

## 智能科学数学基础期末试题

考试时间：12月16日

### 一、选择题（每题4分，共20分）

1、关于奇异值分解，下列说法正确的是 (C)

- A. 只有方阵能进行奇异值分解
- B. 只有非奇异矩阵能进行奇异值分解
- C. 任意矩阵都能进行奇异值分解
- D. 对称矩阵的奇异值就是其特征值

2、潜在语义分析属于 (C)

- A. 半监督学习
- B. 监督学习
- C. 无监督学习
- D. 以上都不是

3、已知  $x, y$  满足以下约束条件  $\begin{cases} 2x + y - 2 \geq 0 \\ x - 2y + 4 \geq 0 \\ 3x - y - 3 \leq 0 \end{cases}$ ，则  $x^2 + y^2$  的最大值和最小值分别是 (C)

- A. 13, 1
- B. 13, 2
- C. 13,  $\frac{4}{5}$
- D.  $\sqrt{13}$ ,  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

4、k 均值算法的特点是 (A)

- A. 以样本和其所属类的中心之间的距离总和为优化的目标函数
- B. 类别数 K 需要经过学习得到
- C. 聚类结果一定是全局最优
- D. 选择不同的初始中心，能够得到相同的聚类结果

5. 主成分分析后每一个新的变量可以表示为 (D)

- A. 某个原变量
- B. 新变量的线性组合
- C. 原来部分变量的线性组合
- D. 原来所有变量的线性组合

## 二、填空题（每题 4 分，共 20 分）

6、主成分分析的基本思想是\_\_\_\_\_.

7、样本  $x_1 = (1, 2, 0, 1)$  和  $x_2 = (2, 1, -3, 0)$  的相关系数为\_\_\_\_\_, 夹角余弦为\_\_\_\_\_.

8、给定单词集合  $W = \{\text{今天, 明天, 冷}\}$  和文本集合  $C = \{\text{'今天冷', '今天不冷, 不如明天冷'}\}$ , 则其单词-文本频数矩阵为\_\_\_\_\_, 话题数为 2 时的单词-话题矩阵为\_\_\_\_\_, 话题-文本矩阵为\_\_\_\_\_.

9、如下问题转换为标准线性规划问题后, 可写为: \_\_\_\_\_.

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1 + 2x_2 + 3x_3 \\ \text{s.t.} \quad & x_1 + x_2 \leq 6 \\ & 2x_2 + x_3 \leq 3 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

10、如下问题的二次罚函数是\_\_\_\_\_.

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1 + 2x_2 + 3x_3 \\ \text{s.t.} \quad & x_1^2 + x_2^2 + x_3 + 2 = 0 \end{aligned}$$

### 三、计算及证明题（共 60 分）

11、（8 分）考虑由约束  $x_1^2 + x_2^2 \leq 1$ ,  $1 - x_2 + x_1 \geq 0$ ,  $x_1 \leq 0$  确定的可行域 F.

判定点  $x^{(1)} = \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ ,  $x^{(2)} = (-1, 1)$ ,  $x^{(3)} = (-1, 0)$ ,  $x^{(4)} = \left(0, -\frac{1}{2}\right)$ ,  $x^{(5)} = \left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

是否是可行点？如果是可行点，是内点还是边界点？是哪个约束的边界点？

12、（8 分）利用单纯形法计算如下最优化问题

$$\begin{array}{ll} \max & z = 2x_1 + x_2 \\ \text{s. t.} & 5x_2 \leq 15 \\ & 6x_1 + 2x_2 \leq 24 \\ & x_1 + x_2 \leq 5 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

13、（8 分）已知点  $A_1(2,0), A_2(1,-1), A_3(4,-1), A_4(0,2), A_5(-1,3)$ ，距离函数为欧氏距离.

(1) 使用 K 均值算法进行聚类，初始点为  $A_1, A_2$

(2) 使用层次聚类法进行聚类

14、（10 分）用共轭梯度法计算  $\min f(X) = x_1^2 + x_2^2 - 5x_1x_2 - 2x_1 - 4x_2 + 10$  的最优解，其中初始点  $x^{(0)} = [1,1]^T$ ，收敛精度  $\varepsilon = 0.0001$

15、（8 分）证明指数函数  $e^{(ax)}$  是凸函数，其中  $a$  是常数， $x$  是变量.

16、（8 分）叙述单纯形法的最优解形式以及无界解形式.

17、（10 分）用 BSGF 方法最优化如下问题

$$\min f(x_1, x_2) = -2x_1 - 3x_2 + 2x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2$$

设初始点为  $(1,1)$ ，迭代两次.