

Strömungsmechanik I

Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Uwe Janoske

Lehrstuhl für Strömungsmechanik
Bergische Universität Wuppertal
Fakultät für Maschinenbau und Sicherheitstechnik

Wintersemester 2023/24

- ① Einführung
 - Allgemeines zur Vorlesung
 - Ziele der Vorlesung
 - Beispiele der Strömungsmechanik
- ② Grundbegriffe der Strömungsmechanik
 - Kompressibilität
 - Teilchenkräfte
 - Reibungsbehaftete Strömung
 - Viskosität
 - Vergleich mit Festkörper
 - Schallgeschwindigkeit
- ③ Fluid-Statik
 - Druck
 - Hydrostatik
 - Isotherme Schichtung
 - Isentrope Schichtung
 - Druckbegriffe
 - Saugwirkung

Fluidkräfte auf ebene Wandungen

Seitenkraft auf ebene Wände

Aufkraft

Auftrieb

④ Fluid-Dynamik

Grundlagen

Fluidgeschwindigkeiten

Begriffe

Fluid-Kinematik

Fluid-Kinetik

Eigenschaften turbulenter Strömung

Grenzschichttheorie

Unstetigkeitsflächen

Bernoulli-Gleichung

⑤ Strömungen ohne Dichteänderung

Rohrströmung

Rohreinbauten

Was ist Strömungsmechanik?

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x}(\rho uu) - \frac{\partial}{\partial y}(\rho uv) - \frac{\partial}{\partial z}(\rho uw) - \frac{\partial}{\partial x}\tau_{xx} - \frac{\partial}{\partial y}\tau_{yx} - \frac{\partial}{\partial z}\tau_{zx} - \frac{\partial}{\partial x}p + \rho g_x$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x}(\rho uv) - \frac{\partial}{\partial y}(\rho vv) - \frac{\partial}{\partial z}(\rho vw) - \frac{\partial}{\partial x}\tau_{xx} - \frac{\partial}{\partial y}\tau_{yx} - \frac{\partial}{\partial z}\tau_{zx} - \frac{\partial}{\partial y}p + \rho g_y$$

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x}(\rho uw) - \frac{\partial}{\partial y}(\rho vw) - \frac{\partial}{\partial z}(\rho ww) - \frac{\partial}{\partial x}\tau_{xx} - \frac{\partial}{\partial y}\tau_{yx} - \frac{\partial}{\partial z}\tau_{zx} - \frac{\partial}{\partial z}p + \rho g_z$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

Drei gekoppelte, partielle, nichtlineare Differentialgleichungen

- Strömungsmechanik I: Vorlesung im 5. Semester: 2 SWS Vorlesung und 2 SWS Übung
- Strömungsmechanik II: Vorlesung im 6. Semester: 2 SWS Vorlesung und 2 SWS Übung
- Übungen als Vortragsübung oder als Gruppenübung
- Erarbeitung des Stoffes durch selbstständiges Üben **unerlässlich**
- Die vorliegende Präsentation ist ein Arbeitsmanuskript, d.h. in der Vorlesung folgen weitere
 - Ergänzungen
 - Beispiele

- Empfehlungen für Bücher:
 - Herwig, H.: Strömungsmechanik: Einführung in die Physik von technischen Strömungen, Vieweg+Teubner, 2008
 - Durst, F.: Grundlagen der Strömungsmechanik, Springer, 2006
 - Kuhlmann, H.: Strömungsmechanik, Pearson Studium, 2006
 - Schade, H., Kunz, H., Kameier, F., Paschereit, C.O.: Strömungslehre, De Gruyter Studium, 2013
 - Herbert Sigloch, Technische Fluidmechanik, Springer
- Es findet ein wöchentliches Tutorium (Termin wird über Moodle bekanntgegeben) für Fragen zu Inhalten und Übungen statt

Hinweis: Die Vorlesungsunterlagen sind für den Gebrauch in der Vorlesung bestimmt. Es wird für den weiteren Gebrauch auf die Literaturstellen im Anhang verwiesen.

- Verständnis der Grundprinzipien der Strömungsmechanik, der zugrundeliegenden Annahmen sowie der Berechnungsgleichungen
- Fähigkeit zur Übertragung der theoretischen Kenntnisse auf praktische Probleme
- Fähigkeit sich selbständig in neue Problemstellungen mit Hilfe von Literatur einarbeiten zu können

Hinweis:

Mit Anwendungen der Strömungslehre wird man in nahezu jedem Bereich des Maschinenbaus konfrontiert

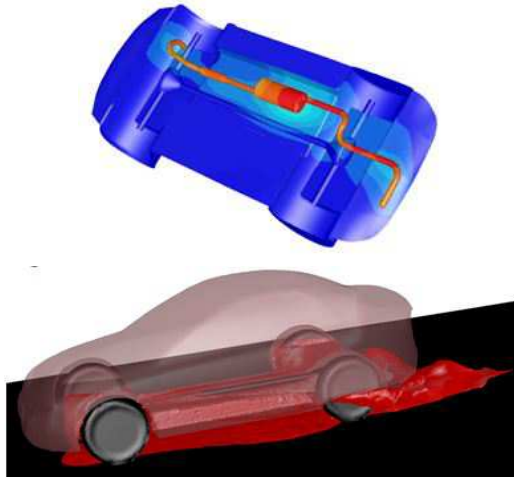


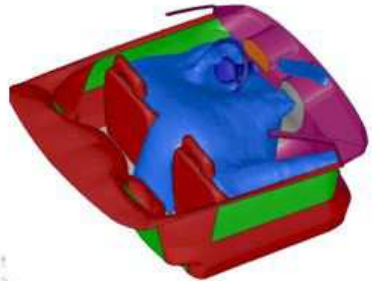
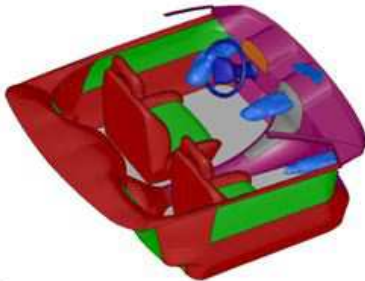
- Aerodynamik
 - Auslegung von Tragflächenprofilen
- Kfz-Bereich
 - Auslegung von Innenraumströmungen (Klimatisierung)
 - Strömungsvorgänge im Motor (Zylinder, Abgasanlage)
- Hydraulik / Pneumatik
- Arbeits- und Kraftmaschinen
 - Gebläse / Verdichter / Pumpen
-











- **Fluid** = nichtfestes Kontinuum (Flüssigkeit, Gas)
- **Kontinuum** = zusammenhängendes Medium
- **Kontinuumsbedingung**: Verhältnis der mittleren freien Weglängen der Moleküle wesentlich kleiner als eine charakteristische Geometrie, d. h. Knudsen-Zahl $Kn \ll 1$
- Für technische Anwendungen in der Regel erfüllt, ansonsten Betrachtung der Gasmoleküle als diskrete (einzelne) Teile, z.B. Strömungsprobleme in Atmosphäre ab ca. 50 km Höhe

- **Inkompressibles Fluid**
 - ist massenbeständig und annähernd volumenbeständig (konstante Dichte)
 - üblicherweise bei Flüssigkeiten erfüllt
- **Kompressibles Fluid**
 - ist massenbeständig und **nicht** volumenbeständig (veränderliche Dichte)
 - In der Regel bei Gasen und Dämpfen

- Relative Volumenänderung als Funktion von Druck und Stoffeigenschaft

$$\frac{\Delta V}{V_0} = -\frac{\Delta p}{E}$$

E = Volumen-Elastizitätsmodul

- Bei Flüssigkeiten ist der Volumen-Elastizitätsmodul E kleiner als der (lineare) E -Modul von Festkörpern

- Wasser
 - $E = 2000 \text{ N/mm}^2$
- Öl
 - $E = 1000 \text{ N/mm}^2$
- Stahl
 - $E = 200000 \text{ N/mm}^2$
- Kehrwert des E -Moduls wird als **Kompressibilität K** bezeichnet

$$K = \frac{1}{E} = -\frac{1}{\Delta p} \frac{\Delta V}{V_0}$$

- Bei Gasen kann, wenn die Volumenänderung relativ klein ist und die Temperatur konstant bleibt, das Gesetz von Boyle-Mariotte verwendet werden

$$pV = \text{const.}$$

- Als relative Volumenänderung ergibt sich daraus

$$\frac{\Delta V}{V_0} \approx -\frac{\Delta p}{p_0}$$

- Umgeformt erhält man mit $p_0 = E$

$$\frac{\Delta \rho}{\rho_0} = \frac{\Delta p}{E}$$

- Die Druckänderung entspricht in erster Näherung dem Staudruck

$$\Delta p = \frac{\rho_0}{2} c^2$$

- Gasströmungen können als inkompressibel betrachtet werden, wenn gilt:

$$\frac{\Delta \rho}{\rho_0} = \frac{\Delta p}{E} \ll 1$$

- d.h. der Staudruck sehr viel kleiner als der E-Modul ist
- Führt man die Laplace-Beziehung für die **Schallgeschwindigkeit a** und die **Machzahl Ma** ein

$$a^2 = \frac{E}{\rho_0} \qquad Ma = \frac{c}{a}$$

- erhält man:

$$\frac{\Delta \rho}{\rho_0} = \frac{1}{2} Ma^2$$

d.h. Kompressibilität vernachlässigbar für $\frac{1}{2} Ma^2 \ll 1$

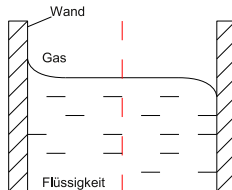
- **Massenanziehungskräfte = Teilchenkräfte bei Fluiden sehr viel kleiner als bei Festkörpern \Rightarrow Verschiebbarkeit, Anpassung an Gefäßform**
 - **Kohäsionskräfte** zwischen Atomen oder Molekülen **einer** Phase, heben sich im Innern einer Phase auf
 - **Adhäsionskräfte** an Phasengrenzen fest / fest oder fest / flüssig
 - **Adsorption:** Anlagern von Gasen / Dämpfen an der Oberfläche fester Körper
 - **Absorption:** Aufnahme von Gasen / Dämpfen durch Flüssigkeiten oder Feststoffe
 \Rightarrow Deutliches Auftreten der Kräfte an Trennflächen als **Grenzflächenkräfte**

