Instrumentație Electronică de Măsură — Seria 3E — An universitar 2022-2023

QUIZ 5 — semestrul I

Găzăreanu Nicoleta Monica
433E

(1) Să se determine și să se reprezinte grafic în funcție de ω următoarele:

(a) L echivalent pentru un grup LC serie;

L C

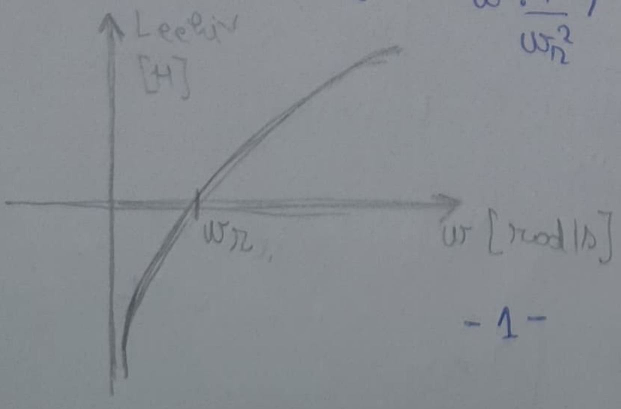
$$Z_{ech.} = j\omega L_{echiv} = j\omega L + \frac{1}{j\omega C} =$$

$$= j\omega L - \frac{j}{\omega C} = j\omega L - \frac{j\omega L}{\omega^2 CL} = j\omega L\left(1 - \frac{1}{\omega^2 CL}\right) \Rightarrow$$

$$\left.\begin{array}{l} \Rightarrow j\omega L_{echiv} = j\omega L\left(1 - \frac{1}{\omega^2 CL}\right) \\ \text{la rezonanță: } \omega_r L = \frac{1}{\omega_r C} \Rightarrow \omega_r^2 = \frac{1}{LC} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

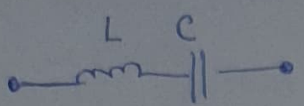
$$\Rightarrow L_{echiv} = L\left(1 - \frac{1}{\omega^2 \cdot \frac{1}{\omega_r^2}}\right) \Rightarrow \boxed{L_{echiv} = L\left[1 - \left(\frac{f_r}{f}\right)^2\right]}$$

$\omega = 2\pi f$. $\begin{cases} \omega \to 0 \Rightarrow L_{echiv} \to \infty \\ \omega \to \infty \Rightarrow L_{echiv} \to L \end{cases}$



Reprezentarea grafică în funcție de ω

(b) Cechivalent pentru o grupare LC serie.



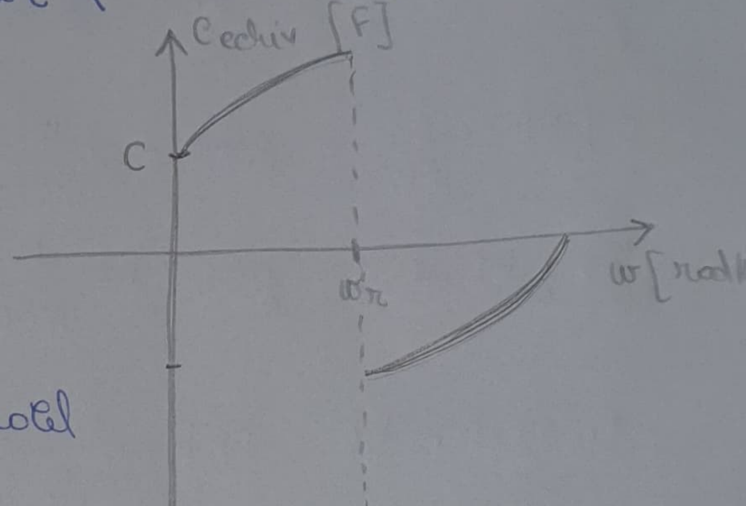
$$Z_{ech} = \frac{1}{j\omega C_{echiv}} = j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = \cancel{j\omega L - \frac{j}{\omega C}}$$

$$= \frac{1}{j\omega C}\left(j^2\omega^2 L\cdot C + 1\right) = \frac{1}{j\omega C}\left(1 - \omega^2 LC\right) \Bigg\} \Rightarrow$$

