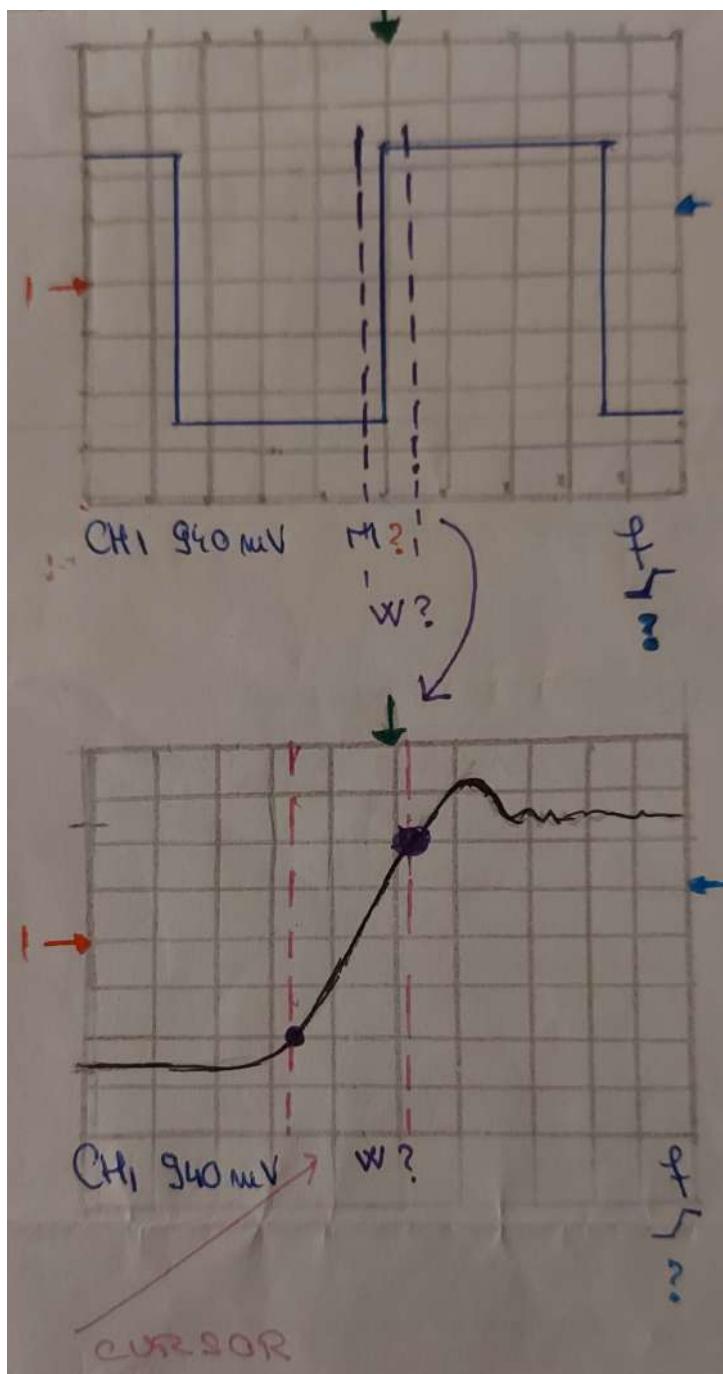
[GDM8342] GDM-8342 USB Bench Digital Multimeter, 1 kV, 10 A, 4.75 Digit; disponibil pe 13.12.2021 la <https://uk.farnell.com/gw-insteek/gdm-8342-usb/digital-multimeter-bench-4-3-4/dp/2460258>.

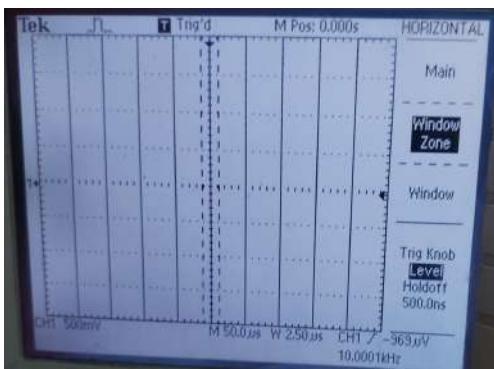
[FloatingMeasurement] Fundamentals of Floating Measurements and Isolated Input Oscilloscopes Application Note, Tektronix, disponibil, pe 13.11.2021 la <https://assets.testequity.com/tel/Documents/pdf/floating-measurements-fundamentals.pdf>.

Laborator osciloscopul + măsurarea tensiunilor

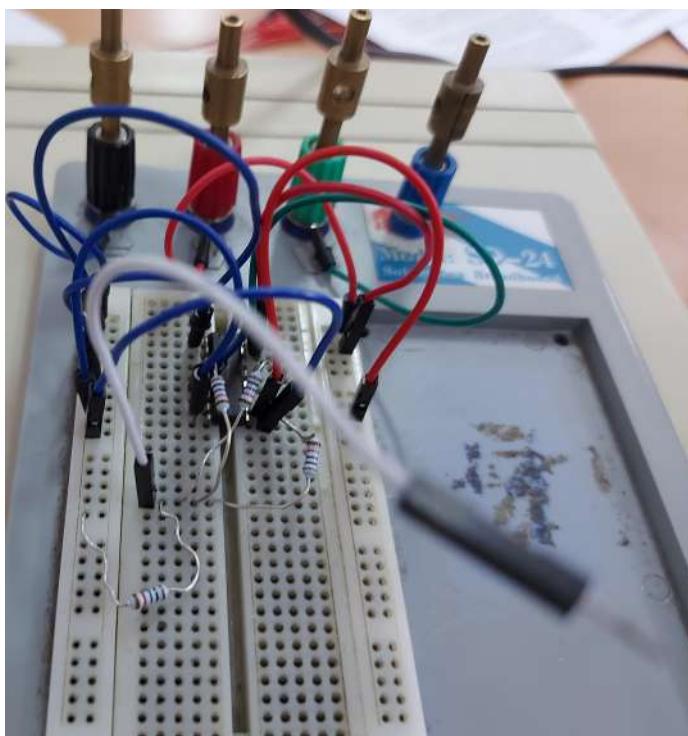
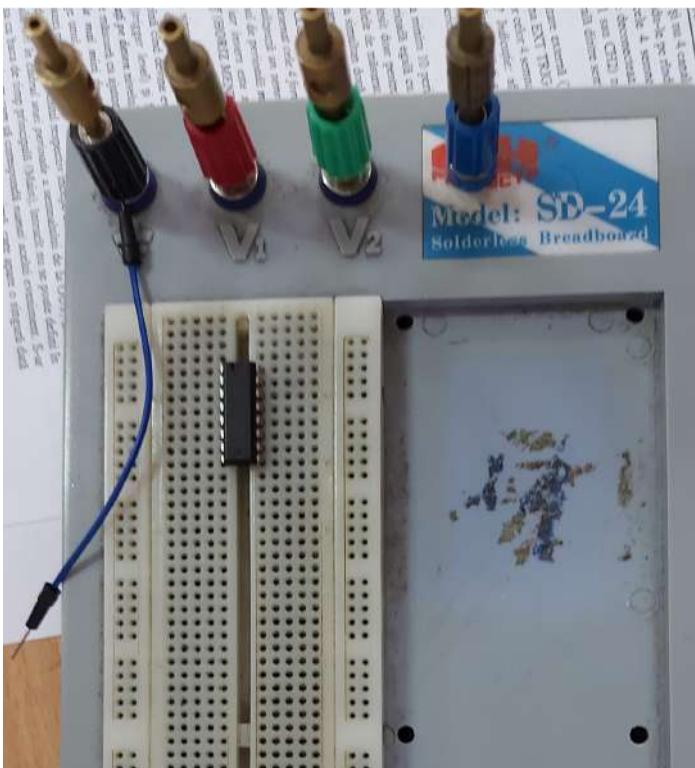
Desfăşurarea lucrării

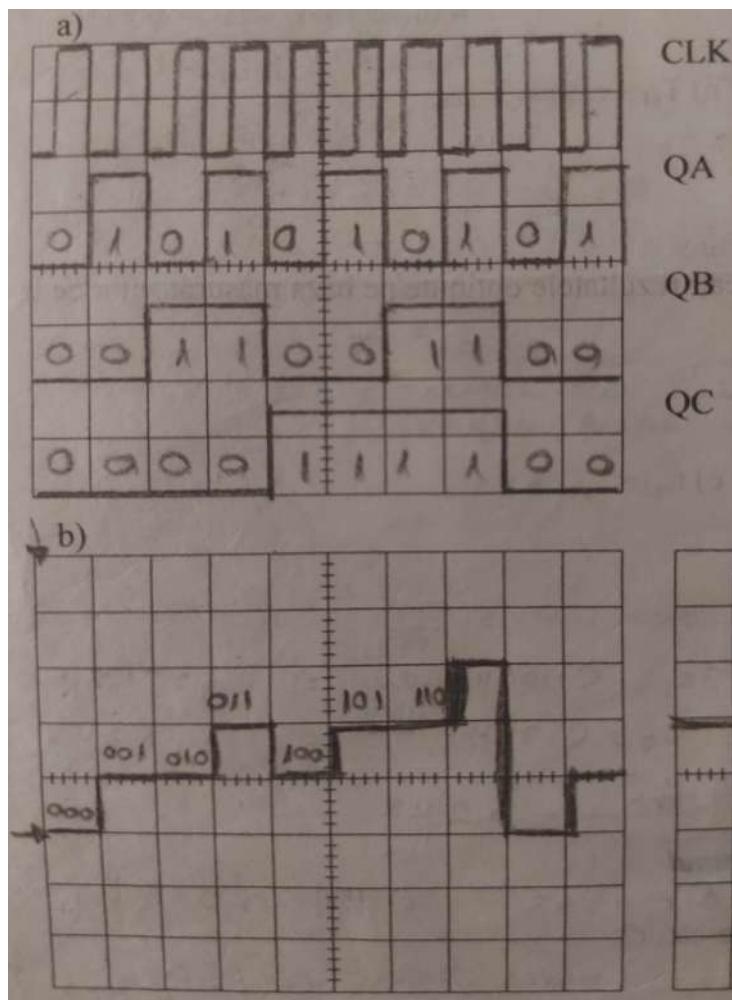
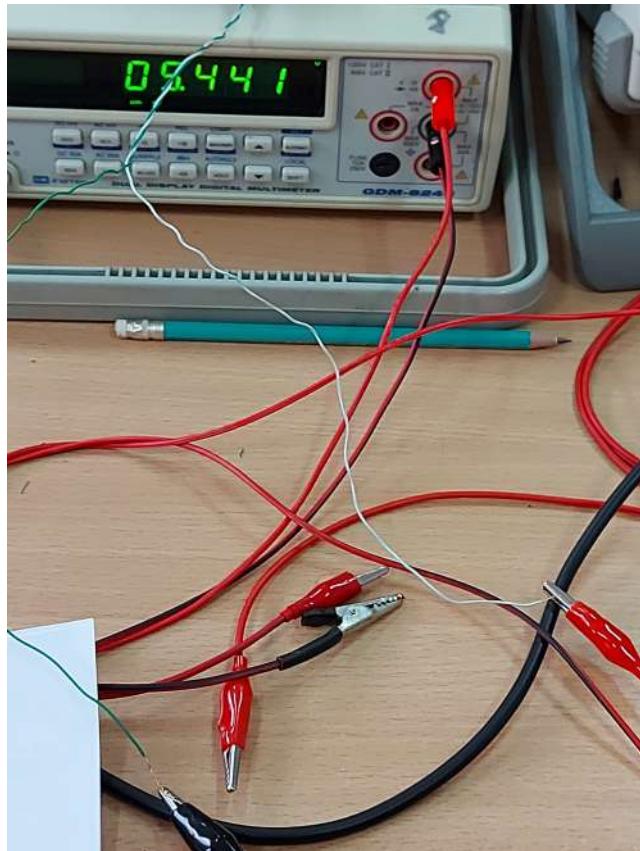
(A)





(B)





Măsurarea impedanțelor – IEM, seria 3E

Table of Contents

29.11.2022.....	1
Aplicația 29-11-2022-1.....	1
Aplicația 29-11-2022-2.....	1
Aplicația 29-11-2022-3.....	1
Aplicația 29-11-2022-4.....	2
Aplicația 29-11-2022-5.....	2
Aplicatia 29-11-2022-6.....	3
Aplicatia 29-11-2022-7.....	3
BIBLIOGRAFIE.....	5

Aplicația 29-11-2022-1.

Calculând elementele unei surse în comutație de laptop care funcționează la $f=200\text{ kHz}$, se determină că modulul impedanței condensatorului de filtraj nu trebuie să depășească $50\text{ m}\Omega$. Să se calculeze ESR maxim a unui condensator (presupus neinductiv) având $C=150\text{ }\mu\text{F}$ care poate fi folosit în această sursă. ESR = Equivalent Series Resistance. *Sugestie: Vedeti pag. 87-93 ale [IMH].*

Aplicația 29-11-2022-2.

Atunci când componenta care se măsoară (DUT = Device Under Test) este bobină sau condensator, ceea ce se măsoară, de fapt, este un grup LC. Dacă DUT = L, atunci C este parazit (C_p), dacă DUT = C, atunci L_p . Dacă aparatul de măsură lucrează la frecvențe joase (mai mici decât SRF, măsurăm Lech, dacă frecvențe înalte (mai mari decât SRF), Cech. Frecvența de rezonanță (SRF = Self Resonant Frequency) este $\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}$). Determinați

Lech și Cech pentru gruparea serie a unui inductor de 2.2 mH și un condensator de 100 nF (valori nominale, măsurate la 1 kHz), dacă variem frecvența LCR-metrului conform Tabelului I. *Sugestie: Vedeti pag. 87-93 ale [IMH] și platforma [Laborator5IEM].*

Tabelul I. Măsurarea unui grup LC serie.

$f\text{ [kHz]}$	1	5	10	12	15	18	20	50	100
Lech									
Cech									

Aplicația 29-11-2022-3.

Dată fiind ohmetrul cu indicator analogic din Fig.1, (a) determinați relația dintre rezistență necunoscută și elementele instrumentului. (b) precizați dezavantajul major al schemei. Demonstrați relația (1). *Sugestie: Vedeti pag. 22-24 ale [IMH].*

$$R_x = \frac{E}{I_{cs}} \left(\frac{I_{cs}}{I} - 1 \right) \quad (1)$$

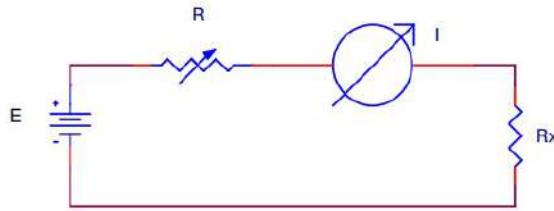


Fig. 1 Ohmetru cu indicator analogic. Schemă bloc.

Aplicația 29-11-2022-4.

Dat fiind ohmetrul electronic din Fig.2, (a) determinați relația dintre rezistența necunoscută și elementele instrumentului. (b) precizați avantajul major al schemei. Demonstrați (2). *Sugestie: pag. 22-24 ale [IMH].*

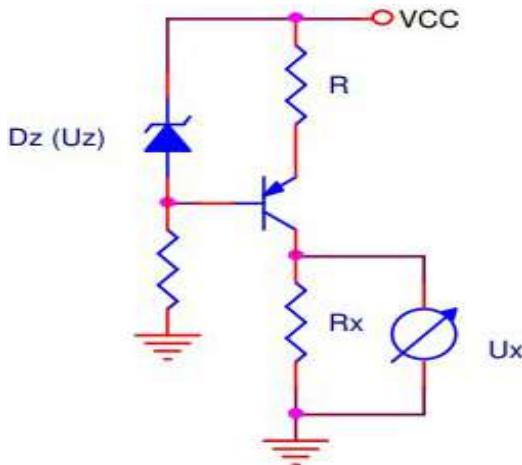


Fig. 2. Ohmetru electronic (liniarizat). Schemă bloc.

$$R_x = U_x / I \quad (2)$$

Aplicația 29-11-2022-5.

Dat fiind ohmetrul electronic cu AO din Fig.3, (a) determinați relația dintre rezistența necunoscută și elementele instrumentului. (b) precizați avantajul major al schemei. Demonstrați (3).

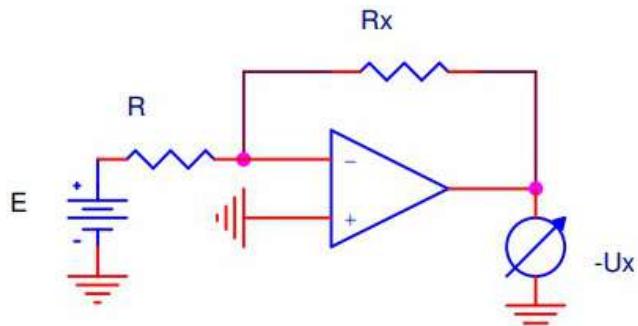


Fig. 3. Ohmetru electronic (liniarizat). Schemă bloc.

$$R_x = R u_x / E \quad (3)$$

Aplicatia 29-11-2022-6

Dată fiind puntea Wheatstone din Fig.4, (a) determinați relația dintre rezistență necunoscută și elementele instrumentului. (b) precizați dezavantajul major al schemei. **Sugestie:** $U_d = S\sigma E$, $\sigma = \Delta R_x/R_x$, $S = A/(1+A)^2$, $A = R_1/R_2$

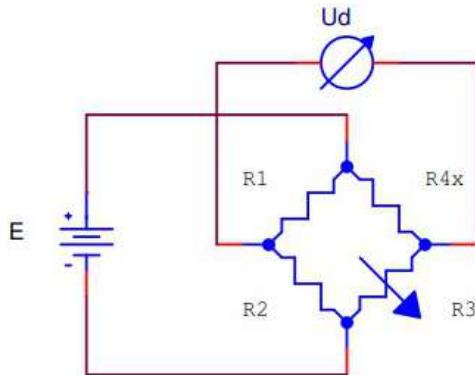


Fig. 4. Punte Wheatstone.

Aplicatia 29-11-2022-5.

Folosind pag. 25-29 ale [IMH], rezolvați cerința: Se dă schema de măsurare *in situ* din Fig. 5 (stanga), în care $Z_x = 100\Omega$, iar $R_1 \dots R_6 = 6.8K$. Cele 4 borne de măsură corespund unui LCR-metru ABB. Măsurarea se face în c.c. Schema etajului de intrare în LCR-metru este cea din Fig. 5 (dreapta). (a) Ce înseamnă măsurare *in-situ*? (b) Ce înseamnă ABB? (c) desenați schema echivalentă de măsură, cu și fără adăugarea conexiunii sub formă liniei îngroșate. (b) calculați eroarea relativă de măsură în cazul în care această conexiune nu se adaugă. (d) calculați eroarea relativă în cazul în care această conexiune se adaugă, iar sursa de alimentare din ABB (borna Hp) are o rezistență internă de 50Ω . Puteți folosi și informația dată de Fig. 6.

Aplicatia 29-11-2022-6

Interpretând informația din Fig. 3-2, 3-3, ..., 3-8 din [IMH] (pag. 43 - 48), și rezolvând punctele (a) – (d), justificați necesitatea măsurării 3T/4T pentru anumite *domenii* ale R_x sau Z_x . (a) calculați eroarea sistematică la măsurarea 2T pentru $R_X = 1\Omega$, dacă $R_{sonda+terminal+contact} = 50m\Omega$; (b) idem, pentru $R_X = 1K\Omega$; (c) calculați eroarea sistematică la măsurarea 2T pentru $R_x = 1M\Omega$, dacă $C_p = 50 pF$, $f = 1MHz$; (d) idem, pentru $R_x = 1K\Omega$.

Aplicatia 29-11-2022-7

Se dă schema de ohmetru realizat cu AO din Fig. 6 (similară cu cea din lab. 5). Tensiunea de alimentare este $V_{CC} = 12 V$. a) Știind că valoarea rezistenței R_x este citită pe voltmetrul V1, să se calculeze R_1 pentru a obține o constantă de conversie de $1V/K\Omega$. b) să se calculeze $R_{x CS}$ în condițiile date. Pentru AO dat, tensiunea de ieșire poate ajunge între $0V$ (față de tensiunea de la pinul 4) și $V_{CC} - 1.25V$ (față de tensiunea de la pinul 8). c) modificați valorile R_3 , R_4 a.i. fără nici o altă modificare a schemei, să avem un $R_{x CS} = 10K\Omega$.

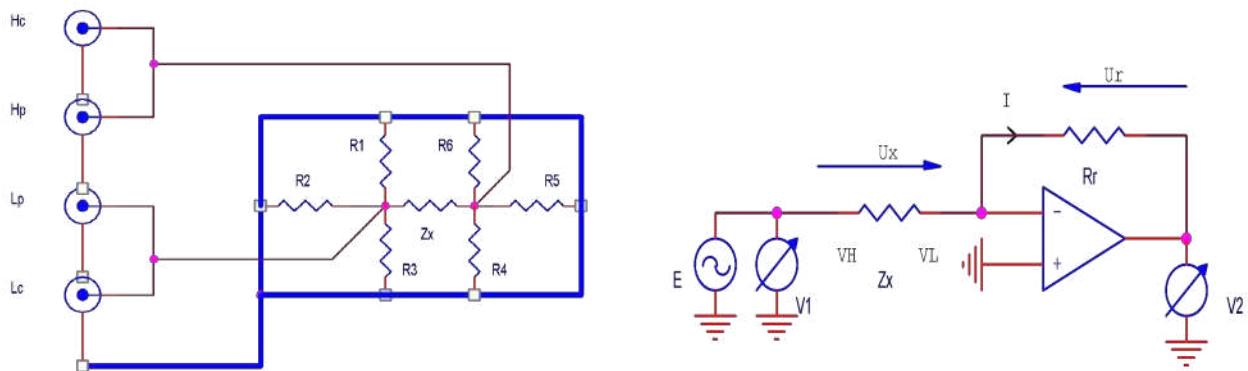


Fig. 5. Masurarea in-situ - exemplu de măsurare tripolară (3T) a impedanțelor.

LCR Meter

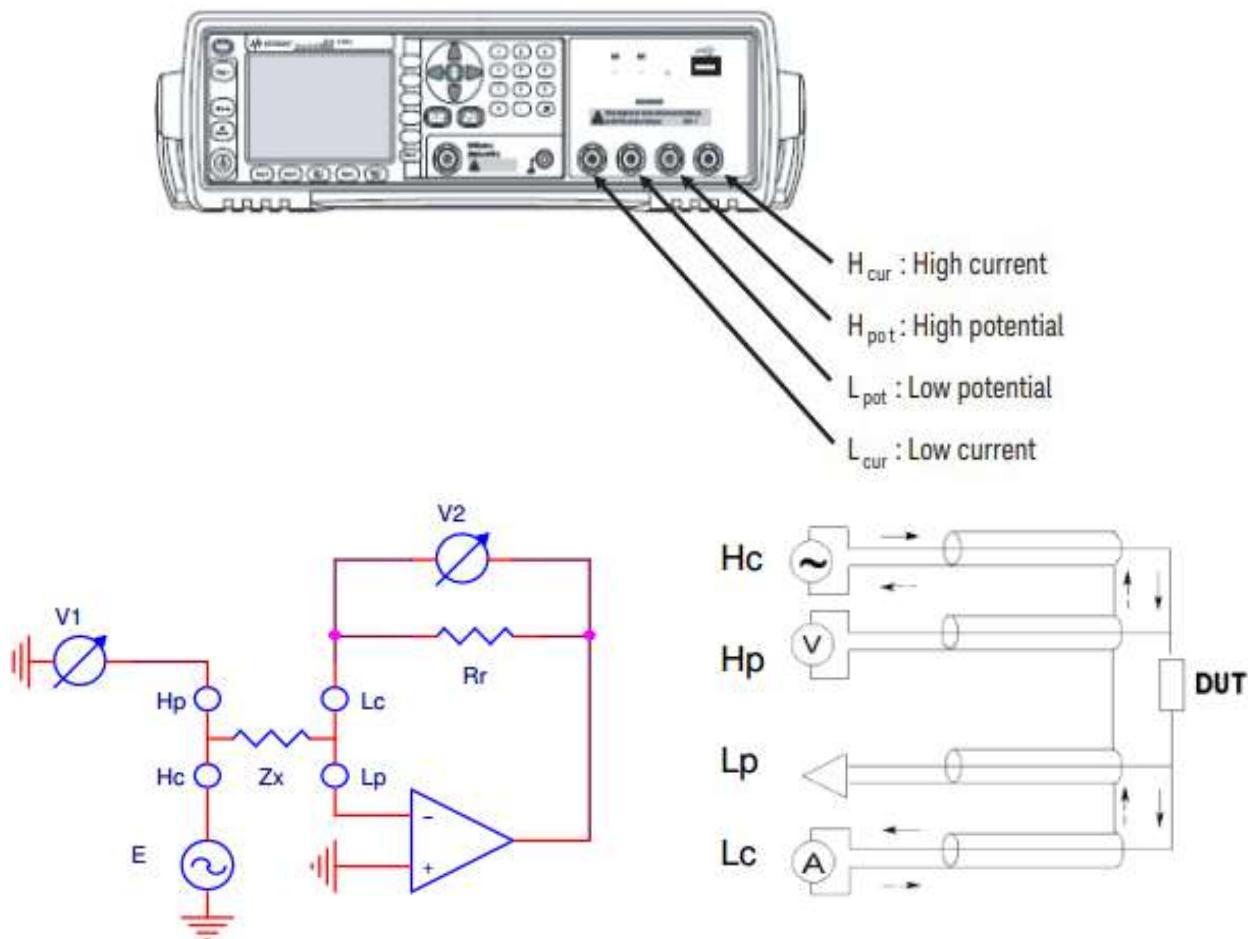


Fig. 6. Terminale de măsură ale instrumentului cu punte cu auto-echilibrare (LCR-metru).

Hc: High current, Hp: High potential; Lc: Low current, Lp: Low potential (punct virtual de masa pentru măsurarea tensiunii). (Fig. 3-1 în [KIH]). (Cele 4 puncte de conectare a DUT la LCR-metru).

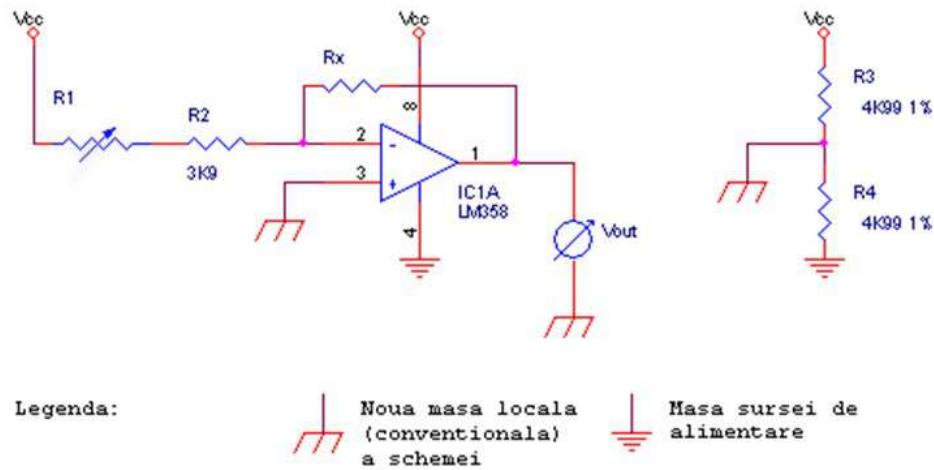


Fig. 7 Ohmetru realizat cu A.O.

BIBLIOGRAFIE

[IMH] Impedance Measurement Handbook, accesibil online pe 28.11.2022 la
<https://www.keysight.com/us/en/assets/7018-06840/application-notes/5950-3000.pdf?success=true>

[Laborator5IEM] [Lucrarea 5: măsurarea impedanțelor, fisa 5](#)

Capitolul 5. MĂSURAREA NUMERICĂ A TENSIUNILOR

4.1. Specificarea erorilor de măsură în foaia de catalog/ fișă tehnică (datasheet)

4.1.1. Legătura dintre “N” cifre ale DMM – “n” biți ai CAN. ENOD.

4.1.2. Precizie, rezoluție, sensibilitate

4.1.3. Moduri de specificare a preciziei; calculul erorii

APLICAȚIA 4.1.

Un voltmetru numeric are $4 \frac{1}{2}$ digiți. Tensiunea de capăt de scară, pentru scara utilizată, este $V_{CS} = 2V$. Calculați: (a) rezoluția pe această scară; (b) numărul de biți echivalenți ai CAN-ului folosit de către voltmetru; (c) ENOD al voltmetrului bazat pe CAN-ul cu același V_{CS} și numărul de biți de la (b) rotunjit la următoarea valoare întreagă.

Soluție

- $4 \frac{1}{2}$ digiți \rightarrow numărul maxim afișat de către voltmetru (numărătorul din voltmetru) este 19999.
- pentru exemplificare, în Fig. 4.1. este ilustrat *display-ul* unui multimetru digital (DMM) cu $5 \frac{1}{2}$ digiți, a cărui fișă tehnică o putem consulta în [FarnellFluke8808a].



Fig. 4.1. Multimetru Fluke 8808A [FarnellFluke8808a].

- Multimetru nostru are doar $4 \frac{1}{2}$ digiți.
- Observând afișajul din Fig. 4.1, constatăm că cea mai mică valoare (nenulă) pe care o poate indica acesta este 0.00001 V. Deci, $10 \mu V$. Aceasta este rezoluția. Este cea mai mică variație de tensiune pe care o poate sesiza acest voltmetru. O notăm, deci, cu ΔV . O precizare importantă este că și voltmetrul din Fig. 4.1 se află tot pe $V_{CS} = 2V$.
- **Care este rezoluția voltmetrului nostru? (a) Răspuns:** $\Delta V = \dots \dots \dots$
- Dacă voltmetrul din Fig. 4.1. s-ar fi aflat pe scara cu $V_{CS} = 20V$, rezoluția aparatului pe această scară ar fi fost $\Delta V = 0.0001 V = 100 \mu V$.
- Cât ar fi fost rezoluția voltmetrului pe scara de 200 mV? **Răspuns:** $0.001 mV = 1 \mu V$. Punctul zecimal este comutat automat la detectarea lui 0.2**** [V]. **De actualizat cu diferite modalități pentru detectarea punctului zecimal!** [Octaviana]

- CAN-ul folosit de voltmetru va lucra cu numărul de biți determinat de numărul maxim indicat de numărătorul din compunerea voltmetrului. În cazul nostru, $N_{max} = 19999$.
- Astfel $2^n = N_{max} = 10^N \rightarrow$ cu n numărul de biți (ai CAN-ului din compunerea voltmetrului) și N numărul de digiți (ai voltmetrului). Deci:

$$n = \log_2 N_{max} \quad (4.1)$$

- (b) În cazul nostru, $n = \log_2(19999) \sim 1 + \log_2(10^4) = 1 + 4 \cdot \lg(10)/\lg(2) = 1 + 4/0.3 = 14.33$ biți (**nu poate fi neîntreg!**)

- rotunjim la următoarea valoare întreagă. Nu există jumătate de bit! Deci, CAN-ul din voltmetrul nostru lucrează pe $n = 15$ biți.
- ENOD = Effective Number Of Digits.
- (c) Pentru $n = 15$ biți, $\text{ENOD} = \lg(2^{15}) = \lg(32768) = 4.51$ digiți. Aici nu rotunjim la următoarea valoare întreagă. Un digit poate lua valori $\{0, 1, \dots, 9\}$. Există și $\frac{1}{2}$ digiți, $\frac{3}{4}$ digiți. Vezi [FarnellFluke8808a], [34DigitalMultimeter], de exemplu.

$$\text{ENOD} = \lg(N_{\max}) = \lg(2^n) \quad (4.2)$$

- Ajungem, deci, la aceeași concluzie. Ne este suficient un DMM cu $4 \frac{1}{2}$ digiți.

DEFINITII

Precizia (accuracy) – măsura în care valoarea afișată diferă de valoarea adevărată (eroarea absolută, eroarea relativă).

Rezoluția (resolution) – cea mai mică valoare a semnalului care poate fi afișată pe o anumită scară.

Sensibilitatea (sensitivity) – cea mai mică variație a semnalului care poate fi detectată.

Notă. Sensibilitatea = rezoluția pe scara cea mai sensibilă.

APLICAȚIA 4.2.

Manualul voltmetrului numeric GW-Insteak din laborator specifică precizia pe scara de 5V (valoare maximă indicată: 4.9999, adică $4 \frac{3}{4}$ digiți) ca fiind $0.03 + 3$, cu semnificația " \pm (percentage of reading + digits)". (a) determinați rezoluția pe această scară; (b) calculați eroarea absolută maximă cu care se măsoară o tensiune $U_x = 2.45V$ pe această scară; (c) care este eroarea relativă corespunzătoare punctului anterior? (d) determinați clasa de precizie a aparatului pe această scară.

Soluție

- specificarea $\% \text{ din } U_x + \text{număr de cifre}$ corespunde cu specificarea mai generală $\% \text{ din } U_x + \% \text{ din } U_{CS}$, cu aplicabilitate la voltmetrele numerice (în timp ce varianta a două se aplică la orice fel de voltmetru), întrucât ultimul termen, în ambele cazuri, este o valoare constantă în gama de măsură; 3 digiți, aici, trebuie interpretat ca valoarea "3" pe ultima poziție de pe afișaj (digitul cel mai puțin semnificativ), adică, în cazul nostru, valoarea 0.0003V pe scara de 4.9999V.
- Pentru a înțelege vizual noțiunea de $\frac{1}{2}$ digit sau $\frac{3}{4}$ digit vedeți și [Eleshop].
- Modul de a specifica precizia de măsură a voltmetrului GW-Insteak este (aproximativ) același cu al voltmetrului [FarnellFluke8808a], așa cum arată Fig. 4.2.

Range	Full-Scale [5-1/2 Digits]	Input Characteristics			Input Impedance	
		Resolution				
		Slow	Medium	Fast		
200 mV	199.999 mV	1 μ V	10 μ V	100 μ V	$>10 \text{ G}\Omega^{\text{[1]}}$	
2 V	1.99999 V	10 μ V	100 μ V	1000 μ V	$>10 \text{ G}\Omega^{\text{[1]}}$	
20 V	19.9999 V	100 μ V	1000 μ V	10000 μ V	$10 \text{ M}\Omega \pm 1\%$	
200 V	199.999 V	1 mV	10 mV	100 mV	$10 \text{ M}\Omega \pm 1\%$	
1000 V	1000.00 V	10 mV	100 mV	1000 mV	$10 \text{ M}\Omega \pm 1\%$	

Notes:
[1] At some dual display measurements, the input impedance of 200 mV and 2 V ranges may be changed to $10 \text{ M}\Omega$.

Range	Uncertainty ^[1]		Temperature Coefficient/ $^{\circ}\text{C}$ Outside 18 – 28 $^{\circ}\text{C}$
	90 days	1 year	
	$23 ^{\circ}\text{C} \pm 5 ^{\circ}\text{C}$	$23 ^{\circ}\text{C} \pm 5 ^{\circ}\text{C}$	
200 mV	0.01 + 0.003	0.015 + 0.004	0.0015 + 0.0005
2 V	0.01 + 0.002	0.015 + 0.003	0.001 + 0.0005
20 V	0.01 + 0.003	0.015 + 0.004	0.0020 + 0.0005
200 V	0.01 + 0.002	0.015 + 0.003	0.0015 + 0.0005
1000 V	0.01 + 0.002	0.015 + 0.003	0.0015 + 0.0005

Notes:
[1] Uncertainty given as $\pm (\% \text{ of reading} + \% \text{ of range})$

Fig. 4.2. Specificarea erorii de măsură la voltmetrul Fluke 8808a de la Farnell. [FarnellFluke8808a].

(a) rezoluția este de $\Delta V = (5 - 4.9999) V = 100 \mu\text{V}$.

(b) Tensiunea măsurată este $U_x = 2.45$ V, iar capătul scării pe care se face măsurătoarea este $U_{CS} = 5$ V. Prin urmare, datează fiind specificare preciziei ca 0.03% reading + 3 digits, eroarea comisă la măsurarea tensiunii este:

$$e_{lim} = (0.03/100) \cdot 2.45 \text{ V} + 3 \cdot 100 \text{ uV} \rightarrow e_{lim} = 1.035 \text{ mV} = e_{abs}$$

(c) $\epsilon = (e_{lim}/U_x) \cdot 100 [\%] \sim 0.04 \%$

(d) $\epsilon_{RAPORTAT\bar{A}} = C [\%] = 100(e_{abs}/U_{CS}) = 103.5 \text{ mV}/5 \text{ V} [\%] \sim 0.02 \%$

Multe dintre definiții și relații de calcul pot fi regăsite în [METcPreda].

APLICAȚIA 4.3.

Un voltmetru numeric are 4 ½ digiti, $V_{CS}=20V$. Calculați: (a) rezoluția pe această scară. b) numărul de biți echivalenți ai CAN folosit. c) să se calculeze ENOD al voltmetrului bazat pe CAN cu același VCS și numărul de biți de la (b) rotunjit la următoarea valoare întreagă.

APLICAȚIA 4.4.

Pentru un DMM cu $V_{REF} = 20V$, $\Delta V = 100\mu V$ pe afișaj, dimensionați CAN.

APLICAȚIA 4.5.

Un tehnician îi ține locul inginerului proiectant pe partea digitală. El primește de la departamentul analogic informația că pragul de zgromot pentru noul voltmetru al fabricii este de $30 \mu V$ RMS. Întrucât tehnicianul consideră că 10 este o cifră rotundă, el alege să facă un afișaj cu 10 cifre. a) câte cifre va trebui să scoată de pe afișaj inginerul, atunci când ajunge la serviciu? Justificați! b) justificați alegerea optimă știind că numărul de cifre ale afișajului fizic poate să fie de forma N sau $N \frac{1}{2}$ sau $N \frac{3}{4}$ (nu doar varianta N). c) determinați pe câți biți trebuie să fie CAN folosit dacă se implementează varianta tehnicianului. d) determinați pe câți biți trebuie să fie CAN în cazul optim.

Indicație: În cazul cu zgromot analogic $U_{zg\ RMS} = \Delta V/\sqrt{12}$.

RMS = Root Mean Square (valoarea efectivă).

4.3. Rapoarte de rejecție: RRMC, RRS

RRS = Raportul de Rejecție (a perturbației) Serie;

RRMC = Raportul de Rejecție (a perturbației de) Mod Comun;

CAN DP = Convertor Analog-Numeric Dublă-Pantă.

APLICAȚIA 4.6.

Calculați RRS al unui voltmetru cu FTJ și CAN DP la $f = 50.1$ Hz, proiectat pentru România. $RC = 100$ ms.

Bibliografie

[FarnellFluke8808a] Farnell's Fluke 8808A digital multimeter, disponibil online la https://ro.farnell.com/fluke/fluke-8808a/multimeter-dig-bench-5-5-digits/dp/1503747?gross_price=true, pe 13.12.2020.

[34DigitalMultimeter] 3-3/4 DIGIT 4000 COUNT AUTORANGING DIGITAL MULTIMETER, disponibil online la <https://www.mecoinst.com/meco-product-details/334-digit-4000-count-autoranging-digital-multimeter>, pe 13.12.2020.

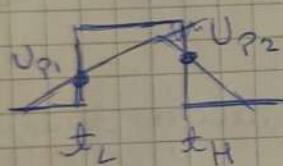
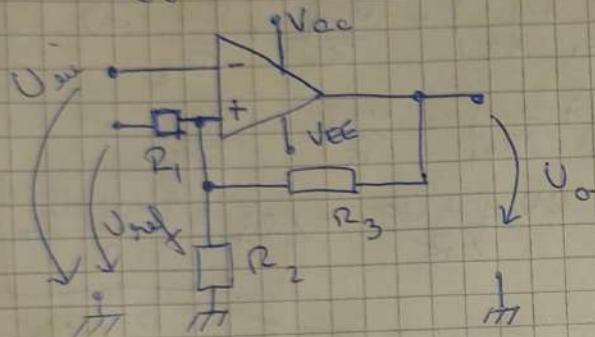
[Eleshop] Eleshop, Digits and counts explained, online pe 13.12.2022, la <https://eleshop.eu/knowledgebase/digits-counts/>.

[METcPreda] Conf. Radu Preda, Curs Măsurări în electronică și telecomunicații, Facultatea de Electronică, Telecomunicatii și Tehnologia Informației, disponibil la http://www.comm.pub.ro/preda/metc/slides/METc_Curs7.pdf, pe 13.12.2022.

TRANSISTORI / TRANSISTORI

pag. 1

- (A1) Un comparator cu bisturiș este utilizat pentru a genera comutările false ale semnalului de tip triangular în casul tărâțării unei tensiuni. Dacă $V_{TH} = 4,2 \text{ V}$ și U_{OL} , U_{REF} , $R_1 = R_2 = 3R_3$ se cunosc, determinați tensiunea de triggerare, $\Delta U_P = U_{P2} - U_{P1}$.



Soluție

high
low
task!

de înțelesă bisturiș?

$$\bullet \text{AO ideal} \Rightarrow i_+ = i_- = 0 \text{ A} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{U_{REF} - v_+}{R_1} = \frac{v_+ - 0 \text{ V}}{R_2} + \frac{v_+ - U_O}{R_3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_+ \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) = \frac{U_{REF}}{R_2} + \frac{U_O}{R_3}$$

$$\frac{1}{3R} + \frac{1}{3R} + \frac{1}{R} = \frac{5}{3R}$$

1

- comparatorul dinamic are trei stări:

$$\text{COMP} = \begin{cases} 1, & v_+ - v_- \geq 0 \text{ V} \\ 0, & v_+ - v_- < 0 \text{ V} \end{cases}$$

- comparatorul nester (se înțelesă):

$$\text{COMP} = \begin{cases} 1, & v_+ \geq U_{in} \\ 0, & v_+ < U_{in} \end{cases}$$

$$2 \quad \frac{5}{3} \cdot \frac{v_+}{R} = \frac{U_{REF} + 3U_O}{3R}$$

$$v_+ = f(U_O, U_{REF})$$

$$v_- = U_{in}$$

3

- în casul comportărilor cu bisturiș v_+ depinde de tensiunea semnalului de ieșire, $U_{P1} = U_{in} |_{U_O = 0}$,

$$U_{P2} = U_{in} |_{U_O = U_{OL}}, \text{ fiind preajma scăzută esențială}$$

- Tensiunea de triggerare: $\Delta U_P = U_{P2} - U_{P1}$

5

A₂ Seize componentele din figura, cu U_{OH}, U_{OL} , U_{REF} , $R_2 = 2R_1$
 și date, determinați cele 2 puncte, U_{P1} și U_{P2} .

Sursă, exercițiu 2, la lecția de joi
 - verificare logică din ① pentru exercițiu 2

$\Rightarrow \frac{U_{REF} - U_T}{R_1} = N + \frac{U_O}{R_2} \Rightarrow$
 $\Rightarrow N + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{U_{REF}}{R_1} + \frac{U_O}{R_2} \Rightarrow$
 $\Rightarrow N + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{2R_1} \right) = \frac{U_{REF}}{R_1} + \frac{U_O}{2R_1} \Rightarrow$
 $\Rightarrow N + \frac{3}{2R_1} = \frac{2U_{REF} + U_O}{2R_1} \Rightarrow N = \frac{2U_{REF} + U_O}{3}$

$U_{P1} = \frac{2U_{REF} + U_{OL}}{3}$
 $U_{P2} = \frac{2U_{REF} + U_{OH}}{3}$

$U_P = \frac{U_{P1} + U_{P2}}{2}$ puncte esențiale 7

A₃ Dacă $U_{OH}, U_{OL}, SR, U_{REF}$ și $R_1 = 2R_2$, determinați timpul de crestere t_c și unui picet dupăcare din creșterea comparaționalui.

Sursă
 • SR este Slope-Rate, variația termului U_C în timp
 $SR = \text{marea } \left\{ \frac{dU_C}{dt} \right\} = \frac{U_{OH} - U_{OL}}{t_{HR} - t_f}$ → nevoie

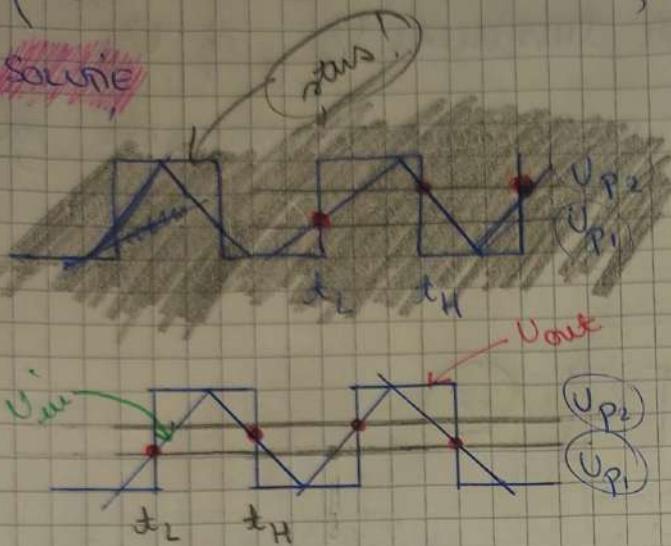
de măsurare în $\frac{V}{\mu s}$!

• timpul de creștere puncte un picet dupăcare
 de măsurare de la 10% la 90% (sau 80% la 90%)
 (sau) din amplitudinea $V_{ref} - U_C - V_{ref}$ a secundării
 lui dupăcare. Deci, $U_{VR} = U_{OH} - U_{OL}$. 8

$\Rightarrow SR = 0,8 \cdot \frac{U_{OH} - U_{OL}}{t_c}$ 9

A4 Dacă se cunoște U_{OH} , U_{OL} și SR, determinați f_{max} (pag. 2)

Sursă



$$\bullet SR = \frac{U_{OH} - U_{OL}}{t_H - t_L} \quad (\text{vrm. } \textcircled{7})$$

$$\bullet T = (t_H - t_L) \cdot 2 \quad \text{10}$$

perioada semidelui
duplicării de la
intrarea comparabilă
cu bisturis.

$$\Rightarrow f_{max} = \frac{1}{T} = \frac{1}{2(t_H - t_L)} = \frac{SR}{2(U_{OH} - U_{OL})} \Leftrightarrow f_{max} = \frac{SR}{2(U_{OH} - U_{OL})}$$

A5 Determinați frecvența triagurului pentru care se schimbă la bisturis la intrarea serviciu se aplică un semnal sinusoidal cu amplitudinea A în raportul semnal-sigur RS_2 , dacă la intrarea comparabilă se dorește un perim duplumării de aceeași frecvență.

Sursă

$\bullet U_{eff} = \frac{A}{\sqrt{2}}$ este tensiunea efectivă pentru semnal sinusoidal sinusoial de la intrarea comparabilă.

$\bullet RS_2$ este definit ca $RS_2 = 20 \log \left(\frac{U_{eff}}{U_{eff} \cdot z_g} \right)$

$$\Rightarrow U_{eff \cdot z_g} = \frac{U_{eff}}{10^{RS_2/20}}$$

14

$$\Delta U_p \geq \frac{U_{eff} \cdot z_g}{2}$$

15

$\bullet U_{Poptimal} = \frac{U_{OH} - U_{OL}}{2} = \frac{\Delta U_p}{2}$ este optimul pentru prez.

A6 Dacă precizia de conversie a unui convertor V-f este ϵ_1 , iar a convertorului f-U este ϵ_2 , atunci precizia efectivă dintr-un turnicel V_{f-U} și U_{U-f} este de la fel.

Soluție

$$\epsilon = \frac{U_{U-f} - U_{f-U}}{U_{f-U}} \cdot 100 [\%] \quad (17)$$

$$U_{f-U} = k_2 \cdot f_{U-f} \quad (18) \quad \text{injice convertorului friventă - turnicel}$$

$$f_{U-f} = k_1 \cdot U_{U-f} \quad (19) \quad \text{injice convertorului turnicel - friventă}$$

$$\Rightarrow \epsilon = \frac{\frac{U_{U-f}}{k_1} - k_2 \cdot \frac{f_{U-f}}{k_1}}{k_2 \cdot f_{U-f}} \cdot 100 [\%] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \epsilon = \frac{1 - k_1 \cdot k_2}{k_1 \cdot k_2} \cdot 100 [\%] \quad (20)$$

• Nu demonstrăm (putem merge!!):

$$\boxed{\epsilon = \epsilon_1 + \epsilon_2} \quad (21)$$

Bunătate! 10 exerciții de la sfârșitul platforme de lecții sunt și puțin tehnice (vezi Breviarul lucrărilor), fiu multă să răspundem.

5. Elemente de măsurare a tensiunilor

- 5.1. Aplicațile A₁ - A₆: Tehnologia tensiunilor - aplicație a convertorilor U-f și f-U.
- 5.2. Moduri de specificare a preciziei de măsură pentru diverse tipuri de voltmetre / producători diferiți.
- 5.3. Repartite de reacție RRS (RMRR) și RRMC. (5.8)
- 5.4. Legătura dintre nr. de cifre ale voltmetriului (N [digit]) și nr. de biti ai CAN -ului din componenta $\text{xa}(n)$. ENOD
- 5.5. Voltmetru de c.c. (5.4)
- 5.6. Voltmetru de c.a. (5.6)
- 5.7. Moduri de calculare la baza voltmetriului pentru suprafața rotativă RRMC.

- 5.2. Moduri de specificare a preciziei de măsură, pentru producători diferiți.

- definiție precizia de măsură a tensiunii.
- conțină 5-10 producători diferiți pentru voltmetre numerice

TASK

- Q1. Cum se conectază un voltmetru în circuit, în serie sau în paralel?
- Q2. Cum este rezistența interne a voltmeterelor, număr parnicet? Ordinul de măsurare?
- Q3. Ce este o rețea standard Weston (Weston standard cell)?
- Q4. Cum se măsoară un voltmetru în circuit?
- Q5. Cum funcționează un voltmetru analogic?

Q6

Cum se face măsurarea tensiunii cu un voltmetru digital? (DVM)

Q7

Ce este un CAN integrator? CAN DP are o

(Q8)

precinie bună sau o viteză de conversie bună? Cum arătări? În ce domenii de aplicabilitate este util: voltmetre digitale / audio / putere de semnal? De ce?

Q8

Cum se înregistrează multimetru? De ce? Când?

Q9

Ce este rezoluția multimetrelor? Oamenii? Limitările?

Q10

De ce se refă eroarea de paralaxă? Este o certă formă de multimetru digital? Dar de ce analogie?

Q11

Ce înțelegi prin „auto-ranging” în ceea ce privește multimetrele digitale (DMM)?

Q12

Ce înțelegi prin „DMM”, test leads(probes)?

Manufacturers: Digital multimeters [GOOGLE SEARCH](#)

Handheld multimeters (Q13) Ce's. să se?! 😊 TASK!

AGILENT

AMPROBE

BK PRECISION

EXTECH

FLUKE

Benchtop multimeters

AGILENT
BK PRECISION
TEKTRONIX

listă de DMM manufacturers posted by Johns A2 on 17 Oct, 2010 19:14

GW INSTEK

etc.

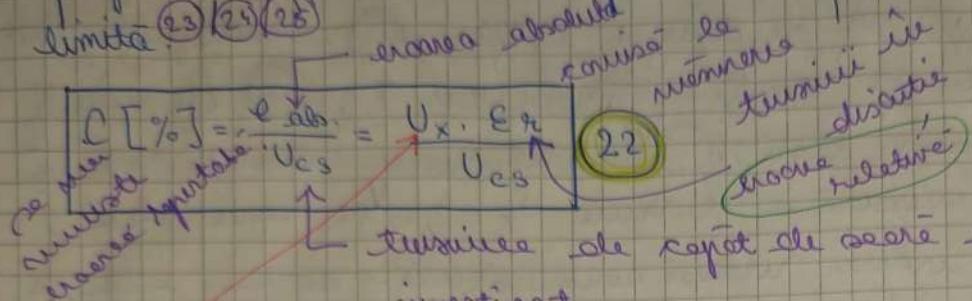
(Q14) ?! 😊 TASK!

E ca să vezi
lume!

expansiune
activitate?

(TASK)!

- La notiunile numerice actuale, având de mărită nu se numă C_{abs}
specifice nu formează clasa de precizie²², ci preia forma absolută
limite^{23 24 25}



eroră limită de către care a rezultatului
investigat.

(TASK!)

care este producătorul
DNM -ului din lebedea?

