第七章 下推自动机 批改时需注意答案的多样性

共 4 道题目，每题 25 分

1. （1） 25 分 错一处转移函数，导致无法接受正确语言则扣 3 分。

解法 1 利用“记录阶段 q”和“匹配阶段 p”两个状态。

PDA M=({q，p}，{0，1}，{ Z, A}，δ，q，Z，Φ)

δ(q,1,Z)={(q,A)}

δ(q,1,A)={(q,AA)}

δ(q,0,A)={(p, ε)}

δ(p,0,A)={(p, ε)}

δ(p, ε,A)={(p, ε)} //弹空多余的 A

此题目要求为 1 串后接 0 串，且 1 的数量大于等于 0 的数量

设计思路：

- q 为记录读入的 1，每次读入 1 个 1 压入 1 个 A；p 读入 0 时弹出一个记录的 A
- 有的同学设计的 PDA 在读入 1 时压入 1，也可以。将答案中的 A 均换为 1 即可。
- 有的同学栈底符号设计为 S，也可以，只要在栈符号表中也是包含 S 即可。

分析非接受句子的分析情况：

- 读入的 1 数量如果少于 0，则需要 δ (p,0, ε)定义的动作，由于此情况没有定义，因此转入出错处理，PDA 拒绝接受此串。
- 若读入 0 之后又出现了 1，如 1101，则需要执行 δ (p,1, A) 定义的动作，由于 p 状态下不能读入 1，因此转入出错处理，PDA 拒绝接受此串。

使用终态方式接受句子的 PDA 也可以：

PDA M =({ q, p}, {0, 1}, { Z, A}, δ, q, Z, { p})

δ (q, 1, Z) ={(q, A) }

δ (q, 1, A) ={(q, A A) }

δ (q, 0, A) ={(p, ε) }

δ (p, 0, A) ={(p, ε) }

既用终态，又用空栈接受该语言的 PDA

PDA M =({ q, p}, {0, 1}, { Z, A}, δ, q, Z, { p})

δ (q, 1, Z) ={(q, A) }

δ (q, 1, A) ={(q, A A) }

δ (q, 0, A) ={(p, ε) }

δ (p, 0, A) ={(p, ε) }

δ (p,ε , A) ={(p, ε) }

解法 2 GNF->PDA

若文法构造错误，但文法转 PDA 正确则扣 10 分。

先构造相应文法，此文法相当于 $1^*(1^n0^n)$

S→1S |1S0|10

转换文法为 GNF：

$S \rightarrow 1S \mid 1SA \mid 1A$

$A \rightarrow 0$

构造 PDA:

PDA M=($\{q_0\}$，{0， 1}，{ S, A}，δ， q， Z， Φ)

$\delta(q_0,1,S)=\{(q_0,S),\ (q_0,SA),\ (q_0,A)\}$

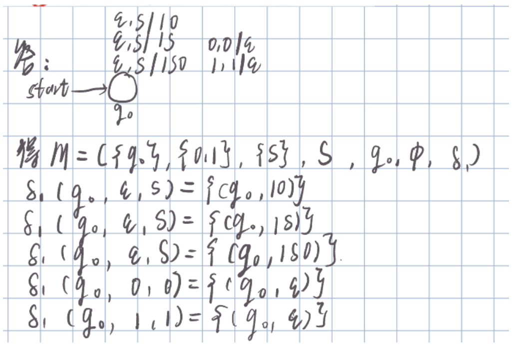
$\delta(q_0,0,A)=\{(q_0,\varepsilon)\}$

- 此答案通过栈顶符号区分是处于“记录阶段”（S）还是“匹配阶段”（A）

作业中特殊答案分析:

此答案也是等价的，本课程所用教材不含此方法。

此种 PDA 缺乏实用性，不推荐。



答:

ε,S/10
ε,S/1S
ε,S/1S0
0,0/ε
1,1/ε
start
q_0

得 $M=(\{q_0\},\{0,1\},\{S\},S,q_0,\phi,\delta_1)$

$\delta_1(q_0,\varepsilon,S)=\{(q_0,10)\}$

$\delta_1(q_0,\varepsilon,S)=\{(q_0,1S)\}$

$\delta_1(q_0,\varepsilon,S)=\{(q_0,1S0)\}$

$\delta_1(q_0,0,0)=\{(q_0,\varepsilon)\}$

$\delta_1(q_0,1,1)=\{(q_0,\varepsilon)\}$

1.（5）25 分 错一处转移函数，导致无法接受正确语言则扣 3 分。
此题目答案非常多
此题若同学理解为含或不含 ε 都算对。以下是认为包含 ε 的答案：
方法一：
以空栈方式接受:
假设 A 用于记录 0，B 用于记录 1
若栈顶是 S 表示 0、1 数量相等。此时不论读 1 或是读 0 都是压栈记录。
若栈顶为 A，则读 0 压栈，读 1 弹栈。
若栈顶为 B，则读 1 压栈，读 0 弹栈。
PDA M1=（{q}，{0，1}，{ S, A, B}，δ，q，S，Φ）
$\delta(q,0,S)=\{(q, AS)\}$
$\delta(q,1,S)=\{(q, BS)\}$
$\delta(q,0,A)=\{(q, AA)\}$
$\delta(q,1,B)=\{(q, BB)\}$
$\delta(q,1,A)=\{(q, \varepsilon)\}$
$\delta(q,0,B)=\{(q, \varepsilon)\}$
$\delta(q,\varepsilon,S)=\{(q, \varepsilon)\}$

解释：举例 M1 识别 1001 的过程
(q，1001，S)
$\vdash_M$ (q，001，BS)
$\vdash_M$ (q，01，S)
$\vdash_M$ (q，1，AS)
$\vdash_M$ (q，ε，S)
$\vdash_M$ (q，ε，ε)　//以空栈方式接受 1001

解释：与 PDA M1 等价的 CFG G1 为
$S\rightarrow 0AS|1BS|\varepsilon$
$A\rightarrow 0AA|1$
$B\rightarrow 1BB|0$

以终态方式接受:
将上述以空栈方式接受的 PDA 按照书中定理 7-2 的构造方法，构造 M2
PDA M2=（$\{q, q_{02}, q_f\}$，{0，1}，$\{S, A, B, Z_{02}\}$，δ，q，S，$\{q_f\}$）
$\delta(q,\varepsilon, Z_{02})=\{(q, S Z_{02})\}$
$\delta(q,0,S)=\{(q, AS)\}$
$\delta(q,1,S)=\{(q, BS)\}$
$\delta(q,0,A)=\{(q, AA)\}$
$\delta(q,1,B)=\{(q, BB)\}$
$\delta(q,1,A)=\{(q, \varepsilon)\}$
$\delta(q,0,B)=\{(q, \varepsilon)\}$
$\delta(q,\varepsilon,S)=\{(q, \varepsilon)\}$
$\delta(q,\varepsilon, Z_{02})=\{(q_f, \varepsilon)\}$

M1 的特殊性在于当 S 位于栈顶时代表当时已经读入的 0, 1 数量相等，弹出 S 成为空栈已是识别完字符串的最后一个动作。因此构造等价的用终态方式接受的 PDA 也可直接通过空移动转移到接受状态，用终态方式接受字符串。如 M3:

PDA M3=（$\{q, q_f\}$，$\{0，1\}$，$\{S, A, B\}$，δ，q，S，$\{q_f\}$）

$\delta(q,0,S)=\{(q, AS)\}$

$\delta(q,1,S)=\{(q, BS)\}$

$\delta(q,0,A)=\{(q, AA)\}$

$\delta(q,1,B)=\{(q, BB)\}$

$\delta(q,1,A)=\{(q, \varepsilon)\}$

$\delta(q,0,B)=\{(q, \varepsilon)\}$

$\delta(q,\varepsilon,S)=\{(q_f, \varepsilon)\}$

方法二：

从构造 CFG G4 文法

$S\rightarrow 0S1S \mid 1S0S \mid \varepsilon$

构造等价的 CNF 文法：

$S\rightarrow 0SAS \mid 1SBS \mid \varepsilon$

$A\rightarrow 1$

$B\rightarrow 0$

基于 CNF，按照定理 7-3，构造等价的 PDA

PDA M4=（$\{q\}$，$\{0，1\}$，$\{S, A, B\}$，δ，q，S，Φ）

$\delta(q,0,S)=\{(q, SAS)\}$

$\delta(q,1,S)=\{(q, SBS)\}$

$\delta(q,\varepsilon,S)=\{(q, \varepsilon)\}$

$\delta(q,1,A)=\{(q, \varepsilon)\}$

$\delta(q,0,B)=\{(q, \varepsilon)\}$

解释：举例 M4 识别 1001 的过程

(q, 1001, S)

