

8- (2) 15 分;

以是否符合题意为判断依据。如果多写了产生式, 但不影响产生的语言, 则不扣分。

若个别产生式有错误, 则错一处扣 2 分。

所有以 0 开头, 以 1 结尾的串

$S \rightarrow 0A1$

$A \rightarrow 0A \mid 1A \mid \varepsilon$

或:

$S \rightarrow 0A$

$A \rightarrow 0A \mid 1A \mid 1$

8- (8) 15 分

所有含有 3 个连续 0 的串

$S \rightarrow A000A$

$A \rightarrow 0A \mid 1A \mid \varepsilon$

正则文法:

$S \rightarrow 1B \mid 0B \mid B$

$B \rightarrow 000A$

$A \rightarrow 0A \mid 1A \mid \varepsilon$

9-(2) 15 分

$L = \{a^n b^m \mid n, m \geq 1\}$

参考答案:

$S \rightarrow aS \mid aA$

$A \rightarrow b \mid bA$

或:

$S \rightarrow AB$

$A \rightarrow a \mid aA$

$B \rightarrow b \mid bB$

9-(6) 15 分,

此题要求字符集是 $\{a, b, c\}^*$, 若写成 $\{0, 1\}^*$ 上的, 但思路对, 扣 2 分

$L = \{xwx^T \mid x, w \in \Sigma^+\}$

参考答案:

$S \rightarrow aAa \mid bAb \mid cAc$

$A \rightarrow a \mid b \mid c \mid aA \mid bA \mid cA$

10- (1) 20 分 此题题目要求构造文法 G , 没有要求是正则文法。

变量集合、终极符集合、开始符号占 5 分。

产生式 10 分, 若是构建的不是正则文法, 扣 5 分。

证明占 5 分。主要证明思路是两个集合相等。

给定文法 G

$G_1 = (V_1, T_1, P_1, S_1)$

$G_2 = (V_2, T_2, P_2, S_2)$

构造满足要求的文法 G ，并证明结论：

$$L(G) = L(G_1)L(G_2)$$

假设 $V_1 \cap V_2 = \Phi$ ，并且 $S \notin V_1 \cup V_2$

构造文法 $G = (\{S\} \cup V_1 \cup V_2, T_1 \cup T_2, P_1 \cup P_2 \cup P_3, S)$ 若产生式写为 $P_1 \cup P_2 \cup \{S \rightarrow S_1 S_2\}$ 也对

$$P_3 = \{S \rightarrow S_1 S_2\}$$

A. 证明 $L(G) \subseteq L(G_1)L(G_2)$

$$x \in L(G)$$

$$S \xRightarrow{G} S_1 S_2 \quad (S \rightarrow S_1 S_2)$$

$$\xRightarrow{G}^+ x_1 S_2 \quad (\text{由于 } V_1 \cap V_2 = \Phi, \text{ 利用 } P_1)$$

$$\xRightarrow{G}^+ x \quad (\text{利用 } P_2)$$

由 $S_1 S_2$ 经若干步推导出 x ，并且 $V_1 \cap V_2 = \Phi$ ，可知， $\exists x_1, x_2 (x_1 \in T_1^*, x_2 \in T_2^*)$ ， $x = x_1 x_2$ ，

且 $S_1 \xRightarrow{G}^+ x_1$ ， $S_2 \xRightarrow{G}^+ x_2$ 。推导过程中 $S_1 \xRightarrow{G}^+ x_1$ 的推导过程所用产生式均为 G_1 的产生式，所以

$$S_1 \xRightarrow{G_1}^+ x_1。 \text{同理 } S_2 \xRightarrow{G_2}^+ x_2。$$

因此， $x_1 \in L(G_1)$ ， $x_2 \in L(G_2)$ ，

推得， $x \in L(G_1)L(G_2)$

所以， $L(G) \subseteq L(G_1)L(G_2)$

B. 证明 $L(G_1)L(G_2) \subseteq L(G)$

若 $x \in L(G_1)L(G_2)$ ，则 $\exists x_1, x_2$ ， $x = x_1 x_2$ ，且 $S_1 \xRightarrow{G_1}^+ x_1$ ， $S_2 \xRightarrow{G_2}^+ x_2$

$$S \xRightarrow{G} S_1 S_2 \xRightarrow{G}^+ x_1 S_2 \xRightarrow{G}^+ x_1 x_2 \quad (\text{由于 } G \text{ 的产生式包含 } P_1、P_2)$$