TABELUL I. Specificarea preciziei la
PRODUCĂTOR

- (a) Keithley
- (b) Agilent Technologies (Flirtestek)
- (c) GW - Testek

MODUL DE SPECIFICARE A ERORII

% reading + % range

ppm reading + ppm range

% reading + no. SD

= (percentage of reading + digits)

23) \pm (percentage of reading + percentage of range)

24) \pm (ppm of reading + ppm of range)

NOTĂ

ppm = parte pe milion;

reading = U_x = limitele care se măsoară;

range = U_{cs} = limite de apă de acție a valutului;

no. of digits =

$$\text{C}_{\text{abs}} = \epsilon_x \cdot U_x + \epsilon_{\text{rep}} \cdot U_{\text{cs}} =$$

$$= \epsilon_x \cdot U_x + C \cdot U_{\text{cs}}$$

(Q15)

Elaborați datasheet-ul (fiecare cetelegă) multitudinii
GDM - 8246. (TASK!) varianta de 1 pag - 2 (secundă)

pag 8 AT Manualul voltmetrului numeric GND - Justek - din lemn
 specifică precizia pe scara de 5V ca fiind $0,02\% + \frac{1}{4}$
 $= \pm$ (percentage of reading + digits). (a) identifică tur-
 mii din enunț, conforme TABELEI I; (b) determină
 rezoluția pe scara delecte; (c) calculează eroarea absolută maximă
 cu care se măsoară o tensiune $U_x = 2,45$ V pe scara delecte;
 (d) calculă eroarea relativă compusă care e de la un centru la
 rezoluție; (e) determină sensul de precizie a aparatului, pe
 scara delecte.

Sursă 50000 COUNTS redată de la DMM - 8246
 (a) • Range = $U_{cs} = 5V$ redată de la DMM - 8246
• E abs. lim = $0,02\% + \frac{1}{4}$ = \pm (percentage of reading + digits)
 \Rightarrow deci, DMM-ul în situație are nevoie (c) de speci-
 fizare a preciziei de măsurare turmii, conforme TABE-
 LEI I \Rightarrow este, deci, un DMM al GND - Justek, multi-
 nutil deținut de către el. (b) calculă și tabelele
~~aparatură / deci / rezoluție / cum să se calculeze precizia~~ TASTU!

• A e ce digits?! Calculăți și manualul
DMM - 8246
User manual.
= DV. Specificățile să se
cum putem să obținem mai precis decât $\pm (\% \text{ leg} +$
 $+ \text{no. digits})$.

Deci, $E_{abs. lim} = \pm (0,02\% \cdot U_x + 4DV) [V]$

26

(b) REZOLUȚIA = cea mai mică rezoluție a rezoluției care
 poate fi efectuată pe o anumită scara.

\Rightarrow conforme definiției și cu identificarea făcută la punctul Q: $\Delta V = 0,0001V \Leftrightarrow \boxed{\Delta V = 100 \mu V}$

Pg. 91

4.9999

V

Display-ul multimetruului
are o precizie de 5 M>

Q17

punct decimal
care corespunde punctului
formularului multimetru.

tunica
masurării

eficiență de

G.D.M - 8246

$\mu V_{CS} = 5V$

0.0001 V

bea mai mică valoare
eficiență pe care este
5V a multimetruului
G.D.M - 8246.

ANSWER

$$\textcircled{c) } U_x = 2,45V$$

$$e_{abs. min} = 0,02\% \cdot U_x + 4 \cdot \Delta V = \frac{0,02}{100} \cdot 2,45V + 4 \cdot 100 \mu V \Rightarrow$$

$$\Rightarrow e_{abs. min} = 4,9 \cdot 10^{-4} V + 4 \cdot 10^{-4} V = 8,9 \cdot 10^{-4} V \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{e_{abs. min} = 890 \mu V}$$

$$\textcircled{d) } \varepsilon_n = \frac{e_{abs. min}}{U_x} \cdot 100 = \frac{890 \mu V}{2,45V} \cdot 100 \% \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \varepsilon_n \approx 0,04 \% \quad \boxed{\varepsilon_n \approx 0,04 \%}$$

$$\textcircled{e) } \text{ din } \textcircled{d) } \Rightarrow C = \frac{U_x \cdot \varepsilon_n}{U_{CS}} = \frac{2,45V \cdot 0,04 \%}{5V} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{C \approx 0,02 \%}$$

Nedativ și,
bunătățită și
acuracăță și
digital multimeter
⇒ obținută
toate
10 aug. 2011

- 50000 COUNTS \Rightarrow ? DIGITS ?

Mai mult 4 digit pot lua valoare de la 0 la 9.

Prin urmare (se vede semnificativ) poate avea
valoarea $\{0, 1, 2, 3, 4\}$. Deci, cinci digit sunt valabili?

18) disponind de un D/A cu $V_{REF} = 20V$, rezolvă $\Delta V = 100\mu V$

admisie eti CAA - ul component.

Soluție:

5.3 Negativă către N digiti, an' voltmetriu' m este și CAA - ului component.

- V_{REF} este tensiune de referință a ~~CAA~~ și este cota tensiune
- ~~voltmetriu'~~

- Este numărul minim mesajului disponibil pe afişaj

D_1, D_2, \dots, D_m

$$\Delta V = \frac{V_{REF}}{N_{mesaj}}$$

(27)

$$\Rightarrow N_{mesaj} = 200000 \Rightarrow \text{deci, numărul} \\ \text{mesajului este, de fapt, } 199999, \text{ și} \\ 200000 = 200000.$$

$$N = 18 \text{ biti}$$

- $N_{mesaj} = 199999$, deci primul săpt peste liniile
valențe {0,1}, ceilalți 5 săpti sunt, ^{este} "entregi"
deci, liniile valențe {0,1, ..., 8,9}.

\Rightarrow voltmetriul are $5 \frac{1}{2}$ săpt

- arest număr mesaj, efect pe $5 \frac{1}{2}$ săpt, ^{notă} N

$$N_{mesaj} = 199999$$

componete numărul de biti n
an' CAA - ului din component, voltmetriu'

$$H_{mesaj} = 10^N = 2^n$$

(28)

$$\Rightarrow n = \log N_{mesaj} = \frac{\lg N_{mesaj}}{0,3}$$

\Rightarrow deci, puterea e dimensiune CAA - ul trebuie

\approx efectiv $n \Rightarrow n = 17,61 \Rightarrow$ săpt CAA - ul este
18 biti. Deși putem avea 0,61 biti (bitul e fără fără).

Pág. 60.1

A9 La un voltmeter numic, valoarea efectivă numerice a semnalului care afectează partea analogă este $20 \mu V$. Stîrșul său $V_{os} = 2V$, ceea ce înseamnă că numărul de biti este valoarea lui ΔV_{ech} CARE CUM ARBATORI.

Soluție

- ne aducem sănătate că $V_{ag.RMS}$:

$$V_{ag.RMS} = \frac{\Delta V_{ech}}{\sqrt{12}} \quad 29$$

$$\Rightarrow \Delta V_{ech} = 242,49 \mu V$$

$$M_{max} = 8248$$

- EROD = effective number of digits:

$$27 \Rightarrow 28 \quad EROD = \lg \frac{V_{REF}}{\Delta V_{ech}} \quad 30$$

$$\Rightarrow EROD = 3,916 \Rightarrow folosim 4 digiti \Rightarrow M_{max} = 9999 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n_{ech.} = \log_2(9999) = \frac{\log(9999)}{0,3} = 13,29$$

$$DAR, pentru că M_{max} este, de fapt, M_{max} \approx 8248$$

$$n_{ech.} = \frac{\log(8248)}{\log 2} \approx 13,01$$

$$n_{ech.} = 13 \text{ biti}$$

$$V_{os} = V_{REF} - \frac{V_{REF}}{2^n} \quad 31$$

$$\Rightarrow V_{REF} \approx V_{os} = 2V$$

ne reamintim
de la CATE-uni

A1) Un voltmetru numără ore 4 1/2 digit, $V_{es} = 2V$.
 a) care este:
 ① rezoluție pe scara de 10 m. de la între
 echivalență cu CATE felină în voltmetriu;
 ② EMOD al
 voltmetriului baza pe care se calculează V_{es} ? nr. de litri
 de la ea?
 Notați la următoarea vedere rezultatul.

RĂSPUNSURI:

① $\Delta V = 100 \mu V$; ② $n_{ech.} = 15$ litri ③ $EMOD = 4 \frac{1}{2}$ digit

TASK! Răspuns!

PRECISIA (accuracy): măsură în care se obțin măsurări
 diferențe de măsurare corespunzătoare. Diferența corespunzătoare
 unei măsurări. Deci, precizia măsurării depinde de
 lățea sit este mai mare, și atunci eroarea este mai
 mică \Leftrightarrow eroare mai mică, precizie mai mare.

REZOLUȚIA (resolution): cea mai mică variație a semnalului
 care poate fi detectată pe o anumită scara.

SENSIBILITATEA (sensitivity): cea mai mică variație a
 semnalului care poate fi detectată.

\Rightarrow sensibilitate = rezoluție aparatului pe care se măsorează
 rezistență (cu V_{es} cea mai mică).

Tabloul III. Parantezii DMM și CMM.

Sensibilitate

DMM

CMM

m. măs. apărat

M măs.

Vref.

m. de refer

M digit

m. refer

rezoluție

ΔV

$$10^H = 2^M \Rightarrow \log_2 10^M = m \Rightarrow m = \frac{M}{0,301}$$

DMM

CMM

Vref

M măs.

Vref

M măs.

10 M

2 μ

log(M măs)

m. ref

log(M măs)

$\uparrow \beta$

AII) Se dă un voltmetru se cunosc specificările de măsurare la măsurarea tensiunii continute din tabelul II. Identifică tensiuniile ale fermei erorii absolute limite, conform Tabelului I. Cât este și abs. lim. la măsurarea tensiunii $U_x = 2V$ cu acest aparat la care să le calibrem?

Soluție

Tabelul II. Accuracie specifică (%)
 $\pm (\% \text{rdg} + \% \text{range})$.

Range	24 hours	30 days	1 year
	$23^\circ\text{C} \pm 1^\circ\text{C}$	$23^\circ\text{C} \pm 5^\circ\text{C}$	$23^\circ\text{C} \pm 5^\circ\text{C}$
100.0000mV	0.0030 ± 0.0030	0.0040 ± 0.0035	0.0050 ± 0.0035
1.00 0000V	0.0020 ± 0.0006	0.0030 ± 0.0004	0.0040 ± 0.0004
10.00 0000V	0.0015 ± 0.0004	0.0020 ± 0.0005	0.0035 ± 0.0005
100.0000 V	0.0020 ± 0.0006	0.0035 ± 0.0006	0.0045 ± 0.0006
1000.000 V	0.0020 ± 0.0006	0.0035 ± 0.0010	0.0045 ± 0.0010

(a) $e_{abs.} = \pm (\% \text{rdg} + \% \text{range}) \Rightarrow$ din Tabelul I este fermea de specificare a $e_{abs.}$ mărită cu (a).

(b) $e_{abs.} = \pm (\% \cdot 2V + \% U_{cs})$

- au derău căduse de circuit, etc.
- U_{cs} să răspundă %, după cum au de le calcula =)

\Rightarrow este scrisă cu cel mult un cap de secundă, să nu răspundă %, ci măsură tensiunea în sensul U_x .

- Dacă, $U_{cs} = 10.00000V$, ceea ce $100.0000mV$ și $1.000000V$ nu sunt ca măsurări =)

$$\Rightarrow e_{abs.} = 0,0035\% \cdot 2V + 0,0005 \cdot 10V$$

$$e_{abs.} = \pm (0,0035\% \cdot 2V + 0,0005 \cdot 10V) = 12 \mu\text{V}$$

(pe jumătate) Dar, de ce nu-ai ales $U_{CS} = 100.0000V$ sau $U_{CS} = 1000.000V$? În acțiunea și punându-ne în seara $U_X = 2V$.

TASK! Cătărește și împreună cu cunoștințele $U_{CS} = 100.0000V$ și (către un)

$$U_{CS} = 1000.000V.$$

- De ce pui toti de o după vîrătură? Te vezi?

Q18 Câtă siguranță are vîlătivul metru, elice
operatărie **AII**?

Q19 Rezoluția înălță este de vîlătivul
metru? De ce?

A12 Pe care vîlătivul de la **AII**, **C**ătărește rezultatul
pe scara clește; **B**ătărește clește de precizie și spa-
re rezultatul. **C**ătărește clește de precizie este mai mare
(mai precisă) pe scara de 100 mV?

B10 Indicație: Dacă este $U_{CS} = 100mV$, compresorul
nu se va întinde spre apărarea de vîlătiv?

Soluție

a) $U_{CS} = 10V$

(mai precis $10.00000V$) \Rightarrow ceea ce vîlătivul are
disponibil este $0.00001V \Rightarrow \Delta V = 10 \mu V$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad & f_{\text{abs. min}} = \% U_X + \% U_{CS} = E_x \cdot U_X + C U_{CS} = \\ & = 0,0035\% U_X + 0,0005 \cdot U_{CS} \end{aligned}$$

32

Example: DMM cu $\frac{7}{12}$ cifre (Hi-PXI-4071) National Instruments pag. 18

Digits	$3\frac{1}{2}$	4	$4\frac{1}{2}$	5	$5\frac{3}{4}$	$6\frac{1}{2}$	7	$7\frac{1}{2}$
ENOD	3,01	3,61	4,21	4,81	5,42	6,02	6,62	7,22
COUNTS	1024	4096	16384	65536	262144	1048576	4194304	16777216
m BITS	10	12	14	16	18	20	22	24

- COUNTS = 2^{BITS}

- $10^{\text{ENOD}} = 2^{\text{BITS}} \Rightarrow \text{ENOD} = \text{BITS} \cdot \log_2 = 0,301 \cdot \text{BITS}$

- digits = nr. de cifre care se pot adăuga pe $2^{\text{BITS}} = 10^{\text{ENOD}} = \text{m.cifre}$

Afumare cu 3 digiti \Rightarrow m.cifre = 999

$3\frac{1}{2}$ digiti \Rightarrow m.cifre = 1999

$3\frac{3}{4}$ digiti \Rightarrow m.cifre = 3999

etc.

6.5

Repartoare de rejetie (RRS) = NMRR of CMRR

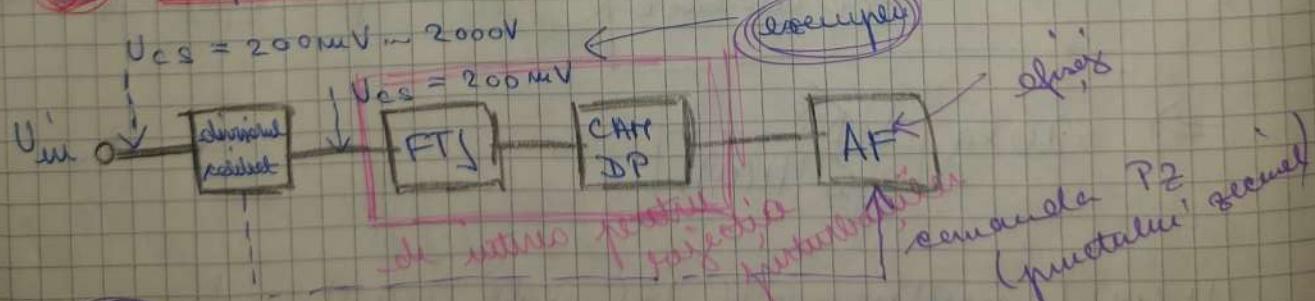


Fig. 1)

Schemea unei voltmetre numerice de ce.

Exemplu: +10617 (3 1/2 cifre).

NOMR

$$U_{\text{CS}} = 10^{\text{ENOD}} \cdot U_{\text{CS}}^{\text{referință}} ; \text{ENOD} \in \{0, 1, \dots, 4\}$$

- le acost recipient se intreseaza partea nec a filtrei, cibulea trase-jos si CAA-ul dublu-punct. Reamintim ca este ca la capitolul 2 (CAA si CAA), cand am discutat elemele deputate, putem sa urmatorii elemente - serie la numarul unei litere continute, U_x .

- $$RRS_{\text{integrare}} = -20 \lg \left| \sin \left(\frac{\omega t_1}{2} \right) \right|$$
, putere puterelisă alternativa serie de tip integrator efect pe frecventa $f = \frac{\omega}{2\pi}$ si trimit printr-un CAA-TP nu timpul de integrare (PATA) de t_1 .

- $$RRS_{\text{FTJ de tip RC}} = +20 \lg \frac{1}{|H(\omega)|} = -20 \lg |H(\omega)|$$

cand trase prim FTJ, U_{ps} , la intrarea acustica nu mai termină

$$RRS = 20 \lg \frac{U_{ps}}{U_{cc \text{ echilibrare}}} \quad \text{FTJ} \quad 35$$

$$\Rightarrow 20 \lg \left| \frac{U_{ps}}{U_{ps} \cdot |H(\omega)|} \right|$$

$$|H(\omega)| \text{ putere FTJ RC este } |H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega R_C)^2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_{-3dB}} \right)^2}} \quad 34$$

$$\Rightarrow RRS_{\text{FTJ}} = 20 \lg \left| 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_{-3dB}} \right)^2 \right|$$

$$\Rightarrow RRS_{F1} = 10 \lg \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega - 3dB} \right)^2 \right]$$

36

rez. 4

A13 Calcul de RRS al unei voltmetre se PTG și CHP-DF la $f = 50,1$ Hz, proiectat pentru România. $RC = 100$ ms.

Sovnic

Q21

Variati pe faptură, cît este frecvența rotului de alimentare în România!

- proprietate putere crește SEZINH, TASK!
România \Rightarrow Mains electricity by country.

$$\Rightarrow t_1 = \frac{1}{f} = 20 \text{ ms.}$$

- În cînd se reiașă $f = 50,1$ Hz (perturbările pe această frecvență), misăcările (de la reacția de către)

$$\Rightarrow RRS_I = -20 \lg \left| \frac{\omega}{\omega_0} \right| = -20 \lg \left| \frac{\omega}{\omega_0} \right| \approx -20 \lg \left| \frac{\pi \cdot 50,1 \text{ Hz}}{50 \text{ Hz}} \right|$$

$$\Rightarrow RRS_I = -20 \lg \left| \frac{\pi \cdot 50,1 \text{ Hz}}{50 \text{ Hz}} \right| \approx 53,99 \text{ dB}$$

De exemplu, secesionul care rezultă din această variație.

$\frac{f}{f_0}$ este de alimentare este de către $\frac{0,0549131623}{0,5 \text{ Hz}}$ fără variație cum că
de la reacția de către (nu variație de către $\frac{3,14 \cdot 50,1 \text{ Hz}}{50 \text{ Hz}} + 58389$ sau către $\frac{3,14 \cdot 50,1 \text{ Hz}}{50 \text{ Hz}} + 58389$)

$$\Rightarrow RRS_I = 54 \text{ dB}$$

Dacă variația cu $0,1$ Hz e frecvență

fără variație de alimentare nu reduce

RRS_I de la ∞ la doar 54 dB !

(34) \Rightarrow

$$\bullet RRS_F = 20 \lg \left| 1 + \left(\frac{2\pi \cdot 50,1 \text{ Hz} \cdot 100 \text{ ms}}{991} \right)^2 \right| = 29,97 \text{ dB}$$

este nevoie să
fie de 991 ,
nu de 990 .
nu de 992 .

$$\Rightarrow RRS_{\text{tot.}} = RRS_I + RRS_F \approx 84 \text{ dB}$$

- Desavantaj al introducerii PTJ: redusă sensibilitatea de la conversie / rezonanță, printr-o PTJ introdusă o ușoară înainte de $\tau_0 = R_C$.

- Stratégia introducerii PTJ: RRS crește \Rightarrow se crește și RRM_C (CMRR_{dc}) în curențul echivalent (vezi și în e.a)

37

$$CMRR_{\text{total/ee}} = RRM_{C} + RRS$$

- $t_{\text{merni cat}}$ = multiplu de t_1 .
- timpul PTJ, $\tau_0 \approx 5R_C$ este sensibil la mărimile.
- sigură reacție (RRS_I sau RRS_F + RRS_P) și timpul de mărire nu trebuie să fie mult prea scurt, în funcție de aplicație, el se potrivesc.

EXEMPLU:

calculator 34401A

number of power line cycles = nr. de trame (50/60 Hz)
number of cycles = nr. de cikle se integrează

	DIGITS	MPLCs	Integration time	HMR [dB]
①	4 1/2 FAST	0,02	60Hz (50Hz)	0
②	4 1/2 SLOW	1	16,7 ms (200ms)	60
③	5 1/2 FAST	0,2	3 ms (3ms)	0
④	5 1/2 SLOW	10	167 ms (200ms)	60*
⑤	6 1/2 FAST	10	1,67 ms (200ms)	60*
⑥	6 1/2 SLOW	100	1,67 s (2s)	60*

$$RRS_F = -20 \log \left| \sin \left(\frac{\pi f t}{2} \right) \right|$$

$$\textcircled{1} \quad -20 \log \left| \sin \left(\pi \cdot \frac{1}{100} \right) \right| \approx 52,83 \text{ dB}$$

$$\textcircled{2} \quad -20 \log \left| \sin \left(\pi \cdot \frac{1}{50} \right) \right| \approx 30 \text{ dB}$$

* punctul $f_{PL} \pm 1\%$,
use 40dB or $\pm 3\%$,
use 30dB

$$f_{PL} = 60 \text{ Hz} \pm 91\% = [49, 55, 69, 75] \text{ Hz}$$

REJECȚIA DE MOD NORMAL și REJECȚIA DE MOD COMUN

Preg. 19

HMRR

CHRB

38

raport de rejecție = liniș. perturbatoare

liniș. perturbat. năvăoasă

după rejecție

efectele
al c.c. il produce o creștere
pe care producă acestea liniș. perturbatoare

- RRS sau HMRR: raportul de rejecție a perturbării atractive, la năvăoarea turinii constată, atunci când turinile perturbatoare stăte la serie cu turinile care este menită.

RS

Sunetele de turină afărate în serie se adună. Deci, rejecția seriei presupune că turinile perturbatoare să difuzeze sunete mai mari amplitudine și de sec. utilă, și și mai frecventă, putin să le potrivă zăpăde.

Efectele

a perturbării de c.a. care este bazați
de la AC unei

turinile ele adunătoare de

care este corectat zăpădul.

- RRMC: raportul de rejecție când turinile perturbatoare efectuează un același mod cumulativ liniș. de intrare între cere și năvăoare, turină utilă. → ale volumetru lui (H. m.)
high; low

Când U_x se năvăoară fără de năvăoare (CHRD), el acțează RRD nu are OV, și un potențial cancer, există atunci o turină de mod comun.

Turinile perturbatoare pot fi de sec. frecvență sau năvăoare (sau liniș. continuă), putin să existe elă numai de către el însuși HMRR putin să le potrivă.

RRMC există? putin turină de c.a. menită?

pag. 20

$$NMRR = RRS = \frac{E_{arie putută}}{U_{m.m. ech.}}$$

39

$$CMRR = RRMC = \frac{E_{cm}}{U_{m.m. ech.}}$$

40

A14

Un oscilator electronic de cc. cu che-DP are pulsări de întregi $T_1 = 20$ ms este folosit pentru măsurarea unei tensiuni obținute prin redresarea dublei alternanțe a unei semivoltaje măsurată de $f = 49,77$ Hz. Întrucât se limitează la valoarea relativă dacă există componentele alternante ale tensiunii măsurate?

Soluție

$$\bullet T_1 = 20 \text{ ms} \Rightarrow f_{alternanță} = \frac{1}{T_1} = 50 \text{ Hz}$$

$$\bullet U_{m.m.} = U_{m.a.}^{RDA \text{ max}} = \frac{2A}{\pi} \quad 41$$

$$\bullet RRS_I = -20 \lg \left| \sin \left(\frac{\omega T_1}{2} \right) \right|$$

$$\Rightarrow RRS_I = -20 \lg \left| \sin \left(\pi \cdot 49,77 \text{ Hz} \cdot \frac{1}{50 \text{ Hz}} \right) \right| = 46,7 \text{ dB}$$

B8

$$\Rightarrow 20 \lg \frac{U_{PS}}{U_{ech. \text{ măsurare}}} = 46,7 \text{ dB} \Rightarrow U_{ech. \text{ măsurare}} = U_{PS} \cdot 10^{2,34}$$

$$\Rightarrow U_{cc, ech. măsurare} = \frac{2A}{\pi \cdot 218,78} = A \cdot 3 \text{ [mV]}, \text{ cu } A = \text{amplificării}$$

$$\text{semicircul măsurat} \Rightarrow \frac{86,6\%}{2} \quad \mathcal{E} = \pm \frac{3A \cdot 10^{-3}}{2A/\pi} \cdot 100\% \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mathcal{E} = \pm 0,15 \cdot \pi \% \Leftrightarrow \mathcal{E} = \pm 0,47\% \text{ limite simile.}$$

UNIVERSITATEA POLITEHNICA DIN BUCUREŞTI

2016

CULEGERE DE PROBLEME REZOLVATE

INSTRUMENTAȚIE ELECTRONICĂ DE MĂSURĂ

AUTORI:

ROBERT-ALEXANDRU DOBRE

ALINA-ELENA MARCU

LISTA ACRONIMELOR

A

AO: amplificator operațional, 28, 29, 30, 32, 34, 38, 39, 40, 63, 65

B

B: bază binară, 7, 8

C

C2: complement față de 2, 8, 14, 16, 18, 19

CAN: convertor analog-numeric, 9, 10, 11, 12, 24, 45, 49, 54, 74

CBD: cod binar deplasat, 8, 10, 13, 14, 21, 22, 24, 25, 26

CMS: cod mărime și semn, 8

CNA: convertor numeric-analogic, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 30, 31, 33, 34, 35, 36, 37, 39, 40, 74

D

D: bază decimală, 7, 8

H

H: bază hexazecimală, 7

O

O: bază octală, 7

R

RRS: raportul de rejecție serie, 59, 61, 64

Capitolul 1. Convertoare Numeric – Analogice. Convertoare Analog – Numerice.

BREVIAR TEORETIC

REPREZENTAREA BINARĂ A NUMERELOR POZITIVE

Un sistem de numerație este constituit dintr-o mulțime finită de simboluri elementare denumite generic cifre și dintr-un set de reguli folosite pentru reprezentarea unui număr. Numărul total de cifre distințe utilizate definește baza sistemului de numerație. Aceasta se notează cu b , trebuie să satisfacă condiția ca $b > 1$ și numerele reprezentate se folosesc de cifre cuprinse în intervalul $[0, b - 1]$. Un număr se poate exprima astfel: $N_b \rightarrow a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0, a_{-1} \dots a_{-m}$, iar valoarea lui se poate determina astfel: $N = a_n \cdot b^n + a_{n-1} \cdot b^{n-1} + \dots + a_1 \cdot b^1 + a_0 \cdot b^0 + a_{-1} \cdot b^{-1} + \dots + a_{-m} \cdot b^{-m}$.

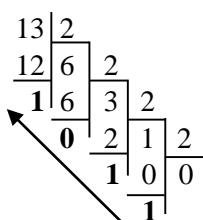
Sistemele de numerație cele mai răspândite sunt: sistemul binar (se notează cu B și are baza 2), sistemul octal (se notează cu O și are baza 8), sistemul zecimal (se notează cu D și are baza 10) și sistemul hexazecimal (se notează cu H și are baza 16). Sistemul de numerație zecimal (se notează cu D) este folosit pentru a realiza interacțiunea dintre om și un sistem de calcul, numărul de cifre utilizate fiind 10, de la cifra 0 până la cifra 9.

Mai multe numere reprezentate în baze diferite pot arata identic, dar avea valori diferite. De exemplu numărul 1001 în octal are valoarea 513 în zecimal pe când numărul 1001 dar reprezentat în binar are valoarea 9 în zecimal. Din acest motiv, după reprezentarea fiecărui număr, se va indica baza de numerație folosită astfel: $a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0|_X$, unde $a_n \dots a_0$ sunt cifrele care alcătuiesc numărul și X este indicatorul bazei de numerație folosite (notații amintite în paragraful anterior – B, O, D, H etc.). Așadar de acum este clar faptul că $1001|_D$ este cu totul diferit de $1001|_B$.

Sistemul de numerație binar este sistemul de numerație în baza 2, fiind folosit pentru reprezentarea internă a numerelor în sistemele de calcul, numărul de cifre utilizate fiind 2: 0 și 1. Aceste cifre se numesc cifre binare sau biți. Un număr binar se poate exprima astfel:

$$\text{Exemplu: } 1101,011|_B \Rightarrow N = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-3} = 8 + 4 + 1 + 0 + 0,25 + 0,125 = 13,375|_D$$

Pentru a face conversia unui număr din sistemul zecimal în sistemul binar se împarte numărul zecimal la 2, obținându-se astfel restul, apoi câtul se împarte la 2 și se obține un nou rest. Împărțirea se oprește în momentul în care câtul devine 0. Numărul convertit se obține scriind toate resturile în ordine inversă, de la ultimul rest la primul rest. Pentru exemplul de mai sus vom obține: $13|_D = 1101|_B$



Conversia părții zecimale a unui număr din sistemul zecimal în alt sistem de numerație se realizează înmulțind succesiv partea fracționară cu numărul bazei în care facem conversia (2 pentru sistemul binar, 8 pentru sistemul octal, 16 pentru sistemul hexazecimal). Numărul convertit este

reprezentat de partea întreagă a fiecărei înmulțiri. Conversia se oprește în momentul în care partea fracționară a rezultatului înmulțirii cu numărul bazei devine zero. În cazul în care aceasta devine zero după un număr foarte mare de înmulțiri se stabilește în prealabil numărul de cifre a părții zecimale. Pentru exemplul de mai sus vom obține: $0,375|_D = 0,011|_B$

$$\begin{array}{r} 0,375 \cdot 2 = 0,75 \\ 0,75 \cdot 2 = 1,5 \\ 0,5 \cdot 2 = 1,0 \end{array}$$

Sistemul de numerație octal este sistemul de numerație în baza 8, fiind folosit pentru a comprima șirurile lungi de biți din reprezentarea unui număr în baza 2, numărul de cifre folosit fiind 8: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 și 7. Un număr octal se poate exprima astfel:

Exemplu: $25,46|_O \Rightarrow N = 2 \cdot 8^1 + 5 \cdot 8^0 + 4 \cdot 8^{-1} + 6 \cdot 8^{-2} = 16 + 5 + 0,5 + 0,09375 = 21,59375|_D$

Pentru a face conversia unui număr din sistemul octal în sistemul binar se înlocuiește fiecare cifră octală cu reprezentarea ei binară pe 3 biți. Pentru exemplul de mai sus vom avea: $25,46_O \leftrightarrow 010101,100110|_B$. Conversia din sistem binar în sistem octal se face înlocuind fiecare grup de 3 cifre alăturate cu cifra octală corespunzătoare. Grupările se fac începând de la punctul zecimal către stânga și către dreapta. Pentru exemplul de mai sus: $10101,100110|_B \rightarrow 010\ 101,100\ 110|_B \rightarrow 2|_O\ 5|_O,4|_O\ 6|_O \rightarrow 25,46|_O$.

Conversia unui număr din sistemul zecimal în sistemul octal se face asemănător cu conversia din sistemul zecimal în sistemul binar, singura diferență intervine în cadrul împărțirii care se face la 8 în loc de 2. Pentru exemplul dat vom obține: $21,59375|_D = 25,46|_O$.

$$\begin{array}{r} 21 \Big| 8 \\ 16 \Big| 2 \Big| 8 \\ 5 \Big| 0 \Big| 0 \\ \hline 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 0,59375 \cdot 8 = 4,75 \\ 0,75 \cdot 8 = 6,0 \end{array}$$

O altă metodă pentru a face conversia unui număr din sistemul zecimal în sistemul octal este prin intermediul sistemului binar, trecând numărul mai întâi în sistemul binar și apoi în sistemul octal. Vom obține: $21|_D = 010101|_B = 010\ 101|_B = 2|_O\ 5|_O = 25|_O$.

Sistemul de numerație hexazecimal este sistemul de numerație în baza 16, fiind folosit pentru a reprezenta numere de mai mulți biți. Numărul de cifre folosit fiind 16: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 și literele A (10), B (11), C (12), D (13), E (14) și F (15). Un număr hexazecimal se poate exprima astfel:

Exemplu: $86C,A2|_H = 8 \cdot 16^2 + 6 \cdot 16^1 + 12 \cdot 16^0 + 10 \cdot 16^{-1} + 2 \cdot 16^{-2} = 2048 + 96 + 12 + 0,625 + 0,0078 = 2156,6328|_D$

Conversia unui număr din sistemul zecimal în sistemul hexazecimal se face împărțind succesiv numărul zecimal la 16, apoi câturile obținute, reținându-se resturile până în momentul în care câtul devine 0. Numărul convertit se obține scriind toate resturile în ordine inversă, de la ultimul rest la primul rest. Vom obține pentru exemplul de mai sus: $2156,6328|_D = 86C,A2|_H$.

$$\begin{array}{r} 2156 \Big| 16 \\ 2144 \Big| 134 \Big| 16 \\ 12 \Big| 128 \Big| 8 \Big| 16 \\ 6 \Big| 0 \Big| 0 \Big| 0 \\ \hline 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} 0,6328 \cdot 16 = 10,125 \\ 0,125 \cdot 16 = 2,0 \end{array}$$

Pentru a face conversia unui număr din sistemul hexazecimal în sistemul binar se înlocuiește fiecare cifră hexazecimală cu reprezentarea ei binară pe 4 biți. Pentru exemplul dat vom avea: $86C, A2|_H = 1000\ 0110\ 1100, 1010\ 0010|_B$. Conversia din sistem binar în sistem hexazecimal se face înlocuind fiecare grup de 4 cifre alăturate cu cifra hexazecimală corespunzătoare. Grupările se fac începând de la punctul zecimal spre stânga, respectiv dreapta. Pentru exemplul ales vom obține: $100001101100, 10100010|_B \rightarrow 1000\ 0110\ 1100, 1010\ 0010|_B \rightarrow 8|_H\ 6|_H\ C|_H, A|_H\ 2|_H \rightarrow 86C, A2|_H$.

Conversia unui număr din sistemul hexazecimal în sistemul octal se poate face prin intermediul sistemului binar, trecând mai întâi numărul în sistemul binar și apoi în sistemul octal. De exemplu: $86C, A2|_H = 100\ 001\ 101\ 100, 101\ 000\ 100|_B \rightarrow 4|_O\ 1|_O\ 5|_O\ 4|_O, 5|_O\ 0|_O\ 4|_O \rightarrow 4154, 504|_O$. Conversia din sistemul octal în sistemul hexazecimal se poate face convertind numărul în sistemul binar, apoi grupând cifrele obținute în grupuri de câte 4 și înlocuindu-le cu cifra hexazecimală corespunzătoare. Vom obține: $4154, 502|_O \rightarrow 1000\ 0110\ 1100, 1010\ 0010|_B \rightarrow 8|_H\ 6|_H\ C|_H, A|_H\ 2|_H \rightarrow 86C, A2|_H$.

REPREZENTAREA BINARĂ A NUMERELEOR NEGATIVE

Dacă până acum am învățat să reprezentăm prin intermediul sistemelor de numerație numerele pozitive, în continuare vom vedea cum se pot reprezenta și numerele negative prin intermediul codului direct (denumit ușual ca cod mărime și semn), codului invers (denumit ușual ca cod complement față de 1) și codului complementar (denumit ușual ca cod complement față de 2). Un număr întreg cu semn, reprezentat pe n biți se poate exprima astfel: $N = b_{n-1}b_{n-2} \dots b_0$, unde bitul b_{n-1} reprezintă bitul de semn, bitul b_{n-2} reprezintă cel mai semnificativ bit (bitul cu ponderea 2^{n-2}), iar b_0 este bitul cel mai puțin semnificativ (bitul cu ponderea 2^0). Pentru numerele fracționare subunitare reprezentate pe n biți se folosește notația: $N_f = b_0b_{-1} \dots b_{-(n-1)}$, unde bitul b_0 reprezintă bitul de semn, bitul b_{-1} reprezintă cel mai semnificativ bit (bitul cu ponderea 2^{-1}), iar $b_{-(n-1)}$ este bitul cel mai puțin semnificativ (bitul cu ponderea $2^{-(n-1)}$). Ca o observație, se consideră că virgula este plasată între bitul de semn și bitul cel mai semnificativ (bitul b_{-1}). Bitul de semn pentru numere pozitive are valoarea 0, iar pentru numere negative are valoarea 1. Restul de $N-1$ biți rămași vor fi folosiți pentru reprezentarea valorii numărului.

REPREZENTAREA NUMERELEOR PRIN COD MĂRIME ȘI SEMN

În sistemul de reprezentare prin cod mărime și semn, prima cifră din cadrul numărului reprezintă semnul, iar celelalte cifre reprezintă valoarea numărului scrisă în cod binar. Domeniul de reprezentare pentru numerele întregi este: $-(2^{n-1} - 1) \leq N \leq 2^{n-1} - 1$, iar pentru numerele fracționare este $-(1 - 2^{1-n}) \leq N_f \leq (1 - 2^{1-n})$. De reținut este faptul că pentru cifra 0 există două reprezentări: 00000000 și 10000000. Un număr întreg se poate reprezenta prin mărime și semn astfel: $+53|_D \rightarrow 00110101|_{CMS}$, iar $-53|_D \rightarrow 10110101|_{CMS}$. Un număr fracționar se poate reprezenta prin: $+0,1450891|_D \rightarrow 001001|_{CMS}$, iar $-0,1450891|_D \rightarrow 101001|_{CMS}$.

$$\begin{aligned} 0,1450891 \cdot 2 &= 0,2901782 \\ 0,2901782 \cdot 2 &= 0,5803564 \\ 0,5803564 \cdot 2 &= 1,1607128 \\ 0,1607128 \cdot 2 &= 0,3214256 \\ 0,3214256 \cdot 2 &= 0,6428512 \\ 0,6428512 \cdot 2 &= 1,2857024 \end{aligned}$$

REPREZENTAREA NUMERELEOR PRIN COD COMPLEMENT FAȚĂ DE 1

În reprezentarea prin intermediul codului complement față de 1 numerele negative se obțin prin complementarea bit cu bit (biții “0” devin “1”, iar biții “1” devin “0”) a reprezentării codului mărime și semn. Bitul de semn este mereu 1. Pentru numerele pozitive reprezentarea codului complement față de 1 este identică cu reprezentarea făcută prin intermediul codului mărime și semn. Și în cadrul acestui cod pentru cifra 0 există două reprezentări diferite: 00000000 și 10000000. Un număr întreg se poate reprezenta prin intermediul codului complement față de 1 astfel: $+53|_D \rightarrow 00110101|_{C1}$, iar $-53|_D \rightarrow 10110101|_{CMS} \rightarrow 11001010|_{C1}$. Un număr fracționar se poate reprezenta prin codul complement față de 1 astfel: $+0,1450891|_D \rightarrow 001001|_{C1}$, iar $-0,1450891|_D \rightarrow 101001|_{CMS} \rightarrow 110110|_{C1}$.

REPREZENTAREA NUMERELOA PRIN COD COMPLEMENT FAȚĂ DE 2

În reprezentarea complement față de 2 numerele negative se obțin prin intermediul a două etape: în prima se reprezintă numărul prin intermediul codului complement față de 1, iar în etapa a două se adună cifra binară “1” la bitul cel mai puțin semnificativ. Reprezentarea pentru numerele pozitive este identică cu reprezentarea făcută prin codul mărime și semn. Un număr întreg se poate reprezenta prin intermediul codului complement față de 2 astfel: $+53|_D \rightarrow 00110101|_{C2}$, iar $-53|_D \rightarrow 10110101|_{CMS} \rightarrow 11001010|_{C1} \rightarrow 11001011|_{C2}$. Un număr fracționar se poate reprezenta prin codul complement față de 2 astfel: $+0,1450891|_D \rightarrow 001001|_{C2}$, iar $-0,1450891|_D \rightarrow 101001|_{CMS} \rightarrow 110110|_{C1} \rightarrow 110111|_{C2}$.

REPREZENTAREA NUMERELOA PRIN COD BINAR DEPLASAT

Reprezentarea prin intermediul codului binar deplasat se obține prin complementarea bitului de semn din reprezentarea în cod complement față de 2. Un număr întreg se poate reprezenta astfel: $+53|_D \rightarrow 00110101|_{C2} \rightarrow 10110101|_{CBD}$, iar $-53|_D \rightarrow 10110101|_{CMS} \rightarrow 11001011|_{C2} \rightarrow 01001011|_{CBD}$. Un număr fracționar se reprezintă astfel: $+0,1450891|_D \rightarrow 001001|_{C2} \rightarrow 101001|_{CBD}$, iar $-0,1450891|_D \rightarrow 110111|_{C2} \rightarrow 010111|_{CBD}$.

Notă: în culegerea de față se vor folosi preponderent numerele subunitare.

$$C2: N = -2^0 \cdot b_0 + \sum_{k=1}^{n-1} b_k \cdot 2^{-k} \quad (1)$$

$$CBD: N = -2^0 \bar{b}_0 + \sum_{k=1}^{n-1} b_k \cdot 2^{-k} \quad (2)$$

Relații de conversie:

$$CBN: V_{OUT}(N) = V_R \cdot N = V_R \sum_{k=1}^n b_k \cdot 2^{-k} \quad (3)$$

$$CBD: V_{OUT}(N) = V_R \left(-\frac{1}{2} + \sum_{k=1}^n b_k \cdot 2^{-k} \right) \quad (4)$$

$$C2: V_{OUT}(N) = V_R \left(-\frac{b_1}{2} + \sum_{k=2}^n b_k \cdot 2^{-k} \right) \quad (5)$$

APLICATII

Problema 1.1. Să se realizeze următoarele conversii pe număr minim de cifre:

- a) în bază decimală (D), octală (O) și hexazecimală (H) a numărului binar $101101,010101|_B$;
- b) în bază binară (B), octală și hexazecimală a numărului zecimal 39,26 cu o eroare maximă (în baza zecimală) de 0,002. Care este numărul de cifre necesar pentru fiecare conversie?

Rezolvare:

$$\text{a)} \quad 101101,010101|_B = 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} + 0 \cdot 2^{-3} + 1 \cdot 2^{-4} + 0 \cdot 2^{-5} + 1 \cdot 2^{-6} = 32 + 8 + 4 + 1 + 0,25 + 0,0625 + 0,015625 = 45,328125|_D$$

$$\underbrace{101}_{5} \underbrace{101}_{5}, \underbrace{010}_{2} \underbrace{101}_{5}|_B \rightarrow 55,25|_O$$

$$\underbrace{001}_{2} \underbrace{01101}_{D}, \underbrace{0101}_{5} \underbrace{0100}_{4}|_H \rightarrow 2D, 54|_H$$

Unele numere din baza decimală nu vor putea fi scrise în baza 2 pe un număr finit de cifre deoarece algoritmul de conversie nu va ajunge niciodată la condiția de oprire prezentată în breviar. În aceste cazuri va exista o diferență (eroare) între valorile celor două reprezentări. Cu cât reprezentarea se face folosind mai multe cifre, cu atât această diferență devine din ce în ce mai mică. Numărul de cifre cu care va fi reprezentat numărul în noua bază trebuie determinat în funcție de diferență maximă acceptată. Practic trebuie determinat a câte cifră după punctul zecimal (virgulă) determină o modificare a numărului mai mică decât diferența impusă. Se cunoaște faptul că, în baza 2, a x -a cifră după virgulă corespunde unei valori egale cu 2^{-x} , în baza 8 cu 8^{-x} și aşa mai departe. Astfel:

$$\begin{aligned} e_D \leq 0,002 &\Rightarrow e_B : 2^{-x} \leq 0,002 \Rightarrow -x \leq \log_2 0,002 \Rightarrow -x \leq -8,965784 \Rightarrow x = 9 \\ e_O : 8^{-x} \leq 0,002 &\Rightarrow -x \leq \log_8 0,002 \Rightarrow x = 3 \\ e_H : 16^{-x} \leq 0,002 &\Rightarrow -x \leq \log_{16} 0,002 \Rightarrow -x \leq -2,241446 \Rightarrow x = 3 \end{aligned}$$

Număr cifre necesar pentru fiecare conversie este:

$$B : 2^5 < 39 < 2^6 \Rightarrow 6 \text{ biți pentru partea întreagă.}$$

Conform brevierului teoretic partea întreagă a numărului 39 se scrie în binar $39|_D =$

$100111|_B$, iar partea zecimală reprezentată pe numărul de biți determinat mai sus (9 biți) $0,26|_D = 010000101$.

Pentru a calcula diferența dintre valorile celor două reprezentări (eroarea) vom converti numărul trunchiat, reprezentat cu 15 biți, înapoi în baza decimală și vom face diferența între valoarea inițială și valoarea obținută după trunchiere. Pentru cazul reprezentării binare:

$$100111,010000101|_B = 39,259765625|_D$$

$e = 39,26 - 39,259765625 = 0,000234375 < e_D$, deci conversia a fost făcută pe un număr minim, dar suficient, de cifre pentru ca valoarea reprezentării în noua bază să difere suficient de puțin (sub eroarea impusă) de valoarea inițială. Similar se poate verifica faptul că 8 biți nu ar fi fost suficienți.

Problema 1.2. Reprezentați în complement față de 2 (C2), cod binar deplasat (CBD) și cod mărime și semn (CMS) numărul 0,390625 și -0,390625.

Rezolvare:

a) Pentru conversia numărului 0,390625 în cod complement față de 2 se scrie întâi numărul în binar $0,390625|_D = 011001|_B$, apoi se adaugă bitul de semn (0 pentru numere pozitive, 1 pentru numere negative) rezultând $0,390625|_D = 0011001|_{CD}$.

Pentru numărul $-0,390625|_D$ o altă metodă de reprezentare față de cea descrisă în breviar o reprezintă: $-0,390625|_D \rightarrow \overline{CD} + 1 \rightarrow \overline{0011001} + 1 = 1100110 + 1 = 1100111|_{CD}$.

b) Conversia în cod binar deplasat se face negând bitul de semn din reprezentarea în cod complement față de 2: $0,390625|_D = 1011001|_{CBD}$, iar $-0,390625|_D = 0100111|_{CBD}$.

c) Pentru conversia în cod mărime și semn numerele 0,390625 și -0,390625 se reprezintă în binar și se adaugă bitul de semn: $0,390625|_D = 0011001|_{CMS}$, iar $-0,390625|_D = 1011001|_{CMS}$.

Problema 1.3. Reprezentați în baza 2 (B) numărul zecimal (D) 23,65.

Rezolvare:

a) Conform breviarului teoretic numărul zecimal se reprezintă astfel: $23,65|_D = 10111,1010011|_B$. Se observă că algoritmul ar continua la infinit deoarece valorile obținute în cadrul acestuia se repetă. Astfel s-a trunchiat rezultatul la secvența obținută până la începerea repetării. Este evident faptul că această valoare trunchiată va dифeri de valoarea inițială, deci există o eroare cu care s-a făcut reprezentarea. Un fenomen similar a fost întâmpinat la problema 1.1.

b) Determinați eroarea rezultată din trunchierea la 7 biți a reprezentării numărului în binar. $10111,1010011|_B = 23,6484375|_D \Rightarrow e_D = 23,65 - 23,6484375 = 0,001625 \Rightarrow \varepsilon = \frac{0,001625}{23,65} \cdot 100 = 0,006\%$.

Problema 1.4. Realizați următoarele operații pentru numere binare subunitare reprezentate în complement față de 2 (C2):

- a) sumele pe 5 biți pentru $(01010 + 00101)$ și $(11100 + 11001)$;
- b) produsul cu rezultatul pe 8 biți (inclusiv bitul de semn) pentru $(01011 \cdot 0101)$.

Rezolvare:

Adunarea și înmulțirea numerelor binare se efectuează la fel ca la numerele zecimale.

$$\begin{array}{r} 01010 + \\ 00101 \\ \hline 01111 \end{array} \quad \begin{array}{r} \rightarrow 2^{-1} + 2^{-3} = 0,5 + 0,125 = 0,625 \\ \rightarrow 2^{-2} + 2^{-4} = 0,25 + 0,0625 = 0,3125 \\ \hline \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \{ \\ \} \end{array} \right\} 0,9375$$

$$0,625 + 0,3125 = 0,9375$$

$$0,5 + 0,25 + 0,125 + 0,0625 = 0,9375$$

$$\begin{array}{r}
 11100 + \rightarrow -1 \cdot 2^0 + 2^{-1} + 2^{-2} = -1 + 0,5 + 0,25 = -0,25 \\
 11001 \quad \rightarrow -1 \cdot 2^0 + 2^{-1} + 2^{-4} = -1 + 0,5 + 0,0625 = -0,4375 \\
 \hline
 110101 \\
 10101 \quad \rightarrow -1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-4} = -1 + 0,25 + 0,0625 = -0,6875
 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} -0,6875$$

$$\begin{array}{r}
 b) 01011 \cdot \rightarrow 2^{-1} + 2^{-3} + 2^{-4} = 0,5 + 0,125 + 0,0625 = 0,6875 \\
 0101 \quad \rightarrow 2^{-1} + 2^{-3} = 0,5 + 0,125 = 0,625 \\
 \hline
 00001011 \\
 001011 \\
 \hline
 00110111 \quad \rightarrow 2^{-2} + 2^{-3} + 2^{-5} + 2^{-6} + 2^{-7} = 0,25 + 0,125 + 0,03125 + \\
 0,015625 + 0,0078125 = 0,4296875
 \end{array}$$

În cazul codului C2, numărul pozitiv 00010110 este echivalent cu 010110, iar numărul negativ 11110010 este echivalent cu numărul 10010. Se observă că se pot ignora zerourile până la cel care precede un bit egal cu 1 pentru numerele pozitive (cele care au bitul de semn zero, deci încep cu un zero) și biții egali cu 1 până la cel care precede un bit egal cu zero în cazul numerelor negative (cele care au bitul de semn egal cu 1, deci încep cu 1).

Problema 1.5. Se consideră un convertor numeric – analogic (CNA) bipolar funcționând conform codului binar deplasat. Acesteia i se aplică eșantioanele cuantizate ale unei tensiuni sinusoidale de amplitudine aproximativ egală cu $V_{REF}/2$, unde V_{REF} este tensiunea de referință a convertorului. Dintr-o eroare, bitul 1 (corespunzător poziției 2^{-1}) este scurtcircuitat la masă. Să se deseneze forma de undă rezultată la ieșire.

Rezolvare:

Sistemul care funcționează corect (fără biți scurtcircuitați sau neconectați) conform descrierii de mai sus este reprezentat în schema din Fig. 1:

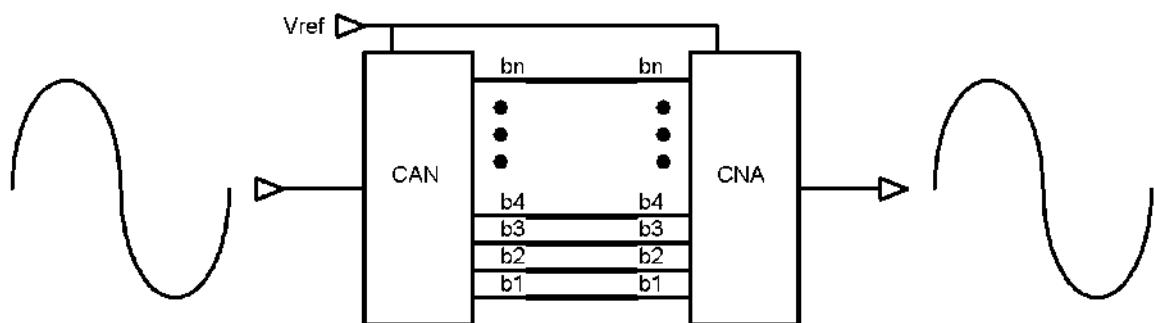


Fig. 1. Cascadarea corectă a unui CAN cu un CNA.