$\vdash_M$ (q, 001, SBS)

$\vdash_M$ (q, 001, BS)　　　//ε 移动，弹出栈顶 S

$\vdash_M$ (q, 01, S)

$\vdash_M$ (q, 1, SAS)

$\vdash_M$ (q, 1, AS)　　　//ε 移动，弹出栈顶 S

$\vdash_M$ (q,ε, S)

$\vdash_M$ (q,ε,ε)　　　//以空栈方式接受 1001

此题还存在更多文法答案：

G5:　$S\rightarrow 0S1 \mid 1S0 \mid SS \mid \varepsilon$

G6:　$S\rightarrow S0S1S \mid S1S0S \mid \varepsilon$

此处略去其对应的 PDA

错误答案：
下面同学的答案无法接受 1001
其对应文法为 S→0S1|1S0|01|10，也无法派生出 1001。

(5) 分析：每读入一个 0 入栈，读入一个 1 出栈，反之亦然

1° 空栈 PDA

$M_1 = (\{q_0\}, \{0,1\}, \{S,A,B\}, \delta, q_0, S, \phi)$

δ_1 为：

$\delta_1(q_0, 0, S) = \{(q_0, SA), (q_0, A)\}$

$\delta_1(q_0, 1, S) = \{(q_0, SB), (q_0, B)\}$

$\delta_1(q_0, 1, A) = \{(q_0, \varepsilon)\}$

$\delta_1(q_0, 0, B) = \{(q_0, \varepsilon)\}$

8（1）25 分 错一处转移函数，导致无法接受正确语言则扣 5 分。
同上题，亦有多种答案，能接受与文法同样的语言即算正确。

Step1 构造 GNF：

S->aBB|bAA|bA|b

B->aBB|aA|a

A->bBA|bB

Step2 构造 PDA

M=({q}，{a，b}，{ S, A,B}，δ，q，S，Φ)

δ(q,a,S)={(q, BB)}

δ(q,b,S)={(q, AA),(q,A),(q, ε)}

δ(q,a,B)={(q, BB),(q,A),(q, ε)}

δ(q,b,A)={(q, BA),(q,B)}

11（1）25 分

漏掉 S 产生式扣 5 分。此题答案为全部产生式。此次要求同学写的是高亮部分

- 此题 2 个状态，压栈 0 个变量的动作对应 1 条产生式；压栈 1 个变量的动作对应 2 条产生式；压栈 2 变量的动作对应 4 条产生式；压栈 3 个变量的动作对应 8 条产生式。
- 本题合计 64 条产生式。
- 此题只要是能看出同学已掌握构造方法即可，部分省略也可以，但需要说明。灰色字部分可以忽略

1）首先构造 S 的产生式 S→[q,A,q]|[q,A,p]

2）根据每个迁移函数，构造对应的产生式，p_a∈{q,p}、p_b∈{q,p}、p_c∈{q,p}

δ(q,0,A)={(q,B)}得 [qAp_a]->0[qBp_a]（此部分对应 2+4=6 个产生式）

因,展开有

[q,A,q]->0[q,B,q]

[q,A,p]->0[q,B,p]

δ(q,0,A)={(q,BB)}得 [qAp_b]->0[qBp_a][p_aBp_b]

因 p_a p_b ∈{q,p},展开有

[q,A,q]->0[q,B,q][q,B,q]

[q,A,q]->0[q,B,p][p,B,q]

[q,A,p]->0[q,B,q][q,B,p]

[q,A,p]->0[q,B,p][p,B,p]

δ(q,1,A)={(q,C)}得[qAp_a]->1[qCp_a]

展开有：

[q,A,q]->1[q,C,q]