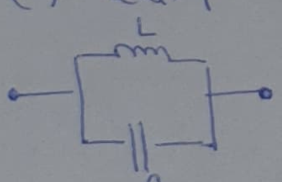
la rezonanță: $\omega_r L = \frac{1}{\omega_r C} \Rightarrow LC = \frac{1}{\omega_r^2} \Rightarrow \omega_r^2 = \frac{1}{LC}$

$$\Rightarrow Z_{ech} = \frac{1}{j\omega C_{echiv}} = \frac{1}{j\omega C}\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_r}\right)^2\right) = \frac{1}{j\omega C}\left(1 - \left(\frac{f}{f_r}\right)^2\right)$$

$$\boxed{C_{echiv} = \frac{C}{1 - \left(\frac{f}{f_r}\right)^2}}$$



(c) Lechiv pt. un grup LC paralel



$$Z_{echiv} = \frac{j\omega L\cdot\frac{1}{j\omega C}}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{\frac{L}{C}}{\frac{-\omega^2 LC + 1}{j\omega C}} = \frac{j\omega L}{1 - \omega^2 LC}$$

$$Y_{ech} = j\omega C + \frac{1}{j\omega L} = \frac{1}{j\omega L_{echiv}}$$

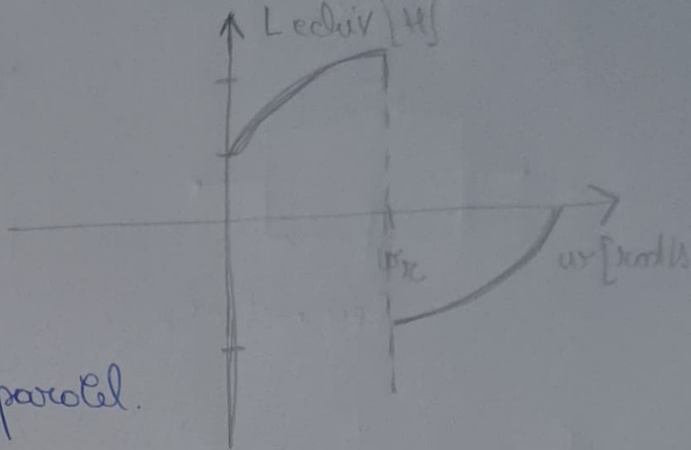
$$\boxed{Y_{echiv} = \frac{1}{Z_{echiv}}}$$

$$Y_{echiv} = \frac{1}{j\omega L_{echiv}} = \frac{1}{j\omega L}\left(-\omega^2 LC + 1\right)$$

la rezonanță: $\omega_r L = \frac{1}{\omega_r C} \Rightarrow \omega_r^2 = \frac{1}{LC}$ $\Bigg\} \Rightarrow$

$$\Rightarrow Y_{echiv} = \frac{1}{j\omega L_{echiv}} = \frac{1}{j\omega L}\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_r}\right)^2\right)$$

$$\boxed{L_{echiv} = L \cdot \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_r}\right)^2}}$$

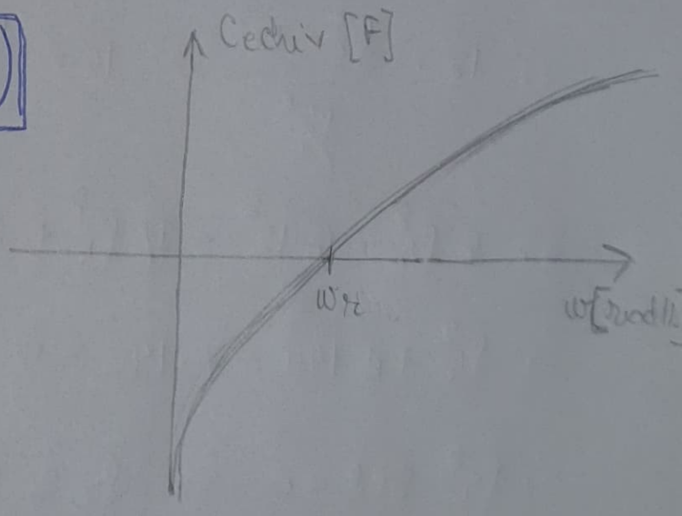


(d) Cechiv. pt. gruparea LC paralel.

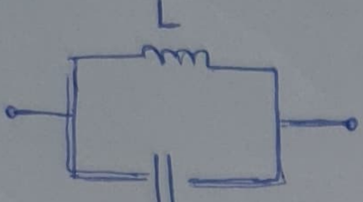
$$Y_{echiv} = j\omega C_{echiv} = j\omega C + \frac{1}{j\omega L} = j\omega C\left(1 - \frac{1}{LC\omega^2}\right) =$$

$$= j\omega C\left(1 - \left(\frac{\omega_r}{\omega}\right)^2\right) = j\omega C\left(1 - \left(\frac{f_r}{f}\right)^2\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{C_{echiv} = C\left(1 - \left(\frac{f_r}{f}\right)^2\right)}$$



(2) Se măsoară o bobină la 2 frecvențe: $f_1 = 12\text{ KHz}$ și $f_2 = 14\text{ KHz}$ și se găsesc valorile $L_1 = 12\text{ mH}$ și $L_2 = 14\text{ mH}$. Determinați valoarea reală a lui L (la frecvențe joase), precum și capacitatea parazită a bobinei.