Semnalul analogic este aplicat unui CAN pentru a obține eșantioanele cuantizate ale acestuia. Aceste eșantioane sunt aplicate mai departe unui CNA pentru a reconstrui semnalul analogic. În cazul în care bitul 1 este scurtcircuitat la masă, valoarea acestuia va fi zero întotdeauna, conform schemei din Fig. 2:

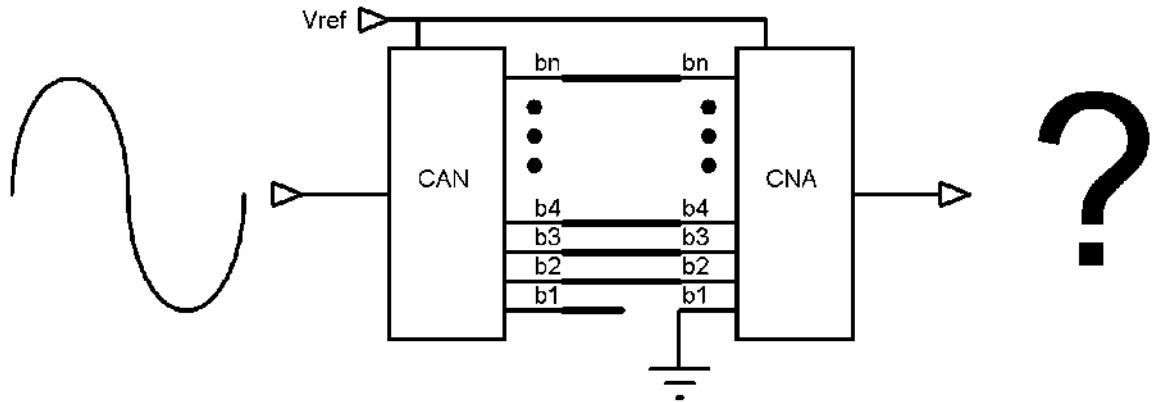


Fig. 2. Cascadarea unui CAN cu un CNA în condițiile din problemă.

Se pune problema cum va arăta forma de undă la ieșirea convertorului numeric – analogic dacă bitul b_1 nu mai poate fi modificat.

Relația de conversie a unui CNA funcționând corect conform CBD este următoarea:

$$U_{correct} = V_{REF} \left(-\frac{1}{2} + \sum_{k=1}^n b_k \cdot 2^{-k} \right) \quad (6)$$

Pentru CNA-ul cu bitul b_1 scurtcircuitat la masă ($b_1 = 0$) relația de conversie devine:

$$U = V_{REF} \left(-\frac{1}{2} + \sum_{k=2}^n b_k \cdot 2^{-k} \right) \quad (7)$$

Se cunoaște faptul că forma de undă de la ieșirea CNA-ului cu funcționare corectă va fi identică cu forma de undă de la intrarea CAN-ului, iar această formă de undă este dată în enunț. Din acest motiv se dorește exprimarea relației de conversie a convertorului defect în funcție de relația de conversie a convertorului cu funcționare corectă. Se prelucrează relația (7) astfel încât să conțină $U_{correct}$. Se observă că în relația (7) lipsește primul termen din suma din relația (6). Se adaugă și se scade acesta pentru a nu afecta relația și pentru a determina apariția lui $U_{correct}$ în U .

$$\begin{aligned} U &= V_{REF} \left(-\frac{1}{2} + \sum_{k=2}^n b_k \cdot 2^{-k} \right) = V_{REF} \left(-\frac{1}{2} + b_1 \cdot 2^{-1} - b_1 \cdot 2^{-1} + \sum_{k=2}^n b_k \cdot 2^{-k} \right) = \\ &= V_{REF} \left(-\frac{1}{2} - b_1 \cdot 2^{-1} + \sum_{k=1}^n b_k \cdot 2^{-k} \right) = U_{correct} - V_{REF} \cdot b_1 \cdot 2^{-1} \end{aligned} \quad (8)$$

Așadar se poate face următoarea discuție:

$$U = \begin{cases} U_{correct}, & \text{dacă } b_1 = 0 \\ U_{correct} - V_{REF}/2, & \text{dacă } b_1 = 1 \end{cases} \quad (9)$$

În acest moment s-a exprimat relația de conversie a convertorului defect în funcție de relația de conversie a convertorului cu funcționare corectă. Aceleași relații vor fi și între formele de undă de la ieșirile acestor convertoare. Cu alte cuvinte: forma de undă de la ieșirea convertorului defect va fi identică cu forma de undă de la ieșirea convertorului cu funcționare corectă pentru valorile tensiunii ce determină bitul b_1 să fie egal cu zero și va fi o variantă translatată grafic în jos cu $V_{REF}/2$ a formei de undă de la ieșirea convertorului cu funcționare corectă pentru valori ale tensiunii care determină bitul b_1 să fie egal cu zero, așa cum rezultă din relația (9).

Este evident să se întâpte acest lucru. Dacă pentru o anumită tensiune aplicată la intrarea CAN-ului se obține la ieșirea sa un număr care are $b_1=0$, CNA-ul defect va funcționa corect deoarece

b1 fiind scurtcircuitat la masă, acesta va avea valoarea zero, deci exact valoarea care ar fi fost dată de CNA dacă legătura între biții b1 ai celor două convertoare nu era defectă. În acest caz numărul dat de CAN este egal cu numărul primit de CNA. În schimb, dacă CAN-ul primește la intrare o tensiune care ar determina bitul b1 să fie egal cu 1, atunci CNA-ul nu va mai funcționa corect deoarece bitul său b1 va fi egal cu zero (fiind scurtcircuitat la masă) și astfel va da la ieșire o tensiune diferită de cea aplicată CAN-ului deoarece cele două numere diferă.

Problema care se pune în continuare este următoarea: pentru ce valori ale tensiunii de intrare a CAN-ului, bitul b1 rezultat este egal cu 0, respectiv 1? Pentru a putea desena forma de undă de la ieșirea CNA-ului defect este nevoie de forma de undă de la ieșirea CNA-ului cu funcționare corectă partaționată astfel încât să se poată observa intervalele de tensiune pentru care $b_1=0$, respectiv $b_1=1$ pentru a determina care zone vor fi translatate în jos cu $V_{REF}/2$ și care vor fi neafectate. Pentru a determina limitele intervalului de tensiune care determină $b_1=0$ se procedează în felul următor:

- se impune în relația (6) $b_1=0$ și toți ceilalți biți ($b_2 \dots b_n$) egali tot cu 0 și se calculează U_{corect}

$$U_{corect}|_{b_1=0,b_k=0} = V_{REF} \left(-\frac{1}{2} + \sum_{k=1}^n 0 \cdot 2^{-k} \right) = -V_{REF}/2 \quad (10)$$

- se impune în relația (6) $b_1=0$ și toți ceilalți biți ($b_2 \dots b_n$) egali tot cu 1 și se calculează U_{corect}

$$\begin{aligned} U_{corect}|_{b_1=0,b_k=1} &= V_{REF} \left(-\frac{1}{2} + \sum_{k=2}^n 1 \cdot 2^{-k} \right) = V_{REF} \left(-\frac{1}{2} + 2^{-2} \frac{1-(2^{-1})^{n-1}}{1-2^{-1}} \right) \xrightarrow{n foarte mare} \\ U_{corect}|_{b_1=0,b_k=1} &= V_{REF} \left(-\frac{1}{2} + 2^{-2} \frac{1-0}{1-2^{-1}} \right) \cong 0 \end{aligned} \quad (11)$$

Se reamintește suma unei progresii geometrice cu n termeni și rația q:

$$\sum_{k=m}^{m+n-1} b \cdot q^k = b \cdot q^m \frac{1-q^{[(m+n-1)-m]+1}}{1-q} \quad (12)$$

În relația (11) U_{corect} tinde către zero când n tinde către infinit, deci nu se poate pune semnul egalității între U_{corect} și zero în acest caz.

În relațiile (10) și (11) s-au determinat limitele intervalului de tensiune pentru care $b_1=0$ și anume $[-V_{REF}/2, 0]$. Se vor calcula în continuare în mod similar limitele intervalului de tensiune pentru care $b_1=1$:

- se impune în relația (6) $b_1=1$ și toți ceilalți biți ($b_2 \dots b_n$) egali tot cu 0 și se calculează U_{corect}

$$U_{corect}|_{b_1=1,b_k=0} = V_{REF} \left(-\frac{1}{2} + 1 \cdot 2^{-1} + \sum_{k=2}^n 0 \cdot 2^{-k} \right) = 0 \quad (13)$$

- se impune în relația (6) $b_1=1$ și toți ceilalți biți ($b_2 \dots b_n$) egali tot cu 1 și se calculează U_{corect}

$$\begin{aligned} U_{corect}|_{b_1=1,b_k=1} &= V_{REF} \left(-\frac{1}{2} + \sum_{k=1}^n 1 \cdot 2^{-k} \right) = V_{REF} \left(-\frac{1}{2} + 2^{-1} \frac{1-(2^{-1})^n}{1-2^{-1}} \right) \xrightarrow{n foarte mare} \\ U_{corect}|_{b_1=1,b_k=1} &\cong V_{REF} \left(-\frac{1}{2} + 2^{-1} \frac{1-0}{1-2^{-1}} \right) \cong V_{REF}/2 \end{aligned} \quad (14)$$

Așadar limitele intervalului de tensiune pentru care $b_1=1$ sunt $[0, V_{REF}/2]$.

Pentru a sintetiza, cele determinate mai sus se pot scrie sub formă tabelată:

b_1	$b_{k,k>1}$	$U_{correct}$
0	0	$-V_{REF}/2$
0	1	$\cong 0$
1	0	0
1	1	$\cong V_{REF}/2$

Tabelul 1. Limitele intervalelor de tensiune de interes.

Se reamintește că în cazul convertorului cu funcționare normală forma de undă de la ieșirea CNA-ului va fi identică cu cea de la intrarea CAN-ului care este cunoscută (dată în enunț) denumită mai departe „corectă”. Forma de undă de la ieșirea CNA-ului defect se obține prelucrând folosind relația (9) forma de undă corectă partaționată corespunzător.

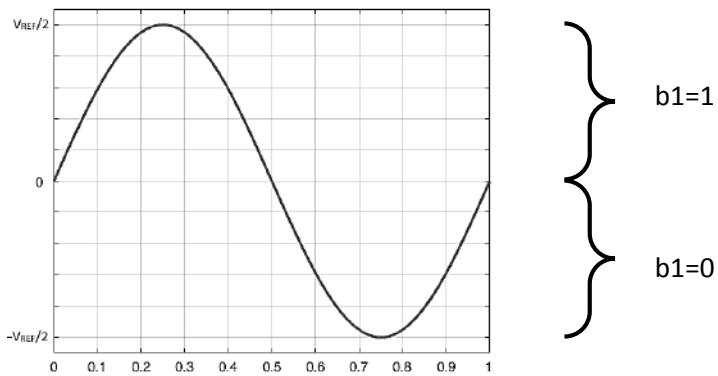


Fig. 3. Forma de undă partaționată de la ieșirea CNA-ului cu funcționare corectă (dată în enunț, $U_{correct}$).

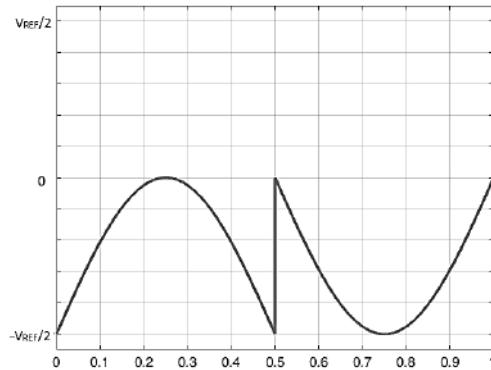


Fig. 4. Forma de undă de la ieșirea CNA-ului cu bitul b1 scurtcircuitat la masă.

Se observă că pentru zona în care $b1=0$ cele două forme de undă sunt identice (zona rămâne nedeplasată), iar zona caracterizată de $b1=1$ a fost translatată în jos cu $V_{REF}/2$, conform relației (9).

În reprezentările de mai sus s-a folosit o perioadă dintr-un semnal cu frecvență de 1Hz. S-au folosit acești parametri pentru a facilita scrierea și nu sunt importanți deoarece nu s-a impus frecvența semnalului și nici nu intervine în rezolvarea problemei.

Problema 1.6. Se consideră un convertor numeric – analogic (CNA) bipolar care lucrează în cod binar deplasat (CBD). Pe intrările de date se aplică eşantioanele unui semnal sinusoidal de amplitudine $V_{REF}/2$. Se cere să se deducă forma de undă la ieșirea convertorului dacă bitul cel mai semnificativ al convertorului numeric – analogic este ținut forțat la „1” logic.

Rezolvare:

Etapele de rezolvare a acestei probleme sunt aceleași cu cele din problema 1.5. Situația este foarte asemănătoare, singura deosebire fiind faptul că bitul b1 al CNA-ului este conectat permanent la „1” logic (în general la o linie prin care se furnizează tensiunea de alimentare a convertorului).

Relația de conversie a unui CNA funcționând conform CBD ($U_{correct}$) este relația (6). În cazul defectului impus în enunț aceasta devine:

$$U = V_{REF} \left(-\frac{1}{2} + 1 \cdot 2^{-1} + \sum_{k=2}^n b_k \cdot 2^{-k} \right) \quad (15)$$

Pentru a obține $U_{correct}$ în U, în relația (15) trebuie adăugat și scăzut termenul $b_1 \cdot 2^{-1}$.

$$\begin{aligned} U &= V_{REF} \left(-\frac{1}{2} + 1 \cdot 2^{-1} + b_1 \cdot 2^{-1} - b_1 \cdot 2^{-1} + \sum_{k=2}^n b_k \cdot 2^{-k} \right) = \\ U &= V_{REF} \left(-\frac{1}{2} + \sum_{k=1}^n b_k \cdot 2^{-k} + 1 \cdot 2^{-1} - b_1 \cdot 2^{-1} \right) = \\ U &= U_{correct} + \frac{V_{REF}}{2} (1 - b_1) \end{aligned} \quad (16)$$

Așadar se poate face următoarea discuție:

$$U = \begin{cases} U_{correct} + \frac{V_{REF}}{2}, & b_1 = 0 \\ U_{correct}, & b_1 = 1 \end{cases} \quad (17)$$

Se determină limitele intervalelor de tensiune ce determină bitul b1 să ia valoarea zero, respectiv 1, așa cum s-a arătat la problema 1.5. Fiind același cod și pentru că se tratează același bit rezultă:

b_1	$b_{k,k>1}$	$U_{correct}$
0	0	$-V_{REF}/2$
0	1	$\cong 0$
1	0	0
1	1	$\cong V_{REF}/2$

Tabelul 2. Limitele intervalelor de tensiune de interes.

În reprezentările de mai jos s-a folosit o perioadă dintr-un semnal cu frecvența de 1Hz. S-au folosit acești parametri pentru a facilita scrierea și nu sunt importanți deoarece nu s-a impus frecvența semnalului și nici nu intervine în rezolvarea problemei.

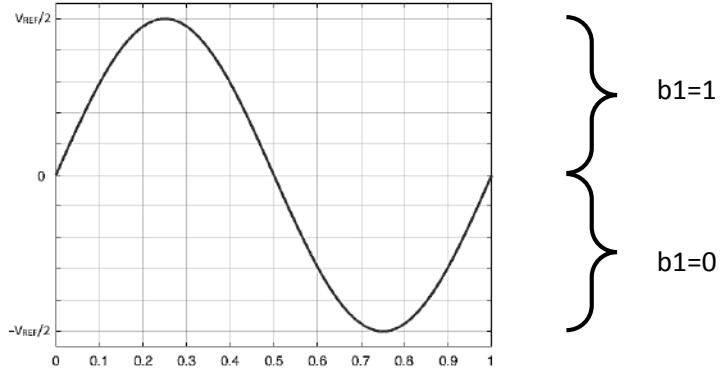


Fig. 5. Forma de undă partită de la ieșirea CNA-ului cu funcționare corectă (dată în enunț, $U_{correct}$).

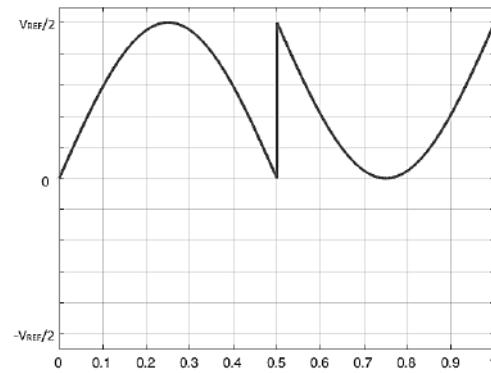


Fig. 6. Forma de undă de la ieșirea CNA-ului cu bitul b1 forțat „1” logic.

Se observă că pentru zona în care $b_1=1$ cele două forme de undă sunt identice (zona rămâne nedeplasată), iar zona caracterizată de $b_1=0$ a fost translatată în sus cu $V_{REF}/2$, conform relației (17).

Problema 1.7. Se consideră un convertor numeric – analogic (CNA) bipolar funcționând conform codului complement față de 2 (C2). Acestuia i se aplică eșantioanele cuantizate ale unei tensiuni sinusoidale cu amplitudinea aproximativ egală cu $V_{REF}/2$, unde V_{REF} este tensiunea de referință a convertorului. Dintr-o eroare, bitul b_2 este ținut forțat la „1” logic. Desenați forma de undă rezultată la ieșire.

Rezolvare:

Etapele de rezolvare a acestei probleme sunt aceleași cu cele din problema 1.5. Situația este foarte asemănătoare, deosebirile fiind codul folosit (C2 față de CBD) și faptul că bitul b_2 al CNA-ului este conectat permanent la „1” logic (în general la o linie prin care se furnizează tensiunea de alimentare a convertorului).

Relația de conversie a unui CNA funcționând conform C2 ($U_{correct}$) este relația (5). În cazul defectului impus în enunț aceasta devine:

$$U = V_{REF} \left(-\frac{b_1}{2} + 1 \cdot 2^{-2} + \sum_{k=3}^n b_k \cdot 2^{-k} \right) \quad (18)$$

Pentru a obține $U_{correct}$ în U , în relația (18) trebuie adăugat și scăzut termenul $b_2 \cdot 2^{-2}$.

$$U = V_{REF} \left(-\frac{b_1}{2} + 1 \cdot 2^{-2} + b_2 \cdot 2^{-2} - b_2 \cdot 2^{-2} + \sum_{k=3}^n b_k \cdot 2^{-k} \right) =$$

$$\begin{aligned}
&= V_{REF} \left(-\frac{b_1}{2} + \sum_{k=2}^n b_k \cdot 2^{-k} + 1 \cdot 2^{-2} - b_2 \cdot 2^{-2} \right) = \\
&= U_{correct} + \frac{V_{REF}}{4} (1 - b_2)
\end{aligned} \tag{19}$$

Așadar se poate face următoarea discuție:

$$U = \begin{cases} U_{correct} + \frac{V_{REF}}{4}, & b_2 = 0 \\ U_{correct}, & b_2 = 1 \end{cases} \tag{20}$$

Se determină limitele intervalelor de tensiune ce determină bitul b2 să ia valoarea zero, respectiv 1, așa cum s-a arătat la problema 1.5. Bitul afectat fiind bitul 2, vor exista mai multe situații de tratat decât în cazul problemei 1.5. în care erau numai 4. Exemplu pentru primele două cazuri:

- se impune în relația (5) $b_1=0, b_2=0$ și toți ceilalți biți ($b_3 \dots b_n$) egali tot cu 0 și se calculează $U_{correct}$

$$U_{correct}|_{b_1=0, b_2=0, b_k=0} = V_{REF} \left(-\frac{0}{2} + \sum_{k=2}^n 0 \cdot 2^{-k} \right) = 0 \tag{21}$$

- se impune în relația (5) $b_1=0, b_2=0$ și toți ceilalți biți ($b_3 \dots b_n$) egali cu 1 și se calculează $U_{correct}$

$$\begin{aligned}
U_{correct}|_{b_1=0, b_2=0, b_k=1} &= V_{REF} \left(-\frac{0}{2} + 0 \cdot 2^{-2} + \sum_{k=3}^n 1 \cdot 2^{-k} \right) = V_{REF} \cdot 2^{-3} \xrightarrow[1-2^{-1}]{1-(2^{-1})^{n-2} n \text{ foarte mare}} \\
U_{correct}|_{b_1=0, b_2=0, b_k=1} &\cong V_{REF} \cdot 1 \cdot 2^{-3} \xrightarrow[1-2^{-1}]{1-0} \cong \frac{V_{REF}}{4}
\end{aligned} \tag{22}$$

Se calculează similar pentru toate celelalte cazuri și se determină:

b_1	b_2	$b_{k,k>2}$	$U_{correct}$
0	0	0	0
0	0	1	$\cong V_{REF}/4$
0	1	0	$V_{REF}/4$
0	1	1	$\cong V_{REF}/2$
1	0	0	$-V_{REF}/2$
1	0	1	$\cong -V_{REF}/4$
1	1	0	$-V_{REF}/4$
1	1	1	$\cong 0$

Tabelul 3. Limitele intervalelor de tensiune de interes.

Se observă că există două intervale în care $b_2=0$ și anume $[0, V_{REF}/4)$ respectiv $[-V_{REF}/2, -V_{REF}/4)$. Similar se întâmplă și pentru $b_2=1$. În reprezentările de mai jos s-a folosit o perioadă dintr-un semnal cu frecvență de 1Hz. S-au folosit acești parametri pentru a facilita scrierea și nu sunt importanți deoarece nu s-a impus frecvența semnalului și nici nu intervene în rezolvarea problemei.

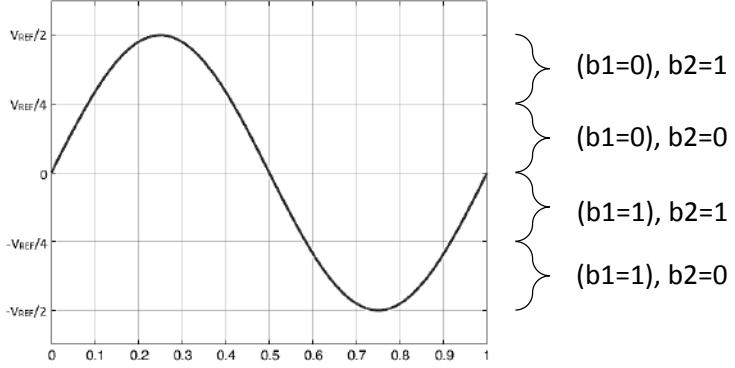


Fig. 7. Forma de undă partită de la ieșirea CNA-ului cu funcționare corectă (dată în enunț, $U_{correct}$).

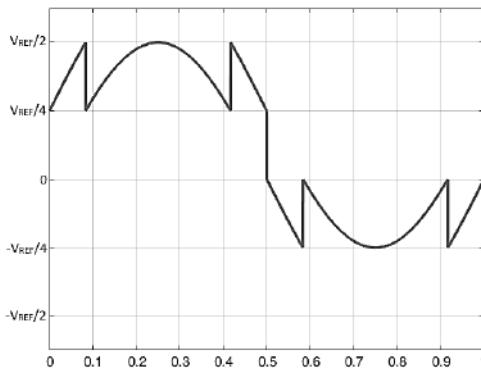


Fig. 8. Forma de undă de la ieșirea CNA-ului cu bitul b1 forțat „1” logic.

Se observă că pentru zonele în care $b2=1$ cele două forme de undă sunt identice (zonele rămân nedeplasate), iar zonele caracterizate de $b2=0$ au fost translatată în sus cu $V_{REF}/4$, conform relației (20).

Problema 1.8. Se consideră un convertor numeric – analogic (CNA) bipolar funcționând conform codului complement față de 2 (C2). Acestuia i se aplică eșantioanele cuantizate ale unei tensiuni sinusoidale cu amplitudinea aproximativ egală cu $V_{REF}/2$, unde V_{REF} este tensiunea de referință a convertorului. Dintr-o eroare, bitul $b2$ este ținut forțat la masă. Desenați forma de undă rezultată la ieșire.

Rezolvare:

Etapele de rezolvare a acestei probleme sunt aceleași cu cele din problema 1.7. Situația este foarte asemănătoare, deosebirea fiind faptul că bitul $b2$ al CNA-ului este conectat permanent la „0” logic (la masă).

Relația de conversie a unui CNA funcționând conform C2 ($U_{correct}$) este relația (5). În cazul defectului impus în enunț aceasta devine:

$$U = V_{REF} \left(-\frac{b_1}{2} + \sum_{k=3}^n b_k \cdot 2^{-k} \right) \quad (23)$$

Pentru a obține $U_{correct}$ în U , în relația (23) trebuie adăugat și scăzut termenul $b_2 \cdot 2^{-2}$. Rezultă relația de conversie:

$$U = U_{correct} - b_2 \frac{V_{REF}}{4} \quad (24)$$

Așadar se poate face următoarea discuție:

$$U = \begin{cases} U_{correct}, & b_2 = 0 \\ U_{correct} - \frac{V_{REF}}{4}, & b_2 = 1 \end{cases} \quad (25)$$

Se determină limitele intervalor de tensiune ce determină bitul b_2 să ia valoarea zero, respectiv 1, așa cum s-a arătat la problema 1.7.

b_1	b_2	$b_{k,k>2}$	$U_{correct}$
0	0	0	0
0	0	1	$\cong V_{REF}/4$
0	1	0	$V_{REF}/4$
0	1	1	$\cong V_{REF}/2$
1	0	0	$-V_{REF}/2$
1	0	1	$\cong -V_{REF}/4$
1	1	0	$-V_{REF}/4$
1	1	1	$\cong 0$

Tabelul 4. Limitele intervalor de tensiune de interes.

Se observă că există două intervale în care $b_2=0$ și anume $[0, V_{REF}/4]$ respectiv $[-V_{REF}/2, -V_{REF}/4]$. Similar se întâmplă și pentru $b_2=1$. În reprezentările de mai jos s-a folosit o perioadă dintr-un semnal cu frecvență de 1Hz. S-au folosit acești parametri pentru a facilita scrierea și nu sunt importanți deoarece nu s-a impus frecvența semnalului și nici nu intervene în rezolvarea problemei.

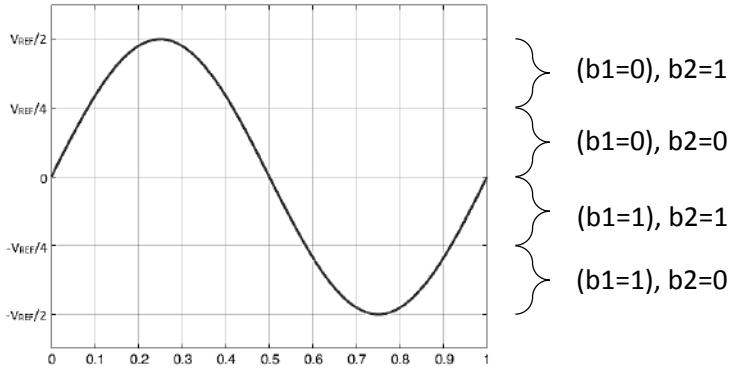


Fig. 9. Forma de undă partitonală de la ieșirea CNA-ului cu funcționare corectă (dată în enunț, $U_{correct}$).

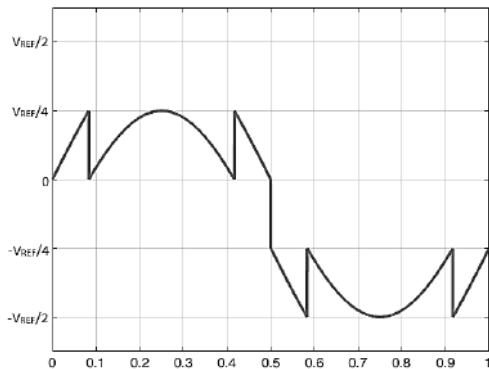


Fig. 10. Forma de undă de la ieșirea CNA-ului cu bitul b_1 forțat „0” logic.

Se observă că pentru zonele în care $b_2=0$ cele două forme de undă sunt identice (zonele rămân nedeplasate), iar zonele caracterizate de $b_2=1$ au fost translatată în jos cu $V_{REF}/4$, conform relației (25).

Problema 1.9. Se consideră un convertor numeric – analogic (CNA) bipolar funcționând conform codului complement față de 2 (C2). Acestuia i se aplică eșantioanele cuantizate ale unei tensiuni sinusoidale cu amplitudinea aproximativ egală cu $V_{REF}/2$, unde V_{REF} este tensiunea de referință a convertorului. Dintr-o eroare, bitul cel mai semnificativ este ținut forțat la „1” logic. Desenați forma de undă rezultată la ieșire.

Rezolvare:

Etapele de rezolvare a acestei probleme sunt aceleași cu cele din problema 1.8. Situația este foarte asemănătoare, deosebirea fiind faptul că bitul b_1 al CNA-ului este conectat permanent la „1” logic (în general la o linie prin care se furnizează tensiunea de alimentare a convertorului).

Relația de conversie a unui CNA funcționând conform C2 ($U_{correct}$) este relația (5). În cazul defectului impus în enunț aceasta devine:

$$U = V_{REF} \left(-\frac{1}{2} + \sum_{k=2}^n b_k \cdot 2^{-k} \right) \quad (26)$$

Pentru a obține $U_{correct}$ în U , în relația (26) trebuie adăugat și scăzut termenul $-\frac{b_1}{2}$. Rezultă relația de conversie:

$$U = U_{correct} + \frac{V_{REF}}{2} (b_1 - 1) \quad (27)$$

Așadar se poate face următoarea discuție:

$$U = \begin{cases} U_{correct}, & b_1 = 1 \\ U_{correct} - \frac{V_{REF}}{2}, & b_1 = 0 \end{cases} \quad (28)$$

Se determină limitele intervalelor de tensiune ce determină bitul b_1 să ia valoarea zero, respectiv 1, așa cum s-a arătat la problema 1.5.

b_1	$b_{k,k>1}$	$U_{correct}$
0	0	0
0	1	$\cong V_{REF}/2$
1	0	$-V_{REF}/2$
1	1	$\cong 0$

Tabelul 5. Limitele intervalelor de tensiune de interes.

În reprezentările de mai jos s-a folosit o perioadă dintr-un semnal cu frecvența de 1Hz. S-au folosit acești parametri pentru a facilita scrierea și nu sunt importanți deoarece nu s-a impus frecvența semnalului și nici nu intervine în rezolvarea problemei.

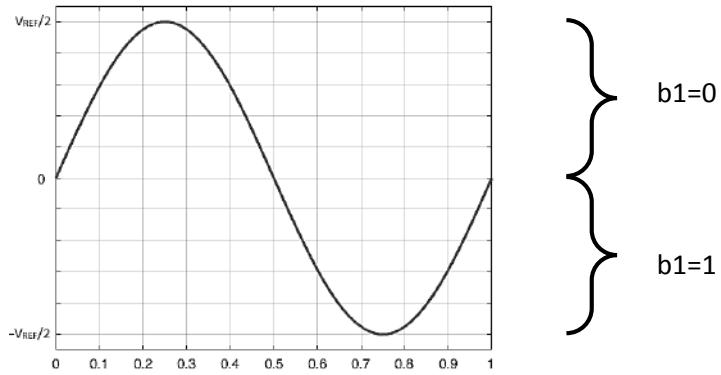


Fig. 11. Forma de undă partită de la ieșirea CNA-ului cu funcționare corectă (dată în enunț, $U_{correct}$).

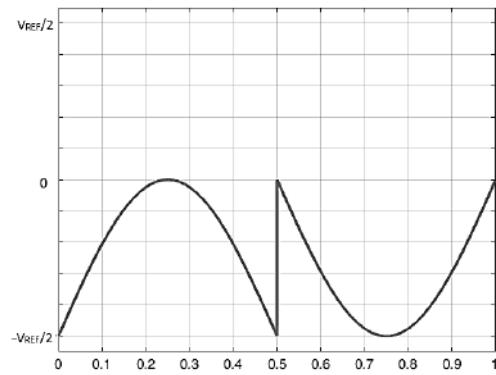


Fig. 12. Forma de undă de la ieșirea CNA-ului cu bitul b1 forțat „1” logic.

Se observă că pentru zona în care $b1=1$ cele două forme de undă sunt identice (zona rămâne nedeplasată), iar zona caracterizată de $b1=0$ a fost translatată în jos cu $V_{REF}/2$, conform relației (28).

Problema 1.10. Se consideră un convertor numeric – analogic (CNA) bipolar funcționând conform codului complement față de 2 (C2). Acestuia i se aplică eșantioanele cuantizate ale unei tensiuni sinusoidale cu amplitudinea aproximativ egală cu $V_{REF}/2$, unde V_{REF} este tensiunea de referință a convertorului. Dintr-o eroare, bitul cel mai semnificativ este ținut forțat la masă. Desenați forma de undă rezultată la ieșire.

Rezolvare:

Etapele de rezolvare a acestei probleme sunt aceleași cu cele din problema 1.9. Situația este foarte asemănătoare, deosebirea fiind faptul că bitul b1 al CNA-ului este conectat permanent la „0” logic (la masă).

Relația de conversie a unui CNA funcționând conform C2 ($U_{correct}$) este relația (5). În cazul defectului impus în enunț aceasta devine:

$$U = V_{REF} \left(-\frac{1}{2} + \sum_{k=2}^n b_k \cdot 2^{-k} \right) \quad (29)$$

Pentru a obține $U_{correct}$ în U, în relația (29) trebuie adăugat și scăzut termenul $-\frac{b_1}{2}$. Rezultă relația de conversie:

$$U = U_{correct} + b_1 \frac{V_{REF}}{2} \quad (30)$$

Așadar se poate face următoarea discuție:

$$U = \begin{cases} U_{correct} + \frac{V_{REF}}{2}, & b_1 = 1 \\ U_{correct}, & b_1 = 0 \end{cases} \quad (31)$$

Se determină limitele intervalor de tensiune ce determină bitul b_1 să ia valoarea zero, respectiv 1, așa cum s-a arătat la problema 1.5.

b_1	$b_{k,k>1}$	$U_{correct}$
0	0	0
0	1	$\cong V_{REF}/2$
1	0	$-V_{REF}/2$
1	1	$\cong 0$

Tabelul 6. Limitele intervalor de tensiune de interes.

În reprezentările de mai jos s-a folosit o perioadă dintr-un semnal cu frecvență de 1Hz. S-au folosit acești parametri pentru a facilita scrierea și nu sunt importanți deoarece nu s-a impus frecvența semnalului și nici nu intervine în rezolvarea problemei.

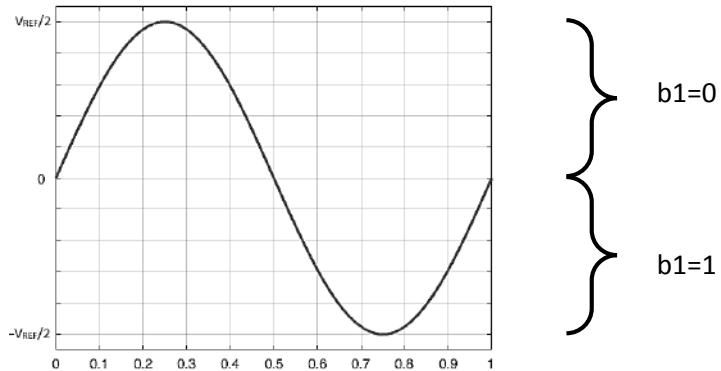


Fig. 13. Forma de undă partită de la ieșirea CNA-ului cu funcționare corectă (dată în enunț, $U_{correct}$).

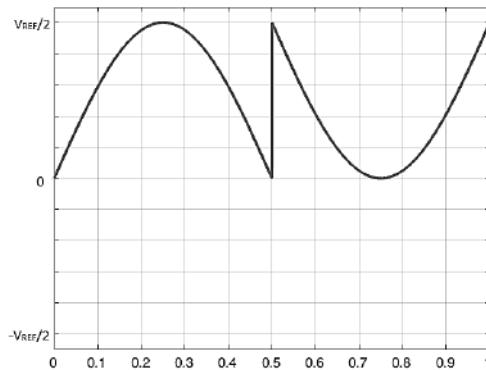


Fig. 14. Forma de undă de la ieșirea CNA-ului cu bitul b_1 forțat la masă.

Se observă că pentru zona în care $b_1=0$ cele două forme de undă sunt identice (zona rămâne nedeplasată), iar zona caracterizată de $b_1=0$ a fost translatată în sus cu $V_{REF}/2$, conform relației (31).

Problema 1.11. Se consideră un convertor numeric – analogic (CNA) bipolar care lucrează în cod binar deplasat (CBD). Pe intrările de date se aplică eșantioanele unui semnal sinusoidal de amplitudine $V_{REF}/2$. Se cere să se deducă forma de undă la ieșirea convertorului dacă bitul b2 este ținut forțat la „1” logic.

Rezolvare:

Etapele de rezolvare a acestei probleme sunt aceleași cu cele din problema 1.5. Situația este foarte asemănătoare, deosebirea fiind faptul că bitul b2 al CNA-ului este conectat permanent la „1” logic (în general la o linie prin care se furnizează tensiunea de alimentare a convertorului).

Relația de conversie a unui CNA funcționând conform CBD ($U_{correct}$) este relația (6). În cazul defectului impus în enunț aceasta devine:

$$U = V_{REF} \left(-\frac{1}{2} + b_1 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} + \sum_{k=3}^n b_k \cdot 2^{-k} \right) \quad (32)$$

Pentru a obține $U_{correct}$ în U, în relația (32) trebuie adăugat și scăzut termenul $b_2 \cdot 2^{-2}$. Rezultă relația de conversie:

$$U = U_{correct} + (1 - b_2) \frac{V_{REF}}{4} \quad (33)$$

Așadar se poate face următoarea discuție:

$$U = \begin{cases} U_{correct} + \frac{V_{REF}}{4}, & b_2 = 0 \\ U_{correct}, & b_2 = 1 \end{cases} \quad (34)$$

Se determină limitele intervalelor de tensiune ce determină bitul b2 să ia valoarea zero, respectiv 1, așa cum s-a arătat la problema 1.7.

b_1	b_2	$b_{k,k>2}$	$U_{correct}$
0	0	0	$-V_{REF}/2$
0	0	1	$\cong -V_{REF}/4$
0	1	0	$-V_{REF}/4$
0	1	1	$\cong 0$
1	0	0	0
1	0	1	$\cong V_{REF}/4$
1	1	0	$V_{REF}/4$
1	1	1	$\cong V_{REF}/2$

Tabelul 7. Limitele intervalelor de tensiune de interes.

Se observă că există două intervale în care $b_2=0$ și anume $[-V_{REF}/2, -V_{REF}/4]$ respectiv $[0, V_{REF}/4]$. Similar se întâmplă și pentru $b_2=1$. În reprezentările de mai jos s-a folosit o perioadă dintr-un semnal cu frecvență de 1Hz. S-au folosit acești parametri pentru a facilita scrierea și nu sunt importanți deoarece nu s-a impus frecvența semnalului și nici nu intervine în rezolvarea problemei.

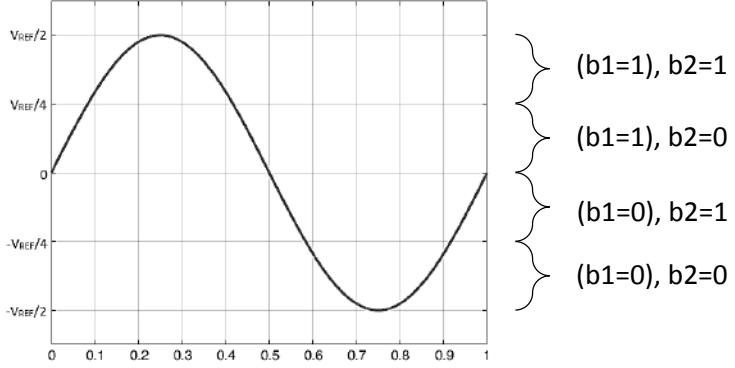


Fig. 15. Forma de undă partită de la ieșirea CNA-ului cu funcționare corectă (dată în enunț, $U_{correct}$).

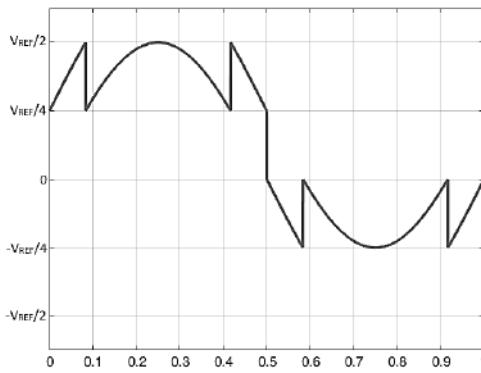


Fig. 16. Forma de undă de la ieșirea CNA-ului cu bitul b1 forțat „1” logic.

Se observă că zonele în care $b_2=1$ rămân nedeplasate, iar zonele caracterizate de $b_2=0$ au fost translatate în sus cu $V_{REF}/4$, conform relației (34).

Problema 1.12. Se consideră un convertor numeric – analogic (CNA) bipolar care lucrează în cod binar deplasat (CBD). Pe intrările de date se aplică eșantioanele unui semnal sinusoidal de amplitudine $V_{REF}/2$. Se cere să se deducă forma de undă la ieșirea convertorului dacă bitul b2 este ținut forțat la masă.

Rezolvare:

Etapele de rezolvare a acestei probleme sunt aceleași cu cele din problema 1.5. Situația este foarte asemănătoare, deosebirea fiind faptul că bitul b2 al CNA-ului este conectat permanent la „0” logic (la masă).

Relația de conversie a unui CNA funcționând conform CBD ($U_{correct}$) este relația (6). În cazul defectului impus în enunț aceasta devine:

$$U = V_{REF} \left(-\frac{1}{2} + b_1 \cdot 2^{-1} + \sum_{k=3}^n b_k \cdot 2^{-k} \right) \quad (35)$$

Pentru a obține $U_{correct}$ în U, în relația (32) trebuie adăugat și scăzut termenul $b_2 \cdot 2^{-2}$. Rezultă relația de conversie:

$$U = U_{correct} - b_2 \frac{V_{REF}}{4} \quad (36)$$

Așadar se poate face următoarea discuție:

$$U = \begin{cases} U_{correct} - \frac{V_{REF}}{4}, & b_2 = 1 \\ U_{correct}, & b_2 = 0 \end{cases} \quad (37)$$

Se determină limitele intervalor de tensiune ce determină bitul b_2 să ia valoarea zero, respectiv 1, așa cum s-a arătat la problema 1.7.

b_1	b_2	$b_{k,k>2}$	$U_{correct}$
0	0	0	$-V_{REF}/2$
0	0	1	$\approx -V_{REF}/4$
0	1	0	$-V_{REF}/4$
0	1	1	≈ 0
1	0	0	0
1	0	1	$\approx V_{REF}/4$
1	1	0	$V_{REF}/4$
1	1	1	$\approx V_{REF}/2$

Tabelul 8. Limitele intervalor de tensiune de interes.

Se observă că există două intervale în care $b_2=0$ și anume $[-V_{REF}/2, -V_{REF}/4]$ respectiv $[0, V_{REF}/4]$. Similar se întâmplă și pentru $b_2=1$. În reprezentările de mai jos s-a folosit o perioadă dintr-un semnal cu frecvență de 1Hz. S-au folosit acești parametri pentru a facilita scrierea și nu sunt importanți deoarece nu s-a impus frecvența semnalului și nici nu intervine în rezolvarea problemei.

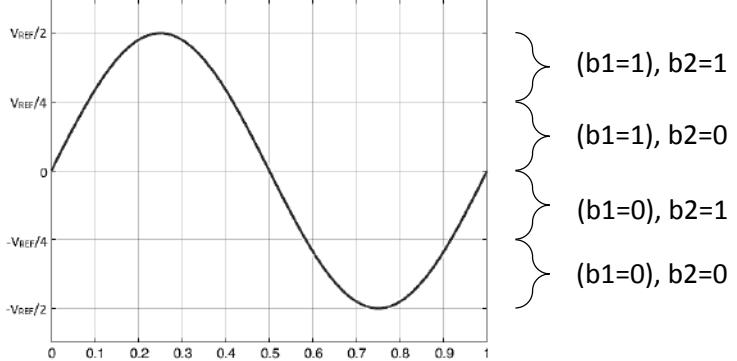


Fig. 17. Forma de undă partită de la ieșirea CNA-ului cu funcționare corectă (dată în enunț, $U_{correct}$).

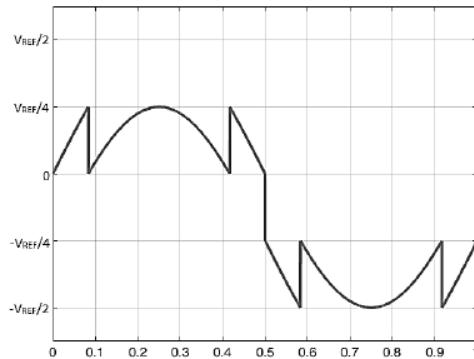


Fig. 18. Forma de undă de la ieșirea CNA-ului cu bitul b_1 forțat „0” logic.

Se observă că pentru zonele în care $b_2=0$ cele două forme de undă sunt identice (rămân nedeplasate), iar zonele caracterizate de $b_2=1$ au fost translatată în jos cu $V_{REF}/4$, conform relației (37).

Problema 1.13. În scopul realizării unei înmulțiri cu 2, biții eșantioanelor corespunzătoare unui semnal sinusoidal, cu amplitudinea de aproximativ $V_{REF}/2$, unde V_{REF} este tensiunea de referință a unui convertor numeric – analogic, sunt deplasati spre stânga cu o poziție, fără a aloca biți suplimentari, și aplicați convertorului. Să se reprezinte semnalul de la ieșirea convertorului numeric – analogic, dacă se lucrează în cod binar deplasat (CBD). Cum se modifică rezoluția convertorului după efectuarea deplasării spre stânga a bițiilor?

Rezolvare:

Sistemul care funcționează conform descrierii de mai sus este reprezentat în schema de mai jos:

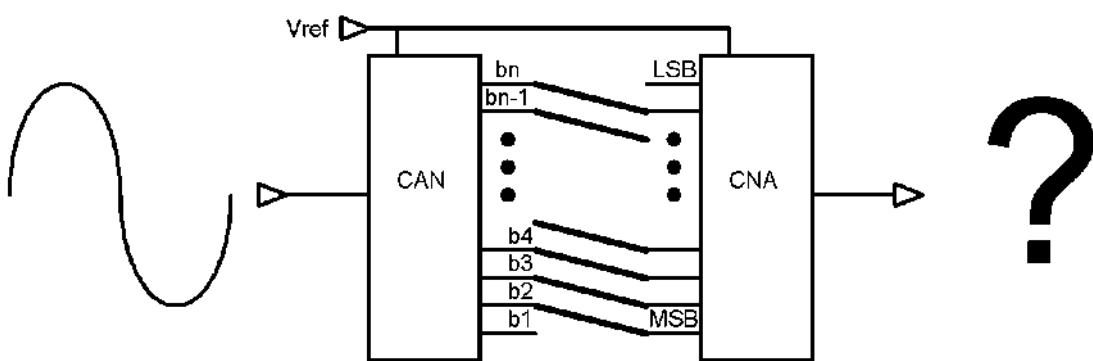


Fig. 19. Cascadarea unui CAN cu un CNA pentru a obține înmulțirea cu 2.

Așa cum se poate observa din relațiile de conversie ale CNA-urilor întâlnite mai sus (vezi relațiile (3),(4),(5)), fiecare bit comandă sumarea sau nu a unei anumite cantități numită în continuare „contribuție” a respectivului bit. De exemplu, contribuția bitului b_2 în cazul unui CNA funcționând conform CBD este 2^{-2} . Deoarece valoarea bitului înmulțește contribuția, aceasta se poate numi „pondere”. Așadar b_2 va fi pondere pentru contribuția 2^{-2} în exemplul de mai sus. Aceste contribuții sumate capătă, în final, semnificație fizică (de obicei tensiune) prin înmulțirea cu tensiunea de referință în cazurile prezentate, dar se pot converti și la curent sau alte mărimi fizice, în general.

Uzual legăturile dintre un CAN și un CNA se fac între ieșiri și intrări corespunzătoare unor biți de contribuții egale, aşa cum s-a întâmplat în cazul problemelor anterioare (vezi scheme problema 1.5). Se cunoaște faptul că, în baza 2, o înmulțire cu 2 este echivalentă cu deplasarea către stânga cu o poziție a tuturor bițiilor cu ajutorul căror se scrie numărul respectiv. De exemplu numărul $100101|_B$ înmulțit cu 2 va avea ca rezultat numărul $1001010|_B$. Așadar este evident că rezultatul înmulțirii cu 2 a unui număr binar reprezentat pe n biți va avea nevoie de $n+1$ biți pentru reprezentare corectă. În practică efectul înmulțirii cu 2 este ușor de obținut numai prin modificarea corespunzătoare a legăturilor dintre dispozitivele electronice aplicate (în cazul de față CAN și CNA) în felul arătat în figura de mai sus. În situația de față înmulțirea se face fără alocarea bitului suplimentar (evidenț, deoarece CNA-ul nu are o intrare în plus) pentru a studia efectele. Rezultă următoarele:

Intrări CNA	MSB					LSB
Contribuție	2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}	...	2^{-n+1}	2^{-n}
Ponderi legătură normală	b_1	b_2	b_3	...	b_{n-1}	b_n
Ponderi legătură pentru înmulțire cu 2	b_2	b_3	b_4	...	b_n	0

Tabelul 9. Consecințele legăturii din Fig. 19.

Relația de conversie a unui CNA funcționând conform CBD ($U_{correct}$) este relația (6). În cazul legăturilor pentru înmulțire din cazul de față b_2 va înmulți 2^{-1} , b_3 va înmulți 2^{-2} și aşa mai departe, cum se poate observa în tabelul de mai sus. Observând noile constrângeri, relația de conversie va deveni:

$$U = V_{REF} \left(-\frac{1}{2} + \sum_{k=2}^n b_k \cdot 2^{-k+1} \right) \quad (38)$$

Pentru a obține $U_{correct}$ în U , (în relația (38)) se urmăresc pașii de mai jos:

$$\begin{aligned} U &= V_{REF} \left(-\frac{1}{2} + \sum_{k=2}^n b_k \cdot 2^{-k+1} \right) = V_{REF} \left(-\frac{1}{2} + \sum_{k=2}^n b_k \cdot 2^{-k} \cdot 2 \right) \\ &= V_{REF} \left(-\frac{1}{2} + \sum_{k=2}^n b_k \cdot 2^{-k} \cdot 2 + 2b_1 \cdot 2^{-1} - 2b_1 \cdot 2^{-1} \right) \\ &= V_{REF} \left(-\frac{1}{2} + 2 \cdot \sum_{k=1}^n b_k \cdot 2^{-k} - 2b_1 \cdot 2^{-1} \right) = V_{REF} \left(-\frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 2 \cdot \sum_{k=1}^n b_k \cdot 2^{-k} - 2b_1 \cdot 2^{-1} \right) \\ &= V_{REF} \left(-1 + 2 \cdot \sum_{k=1}^n b_k \cdot 2^{-k} + \frac{1}{2} - 2b_1 \cdot 2^{-1} \right) = V_{REF} (-1 + 2 \cdot \sum_{k=1}^n b_k \cdot 2^{-k}) + V_{REF} \left(\frac{1}{2} - 2b_1 \cdot 2^{-1} \right) \\ &= 2 \cdot U_{correct} + V_{REF} \left(\frac{1-2b_1}{2} \right) \end{aligned} \quad (39)$$

Așadar se poate face următoarea discuție:

$$U = \begin{cases} 2 \cdot U_{correct} + \frac{V_{REF}}{2}, & b_1 = 0 \\ 2 \cdot U_{correct} - \frac{V_{REF}}{2}, & b_1 = 1 \end{cases} \quad (40)$$

Se determină limitele intervalelor de tensiune ce determină bitul b1 să ia valoarea zero, respectiv 1, aşa cum s-a arătat la problema 1.5.

b_1	$b_{k,k>1}$	$U_{correct}$
0	0	$-V_{REF}/2$
0	1	$\cong 0$
1	0	0
1	1	$\cong V_{REF}/2$

Tabelul 10. Limitele intervalelor de tensiune de interes.

În reprezentările de mai jos s-a folosit o perioadă dintr-un semnal cu frecvența de 1Hz. S-au folosit acești parametri pentru a facilita scrierea și nu sunt importanți deoarece nu s-a impus frecvența semnalului și nici nu intervene în rezolvarea problemei.