- Beobachtbare Erscheinungen
 - Gas / Gas: Meist keine Grenzfläche \Rightarrow Sofortige Mischung
 - Gas / Flüssigkeit: Kohäsionskräfte dominant \Rightarrow Kapillarspannung
 - Gas / Festkörper: Festkörper–Form bestimmt Grenzfläche
 - Flüssigkeit / Festkörper:
 - Kohäsion $>$ Adhäsion \Rightarrow Nichtbenetzendes Fluid



- Kohäsion $<$ Adhäsion \Rightarrow Benetzendes Fluid
- Flüssigkeit / Flüssigkeit: Bei mischbaren Flüssigkeiten keine Grenzfläche ansonsten wie bei Flüssigkeit / Festkörper

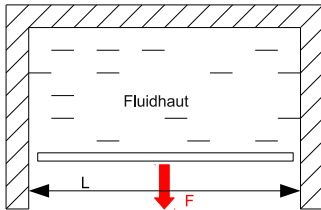
Randwinkel $\alpha < 90^\circ$
z.B. Wasser / Glas
Adhäsion Kohäsion



Randwinkel $\alpha > 90^\circ$
z.B. Quecksilber / Glas
Adhäsion Kohäsion

Teilchenkräfte bestimmen Form der Oberfläche

- Kapillarität wird bestimmt durch
 - Kapillarspannung (Oberflächenspannung) durch Kohäsion
 - Kapillarwirkung durch Adhäsion

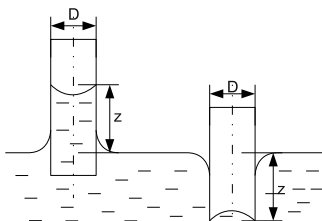


Kapillarspannung durch nicht
kompensierte Kräfte am Fluid-Rand

$$\sigma = \frac{F}{l}$$

Kapillarspannungen sind sehr klein und
nehmen mit steigender Fluidtemperatur
ab

Beispiel: Luft / Wasser: $\sigma = 0.073 \text{ N/m}$



- Flüssigkeit steigt / fällt im Rohr solange bis

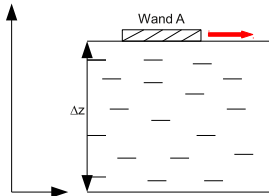
⇒ Gewichtskraft = Kapillarkraft

$$\frac{D^2 \pi}{4} \bar{z} \rho g = \sigma D \pi$$

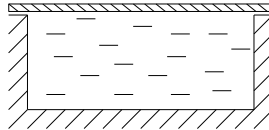
⇒ Anhebung / Senkung

$$z = \frac{4\sigma}{D\rho g}$$

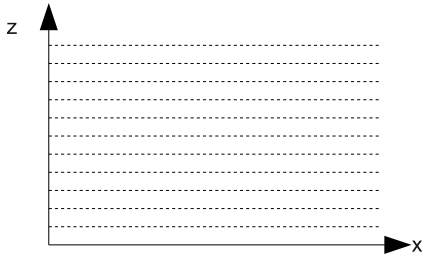
Strömung zwischen zwei parallelen
Wänden, Wand A bewegt sich



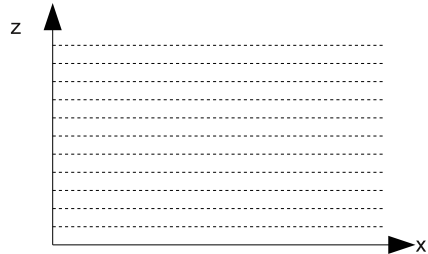
Strömung in einem Behälter mit
bewegter Wand



Couette-Strömung



Allgemeiner Fall



- Ausgangspunkt: Wie groß ist die erforderliche Kraft F ?
- Deformationsgeschwindigkeit $D = \frac{du}{dz} = \dot{\gamma}$
- Newtonsches Reibungsgesetz Scherkraft $F = \eta \cdot \frac{du}{dz} \cdot A = \tau_{zx} \cdot A$
- Indizierung von Spannungen:
 - Erster Index entspricht der Richtung des Normalenvektors der Fläche
 - Zweiter Index entspricht Kraftrichtung
- Dynamische Viskosität η als Proportionalitätskonstante

- **Newton'sches Medium**(technische Fluidmechanik) $\eta = \eta(p, T)$
- **Nicht-Newton'sches Medium**(Rheologie) $\eta = \eta(p, T, D, t)$
- Physikalische Interpretation

Viskosität beschreibt molekularen Impulsaustausch

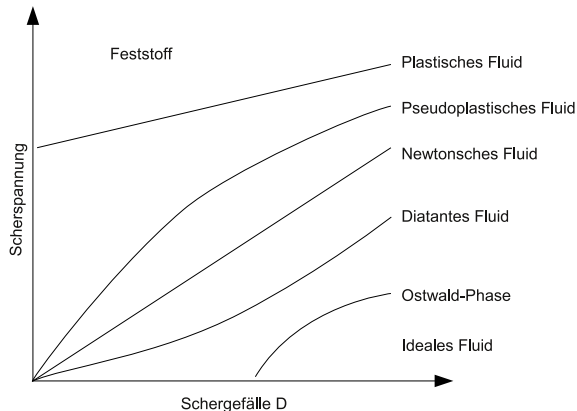
- Dynamische Viskosität

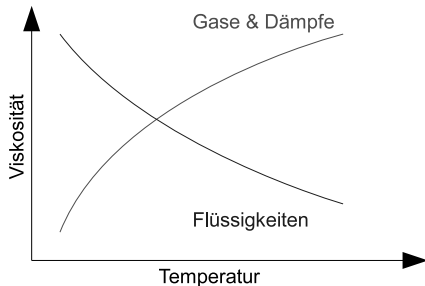
↪ η in Pas = kg/(ms)

- Kinematische Viskosität

↪ $\nu = \frac{\eta}{\rho}$ in m^2/s

- **Strukturviskose**
(pseudoplastische)
Fluide
scherverdünnend
- **Dilatante Fluide**
scherverdickend
- **Bingham Medien**
mit Fließgrenze
- **Thixotrope Fluide**
zeitlich abnehmende
Viskosität
- **Rheopexe Fluide**
zeitlich zunehmende
Viskosität





Flüssigkeiten:

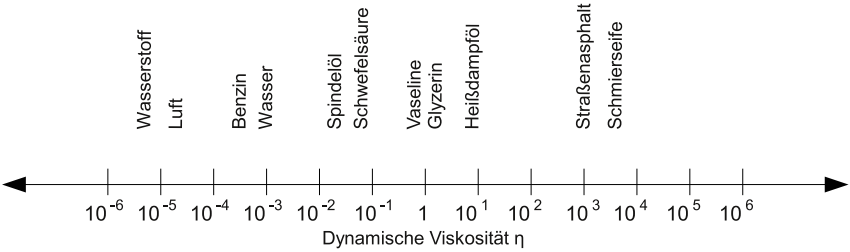
Kohäsionskräfte nehmen mit steigender Temperatur ab,

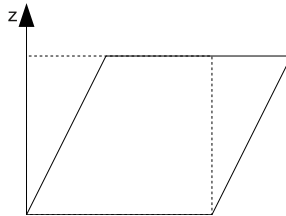
Viskosität nimmt ab

Gase:

Teilchenstöße nehmen mit steigender Temperatur zu (kinetische Gastheorie),

Viskosität nimmt zu

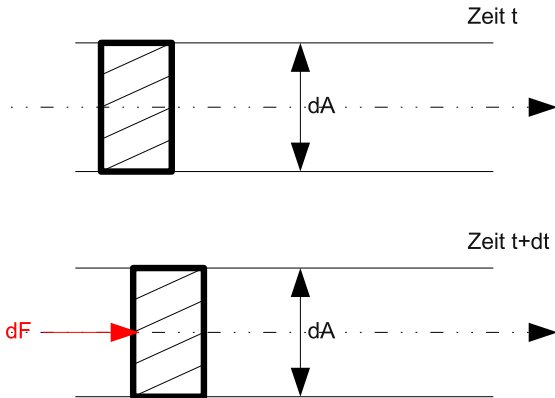




- Schubspannung nach Hookeschem Gesetz (Schubmodul G)

$$\tau = G \cdot \gamma$$

- Konstante, geringe Schubspannung verursacht konstante, elastische (nicht-bleibende) Verformung



Schallgeschwindigkeit = Geschwindigkeit, mit der sich kleine Druckänderungen in einem Fluid ausbreiten

$$a = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}}$$

- Annahme: Isentrope Zustandsänderung:

$$\frac{p}{\rho^\kappa} = \text{const}$$

- Annahme: Gültigkeit der Zustandsgleichung idealer Gase

$$p = \rho RT$$

$$\Rightarrow a = \sqrt{\kappa RT} = \sqrt{\kappa \frac{p}{\rho}}$$

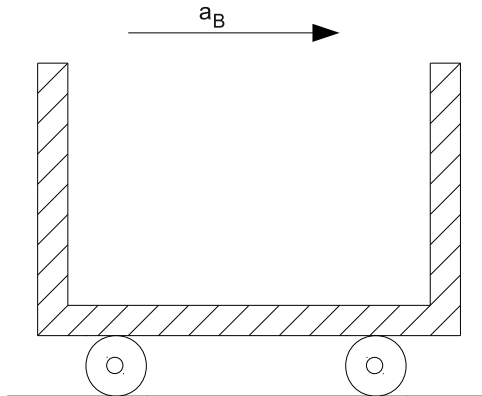
Stoff	ρ_0	κ	R	E	a
Temperatur 20°C	$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	$\frac{\text{J}}{\text{kg K}}$	$\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$	$\frac{\text{m}}{\text{s}}$	
Stahl	7850			$2,1 \cdot 10^{11}$	5170
Grauguß	7250			$0,7 \cdot 10^{11}$	3210
Beton	2300			$0,3 \cdot 10^{11}$	3730
Wasser	998,2			$2,06 \cdot 10^9$	1437
Quecksilber	13595			$28,3 \cdot 10^9$	1440
Luft trocken		1,4	287,1		343
Helium		1,66	2078,7		1005
Wasserstoff		1,4	4123,1		1300
Kohlenmonoxid		1,3	188,8		268
Ammoniak		1,31	488,3		433
Methan		1,32	518,9		446