$C_{parazit} = C_p$

$$Y_{echiv.} = j\omega C + \frac{1}{j\omega L}$$

$$\boxed{L_{echiv} = L \cdot \frac{1}{1-\left(\frac{\omega}{\omega_r}\right)^2}}$$

$$\begin{cases} 12 = \dfrac{L}{1-\left(\frac{12}{f_r}\right)^2} \Rightarrow L = 12\left(1-\left(\frac{12}{f_r}\right)^2\right) \\ 14 = \dfrac{L}{1-\left(\frac{14}{f_r}\right)^2} \Rightarrow L = 14\left(1-\left(\frac{14}{f_r}\right)^2\right) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 12 \cdot \frac{f_r^2 - 12^2}{\cancel{f_r^2}} = 14 \cdot \frac{f_r^2 - 14^2}{\cancel{f_r^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6 f_r^2 - 6 \cdot 12^2 - \cancel{7} f_r^2 + 7 \cdot 14^2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f_r^2 + 6 \cdot 144 - 7 \cdot 196 = 0 \Rightarrow f_r^2 + 864 - 1372 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f_r^2 - 508 = 0 \Rightarrow \boxed{f_r \simeq 22{,}53\text{ KHz}}$$

$$L = 12 \cdot \left(1 - \left(\frac{12}{f_r}\right)^2\right) = 12 \cdot \left(1 - \left(\frac{12}{22,5}\right)^2\right) =$$

$$= 12 \cdot 0,715 = 8,58 \Rightarrow \boxed{L = 8,58\ mH}$$

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_p}} \Rightarrow \sqrt{L \cdot C_p} = \frac{1}{f_r \cdot 2\pi} \Rightarrow C_p = \frac{1}{L} \cdot \frac{1}{(2\pi \cdot f_r)^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C_p = \frac{1}{8,58 \cdot 10^{-3} \cdot 4\pi \cdot 22,53^2 \cdot 10^6} = \frac{10^3}{54729,25} = 0,01827F =$$

$$= 18,27\ mF \Rightarrow \boxed{C_p = 18,27\ uF}$$

(cred că am greșit pe undeva la calcul, dar nu-mi dau seama unde)

(3). Calculând elementele unei surse în comutație de laptop care funcționează la $f = 200\ KHz$, se determină că modulul impedanței condensatorului de filtraj nu trebuie să depășească $50\ m\Omega$. Să se calculeze ESR maxim a unui condensator (presupus neinductiv) având $C = 150\ \mu F$ care poate fi folosit în această sursă.

$$\left.\begin{array}{l} Z_{echiv} = ESR + \dfrac{1}{j\omega C} \\ Z_{echiv} = Z_c \Rightarrow |Z_{echiv}| = |Z_c| \end{array}\right\} \Rightarrow |Z_{echiv}| = \sqrt{ESR^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{ESR = \sqrt{|Z_c|^2 - \frac{1}{\omega^2 C^2}}}$$

$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 200 \cdot 10^3 = 12,56 \cdot 10^5 \ rad/s = 1,25 \cdot 10^6 \ rad/s$

$$\boxed{|Z_c| \leq 50 \ m\Omega}$$

$$ESR \leq \sqrt{(50 \cdot 10^{-3})^2 - \frac{1}{(1,25 \cdot 10^6)^2 \cdot (150 \cdot 10^{-6})^2}} =$$

$$= \sqrt{25 \cdot 10^{-4} - \frac{1}{1,56 \cdot 227,812}} = \sqrt{2471,82 \cdot 10^{-6}} = 49,717 \ m\Omega \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{ESR \leq 49,717 \ m\Omega} \Rightarrow \boxed{ESR_{max} = 49,717 \ m\Omega}$$

(4) Pentru conexiunea 2T, determinați:

(a) erorile sistematice dacă $R_{sonde + terminale} = 100 m\Omega$ pentru $R_{x1} = 2\ \Omega$, $R_{x2} = 2 K\Omega$.

$R_{sonde + terminale} = r$.