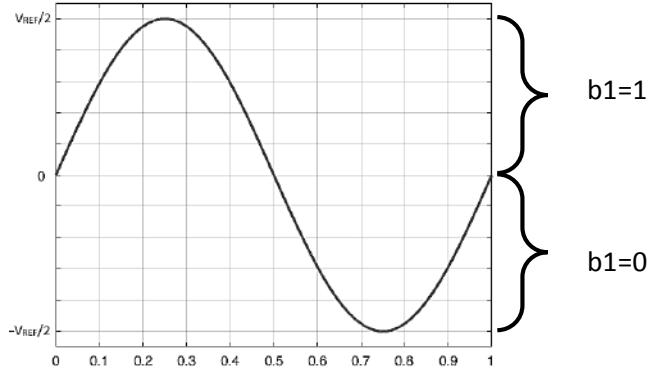


Fig. 20. Forma de undă partită de la ieșirea CNA-ului cu funcționare corectă (dată în enunț, $U_{correct}$).

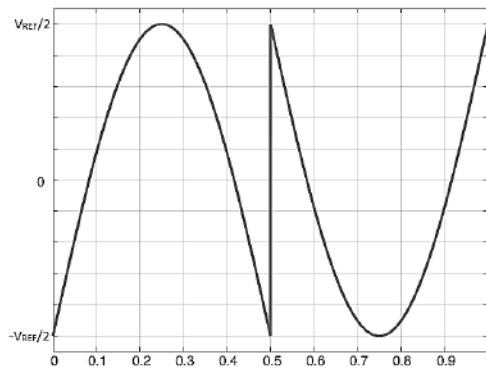


Fig. 21. Forma de undă de la ieșirea CNA-ului.

Se observă că cele două zone corespunzătoare bitului $b_1=0$ respectiv $b_1=1$ au fost prelucrate conform relației (40).

Rezoluția unui CNA reprezintă cel mai mic salt de tensiune pe care acesta îl poate da la ieșire, adică saltul de tensiune determinat numai de modificarea valorii LSB-ului. Se poate determina rezoluția ca fiind diferența dintre tensiunile de la ieșirea CNA-ului determinate de 2 numere care diferă numai prin LSB (consecutive). Se pot alege oricare două numere consecutive, dar alegerea anumitor cazuri particulare poate determina simplificarea calculelor. În cazul de față se tratează numerele 1 și 0 (adică 000...0 și 000...1).

Rezoluția CNA-ului funcționând conform CBD în conectare normală este:

$$\begin{aligned}\delta_{correct} &= |U_{correct}|_{b_n=1, b_k=0, k \neq n} - |U_{correct}|_{b_k=0, \forall k} = \left| V_{REF} \left(-\frac{1}{2} + 2^{-n} \right) - V_{REF} \left(-\frac{1}{2} + 0 \right) \right| \\ &= V_{REF} \cdot 2^{-n}\end{aligned}\quad (41)$$

Rezoluția CNA-ului funcționând conform CBD în conectarea din problema curentă pentru a efectua operația de înmulțire este:

$$\begin{aligned}\delta_{inmultire} &= |U|_{b_n=1, b_k=0, k \neq n} - |U|_{b_k=0, \forall k} = \left| 2V_{REF} \left(-\frac{1}{2} + 2^{-n} \right) + \frac{V_{REF}}{2} - \left[2V_{REF} \left(-\frac{1}{2} + 0 \right) + \frac{V_{REF}}{2} \right] \right| \\ &= 2V_{REF} \cdot 2^{-n} = 2\delta_{correct}\end{aligned}\quad (42)$$

Se observă că în cazul conectării din această problemă, din cauza nealocării bitului suplimentar, rezoluția este de două ori mai slabă, cum era de așteptat. O valoare mică a rezoluției este de dorit într-un convertor.

CONVENTII DE NOTARE

În problemele următoare din acest capitol s-a marcat dependența de N (numărul aplicat la intrarea convertorului) în dreptul fiecărei variabile care conține în expresia sa biții care formează numărul. Din acest motiv anumite variabile pot fi găsite fie cu dependență de N explicit marcată, fie nu, în funcție de ce conține expresia respectivei variabile la un moment dat. De exemplu expresia variabilei X va fi scrisă

$$X = A \cdot B + C$$

dacă nu apar deloc în expresie biții numărului N sau

$$X(N) = A(N) \cdot B + C$$

dacă biții apar explicit în expresia variabilei A sau

$$X(N) = A \cdot B + C \sum_{k=1}^{10} b_k \cdot 2^{-k}$$

dacă biții apar explicit în expresia variabilei X. Este clar că notația nu este riguros completă cum ar fi, de exemplu,

$$X(A, B, C) = A \cdot B + C$$

dar astfel de notații ocupă foarte mult spațiu doar pentru a oferi informații deja evidente și sunt evitate. Toate cele expuse mai sus sunt numai convenții de notare și nu intervin în esența rezolvării problemelor.

Problema 1.14. Cu ajutorul CNA-ului cu rețea R-2R se construiește convertorul cu ieșire în tensiune din figură. Se cunosc $R=10\text{ k}\Omega$, $V_r=10\text{ V}$. Să se determine relația de conversie $U_o(N)$, domeniul valorilor pe care le poate lua tensiunea de ieșire U_o , polaritatea și rezoluția convertorului.

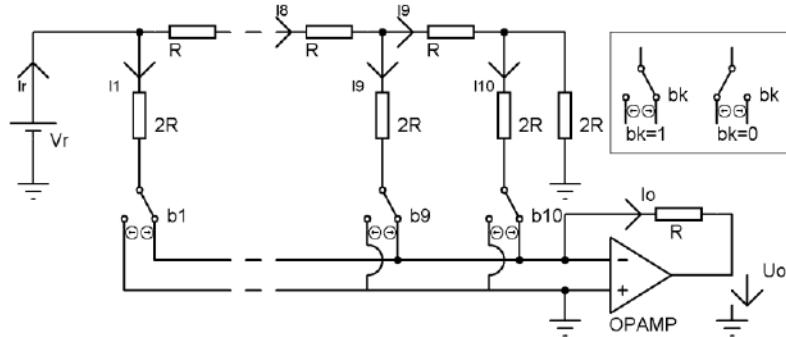


Fig. 22. Schema unui CNA cu rețea R-2R.

DIVIZORUL DE CURENT

Circuitul care stă la baza acestei probleme este divizorul de curent prezentat în continuare. Schema sa este prezentată în Fig. 23.:

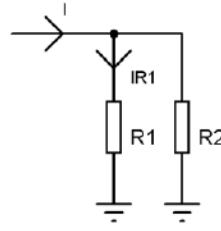


Fig. 23. Divizorul de curent

Cunoscând curentul I care atacă o grupare paralel de rezistoare (sau impedanțe, în general) de valori cunoscute, se pune problema determinării curentului printr-un rezistor. În cazul de față s-a ales determinarea curentului prin R_1 . Se poate demonstra că IR_1 are următoarea expresie:

$$IR_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot I \quad (43)$$

Rezolvare:

Relația de conversie se referă la expresia care leagă tensiunea de ieșire U_o de numărul N aplicat convertorului. N este un număr binar reprezentat pe 10 biți, de forma $N=b_1b_2b_3b_4b_5b_6b_7b_8b_9b_{10}$. Starea fiecărui bit determină starea fiecărui comutator aşa cum se poate observa în schema convertorului. Dacă bitul b_k este egal cu 1, comutatorul respectiv este pe poziția din dreapta. Analog, dacă $b_k=0$, comutatorul respectiv va fi pe poziția din stânga.

Înăind cont de faptul că tensiunea între bornele de intrare ale unui amplificator operațional (AO) ideal este zero, potențialul intrării neinversoare (V_+) va fi întotdeauna egal cu cel al intrării inversoare (V_-). În cazul de față înseamnă că potențialul intrării inversoare (V_-) va fi zero deoarece borna neinversoare (+) este legată direct la masă, adică borna inversoare (-) va reprezenta punct virtual de masă. U_o este tensiunea dintre ieșirea AO și masă. Cum V_- este punct virtual de masă, U_o va fi tensiunea pe rezistență R din bucla de reacție a AO și, deoarece sensul curentului I_o a fost ales contrar sensului tensiunii U_o , aceasta va avea următoarea expresie:

$$U_o = -I_o \cdot R \quad (44)$$

Deoarece curenții de intrare într-un AO ideal sunt nuli, I_o va fi suma tuturor curenților care atacă borna inversoare (-), adică suma tuturor curenților care curg prin comutatoarele aflate pe poziția din dreapta, adică acele comutatoare care au bitul de comandă din numărul N egal cu 1. Așadar N va determina care din curenți se vor suma pentru a forma curentul I_o care determină la rândul său tensiunea de ieșire. Se poate observa deja legătura dintre U_o și N .

Scriind legea I a lui Kirchhoff în nodul la care este conectată borna inversoare (-) a AO și înăind cont că dintre curenții I_1, I_2, \dots, I_{10} pot ajunge în acest nod numai cei pentru care b_1, b_2, \dots, b_{10} sunt egali cu 1 (cei pentru care comutatoarele sunt pe poziția din dreapta) rezultă:

$$I_o(N) = \sum_{k=1}^{10} b_k \cdot I_k \quad (45)$$

$$U_o(N) = - \sum_{k=1}^{10} b_k \cdot I_k \cdot R \quad (46)$$

Legătura între U_o și N se poate observa deja, însă nu se cunosc valorile curenților I_k . Singurele date sunt valorile rezistențelor și tensiunea de referință V_r . Curenții se pot determina din aproape în aproape.

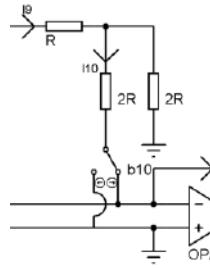


Fig. 24. Parte de schemă necesară pentru explicații.

Așa cum se poate observa în Fig. 24, cele două rezistoare de valoare $2R$ atacate de curentul I_9 sunt conectate în paralel deoarece I_9 le atacă într-un nod în care sunt interconectate, iar ambele au celălalt terminal legat la masă (unul la masa propriu zisă, iar celălalt la masa virtuală reprezentată de borna inversoare ($-$) a AO dacă $b_{10}=1$ sau tot la masa propriu zisă dacă $b_{10}=0$). Deci cele două rezistențe formează un divizor de curent pentru I_9 . Este clar că rezistorul R nu influențează relația deoarece curentul este același într-o latură de circuit deci nu contează că s-a marcat înainte de R sau s-ar fi marcat după R . Așadar rezultă:

$$I_{10} = \frac{2R}{2R+2R} \cdot I_9 = \frac{I_9}{2} \quad (47)$$

În continuare se va trata situația lui I_8 . Schema pe care se va face analiza este următoarea:

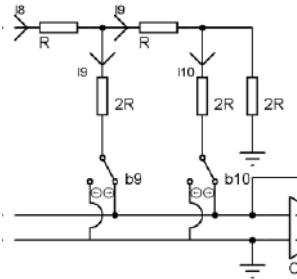


Fig. 25. Parte de schemă necesară pentru explicații.

Așa cum s-a arătat mai sus, cele două rezistoare $2R$ prin care trece curentul I_{10} (este clar că I_9 se împarte în 2 curenți egali conform relației (43)) sunt conectate în paralel. Așadar ele pot fi echivalente cu un singur rezistor de valoare R . Acesta se va găsi în serie cu rezistorul R lângă care a fost marcat I_9 . Deci acestea împreună vor forma un rezistor de valoare $2R$. Astfel situația lui I_8 este identică cu cea în care s-a aflat I_9 în paragraful anterior când s-a dedus relația (43). Similar rezultă:

$$I_9 = \frac{2R}{2R+2R} \cdot I_8 = \frac{I_8}{2} \quad (48)$$

Aplicând cele prezentate mai sus în mod succesiv rezultă:

$$I_{10} = \frac{I_9}{2} = \frac{I_8}{2^2} = \frac{I_7}{2^3} = \dots = \frac{I_r}{2^{10}} \quad (49)$$

Așadar:

$$I_k = \frac{I_r}{2^k} \quad (50)$$

După echivalarea în mod similar a tuturor rezistențelor văzute de către sursa de tensiune V_r , I_r și, în final relația de conversie, rezultă:

$$I_r = \frac{V_r}{R} \quad (51)$$

$$U_o(N) = -V_r \sum_{k=1}^{10} b_k \cdot 2^{-k} \quad (52)$$

Pentru determinarea domeniului valorilor pe care le poate lua tensiunea de ieșire este suficient să se determine cele două valori extreme: maximă și minimă. Acestea se pot afla aplicând relația de conversie pentru valorile extreme ale lui N din codul în care funcționează convertorul. În cazul de față, în expresia (48) se poate observa codul binar, iar valorile extreme pe 10 biți sunt $0000000000|_B$ și $1111111111|_B$. Rezultă:

$$U(0000000000|_B) = -V_r \sum_{k=1}^{10} 0 \cdot 2^{-k} = 0 V \quad (53)$$

$$U(1111111111|_B) = -V_r \sum_{k=1}^{10} 1 \cdot 2^{-k} = -V_r \cdot 2^{-1} \cdot \frac{1-(2^{-1})^{10}}{1-2^{-1}} = -9,9902 V \quad (54)$$

Domeniul tensiunii de ieșire este $[0, -9,9902] V$. Convertorul este unipolar deoarece tensiunea de ieșire nu schimbă semnul pe întreg domeniul din care aceasta poate lua valori.

Rezoluția se calculează ca diferență în modul a tensiunilor de ieșire obținute pentru oricare două numere consecutive din gama de lucru a convertorului.

$$\delta = |U(0000000001|_B) - U(0000000000|_B)| = |-V_r \cdot 2^{-10} - (-V_r \cdot 0)| = 9,765 mV \quad (55)$$

Problema 1.15. Se dă CNA-ul pe 8 biți cu rezistențe ponderate din Fig. 26. Se cunosc $R=10k\Omega$, $V_r=10V$. Să se determine relația de conversie $U_o(N)$, domeniul valorilor pe care le poate lua tensiunea de ieșire U_o , polaritatea și rezoluția convertorului. Desenați forma de undă de la ieșirea convertorului dacă la intrarea sa se aplică succesiv numerele $N_1 = 0F|_H$, $N_2 = 80|_H$ și $N_3 = FF|_H$, fiecare timp de 10 ns.

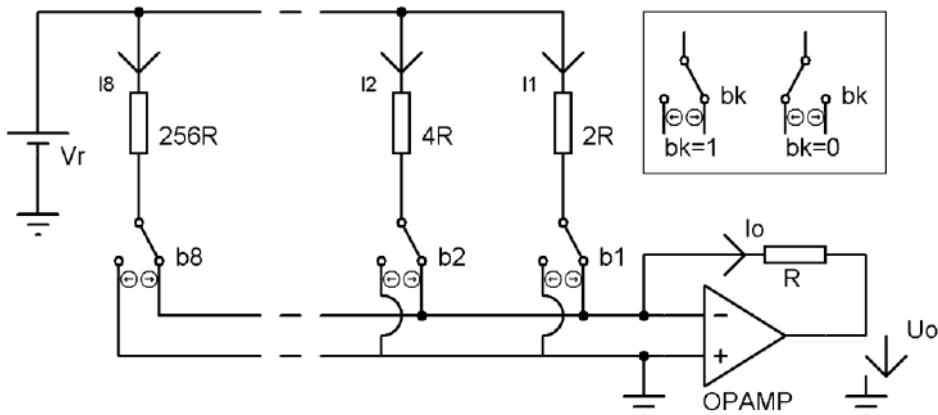


Fig. 26. Schema unui CNA cu rezistențe ponderate.

Rezolvare:

Problema curentă este similară cu problema 1.14. Se observă că borna inversoare (-) a AO reprezintă și în acest caz punct virtual de masă. Așadar tensiunea de ieșire are aceeași expresie ca în cazul anterior și anume relația (44). I_o este și în acest caz suma curenților care trec prin comutatoarele aflate în poziția din dreapta, deci cele pentru care bitul de comandă este egal cu 1. Este valabilă relația (45), dar particularizată pe situația curentă care în care se lucrează numai cu 8 biți:

$$I_o(N) = \sum_{k=1}^8 b_k \cdot I_k \quad (56)$$

Fiecare dintre cele 8 rezistoare au un terminal conectat la sursa de alimentare și celălalt la potențial nul (fie direct la masă în cazul în care comutatorul respectiv este în poziția din stânga, deci dacă bitul care comandă comutatorul este egal cu zero, fie la masa virtuală în celălalt caz). Înțând cont de valorile rezistențelor rezultă curenții:

$$I_k = \frac{V_r}{2^{k \cdot R}} \quad (57)$$

Relația de conversie rezultă astfel:

$$U_o(N) = -V_r \sum_{k=1}^8 b_k \cdot 2^{-k} \quad (58)$$

Domeniul tensiunii de ieșire:

$$U(00000000|_B) = -V_r \sum_{k=1}^8 0 \cdot 2^{-k} = 0 V \quad (59)$$

$$U(11111111|_B) = -V_r \sum_{k=1}^8 1 \cdot 2^{-k} = -V_r \cdot 2^{-1} \cdot \frac{1-(2^{-1})^8}{1-2^{-1}} = -9,9609 V \quad (60)$$

Domeniul tensiunii de ieșire este $[0, -9,9609] V$. Convertorul este unipolar deoarece tensiunea de ieșire nu schimbă semnul pe întreg domeniul din care aceasta poate lua valori.

Rezoluția convertorului:

$$\delta = |U(00000001|_B) - U(00000000|_B)| = |-V_r \cdot 2^{-8} - (-V_r \cdot 0)| = 39,062 mV \quad (61)$$

Pentru desenarea formei de undă se determină întâi valorile tensiunii de ieșire pentru fiecare număr aplicat:

$$U(0F|_H) = U(00001111|_B) = -V_r \sum_{k=5}^8 1 \cdot 2^{-k} = -10 \cdot 2^{-5} \frac{1-(2^{-1})^4}{1-2^{-1}} = -0,586 V \quad (62)$$

$$U(80|_H) = U(10000000|_B) = -V_r \cdot 2^{-1} = -5 V \quad (63)$$

$$U(FF|_H) = U(11111111|_B) = -V_r \sum_{k=1}^8 1 \cdot 2^{-k} = -10 \cdot 2^{-1} \frac{1-(2^{-1})^8}{1-2^{-1}} = -9,9609 V \quad (64)$$

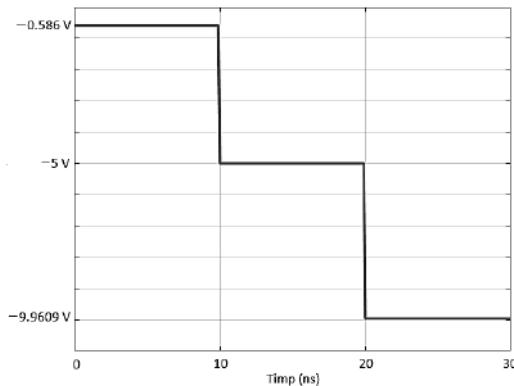


Fig. 27. Tensiunea de la ieșirea CNA-ului la aplicarea succesivă la intrarea sa a numerelor $N_1 = 0F|_H$, $N_2 = 80|_H$ și $N_3 = FF|_H$, fiecare timp de 10 ns.

Problema 1.16. În Fig. 28 de mai jos este dată o schemă simplificată a convertorului numeric-analogic DAC08. Să se stabilească relația de conversie pentru curenții I_o și \bar{I}_o . Se consideră $\beta \gg 10 \Rightarrow \alpha \cong 1$ pentru tranzistoarele de la T_0 până T_9 . Potențialele $V_- < 0$ și $V_5 > 0$ alese convenabil astfel încât toate tranzistoarele să funcționeze în regimul activ normal (RAN). Lângă fiecare tranzistor este notată și aria joncțiunii bază-emitor.

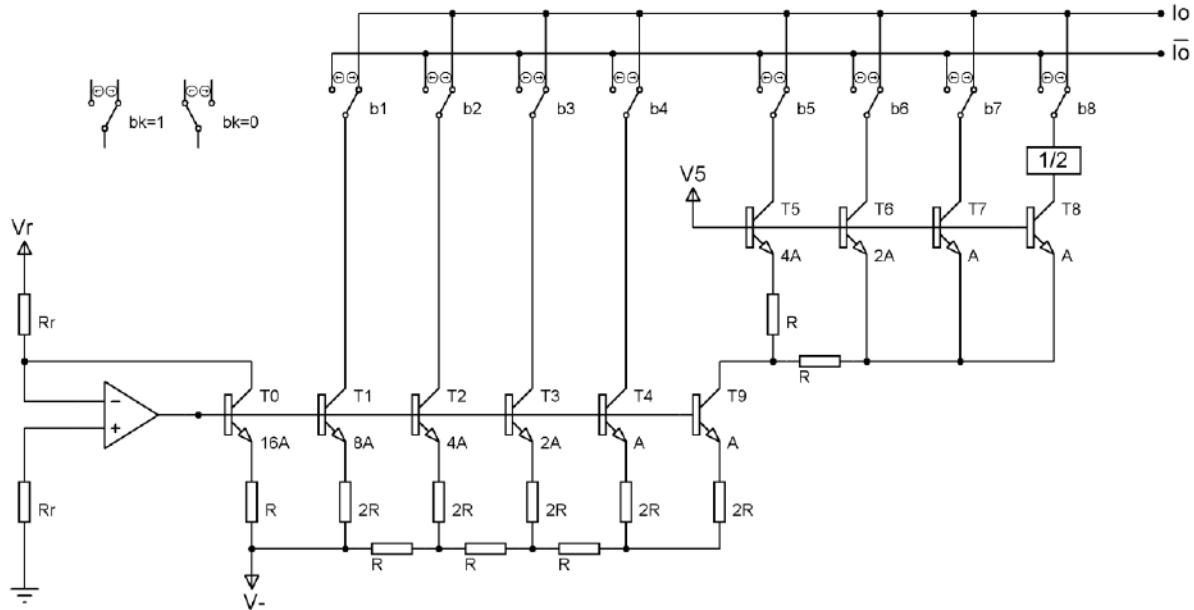


Fig. 28. Schema internă simplificată a convertorului numeric-analogic DAC08.

Rezolvare:

În primă fază se poate determina curentul de referință (notat mai departe I_R) care curge prin rezistența R_r conectată între borna de intrare pentru tensiunea de referință V_r și borna neinversoare a amplificatorului operațional. În acest scop se observă că potențialul bornei neinversoare a AO este nul deoarece prin rezistența R_r conectată între aceasta și masă nu curge curent (în intrările unui AO ideal nu curge curent), deci tensiunea pe această rezistență este nulă, adică potențialele la capetele ei sunt egale. Dacă potențialul bornei neinversoare este nul și potențialul bornei inversoare va fi tot nul (potențialele bornelor de intrare ale unui AO ideal sunt egale). Așadar curentul de referință I_R care curge prin rezistența R_r conectată la V_r și la borna neinversoare a AO va fi raportul dintre tensiunea care cade pe respectiva rezistență și valoarea rezistenței:

$$I_R = \frac{U_{Rr}}{Rr} = \frac{V_r - 0}{Rr} = \frac{V_r}{Rr} \quad (65)$$

Cum în bornele de intrare ale unui AO ideal nu curge curent, întreg curentul I_R va curge prin Tranzistorul T_0 apoi prin rezistența R conectată la T_0 către punctul de alimentare cu tensiune negativă notat V_- .

Tranzistoarele $T_0 - T_9$ au arii diferite ale joncțiunii bază-emitor ($A \dots 16A$) ceea ce determină curenții de saturare ai acestor joncțiuni să difere în consecință, adică aceste tranzistoare vor putea avea curenți de colector diferenți la aceeași tensiune bază emitor. Curentul de saturare este direct proporțional cu aria, iar curentul de colector direct proporțional cu curentul de saturare. În condiții de tensiuni bază-emitor egale există relațiile:

$$A_0=2A_1=4A_2=8A_3=16A_4=16A \Rightarrow I_{s0}=2I_{s1}=4I_{s2}=8I_{s3}=16I_{s4}=16I_{s9} \quad (66)$$

$$A_5=2A_6=4A_7=4A_8 \Rightarrow I_{s5}=2I_{s6}=4I_{s7}=4I_{s8} \quad (67)$$

Ecuatiile de functionare ale unui tranzistor bipolar sunt:

$$I_C = I_s \cdot \exp\left(\frac{V_{BE}}{V_T}\right) \quad (68)$$

$$\frac{I_C}{I_E} = \alpha \quad (69)$$

Rezulta:

$$I_{C0}=2I_{C1}=4I_{C2}=8I_{C3}=16I_{C4}=16I_{C8} \Rightarrow I_{E0}=2I_{E1}=4I_{E2}=8I_{E3}=16I_{E4}=16I_{E9} \quad (70)$$

$$I_{C5}=2I_{C6}=4I_{C7}=4I_{C8} \Rightarrow I_{E5}=2I_{E6}=4I_{E7}=4I_{E8} \quad (71)$$

Deoarece se lucrează numai în curent continuu și tranzistoarele sunt considerate în RAN, tensiunile bază-emitor vor fi tensiuni continue egale cu tensiunea de deschidere a joncțiunii bază-emitor ($\approx 0,6$ V), deci relațiile de mai sus sunt valabile.

Scriind legea I a lui Kirchhoff în nodul reprezentat de colectorul tranzistorului T_9 , rezultă:

$$I_{C9}=I_{E5}+I_{E6}+I_{E7}+I_{E8} \Rightarrow I_{C9}=I_{E5}+I_{E6}+2I_{E7} \Rightarrow I_{C9}=I_{E5}+2I_{E6} \Rightarrow I_{C9}=2I_{E5} \Rightarrow I_{C9}=2I_{C5} \quad (72)$$

$$I_{C0}=2I_{C1}=4I_{C2}=8I_{C3}=16I_{C4}=32I_{C5}=64I_{C6}=128I_{C7}=128I_{C8} \quad (73)$$

Curenți care trec prin comutatoare, notați I_{b1} – I_{b7} (fiecare trecând prin comutatorul corespunzător bitului b_1 – b_7) vor fi chiar curenții de colector ai tranzistoarelor T_1 – T_7 (I_{C1} – I_{C7}):

$$I_{b0}=2I_{b1}=4I_{b2}=8I_{b3}=16I_{b4}=32I_{b5}=64I_{b6}=128I_{b7} \quad (74)$$

În colectorul tranzistorului T_8 este instalat un divizor de curent notat $\frac{1}{2}$. Așadar deși $I_{C7}=I_{C8}$, rezultă:

$$I_{b7}=2I_{b8} \quad (75)$$

Cum $I_{C0}=I_R$ și ținând cont de poziția comutatoarelor corespunzătoare bișilor egali cu „1” respectiv „0”:

$$I_o = I_R \sum_{k=1}^8 b_k 2^{-k} \quad (76)$$

$$\bar{I}_o = I_R \sum_{k=1}^8 \bar{b}_k 2^{-k} = I_R \sum_{k=1}^8 (1 - b_k) 2^{-k} \quad (77)$$

Problema 1.17. Se dă CNA-ul cu ieșire în tensiune din Fig. 29. Se cunosc $V_r=10$ V, $R_r=5$ kΩ, $\varepsilon_{R1}=\varepsilon_{R2}=0,5\%$, $\varepsilon_{Vr}=0,5\%$. Să se determine valorile rezistoarelor R_1 și R_2 astfel încât convertorul să fie bipolar cu $V_{Omin}=-10$ V și $V_{Omax}=10$ V. Care este numărul efectiv de biți cu care lucrează convertorul dacă numărul aplicat acestuia este $N=40|_H$?

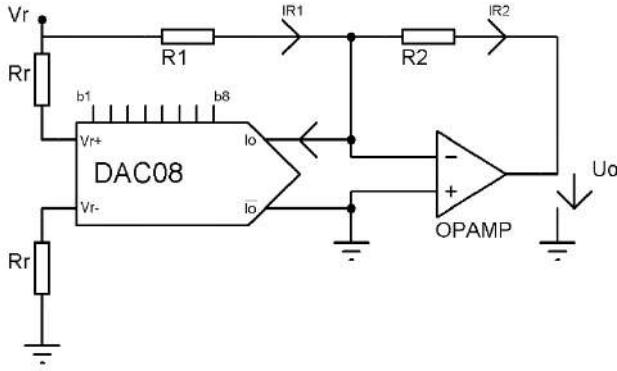


Fig. 29. Schema unui CNA cu DAC08.

Rezolvare:

Se cunoaște expresia curentului de ieșire a convertorului DAC08:

$$I_o(N) = \frac{V_r}{R_r} \sum_{k=1}^8 b_k 2^{-k} \quad (78)$$

În primul rând se va determina relația de conversie. Se poate observa că intrarea neinversoare a AO este legată direct la masă, deci intrarea inversoare va constitui punct virtual de masă. Tensiunea de ieșire este tensiunea între borna de ieșire a AO și masă, deci poate fi considerată tensiunea pe rezistorul R_2 . Deoarece curentul prin rezistorul R_2 , I_{R2} , a fost marcat în sens invers decât tensiunea, rezultă:

$$U_o = -I_{R2} \cdot R_2 \quad (79)$$

Scriind legea I a lui Kirchhoff în nodul la care este conectată borna inversoare a AO:

$$I_{R1} - I_o(N) - I_{R2} = 0 \Rightarrow -I_{R2} = I_o(N) - I_{R1} \quad (80)$$

Deoarece borna neinversoare a AO este punct de masă virtuală:

$$I_{R1} = \frac{V_r}{R_1} \quad (81)$$

Rezultă din cele de mai sus relația de conversie:

$$U_o(N) = -I_{R2} \cdot R_2 = (I_o(N) - I_{R1}) \cdot R_2 = \frac{V_r R_2}{R_r} \sum_{k=1}^8 b_k 2^{-k} - \frac{V_r R_2}{R_1} \quad (82)$$

Se observă că atunci când N crește, valoarea lui U_o crește. Se pot impune acum condițiile:

$$U_o(FF|_H) = 10 \text{ V} \text{ și } U_o(00|_H) = -10 \text{ V} \quad (83)$$

$$U_o(00|_H) = -\frac{V_r R_2}{R_1} = -10 \text{ V} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = 1 \Rightarrow R_1 = R_2 \quad (84)$$

$$U_o(FF|_H) = \frac{V_r R_2}{R_r} \sum_{k=1}^8 1 \cdot 2^{-k} - \frac{V_r R_2}{R_1} = \frac{V_r R_2}{R_r} 2^{-1} \frac{1-(2^{-8})^8}{1-2^{-1}} - \frac{V_r R_2}{R_1} \xrightarrow{R_1=R_2} \frac{V_r R_2}{R_r} (1 - 2^{-8}) - V_r = 10 \text{ V} \quad (85)$$

$$R_2 = \frac{(10+V_r) \cdot R_r}{(1-2^{-8}) \cdot V_r} \cong 10 \text{ k}\Omega \Rightarrow R_1 = 10 \text{ k}\Omega \quad (86)$$

Pentru a determina pe câți biți lucrează convertorul trebuie întâi să se determine eroarea ce va caracteriza tensiunea de ieșire, eroare cauzată de componente care nu sunt ideale (sunt caracterizate

de o eroare relativă a valorilor) și de eroarea relativă a tensiunii de referință V_r . Problema aproximează o situație din practică introducând aceste noi date.

Eroarea relativă a tensiunii de ieșire va fi calculată folosind formula propagării erorilor. O mărime f dependentă de alte mărimi x_1, x_2, \dots, x_n (sau $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$) va avea eroarea relativă determinată de erorile relative ale mărimilor de care este dependentă și de relația dintre aceste mărimi astfel:

$$\varepsilon_{f(x_1, x_2, \dots, x_n)} = \left| \frac{\partial f(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_1} \frac{x_1}{f(x_1, x_2, \dots, x_n)} \right| \cdot \varepsilon_{x_1} + \left| \frac{\partial f(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_2} \frac{x_2}{f(x_1, x_2, \dots, x_n)} \right| \cdot \varepsilon_{x_2} + \dots + \left| \frac{\partial f(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_n} \frac{x_n}{f(x_1, x_2, \dots, x_n)} \right| \cdot \varepsilon_{x_n} \quad (87)$$

Particularizând pentru situația din problema curentă și notând $\sum_{k=1}^8 b_k 2^{-k}$ cu $S(N)$:

$$\varepsilon_{V_o(40|_H)} = \left| \frac{\partial V_o}{\partial V_r} \frac{V_r}{V_o} \right| \cdot \varepsilon_{V_r} + \left| \frac{\partial V_o}{\partial R_1} \frac{R_1}{V_o} \right| \cdot \varepsilon_{R_1} + \left| \frac{\partial V_o}{\partial R_2} \frac{R_2}{V_o} \right| \cdot \varepsilon_{R_2} \quad (88)$$

$$\left| \frac{\partial V_o}{\partial V_r} \frac{V_r}{V_o} \right| = \left(\frac{R_2}{R_r} S(N) - \frac{R_2}{R_1} \right) \frac{V_r}{V_r \left(\frac{R_2}{R_r} S(N) - \frac{R_2}{R_1} \right)} = 1 \quad (89)$$

$$\left| \frac{\partial V_o}{\partial R_1} \frac{R_1}{V_o} \right| = \frac{V_r R_2}{R_1^2} \frac{R_1}{V_r R_2 \left(\frac{S(N)}{R_r} - \frac{1}{R_1} \right)} = \frac{R_r}{S R_1 - R_r} \quad (90)$$

$$\left| \frac{\partial V_o}{\partial R_2} \frac{R_2}{V_o} \right| = V_r \left(\frac{S(N)}{R_r} - \frac{1}{R_1} \right) \frac{R_2}{V_r R_2 \left(\frac{S(N)}{R_r} - \frac{1}{R_1} \right)} = 1 \quad (91)$$

$$N = 40|_H = 01000000|_B \Rightarrow S(40|_H) = \sum_{k=1}^8 b_k 2^{-k} = 1 \cdot 2^{-2} = 1/4 \quad (92)$$

$$\varepsilon_{V_o(40|_H)} = 1 \cdot \varepsilon_{V_r} + \left| \frac{R_r}{S(N) \cdot R_1 - R_r} \right| \cdot \varepsilon_{R_1} + 1 \cdot \varepsilon_{R_2} = 0,5\% + 2 \cdot 0,5\% + 0,5\% = 2\% \quad (93)$$

Eroarea absolută a tensiunii de ieșire este:

$$e_{V_o(40|_H)} = |\varepsilon_{V_o(40|_H)} \cdot V_o(40|_H)| = |0,02 \cdot (-5)| = 0,1 \text{ V} \quad (94)$$

Convertorul funcționează cu 8 biți. Pentru a determina numărul efectiv de biți vom determina rezoluția convertorului în situația în care acesta ar funcționa cu din ce în ce mai puțini biți, începând bineînțeles cu numărul maxim (aici 8), până când se găsește acea rezoluție care este mai mare sau egală cu eroarea absolută determinată mai sus.

$$\delta_{8 \text{ biți}} = |U_o(00000001|_B) - U_o(00000000|_B)| = \frac{V_r R_2}{R_r} 2^{-8} - \frac{V_r R_2}{R_1} - \left(-\frac{V_r R_2}{R_1} \right) = 0,078 \text{ V} < e_{V_o(40|_H)} \quad (95)$$

$$\delta_{7 \text{ biți}} = |U_o(0000001|_B) - U_o(0000000|_B)| = \frac{V_r R_2}{R_r} 2^{-7} - \frac{V_r R_2}{R_1} - \left(-\frac{V_r R_2}{R_1} \right) = 0,156 \text{ V} > e_{V_o(40|_H)} \quad (96)$$

Convertorul funcționează cu 7 biți efectivi.

Problema 1.18. Se dă CNA-ul cu ieșire în tensiune din Fig. 30. Se cunosc $V_r=10 \text{ V}$, $R_1=5 \text{ k}\Omega$, $R_2=R_r=10 \text{ k}\Omega$. Să se determine relația de conversie, domeniul valorilor pe care le poate lua tensiunea de ieșire, polaritatea și rezoluția convertorului pentru fiecare din ieșirile U_1 , U_2 și U_3 .

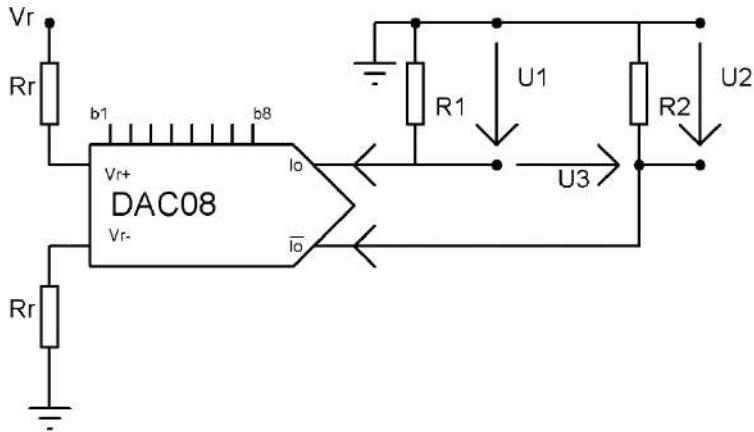


Fig. 30. Schema unui CNA cu DAC08 și 3 ieșiri.

Rezolvare:

Se cunosc expresiile curenților de ieșire ai convertorului DAC08, N fiind numărul aplicat convertorului:

$$I_o(N) = \frac{V_r}{R_r} \sum_{k=1}^8 b_k 2^{-k} \text{ și } \bar{I}_o(N) = \frac{V_r}{R_r} \sum_{k=1}^8 \bar{b}_k 2^{-k} = \frac{V_r}{R_r} \sum_{k=1}^8 (1 - b_k) 2^{-k} \quad (97)$$

Pentru ieșirea U_1 :

Relația de conversie rezultă imediat deoarece U_1 este tensiunea pe rezistență R_1 și tensiunea și curentul I_o au fost marcate în același sens:

$$U_1 = I_o(N) \cdot R_1 \Rightarrow U_1(N) = \frac{V_r R_1}{R_r} \sum_{k=1}^8 b_k 2^{-k} \quad (98)$$

Domeniul valorilor tensiunii U_1 este:

$$U_1(00|_H) = \frac{V_r R_1}{R_r} \sum_{k=1}^8 0 \cdot 2^{-k} = 0 V \quad (99)$$

$$U_1(FF|_H) = \frac{V_r R_1}{R_r} \sum_{k=1}^8 1 \cdot 2^{-k} = \frac{V_r R_1}{R_r} (1 - 2^{-8}) = 4,9805 V \quad (100)$$

Domeniul tensiunii de ieșire este $[0, 4,9805] V$. Convertorul este unipolar deoarece tensiunea de ieșire nu schimbă semnul pe întreg domeniul din care aceasta poate lua valori.

Rezoluția convertorului cu ieșirea U_1 este:

$$\delta_{U_1} = |U_1(01|_H) - U_1(00|_H)| = \frac{V_r R_1}{R_r} \cdot 2^{-8} = 19,531 mV \quad (101)$$

Pentru ieșirea U_2 :

Relația de conversie rezultă imediat deoarece U_2 este tensiunea pe rezistență R_2 și tensiunea și curentul \bar{I}_o au fost marcate în același sens:

$$U_2 = \bar{I}_o(N) \cdot R_2 \Rightarrow U_2(N) = \frac{V_r R_2}{R_r} \sum_{k=1}^8 \bar{b}_k 2^{-k} = \frac{V_r R_2}{R_r} \sum_{k=1}^8 2^{-k} - \frac{V_r R_2}{R_r} \sum_{k=1}^8 b_k 2^{-k} \xrightarrow{R_2 = 2 \cdot R_1}$$

$$U_2(N) = 2 \cdot 4,9805 - 2 \cdot \frac{V_r R_1}{R_r} \sum_{k=1}^8 b_k 2^{-k} = 2(4,9805 - U_1(N)) \quad (102)$$

Domeniul valorilor tensiunii U_2 este:

$$U_2(00|_H) = 2 \left(4,9805 - \frac{V_r R_1}{R_r} \sum_{k=1}^8 0 \cdot 2^{-k} \right) = 9,9609 V \quad (103)$$

$$U_2(FF|_H) = 2 \left(4,9805 - \frac{V_r R_1}{R_r} \sum_{k=1}^8 1 \cdot 2^{-k} \right) = 0 V \quad (104)$$

Domeniul tensiunii de ieșire este $[0, 9,9609] V$. Convertorul este unipolar deoarece tensiunea de ieșire nu schimbă semnul pe întreg domeniul din care aceasta poate lua valori.

Rezoluția convertorului cu ieșirea U_2 este:

$$\delta_{U_2} = |U_2(01|_H) - U_2(00|_H)| = \left| 2 \left(4,9805 - \frac{V_r R_1}{R_r} 2^{-8} \right) - 2 \cdot 4,9805 \right| = 2\delta_{U_1} = 39,063 mV \quad (105)$$

Pentru ieșirea U_3 :

Pentru a determina tensiunea U_3 se va scrie legea a II-a a lui Kirchhoff pe bucla ce conține tensiunile U_1 , U_2 și U_3 . Cu sensurile tensiunilor alese ca în schemă rezultă:

$$U_1 + U_3 - U_2 = 0 \Rightarrow U_3 = U_2 - U_1 \quad (106)$$

Relația de conversie rezultă înlocuind expresiile tensiunilor în relația de mai sus:

$$U_3(N) = 2(4,9805 - U_1(N)) - U_1(N) = 9,9609 - 3 \cdot U_1(N) = 9,9609 - 3 \cdot \frac{V_r R_1}{R_r} \sum_{k=1}^8 b_k 2^{-k} \quad (107)$$

$$U_3(00|_H) = 9,9609 - 3 \cdot \frac{V_r R_1}{R_r} \sum_{k=1}^8 0 \cdot 2^{-k} = 9,9609 V \quad (108)$$

$$U_3(FF|_H) = 9,9609 - 3 \cdot \frac{V_r R_1}{R_r} \sum_{k=1}^8 1 \cdot 2^{-k} = -4,9805 V \quad (109)$$

Domeniul tensiunii de ieșire este $[-4,9805, 9,9609] V$. Convertorul este bipolar deoarece tensiunea de ieșire schimbă semnul în domeniul din care aceasta poate lua valori.

Rezoluția convertorului cu ieșirea U_3 este:

$$\delta_{U_3} = |U_3(01|_H) - U_3(00|_H)| = \left| 9,9609 - 3 \cdot \frac{V_r R_1}{R_r} 2^{-8} - \left(9,9609 - 3 \cdot \frac{V_r R_1}{R_r} \cdot 0 \right) \right| = 3\delta_{U_1} = 58,593 mV \quad (110)$$

Problema 1.19. Se dă CNA-ul cu ieșire în tensiune din Fig. 31. Se cunosc $V_r=10 V$, $R_1=5 k\Omega$, $R_2=R_3=R_r=10 k\Omega$. Să se determine relația de conversie, domeniul valorilor pe care le poate lua tensiunea de ieșire, polaritatea și rezoluția convertorului.

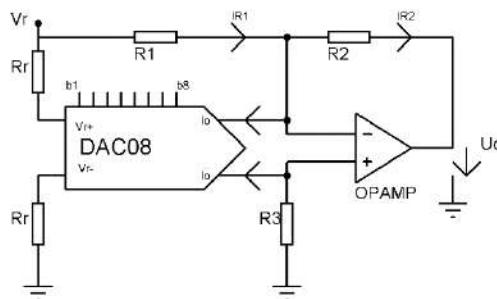


Fig. 31. Schema unui CNA cu DAC08.

Rezolvare:

Se cunosc expresiile curentilor de ieșire ai convertorului DAC08, N fiind numărul aplicat convertorului, date în expresia (97).

Se cunoaște faptul că tensiunea între două noduri A și B ale unui circuit este egală cu diferența potențialelor acelor noduri $U_{AB} = V_A - V_B$.

Tensiunea pe rezistență R_3 considerată cu sensul pornind de la terminalul legat la masă către intrarea \bar{I}_o a convertorului DAC08 (sau a bornei neinversoare a AO), ținând cont de faptul că sensul ales în acest fel este același cu cel ales pentru curentul \bar{I}_o , va avea expresia:

$$U_3(N) = \bar{I}_o(N) \cdot R_3 = \frac{V_r R_3}{R_r} \sum_{k=1}^8 \bar{b}_k 2^{-k} \quad (111)$$

Această tensiune este diferența potențialelor celor două noduri la care sunt legate cele două terminale ale rezistorului R_3 (masă și borna neinversoare a AO). Ne interesează potențialul nodului la care se leagă borna neinversoare a AO.

$$U_3 = V_{GND} - V_{AO+} = 0 - V_{AO+} \Rightarrow V_{AO+}(N) = -U_3(N) = -\frac{V_r R_3}{R_r} \sum_{k=1}^8 \bar{b}_k 2^{-k} \quad (112)$$

$$= -\frac{V_r R_3}{R_r} \sum_{k=1}^8 (1 - b_k) 2^{-k} = -\frac{V_r R_3}{R_r} \sum_{k=1}^8 2^{-k} + \frac{V_r R_3}{R_r} \sum_{k=1}^8 b_k 2^{-k} \quad (113)$$

Se fac notațiile: $\frac{V_r R_3}{R_r} \sum_{k=1}^8 2^{-k} = K$ și $\sum_{k=1}^8 b_k 2^{-k} = S(N)$.

$$V_{AO+}(N) = \frac{V_r R_3}{R_r} S(N) - K \quad (114)$$

Scriind tensiunea pe rezistență R_2 cu sensul ales de la ieșirea AO (cu potențialul notat V_o) către borna inversoare a acestuia ca diferența potențialelor nodurilor respective și ținând cont că bornele de intrare ale unui AO ideal au același potențial ($V_{AO+} = V_{AO-}$), rezultă:

$$U_{R_2} = V_o - V_{AO-} \xrightarrow{V_{AO-} = V_{AO+}} U_{R_2} = V_o - V_{AO+} \quad (115)$$

$$U_{R_2}(N) = V_o - V_{AO+} \Rightarrow V_o(N) = U_{R_2} + V_{AO+} \quad (116)$$

Tensiunea de ieșire este între borna de ieșire a AO și masă:

$$U_o = V_o - V_{GND} = V_o \quad (117)$$

Deoarece sensul curentului prin R_2 a fost marcat invers decât sensul ales pentru tensiunea U_{R_2} se poate scrie:

$$U_{R_2} = -I_{R_2} \cdot R_2 \quad (118)$$

Sintetizând:

$$U_o(N) = V_o(N) = U_{R_2} + V_{AO+} = -I_{R_2} \cdot R_2 + V_{AO+} \quad (119)$$

Scriind legea I a lui Kirchhoff în nodul la care este conectată borna inversoare a AO:

$$I_{R_1} - I_o(N) - I_{R_2} = 0 \Rightarrow -I_{R_2} = I_o(N) - I_{R_1} \quad (120)$$

Scriind tensiunea pe rezistență R_1 ca diferența potențialelor nodurilor la care sunt conectate terminalele sale și ținând cont de sensul ales al curentului prin aceasta:

$$U_{R_1} = V_r - V_{AO-} = I_{R_1} \cdot R_1 \xrightarrow{V_{AO-}=V_{AO+}} I_{R_1} = \frac{V_r - V_{AO+}}{R_1} \quad (121)$$

Relația de conversie:

$$\begin{aligned} U_o(N) &= V_o(N) = -I_{R_2} \cdot R_2 + V_{AO+} = (I_o(N) - I_{R_1})R_2 + V_{AO+} \\ &= I_o(N)R_2 - \frac{V_r - V_{AO+}}{R_1} R_2 + V_{AO+} = I_o(N)R_2 + V_{AO+} \left(\frac{R_2}{R_1} + 1 \right) - \frac{V_r R_2}{R_1} \\ &= I_o(N)R_2 + \left(\frac{V_r R_3}{R_r} S(N) - K \right) \left(\frac{R_2}{R_1} + 1 \right) - \frac{V_r R_2}{R_1} \\ &= \frac{V_r R_2}{R_r} \sum_{k=1}^8 b_k 2^{-k} + \left(\frac{V_r R_3}{R_r} \sum_{k=1}^8 b_k 2^{-k} - K \right) \left(\frac{R_2}{R_1} + 1 \right) - \frac{V_r R_2}{R_1} \end{aligned} \quad (122)$$

$$= 10 \sum_{k=1}^8 b_k 2^{-k} + (10 \sum_{k=1}^8 b_k 2^{-k} - 9,961) \cdot 3 - 20 = 40 \sum_{k=1}^8 b_k 2^{-k} - 49,883 \quad (123)$$

$$U_o(00|_H) = 40 \sum_{k=1}^8 0 \cdot 2^{-k} - 49,883 = -49,883 \text{ V} \quad (124)$$

$$U_o(FF|_H) = 40 \sum_{k=1}^8 1 \cdot 2^{-k} - 49,883 = -10.039 \text{ V} \quad (125)$$

Domeniul tensiunii de ieșire este $[-49,883, -10.039] \text{ V}$. Convertorul este unipolar deoarece tensiunea de ieșire nu schimbă semnul în domeniul din care aceasta poate lua valori.

Rezoluția convertorului este:

$$\delta_{U_3} = |U_3(01|_H) - U_3(00|_H)| = |40 \cdot 2^{-8} - 49,883 - (40 \cdot 0 - 49,883)| = 156,25 \text{ mV} \quad (126)$$

Problema 1.20. Se dă CNA-ul cu ieșire în tensiune din Fig. 32. Se cunosc $V_r=10 \text{ V}$, $R_2=R_r=10 \text{ k}\Omega$. Să se determine relația de conversie, domeniul valorilor pe care le poate lua tensiunea de ieșire, polaritatea și rezoluția convertorului.

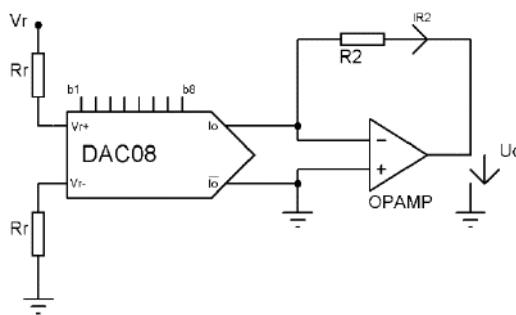


Fig. 32. Schema unui convertor cu DAC08.

Rezolvare:

Se cunosc expresiile curenților de ieșire ai convertorului DAC08, N fiind numărul aplicat convertorului, date în expresia (97).

Tensiunea de ieșire este între borna de ieșire a AO și masă. AO este ideal, deci potențialele bornelor sale de intrare sunt egale. Cum intrarea neinversoare este legată la masă, intrarea inversoare va fi punct de masă virtuală. Așadar tensiunea de ieșire va fi tensiunea pe rezistență R_2 considerată de

la borna de ieșire a AO până la masa virtuală. Cum sensul curentului prin R_2 a fost ales în sens invers decât a fost ales sensul tensiunii, rezultă:

$$U_o = -I_{R_2} \cdot R_2 \quad (127)$$

Scriind prima lege a lui Kirchhoff în nodul la care este conectată borna inversoare a AO și știind că I_o intră în DAC08 rezultă:

$$-I_o(N) - I_{R_2} = 0 \Rightarrow -I_{R_2} = I_o(N) \quad (128)$$

$$U_o(N) = I_o(N) \cdot R_2 = \frac{V_r R_2}{R_r} \sum_{k=1}^8 b_k 2^{-k} \quad (129)$$

$$U_o(00|_H) = \frac{V_r R_2}{R_r} \sum_{k=1}^8 0 \cdot 2^{-k} = 0 V \quad (130)$$

$$U_o(FF|_H) = \frac{V_r R_2}{R_r} \sum_{k=1}^8 1 \cdot 2^{-k} = 9,961 V \quad (131)$$

Domeniul tensiunii de ieșire este $[0, 9,961] V$. Convertorul este unipolar deoarece tensiunea de ieșire nu schimbă semnul în domeniul din care aceasta poate lua valori.

Rezoluția convertorului este:

$$\delta = |U_o(01|_H) - U_o(00|_H)| = |10 \cdot 2^{-8} - 0| = 39,063 mV \quad (132)$$

Problema 1.21. Fie CNA-ul cu rezistențe ponderate din Fig. 33. Se cunosc $V_r=10 V$, $R_k=2^{k-1} \cdot R$, $k=1,\dots,8$, $R=10 k\Omega$. Să se determine:

- a) Relația de conversie, domeniul valorilor pe care le poate lua tensiunea de ieșire, polaritatea și rezoluția convertorului.
- b) Dacă timpul de comutare al comutatoarelor este $100 \mu s$ să se determine valoarea maximă a capacitatei parazite din nodul de ieșire astfel încât timpul maxim de conversie să fie $500 \mu s$.

