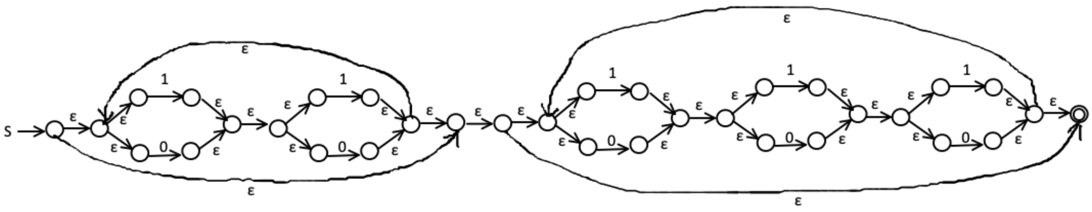
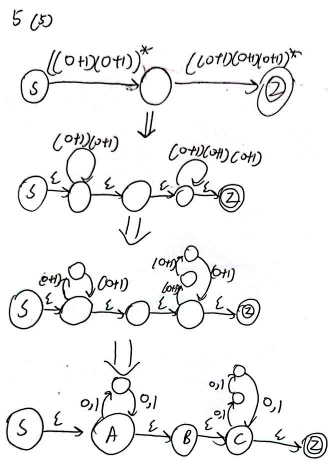
教材 127 页

- 5(5)（25 分）



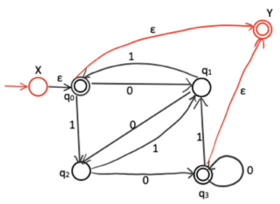
同学的某个答案也可以：



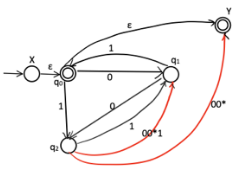
- 6 的图 4-25（25 分）

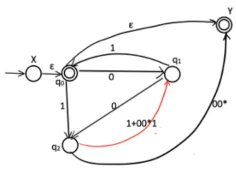
状态消除过程中，如果出现一处 RE 描述的错误扣 5 分。

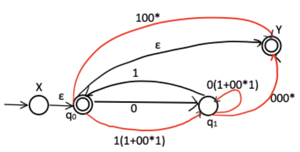
1) 先预处理

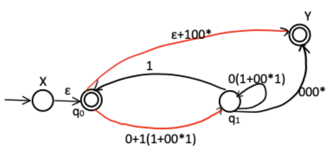


2) 去除顺序不限制，因此可能有不同的结果。下面举例去除顺序为 3、2、1、0

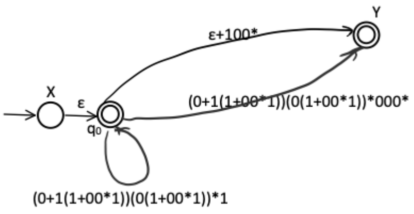
去掉 q_3： 

，并弧： 

去掉 q_2： 

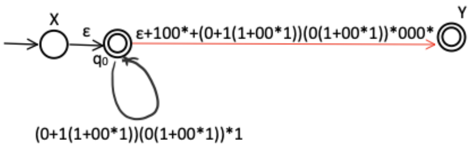
，并弧： 

去掉 q_1

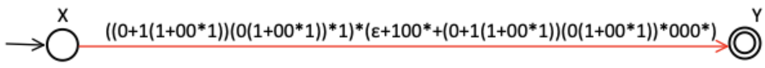


，

并弧：



去掉 q_0：



因此按消除状态顺序为 q_3 、q_2 、q_1、 q_0 答案为：

r=

((0+1(1+00*1))(0(1+00*1))*1)*(ε+100*+(0+1(1+00*1))(0(1+00*1))*000*)

其中，00*也可以写为 0^+

1(1+00*1)也可以写为 11+100*1

1+00*1 也可以写为 0*1

注意 1：“+”运算具备交换律，“连接/乘”运算不具备交换律。

注意 2:“连接/乘”运算优先级>“+”运算；在构造 RE 时，需额外注意运算优先级。

其他顺序答案：

消除状态顺序为 q_3 、q_1、q_2 、 q_0 答案为

r= ((1+00)((1+00*1)0)*((1+00*1)1)+01)*((1+00)((1+00*1)0)*00*+ε)

= ((1+00)(0*10)*(0*11)+01)*((1+00)(0*10)*00*+ε)

更多情况为助教同学补充

顺序 3021:

r = (ε + 100*) + (0 + 1(1 + 00*1))(10 + (0 + 11)(1 + 00*1))*((0 + 11)00* + 1)

顺序 1230:

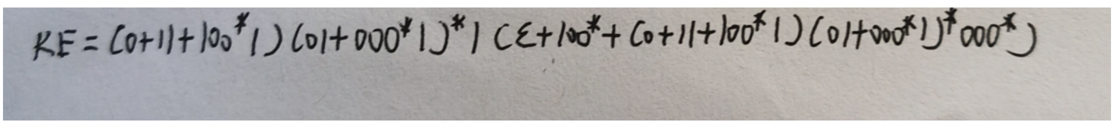
r = (01 + (1 + 00)(10)*11 + (1 + 00)(10)*0(0+10(10)*0)*(11 + 10(10)*11))*(ε + (1 + 00)(10)*0(0 + 10(10)*0)*)

顺序 3102:

r = (01)*(1 + 00)(00*10 + 10 + (00*11 + 11)(01)*(1 + 00))*(00*)

分析：通过自动机可见，此语言包含 ε，01, 10...