Definition

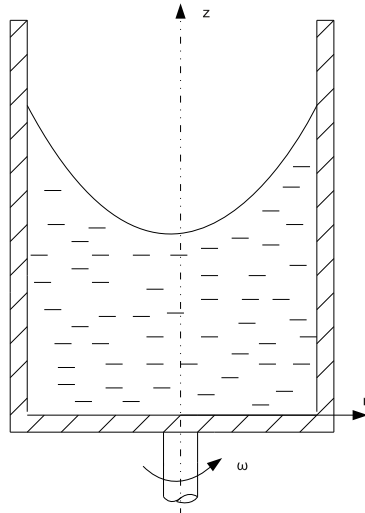
- **Trennfläche** = Grenzfläche zwischen zwei nichtmischbaren Flüssigkeiten
- **Freie Oberfläche** = Grenzfläche einer Flüssigkeit gegenüber einem Gas

Leichte Verschiebbarkeit der Fluidteilchen hat zur Folge

- In ruhenden Grenzflächen wirken zwischen den Fluidteilchen nur Normalkräfte
- Der Druck an freien Oberflächen und Trennflächen ist konstant



Fluidteilchen relativ zueinander in Ruhe



Definitionen

- Als Druckspannung wird der Quotient aus Normalkraft und Fläche definiert

$$Druck = p = \frac{dF}{dA}$$

- Verwendete Einheiten für den Druck

$$1 Pa = 1 N/m^2$$

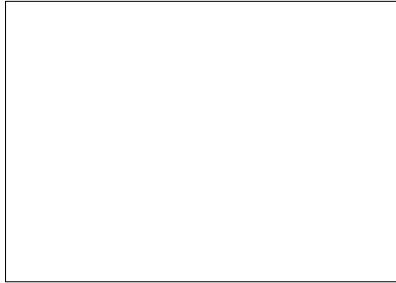
$$1 bar = 10^5 N/m^2 = 10^5 Pa$$

$$1 N/mm^2 = 10^6 N/m^2 = 10 bar$$

Pascal

$$\text{Alte Einheiten: } 1 at = 1 kp/cm^2 = 9.81 N/cm^2 = 0.981 bar$$

Atmosphäre at



- Bestimmung der Richtungsabhängigkeit durch Bilanzierung der Kräfte und Momente an kleinem Fluidelement
- Kräftegleichgewicht $\sum \vec{F} = 0$
- Momentengleichgewicht $\sum \vec{M} = 0$

⇒ **Ergebnis**

$$p_x = p_y = p_z = \frac{dF}{dA} = p$$

$$dF_x = dF \cos \alpha_x$$

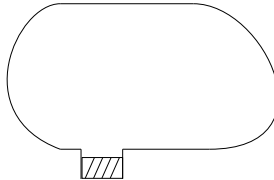
$$dF_x = dp_x dA \cos \alpha_x$$

$$dF_y = dF \cos \alpha_y$$

$$dF_y = dp_y dA \cos \alpha_y$$

$$dF_z = dF \cos \alpha_z$$

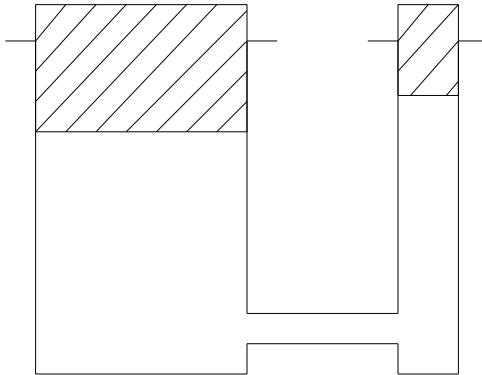
$$dF_z = dp_z dA \cos \alpha_z$$



Druckfortpflanzungsgesetz von PASCAL

Wird auf ein vollständig umschlossenes Fluid an einer Stelle eine Pressung ausgeübt, pflanzt sich der Druck ohne Berücksichtigung der Dichte, d.h. Schwerewirkung nach allen Richtungen gleichmäßig und unvermindert durch das gesamte Fluid fort. Überall im Innern des Fluids und an der Berandung herrscht deshalb der gleiche Druck.

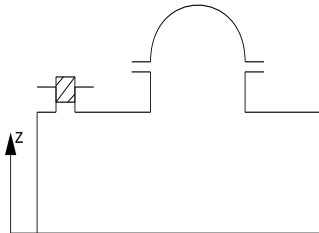
Prinzip der hydraulischen Presse



- Technische Arbeit bei Gasprozessen in der Thermodynamik

$$W = \int p dV$$

- Zwei Typen von Druckenergiespeichern möglich
 - Gewichtsspeicher **mit** konstantem Druck
 - Druckgasspeicher (Windkessel) **ohne** konstanten Druck



Es gilt:

$$dF_n = p \cdot dA = \frac{F_K}{A_K} dA$$

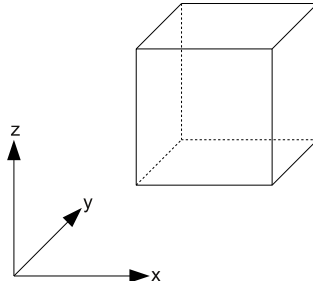
$$dF_z = dF_n \cdot \cos\alpha = p dA \cdot \cos\alpha$$

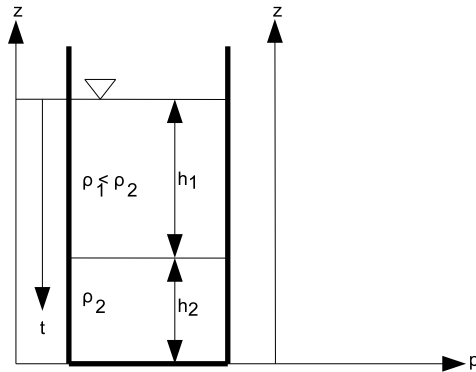
$$dA_{Pro} = dA \cdot \cos\alpha$$

$$F_z = \int_A dF_z = p \int_A dA_{Pro} = p \cdot A_{Pro}$$

Die **Druck- oder Preßkraft** auf eine gewölbte Fläche in einer bestimmten Richtung ergibt sich demnach aus dem **Produkt von Fluiddruck und Projektionsfläche A_{Pro}** der gepreßten Fläche in der betrachteten Richtung, d.h. auf eine dazu senkrechte Ebene. Das gilt für alle Richtungen.

Ein Fluid bleibt in Ruhe oder gleichbleibender Geschwindigkeit und damit im Gleichgewicht, wenn die Summe der angreifenden Kräfte verschwindet.





- Bei kleinen Höhenänderungen ist Druckänderung durch Schwerewirkung meist vernachlässigbar
- Bei Gasschichten großer Ausdehnung (z.B. Atmosphäre) berücksichtigen
- Ausgang: Hydrostatischer Druck

$$\frac{-\partial p}{\partial z} = \rho g$$

- Unterscheidung zwischen
 - **Isothermer Schichtung**
 - **Isentroper Schichtung**

- Teilweise auch als **barotrope Schichtung** bezeichnet
- Dichte nur Funktion des Drucks \Rightarrow **Gesetz von Boyle-Mariotte**

$$\frac{p_0}{\rho_0} = C = \frac{p}{\rho}$$

- Einsetzen und Integration der Gleichung in hydrostatische Gleichung

$$p = p_0 \exp\left(-\frac{\rho_0 g}{p_0} z\right) \quad (\Delta z \leq 400m)$$

- Der Index „0“ bezeichnet den Referenzzustand auf der Erdoberfläche
 $z_0 = 0$

- Annahme reibungsfreies Verhalten im adiabaten System

⇒ Isentropenbeziehung

$$\frac{p_0}{\rho_0^\kappa} = C = \frac{p}{\rho^\kappa}$$

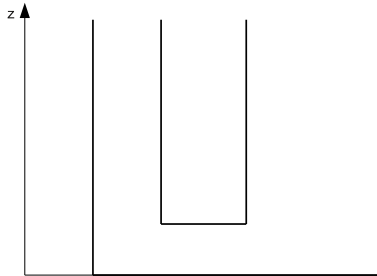
- Einsetzen und Integration der Gleichung in hydrostatische Gleichung
Barometrische Höhenformel der isentropen Schichtung

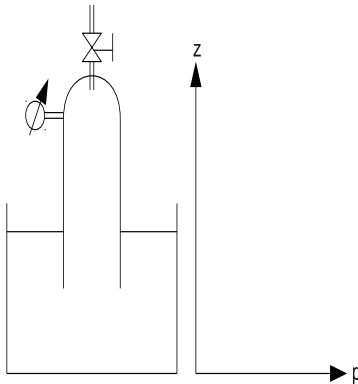
$$p = p_0 \left(1 - \frac{\kappa - 1}{\kappa} \frac{\rho_0 g}{p_0} z \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}}$$

- Der Index „0“ bezeichnet den Referenzzustand auf der Erdoberfläche
 $z_0 = 0$

In der Technik werden in der Regel folgende Bezeichnungen verwendet

- **Absoluter Druck** $p_{abs} \Rightarrow$ Bezogen auf Vakuum
Achtung: Index „abs“ wird häufig weggelassen!
- **Unterdruck** $p_u = p_b - p_{abs} \Rightarrow$ Bezogen auf Umgebungsdruck p_b
- **Überdruck** $p_{\ddot{u}} = p_{abs} - p_b \Rightarrow$ Bezogen auf Umgebungsdruck p_b
- **absolutes Vakuum** $p_{abs} = 0$
- **relatives Vakuum** $\Rightarrow \frac{p_u}{p_b} = \frac{p_b - p_{abs}}{p_b} = 1 - \frac{p_{abs}}{p_b}$





Betrachtung zweier Drücke

$$p_1 = p_{s,abs} + \rho g(H_s + h)$$

$$p_2 = p_b + \rho g h$$

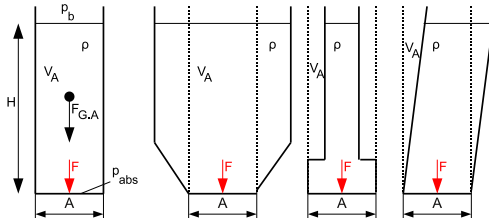
$$p_1 = p_2 \Rightarrow H_s$$

Saughöhe H_s

$$H_s = \frac{p_b - p_{s,abs}}{\rho g} = \frac{p_{s,u}}{\rho g}$$

Achtung:

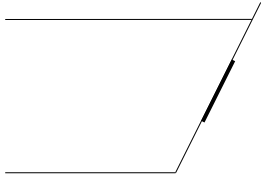
$p_{s,abs}$ muss größer als Dampfdruck der Flüssigkeit sein, ansonsten Dampfblasenbildung