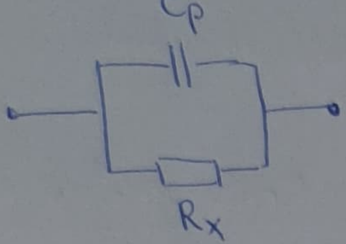
$$\boxed{\varepsilon_R^2 = \frac{2r}{R} \cdot 100} \quad \text{(LAB 5)}$$

$$\varepsilon_{Rx1}^2 = \frac{2r}{R_{x1}} \cdot 100 = \frac{\cancel{2} \cdot 0,1}{\cancel{2}} \cdot 100 = 10\% \Rightarrow \boxed{\varepsilon_{Rx1}^2 = 10\%}$$

$$\varepsilon^2_{R_{x2}} = \frac{2r}{R_{x2}} \cdot 100 = \frac{\cancel{2}\cdot 0,1}{\cancel{2}\cdot 10 \cdot 10^2} \cdot 100 = 0,01\ \% \Rightarrow \boxed{\varepsilon^2_{R_{x2}} = 0,01\ \%}$$

* rezistente mici => erori mari

(b) erorile sistematice dacă $C_p = 20pF$, $f = 100KHz$, pentru $R_{x1} = 1M\Omega$, $R_{x2} = 1K\Omega$.



$$Z_{echiv} = \frac{1}{j\omega C_p} \parallel R_x = \frac{\frac{R_x}{j\omega C_p}}{R_x + \frac{1}{j\omega C_p}} = \frac{R_x}{1 + j\omega C_p R_x}$$

$$|Z_{echiv}| = \frac{R_x}{\sqrt{1+\omega^2 C_p^2 R_x^2}}$$

$$|Z_{echiv1}| = \frac{R_{x1}}{\sqrt{1+\omega^2 C_p^2 R_{x1}^2}} = \frac{10^3}{\sqrt{1+4\pi^2 10^4 \cdot 400 \cdot 10^{-18} \cdot 10^6 \cdot 10^6}} \simeq$$

$\simeq 79,33\ K\Omega$.

$$|Z_{echiv2}| = \frac{R_{x2}}{\sqrt{1+\omega^2 C_p^2 R_{x2}^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+4\pi^2 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 400 \cdot 10^{-18} \cdot 1}} \simeq$$

$\simeq 999,92\ \Omega$.

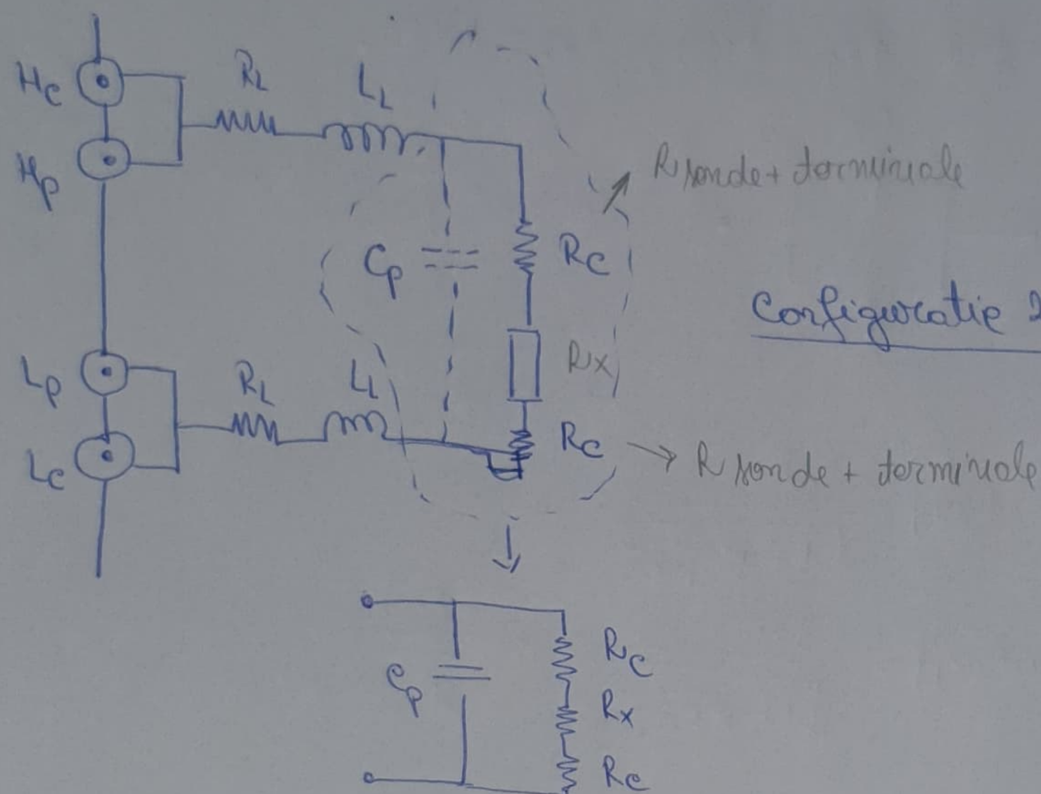
$$\varepsilon = \frac{Z_{măs.} - Z_{nominal}}{Z_{nominal}} \cdot 100\ [\%] = \frac{Z_{măs} - Z_x}{Z_x} \cdot 100 \Rightarrow$$