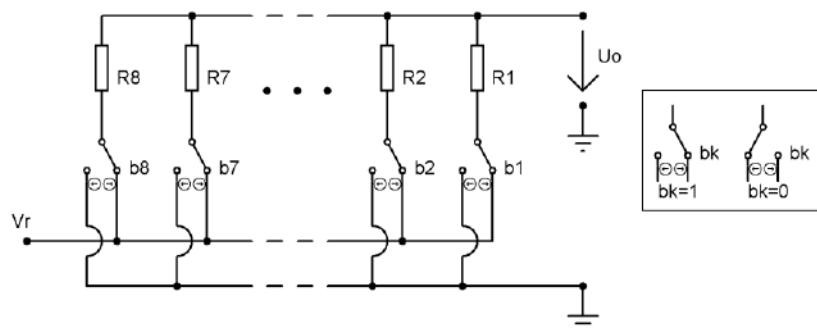


Fig. 33. Schema unui CNA pur pasiv cu rezistențe ponderate.

Rezolvare:

- a) Se observă că toate rezistoarele au unul dintre terminale legate în comun la nodul de ieșire. Celălalt terminal al fiecărui rezistor va fi conectat la tensiunea de referință V_r sau la masă în funcție de starea comutatorului. Starea comutatoarelor este dictată de biții numărului N aplicat la intrare așa cum se poate vedea în anexa din dreapta schemei. Dacă bitul b_k este egal cu 1, atunci comutatorul b_k va fi

pe poziția din dreapta și invers în celălalt caz. Așadar la aplicarea unui număr N convertorului, anumite rezistoare vor fi conectate între U_o și V_r , iar celealte între U_o și masă. Astfel vor exista două grupări paralele de rezistoare. De exemplu, dacă se aplică numărul $N = 11000000|_B$ schema rezultată va fi următoarea:

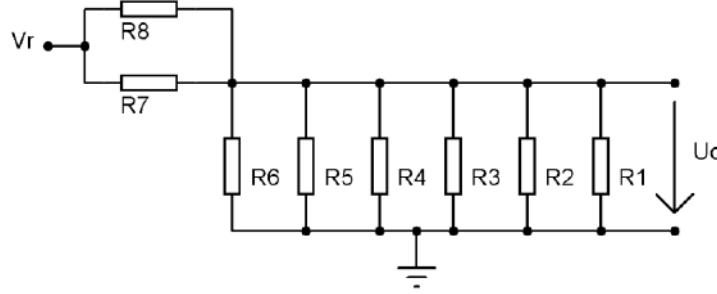


Fig. 34. Schema evhivalentă obținută la aplicarea numărului $N = 11000000|_B$.

S-a format un divizor de tensiune cu două grupări paralele de rezistoare. Rezistența echivalentă a rezistoarelor conectate către V_r va fi notată R_{ech1} , iar a celeilalte grupări R_{ech2} . Tensiunea de ieșire se scrie:

$$U_o = \frac{R_{ech2}}{R_{ech1} + R_{ech2}} V_r \quad (133)$$

Pentru rezistoarele care vor fi legate către tensiunea de referință (determinate de biții b_k egali cu 1) se poate scrie următoarea relație ce permite calculul rezistenței echivalente determinată de acestea, notată R_{ech1} :

$$\frac{1}{R_{ech1}} = \sum_{k=1}^8 \frac{1}{R_k} b_k = \sum_{k=1}^8 \frac{1}{2^{k-1} \cdot R} b_k = \sum_{k=1}^8 \frac{2}{2^k \cdot R} b_k = \frac{2}{R} \sum_{k=1}^8 \frac{1}{2^k} b_k = \frac{2}{R} \sum_{k=1}^8 b_k 2^{-k} \quad (134)$$

$$R_{ech1} = \frac{R}{2} \frac{1}{\sum_{k=1}^8 b_k 2^{-k}} \quad (135)$$

În mod similar rezultă rezistența echivalentă a celeilalte grupări:

$$\frac{1}{R_{ech2}} = \sum_{k=1}^8 \frac{1}{R_k} \bar{b}_k = \sum_{k=1}^8 \frac{1}{R_k} (1 - b_k) = \sum_{k=1}^8 \frac{2}{2^k \cdot R} (1 - b_k) = \frac{2}{R} (\sum_{k=1}^8 2^{-k} - \sum_{k=1}^8 b_k 2^{-k}) \quad (136)$$

$$R_{ech2} = \frac{R}{2} \frac{1}{\sum_{k=1}^8 2^{-k} - \sum_{k=1}^8 b_k 2^{-k}} \quad (137)$$

Relația de conversie rezultă:

$$\begin{aligned} U_o &= \frac{R_{ech2}}{R_{ech1} + R_{ech2}} V_r = \frac{\frac{R}{2} \frac{1}{\sum_{k=1}^8 2^{-k} - \sum_{k=1}^8 b_k 2^{-k}}}{\frac{R}{2} \left(\frac{1}{\sum_{k=1}^8 b_k 2^{-k}} + \frac{1}{\sum_{k=1}^8 2^{-k} - \sum_{k=1}^8 b_k 2^{-k}} \right)} V_r = \frac{\frac{1}{\sum_{k=1}^8 2^{-k} - \sum_{k=1}^8 b_k 2^{-k}}}{\frac{\sum_{k=1}^8 2^{-k} - \sum_{k=1}^8 b_k 2^{-k} + \sum_{k=1}^8 b_k 2^{-k}}{\sum_{k=1}^8 b_k 2^{-k} \cdot (\sum_{k=1}^8 2^{-k} - \sum_{k=1}^8 b_k 2^{-k})}} V_r \\ &= \frac{\sum_{k=1}^8 b_k 2^{-k}}{\sum_{k=1}^8 2^{-k}} V_r = \frac{\sum_{k=1}^8 b_k 2^{-k}}{1 - 2^{-8}} V_r \end{aligned} \quad (138)$$

$$U_o(N) = \frac{\sum_{k=1}^8 b_k 2^{-k}}{1 - 2^{-8}} V_r \quad (139)$$

$$U_o(00|_H) = \frac{\sum_{k=1}^8 0 \cdot 2^{-k}}{1 - 2^{-8}} V_r = 0 V \quad (140)$$

$$U_o(FF|_H) = \frac{\sum_{k=1}^8 1 \cdot 2^{-k}}{1 - 2^{-8}} V_r = \frac{1 - 2^{-8}}{1 - 2^{-8}} V_r = 10 V \quad (141)$$

Domeniul tensiunii de ieșire este $[0, 10] V$. Convertorul este unipolar deoarece tensiunea de ieșire nu schimbă semnul în domeniul din care aceasta poate lua valori.

Se observă în plus că acesta este singurul convertor din cele prezentate până acum pentru care tensiunea de ieșire poate fi egală cu tensiunea de referință.

Rezoluția convertorului este:

$$\delta = |U_o(01|_H) - U_o(00|_H)| = \left| \frac{2^{-8}}{1 - 2^{-8}} V_r - 0 \right| = 39,216 mV \quad (142)$$

b) Tensiunea de ieșire a convertorului variază în trepte în cazul ideal în care nu există în circuit elemente parazite, similar cu situația prezentată în cadrul problemei 1.15. Se cunoaște faptul că un condensator nu admite salt de tensiune asupra sa (tensiunea pe condensator este întotdeauna o formă de undă continuă), deci, dacă între nodul de ieșire și masă se consideră un condensator (C_p), tensiunea de ieșire nu mai poate varia în trepte. Pentru a înțelege fenomenul, să considerăm că numărul aplicat convertorului este $N=0$. Astfel tensiunea de ieșire este zero, așa cum s-a arătat, condensatorul este descărcat, toate rezistențele sunt legate între borna de ieșire și masă. La un moment dat se aplică un număr N diferit de zero convertorului. Rezistoarele corespunzătoare biților egali cu 1 vor fi legate între borna de ieșire și tensiunea de referință, schema devenind următoarea:

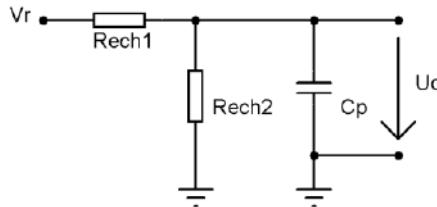


Fig. 35. Schema echivalentă a convertorului considerând si condensatorul din nodul de ieșire.

Se dorește determinarea legii de variație a tensiunii de ieșire U_o . Pentru aceasta se poate redesena circuitul format din sursa de tensiune V_r și cele două rezistențe R_{ech1} și R_{ech2} ca echivalentul Thévenin (față de borna de ieșire și masă) format dintr-o sursă de tensiune V_{Th} inserată cu o rezistență R_{Th} . V_{Th} este tensiunea dată în gol de circuitul de echivalat. În cazul de față, pentru obținerea condiției de gol, se elimină condensatorul C_p . Așadar:

$$V_{Th} = \frac{R_{ech2}}{R_{ech1} + R_{ech2}} V_r \quad (143)$$

Pentru determinarea rezistenței R_{Th} se pasivizează sursa de tensiune și se determină rezistența văzută între cele două borne față de care se face echivalarea (în cazul de față borna de ieșire și masă). Sursa de tensiune (nedesenată și conectată între V_r și masă) se pasivizează ca scurt-circuit, deci rezistența văzută între bornele amintite va fi:

$$R_{Th} = R_{ech1} \parallel R_{ech2} \quad (144)$$

Schema echivalentă devine:

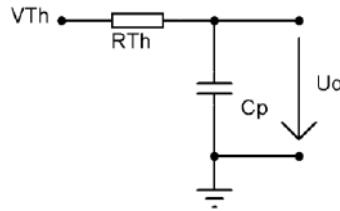


Fig. 36. Circuitul echivalent Thévenin pentru schema din Fig. 35.

Revenind, începând cu momentul comutării variația tensiunii de ieșire va fi descrisă de încărcarea condensatorului C_p (inițial descărcat) de la sursa V_{Th} prin rezistența R_{Th} :

$$U_o(t) = V_{Th} \left(1 - e^{\frac{-t}{R_{Th} \cdot C_p}} \right) \quad (145)$$

Se observă acum faptul că tensiunea de ieșire nu va varia ca o funcție treaptă, ci după o lege exponențială. Este important să se observe că V_{Th} este exact $U_o(N)$, aşadar este și el funcție de N . Deci convertorul nu va da la ieșire brusc valoarea $U_o(N)$ în momentul aplicării numărului N , ci tensiunea de ieșire va tinde către $U_o(N)$ după legea exponențială descrisă mai sus. Această lege de variație este caracterizată de o mărime numită constantă de timp:

$$\tau = R_{Th} \cdot C_p \quad (146)$$

Cu cât constanta de timp are valoare mai mare, cu atât va dura mai mult timp ca tensiunea de ieșire să ajungă la valoarea determinată de un nou număr N aplicat convertorului (timpul de răspuns al convertorului crește). Se observă că τ crește cu C_p , iar la R_{Th} nu se poate interveni deoarece este determinat de rezistențele cu care este realizat convertorul. Iată de ce se pune problema determinării unei valori maxime acceptate pentru τ , deci pentru C_p .

Deoarece tensiunea de ieșire va atinge tensiunea țintă (adică V_{Th} sau, echivalent, $U_o(N)$ în cazul ideal, fără condensator) când timpul tinde la infinit, mai trebuie specificat când se consideră că tensiunea de ieșire este suficient de apropiată de tensiunea țintă ca ele să fie considerate egale și conversia să se considere încheiată. Conversia se consideră încheiată când diferența dintre tensiunea de ieșire și tensiunea țintă este mai mică decât jumătate din rezoluția convertorului. E important de observat că această limită nu depinde de tensiunea țintă.

În continuare sunt prezentate două variații ale tensiunii pentru tensiunile țintă (V_{Th}) 10 V și 5 V, în condițiile alese pentru simplitate $R_{Th}=10 \text{ k}\Omega$ și $C_p=100 \mu\text{F}$. S-a considerat că inițial convertorul îi este aplicat numărul $N_{init}=0$.

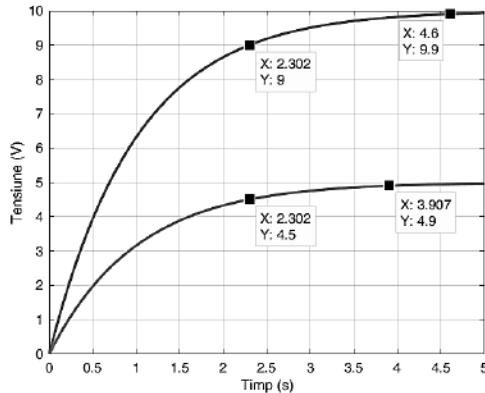


Fig. 37. Evoluția încărcării unui condensator de $100 \mu\text{F}$ printr-o rezistență de $10 \text{k}\Omega$ la o tensiune de 5 V , respectiv la o tensiune de 10 V .

Se observă că, dacă limita impusă ar fi dependentă de tensiunea țintă, atunci condiția din care să rezulte C_p ar fi putut fi pusă pentru orice salt (orice combinație de numere aplicate la intrare, primul determinând valoarea inițială a tensiunii de ieșire, iar cel de-al doilea valoarea finală) deoarece toate curbele ating limita impusă astfel după același interval de timp, deci, nu există un caz cel mai defavorabil care să fie tratat. Mai sus, de exemplu, deși salturile sunt de 5 V , respectiv 10 V ambele grafice trec prin $V_{Th} - 10\% \cdot V_{Th}$ (adică $5 - \frac{10}{100}5 = 4.5 \text{ V}$ respectiv $10 - \frac{10}{100}10 = 9 \text{ V}$) după $2,302$ secunde.

În schimb, dacă limita nu este dependentă de tensiunea țintă, se observă că timpul de conversie este mai scurt cu cât saltul de tensiune este mai mic. În exemplul de mai sus s-a considerat și limita de 100 mV față de tensiunea țintă (4.9 V respectiv 9.9 V). Se observă că, dacă saltul este de 5 V , timpul de conversie este $3,907$ secunde, pe când, dacă saltul este de 10 V , timpul de conversie este $4,6$ secunde. Așadar există un caz cel mai defavorabil și anume acela în care saltul de tensiune de la ieșirea convertorului este cel mai mare (se asigură astfel că toți timpii de conversie pentru salturi mai mici vor fi mai scurți în condițiile aceluiasi C_p aşa cum se vede în graficul de mai sus). Este clar că, în cazul de față, cel mai defavorabil caz este cel în care convertorul se află în starea determinată de $N=0$ și i se aplică la intrare $N=255|_D$ (cel mai mare număr aplicabil convertorului de față).

Reluând: conversia se consideră încheiată când diferența dintre tensiunea de ieșire și tensiunea țintă este mai mică decât jumătate din rezoluția convertorului. Se poate scrie relația:

$$|U_o(t_{răspuns}) - U_o(N)| \leq \frac{\delta}{2} \quad (147)$$

Se va trata cazul cel mai defavorabil: stare inițială $N=0$ (ce implică condensator descărcat și toate rezistențele conectate între borna de ieșire și masă), stare finală $N=255|_D$ (ce implică toate rezistențele conectate între borna de ieșire și tensiunea de referință). Așadar condensatorul se va încărca prin toate rezistențele conectate în paralel.

$$R_{ech1}(11111111|_B) = \frac{R}{2} \frac{1}{\sum_{k=1}^8 1 \cdot 2^{-k}} \cong \frac{R}{2} \quad (148)$$

$$R_{ech2}(11111111|_B) = R_{ech2} = \frac{R}{2} \frac{1}{\sum_{k=1}^8 2^{-k} - \sum_{k=1}^8 1 \cdot 2^{-k}} \rightarrow \infty \quad (149)$$

$$R_{Th} = R_{ech1} \parallel R_{ech2} \cong \frac{R}{2} \quad (150)$$

S-a amintit mai sus faptul că V_{Th} este exact $U_o(N)$, iar $V_{Th}=U_o(N=255|D)$ s-a arătat că este 10 V la punctul a). Există relația:

$$t_{răspuns} = t_{conversie} - t_{comutare} = 400 \mu\text{s} \quad (151)$$

Rezultă:

$$\left| V_{Th} \left(1 - e^{-\frac{t_{răspuns}}{R_{Th} \cdot C_p}} \right) - V_{Th} \right| \leq \frac{\delta}{2} \Rightarrow e^{-\frac{t_{răspuns}}{R_{Th} \cdot C_p}} \leq \frac{\delta}{2 \cdot V_{Th}} \Rightarrow \frac{-t_{răspuns}}{R_{Th} \cdot C_p} \leq \ln \left(\frac{\delta}{2 \cdot V_{Th}} \right) \quad (152)$$

$$-\frac{R_{Th} \cdot C_p}{t_{răspuns}} \geq \frac{1}{\ln \left(\frac{\delta}{2 \cdot V_{Th}} \right)} \Leftrightarrow \frac{R_{Th} \cdot C_p}{t_{răspuns}} \leq -\frac{1}{\ln \left(\frac{\delta}{2 \cdot V_{Th}} \right)} \Leftrightarrow C_p \leq -\frac{t_{răspuns}}{R_{Th} \cdot \ln \left(\frac{\delta}{2 \cdot V_{Th}} \right)} \Leftrightarrow C_p \leq 12,83 \text{ nF} \quad (153)$$

Problema 1.22. Se dă CAN-ul Flash pe 2 biți din Fig. 38. Se cunosc $V_R=4 \text{ V}$ și $V_{in}=1,4 \text{ V}$.

- Să se obțină codul de la ieșirea comparatoarelor (A, B, C).
- Dat fiind circuitul de decodificare din figură, să se găsească expresiile logice pentru biții S_0, S_1 (S_1 este MSB) în funcție de valorile A, B și C.
- Să se calculeze numărul N pentru cazul particular dat (N este ieșirea CAN-ului).
- Să se reprezinte caracteristica de transfer ($N(V_{in})$) a circuitului.
- Să se precizeze tipul caracteristicii: cu trunchiere sau cu rotunjire.

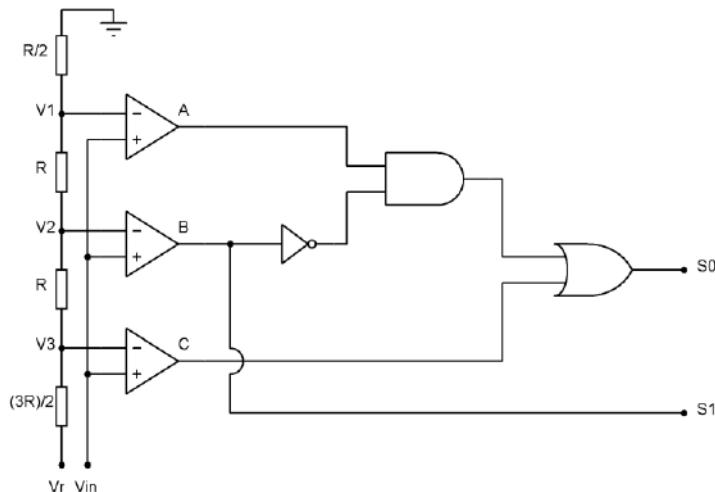


Fig. 38. Schema convertorului analog-numeric de analizat.

Rezolvare:

a) Circuitul conține o rețea de rezistențe, de la masă până la V_R , ce formează divizoare de tensiune prin care se determină potențialele de pe bornele inversoare ale comparatoarelor V_1, V_2, V_3 . Pentru a putea determina comportamentul comparatoarelor vom calcula potențialele V_1, V_2, V_3 .

Știind că în intrările amplificatoarelor operaționale ideale nu curge curent, schema echivalentă pentru calculul potențialului V_1 devine cea din Fig. 39, adică un simplu divizor de tensiune rezistiv:

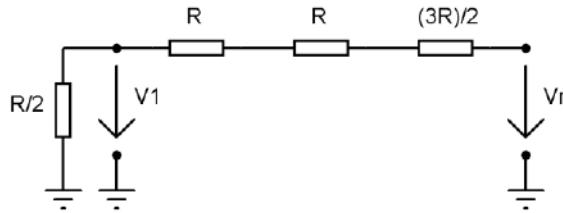


Fig. 39. Schema pentru determinarea potențialului V_1 .

$$V_1 = \frac{\frac{R}{2}}{\frac{R}{2} + R + R + \frac{3R}{2}} \cdot V_R \Rightarrow V_1 = \frac{\frac{R}{2}}{R(\frac{1}{2} + 2 + \frac{3}{2})} \cdot V_R = \frac{\frac{1}{2}}{4} \cdot V_R \Rightarrow V_1 = \frac{V_R}{8} \Rightarrow V_1 = \frac{4}{8} = 0,5 \text{ V} \quad (154)$$

Similar, schema echivalentă pentru calculul potențialului V_2 este:

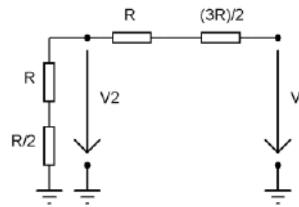


Fig. 40. Schema pentru determinarea potențialului V_2 .

$$V_2 = \frac{\frac{R}{2} + R}{\frac{R}{2} + R + R + \frac{3R}{2}} \cdot V_R \Rightarrow V_2 = \frac{R(\frac{1}{2} + 1)}{4R} \cdot V_R = \frac{3}{8} \cdot V_R \Rightarrow V_2 = \frac{3}{8} \cdot 4 = 1,5 \text{ V} \quad (155)$$

Schema echivalentă pentru calculul potențialului V_3 este:

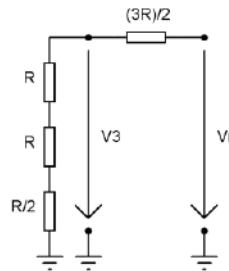


Fig. 41. Schema pentru determinarea potențialului V_3 .

$$V_3 = \frac{\frac{R}{2} + R + R}{\frac{R}{2} + R + R + \frac{3R}{2}} \cdot V_R \Rightarrow V_3 = \frac{R(\frac{1}{2} + 1 + 1)}{4R} \cdot V_R = \frac{5}{8} \cdot V_R \Rightarrow V_3 = \frac{5}{8} \cdot 4 = 2,5 \text{ V} \quad (156)$$

Se cunoaște faptul că ieșirea unui comparator ideal va fi „1” logic dacă diferența de potențial dintre intrarea neinversoare (notată cu „+”) și intrarea inversoare (notată cu „-“) este mai mare sau egală cu 0. Altfel va fi „0” logic dacă diferența de potențial menționată mai sus este mai mică decât 0.

Pentru punctul A rezultă: $V_{in} - V_1 = 1,4 \text{ V} - 0,5 \text{ V} = 0,9 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow A = 1$ (157)

Pentru punctul B rezultă: $V_{in} - V_2 = 1,4 \text{ V} - 1,5 \text{ V} = -0,1 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow B = 0$ (158)

Pentru punctul C rezultă: $V_{in} - V_3 = 1,4 \text{ V} - 2,5 \text{ V} = -1,1 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow C = 0$ (159)

b) Circuitul de decodificare este prezentat în Fig. 42:

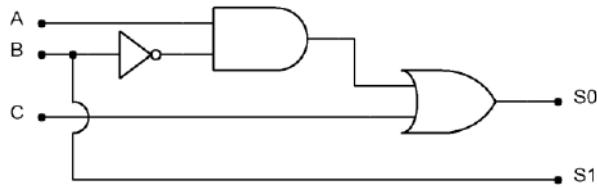


Fig. 42. Circuitul de decodificare pentru convertorul analizat.

Tabelele de adevăr pentru funcțiile logice implicate în circuitul de mai sus sunt următoarele:

Poarta logică řI:

Intrare		Ieșire
A	B	$A \cdot B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Poarta logică SAU:

Intrare		Ieșire
A	B	$A + B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Porta logică inversoare:

A	\bar{A}
0	1
1	0

Tabelul 11. Tabelele de adevăr pentru funcțiile logice care fac parte din circuitul de decodificare.

Conform schemei din Fig. 42. relațiile pentru biții S_0 și S_1 sunt:

$$S_0 = C + A \cdot \bar{B} \quad (160)$$

$$S_1 = B \quad (161)$$

c) La punctul a) s-au determinat valorile $A=1$, $B=0$, $C=0$ pentru tensiunea de intrare dată. Folosind relațiile (160), (161) se determină valorile biților S_0 și S_1 astfel:

$$S_0 = C + A \cdot \bar{B} = 0 + 1 \cdot \bar{0} = 0 + 1 \cdot 1 = 0 + 1 = 1. \quad (162)$$

$$S_1 = B = 0. \quad (163)$$

$$S_1 \text{ fiind MSB, } S_0 \text{ fiind LSB rezultă } N = \frac{S_0 \cdot 2^0 + S_1 \cdot 2^1}{2^2} \Rightarrow N = \frac{0 \cdot 1 + 1 \cdot 2}{4} \Rightarrow N = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0,5 \quad (164)$$

d) Determinarea caracteristicii de transfer a convertorului înseamnă găsirea corespondenței dintre valoarea tensiunii de intrare și numărul de la ieșirea convertorului. Tensiunea de intrare, teoretic, poate lua orice valori. Deoarece numărul de ieșire este format din 2 biți, există numai 4 intervale de interes ale tensiunii de intrare, intervale determinate de pragurile găsite la punctul a), adică $V_{in} < \frac{V_R}{8}$, $V_{in} \in \left[\frac{V_R}{8}, \frac{3 \cdot V_R}{8}\right)$, $V_{in} \in \left[\frac{3 \cdot V_R}{8}, \frac{5 \cdot V_R}{8}\right)$ și $V_{in} \geq \frac{5 \cdot V_R}{8}$.

Pentru a determina ieșirea convertorului când tensiunea de intrare este mai mică decât $\frac{V_R}{8}$ se alege o valoare din interval (de exemplu $\frac{V_R}{16} = \frac{4}{16} = 0,25 \text{ V}$) și se determină inițial valorile A, B, C, iar apoi, pe baza acestora, valorile biților S_0 , S_1 .

$$V_{in} < \frac{V_R}{8} \rightarrow \frac{V_R}{16} = \frac{4}{16} = 0,25 \text{ V} \Rightarrow \begin{cases} \text{A: } 0,25 \text{ V} - 0,5 \text{ V} = -0,25 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow A = 0 \\ \text{B: } 0,25 \text{ V} - 1,5 \text{ V} = -1,25 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow B = 0 \\ \text{C: } 0,25 \text{ V} - 2,5 \text{ V} = -2,25 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow C = 0 \end{cases}$$

Conform relației (160), bitul $S_0 = 0 + 0 \cdot \bar{0} = 0 + 0 \cdot 1 = 0 + 0 = 0$. (165)

Conform relației (161), bitul $S_1 = 0$. (166)

$$\left[\frac{V_R}{8}, \frac{3 \cdot V_R}{8} \right) \rightarrow \frac{2 \cdot V_R}{8} = \frac{8}{8} = 1 \text{ V} \Rightarrow \begin{cases} \text{A: } 1 \text{ V} - 0,5 \text{ V} = 0,5 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow A = 1 \\ \text{B: } 1 \text{ V} - 1,5 \text{ V} = -0,25 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow B = 0 \\ \text{C: } 1 \text{ V} - 2,5 \text{ V} = -1,25 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow C = 0 \end{cases}$$

Conform relației (160), bitul $S_0 = 0 + 1 \cdot \bar{0} = 0 + 1 \cdot 1 = 0 + 1 = 1$. (167)

Conform relației (161), bitul $S_1 = 0$. (168)

$$\left[\frac{3 \cdot V_R}{8}, \frac{5 \cdot V_R}{8} \right) \rightarrow \frac{4 \cdot V_R}{8} = \frac{16}{8} = 2 \text{ V} \Rightarrow \begin{cases} \text{A: } 2 \text{ V} - 0,5 \text{ V} = 1,5 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow A = 1 \\ \text{B: } 2 \text{ V} - 1,5 \text{ V} = 0,5 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow B = 1 \\ \text{C: } 2 \text{ V} - 2,5 \text{ V} = -0,25 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow C = 0 \end{cases}$$

Conform relației (160), bitul $S_0 = 0 + 1 \cdot \bar{1} = 0 + 1 \cdot 0 = 0 + 0 = 0$. (169)

Conform relației (161), bitul $S_1 = 1$. (170)

$$V_{in} \geq \frac{5 \cdot V_R}{8} \rightarrow \frac{6 \cdot V_R}{8} = \frac{24}{8} = 3 \text{ V} \Rightarrow \begin{cases} \text{A: } 3 \text{ V} - 0,5 \text{ V} = 2,5 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow A = 1 \\ \text{B: } 3 \text{ V} - 1,5 \text{ V} = 1,5 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow B = 1 \\ \text{C: } 3 \text{ V} - 2,5 \text{ V} = 0,5 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow C = 1 \end{cases}$$

Conform relației (160), bitul $S_0 = 1 + 1 \cdot \bar{1} = 0 + 1 \cdot 0 = 1 + 0 = 1$. (171)

Conform relației (161), bitul $S_1 = 1$. (172)

V_{in}	$S_1 S_0$
$< \frac{V_R}{8}$	00
$\left[\frac{V_R}{8}, \frac{3 \cdot V_R}{8} \right)$	01
$\left[\frac{3 \cdot V_R}{8}, \frac{5 \cdot V_R}{8} \right)$	10
$\geq \frac{5 \cdot V_R}{8}$	11

Tabelul 12. Corespondența dintre valoarea tensiunii de intrare și numărul de la ieșirea convertorului.

Caracteristica de transfer este prezentată în Fig. 43:

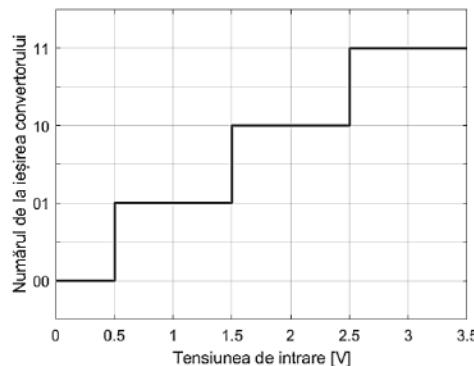


Fig. 43. Caracteristica de transfer a convertorului analog-numeric.

e) Se poate observa în Fig. 43 că variația minimă a tensiunii de intrare care asigură modificarea valorii numărului de la ieșirea convertorului este 1 V, adică $V_{LSB}=1$ V. Tranzițiile numărului de ieșire au loc când tensiunea de intrare atinge valori egale cu $k \cdot V_{LSB} + V_{LSB}/2$, k fiind un număr întreg, deci caracteristica este una cu rotunjire.

Problema 1.23. Se dă CAN-ul Flash pe 2 biți din figură. Se cunosc $V_R=4$ V și $V_{in}=1,4$ V.

- Să se obțină codul de la ieșirea comparatoarelor (A, B, C, D, E, F, G).
- Dat fiind circuitul de decodificare din figură, să se găsească expresiile logice pentru biții S_0, S_1, S_2 (S_2 este MSB).
- Să se calculeze numărul N pentru cazul particular dat (N este ieșirea CAN-ului).
- Să se reprezinte caracteristica de transfer a circuitului.
- Să se precizeze tipul caracteristicii: cu trunchiere sau cu rotunjire.

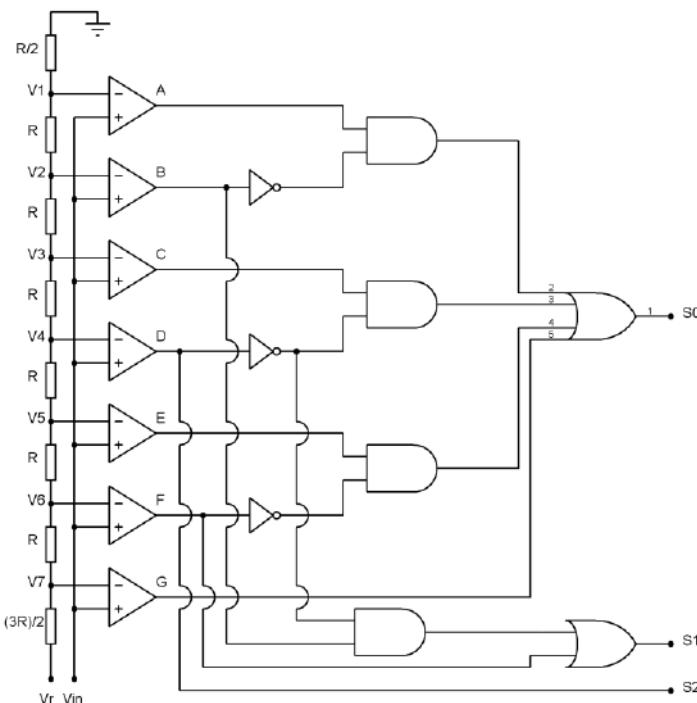


Fig. 44. Schema convertorului analog-numeric de analizat.

Rezolvare:

a) Circuitul conține o rețea de rezistențe, de la masă până la V_R , ce formează divizoare de tensiune prin care se determină potențialele de pe bornele inversoare ale comparatoarelor $V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, V_7$. Pentru a putea determina comportamentul comparatoarelor vom calcula potențialele $V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, V_7$.

Similar problemei anterioare se vor calcula potențialele:

$$V_1 = \frac{\frac{R}{2}}{\frac{R}{2} + 6 \cdot R + \frac{3 \cdot R}{2}} \cdot V_R \Rightarrow V_1 = \frac{\frac{R}{2}}{\frac{4 \cdot R}{2} + 6 \cdot R} \cdot V_R = \frac{\frac{R}{2}}{8 \cdot R} \cdot V_R \Rightarrow V_1 = \frac{1}{16} \cdot V_R = \frac{4}{16} = 0,25 \text{ V} \quad (173)$$

$$V_2 = \frac{\frac{R}{2} + R}{\frac{R}{2} + 6 \cdot R + \frac{3 \cdot R}{2}} \cdot V_R \Rightarrow V_2 = \frac{\frac{3 \cdot R}{2}}{8 \cdot R} \cdot V_R \Rightarrow V_2 = \frac{3}{16} \cdot V_R = \frac{12}{16} = 0,75 \text{ V} \quad (174)$$

$$V_3 = \frac{\frac{R}{2} + R + R}{\frac{R}{2} + 6 \cdot R + \frac{3R}{2}} \cdot V_R \Rightarrow V_3 = \frac{\frac{5R}{2}}{8 \cdot R} \cdot V_R \Rightarrow V_3 = \frac{5}{16} \cdot V_R = \frac{20}{16} = 1,25 \text{ V} \quad (175)$$

$$V_4 = \frac{\frac{R}{2} + R + R + R}{\frac{R}{2} + 6 \cdot R + \frac{3R}{2}} \cdot V_R \Rightarrow V_4 = \frac{\frac{7R}{2}}{8 \cdot R} \cdot V_R \Rightarrow V_4 = \frac{7}{16} \cdot V_R = \frac{28}{16} = 1,75 \text{ V} \quad (176)$$

$$V_5 = \frac{\frac{R}{2} + R + R + R + R}{\frac{R}{2} + 6 \cdot R + \frac{3R}{2}} \cdot V_R \Rightarrow V_5 = \frac{\frac{9R}{2}}{8 \cdot R} \cdot V_R \Rightarrow V_5 = \frac{9}{16} \cdot V_R = \frac{36}{16} = 2,25 \text{ V} \quad (177)$$

$$V_6 = \frac{\frac{R}{2} + R + R + R + R + R}{\frac{R}{2} + 6 \cdot R + \frac{3R}{2}} \cdot V_R \Rightarrow V_6 = \frac{\frac{11R}{2}}{8 \cdot R} \cdot V_R \Rightarrow V_6 = \frac{11}{16} \cdot V_R = \frac{44}{16} = 2,75 \text{ V} \quad (178)$$

$$V_7 = \frac{\frac{R}{2} + R + R + R + R + R + R}{\frac{R}{2} + 6 \cdot R + \frac{3R}{2}} \cdot V_R \Rightarrow V_7 = \frac{\frac{13R}{2}}{8 \cdot R} \cdot V_R \Rightarrow V_7 = \frac{13}{16} \cdot V_R = \frac{52}{16} = 3,25 \text{ V} \quad (179)$$

Similar problemei anterioare se va determina comportamentul comparatoarelor:

$$\text{Pentru punctul A rezultă: } V_{in} - V_1 = 1,4 \text{ V} - 0,25 \text{ V} = 1,15 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow A = 1 \quad (180)$$

$$\text{Pentru punctul B rezultă: } V_{in} - V_2 = 1,4 \text{ V} - 0,75 \text{ V} = 0,65 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow B = 1 \quad (181)$$

$$\text{Pentru punctul C rezultă: } V_{in} - V_3 = 1,4 \text{ V} - 1,25 \text{ V} = 0,15 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow C = 1 \quad (182)$$

$$\text{Pentru punctul D rezultă: } V_{in} - V_4 = 1,4 \text{ V} - 1,75 \text{ V} = -0,35 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow D = 0 \quad (183)$$

$$\text{Pentru punctul E rezultă: } V_{in} - V_5 = 1,4 \text{ V} - 2,25 \text{ V} = -0,85 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow E = 0 \quad (184)$$

$$\text{Pentru punctul F rezultă: } V_{in} - V_6 = 1,4 \text{ V} - 2,75 \text{ V} = -1,35 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow F = 0 \quad (185)$$

$$\text{Pentru punctul G rezultă: } V_{in} - V_7 = 1,4 \text{ V} - 3,25 \text{ V} = -1,85 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow G = 0 \quad (186)$$

b) Circuitul de decodificare este prezentat în Fig. 45:

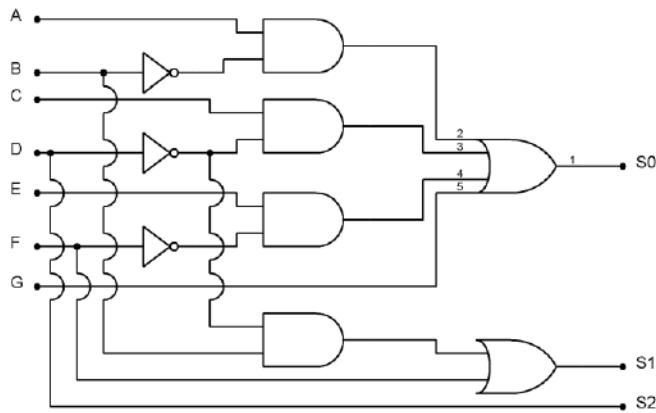


Fig. 45. Circuitul de decodificare pentru convertorul analizat.

Conform schemei din Fig. 45. relațiile pentru biții S_0 , S_1 și S_2 sunt:

$$S_0 = A \cdot \overline{B} + C \cdot \overline{D} + E \cdot \overline{F} + G \quad (187)$$

$$S_1 = B \cdot \overline{D} + F \quad (188)$$

$$S_2 = D \quad (189)$$

c) La punctul a) s-au determinat valorile A=1, B=1, C=1, D=0, E=0, F=0, G=0 pentru tensiunea de intrare dată. Folosind relațiile (187), (188), (189) se determină valorile bițiilor S₀, S₁ și S₂ astfel:

$$S_0 = A \cdot \bar{B} + C \cdot \bar{D} + E \cdot \bar{F} + G = 1 \cdot \bar{1} + 1 \cdot \bar{0} + 0 \cdot \bar{0} + 0 = 1 \cdot 0 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 0 = 0 + 1 + 0 + 0 = 1 + 0 = 1. \quad (190)$$

$$S_1 = B \cdot \bar{D} + F = 1 \cdot \bar{0} + 0 = 1 \cdot 1 + 0 = 1 + 0 = 1. \quad (191)$$

$$S_2 = D = 0. \quad (192)$$

$$S_2 \text{ fiind MSB, } S_0 \text{ fiind LSB rezultă } N = \frac{S_0 \cdot 2^0 + S_1 \cdot 2^1 + S_2 \cdot 2^2}{2^3} \Rightarrow N = \frac{1 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 0 \cdot 4}{8} \Rightarrow N = \frac{1+2}{8} = \frac{3}{8} \quad (193)$$

d) Determinarea caracteristicii de transfer a convertorului înseamnă găsirea corespondenței dintre valoarea tensiunii de intrare și numărul de la ieșirea convertorului. Tensiunea de intrare, teoretic, poate lua orice valori. Deoarece numărul de ieșire este format din 3 biți, există numai 8 intervale de interes ale tensiunii de intrare, intervale determinate de pragurile găsite la punctul a), adică $V_{in} < \frac{V_R}{16}$, $V_{in} \in \left[\frac{V_R}{16}, \frac{3 \cdot V_R}{16}\right)$, $V_{in} \in \left[\frac{3 \cdot V_R}{16}, \frac{5 \cdot V_R}{16}\right)$, $V_{in} \in \left[\frac{5 \cdot V_R}{16}, \frac{7 \cdot V_R}{16}\right)$, $V_{in} \in \left[\frac{7 \cdot V_R}{16}, \frac{9 \cdot V_R}{16}\right)$, $V_{in} \in \left[\frac{9 \cdot V_R}{16}, \frac{11 \cdot V_R}{16}\right)$, $V_{in} \in \left[\frac{11 \cdot V_R}{16}, \frac{13 \cdot V_R}{16}\right)$ și $V_{in} \geq \frac{13 \cdot V_R}{8}$.

$$V_{in} < \frac{V_R}{16} \rightarrow \frac{V_R}{32} = \frac{4}{32} = 0,125 \text{ V} \Rightarrow \begin{cases} \text{A: } 0,125 \text{ V} - 0,25 \text{ V} = -0,125 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow A = 0 \\ \text{B: } 0,125 \text{ V} - 0,75 \text{ V} = -0,625 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow B = 0 \\ \text{C: } 0,125 \text{ V} - 1,25 \text{ V} = -1,125 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow C = 0 \\ \text{D: } 0,125 \text{ V} - 1,75 \text{ V} = -1,625 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow D = 0 \\ \text{E: } 0,125 \text{ V} - 2,25 \text{ V} = -2,125 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow E = 0 \\ \text{F: } 0,125 \text{ V} - 2,75 \text{ V} = -2,625 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow F = 0 \\ \text{G: } 0,125 \text{ V} - 3,25 \text{ V} = -3,125 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow G = 0 \end{cases}$$

$$\text{Conform relației (187), bitul } S_0 = A \cdot \bar{B} + C \cdot \bar{D} + E \cdot \bar{F} + G = 0 \cdot \bar{0} + 0 \cdot \bar{0} + 0 \cdot \bar{0} + 0 = 0 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 0 = 0 + 0 + 0 + 0 = 0. \quad (194)$$

$$\text{Conform relației (188), bitul } S_1 = B \cdot \bar{D} + F = 0 \cdot \bar{0} + 0 = 0 \cdot 1 + 0 = 0 + 0 = 0. \quad (195)$$

$$\text{Conform relației (189), bitul } S_2 = 0. \quad (196)$$

$$\left[\frac{V_R}{16}, \frac{3 \cdot V_R}{16}\right) \rightarrow \frac{2 \cdot V_R}{16} = \frac{8}{16} = 0,5 \text{ V} \Rightarrow \begin{cases} \text{A: } 0,5 \text{ V} - 0,25 \text{ V} = 0,25 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow A = 1 \\ \text{B: } 0,5 \text{ V} - 0,75 \text{ V} = -0,25 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow B = 0 \\ \text{C: } 0,5 \text{ V} - 1,25 \text{ V} = -0,75 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow C = 0 \\ \text{D: } 0,5 \text{ V} - 1,75 \text{ V} = -1,25 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow D = 0 \\ \text{E: } 0,5 \text{ V} - 2,25 \text{ V} = -1,75 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow E = 0 \\ \text{F: } 0,5 \text{ V} - 2,75 \text{ V} = -2,25 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow F = 0 \\ \text{G: } 0,5 \text{ V} - 3,25 \text{ V} = -2,75 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow G = 0 \end{cases}$$

$$\text{Conform relației (187), bitul } S_0 = A \cdot \bar{B} + C \cdot \bar{D} + E \cdot \bar{F} + G = 1 \cdot \bar{0} + 0 \cdot \bar{0} + 0 \cdot \bar{0} + 0 = 1 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 0 = 1 + 0 + 0 + 0 = 1. \quad (197)$$

$$\text{Conform relației (188), bitul } S_1 = B \cdot \bar{D} + F = 0 \cdot \bar{0} + 0 = 0 \cdot 1 + 0 = 0 + 0 = 0. \quad (198)$$

$$\text{Conform relației (189), bitul } S_2 = 0. \quad (199)$$

$$\left[\frac{3 \cdot V_R}{16}, \frac{5 \cdot V_R}{16} \right) \rightarrow \frac{4 \cdot V_R}{16} = \frac{16}{16} = 1 \text{ V} \Rightarrow \begin{cases} \text{A: } 1 \text{ V} - 0,25 \text{ V} = 0,75 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow A = 1 \\ \text{B: } 1 \text{ V} - 0,75 \text{ V} = 0,25 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow B = 1 \\ \text{C: } 1 \text{ V} - 1,25 \text{ V} = -0,25 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow C = 0 \\ \text{D: } 1 \text{ V} - 1,75 \text{ V} = -0,75 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow D = 0 \\ \text{E: } 1 \text{ V} - 2,25 \text{ V} = -1,25 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow E = 0 \\ \text{F: } 1 \text{ V} - 2,75 \text{ V} = -1,75 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow F = 0 \\ \text{G: } 1 \text{ V} - 3,25 \text{ V} = -2,25 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow G = 0 \end{cases}$$

Conform relației (187), bitul $S_0 = A \cdot \bar{B} + C \cdot \bar{D} + E \cdot \bar{F} + G = 1 \cdot \bar{1} + 0 \cdot \bar{0} + 0 \cdot \bar{0} + 0 = 1 \cdot 0 + 0 \cdot 1 + 0 + 0 = 0 + 0 + 0 + 0 = 0$. (200)

Conform relației (188), bitul $S_1 = B \cdot \bar{D} + F = 1 \cdot \bar{0} + 0 = 1 \cdot 1 + 0 = 1 + 0 = 1$. (201)

Conform relației (189), bitul $S_2 = 0$. (202)

$$\left[\frac{5 \cdot V_R}{16}, \frac{7 \cdot V_R}{16} \right) \rightarrow \frac{6 \cdot V_R}{16} = \frac{24}{16} = 1,5 \text{ V} \Rightarrow \begin{cases} \text{A: } 1,5 \text{ V} - 0,25 \text{ V} = 1,25 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow A = 1 \\ \text{B: } 1,5 \text{ V} - 0,75 \text{ V} = 0,75 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow B = 1 \\ \text{C: } 1,5 \text{ V} - 1,25 \text{ V} = 0,25 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow C = 1 \\ \text{D: } 1,5 \text{ V} - 1,75 \text{ V} = -0,25 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow D = 0 \\ \text{E: } 1,5 \text{ V} - 2,25 \text{ V} = -0,75 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow E = 0 \\ \text{F: } 1,5 \text{ V} - 2,75 \text{ V} = -1,25 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow F = 0 \\ \text{G: } 1,5 \text{ V} - 3,25 \text{ V} = -1,75 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow G = 0 \end{cases}$$

Conform relației (187), bitul $S_0 = A \cdot \bar{B} + C \cdot \bar{D} + E \cdot \bar{F} + G = 1 \cdot \bar{1} + 1 \cdot \bar{0} + 0 \cdot \bar{0} + 0 = 1 \cdot 0 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 0 = 0 + 1 + 0 + 0 = 1$. (203)

Conform relației (188), bitul $S_1 = B \cdot \bar{D} + F = 1 \cdot \bar{0} + 0 = 1 \cdot 1 + 0 = 1 + 0 = 1$. (204)

Conform relației (189), bitul $S_2 = 0$. (205)

$$\left[\frac{7 \cdot V_R}{16}, \frac{9 \cdot V_R}{16} \right) \rightarrow \frac{8 \cdot V_R}{16} = \frac{32}{16} = 2 \text{ V} \Rightarrow \begin{cases} \text{A: } 2 \text{ V} - 0,25 \text{ V} = 1,75 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow A = 1 \\ \text{B: } 2 \text{ V} - 0,75 \text{ V} = 1,25 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow B = 1 \\ \text{C: } 2 \text{ V} - 1,25 \text{ V} = 0,75 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow C = 1 \\ \text{D: } 2 \text{ V} - 1,75 \text{ V} = 0,25 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow D = 1 \\ \text{E: } 2 \text{ V} - 2,25 \text{ V} = -0,25 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow E = 0 \\ \text{F: } 2 \text{ V} - 2,75 \text{ V} = -0,75 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow F = 0 \\ \text{G: } 2 \text{ V} - 3,25 \text{ V} = -1,25 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow G = 0 \end{cases}$$

Conform relației (187), bitul $S_0 = A \cdot \bar{B} + C \cdot \bar{D} + E \cdot \bar{F} + G = 1 \cdot \bar{1} + 1 \cdot \bar{1} + 0 \cdot \bar{0} + 0 = 1 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 0 \cdot 1 + 0 = 0 + 0 + 0 + 0 = 0$. (206)

Conform relației (188), bitul $S_1 = B \cdot \bar{D} + F = 1 \cdot \bar{1} + 0 = 1 \cdot 0 + 0 = 0 + 0 = 0$. (207)

Conform relației (189), bitul $S_2 = 1$. (208)

$$\left[\frac{9 \cdot V_R}{16}, \frac{11 \cdot V_R}{16} \right) \rightarrow \frac{10 \cdot V_R}{16} = \frac{40}{16} = 2,5 \text{ V} \Rightarrow \begin{cases} \text{A: } 2,5 \text{ V} - 0,25 \text{ V} = 2,25 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow A = 1 \\ \text{B: } 2,5 \text{ V} - 0,75 \text{ V} = 1,75 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow B = 1 \\ \text{C: } 2,5 \text{ V} - 1,25 \text{ V} = 1,25 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow C = 1 \\ \text{D: } 2,5 \text{ V} - 1,75 \text{ V} = 0,75 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow D = 1 \\ \text{E: } 2,5 \text{ V} - 2,25 \text{ V} = 0,25 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow E = 1 \\ \text{F: } 2,5 \text{ V} - 2,75 \text{ V} = -0,25 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow F = 0 \\ \text{G: } 2,5 \text{ V} - 3,25 \text{ V} = -0,75 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow G = 0 \end{cases}$$

Conform relației (187), bitul $S_0 = A \cdot \bar{B} + C \cdot \bar{D} + E \cdot \bar{F} + G = 1 \cdot \bar{1} + 1 \cdot \bar{1} + 1 \cdot \bar{0} + 0 = 1 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 1 \cdot 1 + 0 = 0 + 0 + 1 + 0 = 1$. (209)

Conform relației (188), bitul $S_1 = B \cdot \bar{D} + F = 1 \cdot \bar{1} + 0 = 1 \cdot 0 + 0 = 0 + 0 = 0$. (210)

Conform relației (189), bitul $S_2 = 1$. (211)

$$\left[\frac{11 \cdot V_R}{16}, \frac{13 \cdot V_R}{16} \right) \rightarrow \frac{12 \cdot V_R}{16} = \frac{48}{16} = 3 \text{ V} \Rightarrow \begin{cases} A: 3 \text{ V} - 0,25 \text{ V} = 2,75 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow A = 1 \\ B: 3 \text{ V} - 0,75 \text{ V} = 2,25 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow B = 1 \\ C: 3 \text{ V} - 1,25 \text{ V} = 1,75 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow C = 1 \\ D: 3 \text{ V} - 1,75 \text{ V} = 1,25 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow D = 1 \\ E: 3 \text{ V} - 2,25 \text{ V} = 0,75 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow E = 1 \\ F: 3 \text{ V} - 2,75 \text{ V} = 0,25 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow F = 1 \\ G: 3 \text{ V} - 3,25 \text{ V} = -0,25 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow G = 0 \end{cases}$$

Conform relației (187), bitul $S_0 = A \cdot \bar{B} + C \cdot \bar{D} + E \cdot \bar{F} + G = 1 \cdot \bar{1} + 1 \cdot \bar{1} + 1 \cdot \bar{1} + 0 = 1 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 0 = 0 + 0 + 0 + 0 = 0$. (212)

Conform relației (188), bitul $S_1 = B \cdot \bar{D} + F = 1 \cdot \bar{1} + 1 = 1 \cdot 0 + 0 = 0 + 1 = 1$. (213)

Conform relației (189), bitul $S_2 = 1$. (214)

$$V_{in} \geq \frac{13 \cdot V_R}{16} \rightarrow \frac{14 \cdot V_R}{16} = \frac{56}{16} = 3,5 \text{ V} \Rightarrow \begin{cases} A: 3,5 \text{ V} - 0,25 \text{ V} = 3,25 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow A = 1 \\ B: 3,5 \text{ V} - 0,75 \text{ V} = 2,75 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow B = 1 \\ C: 3,5 \text{ V} - 1,25 \text{ V} = 2,25 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow C = 1 \\ D: 3,5 \text{ V} - 1,75 \text{ V} = 1,75 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow D = 1 \\ E: 3,5 \text{ V} - 2,25 \text{ V} = 1,25 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow E = 1 \\ F: 3,5 \text{ V} - 2,75 \text{ V} = 0,75 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow F = 1 \\ G: 3,5 \text{ V} - 3,25 \text{ V} = 0,25 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow G = 1 \end{cases}$$

Conform relației (187), bitul $S_0 = A \cdot \bar{B} + C \cdot \bar{D} + E \cdot \bar{F} + G = 1 \cdot \bar{1} + 1 \cdot \bar{1} + 1 \cdot \bar{1} + 1 = 1 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 1 = 0 + 0 + 0 + 1 = 1$. (215)

Conform relației (188), bitul $S_1 = B \cdot \bar{D} + F = 1 \cdot \bar{1} + 1 = 1 \cdot 0 + 0 = 0 + 1 = 1$. (216)

Conform relației (189), bitul $S_2 = 1$. (217)

V_{in}	$S_2 S_1 S_0$
$< \frac{V_R}{16}$	000
$\left[\frac{V_R}{16}, \frac{3 \cdot V_R}{16} \right)$	001
$\left[\frac{3 \cdot V_R}{16}, \frac{5 \cdot V_R}{16} \right)$	010
$\left[\frac{5 \cdot V_R}{16}, \frac{7 \cdot V_R}{16} \right)$	011
$\left[\frac{7 \cdot V_R}{16}, \frac{9 \cdot V_R}{16} \right)$	100
$\left[\frac{9 \cdot V_R}{16}, \frac{11 \cdot V_R}{16} \right)$	101
$\left[\frac{11 \cdot V_R}{16}, \frac{13 \cdot V_R}{16} \right)$	110
$\geq \frac{13 \cdot V_R}{16}$	111

Tabelul 13. Corespondența dintre valoarea tensiunii de intrare și numărul de la ieșirea convertorului.