Die Bodenkraft wird ausschließlich von der Größe der belasteten Bodenfläche und der Höhe der darüber befindlichen Fluidsäule bestimmt. Die Form des Gefäßes dagegen ist vollkommen ohne Einfluss

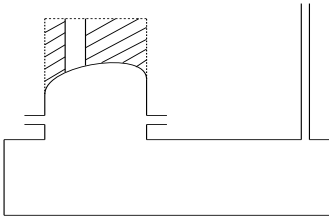
Die Bodenkraft wird damit:

$$F = p_{\bar{u}} \cdot A = \rho g H A = \rho g V_A = F_{G,A}$$



Die Seitenkraft ist vollständig bestimmt durch

- Größe der Kraft
- Richtung der Kraft
- Angriffspunkt der Kraft



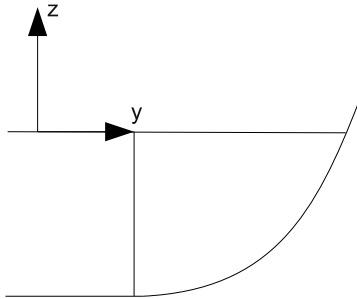
Die kleine Aufkraft dF beträgt:

$$dF = p_{\ddot{u}} \cdot dA = \rho g \cdot t dA = \rho g dV$$

Die **Aufkraft** wird damit:

$$F = \int dF = \rho g \int dV = \rho g V = F_G$$

Die Aufkraft ist identisch mit der Gewichtskraft des (fiktiven) Flüssigkeitszylinders, der sich über der gedrückten Fläche bis zum freien Flüssigkeitsspiegel aufbauen lässt. Die Kraftwirkungslinie geht durch den Schwerpunkt SV dieses Flüssigkeitszylinders mit dem Volumen V .



Die Gesamtkraft auf die Wand setzt sich zusammen aus

- Horizontalkraft F_y
- Vertikalkraft F_t

Für die **Horizontalkraft** F_y gilt

- ① Die Horizontalkraft gegen eine gekrümmte Fläche ist identisch mit der Druckkraft gegen die Projektion der gedrückten Fläche in waagrechter Richtung

$$F_y = \rho g t_{s,y} A_y = p_{s,y,\ddot{u}} A_y$$

- ② Die Wirkungslinie der Horizontalkraft geht durch den Druckmittelpunkt D, der vertikalen Projektionsfläche mit dem Flächenträgheitsmoment $I_{s,y}$ der Projektionsfläche A_y in Bezug auf die Achse in x-Richtung durch den Schwerpunkt S_y

$$e_y = t_{D,y} = -t_{s,y} = \frac{I_{s,x}}{t_{s,y} A_y}$$

Für die **Vertikalkraft** F_t gilt

- 1 Die Vertikalkraft gegen eine gekrümmte Fläche wird durch die Gewichtskraft der seitlich senkrecht begrenzten Flüssigkeitssäule verursacht, die über der gedrückten Fläche steht und bis zum Spiegel reicht

$$F_t = \rho g V = F_G$$

$$F_z = -F_t = -F_G$$

- 2 Die Wirkungslinie der Vertikalkraft geht durch den Schwerpunkt des Flüssigkeitskörpers, der über der gedrückten Fläche bis zum Spiegel steht.

Für die **Gesamtkraft** F gilt

⇒ Betrag

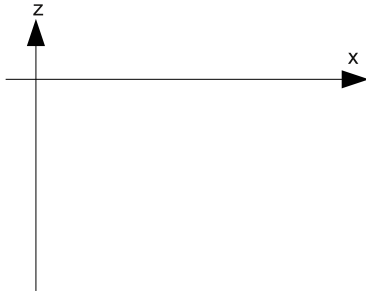
$$F = \sqrt{F_y^2 + F_t^2} = \sqrt{F_y^2 + F_z^2}$$

⇒ Richtung

$$\tan\beta = \frac{F_t}{F_y} = \frac{|F_z|}{F_y}$$

⇒ Angriffspunkt:

Schnittpunkt von F_y und F_t bzw. F_z



- **Ursache:**
Unterschiedlicher hydrostatischer Druck an Körperober- und -unterseite
- **Archimedisches Prinzip:**
Auftriebskraft gleich Gewichtskraft des verdrängten Fluids
- **Körper schwimmt bei $F_A = F_g$**

Körper dreht sich solange, bis die Auftriebskraft im Körperschwerpunkt angreift, d.h. die Integrale der Kräfte in der waagrechten Ebene verschwinden.

Einteilung von Strömungen

- Eindimensionale (Linien-)Strömung
- Zweidimensionale (Flächen-)Strömung
- Dreidimensionale (Raum-)Strömung
- **Instationäre Strömung**
 - Strömungsgrößen c, p, ρ, T sind abhängig von Ort und Zeit
- **Stationäre Strömung**
 - Strömungsgrößen c, p, ρ, T sind nur abhängig vom Ort

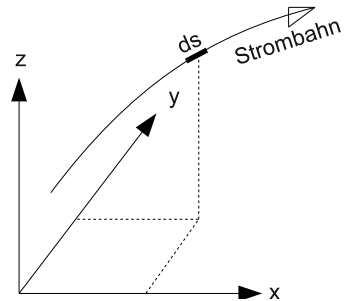
- Lokale Strömungsgeschwindigkeit c
- Mittlere Strömungsgeschwindigkeit $\bar{c} = \frac{1}{A} \int_A c dA$

Geschwindigkeit eines Fluidteilchens

$$\vec{c} = \frac{d\vec{s}}{dt} = \vec{e} \frac{ds}{dt}$$

$$d\vec{s} = \vec{e} ds = \vec{e}_x dx + \vec{e}_y dy + \vec{e}_z dz$$

$$\begin{aligned} \vec{c} = \vec{e}c &= \vec{e}_x \frac{dx}{dt} + \vec{e}_y \frac{dy}{dt} + \vec{e}_z \frac{dz}{dt} \\ &= \vec{e}_x u + \vec{e}_y v + \vec{e}_z w \end{aligned}$$



- **Strombahn (Fluidteilchen-Bahn)** Weg, den ein Fluidteilchen mit der Geschwindigkeit c in der Zeit t zurücklegt. Strombahnen können durch Zugabe von Schwebeteilchen, z.B. Aluminiumfitter in das strömende Medium sichtbar gemacht und durch **Langzeitaufnahmen** festgehalten werden.
- **Streichlinie** Verbindungslinie aller Fluidteilchen, welche einen festen Ort zu verschiedenen Zeiten passierten. Die zugehörige Streichlinie geht deshalb durch diesen Ort.
- **Stromlinie**
Tangentenkurve von aneinander anschließenden Geschwindigkeitsvektoren. Stromlinien können durch fotografische **Momentaufnahmen** sichtbar gemacht werden.

Bemerkungen zu Stromlinien

- Stromlinienverdichtung (-verengung) bedeutet Beschleunigung der Strömung
- Stromlinienverdünnung (-auffächerung) bedeutet Verzögerung der Strömung
- Stromlinien können nicht geknickt sein und sich nicht schneiden, da an einem Punkt nicht zugleich zwei verschiedene resultierende Fluidgeschwindigkeiten möglich sind
- Bei stationären Strömungen fallen Strombahnen, Streichlinien sowie Stromlinien zusammen und sind in ihrer Gestalt zeitlich unveränderlich

- **Isotachen** Linien gleicher Geschwindigkeit, d.h. diese Linien verbinden Punkte mit gleicher Fluidgeschwindigkeit
- **Stromröhre** Bündel von Stromlinien auf einer ortsfesten geschlossenen Raumkurve. Als Strömungsgeschwindigkeit wird jeweils die mittlere Geschwindigkeit über dem Querschnitt der Stromröhre bezeichnet
- **Stromfaden** Stromröhre mit infinitesimal kleinem Querschnitt, Zustandsgrößen sind über Stromfadenquerschnitt konstant, Stromfaden gibt Strömungsrichtung, keine Querkomponenten

Es wird unterschieden zwischen

- **Kinematik:** Geometrische Beschreibung der Bewegungsvorgänge
- **Kinetik:** Dynamische Beschreibung der Bewegungsvorgänge (Berücksichtigung von Kraftwirkungen)

In der Fluidmechanik existieren zwei verschiedene Betrachtungsweisen

- **LAGRANGESCHE** Betrachtungsweise
 - Weg jedes Fluidelements wird beschrieben
 - Verwendung von materiegebundenen Substanzgrößen
 - Teilchen wird durch momentane Lagekoordinaten und Anfangskoordinaten gekennzeichnet
 - Resultierende Bewegungsgleichungen sehr komplex



- EULERSCHE Betrachtungsweise
 - Zeit- und ortsabhängige Beschreibung des Geschwindigkeitsfeldes-Feldgrößen
 - Zustandsgrößen sind nicht an festgelegte Materieteilchen gebunden
 - Feldgrößen sind von Ort und Zeit abhängig $\vec{c} = f(\vec{s}, t) = f(x, y, z, t)$
- EULERSCHE Bewegungsgleichungen einfacher

Mit der Euler-Darstellung wird eine eindimensionale Strömung durch die folgenden Größen beschrieben:

- Weg s
- Geschwindigkeit c
 - $c = \frac{ds}{dt} = \dot{s} = f(s, t)$ bei instationärer Strömung
 - $c = \frac{ds}{dt} = \dot{s} = f(s)$ bei stationärer Strömung
- Beschleunigung a
 - $a = \frac{dc}{dt} = \dot{c} = \underbrace{\frac{\partial c}{\partial t}}_{a_l} + c \underbrace{\frac{\partial c}{\partial s}}_{a_k}$
 - a_l : Lokale oder transiente Beschleunigung. Beschleunigung am jeweiligen=lokalen Ort
 - a_k : Konvektive Beschleunigung der Fluidteilchen durch Ortsveränderung

- Volumenstrom

$$\dot{V} = \frac{dV}{dt} = \frac{dAs}{dt} = A \frac{ds}{dt} + s \frac{dA}{dt} \approx Ac$$

- Kontinuität

Nach dem Massenerhaltungsgesetz muss in jeder Stromröhre der Massenstrom konstant sein

(Bezeichnung der Kontinuitätsgleichung mit K)

$$\dot{m} = \rho Ac = \textit{konstant}$$

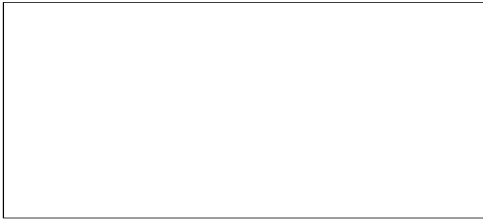
Bei Stoffen mit konstanter Dichte = inkompressibles Medium vereinfacht sich die Gleichung zu

$$\dot{V} = Ac = \textit{konstant}$$

- Übertragung von Gesetzmäßigkeiten, z.B. aus Experimenten
⇒ Reduktion des experimentellen Aufwandes
 - Einsatz von Ähnlichkeitsgesetzen, die gewährleisten
 - Geometrische Ähnlichkeit
 - Dynamische Ähnlichkeit
- ⇒ Ableitung von dimensionslosen Ähnlichkeitskennzahlen
- ⇒ **Π -Theorem nach Buckingham**

Die Funktion $f(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n) = 0$ mit **n physikalischen Parametern** a_1 bis a_n bei allgemein **i Grunddimensionen** kann durch eine Funktionsform $F(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{n-i})$ mit **(n-i) dimensionslosen Kennzahlen** π dargestellt werden.