推得， $x \in L(G)$

所以， $L(G_1)L(G_2) \subseteq L(G)$

综上， $L(G) = L(G_1)L(G_2)$

作业点评：

10. (1) 解 令 G_1 与 G_2 为无交的，即 $V_1 \cap V_2 = \Phi$ ， $S \notin V_1 \cup V_2$
 $G = (\{S\} \cup V_1 \cup V_2, T_1 \cup T_2, P_1 \cup P_2 \cup P_3, S)$
 P_3 为： $\{S \rightarrow \alpha\} \cup \{S \rightarrow \gamma \delta \mid \gamma \in T_1^+ \text{ 且 } S_1 \Rightarrow^+ \gamma\} \cup \{S \rightarrow \alpha \mid S_1 \Rightarrow \alpha \in P_1\}$

10. (1). $G_1 = (\{S\} \cup V_1 \cup V_2, T_1 \cup T_2, P_1 \cup P_2 \cup P_3, S)$ ，其中 $P_3 = \{S \rightarrow w S_2 \mid w \in T_1^+ \text{ 且 } S_1 \Rightarrow^+ w\} \cup \{S \rightarrow \epsilon\}$

对于上图两份作业中的正则文法构造，此种描述不合适，其本意是将 G_1 可能的句子都作为新产生式右部的终极符串，但这样可能造出无穷多个产生式，这与产生式是有穷集合相违背。

11- (2) 20 分

变量集合、终极符集合、开始符号占 5 分。

产生式 10 分，若是构建的不是正则文法，扣 5 分。

证明占 5 分。主要证明思路是两个集合相等。

给定正则文法 RG

$$G_1 = (V_1, T_1, P_1, S_1)$$

$$G_2 = (V_2, T_2, P_2, S_2)$$

构造满足要求的文法 RG，并证明结论

$$L(G) = L(G_1) \cup L(G_2)$$

证明思路：构造正则文法 G，

假设 $V_1 \cap V_2 = \Phi$ ，并且 $S \notin V_1 \cup V_2$

$$G = (\{S\} \cup V_1 \cup V_2, T_1 \cup T_2, P_1 \cup P_2 \cup P_3, S)$$

$$P_3 = \{S \rightarrow a \mid S_1 \rightarrow a \in P_1, \text{或者 } S_2 \rightarrow a \in P_2\}$$

证明：

(1) 证明 G 为正则文法：

因为 G_1 和 G_2 是正则文法，所以所有 $S_1 \rightarrow a \in P_1$ 和 $S_2 \rightarrow a \in P_2$ 产生式均符合正则文法产生式格式要求，根据 G 的构造方法知，所有 $S \rightarrow a \in P_3$ 也都符合正则文法的要求，即 G 为正则文法

(2) 证明 $L(G) = L(G_1) \cup L(G_2)$

A. 需证明任意 $x \in L(G)$ ，则 $x \in L(G_1) \cup L(G_2)$

$$\text{即 } L(G) \subseteq L(G_1) \cup L(G_2)$$

B. 同理，如果 $x \in L(G_1) \cup L(G_2)$ ，则必有 $x \in L(G)$ ，

$$\text{即 } L(G_1) \cup L(G_2) \subseteq L(G)$$

对于 A 的证明：

因为 $x \in L(G)$

$$S \xRightarrow[G]{G} a \xRightarrow[G]{G} \dots \xRightarrow[G]{G} x$$

而 $S \rightarrow a$ ，要么 $S_1 \rightarrow a \in P_1$ ，要么 $S_2 \rightarrow a \in P_2$

$$\text{即存在 } S_1 \xRightarrow[G]{G} a \xRightarrow[G]{G} \dots \xRightarrow[G]{G} x \text{ 或 } S_2 \xRightarrow[G]{G} a \xRightarrow[G]{G} \dots \xRightarrow[G]{G} x$$

$$\text{即 } x \in L(G_1) \cup L(G_2)$$

对于 B 的证明：

$$\text{因为 } x \in L(G_1) \cup L(G_2)$$

所以有：要么 $S_1 \Rightarrow a \Rightarrow \dots \Rightarrow x$ ，要么 $S_2 \Rightarrow a \Rightarrow \dots \Rightarrow x$

而对于所有 $S_1 \rightarrow a \in P_1$ ， $S_2 \rightarrow a \in P_2$

都存在 $S \rightarrow a \in P$

$$\text{即存在 } S \xRightarrow[G]{G} a \xRightarrow[G]{G} \dots \xRightarrow[G]{G} x$$

$$\text{即 } x \in L(G)$$