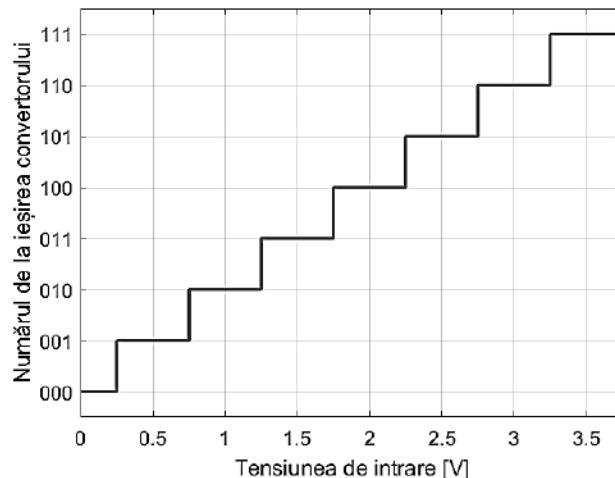


Fig. 46. Caracteristica de transfer a convertorului analog-numeric.

e) Se poate observa în Fig. 46 că variația minimă a tensiunii de intrare care asigură modificarea valorii numărului de la ieșirea convertorului este 0.5 V, adică $V_{LSB}=0.5$ V. Tranzițiile numărului de ieșire au loc când tensiunea de intrare atinge valori egale cu $k \cdot V_{LSB} + V_{LSB}/2$, k fiind un număr întreg, deci caracteristica este una cu rotunjire.

Problema 1.24. Se dă CAN-ul Flash pe 2 biți din figură. Se cunosc $V_R=4$ V și $V_{in}=1,4$ V.

- Să se obțină codul de la ieșirea comparatoarelor (A, B, C, D, E, F, G).
- Dat fiind circuitul de decodificare din figură, să se găsească expresiile logice pentru biții S_0, S_1, S_2 (S_2 este MSB).
- Să se calculeze numărul N pentru cazul particular dat (N este ieșirea CAN-ului).
- Să se reprezinte funcția de transfer a circuitului.
- Să se precizeze tipul caracteristicii: cu trunchiere sau cu rotunjire.

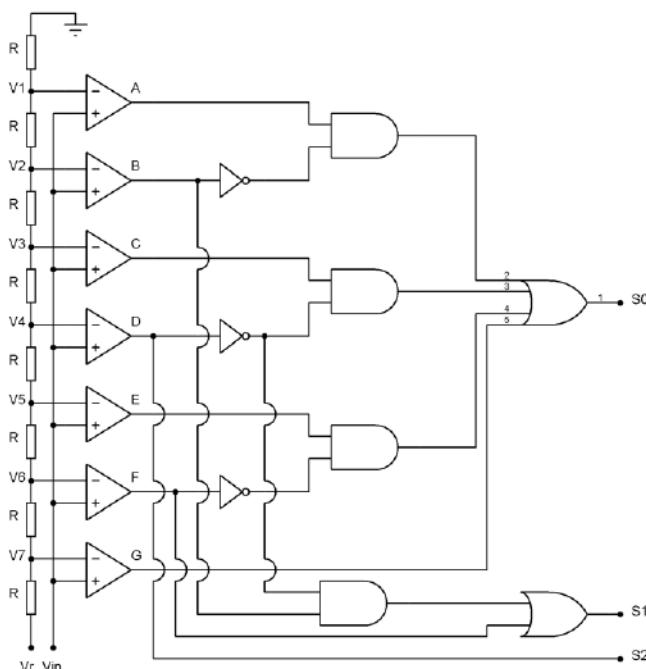


Fig. 47. Schema convertorului analog-numeric de analizat.

Rezolvare:

a) Circuitul conține o rețea de rezistențe, de la masă până la V_R , ce formează divizoare de tensiune prin care se determină potențialele de pe bornele inversoare ale comparatoarelor $V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, V_7$. Pentru a putea determina comportamentul comparatoarelor vom calcula potențialele $V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, V_7$.

Similar problemei anterioare se vor calcula potențialele:

$$V_1 = \frac{R}{R+6 \cdot R + R} \cdot V_R \Rightarrow V_1 = \frac{R}{8 \cdot R} \cdot V_R \Rightarrow V_1 = \frac{1}{8} \cdot V_R = \frac{4}{8} = 0,5 \text{ V} \quad (218)$$

$$V_2 = \frac{R+R}{R+6 \cdot R + R} \cdot V_R \Rightarrow V_2 = \frac{2 \cdot R}{8 \cdot R} \cdot V_R \Rightarrow V_2 = \frac{2}{8} \cdot V_R = \frac{8}{8} = 1 \text{ V} \quad (219)$$

$$V_3 = \frac{R+R+R}{R+6 \cdot R + R} \cdot V_R \Rightarrow V_3 = \frac{3 \cdot R}{8 \cdot R} \cdot V_R \Rightarrow V_3 = \frac{3}{8} \cdot V_R = \frac{12}{8} = 1,5 \text{ V} \quad (220)$$

$$V_4 = \frac{R+R+R+R}{R+6 \cdot R + R} \cdot V_R \Rightarrow V_4 = \frac{4 \cdot R}{8 \cdot R} \cdot V_R \Rightarrow V_4 = \frac{4}{8} \cdot V_R = \frac{16}{8} = 2 \text{ V} \quad (221)$$

$$V_5 = \frac{R+R+R+R+R}{R+6 \cdot R + R} \cdot V_R \Rightarrow V_5 = \frac{5 \cdot R}{8 \cdot R} \cdot V_R \Rightarrow V_5 = \frac{5}{8} \cdot V_R = \frac{20}{8} = 2,5 \text{ V} \quad (222)$$

$$V_6 = \frac{R+R+R+R+R+R}{R+6 \cdot R + R} \cdot V_R \Rightarrow V_6 = \frac{6 \cdot R}{8 \cdot R} \cdot V_R \Rightarrow V_6 = \frac{6}{8} \cdot V_R = \frac{24}{8} = 3 \text{ V} \quad (223)$$

$$V_7 = \frac{R+R+R+R+R+R+R}{R+6 \cdot R + R} \cdot V_R \Rightarrow V_7 = \frac{7 \cdot R}{8 \cdot R} \cdot V_R \Rightarrow V_7 = \frac{7}{8} \cdot V_R = \frac{28}{8} = 3,5 \text{ V} \quad (224)$$

Similar problemei anterioare se va determina comportamentul comparatoarelor:

$$\text{Pentru punctul A rezultă: } V_{in} - V_1 = 1,4 \text{ V} - 0,5 \text{ V} = 0,9 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow A = 1 \quad (225)$$

$$\text{Pentru punctul B rezultă: } V_{in} - V_2 = 1,4 \text{ V} - 1 \text{ V} = 0,4 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow B = 1 \quad (226)$$

$$\text{Pentru punctul C rezultă: } V_{in} - V_3 = 1,4 \text{ V} - 1,5 \text{ V} = -0,1 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow C = 0 \quad (227)$$

$$\text{Pentru punctul D rezultă: } V_{in} - V_4 = 1,4 \text{ V} - 2 \text{ V} = -0,6 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow D = 0 \quad (228)$$

$$\text{Pentru punctul E rezultă: } V_{in} - V_5 = 1,4 \text{ V} - 2,5 \text{ V} = -1,1 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow E = 0 \quad (229)$$

$$\text{Pentru punctul F rezultă: } V_{in} - V_6 = 1,4 \text{ V} - 3 \text{ V} = -1,6 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow F = 0 \quad (230)$$

$$\text{Pentru punctul G rezultă: } V_{in} - V_7 = 1,4 \text{ V} - 3,5 \text{ V} = -2,1 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow G = 0 \quad (231)$$

b) Circuitul de decodificare este prezentat în Fig. 48:

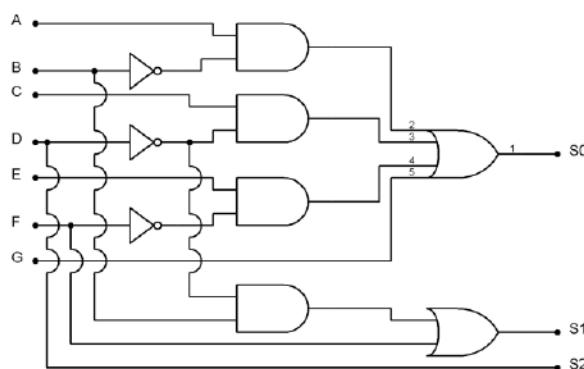


Fig. 48. Circuitul de decodificare pentru convertorul analizat.

Conform schemei din Fig. 48. relațiile pentru biții S_0 , S_1 și S_2 sunt:

$$S_0 = A \cdot \bar{B} + C \cdot \bar{D} + E \cdot \bar{F} + G \quad (232)$$

$$S_1 = B \cdot \bar{D} + F \quad (233)$$

$$S_2 = D \quad (234)$$

c) La punctul a) s-au determinat valorile $A=1$, $B=1$, $C=0$, $D=0$, $E=0$, $F=0$, $G=0$ pentru tensiunea de intrare dată. Folosind relațiile (232), (233), (234) se determină valorile biților S_0 , S_1 și S_2 astfel:

$$S_0 = A \cdot \bar{B} + C \cdot \bar{D} + E \cdot \bar{F} + G = 1 \cdot \bar{1} + 0 \cdot \bar{0} + 0 \cdot \bar{0} + 0 = 1 \cdot 0 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 0 = 0 + 0 + 0 + 0 = 0. \quad (235)$$

$$S_1 = B \cdot \bar{D} + F = 1 \cdot \bar{0} + 0 = 1 \cdot 1 + 0 = 1 + 0 = 1. \quad (236)$$

$$S_2 = D = 0. \quad (237)$$

$$S_2 \text{ fiind MSB, } S_0 \text{ fiind LSB rezultă } N = \frac{S_0 \cdot 2^0 + S_1 \cdot 2^1 + S_2 \cdot 2^2}{2^3} \Rightarrow N = \frac{0 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 0 \cdot 4}{8} \Rightarrow N = \frac{2}{8} = 0,25 \quad (238)$$

d) Determinarea caracteristicii de transfer a convertorului înseamnă găsirea corespondenței dintre valoarea tensiunii de intrare și numărul de la ieșirea convertorului. Tensiunea de intrare, teoretic, poate lua orice valori. Deoarece numărul de ieșire este format din 3 biți, există numai 8 intervale de interes ale tensiunii de intrare, intervale determinate de pragurile găsite la punctul a), adică $V_{in} < \frac{V_R}{8}$, $V_{in} \in \left[\frac{V_R}{8}, \frac{2 \cdot V_R}{8}\right)$, $V_{in} \in \left[\frac{2 \cdot V_R}{8}, \frac{3 \cdot V_R}{8}\right)$, $V_{in} \in \left[\frac{3 \cdot V_R}{8}, \frac{4 \cdot V_R}{8}\right)$, $V_{in} \in \left[\frac{4 \cdot V_R}{8}, \frac{5 \cdot V_R}{8}\right)$, $V_{in} \in \left[\frac{5 \cdot V_R}{8}, \frac{6 \cdot V_R}{8}\right)$, $V_{in} \in \left[\frac{6 \cdot V_R}{8}, \frac{7 \cdot V_R}{8}\right)$ și $V_{in} \geq \frac{7 \cdot V_R}{8}$.

$$V_{in} < \frac{V_R}{8} \rightarrow \frac{V_R}{16} = \frac{4}{16} = 0,25 \text{ V} \Rightarrow \begin{cases} \text{A: } 0,25 \text{ V} - 0,5 \text{ V} = -0,25 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow A = 0 \\ \text{B: } 0,25 \text{ V} - 1 \text{ V} = -0,75 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow B = 0 \\ \text{C: } 0,25 \text{ V} - 1,5 \text{ V} = -1,25 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow C = 0 \\ \text{D: } 0,25 \text{ V} - 2 \text{ V} = -1,75 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow D = 0 \\ \text{E: } 0,25 \text{ V} - 2,5 \text{ V} = -2,25 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow E = 0 \\ \text{F: } 0,25 \text{ V} - 3 \text{ V} = -2,75 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow F = 0 \\ \text{G: } 0,25 \text{ V} - 3,5 \text{ V} = -3,25 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow G = 0 \end{cases}$$

$$\text{Conform relației (232), bitul } S_0 = A \cdot \bar{B} + C \cdot \bar{D} + E \cdot \bar{F} + G = 0 \cdot \bar{0} + 0 \cdot \bar{0} + 0 \cdot \bar{0} + 0 = 0 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 0 = 0 + 0 + 0 + 0 = 0. \quad (239)$$

$$\text{Conform relației (233), bitul } S_1 = B \cdot \bar{D} + F = 0 \cdot \bar{0} + 0 = 0 \cdot 1 + 0 = 0 + 0 = 0. \quad (240)$$

$$\text{Conform relației (234), bitul } S_2 = 0. \quad (241)$$

$$\left[\frac{V_R}{8}, \frac{2 \cdot V_R}{8}\right) \rightarrow \frac{1,5 \cdot V_R}{8} = \frac{6}{8} = 0,75 \text{ V} \Rightarrow \begin{cases} \text{A: } 0,75 \text{ V} - 0,5 \text{ V} = 0,25 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow A = 1 \\ \text{B: } 0,75 \text{ V} - 1 \text{ V} = -0,25 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow B = 0 \\ \text{C: } 0,75 \text{ V} - 1,5 \text{ V} = -0,75 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow C = 0 \\ \text{D: } 0,75 \text{ V} - 2 \text{ V} = -1,25 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow D = 0 \\ \text{E: } 0,75 \text{ V} - 2,5 \text{ V} = -1,75 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow E = 0 \\ \text{F: } 0,75 \text{ V} - 3 \text{ V} = -2,25 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow F = 0 \\ \text{G: } 0,75 \text{ V} - 3,5 \text{ V} = -2,75 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow G = 0 \end{cases}$$

$$\text{Conform relației (232), bitul } S_0 = A \cdot \bar{B} + C \cdot \bar{D} + E \cdot \bar{F} + G = 1 \cdot \bar{0} + 0 \cdot \bar{0} + 0 \cdot \bar{0} + 0 = 1 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 0 = 1 + 0 + 0 + 0 = 1. \quad (242)$$

Conform relației (233), bitul $S_1 = B \cdot \bar{D} + F = 0 \cdot \bar{0} + 0 = 0 \cdot 1 + 0 = 0 + 0 = 0$. (243)

Conform relației (234), bitul $S_2 = 0$. (244)

$$\left[\frac{2 \cdot V_R}{8}, \frac{3 \cdot V_R}{8} \right) \rightarrow \frac{2,5 \cdot V_R}{8} = \frac{10}{8} = 1,25 \text{ V} \Rightarrow \begin{cases} \text{A: } 1,25 \text{ V} - 0,5 \text{ V} = 0,75 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow A = 1 \\ \text{B: } 1,25 \text{ V} - 1 \text{ V} = 0,25 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow B = 1 \\ \text{C: } 1,25 \text{ V} - 1,5 \text{ V} = -0,25 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow C = 0 \\ \text{D: } 1,25 \text{ V} - 2 \text{ V} = -0,75 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow D = 0 \\ \text{E: } 1,25 \text{ V} - 2,5 \text{ V} = -1,25 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow E = 0 \\ \text{F: } 1,25 \text{ V} - 3 \text{ V} = -1,75 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow F = 0 \\ \text{G: } 1,25 \text{ V} - 3,5 \text{ V} = -2,25 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow G = 0 \end{cases}$$

Conform relației (232), bitul $S_0 = A \cdot \bar{B} + C \cdot \bar{D} + E \cdot \bar{F} + G = 1 \cdot \bar{1} + 0 \cdot \bar{0} + 0 \cdot \bar{0} + 0 = 1 \cdot 0 + 0 \cdot 1 + 0 = 0 + 0 + 0 + 0 = 0$. (245)

Conform relației (233), bitul $S_1 = B \cdot \bar{D} + F = 1 \cdot \bar{0} + 0 = 1 \cdot 1 + 0 = 1 + 0 = 1$. (246)

Conform relației (234), bitul $S_2 = 0$. (247)

$$\left[\frac{3 \cdot V_R}{8}, \frac{4 \cdot V_R}{8} \right) \rightarrow \frac{3,5 \cdot V_R}{8} = \frac{14}{8} = 1,75 \text{ V} \Rightarrow \begin{cases} \text{A: } 1,75 \text{ V} - 0,5 \text{ V} = 1,25 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow A = 1 \\ \text{B: } 1,75 \text{ V} - 1 \text{ V} = 0,75 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow B = 1 \\ \text{C: } 1,75 \text{ V} - 1,5 \text{ V} = 0,25 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow C = 1 \\ \text{D: } 1,75 \text{ V} - 2 \text{ V} = -0,25 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow D = 0 \\ \text{E: } 1,75 \text{ V} - 2,5 \text{ V} = -0,75 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow E = 0 \\ \text{F: } 1,75 \text{ V} - 3 \text{ V} = -1,25 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow F = 0 \\ \text{G: } 1,75 \text{ V} - 3,5 \text{ V} = -1,75 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow G = 0 \end{cases}$$

Conform relației (232), bitul $S_0 = A \cdot \bar{B} + C \cdot \bar{D} + E \cdot \bar{F} + G = 1 \cdot \bar{1} + 1 \cdot \bar{0} + 0 \cdot \bar{0} + 0 = 1 \cdot 0 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 0 = 0 + 1 + 0 + 0 = 1$. (248)

Conform relației (233), bitul $S_1 = B \cdot \bar{D} + F = 1 \cdot \bar{0} + 0 = 1 \cdot 1 + 0 = 1 + 0 = 1$. (249)

Conform relației (234), bitul $S_2 = 0$. (250)

$$\left[\frac{4 \cdot V_R}{8}, \frac{5 \cdot V_R}{8} \right) \rightarrow \frac{4,5 \cdot V_R}{8} = \frac{18}{8} = 2,25 \text{ V} \Rightarrow \begin{cases} \text{A: } 2,25 \text{ V} - 0,5 \text{ V} = 1,75 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow A = 1 \\ \text{B: } 2,25 \text{ V} - 1 \text{ V} = 1,25 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow B = 1 \\ \text{C: } 2,25 \text{ V} - 1,5 \text{ V} = 0,75 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow C = 1 \\ \text{D: } 2,25 \text{ V} - 2 \text{ V} = 0,25 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow D = 1 \\ \text{E: } 2,25 \text{ V} - 2,5 \text{ V} = -0,25 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow E = 0 \\ \text{F: } 2,25 \text{ V} - 3 \text{ V} = -0,75 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow F = 0 \\ \text{G: } 2,25 \text{ V} - 3,5 \text{ V} = -1,25 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow G = 0 \end{cases}$$

Conform relației (232), bitul $S_0 = A \cdot \bar{B} + C \cdot \bar{D} + E \cdot \bar{F} + G = 1 \cdot \bar{1} + 1 \cdot \bar{1} + 0 \cdot \bar{0} + 0 = 1 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 0 \cdot 1 + 0 = 0 + 0 + 0 + 0 = 0$. (251)

Conform relației (233), bitul $S_1 = B \cdot \bar{D} + F = 1 \cdot \bar{1} + 0 = 1 \cdot 0 + 0 = 0 + 0 = 0$. (252)

Conform relației (234), bitul $S_2 = 1$. (253)

$$\left[\frac{5 \cdot V_R}{8}, \frac{6 \cdot V_R}{8} \right) \rightarrow \frac{5,5 \cdot V_R}{8} = \frac{22}{8} = 2,75 \text{ V} \Rightarrow \begin{cases} \text{A: } 2,75 \text{ V} - 0,5 \text{ V} = 2,25 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow A = 1 \\ \text{B: } 2,75 \text{ V} - 1 \text{ V} = 1,75 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow B = 1 \\ \text{C: } 2,75 \text{ V} - 1,5 \text{ V} = 1,25 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow C = 1 \\ \text{D: } 2,75 \text{ V} - 2 \text{ V} = 0,75 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow D = 1 \\ \text{E: } 2,75 \text{ V} - 2,5 \text{ V} = 0,25 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow E = 1 \\ \text{F: } 2,75 \text{ V} - 3 \text{ V} = -0,25 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow F = 0 \\ \text{G: } 2,75 \text{ V} - 3,5 \text{ V} = -0,75 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow G = 0 \end{cases}$$

$$\text{Conform relației (232), bitul } S_0 = A \cdot \bar{B} + C \cdot \bar{D} + E \cdot \bar{F} + G = 1 \cdot \bar{1} + 1 \cdot \bar{1} + 1 \cdot \bar{0} + 0 = 1 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 0 = 0 + 0 + 1 + 0 = 1. \quad (254)$$

$$\text{Conform relației (233), bitul } S_1 = B \cdot \bar{D} + F = 1 \cdot \bar{1} + 0 = 1 \cdot 0 + 0 = 0 + 0 = 0. \quad (255)$$

$$\text{Conform relației (234), bitul } S_2 = 1. \quad (256)$$

$$\left[\frac{6 \cdot V_R}{8}, \frac{7 \cdot V_R}{8} \right) \rightarrow \frac{6,5 \cdot V_R}{8} = \frac{26}{8} = 3,25 \text{ V} \Rightarrow \begin{cases} \text{A: } 3,25 \text{ V} - 0,5 \text{ V} = 2,75 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow A = 1 \\ \text{B: } 3,25 \text{ V} - 1 \text{ V} = 2,25 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow B = 1 \\ \text{C: } 3,25 \text{ V} - 1,5 \text{ V} = 1,75 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow C = 1 \\ \text{D: } 3,25 \text{ V} - 2 \text{ V} = 1,25 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow D = 1 \\ \text{E: } 3,25 \text{ V} - 2,5 \text{ V} = 0,75 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow E = 1 \\ \text{F: } 3,25 \text{ V} - 3 \text{ V} = 0,25 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow F = 1 \\ \text{G: } 3,25 \text{ V} - 3,5 \text{ V} = -0,25 \text{ V} < 0 \text{ V} \Rightarrow G = 0 \end{cases}$$

$$\text{Conform relației (232), bitul } S_0 = A \cdot \bar{B} + C \cdot \bar{D} + E \cdot \bar{F} + G = 1 \cdot \bar{1} + 1 \cdot \bar{1} + 1 \cdot \bar{1} + 0 = 1 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 0 = 0 + 0 + 0 + 0 = 0. \quad (257)$$

$$\text{Conform relației (233), bitul } S_1 = B \cdot \bar{D} + F = 1 \cdot \bar{1} + 1 = 1 \cdot 0 + 0 = 0 + 1 = 1. \quad (258)$$

$$\text{Conform relației (234), bitul } S_2 = 1. \quad (259)$$

$$V_{in} \geq \frac{7 \cdot V_R}{8} \rightarrow \frac{7,5 \cdot V_R}{8} = \frac{30}{8} = 3,75 \text{ V} \Rightarrow \begin{cases} \text{A: } 3,75 \text{ V} - 0,5 \text{ V} = 3,25 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow A = 1 \\ \text{B: } 3,75 \text{ V} - 1 \text{ V} = 2,75 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow B = 1 \\ \text{C: } 3,75 \text{ V} - 1,5 \text{ V} = 2,25 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow C = 1 \\ \text{D: } 3,75 \text{ V} - 2 \text{ V} = 1,75 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow D = 1 \\ \text{E: } 3,75 \text{ V} - 2,5 \text{ V} = 1,25 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow E = 1 \\ \text{F: } 3,75 \text{ V} - 3 \text{ V} = 0,75 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow F = 1 \\ \text{G: } 3,75 \text{ V} - 3,5 \text{ V} = 0,25 \text{ V} > 0 \text{ V} \Rightarrow G = 1 \end{cases}$$

$$\text{Conform relației (232), bitul } S_0 = A \cdot \bar{B} + C \cdot \bar{D} + E \cdot \bar{F} + G = 1 \cdot \bar{1} + 1 \cdot \bar{1} + 1 \cdot \bar{1} + 1 = 1 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 1 = 0 + 0 + 0 + 1 = 1. \quad (260)$$

$$\text{Conform relației (233), bitul } S_1 = B \cdot \bar{D} + F = 1 \cdot \bar{1} + 1 = 1 \cdot 0 + 0 = 0 + 1 = 1. \quad (261)$$

$$\text{Conform relației (234), bitul } S_2 = 1. \quad (262)$$

V_{in}	$S_2 S_1 S_0$
$< \frac{V_R}{8}$	000
$\left[\frac{V_R}{8}, \frac{2 \cdot V_R}{8} \right)$	001
$\left[\frac{2 \cdot V_R}{8}, \frac{3 \cdot V_R}{8} \right)$	010
$\left[\frac{3 \cdot V_R}{8}, \frac{4 \cdot V_R}{8} \right)$	011
$\left[\frac{4 \cdot V_R}{8}, \frac{5 \cdot V_R}{8} \right)$	100
$\left[\frac{5 \cdot V_R}{8}, \frac{6 \cdot V_R}{8} \right)$	101
$\left[\frac{6 \cdot V_R}{8}, \frac{7 \cdot V_R}{8} \right)$	110
$\geq \frac{7 \cdot V_R}{8}$	111

Tabelul 14. Corespondența dintre valoarea tensiunii de intrare și numărul de la ieșirea convertorului.

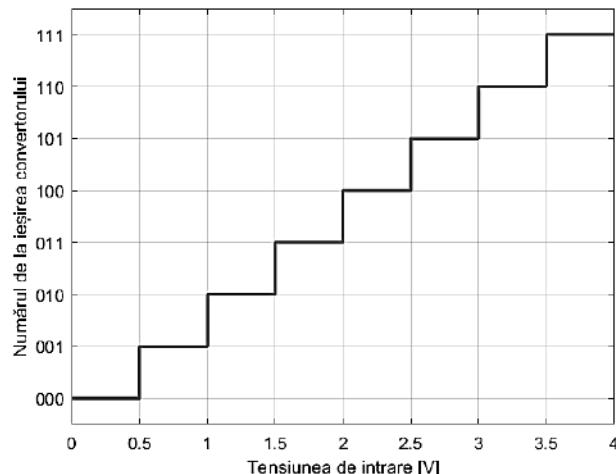


Fig. 49. Caracteristica de transfer a convertorului analog-numeric.

e) Se poate observa în Fig. 49 că variația minimă a tensiunii de intrare care asigură modificarea valorii numărului de la ieșirea convertorului este 0.5 V, adică $V_{LSB}=0.5$ V. Tranzițiile numărului de ieșire au loc când tensiunea de intrare atinge valori egale cu $k \cdot V_{LSB}$, k fiind un număr întreg, deci caracteristica este una cu trunchiere.

Problema 1.25. Un voltmetru de curent continuu cu convertor analog-numeric dublă pantă are timpul de integrare a tensiunii necunoscute $t_1=16,67$ ms. Pentru îmbunătățirea rejecției perturbațiilor alternative se utilizează un filtru trece-jos RC de ordinul 1 cu frecvență de tăiere $f_{-3dB}=5$ Hz. Să se calculeze eroarea maximă și raportul de rejecție serie (RRS) minim în cazul unei tensiuni perturbatoare cu frecvență $f=10$ kHz $\pm 1,6\%$ și amplitudinea $A=10$ V suprapusă peste tensiunea continuă de măsurat.

Rezolvare:

Raportul de rejecție serie este definit ca raportul dintre amplitudinea perturbației alternative de la intrarea convertorului analog-numeric dublă pantă și tensiunea continuă determinată de aceasta, practic un raport între cauză și efect:

$$RRS = \frac{U_{ps}}{U_{c.c. \text{ determinată}}} \quad (263)$$

Pentru perturbația de tip sinusoidal se poate calcula RRS folosind formula (264):

$$RRS = -20 \lg \left(\left| \operatorname{sinc} \left(\frac{\omega t_1}{2} \right) \right| \right) \quad (264)$$

Valoarea maximă a RRS se obține atunci când argumentul logaritmului este zero:

$$RRS_{max|_{dB}} = -20 \lg \left(\left| \operatorname{sinc} \left(\frac{\omega t_1}{2} \right) \right| \right) = -20 \lg \left(\left| \frac{\sin \left(\frac{\omega t_1}{2} \right)}{\frac{\omega t_1}{2}} \right| \right) \xrightarrow{\sin \left(\frac{\omega t_1}{2} \right) = 0} \infty \quad (265)$$

$$\sin \left(\frac{\omega t_1}{2} \right) = 0 \Rightarrow \frac{\omega t_1}{2} = k\pi \Rightarrow \omega = \frac{2k\pi}{t_1} \xrightarrow[\omega=2\pi f]{=} f = \frac{k}{t_1} \cong k \cdot 60 \text{ Hz}, k \in \mathbb{Z} \quad (266)$$

Din relația (266) rezultă faptul că dacă perturbația armonică are frecvență egală cu un multiplu de 60 Hz, RRS va fi infinit. Dacă RRS este infinit, conform relației (263), înseamnă că efectul produs de această perturbație va fi nul. Astfel acest voltmetru poate fi folosit cu performanțe foarte bune în țări în care frecvența rețelei electrice este 60 Hz cum ar fi SUA, Japonia, Mexic etc. O observație foarte importantă este reprezentată de faptul că frecvențele rejectate pot fi alese numai prin fixarea timpului de integrare t_1 .

Valori minime pentru RRS se vor obține în cazul opus față de cel prezentat mai sus, și anume când valoarea $\sin \left(\frac{\omega t_1}{2} \right)$ este maximă, adică 1:

$$RRS_{min|_{dB}} = -20 \lg \left(\left| \operatorname{sinc} \left(\frac{\omega t_1}{2} \right) \right| \right) = -20 \lg \left(\left| \frac{\sin \left(\frac{\omega t_1}{2} \right)}{\frac{\omega t_1}{2}} \right| \right) \xrightarrow{\sin \left(\frac{\omega t_1}{2} \right) = 1} -20 \lg \left(\frac{1}{\frac{\omega t_1}{2}} \right) = 20 \lg \left(\frac{\omega t_1}{2} \right) \quad (267)$$

$$\sin \left(\frac{\omega t_1}{2} \right) = 1 \Rightarrow \frac{\omega t_1}{2} = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow \omega = \frac{2k\pi}{t_1} + \frac{\pi}{t_1} \xrightarrow[\omega=2\pi f]{=} f = \frac{k}{t_1} + \frac{1}{2t_1} = k \cdot 60 + 30 \text{ Hz}, k \in \mathbb{Z} \quad (268)$$

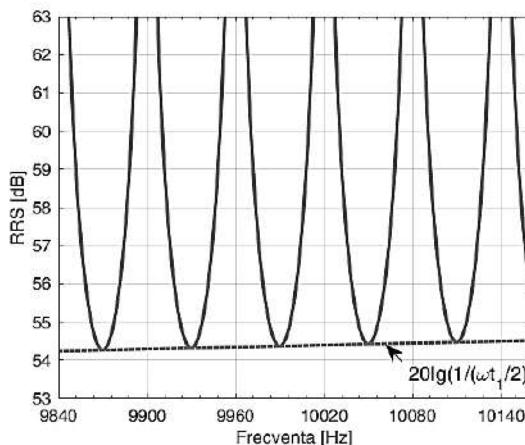


Fig. 50. Variația cu frecvență a RRS exprimat în decibeli (linie continuă). RRS minim (linie punctată).

Se menționează în enunț că se folosește un filtru trece-jos pentru a atenua perturbațiile alternative care pot ajunge la intrarea voltmetrului.

Așadar orice tensiune de măsurat va trece întâi prin filtrul trece-jos, iar de-abia apoi va fi aplicată convertorului analog-numeric dublă pantă. U_{ps} din relația (263) reprezintă amplitudinea tensiunii perturbatoare care ajunge la intrarea convertorului dublă pantă, adică amplitudinea semnalului de la ieșirea filtrului trece-jos. Se va determina U_{ps} folosind funcția de transfer a unui filtru trece-jos de ordinul 1 realizat cu o grupare RC, exprimată în relația (269):

$$H(\omega) = \frac{1}{1+j\omega RC} \quad (269)$$

Se cunoaște metoda armonică de determinare a răspunsului $y(t)$ al unui sistem caracterizat de funcția de transfer $H(\omega)$ la stimulul armonic $x(t) = A \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$:

$$y(t) = A \cdot |H(\omega_0)| \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \arg\{H(\omega_0)\}), \text{ unde } A \cdot |H(\omega_0)| = U_{ps} \quad (270)$$

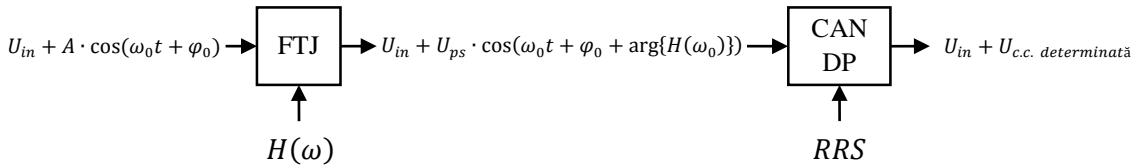


Fig. 51. Lanțul de operații efectuate asupra semnalului de intrare în cazul voltmetrului din problema curentă.

În cazul de față amplitudinea semnalului de intrare este $A=10$ V. Faza inițială φ_0 nu intervine în calculele relevante pentru această problemă. Se observă că atât funcția de transfer cât și RRS depind de frecvența semnalului de intrare. Frecvența semnalului va fi aleasă din gama posibilă astfel încât să se trateze cazul cel mai defavorabil (RRS are valoare cât mai mică, respectiv modulul funcției de transfer are valoare cât mai mare). Gama de variație a frecvenței semnalului perturbator este 10 kHz $\pm 1,6\%$ adică $f \in [9840 ; 10160]$ Hz.

Modulul funcției de transfer a filtrului trece jos este:

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}} \xrightarrow{\omega_{-3dB} = \frac{1}{\sqrt{RC}}, \omega = 2\pi f} \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{f}{f_{-3dB}}\right)^2}} \quad (271)$$

deci scade cu creșterea frecvenței. Așadar cea mai mare valoare o va avea la frecvența minimă din gama posibilă (9840 Hz). U_{ps} va fi:

$$U_{ps} = A \cdot |H(2 \cdot \pi \cdot 9840)| = 10 \cdot \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{9840}{5}\right)^2}} \cong 10 \cdot \frac{5}{9840} = 0,005 \text{ V} \quad (272)$$

Mai departe se folosește relația (267) alegând RRS cel mai dezavantajos pentru gama de frecvențe posibilă. Frecvența care va garanta cazul cel mai defavorabil va fi cea mai joasă frecvență din gamă a cărei valoare îndeplinește condiția $f = k \cdot 60 + 30$ Hz, $k \in \mathbb{Z}$, adică 9870 Hz. Pentru această frecvență se determină RRS:

$$RRS_{min|dB} = 20 \lg \left(\frac{\omega t_1}{2} \right) = 20 \lg \left(\frac{2 \cdot \pi \cdot 9870 \cdot 16,67 \cdot 10^{-3}}{2} \right) = 54,28 \text{ dB} \Rightarrow RRS_{min} = 10^{\frac{54,28}{20}} = 517,606 \quad (273)$$

$$U_{c.c. determinată} = \frac{U_{ps}}{RRS_{min}} = \frac{0,005}{517,606} = 9,65 \mu\text{V} \quad (274)$$

Se observă că au fost folosite frecvențe diferite pentru calculul modulului funcției de transfer și pentru calculul RRS tocmai pentru a se asigura lucrul în cazul cel mai defavorabil. Dacă se va calcula

$U_{c.c. \text{ determinată}}$ păstrând o anumită frecvență în ambele etape de calcul se va observa că valoarea obținută va fi mai mică decât cea determinată cu relația (274). Este adevărat că, din motivul amintit mai sus, acest caz cel mai defavorabil nu poate fi obținut în practică, dar este foarte util pentru determinarea valorii maxime a $U_{c.c. \text{ determinată}}$. Este acum evident că eroarea maximă căutată va fi reprezentată exact de valoarea $U_{c.c. \text{ determinată}}$ calculată mai sus.

Problema 1.26. Convertorul analog-numeric dublă pantă din Fig. 52 are tensiunea cap de scară $U_{cs} = 20$ V. Tensiunea maximă de la ieșirea integratorului este $|u(t)| = 10$ V, durata integrării este $t_1 = 20$ ms, oscillatorul are frecvența $f_{ck} = 1$ MHz, numărătorul are 5 digiți. Să se determine:

- Valoarea constantei de timp $\tau = R \cdot C$;
- Numărul din numărător (N_1) la începutul fazei 1;
- Tensiunea de referință U_r pentru care se obține rezoluția maximă cu acest convertor.
- În ce țări se recomandă folosirea acestui convertor?

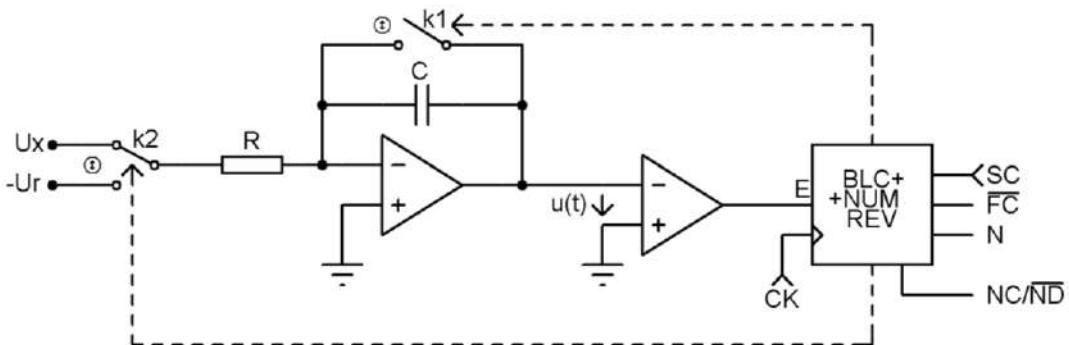


Fig. 52. Schema unui convertor analog-numeric dublă pantă.

CK – intrare semnal de tact, E – intrare „enable”, SC – intrare comandă start conversie, FC – ieșire semnalizare final conversie, N – ieșirea numărătorului, NC/ND – intrare comandă numărare crescătoare/numărare descrescătoare.

Rezolvare:

Funcționarea convertorului numeric-analogic are două faze:

Faza 1: integrarea tensiunii de măsurat. La începutul acestei faze comutatorul k_2 conectează tensiunea de măsurat U_x la intrarea integratorului format dintr-un amplificator operațional având o rețea de reacție negativă alcătuită dintr-un grup RC, iar comutatorul k_1 tocmai a fost deschis, rolul său fiind de a asigura descărcarea condensatorului C la finalul fiecărei conversii. Numărătorul folosit este reversibil (poate număra atât crescător cât și descrescător). La începutul acestei faze este setat să numere descrescător și în acesta se află stocat un număr nenul (N_1) care determină timpul de integrare t_1 în felul următor: la fiecare perioadă a semnalului de tact numărătorul va decrementa valoarea stocată până când ajunge la zero, moment în care faza 1 se consideră terminată. Așadar timpul care trece până când numărătorul ajunge la zero este $t_1 = N_1 \cdot T_{ck} = \frac{N_1}{f_{ck}}$, ceea ce coincide cu timpul pentru care tensiunea de intrare va fi integrată.

Faza 2: integrarea tensiunii de referință. În această fază comutatorul k_2 va conecta tensiunea de referință U_r la intrarea integratorului și numărătorul este comutat în modul de lucru cu numărare crescătoare. Numărătorul va număra până când tensiunea de la ieșirea integratorului devine zero. Acest lucru este sesizat de comparatorul realizat cu al doilea amplificator operațional, evident fără bucle de reacție. În acest moment ieșirea comparatorului va bascula (va trece din „1” logic în „0” logic) și va determina oprirea numărătorului din numărat, semnalând și sfârșitul fazei 2 adică finalul conversiei. În acest moment se închide comutatorul k_2 pentru a descărca condensatorul C pregătindu-l pentru o nouă conversie.

a) Tensiunea pe un condensator respectă relația (275). În faza 1 tensiunea de la ieșirea integratorului ($u(t)$) va respecta relația (276).

$$q = C \cdot U_C \xrightarrow{I = \frac{dq}{dt}} I_C = C \cdot \frac{dU_C}{dt} \quad (275)$$

$$u(t) = U_C = \frac{1}{C} \int_0^t I_c(\tau) d\tau \quad (276)$$

S-a evitat folosirea $I_c(t)$ în relația de mai sus deoarece capătul superior de integrare ar fi fost tot variabila timp. Prin folosirea lui $I_c(\tau)$ s-a făcut diferențierea între variabila de integrare și capătul superior de integrare care este variabil. Se amitește faptul că $\int_A^x f(y) dy = F(x)$, unde A este o constantă, iar x o variabilă.

În relația (276) U_C reprezintă tensiunea pe condensatorul C considerată de la ieșirea amplificatorului operațional până la punctul de masă virtuală reprezentat de intrarea neinversoare a AO-ului, I_C este curentul care curge prin condensator în același sens cu tensiunea. Se observă că, dacă tensiunea de intrare U_x este considerată pozitivă, aceasta va determina un curent prin rezistență R egal cu $I_R = \frac{U_x}{R}$ cu sensul către intrarea neinversoare a AO-ului. Cum AO este ideal, nu curge curent în intrările sale, deci acest curent va trece în intregime prin condensatorul C curgând cu sensul de la borna neinversoare a AO către ieșirea AO, deci tocmai invers decât în cazul general descris în relația (275), adică $I_C = -I_R$. Înținând cont de acest lucru, relația (276) pentru cazul particular din problema curentă devine:

$$u(t) = U_C = -\frac{1}{C} \int_0^t \frac{U_x(\tau)}{R} d\tau = -\frac{1}{RC} \int_0^t U_x(\tau) d\tau \xrightarrow{\substack{U_x \text{ este o tensiune continuă, deci} \\ U_x(\tau) = U_x, \forall \tau}} u(t) = -\frac{U_x}{RC} t \quad (277)$$

În condițiile din enunț rezultă:

$$|u(t_1)|_{max} = \left| \frac{U_x}{RC} t_1 \right|_{max} = 10 \text{ V} \quad (278)$$

Deoarece t_1 este fixat, R și C au valori de asemenea fixe, $|u(t_1)|$ va avea valoare maximă atunci când U_x ia valoarea maximă permisă, adică tensiunea cap de scară U_{cs} .

$$\left| \frac{U_x}{RC} t_1 \right| = 10 \Rightarrow RC = \frac{20}{10} 20 \cdot 10^{-3} = 40 \text{ ms} \quad (279)$$

b) Timpul de integrare este 20 ms. Conform explicațiilor despre faza 1 rezultă:

$$t_1 = N_1 \cdot T_{ck} = \frac{N_1}{f_{ck}} \Rightarrow N_1 = t_1 \cdot f_{ck} = 20 \cdot 10^{-3} \cdot 1 \cdot 10^6 = 20000 \quad (280)$$

c) Convertorul dublă pantă va funcționa în condiții de eficiență maximă (rezoluție maximă) atunci când tensiunii maxime de intrare (tensiunea cap de scală) îi va corespunde, după conversie, cel

mai mare număr reprezentabil folosind numărătorul din dotarea convertorului. Altfel ar rămâne o gamă de valori la care numărătorul nu ar ajunge niciodată. După faza 1 condensatorul va fi încărcat la tensiunea:

$$u(t_1) = -\frac{U_x}{RC} t_1 \quad (281)$$

În faza 2 se va folosi tensiunea de referință pentru descărcarea condensatorului. Deoarece acesta este deja încărcat conform relației (281), tensiunea pe condensator în faza 2 va evoluă conform legii:

$$u(t) = -\frac{U_x}{RC} t_1 - \frac{1}{RC} \int_{t_1}^{t_1+t} -U_r(\tau) d\tau = -\frac{U_x}{RC} t_1 + \frac{U_r}{RC} t \quad (282)$$

Așa cum s-a explicitat, tensiunea de ieșire a integratorului va deveni nulă la finalul fazei 2, adică după trecerea unui timp necesar pentru descărcarea condensatorului, notat t_x . Relația (282) devine:

$$u(t_x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{U_x}{RC} t_1 + \frac{U_r}{RC} t_x = 0 \Leftrightarrow U_r t_x = U_x t_1 \quad (283)$$

Știind că $t_1 = N_1 \cdot T_{ck}$, în mod similar $t_x = N_{final} \cdot T_{ck}$. Conform condițiilor de funcționare optimă rezultă că N_{final} trebuie să fie cel mai mare număr reprezentabil folosind numărătorul disponibil când tensiunea de intrare este cea mai mare posibilă, $U_x = U_{cs}$. Cum numărătorul din acest convertor are 5 digits, $N_{final} = 99999$. Rescriind relația (283) se determină tensiunea de referință optimă:

$$U_r \cdot N_{final} \cdot T_{ck} = U_{cs} \cdot N_x \cdot T_{ck} \Rightarrow U_r = \frac{U_{cs} \cdot N_x}{N_{final}} = \frac{20 \cdot 20000}{99999} \cong 4 \text{ V} \quad (284)$$

d) Cea mai comună sursă de perturbații alternative este rețeaua electrică. Așadar pentru a răspunde la această întrebare se vor determina frecvențele la care valoarea RRS este infinită pentru o tensiune de intrare armonică.

$$RRS_{max|_{dB}} = -20 \lg \left(\left| \text{sinc} \left(\frac{\omega t_1}{2} \right) \right| \right) = -20 \lg \left(\left| \frac{\sin \left(\frac{\omega t_1}{2} \right)}{\frac{\omega t_1}{2}} \right| \right) \xrightarrow{\sin \left(\frac{\omega t_1}{2} \right) = 0} \infty \quad (285)$$

$$\sin \left(\frac{\omega t_1}{2} \right) = 0 \Rightarrow \frac{\omega t_1}{2} = k\pi \Rightarrow \omega = \frac{2k\pi}{t_1} \xrightarrow{\omega=2\pi f} f = \frac{k}{t_1} \cong k \cdot 50 \text{ Hz}, k \in \mathbb{Z} \quad (286)$$

Țările în care se recomandă folosirea acestui convertor sunt acele țări în care rețeaua electrică are frecvență egală cu 50 Hz, cum ar fi România, țările din Europa, dar și cea mai mare parte din țările din întreaga lume (excepții notabile fiind Brazilia, Canada, Colombia, Cuba, Ecuador, El Salvador, Haiti, Mexic, Peru, Arabia Saudită, SUA, Venezuela). Japonia este un caz special care folosește atât 50 Hz (Kyoto și vestul țării) cât și 60 Hz (Tokyo și estul țării).

Problema 1.27. Să se aleagă tensiunea de referință U_r într-un convertor analog-numeric dublă pantă cu 4 digits dacă tensiunea de offset a comparatorului este $|U_{off}| \leq 1 \text{ mV}$. Se impune ca eroarea cauzată de tensiunea de offset să nu afecteze precizia aparatului. Se cunoaște constanta de timp a grupării RC: $\tau = R \cdot C = t_{x_{max}}$.

Rezolvare:

Se poate demonstra că tensiunea de offset a unui amplificator operațional poate fi modelată ca o sursă de tensiune continuă inserată cu intrarea neinvită a acestuia. În acest caz schema convertorului dublă pantă se modifică în mod corespunzător aşa cum se poate observa în Fig. 53.

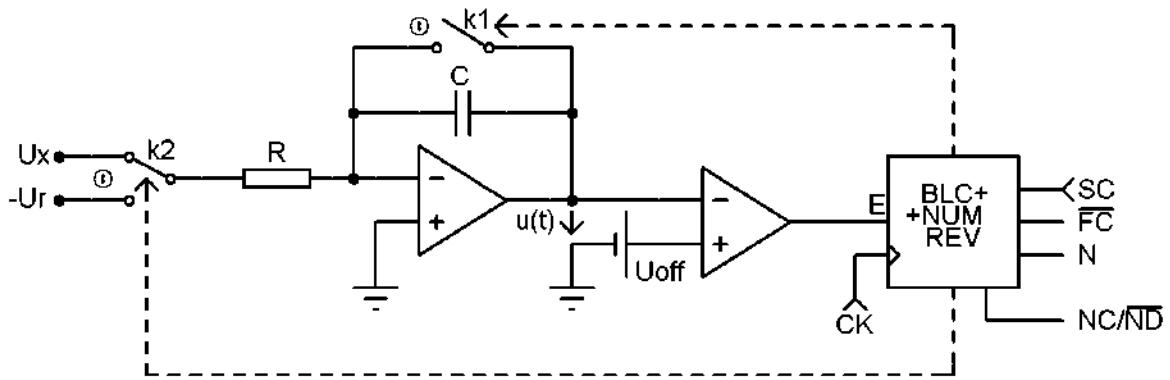


Fig. 53. Schema unui convertor analog-numeric dublă pantă când s-a luat în considerare tensiunea de offset a amplificatorului operațional cu rol de comparator.

Se reamintește că faza 2 a unui ciclu de conversie se termină atunci când ieșirea comparatorului devine „0” logic (potențialul bornei inversoare devine mai mic decât potențialul bornei neinversoare). În cazul de față, borna neinversoare a comparatorului nu va mai avea potențial nul ca în cazul ideal (vezi Fig. 52), ci un potențial egal cu U_{off} . Așadar tensiunea de la ieșirea integratorului trebuie să ajungă acum la valoarea U_{off} pentru a determina bascularea ieșirii comparatorului și oprirea conversiei, față de cazul ideal în care conversia se oprește când tensiunea de la ieșirea integratorului devine egală cu zero. În consecință și durata fazei 2 va fi modificată (t_x' față de t_x în Fig. 54) și deoarece această durată determină valoarea măsurată a tensiunii, va exista o eroare de măsură a tensiunii de intrare.

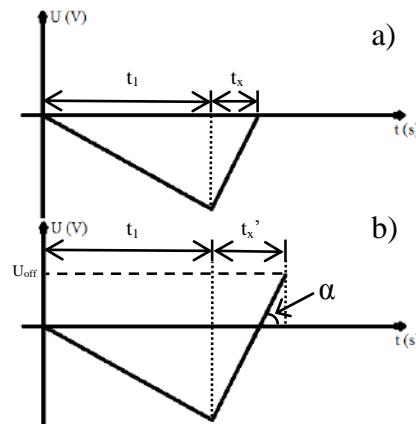


Fig. 54. Variația tensiunii de la ieșirea integratorului pe durata unui ciclu de conversie: a) în cazul în care se folosește drept comparator un amplificator operațional ideal ($U_{off} = 0$); b) în cazul în care se folosește drept comparator un amplificator operațional cu $U_{off} \neq 0$.