- Strouhal-Zahl $Sr = \frac{l}{c \cdot t}$
- Euler-Zahl $Eu = \frac{p}{\rho c^2}$
- Reynolds-Zahl $Re = \frac{cl\rho}{\eta}$
- Froude-Zahl $Fr = \frac{c}{\sqrt{gl}}$
- Mach-Zahl $Ma = \frac{c}{a}$

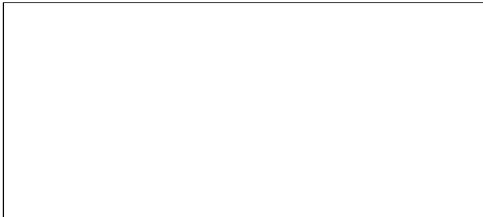


Laminare Strömung

- Wohlgeordnete Schichten der Fluidteilchen
- Regelmäßige Ordnung

Turbulente Strömung

- instationär
- statistisch zufällig
- dreidimensional
- drehungsbehaftet
- dissipativ



Entstehung von Turbulenz

- ❶ Anfachen kleiner Störungen
- ❷ Entstehen örtlicher Turbulenzstellen
- ❸ Anwachsen und Ausbreiten der lokalen Turbulenzbereiche bis zur voll ausgebildeten turbulenten Strömung

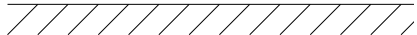


Kenngrößen turbulenter Strömung

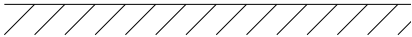
- Turbulenzgrad $Tu = \frac{\sqrt{\frac{1}{3} (\overline{u_x'^2} + \overline{v_x'^2} + \overline{w_x'^2})}}{c_\infty}$
- Strömungsgeschwindigkeit $\vec{c} = \vec{\bar{c}} + \vec{c}'$
- Wirbelviskosität $\eta_t \quad \tau_{ges} = \tau_{lam} + \tau_{turb} = (\eta + \eta_t) \frac{\partial c}{\partial i}$
- Strömungsumschlag bei Rohrströmungen
 - Laminare Strömung bei $Re < Re_{krit}$
 - Turbulente Strömung bei $Re > Re_{krit}$
 - Rohr -/ Kanalströmung $Re_{krit} \approx 2300$

Allgemeines

- Fluide haften an der Wand
- Einfluss der Wand geht schnell zurück
⇒ Übergangsschicht, die sogenannte **Grenzschicht**
- Einteilung des Strömungsfeldes in die Bereiche
 - Außenströmung
 - Grenzschicht
- Reibung praktisch nur in Grenzschicht
- Druck konstant senkrecht zur Grenzschicht



$$\frac{c_l(n)}{c} = 1 - \left| \frac{(\delta - n)}{\delta^2} \right|$$
$$\frac{c_t(n)}{c} = \left(\frac{n}{\delta} \right)^m \text{ mit } m \approx \frac{1}{7}$$

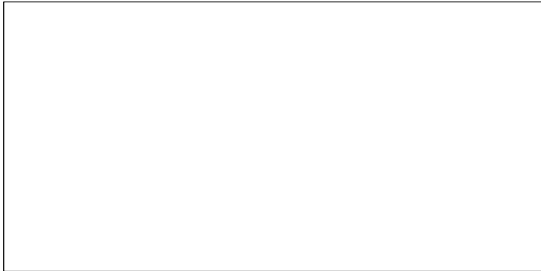


$\alpha_t > \alpha_l$ Näherungen für Geschwindigkeit
in der Grenzschicht

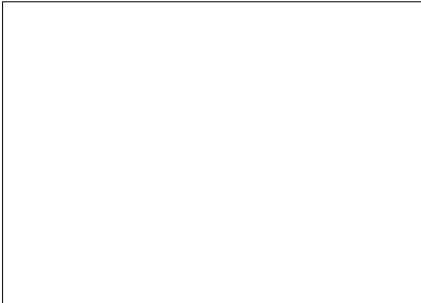
- Strömungszustand in Grenzschicht kann laminar oder turbulent sein
- Geschwindigkeitsanstieg bei turbulenter Strömung größer
⇒ Höherer Strömungswiderstand bei turbulenter Grenzschicht



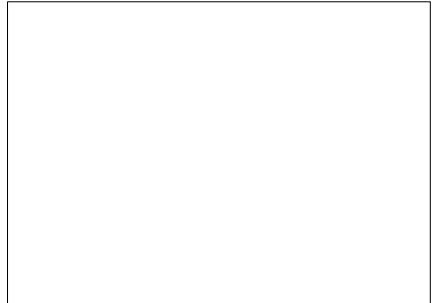
- Strömung wird von um- bzw. durchströmten Körper abgelenkt
- Zwischen Wand und abgelöster Strömung bilden sich Wirbel
- Gebiet wird als Ablösegebiet bezeichnet



Tragflügelumströmung

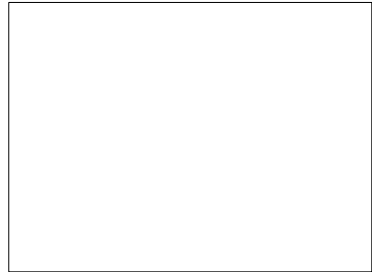
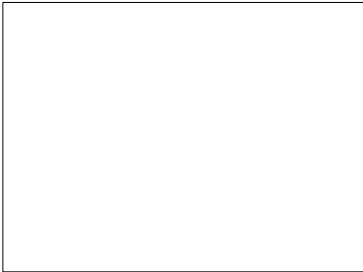


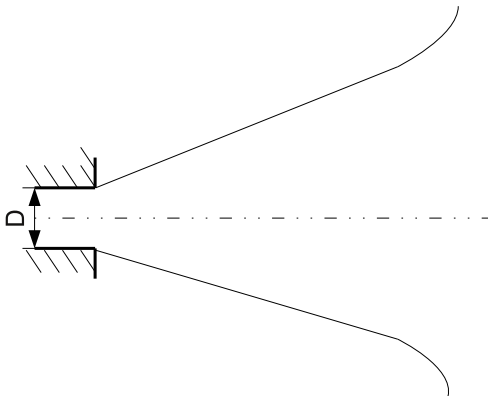
Ablösung bei Ecken-Umströmung

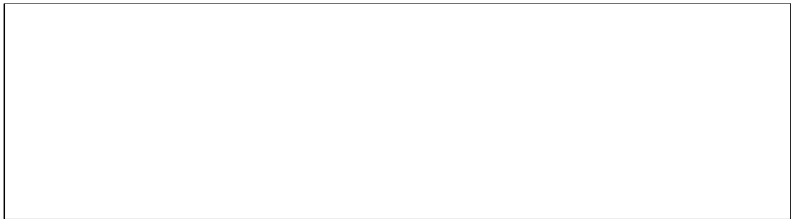


Diskontinuitäts- oder Unstetigkeitsflächen entstehen, wenn sich zwei Parallelströmungen verschiedener Geschwindigkeiten treffen. Es wird dabei unterschieden zwischen:

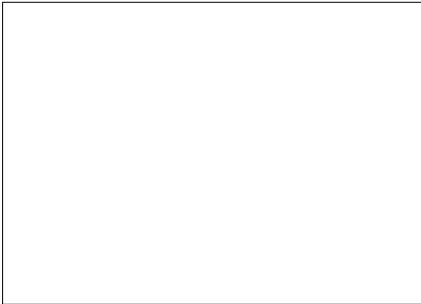
- **Idealen Fluiden:** Schichten laufen parallel nebeneinander her
- **Realen Fluiden:** Entstehung instabiler Trennschichten, die zur Wirbelbildung neigen



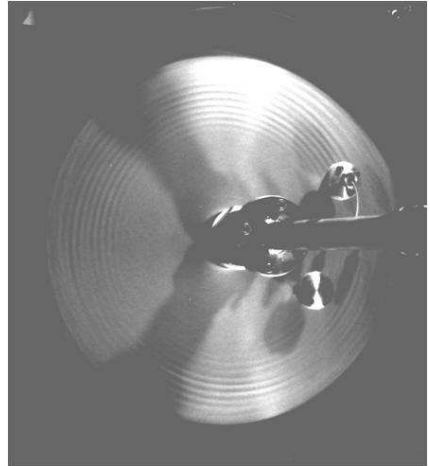




Schematisch

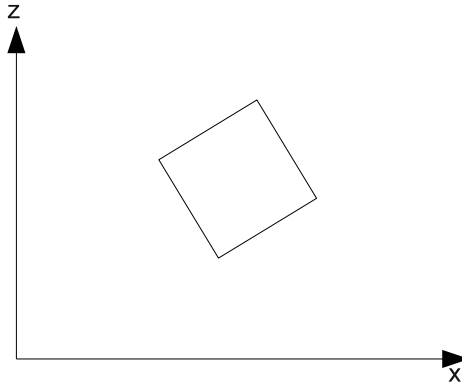


Anwendung in Querstromfilter

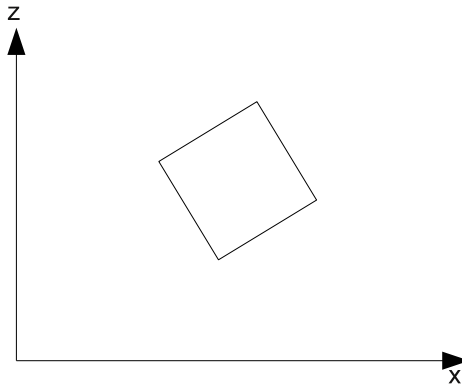




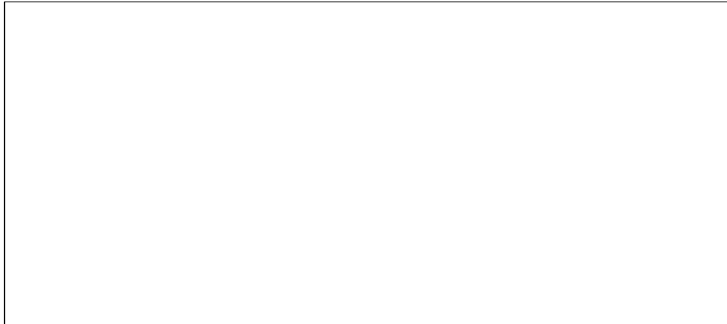
Kräfte auf Fluidteilchen in Bewegungsrichtung s