如下图作业中，明显不含 ε，此同学最后一步没有写闭包


RE=(0+11+100*1)(01+000*1)*1(ε+100*+(0+11+100*1)(01+000*1)*000*)

教材第 158 页

- 1 证明(20 分)

设 L 为一个 RL, 则存在仅依赖于 L 的正整数 N, 对于 " $z_1z_2z_3 \in L$, 如果 $|z_2| = N$, 则存在 u, v, w, 满足:

(1) $z_2 = uvw$。

(2) $|v| \geq 1$。

(3) 对于任意的整数 $i \geq 0$, $z_1uv^iwz_3 \in L$。

(4) N 不大于接受 L 的最小 DFA M 的状态数。

证明: 参考教材中对引理 5-1 的说明。需要注意的是, 不可以利用引理 5-1 来完成对此题的证明。

证明：

设 L 是 RL，对应的 DFA 定义如下：

$M=(Q, \sum, \delta, q_0, F)$ ，$|Q|=N$，假设自动机有 N 个状态

设 $z_2= a_1a_2\ldots a_N$

对于任意 h，$1\leq h\leq N$，令

$\delta(q_0, z_1)=q_i$ $\delta(q_i, a_1a_2\ldots a_h)=q_h$

由于$|Q|=N$，所以状态序列 q_i，q_1，…，q_N（包含 N+1 个状态）中至少有两个状态是相同的，不妨设其中相同状态为 $q_k=q_j$ （其中，$k<j\leq N$）

$\delta(q_i, a_1a_2\ldots a_k)=q_k$

$\delta(q_k, a_{k+1}\ldots a_j)=q_j=q_k$

$\delta(q_j, a_{j+1}\ldots a_N z_3)=q_{final}$ 其中 q_{final} 为终止状态

所以，对于任意的整数 $i\geq 0$

$\delta(q_k, (a_{k+1}\ldots a_j)^i)$

$=\delta(q_k, (a_{k+1}\ldots a_j)^{i-1})$

…

$=\delta(q_k, a_{k+1}\ldots a_j)=q_j=q_k$

故，

$\delta(q_0, z_1a_1a_2\ldots a_k(a_{k+1}\ldots a_j)^i a_{j+1}\ldots a_N z_3)=q_{final}$

也就是说，

$z_1a_1a_2\ldots a_k(a_{k+1}\ldots a_j)^i a_{j+1}\ldots a_N z_3\in L(M)$

$z_2 = uvw$

$u= a_1a_2\ldots a_k$,

$v=a_{k+1}\ldots a_j$,

$w= a_{j+1}\ldots a_N$

$z_1uv^iwz_3\in L$

由于 $k<j\leq N$,所以$|uv|=j\leq N$，$|v| \geq 1$

解释：

不仅字符串的最前面 N 个字符内存在子串 v，而是在任意位置的长度等于 N 的子串 z_2 中，都存在子串 v，使得 $z_1uv^iwz_3\in L$，其中，$z_2=uv^iw$，$|z_2| = N$.

- 写出 2 （1）-（12）哪几个语言不是 RL （无需证明）（10 分）
  不是 RL 的是：（2）（3）（4）（7）（9）（11）（12）
  （8）（10）是 RL，其语言的句子的本质特征是句子的长度大于等于 3,而且句子需要以相同的字符开头和结尾。

- 2（2）证明（20 分）
  $\{0^{n^2} \mid n\geq 1\}$。
  解：不是 RL。
  假设$\{0^{n^2} \mid n\geq 1\}$是 RL, N 是 RL 的泵引理所说的正整数,
  取 $z=0^{N^2}$, $v=0^k$, $0<k\leq N$，此时 $uv^iw=0^{N^2-k+ik}=0^{N^2+(i-1)k}$
  取 $i=2$，并注意到 $0<k\leq N$，可以得到
  $N^2< N^2+(2-1)k = N^2+k\leq N^2+N = N(N+1) < (N+1)^2$
  这表明, $N^2+(2-1)k = N^2+k$ 不是某个整数的平方,
  所以 $uv^2w \mid \{0^{n^2} \mid n\geq 1\}$ 与泵引理矛盾，故$\{0^{n^2} \mid n\geq 1\}$不是 RL。
  解释：
  目标就是证明不存在一个 k, 0<k≤N，使得 N^2 加 k 的任意倍数的结果都是平方数。
  此题若注意到 k 的取值范围受限，易于证明结论。
  将 k 取特定值是错误的做法。