Conform explicațiilor din problema 1.26, la finalul fazei 1 este valabilă relația:

$$u(t_1) = -\frac{U_x}{R \cdot C} t_1 \quad (287)$$

La finalul fazei 2, în cazul ideal (comparator cu AO ideal, cu tensiune de offset nulă) este valabilă relația:

$$u(t_1 + t_x) = -\frac{U_x}{R \cdot C} t_1 + \frac{U_r}{R \cdot C} t_x = 0 \quad (288)$$

Din relația (288) rezultă că panta dreptei care reprezintă variația tensiunii în faza 2 este $\frac{U_r}{R \cdot C}$. În același timp aceeași pantă poate fi exprimată ca tangenta unghiului notat α în Fig. 54. Rezultă relația:

$$tg(\alpha) = \frac{|U_{off}|}{t_x' - t_x} = \frac{U_r}{R \cdot C} \xrightarrow[t_x' - t_x = \Delta t_x]{=} \frac{|U_{off}|}{\Delta t_x} = \frac{U_r}{R \cdot C} \Rightarrow \Delta t_x = \frac{|U_{off}| \cdot R \cdot C}{U_r} \quad (289)$$

Eroarea de măsură determinată de tensiunea de offset va fi dată de variația duratei fazei 2 față de cazul ideal:

$$|\varepsilon_{t_x}| = \frac{\Delta t_x}{t_x} \quad (290)$$

Cazul ideal este caracterizat de relația (288), deci t_x poate fi determinat din respectiva relație și înlocuit în (290). Cazul curent este caracterizat de Δt_x , deci acesta poate fi înlocuit cu expresia sa din (289) în relația (290).

$$|\varepsilon_{t_x}| = \frac{\Delta t_x}{t_x} = \frac{\frac{|U_{off}| \cdot RC}{U_r}}{\frac{U_x \cdot t_1}{U_r}} = \frac{|U_{off}| \cdot R \cdot C}{U_x \cdot t_1} \quad (291)$$

Convertorul analog-numeric se bazează pe un numărător pentru măsurarea duratelor. Durata influențată de tensiunea de offset este t_x . Se cunoaște că acest tip de măsurătoare este caracterizată de eroarea de $1/N$. În cazul de față se poate scrie:

$$\left| \varepsilon_{\frac{1}{N}} \right| = \frac{1}{N_x} = \frac{1}{\frac{t_x}{T_{ck}}} = \frac{T_{ck}}{t_x} = \frac{T_{ck}}{\frac{U_x \cdot t_1}{U_r}} = \frac{T_{ck} \cdot U_r}{U_x \cdot t_1} \quad (292)$$

Pentru a nu afecta precizia aparatului este suficient ca eroarea determinată de tensiunea de offset să fie mai mică sau egală cu jumătate din eroarea de $1/N$ caracteristică modului de măsură al aparatului.

$$|\varepsilon_{t_x}| \leq \frac{1}{2} \left| \varepsilon_{\frac{1}{N}} \right| \Leftrightarrow \frac{|U_{off}| \cdot RC}{U_x \cdot t_1} \leq \frac{1}{2} \frac{T_{ck} \cdot U_r}{U_x \cdot t_1} \Rightarrow U_r \geq \frac{2 \cdot |U_{off}| \cdot R \cdot C}{T_{ck}} \quad (293)$$

Din enunț $R \cdot C = \tau = t_{x_{max}}$ și numărătorul are 4 digits ($N_{x_{max}} = 9999$). Rezultă:

$$U_r \geq \frac{2 \cdot |U_{off}| \cdot RC}{T_{ck}} = \frac{2 \cdot |U_{off}| \cdot t_{x_{max}}}{T_{ck}} = \frac{2 \cdot |U_{off}| \cdot N_{x_{max}} \cdot T_{ck}}{T_{ck}} = 2 \cdot 1 \cdot 10^{-3} \cdot 9999 = 19,998 \text{ V} \quad (294)$$

$$U_r \geq 19,998 \text{ V} \quad (295)$$

Capitolul 2. Osciloscopul numeric

APLICATII

Problema 2.1. Se dă un osciloscop numeric care are frecvența de eșantionare maximă de 25 MHz, 500 de eșantioane afișate pe ecran (N_s) și numărul de diviziuni ale grilei osciloscopului (N_x) egal cu 10. Se cere:

- Să se determine frecvența de eșantionare cu care va funcționa osciloscopul pentru $C_{x_1} = 50 \mu s/div$, respectiv $C_{x_2} = 1 \mu s/div$;
- Să se calculeze timpul de creștere minim pe care îl poate măsura acest osciloscop;
- Să se calculeze eroarea relativă pe care o face acest osciloscop la măsurarea unui timp de creștere de 0,2 μs.

Rezolvare:

- a) Pentru calculul frecvenței de eșantionare se folosește relația:

$$N_x \cdot C_x = N_s \cdot T_s \Rightarrow F_s = \frac{N_s}{N_x \cdot C_x} \quad (296)$$

Înlocuind $C_{x_1} = 50 \mu s/div$ rezultă: $F_{s_1} = \frac{N_s}{N_x \cdot C_{x_1}} = \frac{500}{10 \cdot 50 \cdot 10^{-6}} Hz \Rightarrow F_{s_1} = 1 MHz < 25 MHz \quad (297)$

Înlocuind $C_{x_2} = 1 \mu s/div$ rezultă: $F_{s_2} = \frac{N_s}{N_x \cdot C_{x_2}} = \frac{50}{10 \cdot 1 \cdot 10^{-6}} Hz \Rightarrow F_{s_2} = 50 MHz > 25 MHz \quad (298)$

În cazul în care frecvența de eșantionare calculată este mai mare decât frecvența de eșantionare maximă este evident că osciloscopul va funcționa la frecvența de eșantionare maximă. Așadar F_{s_2} va fi egal cu 25 MHz. Pentru a menține egalitatea în relația (296) valoarea lui N_s se va modifica în mod corespunzător.

$$F_{s_2} = 50 MHz > 25 MHz \Rightarrow F_{s_2} = 25 MHz \Rightarrow$$

$$N_s = N_x \cdot C_{x_2} \cdot F_{s_2} = 10 \cdot 10^{-6} \cdot 25 \cdot 10^6 = 250 \text{ eșantioane} \quad (299)$$

b) Timpul de creștere minim măsurabil este dat de perioada de rezoluție temporală a osciloscopului determinată de perioada de eșantionare minimă.

$$T_{s_{min}} = \frac{1}{F_{s_{max}}} \Rightarrow T_{s_{min}} = \frac{1}{25 MHz} = 40 ns \Rightarrow t_{c_{min}} = 40 ns \quad (300)$$

c) Eroarea absolută făcută la măsurarea timpului de creștere este $\Delta t_c = \Delta t_{c1} + \Delta t_{c2}$ (vezi Fig. 55). Valoarea maximă pe care o poate lua Δt_c este $2T_s$. Pentru a minimiza această valoare se consideră $T_s = T_{s_{min}}$. Așadar eroarea relativă căutată este:

$$\varepsilon_{t_c} = \frac{2 \cdot \Delta t}{t_c} \cdot 100\% \Rightarrow \varepsilon_{t_c} = \frac{2 \cdot 40 ns}{200 ns} \cdot 100\% \Rightarrow \varepsilon_{t_c} = \frac{80 ns}{200 ns} \cdot 100\% \Rightarrow \varepsilon_{t_c} = 40\% \quad (301)$$

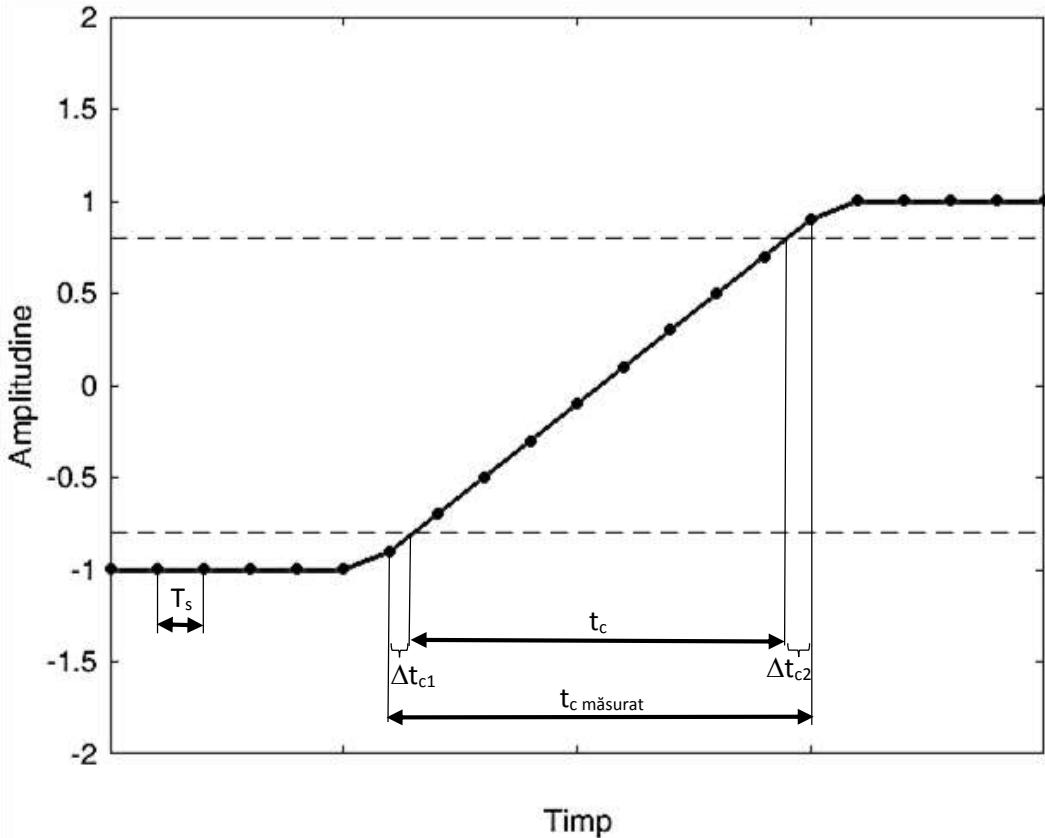


Fig. 55. Măsurarea timpului de creștere.

Problema 2.2. Cu ajutorul unui osciloscop numeric având frecvența de eșantionare maximă $f_{s\max}=25$ MHz, $N_s=500$ eșantioane afișate pe ecran, $N_x=10$ div, se măsoara frecvența unui semnal periodic având componente spectrale la 4 frecvențe, $f_{x_1}=0,7$ MHz, $f_{x_2}=1,5$ MHz, $f_{x_3}=6$ MHz, $f_{x_4}=7,25$ MHz. Coeficientul de deflexie folosit este $C_x=20$ μ s/div. Se cere:

- Să se determine valorile afișate de osciloscop la măsurarea în modul FFT.
- Dacă pe întreg ecranul osciloskopului este vizualizată o singură perioadă din semnal să se calculeze frecvența maximă a unui semnal sinusoidal care să poată fi afișat fără interpolare.

Rezolvare:

În modul de lucru FFT (Fast Fourier Transform) osciloscopul funcționează ca un analizor spectral afișând spectrul de amplitudini al semnalului achiziționat. Domeniul de frecvențe afișat este de la 0 Hz până la jumătate din frecvența de eșantionare folosită. Așadar pentru a determina domeniul de frecvențe afișat se determină întâi frecvența de eșantionare folosind formula (296):

$$F_s = \frac{N_s}{N_x \cdot C_x} = \frac{500}{10 \cdot 20 \cdot 10^{-6}} = 2,5 \text{ MHz}$$

Transformata Fourier a unui semnal real este o funcție complexă. Modulul transformantei Fourier pentru un semnal real este o funcție pară. Modulul transformantei Fourier pentru semnalul periodic ce urmează a fi analizat cu osciloscopul (semnalul continuu în timp, înainte de analiză) este prezentat în Fig. 56. În problema curentă nu sunt de interes amplitudinile componentelor spectrale, ci numai frecvențele la care acestea sunt plasate.

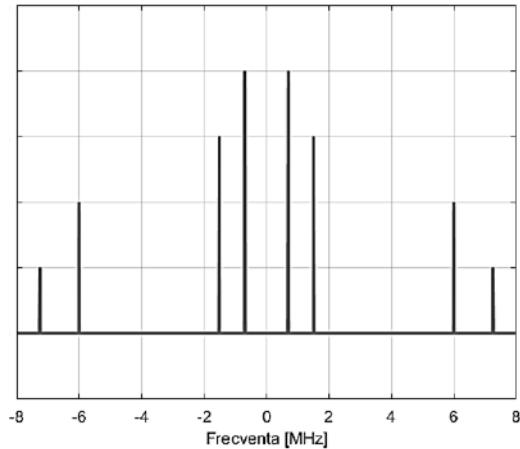


Fig. 56. Spectrul semnalului de analizat

Se observă în Fig. 56 cele 8 componente spectrale care formează spectrul semnalului de analizat, plasate la frecvențele $f_{x_1}, f_{x_2}, f_{x_3}, f_{x_4}$ dar și la $-f_{x_1}, -f_{x_2}, -f_{x_3}$ și $-f_{x_4}$ (deoarece modulul transformației Fourier pentru un semnal real este o funcție pară).

Principala consecință de interes pentru problema curentă a procesului de eșantionare este periodizarea spectrului semnalului. Astfel, după eșantionare, spectrul nu se va mai regăsi doar în jurul frecvenței zero (ca în Fig. 56), dar și în jurul frecvențelor $k \cdot F_s$, unde k este un număr întreg.

Replicile obținute prin periodizare, plasate în jurul frecvențelor $F_s, 2 \cdot F_s$ și $3 \cdot F_s$ pot fi observate în Fig. 57. În Fig. 57 a) componente sunt plasate la frecvențele $F_s + f_{x_1}, F_s + f_{x_2}, F_s + f_{x_3}, F_s + f_{x_4}$, respectiv la $F_s - f_{x_1}, F_s - f_{x_2}, F_s - f_{x_3}, F_s - f_{x_4}$. În mod similar, în Fig. 57 b) acestea vor fi plasate la frecvențele $2F_s + f_{x_1}, 2F_s + f_{x_2}, 2F_s + f_{x_3}, 2F_s + f_{x_4}$, respectiv la $2F_s - f_{x_1}, 2F_s - f_{x_2}, 2F_s - f_{x_3}, 2F_s - f_{x_4}$. Se pot deduce ușor frecvențele din Fig. 57 c), dar și pentru celelalte replici, chiar și din jurul frecvențelor $-F_s, -2F_s, -3F_s$ etc. Spectrul final este obținut prin sumarea tuturor acestor replici și este reprezentat în Fig. 58.

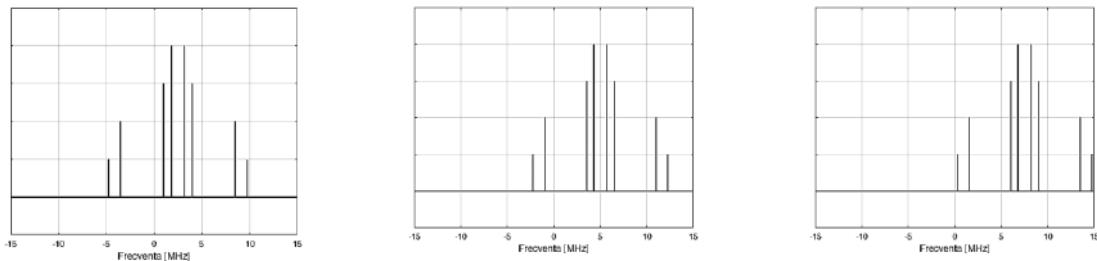


Fig. 57.

a) Replica spectrului principal plasată în jurul frecvenței F_s , replică obținută prin periodizare.

b) Replica spectrului principal plasată în jurul frecvenței $2 \cdot F_s$, replică obținută prin periodizare.

c) Replica spectrului principal plasată în jurul frecvenței $3 \cdot F_s$, replică obținută prin periodizare.

Osciloscopul va afișa numai domeniul de frecvențe de la 0 Hz până la jumătate din frecvența de eșantionare folosită, adică de la 0 Hz până la 1,25 MHz. Deoarece frecvența cea mai mare din spectrul semnalului continuu este $f_{x_4} = 7,25$ MHz, este suficient să se ia în considerare efectul replicilor enumerate mai sus, adică cele mai îndepărtate replici să fie cele din jurul $-3F_s$ și $3F_s$. Contribuțiile de

luat în considerare date de replica plasată în jurul $4F_s$ sunt numai $4F_s - f_{x_1}$, $4F_s - f_{x_2}$, $4F_s - f_{x_3}$ și $4F_s - f_{x_4}$ pentru că cele obținute prin însumare ar rezulta pe frecvențe mai mari decât $4F_s$, deci clar mai departe de intervalul afișat (de la 0 Hz până la 1,25 MHz). Chiar și astfel, componenta cea mai apropiată de intervalul afișat va fi plasată la $4F_s - f_{x_4} = 4 \cdot 2,5 - 7,25 = 2,75 \text{ MHz} > 1,25 \text{ MHz}$, deci această replică nu va avea contribuții în afișare. Este evident că nu are sens să se mai ia în considerare alte replici. Pentru a determina care sunt componentele afișate pe ecran se calculează frecvența pentru fiecare componentă din cele 6 replici pentru care are sens și se compară cu intervalul de vizualizare.

Tabelul 15. Determinarea frecvențelor componentelor spectrale după eșantionare.

$F_s + f_{x_1} = 2,5 + 0,7 > F_s/2$ $F_s + f_{x_2} = 2,5 + 1,5 > F_s/2$ $F_s + f_{x_3} = 2,5 + 6 > F_s/2$ $F_s + f_{x_4} = 2,5 + 7,25 > F_s/2$	$F_s - f_{x_1} = 2,5 - 0,7 = 1,8 \text{ MHz}$ $F_s - f_{x_2} = 2,5 - 1,5 = 1 \text{ MHz}$ $F_s - f_{x_3} = 2,5 - 6 = -3,5 \text{ MHz}$ $F_s - f_{x_4} = 2,5 - 7,25 = -4,75 \text{ MHz}$
$2F_s + f_{x_1} = 5 + 0,7 > F_s/2$ $2F_s + f_{x_2} = 5 + 1,5 > F_s/2$ $2F_s + f_{x_3} = 5 + 6 > F_s/2$ $2F_s + f_{x_4} = 5 + 7,25 > F_s/2$	$2F_s - f_{x_1} = 5 - 0,7 = 4,3 \text{ MHz}$ $2F_s - f_{x_2} = 5 - 1,5 = 3,5 \text{ MHz}$ $2F_s - f_{x_3} = 5 - 6 = -1 \text{ MHz}$ $2F_s - f_{x_4} = 5 - 7,25 = -2,25 \text{ MHz}$
$3F_s + f_{x_1} = 7,5 + 0,7 > F_s/2$ $3F_s + f_{x_2} = 7,5 + 1,5 > F_s/2$ $3F_s + f_{x_3} = 7,5 + 6 > F_s/2$ $3F_s + f_{x_4} = 7,5 + 7,25 > F_s/2$	$3F_s - f_{x_1} = 7,5 - 0,7 = 6,8 \text{ MHz}$ $3F_s - f_{x_2} = 7,5 - 1,5 = 6 \text{ MHz}$ $3F_s - f_{x_3} = 7,5 - 6 = 1,5 \text{ MHz}$ $3F_s - f_{x_4} = 7,5 - 7,25 = 0,25 \text{ MHz}$
$-F_s + f_{x_1} = -2,5 + 0,7 = -3,2 \text{ MHz}$ $-F_s + f_{x_2} = -2,5 + 1,5 = -1 \text{ MHz}$ $-F_s + f_{x_3} = -2,5 + 6 = 3,5 \text{ MHz}$ $-F_s + f_{x_4} = -2,5 + 7,25 = 4,75 \text{ MHz}$	$-F_s - f_{x_1} = -2,5 - 0,7 < 0$ $-F_s - f_{x_2} = -2,5 - 1,5 < 0$ $-F_s - f_{x_3} = -2,5 - 6 < 0$ $-F_s - f_{x_4} = -2,5 - 7,25 < 0$
$-2F_s + f_{x_1} = -5 + 0,7 = -4,3 \text{ MHz}$ $-2F_s + f_{x_2} = -5 + 1,5 = -3,5 \text{ MHz}$ $-2F_s + f_{x_3} = -5 + 6 = 1 \text{ MHz}$ $-2F_s + f_{x_4} = -5 + 7,25 = 2,25 \text{ MHz}$	$-2F_s - f_{x_1} = -5 - 0,7 < 0$ $-2F_s - f_{x_2} = -5 - 1,5 < 0$ $-2F_s - f_{x_3} = -5 - 6 < 0$ $-2F_s - f_{x_4} = -5 - 7,25 < 0$
$-3F_s + f_{x_1} = -7,5 + 0,7 < 0$ $-3F_s + f_{x_2} = -7,5 + 1,5 < 0$ $-3F_s + f_{x_3} = -7,5 + 6 < 0$ $-3F_s + f_{x_4} = -7,5 + 7,25 < 0$	$-3F_s - f_{x_1} = -7,5 - 0,7 < 0$ $-3F_s - f_{x_2} = -7,5 - 1,5 < 0$ $-3F_s - f_{x_3} = -7,5 - 6 < 0$ $-3F_s - f_{x_4} = -7,5 - 7,25 < 0$

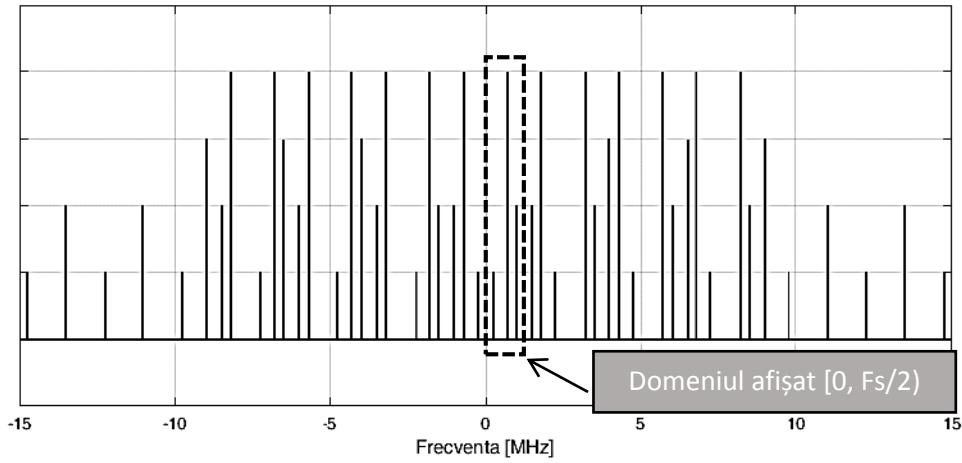


Fig. 58. Spectrul semnalului eșantionat luând în considerare primele 3 replici obținute prin periodizare.

În tabelul de mai sus au fost marcate prin îngroșare componentele a căror frecvență se află în domeniul afișat. Acestea pot fi observate și în Fig. 58 (0,25 MHz provenind din $3F_s - f_{x4}$, 0,7 MHz provenind din f_{x1} și 1 MHz provenind din $-2F_s - f_{x3}$ și din $F_s - f_{x2}$). Se reamintește faptul că în această problemă amplitudinile nu sunt de interes.

Pentru a evita calculele de mai sus există un algoritm rapid de determinare a frecvențelor afișate dacă se cunosc frecvențele componentelor și frecvența de eșantionare. Este suficient să se trateze următoarele 3 cazuri:

$$\left\{ \begin{array}{l} F_x \in \left[0, \frac{F_s}{2}\right) \Rightarrow F_{afișat} = f_x \\ F_x \in \left[\frac{F_s}{2}, F_s\right) \Rightarrow F_{afișat} = F_s - f_x \\ F_x \in [F_s, \infty) \Rightarrow F'_x = F_x \bmod F_s \Rightarrow \begin{cases} F'_x \in \left[0, \frac{F_s}{2}\right) \Rightarrow F_{afișat} = F'_x \\ F'_x \in \left[\frac{F_s}{2}, F_s\right) \Rightarrow F_{afișat} = F_s - F'_x \end{cases} \end{array} \right. \quad (302)$$

$$C_x \cdot N_x = N_s \cdot T_s \Rightarrow F_s = \frac{N_s}{N_x \cdot C_x} = \frac{500}{10 \cdot 20 \cdot 10^{-6}} = 2,5 \text{ MHz} \quad (303)$$

$$\text{Pentru } f_{x_1} = 0,7 \text{ MHz rezultă: } f_{x_1} < \frac{F_s}{2} = 1,25 \text{ MHz} \Rightarrow F_{afișat} = f_{x_1} = 0,7 \text{ MHz} \quad (304)$$

Pentru $f_{x_2} = 1,5 \text{ MHz}$ rezultă:

$$f_{x_2} > \frac{F_s}{2} = 1,25 \text{ MHz} \Rightarrow F_{afișat} = F_s - f_{x_2} = 2,5 \text{ MHz} - 1,5 \text{ MHz} = 1 \text{ MHz} \quad (305)$$

Pentru $f_{x_3} = 6 \text{ MHz}$ rezultă:

$$f_{x_3} > F_s \Rightarrow F'_{x_3} = f_{x_3} \bmod F_s = 6 \bmod 2,5 = 1 \Rightarrow F'_{x_3} = 1 \text{ MHz} < \frac{F_s}{2} \Rightarrow F_{afișat} = 1 \text{ MHz} \quad (306)$$

Pentru $f_{x_4} = 7,25 \text{ MHz}$ rezultă:

$$f_{x_4} > F_s \Rightarrow F'_{x_4} = f_{x_4} \bmod F_s = 7,5 \bmod 2,5 = 2,25 \Rightarrow F'_{x_4} = 2,25 \text{ MHz} \in \left[\frac{F_s}{2}, F_s\right) \Rightarrow$$

$$F_{afișat} = F_s - F'_{x_4} = 2,5 - 2,25 = 0,25 \text{ MHz} \quad (307)$$

b) Afişarea fără interpolare înseamnă că pe ecran sunt afişate 500 de eşantioane, deci $N_s=500$ eşantioane. Esta valabilă relația:

$$N_x \cdot C_x = N_s \cdot T_{s_{min}} \quad (308)$$

În relația (308) $N_x \cdot C_x$ reprezintă timpul afișat pe întreg ecranul osciloskopului. Enunțul spune că pe ecran se dorește să se afișeze o perioadă din semnal. Deci $N_x \cdot C_x = T_x$. Relația (308) se transformă în:

$$T_x = N_s \cdot T_s \Rightarrow F_x = \frac{F_s}{N_s} \quad (309)$$

N_s fiind fixat, pentru a determina frecvența maximă a semnalului pentru care pe ecran se va afișa fix o perioadă din semnal fără interpolare este suficient să se maximizeze termenul $\frac{F_s}{N_s}$.

$$F_{x_{max}} = \frac{F_{s_{max}}}{N_s} = \frac{25 \cdot 10^6}{500} = 50 \text{ kHz} \quad (310)$$

Problema 2.3. Se utilizează un osciloscop numeric cu $f_{max} = 50 \text{ MHz}$, $N_x = 10 \text{ div}$ pe orizontală și $N_s = 500$ eşantioane. Să se determine:

- a) Frecvența maximă a unui semnal sinusoidal astfel încât pe ecran să se vizualizeze exact 4 perioade din semnal și afişarea să se facă fără interpolare.
- b) Timpul de creștere minim care poate fi măsurat cu o eroare mai mică de 5%.
- c) Frecvențele pentru componentele vizualizate în modul FFT dacă la intrarea osciloskopului se aplică semnalul $s(t) = \sin(2\pi f_1 t) + \sin(2\pi f_2 t)$ cu $f_1 = 0,8 \text{ MHz}$ și $f_2 = 2,3 \text{ MHz}$. Semnalul este vizualizat folosind coeficientul de deflexie $C_x = 50 \mu\text{s}/\text{div}$.

Rezolvare:

a) Rezolvarea este similară cu cea a punctului b) de la problema 2.2. $N_x \cdot C_x$ este timpul afișat pe ecran. În acest caz el reprezintă 4 perioade din semnalul achiziționat.

$$4T_x = N_s \cdot T_s \Rightarrow \frac{F_x}{4} = \frac{F_s}{N_s} \Rightarrow F_{x_{max}} = 4 \frac{F_{s_{max}}}{N_s} = \frac{4 \cdot 50 \cdot 10^6}{500} = 400 \text{ kHz} \quad (311)$$

Eroarea la măsurarea timpului de creștere este:

$$\varepsilon_{t_c} = \frac{2 \cdot T_{s_{min}}}{T_c} \quad (312)$$

Impunând condiția din problemă:

$$\frac{2 \cdot T_{s_{min}}}{T_c} < 0,05 \Leftrightarrow T_c > \frac{2 \cdot T_{s_{min}}}{0,05} = \frac{2}{F_{s_{max}} \cdot 0,05} = \frac{2}{50 \cdot 10^6 \cdot 0,05} = 800 \text{ ns} \quad (313)$$

b) Similar cu punctul a) al problemei anterioare se determină:

$$C_x \cdot N_x = N_s \cdot T_s \Rightarrow F_s = \frac{N_s}{N_x \cdot C_x} = \frac{500}{10 \cdot 50 \cdot 10^{-6}} = 1 \text{ MHz} \quad (314)$$

Pentru $f_{x_1} = 0,8 \text{ MHz}$ rezultă: $f_{x_1} \in \left(\frac{F_s}{2}, F_s\right) \Rightarrow F_{x_1 \text{ afișat}} = F_s - f_{x_1} = 1 - 0,8 = 0,2 \text{ MHz}$ (315)

Pentru $f_{x_2} = 2,3 \text{ MHz}$ rezultă:

$$f_{x_2} > F_s \Rightarrow F'_{x_2} = f_{x_2} \bmod F_s = 2,2 \bmod 1 = 0,3 \text{ MHz} < \frac{F_s}{2} \Rightarrow F_{x_2 \text{ afișat}} = 0,3 \text{ MHz} \quad (316)$$

Problema 2.4. Să se calculeze dimensiunea memoriei unui osciloscop numeric astfel încât să se poată captura un eveniment de durată $t_0 = 20 \mu\text{s}$ pentru un coeficient de deflexie egal $C_x=250 \text{ ns/div}$. Se cunosc: $f_{s_{max}} = 1 \text{ GHz}$, $N_s = 2500$ eșantioane afișate pe ecran, $N_x = 10$ diviziuni, cuantizarea fiind făcută cu 8 biți.

Rezolvare:

$$N_x \cdot C_x = N_s \cdot T_s \Rightarrow F_s = \frac{N_s}{C_x \cdot N_x} = \frac{2500}{250 \cdot 10^{-9} \cdot 10} = 1 \text{ GHz} \Rightarrow T_s = 1 \text{ ns} \quad (317)$$

Așadar un eșantion se va achiziționa la fiecare 1 ns. Pentru a achiziționa $20 \mu\text{s}$ se vor achiziționa $\frac{t_0}{T_s} = \frac{20 \cdot 10^{-6}}{10^{-9}} = 20000$ eșantioane. Cum fiecare eșantion este salvat folosind o reprezentare cu 8 biți rezultă dimensiunea necesară a memoriei $N_A = 20000 \cdot 8 = 160 \text{ kb}$.

Problema 2.5. Se dă un osciloscop numeric având $f_{s_{max}} = 25 \text{ MHz}$, $N_s = 500$ eșantioane afișate pe ecran, $N_x = 10$ diviziuni orizontale ale graticulei. La intrarea osciloscopului se aplică un semnal dreptunghiular periodic cu perioada $T = 400 \text{ ns}$, factor de umplere 10%, amplitudine minimă 0 V și amplitudine maximă 1,5 V. Osciloscopul are parametrii de sincronizare: tensiunea de prag $U_p = 0,5 \text{ V}$, front crescător. Coeficienții de deflexie folosiți sunt $C_x = 20 \text{ ns/div}$, $C_y = 0,5 \text{ V/div}$. Momentul de trigger este situat la a treia diviziune față de începutul ecranului. Să se reprezinte imaginea vizualizată pe osciloscop în modul de interpolare liniar și în modul de interpolare „SINE”.

Rezolvare:

Se calculează frecvența de eșantionare cu care lucrează osciloscopul:

$$N_x \cdot C_x = N_s \cdot T_s \Rightarrow F_s = \frac{N_s}{C_x \cdot N_x} = \frac{500}{20 \cdot 10^{-9} \cdot 10} = 2,5 \text{ GHz} > f_{s_{max}} \Rightarrow F_s = f_{s_{max}} = 25 \text{ MHz} \quad (318)$$

Așadar osciloscopul nu va putea achiziționa cele 500 de eșantioane, ci numai un număr de:

$$Ns = N_x \cdot C_x \cdot f_{s_{max}} = 10 \cdot 20 \cdot 10^{-9} \cdot 25 \cdot 10^6 = 5 \text{ eșantioane} \quad (319)$$

Având un factor de umplere 10%, semnalul va avea amplitudinea maximă timp de 10% din perioada sa, iar cea minimă în rest. Așadar semnalul va avea amplitudinea maximă pentru o durată de:

$$\tau = \frac{10}{100} \cdot 400 \text{ ns} = 40 \text{ ns} \quad (320)$$

În Fig. 59 s-a desenat cu linie întreruptă semnalul care ar fi fost achiziționat dacă osciloscopul funcționa cu frecvența de eșantionare necesară. Cu cercuri s-au marcat cele 5 eșantioane achiziționate.

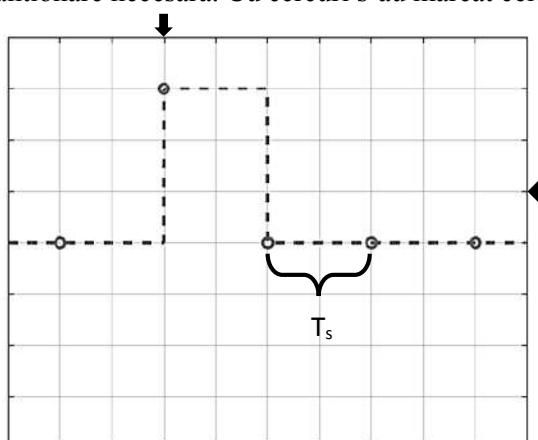


Fig. 59. Semnalul aplicat la intrarea osciloscopului și eșantioanele achiziționate.

În momentul în care semnalul îndeplinește condițiile de sincronizare (amplitudinea sa trece prin valoarea de prag $U_p = 0,5$ V cu un front crescător) osciloskopul începe afișarea eșantioanelor pe ecran, spațiate la o durată dată de perioada de eșantionare (T_s). Momentul de sincronizare (săgeata de deasupra ecranului) arată unde va fi plasată pe ecran porțiunea de semnal care îndeplinește condițiile de sincronizare (de exemplu dacă ar fi fost plasată la a patra diviziune, numărând de la stânga ecranului spre dreapta, semnalul ar fi avut frontul crescător întâlnit la a patra diviziune. Dacă ar fi fost ales ca parametru de sincronizare frontul căzător, atunci acest front ar fi fost aliniat cu săgeata indicatoare a momentului de sincronizare).

Având la dispoziție cele 5 eșantioane, osciloscopul poate reconstrui semnalul folosind două moduri de interpolare. În modul de interpolare liniară osciloscopul va uni eșantioanele vecine printr-o linie dreaptă rezultând imaginea din Fig. 60. În modul de interpolare „SINE” osciloscopul reconstruiește semnalul printr-o sumă de funcții de tip sinus cardinal (sinc) ponderate cu valorile eșantioanelor și întârziate astfel încât valoarea maximă să se obțină exact la momentul la care a fost achiziționat respectivul eșantion. În problema curentă se observă că numai un eșantion are valoare nenulă, deci suma va avea un singur termen și funcția sinc corespunzătoare aceluiași eșantion va fi reprezentarea finală a semnalului interpolat care poate fi observată în Fig. 61. Frecvența funcțiilor sinc este jumătate din frecvența de eșantionare, conform teoremei eșantionării.

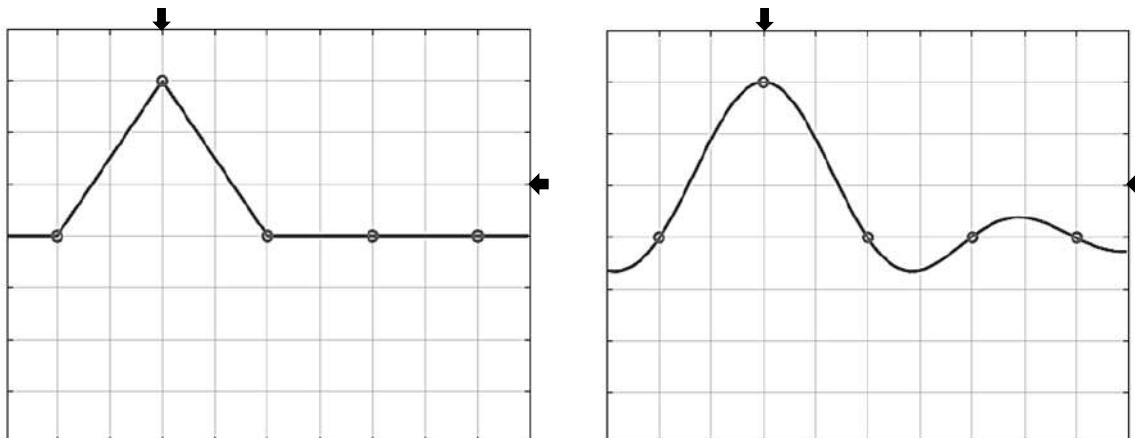


Fig. 60. Imaginea afișată pe ecranul osciloscopului în modul de interpolare liniară. Fig. 61. Imaginea afișată pe ecranul osciloscopului în modul de interpolare „SINE”.

Problema 2.6. Un sistem numeric de procesare a semnalului are un CAN de intrare pe 4 biți. Să se calculeze raportul semnal-zgomot la intrare și pe câți biți se poate dimensiona CNA-ul de ieșire, știind că procesarea numerică include medierea pe 128 cicluri de semnal (ENO). Se consideră zgomot alb cu medie nulă.

Rezolvare:

$$RSZ_{intrare}|_{dB} = 6,02 \cdot 4 + 1,75 = 25,83 \text{ dB}$$

$$RSZ_{intrare}|_{dB} = 25,83 \text{ dB} \Rightarrow RSZ_{intrare} = 10^{\frac{25,83}{10}} = 10^{2,583} = 382,82 \quad (321)$$

În cazul zgomotului tratat în această problemă, procesul de mediere îmbunătățește raportul semnal zgomot conform:

$$RSZ_{ieșire} = M \cdot RSZ_{intrare} = 128 \cdot 382,82 = 49000,96 \Rightarrow$$

$$RSZ_{ieșire}|_{dB} = 10 \cdot \log(49000,96) = 46,9 \text{ dB} \quad (322)$$

$$RSZ|_{dB} = 6,02 \cdot ENOB + 1,75 \quad (323)$$

$$ENOB = \frac{RSZ_{iesire}|_{dB} - 1,75}{6,02} = \frac{46,9 \text{ dB} - 1,75}{6,02} = 7,5 \Rightarrow \text{CNA dimensionat pe 8 biți} \quad (324)$$

Capitolul 3. Măsurarea tensiunilor

APLICATII

Problema 3.1. Un voltmetru de curent continuu cu convertor analog-numeric dublă pantă are tensiunea de referință $U_R = 10$ V, frecvența semnalului de tact $f_{ck} = 1$ MHz și tensiunea de capăt de scară $U_{cs} = 10$ V. Amplificatorul operațional din etajul integrator are tensiunea de ieșire limită de ± 10 V, numărul încărcat inițial în numărător este $N_1 = 20000$ și tensiunea de intrare este $U_{in} = 5$ V. Peste tensiunea continuă măsurată este suprapusă o tensiune perturbatoare armonică având frecvența $f = 10$ kHz $\pm 1\%$ și amplitudinea $U_{ps} = 10$ V. Se cere:

- Să se determine valoarea indicată de numărător pentru tensiunea U_{in} . Dacă rezistența integratorului este $R = 10$ k Ω , să se determine valoarea capacității.
- Să se calculeze raportul de rejecție serie obținut prin integrare, RRS_i . Pentru ce valori ale frecvenței semnalului perturbator RSS_i este maxim? Pentru mărirea rejecției perturbațiilor alternative se utilizează un filtru cu funcția de transfer $\frac{1}{1+j\omega RC}$, având $f_{-3 dB} = 5$ Hz. Calculați RSS_{FTJ} și eroarea absolută maximă datorată tensiunii perturbatoare.

Rezolvare:

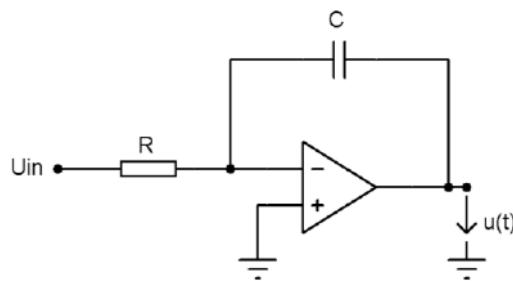


Fig. 62. Circuit integrator realizat cu amplificator operațional.

- Pentru detaliile funcționării unui convertor analog-numeric dublă pantă se va relua problema 1.26.

Faza 1:

$$u(t) = -\frac{1}{RC} \cdot \int_0^{t_1} U_{in} dt \Rightarrow u(t_1) = -\frac{U_{in}}{RC} \cdot t_1 \quad (325)$$

Se va observa în figura 52 faptul că la acest tip de convertor tensiunea de referință se aplică cu semn opus față de tensiunea de măsurat.

Faza 2:

$$u(t_1 + t_x) = -\frac{1}{RC} \cdot U_{in} \cdot t_1 - \left(\frac{1}{RC} \cdot (-U_R) \cdot t_x \right) \Rightarrow u(t_1 + t_x) = -\frac{U_{in}}{RC} \cdot t_1 + \frac{U_R}{RC} \cdot t_x \quad (326)$$

La sfârșitul fazei 2:

$$\begin{aligned} u(t_1 + t_x) = 0 &\Rightarrow \frac{U_{in}}{RC} \cdot t_1 = \frac{U_R}{RC} \cdot t_x \Rightarrow U_{in} \cdot t_1 = U_R \cdot t_x \Rightarrow U_{in} \cdot N_1 \cdot T_{ck} = U_R \cdot N_x \cdot T_{ck} \Rightarrow \\ &\Rightarrow N_x = \frac{V_{IN}}{V_R} \cdot N_1 = \frac{5 \text{ V}}{10 \text{ V}} \cdot 20000 = 10000 \end{aligned} \quad (327)$$

Durata de integrare este:

$$t_1 = N_1 \cdot T_{ck} = \frac{N_1}{f_{ck}} = \frac{20000}{1 \text{ MHz}} = 2 \cdot 10^4 \cdot 10^{-6} \text{ s} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ s} \Rightarrow t_1 = 20 \text{ ms} \quad (328)$$

$$\begin{aligned} |u(t_1)|_{max} = 10 \text{ V} &\Rightarrow \left| -\frac{V_{IN}}{RC} \cdot t_1 \right| = 10 \text{ V} \Rightarrow \frac{V_{IN}}{RC} \cdot t_1 = 10 \text{ V} \Rightarrow \frac{1}{RC} \cdot 20 \cdot 10^{-3} \text{ s} \cdot 5 \text{ V} = 10 \text{ V} \Rightarrow \\ &\Rightarrow RC = \frac{100 \cdot 10^{-3} \text{ s}}{10} = 10 \text{ ms} \end{aligned} \quad (329)$$

$$\text{Înlocuind } R = 10 \text{ k}\Omega \text{ în relația (329) rezută } C = \frac{10 \text{ ms}}{10 \text{ k}\Omega} = \frac{10^{-3}}{10^3} \text{ F} \Rightarrow C = 1 \mu\text{F} \quad (330)$$

b) Pentru detalii despre acest subpunct se va relua problema 1.25.

Raportul de rejecție serie prin integrare se calculează folosind formula (331):

$$RRS_i = -20 \lg \left(\left| \operatorname{sinc} \left(\frac{\omega t_1}{2} \right) \right| \right) \quad (331)$$

Valoarea maximă a RRS_i se obține atunci când argumentul logaritmului este zero. Se pot determina frecvențele semnalului armonic perturbator pentru care se întâmplă acest lucru:

$$\sin \left(\frac{\omega t_1}{2} \right) = 0 \Rightarrow \frac{\omega t_1}{2} = k\pi \Rightarrow \frac{2\pi f t_1}{2} = k\pi \Rightarrow f = \frac{k}{t_1} = \frac{k}{20 \cdot 10^{-3}} = k \cdot 50 \text{ Hz} \quad (332)$$

Valoarea minimă a RRS_i se obține în cazul opus, adică $\sin \left(\frac{\omega t_1}{2} \right) = 1$. În acest caz, frecvențele la care RRS_i este minim vor fi:

$$\sin \left(\frac{\omega t_1}{2} \right) = 1 \Rightarrow \frac{\omega t_1}{2} = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow f = \frac{k}{t_1} + \frac{1}{2t_1} = k \cdot 50 + 25 \text{ Hz}$$

Graficul care va trece prin punctele de minim ale graficului RRS_i se poate afla:

$$RRS_i = -20 \lg \left(\left| \frac{\sin \left(\frac{\omega t_1}{2} \right)}{\frac{\omega t_1}{2}} \right| \right) \xrightarrow{\sin \left(\frac{\omega t_1}{2} \right) = 1} RRS_i = 20 \lg \left(\frac{\omega t_1}{2} \right) \quad (333)$$

Este foarte important de observat că funcția care descrie acest grafic este crescătoare cu frecvența.

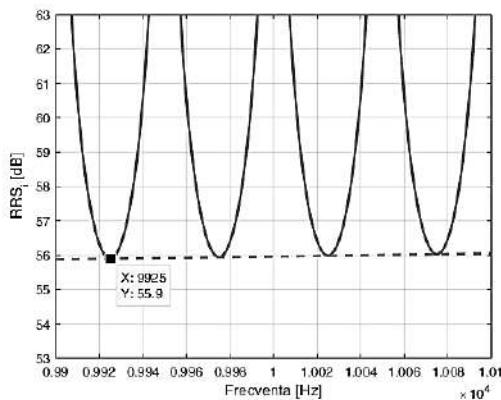


Fig. 63. Graficul RRS_i pentru domeniul în care poate varia frecvența semnalului perturbator (linie continuă). Grafic RRS_i minim (linie punctată).

$$f = 10 \text{ kHz} \pm 1\% \Rightarrow f_{RRS_{i,min}} = 9925 \text{ Hz} \Rightarrow RRS_{i,min} = 20 \lg \left(\frac{\omega t_1}{2} \right) = 20 \lg \left(\pi f_{RRS_{i,min}} t_1 \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow RRS_{i_{min}} = 20 \lg(\pi \cdot 9925 \cdot 20 \cdot 10^{-3}) \cong 56 \text{ dB} \quad (334)$$

$$\left. \begin{aligned} RRS_{FTJ} &= 20 \lg\left(\frac{1}{|H(\omega)|}\right) \\ |H(\omega)| &= \frac{1}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow RSS_{FTJ} = 20 \lg(\sqrt{1 + (\omega RC)^2}) \quad (335)$$

$$\text{Cum } f_{-3dB} = \frac{1}{2\pi RC} \Rightarrow RC = \frac{1}{2\pi f_{-3dB}} \quad (336)$$

Înlocuind relația (336) în relația (335) rezultă $RSS_{FTJ} = 20 \lg\left(\sqrt{1 + \left(\frac{2\pi f}{2\pi f_{-3dB}}\right)^2}\right) \Rightarrow$

$$\Rightarrow RSS_{FTJ} = 20 \lg\left(\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_{-3dB}}\right)^2}\right) \xrightarrow{\left(\frac{f}{f_{-3dB}}\right)^2 \gg 1} RSS_{FTJ} \cong 20 \lg\left(\frac{f}{f_{-3dB}}\right) \quad (337)$$

Înlocuind în relația (337) valoarea determinată a frecvenței semnalului perturbator și frecvența de tăiere din enunț, rezultă:

$$RRS_{FTJ} = 20 \lg\left(\frac{9900}{5}\right) = 65.93 \text{ dB} \quad (338)$$

$$RSS_{min|dB} = RSS_{i_{min}} + RSS_{FTJ} = 56 \text{ dB} + 65.93 \text{ dB} = 121.93 \Rightarrow RSS_{min} = 10^{\frac{121.93}{20}} = 10^{6.09} \quad (339)$$

$$RSS = \frac{U_{ps}}{U_{c.c. \text{ determinată}}} \Rightarrow U_{c.c. \text{ determinată}} = \frac{U_{ps}}{RSS_{min}} = \frac{10 \text{ V}}{10^{6.09}} \cong 8 \mu\text{V} = e_{max} \quad (340)$$

Problema 3.2. Cu un voltmetru numeric având scări pentru măsurarea tensiunilor continue și alternative, cu redresor dublă alternanță pentru determinarea valorii medii absolute în vederea calculului valorii efective, se fac următoarele măsuratori pentru tensiunea periodică din figură: pe scara de curent continuu de măsoară $U_{cc} = 4 \text{ V}$, iar pe scara de curent alternativ se măsoară $U_{ef} = 7,77 \text{ V}$. Se cere:

- Stiind că pe scara de curent alternativ voltmetrul este etalonat în valori efective pentru semnal sinusoidal, să se calculeze tensiunile E_1 și E_2 dacă $\tau = \frac{T}{2}$.
- Ce va indica voltmetrul pentru semnalul cu valorile E_1 și E_2 determinate anterior, dar $\tau = \frac{T}{3}$?

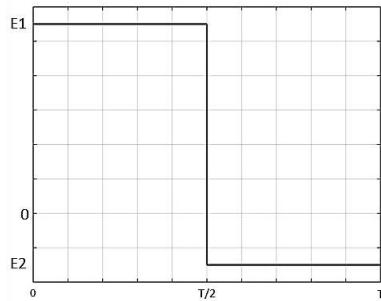


Fig. 64. Semnalul măsurat.