Kräfte auf Fluidteilchen in Normalenrichtung n



Kräfte auf Fluidteilchen mit Relativbewegung entlang der Bahnlinie s im rotierenden System



- Integration der instationären Eulerschen Bewegungsgleichung in Bewegungsrichtung ergibt

$$gz + \int_0^p \frac{1}{\rho} \partial p + \frac{c^2}{2} + \int_0^s \frac{\partial c}{\partial t} ds = \textit{konstant}$$

- Die lokale Beschleunigung beschreibt den transienten Anteil
- Wichtige instationäre Strömungen sind
 - Fluidschwingungen
 - Druck- oder Stromstoß nach Joukowsky
- **Joukowsky-Stoß:** Drucksprung bei plötzlicher Änderung der Strömungsgeschwindigkeit um Δc . Plötzliche Änderung bedeutet innerhalb einer Schließzeit $t \leq 2L/a$.

$$\Delta \approx \rho a \Delta c$$

Bilanzierung mechanischer Energie

- Energiegleichung der stationären Absolutströmung idealer volumenbeständiger Fluide = **Bernoulli-Gleichung**

$$\rho g z_1 + p_1 + \frac{\rho}{2} c_1^2 = \rho g z_2 + p_2 + \frac{\rho}{2} c_2^2$$

- Bilanzierung von **potentieller Energie**, **kinetischer Energie** und **Druckenergie**
(Bezeichnung der Gleichung mit E)

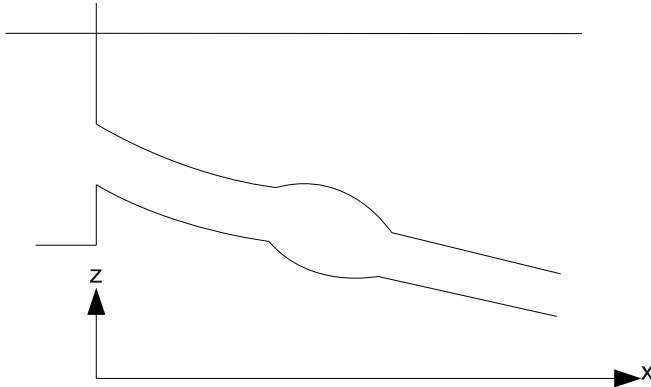
- **Zusätzliche Berücksichtigung innerer Energie**

$$\rho g z_1 + p_1 + \rho_1 \frac{c_1^2}{2} + \rho_1 u_1 = \rho g z_2 + p_2 + \rho_2 \frac{c_2^2}{2} + \rho_2 u_2$$

(Weitere Informationen in Kapitel 5)



Energieerhaltung: Summe der Höhen in jedem Punkt konstant



① Vereinfachungen überlegen

- Strömung stationär ?
- Inkompressibel ?
- ...

② Stromfaden skizzieren

- Stromfaden muss in einem Medium verlaufen !
- Wo sind geeignete Punkte für Stromfaden mit möglichst vielen Informationen, z.B. Geschwindigkeit $c = 0$!
- ...

③ Allgemeine Bernoulli-Gleichung zwischen den Punkten 1 und 2 anschreiben

$$\frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) + \int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{\rho} + g(z_2 - z_1) = 0$$

- ④ Vereinfachungen in Bernoulli-Gleichung berücksichtigen, z. B.

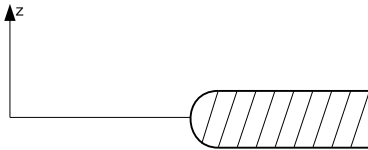
$$\frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) + \frac{1}{\rho}(p_2 - p_1) + g(z_2 - z_1) = 0$$

Inkompressibel $\Rightarrow c = 0$

$$\frac{1}{\rho}(p_2 - p_1) + g(z_2 - z_1) = 0$$

- ⑤ Lösen der Gleichungen unter Verwendung der Randbedingungen der jeweiligen Aufgabenstellung

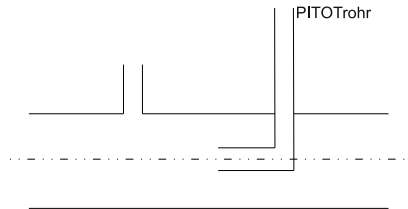
Staupunktströmung



Druckbegriffe

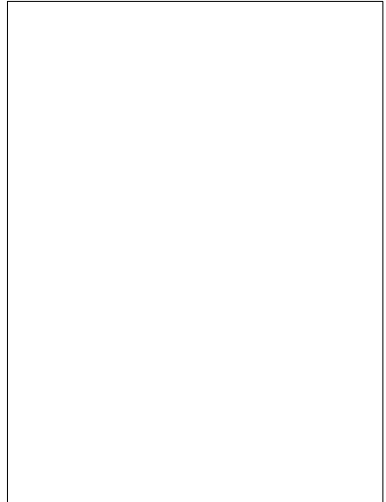
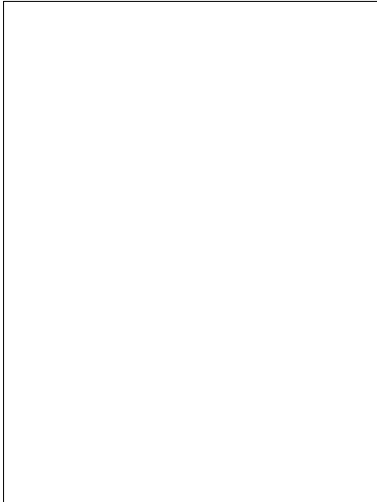
- p = Statischer Druck
- $\rho \frac{c^2}{2}$ = Dynamischer Druck
- $p_{ges} = p + \rho \frac{c^2}{2}$ = Gesamtdruck

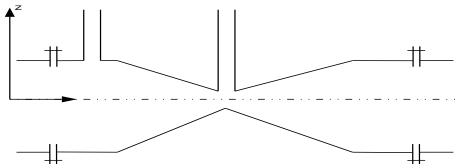
Druckmessung



Prandtlrohr

Düse und Diffusor





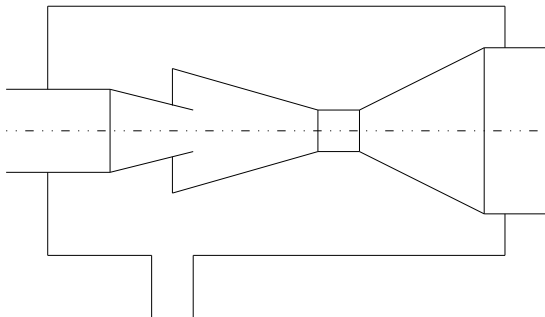
Venturi-Rohr

- Durchsatzmessung über Differenzdruckmessung

- Volumenstrom $\dot{V} = \alpha \epsilon A_1 \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^4 - 1}} \sqrt{2g(h_1 - h_2)}$

- Durchflußzahl α (Druckverluste durch Strömungsablösung etc.)
- Expansionszahl ϵ (Dichteänderung des Mediums)
- VDI - Richtlinien, DIN - Normen

Wasserstrahlpumpe

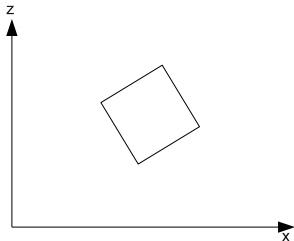


- Bei der Strömung realer Fluide, mit oder ohne Energieumsetzung, treten Verluste durch Reibung und Turbulenz (Wirbel) auf.
- Strömungsenergie wird dabei in Wärme- und Schallenergie (meist vernachlässigbar) umgesetzt
 - ⇒ Verlustenergie $Y_V = \text{dissipierte Energie, Einheit (J/kg)}$
 - ⇒ Erweiterte Energiegleichung realer inkompressibler Fluide (Bezeichnung der Gleichung mit EE)

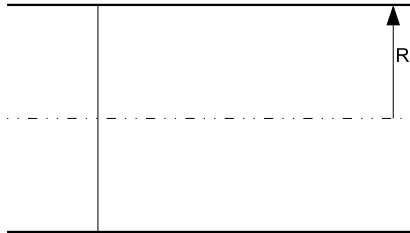
$$z_1 g + \frac{1}{\rho} p_1 + \frac{c_1^2}{2} = z_2 g + \frac{1}{\rho} p_2 + \frac{c_2^2}{2} + Y_{V,12}$$

- Totalenergie aus der Summe von
 - Lageenergie - Druckenergie - Kinetischer Energie
- ⇒ Verlustenergie bislang unbekannt - Im folgenden Bestimmung für verschiedenste Bauelemente

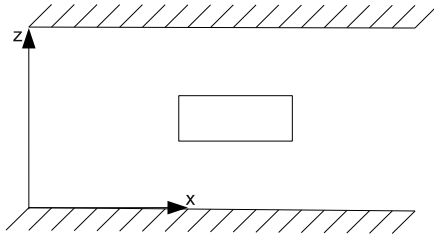
- Einflußgrößen auf die Verlustenergie
 - Berührungsfläche zwischen Fluid- und Rohrwand (Länge L , Durchmesser D), die sogenannte Benetzungsfläche
 - Strömungsgeschwindigkeit (mittlere !)
 - Fluid-Eigenschaften (Dichte ρ , Viskosität η)
 - Strömungsform (laminar, turbulent)
 - Wandrauhigkeit k



- Laminare Strömung lässt theoretische Beschreibung der Verlustenergie zu
⇒ Bestimmung durch Kräftebilanz an kleinem Fluidelement



