

北京邮电大学人工智能学院

2022-2023 第一学期离散数学（下）期末考试试题

1. （10 分）求解递推方程

$$\begin{cases} a_n - 4a_{n-1} + 4a_{n-2} = 2^n \\ a_0 = 1, a_1 = 5 \end{cases}$$

2. （10 分）求每位数字都是奇数的 n 位数的个数 h_n ，其中 1 和 5 出现偶数次，3，7，9 出现次数不加限制。

3. （15 分）如果记 $(x)_n = x(x-1)(x-2)\cdots(x-n+1)$ ， $(x)_0 = 1$ 。

1) 证明存在 $A(n, k)$, $(n \geq 1, 0 \leq k \leq n)$ ，使得 $x^n = \sum_{k=0}^n A(n, k)(x)_k$ 。

2) 求 $A(n, k)$ 的递推关系。

3) 证明： $\sum_{k=1}^m \binom{m}{k} A(n, k) k! = m^n$ 。

4. （10 分）求图 1 中从 b 到其余各顶点的最短路径和距离，请详细写出求解过程。

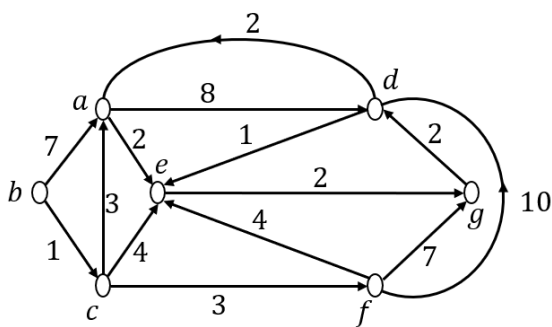


图 1

5. (10 分) 一座楼房底层的建筑平面图如图 2 所示。能否从南门进入，北门离开，走遍所有的房间且每个房门恰好经过一次？

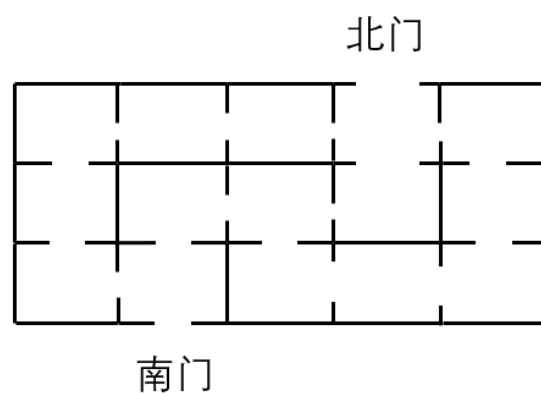


图 2

6. (10 分) 带权图 G 如图 3 所示：

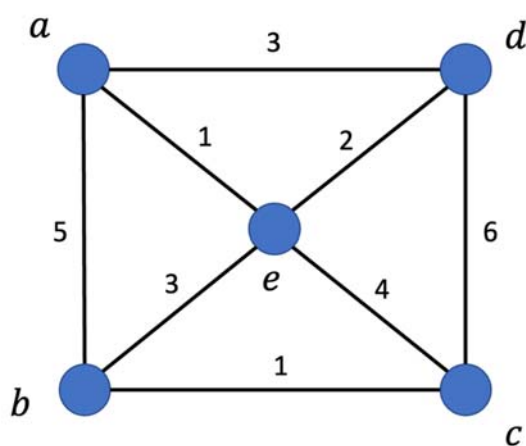
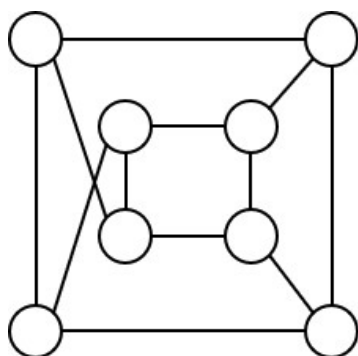


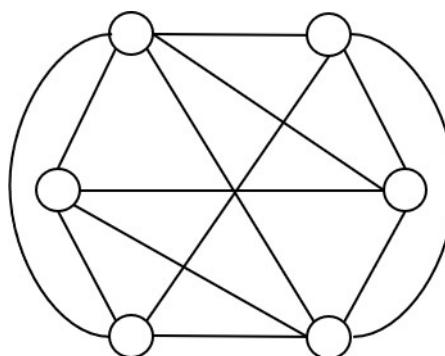
图 3

- 1) 求 G 的最小生成树 T ，并计算 T 的权
- 2) 求 G 对应于最小生成树 T 的基本回路系统和基本割集系统

7. (10 分) 判断图 4 是否是平面图。



(1)



(2)

图 4

8. (10 分) 六个围棋高手相互下棋，每个人与其他人对战一次。每局棋限时一小时（假设所有棋手都不会在一小时内输棋）。请问比赛最少持续多少小时？若有一人因故无法参赛，请问比赛最少持续多少小时？

9. (15 分) 求 314^{162} 除以 165 所得的余数。