Rezolvare:

- Pe scara de curent continuu voltmetrul măsoară valoarea medie a semnalului de intrare.

$$U_1 = \overline{u(t)} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} u(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt = \frac{1}{T} \left(\int_0^\tau E_1 dt + \int_\tau^T E_2 dt \right) = \frac{1}{T} (E_1 \tau + E_2 (T - \tau)) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow U_1 = \frac{1}{T} \left(E_1 \cdot \frac{T}{2} + E_2 \cdot \frac{T}{2} \right) = \frac{1}{T} \cdot T \left(\frac{E_1+E_2}{2} \right) = \frac{E_1+E_2}{2} \Rightarrow E_1 + E_2 = 2 \cdot U_{cc} = 2 \cdot 4 \text{ V} = 8 \text{ V} \quad (341)$$

În curent alternativ voltmetrul măsoară valoarea medie absolută a semnalului, apoi o convertește la valoarea efectivă cu ajutorul factorului de formă pentru semnalul sinusoidal.

$$\begin{cases} U_{ef} = k_F^{sin} \cdot U_{ma} \Rightarrow U_{ma} = \frac{U_{ef}}{k_F^{sin}} \\ k_F^{sin} = 1,11 \end{cases} \Rightarrow U_{ma} = \frac{7,77 \text{ V}}{1,11} = 7 \text{ V} \quad (342)$$

$$U_{ma} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} |u(t)| dt = \frac{1}{T} \left(\int_0^\tau |E_1| dt + \int_\tau^T |E_2| dt \right) = \frac{1}{T} \left(\int_0^\tau E_1 dt - \int_\tau^T E_2 dt \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow U_{ma} = \frac{1}{T} (E_1\tau - E_2(T-\tau)) = \frac{1}{T} \left(E_1 \cdot \frac{T}{2} - E_2 \cdot \frac{T}{2} \right) = \frac{E_1 - E_2}{2} \Rightarrow E_1 - E_2 = 2 \cdot U_{ma} \quad (343)$$

Înlocuind relația (342) în relația (343) rezultă $E_1 - E_2 = 2 \cdot 7 \text{ V} = 14 \text{ V}$ (344)

Se formează sistemul de ecuații cu ajutorul relațiilor (341) și (344):

$$\begin{cases} E_1 + E_2 = 8 \text{ V} \\ E_1 - E_2 = 14 \text{ V} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E_1 + E_2 = 8 \text{ V} \\ E_1 = 14 \text{ V} + E_2 \end{cases} \Rightarrow 14 \text{ V} + E_2 + E_2 = 8 \text{ V} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2E_2 = -6 \text{ V} \Rightarrow E_2 = -3 \text{ V} \\ E_1 = 14 \text{ V} - 3 \text{ V} = 11 \text{ V} \end{cases} \quad (345)$$

b)

$$U_1 = \frac{1}{T} \left(\int_0^\tau E_1 dt + \int_\tau^T E_2 dt \right) = \frac{1}{T} (E_1\tau + E_2(T-\tau)) = \frac{1}{T} \left(E_1 \cdot \frac{T}{3} + E_2 \cdot \frac{2 \cdot T}{3} \right) = \frac{E_1 + 2 \cdot E_2}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_1 + 2 \cdot E_2 = 3 \cdot U_{cc} \quad (346)$$

$$U_{ma} = \frac{1}{T} \left(\int_0^\tau |E_1| dt + \int_\tau^T |E_2| dt \right) = \frac{1}{T} \left(\int_0^\tau E_1 dt - \int_\tau^T E_2 dt \right) = \frac{1}{T} (E_1\tau - E_2(T-\tau)) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow U_{ma} = \frac{1}{T} \left(E_1 \cdot \frac{T}{3} - E_2 \cdot \frac{2 \cdot T}{3} \right) = \frac{E_1 - 2 \cdot E_2}{3} \Rightarrow E_1 - 2 \cdot E_2 = 3 \cdot U_{ma} \quad (347)$$

Se formează sistemul de ecuații cu ajutorul relațiilor (345), (346) și (347):

$$\begin{cases} E_1 + 2 \cdot E_2 = 3 \cdot U_{cc} \\ E_1 - 2 \cdot E_2 = 3 \cdot U_{ma} \\ E_1 = 11 \text{ V} \\ E_2 = -3 \text{ V} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 11 \text{ V} + 2 \cdot (-3 \text{ V}) = 3 \cdot U_{cc} \\ 11 \text{ V} - 2 \cdot (-3 \text{ V}) = 3 \cdot U_{ma} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3 \cdot U_{cc} = 5 \text{ V} \\ 3 \cdot U_{ma} = 17 \text{ V} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} U_{cc} = \frac{5 \text{ V}}{3} = 1,66 \text{ V} \\ U_{ma} = \frac{17 \text{ V}}{3} = 5,66 \text{ V} \end{cases} \Rightarrow U_2 = k_F^{sin} \cdot U_{ma} \Rightarrow U_2 = 1,11 \cdot 5,66 \text{ V} = 6,29 \text{ V} \quad (348)$$

Problema 3.3. Se dă voltmetrul de valori pseudo-efective din figură. Blocul U.M. este un voltmetru de valori medii absolute cu redresor dublă alteranță, iar blocul U.V. este un voltmetru de valori de vârf. Se cere:

- a) Să se dimensioneze R_1 și R_2 astfel încât voltmetrul să măsoare tensiunea efectivă pentru semnalele sinusoidale și dreptunghiulare cu medie nulă și factor de umplere $\frac{\tau}{T} = \frac{1}{2}$. Rezistența R_3 are valoarea de $10 \text{ k}\Omega$.

- b) Să se determine eroarea făcută de acest voltmetru la măsurarea unei tensiuni triunghiulare simetrice.

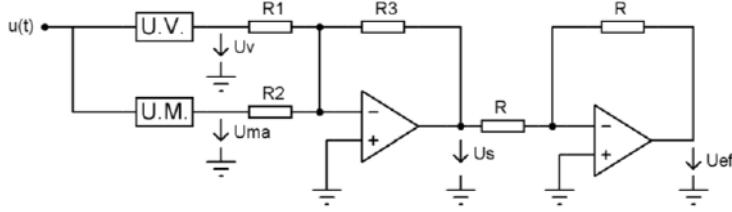


Fig. 65. Voltmetrul de valori pseudo-efective.

Rezolvare:

Se cunosc $k_F^{\sin} = 1,11$, $k_V^{\sin} = 1,41$, $k_F^d = k_V^d = 1$, unde k_F^{\sin} este factorul de formă pentru semnal sinusoidal, k_V^{\sin} este factorul de vârf pentru semnal sinusoidal, k_F^d este factorul de formă pentru semnal dreptunghiular și k_V^d este factorul de vârf pentru semnal dreptunghiular.

a) Primul amplificator inversor face parte dintr-un etaj sumator inversor alături de rezistențele R_1 , R_2 și R_3 . Al doilea amplificator operațional și cele două rezistențe notate R formează un amplificator inversor cu amplificare unitară în modul. Se poate scrie:

$$U_{ef} = -U_s = -\left(-\frac{R_3}{R_1} \cdot U_v - \frac{R_3}{R_2} \cdot U_{ma}\right) = k_1 \cdot U_v + k_2 \cdot U_{ma} \quad (349)$$

Tratând separat cele două tipuri de semnale (sinusoidal și dreptunghiular) rezultă sistemul:

$$\begin{cases} U_{ef}^{\sin} = k_1 \cdot U_v^{\sin} + k_2 \cdot U_{ma}^{\sin} & | \frac{1}{U_{ef}^{\sin}} \\ U_{ef}^d = k_1 \cdot U_v^d + k_2 \cdot U_{ma}^d & | \frac{1}{U_{ef}^d} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 = k_1 \cdot k_V^{\sin} + k_2 \cdot \frac{1}{k_F^{\sin}} \\ 1 = k_1 \cdot k_V^d + k_2 \cdot \frac{1}{k_F^d} \end{cases} \quad (350)$$

$$k_1 = \frac{k_F^{\sin} - k_F^d}{k_V^{\sin} \cdot k_F^{\sin} - k_V^d \cdot k_F^d} \cong 0,19 \Rightarrow \frac{R_3}{R_1} = 0,19 \Rightarrow R_1 = \frac{10}{0,19} = 52,63 \text{ k}\Omega \quad (351)$$

$$k_2 = (1 - k_1 \cdot k_V^d) \cdot k_F^d \cong 0,81 \Rightarrow \frac{R_3}{R_2} = 0,81 \Rightarrow R_2 = \frac{10}{0,81} = 12,34 \text{ k}\Omega \quad (352)$$

b) Pentru semnalul triunghiular simetric cu amplitudinea A se cunosc $U_v^{triunghiular} = A$, $U_{ma}^{triunghiular} = \frac{A}{2}$, $U_{ef\text{teoretic}} = \frac{A}{\sqrt{3}}$. Valoarea efectivă măsurată cu acest aparat va fi:

$$U_{ef}^{triunghiular} = k_1 \cdot U_v^{triunghiular} + k_2 \cdot U_{ma}^{triunghiular} = 0,19 \cdot A + 0,81 \cdot \frac{A}{2} \quad (353)$$

$$\varepsilon = \frac{|U_{ef\text{măsurat}} - U_{ef\text{teoretic}}|}{U_{ef\text{teoretic}}} \cdot 100\% = \frac{|0,19 \cdot A + 0,81 \cdot \frac{A}{2} - \frac{A}{\sqrt{3}}|}{\frac{A}{\sqrt{3}}} = 0,0305 \cdot 100\% = 3,05\% \quad (354)$$

Problema 3.4. Cu un voltmetru de curent continuu se măsoară tensiunea între punctele B și A din figura 66. Voltmetrul are raportul de rejetie de mod comun de curent continuu $RRMC_{cc}$ de 80 dB și de curent alternativ $RRMC_{ca}$ de 40 dB și folosește un convertor analog-numeric dublă pantă cu durata integrării tensiunii de intrare de $t_1 = 20$ ms. Se cunosc $u(t) = U \cdot \cos^2(2\pi f_p t)$ cu $U = 200$ V și $f_p = 1$ kHz ± 5%. Se cere eroarea absolută maximă în măsurarea tensiunii E cauzată de sursa $u(t)$.

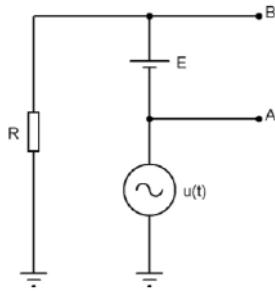


Fig. 66. Circuitul asupra căruia se realizează măsurătoarea

Rezolvare:

$$\left. \begin{aligned} u(t) &= U \cdot \cos^2(\omega t) \\ \cos^2(\omega_p t) &= \frac{1 + \cos(2\omega_p t)}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow u(t) = \frac{U \cdot (1 + \cos(2\omega_p t))}{2} = \frac{U}{2} + \frac{\cos(2\omega_p t)}{2} \quad (355)$$

Se observă că sursa $u(t)$ contribuie cu o tensiune perturbatoare continuă $\left(\frac{U}{2}\right)$ și cu o tensiune perturbatoare alternativă $\left(\frac{\cos(2\omega_p t)}{2}\right)$. Raportul de rejecție a modului comun este „un instrument de apărare” al voltmetrului la aceste tensiuni perturbatoare. Așadar efectul fiecărei componente a perturbației $u(t)$ asupra măsurării tensiunii E va fi determinat utilizând raportul de rejecție corespunzător. Aceste efecte sunt notate U_{pcc} pentru componenta de curent continuu și U_{pca} pentru componenta de curent alternativ.

$$RRMC_{cc}|_{dB} = 80 \text{ dB} \Rightarrow RRMC_{cc} = 10^{\frac{80}{20}} = 10^4 \quad (356)$$

$$U_{pcc} = \frac{U}{2} \cdot \frac{1}{RRMC_{cc}} = \frac{200}{2} \cdot \frac{1}{10^4} = 10^{-2} = 10 \text{ mV} \quad (357)$$

$$RRMC_{ca}|_{dB} = 40 \Rightarrow RRMC_{ca} = 10^{\frac{40}{20}} = 10^2 \quad (358)$$

$$U_{pca} = \frac{U}{2} \cdot \frac{1}{RRMC_{ca}} = \frac{200}{2} \cdot \frac{1}{10^2} = 1 \text{ V} \quad (359)$$

Așadar la bornele voltmetrului care măsoară tensiunea E vor ajunge și două perturbații: U_{pcc} și U_{pca} . Deoarece voltmetrul este bazat pe un convertor analog-numeric dublă pantă, acesta mai are un „mecanism de apărare” față de perturbațiile alternative și anume raportul de rejecție serie, RRS. Așadar U_{pca} va fi atenuată mai departe astfel:

$$RRS = -20 \lg \left(\left| \operatorname{sinc} \left(\frac{\omega t_1}{2} \right) \right| \right) == -20 \lg \left(\left| \frac{\sin \left(\frac{\omega t_1}{2} \right)}{\frac{\omega t_1}{2}} \right| \right) \quad (360)$$

RRS este maxim atunci când argumentul logaritmului este nul:

$$\sin \left(\frac{\omega t_1}{2} \right) = 0 \Rightarrow \frac{\omega t_1}{2} = k\pi \Rightarrow \frac{2\pi f t_1}{2} = k\pi \Rightarrow f = \frac{k}{t_1} = \frac{k}{20 \cdot 10^{-3}} = k \cdot 50 \text{ Hz} \quad (361)$$

Adică atunci când la intrarea convertorului se aplică o tensiune armonică cu frecvență egală cu un multiplu de 50 Hz, aceasta nu va afecta măsurătoarea.

Este foarte important să se observe că atunci când semnalul perturbator ($u(t) = \cos^2(\omega_p t)$) are pulsația ω_p , acesta va determina o perturbație de curent continuu (care a fost deja tratată și nu prezintă interes în cele ce se doresc a fi arătate aici) și o perturbație armonică de pulsație dublă, $2\omega_p$.

Tinând cont de acest fapt, frecvențele semnalului perturbator $u(t)$ care determină perturbații armonice ale căror frecvențe respectă relația (361) vor fi multipli de 25 Hz.

Expresia RRS în aceste condiții devine:

$$RRS = -20 \lg \left(\left| \frac{\sin\left(\frac{\omega t_1}{2}\right)}{\frac{\omega t_1}{2}} \right| \right) = -20 \lg \left(\left| \frac{\sin\left(\frac{2\omega_p t_1}{2}\right)}{\frac{2\omega_p t_1}{2}} \right| \right) = -20 \lg \left(\left| \frac{\sin(\omega_p t_1)}{\omega_p t_1} \right| \right) \quad (362)$$

În figura de mai jos a fost reprezentat graficul RRS pentru intervalul de frecvențe în care poate varia frecvența semnalului perturbator și anume $f_p = 1 \text{ kHz} \pm 5\% = [950, 1050] \text{ Hz}$.

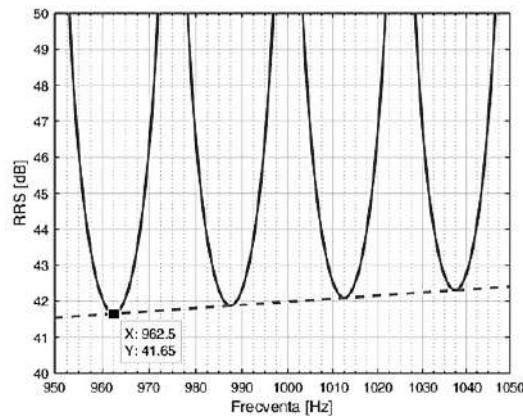


Fig. 67. Graficul RRS pentru domeniul în care poate varia frecvența semnalului perturbator $u(t)$ (linie continuă). RRS minim (linie punctată).

Frecvențele semnalului perturbator $u(t)$ pentru care RRS va fi minim se pot afla impunând condiția $\sin(\omega_p t_1) = 1$ în relația (360).

$$\sin(\omega_p t_1) = 1 \Rightarrow \omega_p t_1 = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow f = \frac{k}{2t_1} + \frac{1}{4t_1} = k \cdot 25 + 12,5 \text{ Hz} \quad (363)$$

Considerând cazul cel mai defavorabil din intervalul în care poate varia frecvența semnalului perturbator, adică atunci când frecvența semnalului perturbator $u(t)$ este 962,5 Hz (așa cum se poate observa și din graficul prezentat în figura 67, la această frecvență RRS este minim), rezultă:

$$\Rightarrow RRS_{min}|_{\text{dB}} = 20 \lg(2\pi \cdot 962,5 \cdot 2 \cdot 10^{-2}) = 41,65 \text{ dB} \quad (364)$$

$$RSS_{min} = 10^{\frac{41,65}{20}} = 10^{2,0825} = 120,92 \quad (365)$$

$$U'_{pca} = \frac{U_{pca}}{RSS_{min}} = \frac{1}{120,92} = 8,3 \text{ mV} \quad (366)$$

$$e_{max} = U_{pcc} + U'_{pca} = 10 \text{ mV} + 8,3 \text{ mV} = 18,3 \text{ mV} \quad (367)$$

Capitolul 4. Măsurarea impedanțelor

APLICATII

Problema 4.1. Se măsoară R_x cu o punte Wheatstone. La echilibrul punții valorile rezistențelor din celelalte brațe sunt $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 0,1 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 100 \text{ k}\Omega$. Se cunosc rezistențele de scurgere $R_{S1} = R_{S2} = 100 \text{ M}\Omega$.

- Pe ce diagonală se conectează voltmetrul?
- Determinați eroarea cauzată de rezistențele de scurgere făcută la măsurarea lui R_x în condițiile date.
- Cum se poate conecta borna de gardă pentru a obține o eroare de măsură cât mai mică?

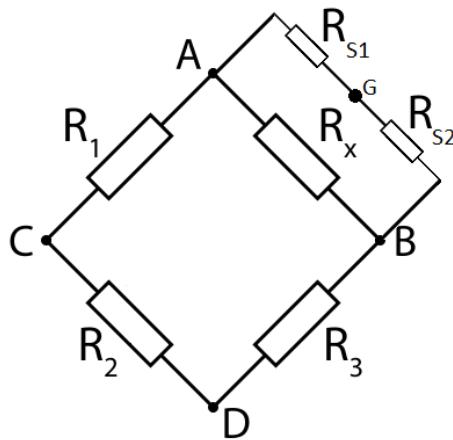


Fig. 68. Puntea Wheatstone.

Rezolvare:

- Voltmetrul se va conecta pe diagonală cu sensibilitate maximă. Sensibilitatea unei punți Wheatstone se determină cu ajutorul relației:

$$S = \frac{A}{(1+A)^2} \quad (368)$$

unde A este numit raportul punții pentru diagonală respectivă și se calculează ca raportul a oricare două rezistențe conectate într-un punct care se află și pe diagonală pentru care se efectuează calculul.

Determinarea sensibilității diagonalei AD se face în felul următor: se calculează întâi raportul punții pentru diagonală respectivă. Aceasta poate fi calculat fie ca $A = \frac{R_1}{R_x}$, fie ca $A = \frac{R_x}{R_1}$ (se observă că R_1 și R_x sunt conectate în punctul A care face parte din diagonală AD) sau ca $A = \frac{R_2}{R_3}$ sau $A = \frac{R_3}{R_2}$ (se observă că R_2 și R_3 sunt conectate în punctul D care face parte din diagonală AD). Este evident că se va folosi unul din ultimele două rapoarte prezentate din simplul fapt că ele nu conțin rezistența necunoscută R_x . Se poate folosi oricare din cele două. Așadar, de exemplu:

$$A = \frac{R_3}{R_2} = \frac{100 \text{ k}\Omega}{0,1 \text{ k}\Omega} = 1000 \Rightarrow S_{AD} = \frac{A}{(1+A)^2} = \frac{1000}{(1+1000)^2} \cong \frac{10^3}{10^6} = 10^{-3} \quad (369)$$

Pentru a determina sensibilitatea diagonalei CB se procedează similar. Se determină raportul punții cu una din următoarele patru formule: $A = \frac{R_1}{R_2}$, $A = \frac{R_2}{R_1}$, $A = \frac{R_x}{R_3}$, $A = \frac{R_3}{R_x}$. Se va alege unul din primele două rapoarte deoarece nu conțin R_x . Dacă se alege, de exemplu, $A = \frac{R_1}{R_2}$ rezultă:

$$A = \frac{R_1}{R_2} = \frac{1 \text{ k}\Omega}{0,1 \text{ k}\Omega} = 10 \Rightarrow S_{BC} = \frac{A}{(1+A)^2} = \frac{10}{(11)^2} = \frac{10}{121} = 0.082 = 82 \cdot 10^{-3} > S_{AD} \quad (370)$$

Diagonala BC are o sensibilitate mai mare decât diagonala AD. Voltmetrul se va conecta pe diagonala BC. Schema finală a punții Wheatstone va fi:

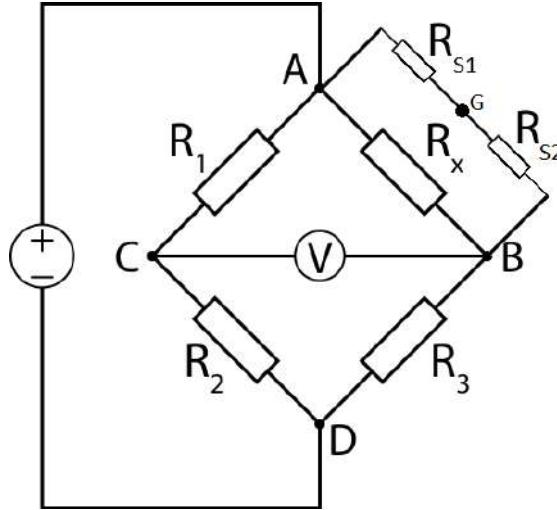


Fig. 69. Puntea Wheatstone cu voltmetrul conectat corect.

Sensibilitatea are un punct de maxim în $A=1$. Se poate determina mai rapid care este diagonala cu sensibilitate mai mare fără a calcula efectiv sensibilitatea, ci numai raportul punții. Diagonala cu sensibilitate mai mare va fi aceea pentru care raportul punții este mai apropiat de 1. Acest lucru se confirmă și în problema de față. Este evident că valoarea maximă a sensibilității este 0.25. Aceste cunoștințe ajută la determinarea eventualelor greșeli de calcul care pot să apară în rezolvarea acestui tip de probleme.

b) Pentru a determina eroarea cauzată de rezistențele R_{S1} și R_{S2} se va determina valoarea rezistenței R_x în cazul ideal în care nu ar exista în circuit cele două rezistențe de scurgere, apoi se va determina R_x în cazul în care se ia în considerare efectul celor două rezistențe de scurgere. Folosind cele două rezultate se poate determina eroarea:

$$\varepsilon = \frac{|R_{xideal} - R_{xcu R_{S1} și R_{S2}}|}{R_{xideal}} \cdot 100\% \quad (371)$$

Dacă se face abstracție de cele două rezistențe de scurgere se poate determina valoarea rezistenței R_{xideal} ținând cont de faptul că se cunosc valorile celorlalte rezistențe când puntea este la echilibru. La echilibru, în cazul unei punți Wheatstone, este valabilă relația:

$$R_1 \cdot R_3 = R_2 \cdot R_x \Rightarrow R_x = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_2} = \frac{1 \cdot 100}{0,1} = 1000 \text{ k}\Omega = 1 \text{ M}\Omega \quad (372)$$

În cazul considerării și a rezistențelor de scurgere:

$$R_1 \cdot R_3 = R_2 \cdot R_x \parallel (R_{S1} + R_{S2}) \Leftrightarrow R_1 \cdot R_3 = R_2 \frac{R_x \cdot (R_{S1} + R_{S2})}{R_x + (R_{S1} + R_{S2})} \quad (373)$$

$$R_x = \frac{-R_1 \cdot R_3 \cdot (R_{S1} + R_{S2})}{R_1 \cdot R_3 - R_2 \cdot (R_{S1} + R_{S2})} = 1.005 \text{ M}\Omega \quad (374)$$

$$\varepsilon = \frac{|R_{xideal} - R_{xcu R_{S1} și R_{S2}}|}{R_{xideal}} \cdot 100\% = \frac{|1 - 1.005|}{1} \cdot 100\% = 0.5\% \quad (375)$$

c) Se va determina la care dintre bornele A, B, C și D trebuie să se lege borna de gardă G pentru a obține o eroare de măsură cât mai mică a rezistenței R_x . Este important să se înțeleagă faptul că, în cazul ideal, rezistențele R_{S1} și R_{S2} nu ar apărea în circuit, adică ele ar fi înlocuite cu o rezistență de valoare infinită. Cu alte cuvinte, cu cât este mai mică rezistența echivalentă legată în paralel cu rezistența de măsurat R_x , cu atât efectul acesteia va fi mai mare și va cauza erori de măsură mai mari (practic schema se va îneperăta mai mult de la forma ideală cu cât rezistența echivalentă legată în paralel cu R_x scade).

În cazul în care borna de gardă nu este legată la niciuna din bornele A, B, C sau D aşa cum se observă în figura 69, în paralel cu rezistența R_x se va găsi gruparea serie $R_{S1} + R_{S2}$. Dacă borna G se leagă la borna A, schema rezultată va fi:

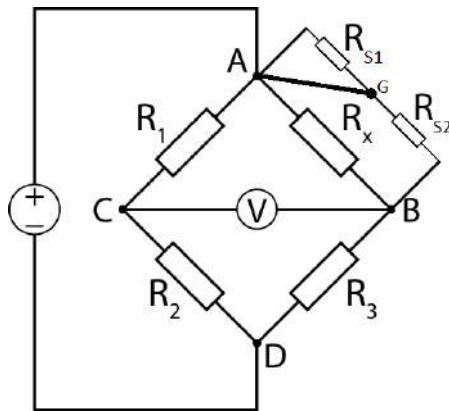


Fig. 70. Puntea Wheatstone rezultată în urma conectării borei de gardă la borna A.

În acest caz rezistența R_{S1} este scurtcircuitată, deci în paralel cu rezistența R_x se va găsi numai rezistența R_{S2} care este mai mică decât rezistența echivalentă serie $R_{S1} + R_{S2}$ din cazul în care borna G nu era legată una din bornele punții, deci acest caz este clar dezavantajos și nu merita tratat prin calcul. Absolut identic este și cazul legării bornei de gardă la borna B a punții.

Rămân de tratat numai două cazuri: legarea bornei de gardă la borna C a punții și legarea bornei de gardă la borna D a punții.

Dacă borna de gardă se leagă la borna C a punții rezultă schema următoare:

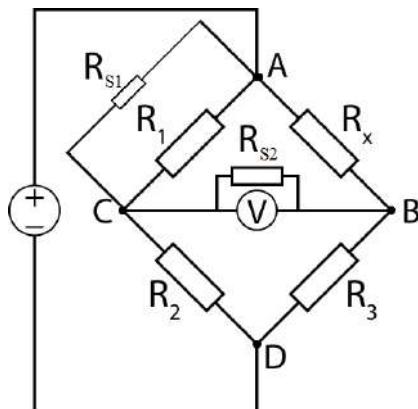


Fig. 71. Schema care rezultă prin conectarea borei de gardă la borna C a punții.

Atunci când puntea este la echilibru tensiunea măsurată de voltmetru este nulă. Rezistența R_{S2} este conectată în paralel cu voltmetrul, deci tensiunea pe aceasta este nulă, prin ea nu trece

current, deci ea poate fi eliminată din circuit fără a afecta funcționarea acestuia. Rezistența R_x va fi determinată ca la punctul b) pe schema din figura 71.

$$R_1 \parallel R_{S1} \cdot R_3 = R_2 \cdot R_{x_{GC}} \Rightarrow R_{x_{GC}} = \frac{R_1 \parallel R_{S1} \cdot R_3}{R_2} = \frac{\frac{R_1 \cdot R_{S1}}{R_1 + R_{S1}} \cdot R_3}{R_2} = \frac{\frac{1 \cdot 100000}{1+100000} \cdot 100}{0,1} = \frac{99,999}{0,1} = 999,99 \text{ k}\Omega \quad (376)$$

Eroarea făcută în acest caz este:

$$\varepsilon = \frac{|R_{x_{ideal}} - R_{x_{GC}}|}{R_{x_{ideal}}} \cdot 100\% = \frac{|1000 - 999,99|}{1000} \cdot 100\% = 0.001\% \quad (377)$$

Dacă borna G se leagă la borna D a punții rezultă următoarea schemă:

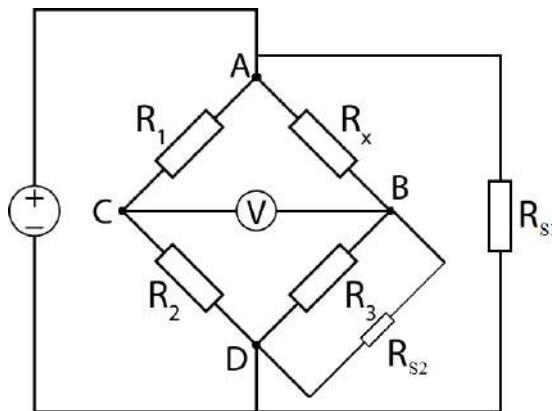


Fig. 72. Schema care rezultă prin conectarea bornei de gardă la borna D a punții.

Rezistența R_{S1} este conectată în paralel cu puntea Wheatstone. Practic ea reperează un alt consumator pentru sursa de alimentare. Prezența sau absența ei nu afectează funcționarea punții Wheatstone. Rezistența R_x va fi determinată ca la punctul b) pe schema din figura 72.

$$R_1 \cdot R_3 \parallel R_{S2} = R_2 \cdot R_{x_{GD}} \Rightarrow R_{x_{GD}} = \frac{R_1 \cdot \frac{R_3 \cdot R_{S2}}{R_3 + R_{S2}}}{R_2} = \frac{\frac{1 \cdot 100 \cdot 100000}{1+100000} \cdot 100}{0,1} = \frac{99,9}{0,1} = 999 \text{ k}\Omega \quad (378)$$

Eroarea făcută în acest caz este:

$$\varepsilon = \frac{|R_{x_{ideal}} - R_{x_{GD}}|}{R_{x_{ideal}}} \cdot 100\% = \frac{|1000 - 999,9|}{1000} \cdot 100\% = 0.1\% \quad (379)$$

Așadar eroarea cea mai mică se obține prin conectarea bornei de gardă la borna C a punții.

La această concluzie se putea ajunge și fără a calcula. Rezistențele de scurgere au valori de 100 MΩ. O grupare paralel este dominată de rezistență cu valoarea cea mai mică. În primul caz (G conectat la C) puntea diferă de configurația ideală prin conectarea unei rezistențe de scurgere în paralel

cu rezistență R_1 de $1 \text{ k}\Omega$. În al doilea caz (G conectat la D) puntea diferă de configurația ideală prin conectarea unei rezistențe de scurgere în paralel cu rezistența R_3 de $100 \text{ k}\Omega$. Rezistența R_1 va avea un efect mai puternic în stabilirea valorii rezistenței echivalente a grupării paralel rezultată decât rezistența R_3 (R_1 este de valoare mai mică decât R_3). Așadar în primul caz puntea va dифeri mai puțin față de configurația ideală decât în al doilea caz.

Problema 4.2. O rezistență $R_x \in (0,1; 1) \Omega$ se măsoară la o punte Wheatstone. La echilibru, celelalte rezistențe sunt $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 100 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 85 \Omega$. Cum se conectează voltmetrul? Pentru rezistențe se cunosc toleranțele: $\varepsilon_{R_1} = \varepsilon_{R_2} = 0,1\%$, $\varepsilon_{R_3} = 0,001\%$. Se cere:

- Să se calculeze R_x și eroarea dacă terminalele au $r = 0,05 \Omega$ și măsurarea este cuadripolară.
- Să se calculeze R_x și eroarea dacă terminalele au $r = 0,05 \Omega$ și măsurarea este bipolară.

Rezolvare:

Schema punții Wheastone din problemă este următoarea:

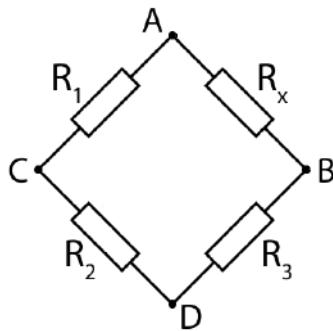


Fig. 73. Puntea Wheastone în vederea determinării diagonalei pe care se va conecta voltmetrul.

a) Se determină diagonală pe care se conectează voltmetrul prin determinarea raportului punții pentru fiecare dintre cele două diagonale aşa cum s-a arătat la problema 4.1, alegându-se diagonală cu raportul punții cel mai apropiat de 1.

$$A_{AD} = \frac{R_2}{R_3} = \frac{100}{0.085} = 1176,47 \quad (380)$$

$$A_{BC} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{100}{1} = 100 \quad (381)$$

Diagonala cu sensibilitatea cea mai mare va fi diagonala BC. Pe această diagonală se va conecta voltmetrul. Schema rezultată este următoarea:

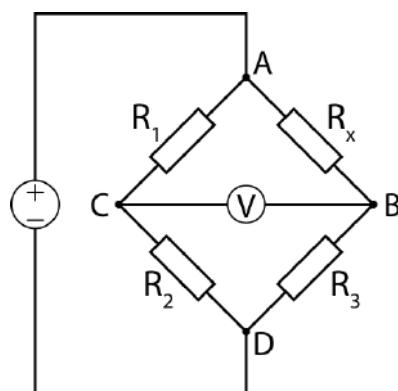


Fig. 74. Puntea Wheastone cu voltmetru și sursă de tensiune.

Acesta este cazul ideal de funcționare a punții Wheatstone. Rezistența R_x va fi determinată ca:

$$R_1 \cdot R_3 = R_2 \cdot R_{x_{ideal}} \Rightarrow R_{x_{ideal}} = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_2} = \frac{1 \cdot 0.085}{100} = 0,00085 = 0,85 \Omega \quad (382)$$

b) În cazul măsurării cuadripolare schema punții Wheatstone devine:

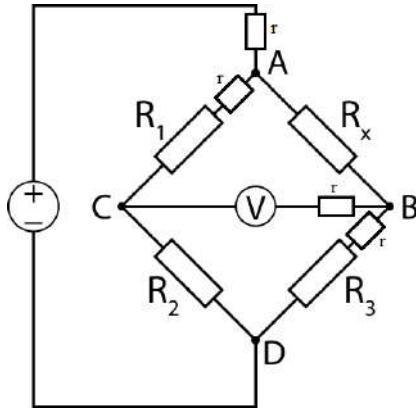


Fig. 75. Puntea Wheatstone la măsurarea cuadripolară.

Rezistența r conectată în serie cu voltmetrul nu influențează funcționarea punții deoarece voltmetrul are, ideal, impedanță echivalentă infinită. Alt motiv ar fi acela că puntea este la echilibru, deci tensiunea pe diagonala pe care este conectat voltmetrul este nulă, aşadar curentul prin respectiva rezistență va fi nul. Astfel această rezistență nu poate afecta funcționarea punții.

Rezistența r conectată între sursa de tensiune și borna A a punții nu influențează funcționarea punții **în această tratare**. Aceasta și cu rezistența echivalentă a punții formează un divizor rezistiv. Efectul acestia este scăderea tensiunii aplicate punții Wheatstone. Tensiunea de dezechilibru a punții este:

$$U_d = SE\sigma \quad (383)$$

unde S este sensibilitatea, E este tensiunea de alimentare a punții și σ este dezacordul normalizat, adică abaterea relativă a valorii rezistenței R_x față de valoarea care ar asigura o tensiune de dezechilibru nulă (punte la echilibru), notată cu $R_{x_{echilibru}}$:

$$\sigma = \frac{\Delta R_x}{R_x} \text{ sau, mai explicit, } \sigma = \frac{|R_{x_{de măsurat}} - R_{x_{echilibru}}|}{R_{x_{echilibru}}} \quad (384)$$

Se observă în expresia (383) că o tensiune de alimentare mare este de dorit, aşadar, în practică, o rezistență conectată în serie cu puntea, aşa cum este cazul rezistenței r în discuție este nedoriță. În această tratare voltmetrul se consideră ideal (poate măsura perfect orice tensiune, oricăr de mică), aşadar tensiunea aplicată punții nu mai influențează rezultatele (decât în cazul în care ar fi nulă, caz absurd).

Rămân în discuție numai două rezistențe r : cea conectată în serie cu R_1 și cea conectată în serie cu R_3 . Rezistența R_x măsurată în acest caz va fi:

$$(R_1 + r) \cdot (R_3 + r) = R_2 \cdot R_{x_{cuadripolar}} \Rightarrow$$

$$R_{x_{cuadripolar}} = \frac{(R_1 + r) \cdot (R_3 + r)}{R_2} = \frac{1000,05 \cdot 85,05}{100000} = 0,85054 \Omega \quad (385)$$

$$\varepsilon_{cuadripolar} = \frac{|R_{x_{cuadripolar}} - R_{x_{ideal}}|}{R_{x_{ideal}}} = \frac{|0,85054 - 0,85|}{0,85} = 0,063\% \quad (386)$$

Pentru rezistențele R_1 , R_2 și R_3 se cunosc toleranțele, deci se poate determina eroarea cauzată de acestea în determinarea rezistenței R_x .

$$R_x = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_2} \quad (387)$$

Conform formulei propagării erorilor (vezi problema 1.17) rezultă eroarea în determinarea rezistenței R_x din cauza toleranțelor celorlalte 3 rezistențe din puncte:

$$\varepsilon_{R_{x\text{toleranțe}}} = \varepsilon_{R_1} + \varepsilon_{R_3} + \varepsilon_{R_2} = 0,1 + 0,1 + 0,001 = 0,201\% \quad (388)$$

Eroarea totală în determinarea lui R_x în cazul măsurării cuadripolare va fi:

$$\varepsilon_{\text{total}} = \varepsilon_{\text{cuadripolar}} + \varepsilon_{R_{x\text{toleranțe}}} = 0,063 + 0,201 = 0,264\% \quad (389)$$

c) În cazul măsurării cuadripolare schema punții Wheatstone devine:

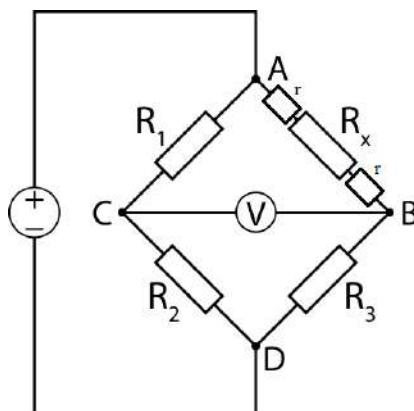


Fig. 76. Puntea Wheatstone la măsurarea bipolară.

În acest caz este evident că valoarea măsurată a rezistenței necunoscute, notată $R_{x\text{bipolar}}$ va fi:

$$R_{x\text{bipolar}} = R_{x\text{ideal}} + 2 \cdot r = 0,85 + 0,1 = 0,86 \Omega \quad (390)$$

$$\varepsilon_{\text{bipolar}} = \frac{|R_{x\text{bipolar}} - R_{x\text{ideal}}|}{R_{x\text{ideal}}} = \frac{0,1}{0,85} = 11,76 \% \quad (391)$$

$$\varepsilon_{\text{total}} = \varepsilon_{\text{bipolar}} + \varepsilon_{R_{x\text{toleranțe}}} = 11,76 + 0,201 = 11,961 \% \quad (392)$$

Problema 4.3. Se cunosc $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = R_x = 1 \text{ k}\Omega$. Să se calculeze eroarea sistematică comisă la măsurarea rezistenței R_x din figura 77 în cazurile:

- a) Măsurare simplă;
- b) Măsurare *in-situ* la o punte cu echilibrare automată (ABB – Auto Balancing Bridge) ideală;
- c) Măsurare *in-situ* cu o punte cu echilibrare automată cu $R_g = 50 \Omega$ (rezistență de ieșire a generatorului).

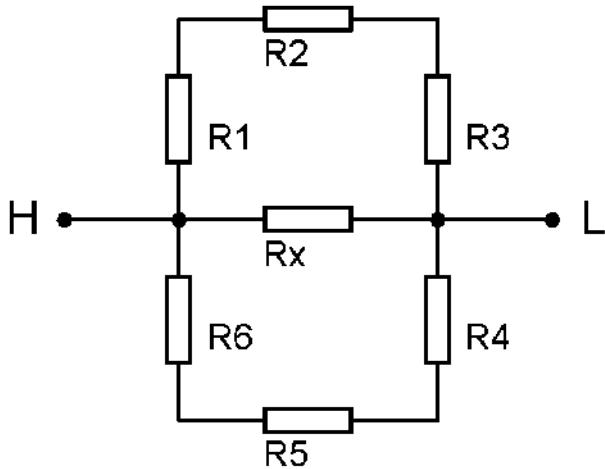


Fig. 77. Schema pentru măsurarea rezistenței R_x .

Rezolvare:

- a) La măsurarea simplă se va conecta un ohmetru la bornele rezistenței R_x , adică la bornele H și L. Rezistența măsurată va fi:

$$R_{x\text{măsurat}} = R_x \parallel (R_1 + R_2 + R_3) \parallel (R_4 + R_5 + R_6) = 1 \parallel \frac{3 \cdot 3}{3+3} = 1 \parallel 1,5 = \frac{1 \cdot 1,5}{1+1,5} = 0,6 \Omega \quad (393)$$

Eroarea de măsură în acest caz este:

$$\varepsilon_{\text{măsurare simplă}} = \frac{|R_{x\text{măsurat}} - R_x|}{R_x} = \frac{|0,6 - 1|}{1} = 40 \% \quad (394)$$

- b) Pentru măsurarea *in-situ* măsurarea se face conectând la masă terminalul care nu este conectat la rezistența de măsurat R_x al rezistențelor conectate la rezistența de măsurat R_x (R_1, R_3, R_4, R_6), ca în figura 78.

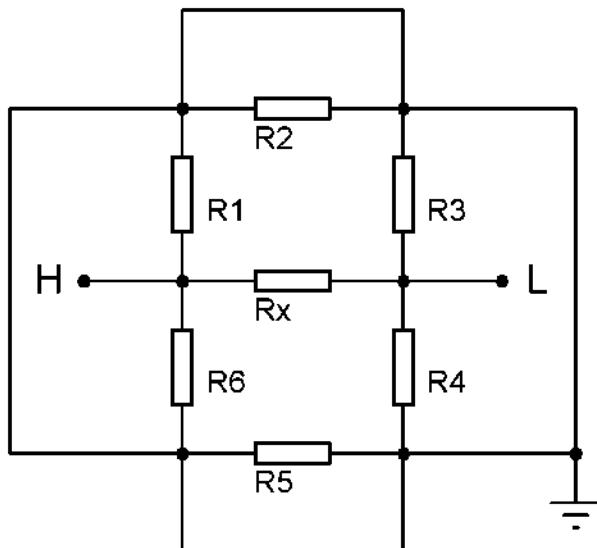


Fig. 78. Schema montajului care se va conecta la puntea cu echilibrare automată (între bornele H și L).

Se observă că rezistențele R_2 și R_5 sunt conectate între puncte de masă, deci tensiunea pe acestea este nula, curentul prin acestea este nul, aşadar ele pot fi ignorate. Schema punții echilibrare la care s-a conectat circuitul din figura 78 este prezentată în figura 79.

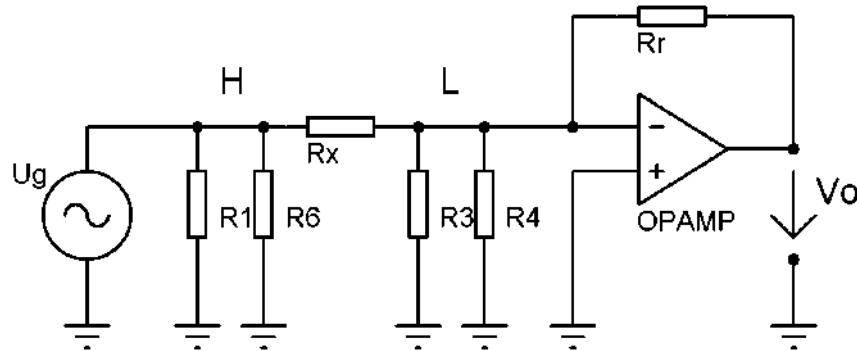


Fig. 79. Schema punții cu echilibrare automată ideală (rezistența de ieșire a generatorului este considerată nulă) la care s-a conectat circuitul din figura 78.

Se va evalua eroarea de măsură prin eroarea relativă dintre tensiunea de ieșire a schemei punții echilibrare în cazul ideal (în care nu se consideră efectele rezistențelor R_1, R_3, R_4, R_6), prezentat în figura 80 și tensiunea de ieșire a schemei din cazul din problemă prezentat în figura 79. Se va folosi valoarea absolută a acestor mărimi (interesează modulul amplificării pentru că ambele amplificatoare sunt inversoare).

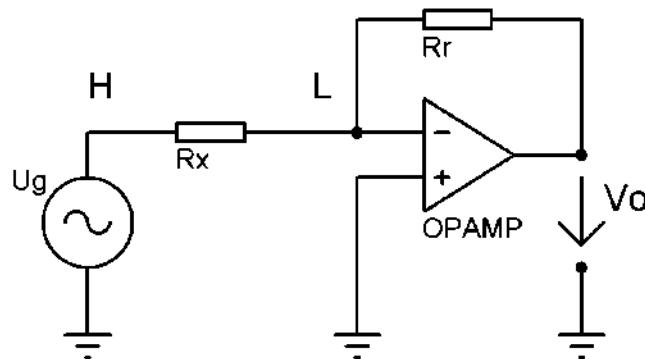


Fig. 80. Schema punții cu echilibrare automată în cazul ideal (în aceasta este conectată numai rezistența de măsurat R_x).

Circuitul din figura 80 este un amplificator inversor. Tensiunea de ieșire în cazul ideal va fi:

$$V_O = -\frac{R_r}{R_x} U_g \quad (395)$$

Înainte de a scrie expresia tensiunii de ieșire a circuitului din figura 79 se va determina dacă rezistențele R_1, R_3, R_4, R_6 influențează funcționarea acestuia.

Se observă că rezistențele R_3, R_4 sunt conectate între punctul real de masă și borna inversoare a amplificatorului operațional. Cum borna neinversoare a acestuia este legată la punctul real de masă și amplificatorul operațional este considerat ideal, borna inversoare va avea același potențial ca borna neinversoare și va constitui punct virtual de masă. Așadar tensiunea pe rezistențele R_3, R_4 va fi nulă, deci acestea nu influențează funcționarea circuitului și pot fi omise din analiză.

Rezistențele R_1, R_6 sunt conectate în paralel cu generatorul de semnal considerat ideal la acest punct (rezistența sa de ieșire este nulă), aşadar ele vor constitui pur și simplu un consumator independent pentru generatorul de semnale. În situația ideală prezentată – generatorul este considerat ideal (cu alte cuvinte poate furniza oricărui curent fără a se modifica tensiunea de ieșire) – nici aceste două rezistențe nu intervin în funcționarea punții. Așadar tensiunea de ieșire a punții din figura 79 ținând cont de observațiile de mai sus va fi:

$$V_{OABB \text{ cu generator ideal}} = -\frac{R_r}{R_x} U_g = V_O \Rightarrow$$

$$\epsilon_{V_{OABB \text{ cu generator ideal}}} = \frac{|V_{OABB \text{ cu generator ideal}} - V_O|}{|V_O|} = 0 \% \quad (396)$$

c) Schema punții cu echilibrare automată în cazul considerării unui generator de semnale real (cu rezistență de ieșire egală cu 50Ω) la care s-a conectat ansamblul din figura 78 este:

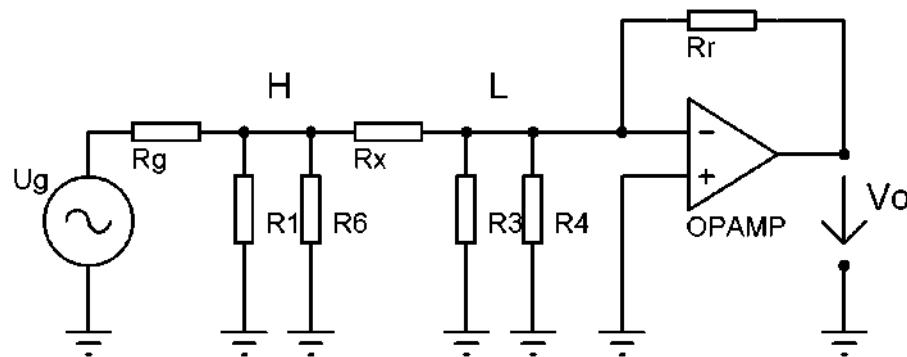


Fig. 81. Schema punții cu echilibrare automată reală (rezistența de ieșire a generatorului este considerată egală cu 50Ω) la care s-a conectat circuitul din figura 78.

Analizând din nou preliminar această schemă se observă că rezistențele R_3, R_4 sunt în aceeași situație, deci nu vor influența funcționarea punții. În schimb, rezistențele R_1, R_6 nu mai sunt conectate la bornele unei surse de tensiune ideale, aşadar acestea vor influența funcționarea punții, aşa cum se poate observa în expresia tensiunii de ieșire $V_{OABB \text{ cu generator real}}$. Gruparea paralel $R_{P1} = R_1 \parallel R_6$ este conectată în paralel cu rezistența R_x (borna inversoare a amplificatorului operațional este punct virtual de masă). Schema echivalentă simplificată este prezentată în figura 82.

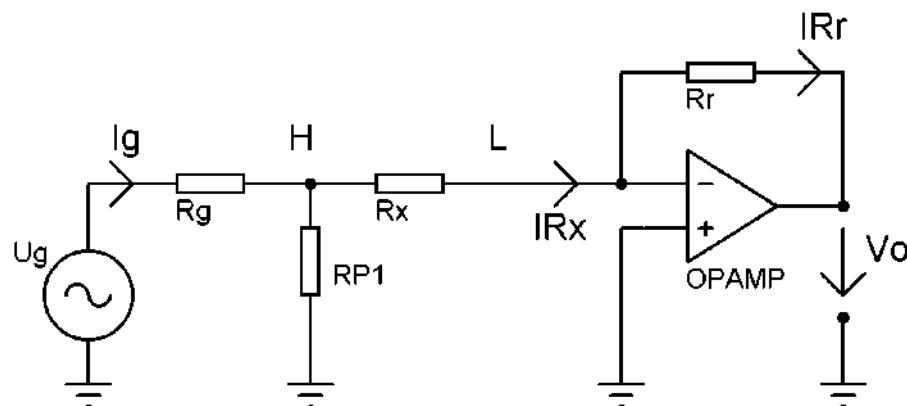


Fig. 82. Schema simplificată a punții cu echilibrare automată pentru cazul tratat.

Pentru că borna inversoare este punct virtual de masă, tensiunea de ieșire este tensiunea pe rezistența R_r păstrând sensul de la ieșirea amplificatorului operațional la borna inversoare a acestuia. Sensul curentului I_r fiind ales ca în figura 82 (contrar sensului tensiunii descris anterior), se poate scrie:

$$V_{OABB \text{ cu generator real}} = -I_{Rr} \cdot R_r \quad (397)$$

Cum amplificatorul operațional este considerat ideal, în intrările acestuia nu curge curent. Astfel $I_{Rr} = I_{Rx}$. Rezistențele R_{P1} și R_x formează un divizor de curent atacat de curentul I_g . Rezultă astfel:

$$I_{Rx} = \frac{R_{P1}}{R_x + R_{P1}} I_g \quad (398)$$

$$I_g = \frac{U_g}{R_g + (R_x \parallel R_{P1})} \quad (399)$$

$$V_{OABB \text{ cu generator real}} = -\frac{R_{P1}}{R_x + R_{P1}} \cdot \frac{U_g}{R_g + (R_x \parallel R_{P1})} R_r \quad (400)$$

Schema punții cu echilibrare automată cu generator real în cazul în care nu se consideră efectul rezistențelor R_1, R_3, R_4, R_6 este prezentată în figura 83.

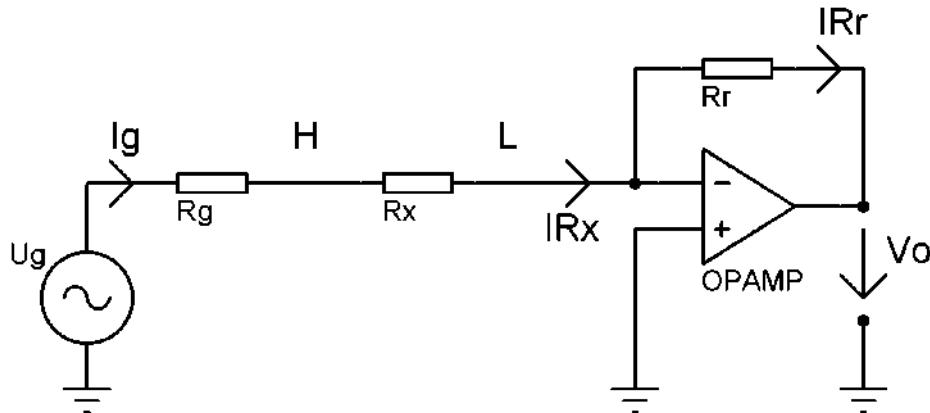


Fig. 83. Schema punții cu echilibrare automată cu generator real în cazul în care nu se consideră efectul rezistențelor R_1, R_3, R_4, R_6 .

Tensiunea de ieșire a circuitului din figura 83 notată cu V'_o pentru a face diferență față de situația de la punctul b) al problemei este:

$$V'_o = -\frac{R_r}{R_g + R_x} U_g \quad (401)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{V_{OABB \text{ cu generator real}}} &= \frac{|V_{OABB \text{ cu generator real}} - V'_o|}{|V'_o|} = \frac{\left| -\frac{R_{P1}}{R_x + R_{P1}} \cdot \frac{U_g}{R_g + (R_x \parallel R_{P1})} R_r + \frac{R_r}{R_g + R_x} U_g \right|}{\frac{R_r}{R_g + R_x} U_g} = \\ &= \frac{\left| -\frac{R_{P1}}{R_x + R_{P1}} \cdot \frac{1}{R_g + (R_x \parallel R_{P1})} + \frac{1}{R_g + R_x} \right|}{\frac{1}{R_g + R_x}} = \frac{\left| -\frac{0,5}{1+0,5} \frac{1}{0,05+0,33} + \frac{1}{0,05+1} \right|}{\frac{1}{0,05+1}} = \frac{|-0,877 + 0,952|}{0,95} = 7,89 \% \quad (402) \end{aligned}$$