- Vorgehensweise analog zu laminarer Strömung im Rohr
- Herleitung des Fluidgeschwindigkeitsverlaufs als Zusatzübung für Interessierte für zwei Fälle
 - a) Beide Wände bewegen sich nicht
 - b) Eine Wand bewegt sich mit der Geschwindigkeit u_0

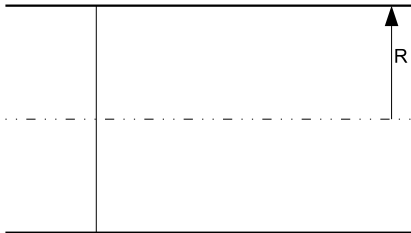


$$\text{a) } u = \frac{1}{2\eta} \frac{dp}{dx} (hz - z^2)$$

$$\text{b) } u = u_0 \frac{z}{h}$$

- Technische Rohrströmungen in der Regel turbulent
- Komplizierter als laminare Strömung infolge komplexer Schwankungsbewegungen der Fluidelemente
 - ⇒ Analytischer Turbulenzansatz fehlt
 - ⇒ Experimentelle Untersuchungen erforderlich, z.B
- Geschwindigkeitsprofil nach Nikuradse

$$c(r) = \left(1 - \frac{r}{R}\right)^n c_{max} \quad \bar{c} = K c_{max} \quad \text{mit} \quad K = \frac{2}{(n+1)(n+2)}$$



Re	$4 \cdot 10^3$	$2,3 \cdot 10^4$	$1,1 \cdot 10^5$	$1,1 \cdot 10^6$
n	1/6	1/6,6	1/7	1/8,8
K	0,791	0,807	0,817	0,850

- Geschwindigkeit steigt bei turbulenter Strömung in der laminaren Unterschicht sehr stark an
 - Newtonsche Reibungskräfte in der Unterschicht
 - Mischungsverluste im Außenbereich
- Bei rauen Rohren wächst der Exponent n an, d.h. flacherer Abfall an der Rohrwand
 - ⇒ **Wandrauhigkeiten jedoch turbulenzanregend- und verstärkend**
 - ⇒ Bestimmung der Verlustenergie Y_v aus Experimenten
- Aus Experimenten wurde ermittelt, daß Widerstandskraft F_w proportional ist:
 - der benetzten Rohrwand $D\pi L$
 - der kinetischen Energie $\frac{c^2}{2}$
 - der Fluidart (Dichte ρ)

$$\Rightarrow F_w = \frac{\lambda}{4} \pi D L \rho \frac{c^2}{2}$$

- Andererseits kann die Widerstandskraft berechnet werden aus dem Druckverlust

$$F_W = \Delta p_V A = \Delta p_V D^2 \frac{\pi}{4} = \rho Y_V D^2 \frac{\pi}{4}$$

- Durch Gleichsetzen erhält man die Verlustenergie

DARCY-Formel $Y_V = \lambda \frac{L}{D} \frac{c^2}{2}$

- Der Proportionalitätsfaktor λ wird als Rohrreibungszahl bezeichnet
- Die Rohrreibungszahl ist bei turbulenter Strömung abhängig von

$$\lambda = f(Re; D/k_s)$$

mit D als Rohrdurchmesser und k_s als relative Rauigkeit

Moody-Diagramm

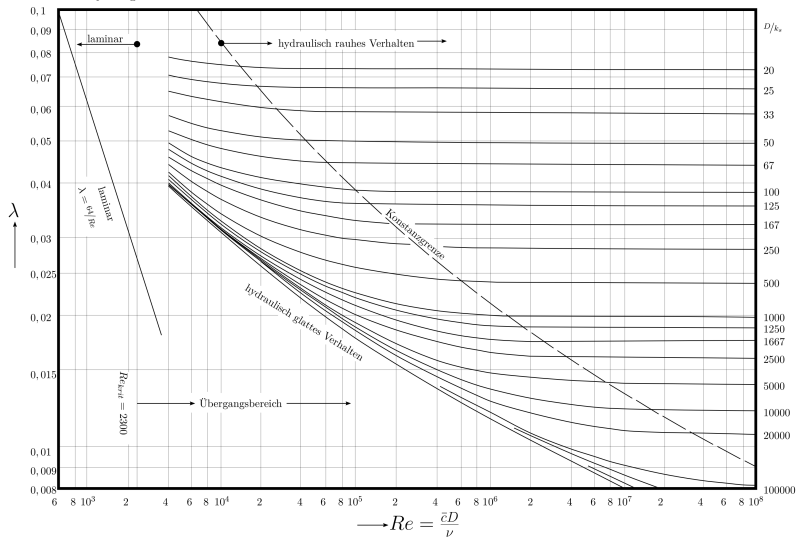


Diagramm kann in 4 Teile eingeteilt werden

① **Laminares Gebiet** $Re < Re_{kr} = 2320$

- $\lambda = f(Re) = 64/Re$

② **Turbulentes Gebiet und glattes Verhalten** $Re > Re_{kr} = 2320$ und $k_s \approx 0$

- Rauigkeit kleiner als laminare Unterschicht
- Näherungsfunktionen für λ
- Blasius $\lambda = \frac{0.316}{\sqrt[4]{Re}}$ $Re_{kr} \leq Re \leq 10^5$
- Nikuradse $\lambda = 0.0032 + \frac{0.221}{Re^{0.237}}$ $10^5 \leq Re \leq 10^8$
- Prandtl $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \lg(Re\sqrt{\lambda}) - 0.8$ $Re \geq Re_{kr}$
- Näherung von Prandtl $\lambda \approx \frac{0.309}{(\lg Re - 0.845)^2}$

③ **Übergangsbereich zwischen glattem und rauhen Verhalten**
 $Re > Re_{kr} = 2320$

- Näherungsfunktionen für λ
- Interpolationsformel nach Colebrook

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg \left(\frac{2.51}{Re \sqrt{\lambda}} + 0.27 \frac{k_s}{D} \right)$$

④ Turbulentes Gebiet und rauhes Verhalten $Re > Re_{kr} = 2320$

- Näherungsfunktionen für λ
- Kármán-Nikuradse

$$\lambda = \frac{1}{\left(2 \lg \frac{D}{k_s} + 1.14 \right)^2}$$

- Der dimensionslose Druckverlust der Rohrströmung wird als **Eulerzahl Eu** bezeichnet

$$Eu = \frac{\Delta p}{\rho c^2} = \frac{1}{2} \lambda \frac{L}{D}$$

- Damit ergibt sich der Zusammenhang

$$Eu = f \left(Re, \frac{D}{k_s}, \frac{L}{D} \right)$$

- Diese Beziehung gilt bei ausgebildeter Strömung, d.h. die Länge geht linear in den Druckverlust ein

- Eine Abschätzung der Verlustenergie ergibt

$$Y_V = \lambda \frac{L}{D} \frac{c^2}{2}$$

$$\lambda = \frac{0.316}{\sqrt[4]{Re}}$$

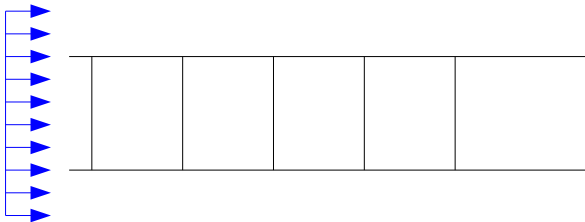
$$c = \frac{\dot{V}}{A}$$

$$\Rightarrow Y_V \approx 0.2 \nu^{0.25} L \frac{\dot{V}^2}{D^5}$$

Definition

Als Anlauf- oder Einlaufstrecke gilt die Strömungslänge, nach der das Geschwindigkeitsprofil weniger als 1% vom endgültigen Zustand abweicht.

Unterscheidung zwischen laminarer und turbulenter Einlaufstrecke



- Anwendung von Kontinuitätsgleichung und Energiegleichung zur Lösung praktischer Probleme - Vorstellung eines Excel-Programms

⇒ Auslegungsprogramm

- Zur Berechnung des Druckverlustes bei nicht-kreisförmigen Querschnitten wurde der hydraulische Durchmesser D_{gl} eingeführt

$$D_h = D_{gl} = 4 \frac{A}{U}$$

- Bei der Berechnung ist zu beachten !!!
 - In den Gleichungen für Reynoldszahl, Rohrreibungszahl und Verlustenergie ist der hydraulische Durchmesser zu verwenden
 - In Durchfluss- und Kontinuitätsgleichung ist mit dem tatsächlichen Strömungsquerschnitt zu rechnen
 - Bei kompressiblen Strömungen mit $Ma < 1$ kann der hydraulische Durchmesser verwendet werden
 - Rohrreibungszahl abhängig von Strömungsquerschnitt

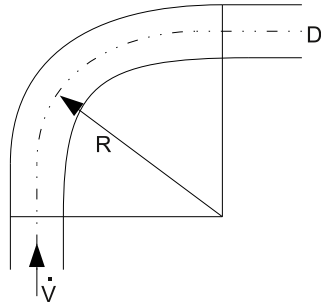
- Es wird zwischen verschiedenen Rohreinbauten unterschieden
 - Formteile für Richtungsänderungen
 - Formteile für Querschnittsänderungen
 - Formteile für Durchflussänderungen
 - Armaturen
- In den Einbauten treten teilweise erhebliche Strömungsverluste auf
- **Verlustenergie** entsteht durch **erhöhte Reibung** und **Impulsaustausch** infolge **Um- und Ablenkung** sowie **Verwirbelung** und **Ablösung**
- Theoretische Beschreibung des Druckverlusts nicht möglich, d.h. Bestimmung durch Experimente erforderlich

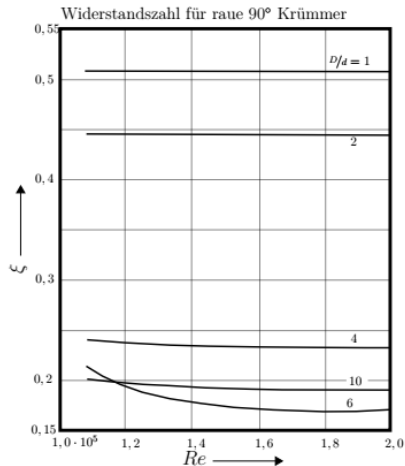
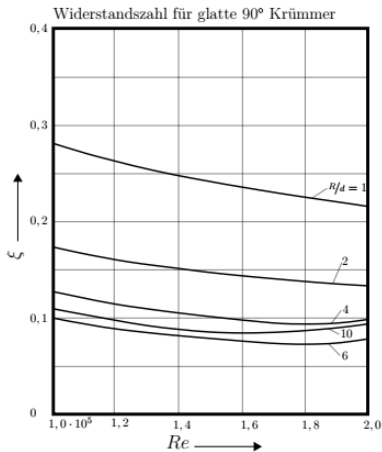
Verlustenergie von Einbauten $Y_V = f \left(Re, \frac{c^2}{2}, L, k_s \right)$