$Z_{echiv\,1,2}$ $\quad R_{x1,2}$

$\boxed{\varepsilon_{x_1} = 0,92\ \%}$

$\boxed{\varepsilon_{x_2} = 0,008\ \%}$

(c) Între ce limite (maximă și minimă) ale rezistenței R_x se poate folosi conexiunea aceasta, dacă impedanța măsurată are $R_{sonde + terminale} = 100\,m\Omega$, $C_p = 20\,pF$, $f = 100\,KHz$ și se impune ca eroarea sistematică să nu depășească 1%..



Configurație 2T

$$Z_{elur} = \frac{1}{j\omega C_p} \parallel (R_x + R_c) = \frac{R_x + R_c}{1 + j\omega C_o (R_x + R_c)}$$

$$\varepsilon = \left(\frac{R_x + R_c}{R_x \sqrt{1 + \omega^2 (R_c + R_c)^2 C_p^2}} - 1 \right) \cdot 100$$

$$\varepsilon \leq 1\% \Rightarrow \frac{R_x + R_c}{R_x\sqrt{1+\omega^2(R_x+R_c)^2 C_p^2}} \leq 1$$

Dacă R_x mic $\Rightarrow \omega^2 C_p^2 (R_x+R_c)^2 \ll 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow |Z_{echiv}| = R_x + R_c \Rightarrow 100 \cdot \frac{R_c}{R_x} \leq 1 \Rightarrow R_x \geq 100 \cdot 100 \cdot 10^{-3} =$

$\Rightarrow R_x \geq 10\Omega \Rightarrow \boxed{R_{x\,min} = 10\Omega}$

Dacă R_x mare $\Rightarrow R_x + R_c \simeq R_x \Rightarrow$

$\Rightarrow |Z_{echiv}| = \frac{R_x}{\sqrt{1+\omega^2 C_p^2 R_x^2}} \Rightarrow 100 \cdot \left| \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2 C_p^2 R_x^2}} - 1 \right| \leq 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow 1 + \omega^2 C_p^2 R_x^2 \leq \left(\frac{100}{99}\right)^2 \Rightarrow R_x \leq 11{,}3\ k\Omega. \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{R_{x\,max} = 11{,}3\ k\Omega}$

$R_x \in [10\Omega;\ 11{,}3\ k\Omega]$.

(5) (a) Pentru o punte Wheatstone, tensiunea de dezechilibru are valorile $U_{d1} = -11\ mV$ pentru $R_{4.1} = 1{,}011\ k\Omega$ și $U_{d2} = 11\ mV$ pentru $R_{4.2} = 0{,}989\ k\Omega$. Determinați valoarea rezistenței $R_{4.0}$ pentru a aduce puntea la echilibru.

$$\boxed{U_d = E\, S \cdot \sigma}, \quad \sigma = \frac{R_4 - R_{4.0}}{R_{4.0}}$$

$$\begin{cases} U_{d1} = E S \cdot \sigma_1 \\ U_{d2} = E \cdot S \cdot \sigma_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{U_{d1}}{U_{d2}} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{\frac{R_{4.1} - R_{4.0}}{R_{4.0}}}{\frac{R_{4.2} - R_{4.0}}{R_{4.0}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{U_{d1}}{U_{d2}} = \frac{R_{4.1} - R_{4.0}}{R_{4.2} - R_{4.0}} \Leftrightarrow \frac{-11}{11} = \frac{1,011 - R_{4.0}}{0,989 - R_{4.0}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_{4.0} - 0,989 = 1,011 - R_{4.0} \Rightarrow R_{4.0} = \frac{1,011 + 0,989}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{R_{4.0} = 1\ k\Omega}$$

(b) Comparați, ca ordin de mărime, factorii de calitate ai bobinelor și condensatoarelor.

$$Q = \frac{X}{R}$$

unde R = rezistența parazită ↗ serie pt. bobină (este mică) ↘ paralel pt. condens (rez. de scurgeri în dielectric - mare) $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \boxed{Q_L \gg Q_C}$$