[q,A,p]->1[q,C,p]

δ(q,1,A)={(q,CC)}得[qAp_b]->1[qCp_a][p_aCp_b]

展开有：

[q,A,q]->1[q,C,q][q,C,q]

[q,A,q]->1[q,C,p][p,C,q]

[q,A,p]->1[q,C,q][q,C,p]

[q,A,p]->1[q,C,p][p,C,p]

δ(q,0,B)={(q,BB)}得[qBp_b]->0[qBp_a][p_aBp_b]（此部分对应 4+8+1=13 个产生式）

展开有

[q,B,q]->0[q,B,q][q,B,q]

[q,B,q]->0[q,B,p][p,B,q]

[q,B,p]->0[q,B,q][q,B,p]

[q,B,p]->0[q,B,p][p,B,p]

δ(q,0,B)={(q,BBB)}得[qBp_c]->0[qBp_a][p_aBp_b][p_bBp_c]

展开

[qBq]->0[qBq][qBq][qBq]

[qBq]->0[qBq][qBp][pBq]

[qBq]->0[qBp][pBq][qBq]

[qBq]->0[qBp][pBp][pBq]

[qBp]->0[qBq][qBq][qBp]
[qBp]->0[qBq][qBp][pBp]
[qBp]->0[qBp][pBq][qBp]
[qBp]->0[qBp][pBp][pBp]

δ(q,0,B)={(q, ε)}得[qBq]->0
[qBq]->0
δ(q,1,B)={(q, CB)}得$[qBp_b]$->1$[qCp_a][p_aBp_b]$
展开得：
[qBq]->1[qCp][pBq]
[qBq]->1[qCq][qBq]
[qBp]->1[qCp][pBp]
[qBp]->1[qCq][qBp]

δ(q,1,B)={(q, CBB)}得$[qBp_c]$->1$[qCp_a][p_aBp_b][p_bBp_c]$
展开：
[qBq]->1[qCq][qBq][qBq]
[qBq]->1[qCq][qBp][pBq]
[qBq]->1[qCp][pBq][qBq]
[qBq]->1[qCp][pBp][pBq]
[qBp]->1[qCq][qBq][qBp]
[qBp]->1[qCq][qBp][pBp]
[qBp]->1[qCp][pBq][qBp]
[qBp]->1[qCp][pBp][pBp]
δ(q,0,C)={(q, BC)}得$[qCp_b]$->0$[qBp_a][p_aCp_b]$

δ(q,0,C)={(q, BBC)}得$[qCp_c]$->0$[qBp_a][p_aCp_b][p_bCp_c]$
展开得：
[qCq]->0[qBq][qCq][qCq]
[qCq]->0[qBq][qCp][pCq]
[qCq]->0[qBp][pCq][qCq]
[qCq]->0[qBp][pCp][pCq]
[qCp]->0[qBq][qCq][qCp]
[qCp]->0[qBq][qCp][pCp]
[qCp]->0[qBp][pCq][qCp]
[qCp]->0[qBp][pCp][pCp]

δ(q,1,C)={(q, CC)}得$[qCp_b]$->1$[qCp_a][p_aCp_b]$
展开得：
[qCq]->1[qCp][pCq]
[qCq]->1[qCq][qCq]
[qCp]->1[qCp][pCp]
[qCp]->1[qCq][qCp]

δ(q,1,C)={(q, CCC)}得[qCp_c]->1[qCp_a][p_aCp_b][p_bCp_c]
展开得：

[qCq]->1[qCq][qCq][qCq]

[qCq]->1[qCq][qCp][pCq]

[qCq]->1[qCp][pCq][qCq]

[qCq]->1[qCp][pCp][pCq]

[qCp]->1[qCq][qCq][qCp]

[qCp]->1[qCq][qCp][pCp]

[qCp]->1[qCp][pCq][qCp]

[qCp]->1[qCp][pCp][pCp]

δ(q,1,C)={(p, ε)}得[qCp]->0（此部分对应 1 个产生式）

[qCp]->0

δ(p,0,B)={(p, ε)}得[pBp]->0

[pBp]->0

δ(p,1,C)={(p, ε)}得[pCp]->1

[pCp]->1