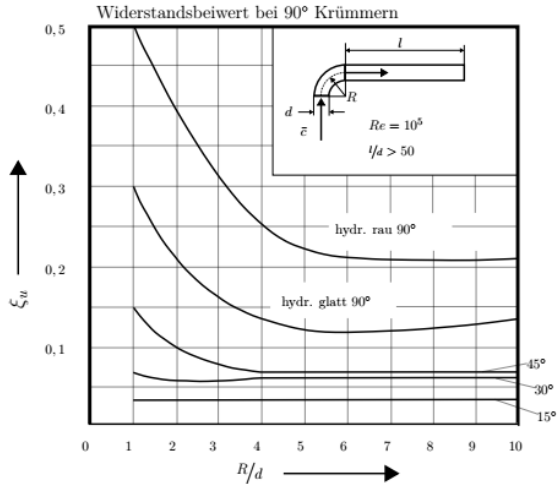
- Druckverluste in Krümmer durch
 - Verluste aus Totraumbildung
 - Sekundärströmung
 - Wandreibung
- Allgemeine Beschreibung des Druckverlusts durch

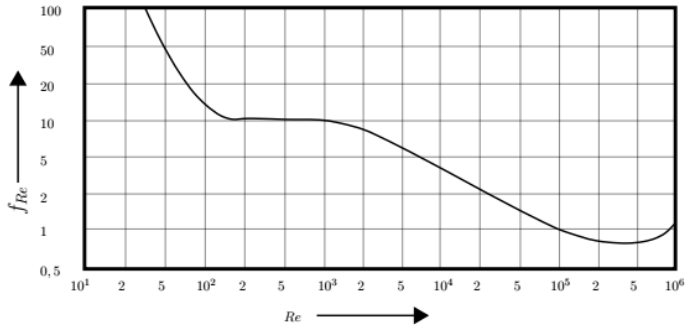
$$\Delta p_V = \xi \frac{\rho}{2} c^2 \quad \text{bzw.} \quad Y_V = \xi \frac{1}{2} c^2$$

- In der Regel: mittlere Geschwindigkeit c am Austritt des Bauteils
- Widerstandszahl ξ aus Experiment
- aus Tabellenwerken









$$\xi = \xi_u \cdot f_{Re}$$

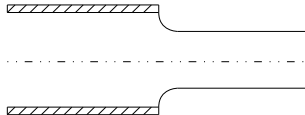
Beachten:

- Gesamtwiderstand oft größer als Summe der Einzelwiderstände
- Experimentelle Ermittlung der ξ - Werte bei definierter, ungestörter Anströmung [Näherungsgleichungen für hintereinandergeschaltete Krümmen](#)
- Doppelkrümmer $\xi_{ges} \approx 1.0 \sum \xi_{einzel} = 2\xi_{90^\circ}$
- Raumkrümmer $\xi_{ges} \approx 1.5 \sum \xi_{einzel} = 3\xi_{90^\circ}$
- Etagenkrümmer $\xi_{ges} \approx 2.0 \sum \xi_{einzel} = 4\xi_{90^\circ}$
- Durch Umlenkung in der Regel starke Ablösungen
⇒ Wirbelbildung
⇒ Einschnürung der Strömung

Rohrauslauf

- Strahldurchmesser D_{Str} schwer zu bestimmen, meist $D_{Str} \approx D$

$$\xi = \left(\frac{D}{D_{Str}} \right)^2 - 1$$

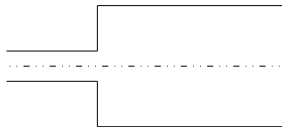




Borda- / Carnot-Stoß

- Zur Umwandlung von Strömungsenergie (=kinetischer Energie) in Druckenergie
- Strömung in Gebiet höheren Druckes \Rightarrow Ablösegefahr

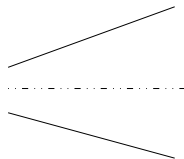
$$\xi = \left(\frac{A_2}{A_1} - 1 \right)^2 = (m - 1)^2$$



Diffusor

- Optimaler Öffnungswinkel $8 - 10^\circ$ um Ablösung und damit Strömungsverluste zu verhindern.

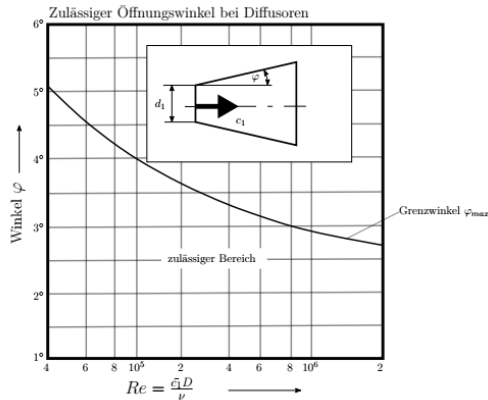
Geometrie / Strömung



Näherung für 8-10° Krümmer

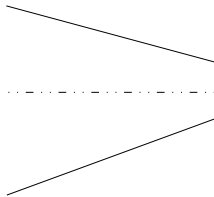
$$\xi \approx n \left(\frac{A_2}{A_1} - 1 \right)^2 = n(m - 1)^2$$

Grenzwinkel bei Erweiterungen

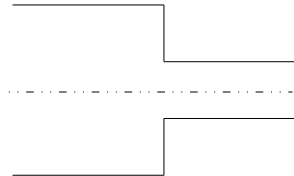


Verengungen

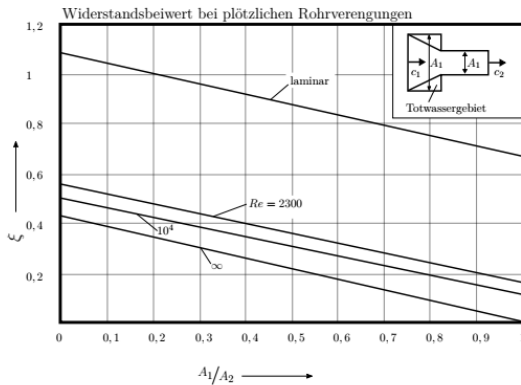
Unstetige Verengung



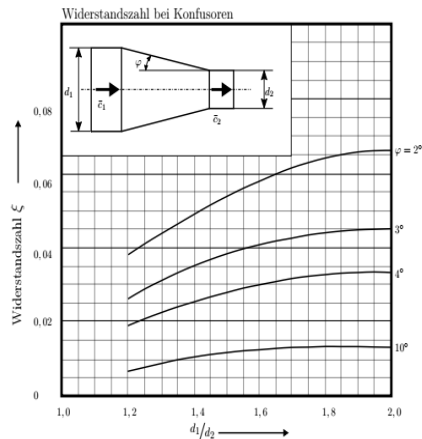
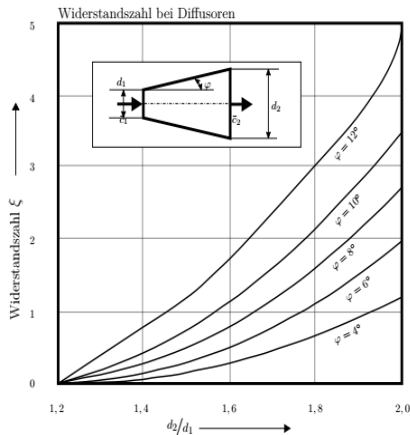
Stetige Verengung



Plötzliche Verengung



Vergleich Diffusor - Düse



- Durch Druckverlust Δp_v entsteht eine Verlustleistung P_v
- Leistung muss von Pumpen / Gefälle usw. aufgebracht werden
- Die Verlustenergie beträgt

$$P_v = \Delta p_v \cdot \dot{V} = Y_v \cdot \dot{m}$$

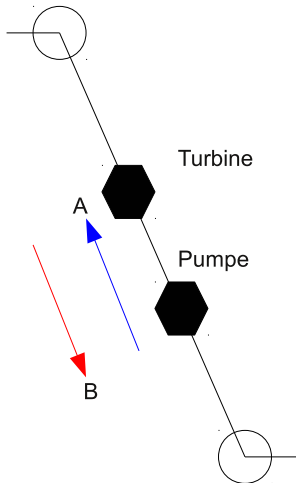
- Verlustenergie wird hauptsächlich in Wärme umgesetzt
- Verlustenergie ist die Energie der Strömung, d.h. bei Pumpen / Turbinen ist die effektive Leistung durch einen Wirkungsgrad zu ermitteln

$$P_{Pumpe,effektiv} = \frac{P_v}{\eta_{Pumpe}}$$

$$P_{Pumpe,effektiv} > P_v$$

$$P_{Turbine,effektiv} = P_v \eta_{Turbine}$$

$$P_{Turbine,effektiv} < P_v$$



Strömungsrichtung A

$$Y_{OW} = Y_{UW} + Y_P - Y_T - Y_{V, \text{Ges}}$$

Strömungsrichtung B

$$Y_{UW} = Y_{OW} + Y_P - Y_T - Y_{V, \text{Ges}}$$

$$Y_{OW} = z_{OW}g + \frac{p_{OW}}{\rho} + \frac{c_{OW}^2}{2}$$

$$Y_{UW} = z_{UW}g + \frac{p_{UW}}{\rho} + \frac{c_{UW}^2}{2}$$

Abkürzungen

KR	Kontrollraum
OW	Oberwasser
UW	Unterwasser

- Rohrleitungskennlinie = graphische Darstellung des Druck-Durchsatz-Verhaltens



$$\Delta p_{V, Ges} = \left(\lambda \frac{L}{D} + \sum \xi \right) \frac{\rho}{2} c^2 + \rho g H = \left(\lambda \frac{L}{D} + \sum \xi \right) \frac{\rho}{2} \frac{1}{A^2} \dot{V}^2 + \rho g H$$

- Bestimmung der Druckverluste der Anlage \Rightarrow Rohrleitungskennlinie
- Bestimmung der Kennlinie der Pumpe / Gebläse \Rightarrow Drosselkurve aufnehmen

