课程《信号与系统》笔记

NH5

更新于 2025.3.9

1 信号和系统的概念与分类

1.1 信号的分类

信号可以从如下四个维度进行分类:
确定与随机、连续与离散、周期与非周期、能量与功率

1.1.1 确定与随机

确定信号: 具有确定时间函数的信号
随机信号: 不具有确定性函数, 只能从统计意义上描述

1.1.2 连续与离散

连续信号和离散信号的区别在于定义域是否连续, 类似函数和数列

1.1.3 周期与非周期

含义类似周期函数或周期数列
注意: 两个周期数列的组合不一定是周期数列
例如:

$$f_1(t) = \cos(t)$$
$$f_2(t) = \cos(0.1\pi t)$$
$$f(t) = f_1(t) + f_2(t)$$

1.1.4 能量与功率

信号的能量与功率通过如下公式计算:

能量:

$$W = \lim_{T\to\infty}\int_{-T}^{T}|f(t)|^2dt$$

$$W = \lim_{N\to\infty}\sum_{-N}^{N}|f(k)|^2$$

功率:

$$P = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}|f(t)|^2dt$$

$$P = \lim_{N\to\infty}\frac{1}{2N}\sum_{-N}^{N}|f(k)|^2$$

能量信号:

$$0 < W < \infty, P \to 0$$

功率信号:

$$0 < P < \infty, W \to 0$$

存在某些信号, 既不是能量信号, 也不是功率信号, 例如 $f(t) = e^t$.

1.2 系统的分类

1.2.1 系统的定义

系统由若干相互联系的单元组成, 具有某种功能, 用以达到某种目的.

激励 (Excitation,$e(t)$) 输入系统, 输出响应 (Response,$r(t)$)

1.2.2 系统的描述

可以通过数学模型 (输入输出方程、状态方程等) 或物理模型 (电路等) 等方式描述系统

连续时间系统用 N 阶常系数微分方程描述:

$$
\begin{aligned}
&y^{(n)}(t)+a_{n-1}y^{(n-1)}(t)+...+a_1y^{(1)}(t)+a_0y(t)\\
=&b_mf^{(m)}(t)+b_{m-1}f^{(m-1)}(t)+...+b_1f^{(1)}(t)+b_0f(t)
\end{aligned}
$$

方程左边是输出信号 $y(t)$, 方程右边是输入信号 $f(t)$.

这里 ppt 中的公式有错误, 对照教材查看是笔记当前的公式

除了微分方程, 还可以用框图描述.

1.2.3 系统的分类

系统分类由五个维度: 连续时间和离散时间、线性和非线性、时变和时不变、因果和非因果、稳定和非稳定

连续离散:

输入输出都是连续信号的系统是连续时间系统, 相应的可以得到离散时间系统的定义

线性非线性:

符合**齐次性**和**叠加性**的系统是线性系统

任何线性系统都可以分解为零输入相应与零状态响应的和

时变时不变:

当输入从 $f(t)$ 变为 $f(t-t_0)$ 时, 相应的输出由 $y(t)$ 变为 $y(t-t_0)$, 这样的系统称为时不变系统

相应的, 不满足条件的称为时变系统

因果非因果:

响应不早于激励产生的系统称为因果系统

可以通过判断输出是否早于输入判断系统类型

稳定非稳定:

对任何有界输入都只产生有界输出的系统是稳定系统

课程重点在**线性时不变连续时间系统 (LTI 系统)**

2 连续时间信号

2.1 常用信号

2.1.1 正弦信号

$$f(t) = A\sin(\omega_0 t + \varphi)$$

2.1.2 实指数信号

$$f(t) = Ke^{\alpha t}$$

单边指数信号:

$$f(t) = \begin{cases} e^{\alpha t}, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

2.1.3 虚指数信号

$$f(t) = e^{j\omega t}$$

它是周期信号

2.1.4 复指数信号

$$f(t) = Ke^{st}, s = \sigma + j\omega$$

2.1.5 抽样信号

抽样函数具有如下性质:
实函数、偶函数、衰减函数;
零点:$x = \pm k\pi$;
最大值:$Sa(0) = 1$;

$$\int_{-\infty}^{\infty} Sa(t)dt = \pi$$