24.（主观题）8 分

一.

图灵的主要贡献有：

1. 图灵机：图灵机是一种抽象计算模型，被视为现代通用计算机的原型，为计算机科学提供了理论基础，也为开发计算机和编程语言奠定了基础。

2. 计算机理论：提出了可计算性理论和复杂性理论等，奠定了计算机科学的基础。

3. 人工智能：提出“图灵测试”的概念，用于评估机器是否具有人类智能，为人工智能的发展提供了重要思想基础。

4. 破解恩尼格玛密码机：在二战期间，破解了纳粹德国的恩尼格玛密码机，是二战中最重要的贡献之一。

我所了解的一位图灵奖获得者是 Donald Knuth，他的主要贡献在算法分析和设计领域。他提出了许多算法和数据结构，如 KMP 字符串匹配算法、LR 分析算法和 TeX 排版系统等；此外，他还是计算机程序设计语言 WEB 的创始人。他的工作影响了计算机科学和工程的许多方面，奠定了计算机科学领域的基础。

二.

24 题：

为什么要研究形式语言：

1. 形式语言能够提供更加精确和抽象的方法来描述和分析语言结构，有助于理解自然语言的语法和语义。

2. 形式语言支持计算机语言和编程，可以用于编写计算机程序并进行解析和执行。

3. 形式语言可以应用于语言翻译和自然语言处理，有助于人工智能研究的发展。

4. 形式语言的理论和性质可以帮助我们理解语言的结构和特性，为计算机科学和语言学等领域提供新的思路和方法。

为什么要学习形式语言：

1. 形式语言是计算机编程语言的基础，学习它有助于更好理解编程语言的语法和规则，有助于编程的学习和代码的规范书写。

2. 形式语言与自然语言处理紧密相关，学习它有助于理解自然语言处理的理论和方法，从而在这一领域进行新的突破和探索。

31. 每题 4 分，共 32 分

31.(1) $(L_1L_2)^* = (L_2L_1)^*$，等式不成立

证明：取 $L_1=\{0\}$，$L_2=\{1\}$，则

$(L_1L_2)^* = \{01\}^* = 010101\cdots$，$(L_2L_1)^* = \{10\}^* = 101010\cdots$

显然不成立

(2) $L_1^+ = L_1^+L_1^+$，等式不成立

证明：假设 $L_1=\{0,1\}$

则 $L_1^+ = \{0,1,00,01,10,11,\cdots\}$

而 $L_1^+L_1^+ = \{0,1,00,01\cdots\}\{0,1,00,01\cdots\} = \{00,01,10,11\cdots\}$

对于 $L_1^+L_1^+$ 来说，缺少 $\{0\}$ 和 $\{1\}$ 两个单元素

个数不匹配，故不成立

(3) $L_1^* = L_1^*L_1^*$，等式成立

证明：$(L_1^+\cup\{\varepsilon\})(L_1^+\cup\{\varepsilon\}) = (L_1^+L_1^+)\cup(L_1^+\{\varepsilon\})\cup(\{\varepsilon\}L_1^+)\cup\{\varepsilon\}$

$= L_1^+L_1^+ \cup L_1^+\{\varepsilon\}\cup L_1^*\cup\{\varepsilon\}$

又 $L_1^+L_1^+ = (L_1^1\cup L_1^2\cup L_1^3\cdots)(L_1^1\cup L_1^2\cdots) = L_1^2\cup L_1^3\cup\cdots$，故 $L_1^+L_1^+\subset L_1^*$，$L_1^+\subset L_1^*$

∴ $L_1^*L_1^* = L_1^*$，证毕

(4) $(L_1\cup L_2)^* = L_2^*\cup L_1^*$，等式不成立

证明：设 $L_1=\{0\}$，$L_2=\{1\}$，则 $L_1\cup L_2=\{0,1\}$

$\{0,1\}^* = \{\varepsilon,0,1,00,01,10,11\cdots\}$

而 $L_2^* = \{\varepsilon,1,11,111,\cdots\}$

$L_1^* = \{\varepsilon, 0, 00, 000 \ldots\ldots\}$

则 $L_2^* \cup L_1^* = \{\varepsilon, 0, 1, 00, 11, 000, 111 \ldots\}$.

显然，$\{0,1\}^* \neq L_2^* \cup L_1^*$

(5) $(L_1L_2 \cup L_1)^* L_1 = L_1(L_2L_1 \cup L_1)^*$，等式成立

证明：$(L_1L_2 \cup L_1)^* = (L_1L_2 \cup L_1)^0 \cup (L_1L_2 \cup L_1)^1 \cup \cdots (L_1L_2 \cup L_1)^n \cup \cdots$

$(L_2L_1 \cup L_1)^* = (L_2L_1 \cup L_1)^0 \cup (L_2L_1 \cup L_1)^1 \cup \cdots (L_2L_1 \cup L_1)^n \cup \cdots$

①当 $n=0$ 时 $(L_1L_2 \cup L_1) L_1 = L_1(L_2L_1 \cup L_1) = L_1$ 成立

$n=1$ 时 $(L_1L_2 \cup L_1) L_1 = \{L_1, L_1L_2\} L_1 = \{L_1L_1, L_1L_2L_1\}$

$L_1(L_2L_1 \cup L_1) = L_1\{L_1, L_2L_1\} = \{L_1L_1, L_1L_2L_1\}$

有 $(L_1L_2 \cup L_1) L_1 = L_1(L_2L_1 \cup L_1)$ 成立

①当 $n=k$ 时，假设 $(L_1L_2 \cup L_1)^k L_1 = L_1(L_2L_1 \cup L_1)^k$ 成立

则 $n=k+1$ 时 $(L_1L_2 \cup L_1)^{k+1} L_1 = (L_1L_2 \cup L_1)(L_1L_2 \cup L_1)^k L_1$

$= (L_1L_2 \cup L_1) L_1 (L_2L_1 \cup L_1)^k$

$= (L_2L_1 \cup L_1)(L_2L_1 \cup L_1)^k$

$= (L_2L_1 \cup L_1)^{k+1}$ 成立.

故命题等式成立

(6) $L_2(L_1L_2 \cup L_2)^* L_1 = L_1L_1^*L_2(L_1L_1^*L_2)^*$，不成立

证明：显然，左式的起始部分为 L_2

右式起始部分为 L_1

两式不等.

(7) $(L_1^+)^* = (L_1^*)^+ = L_1^*$ ，成立

证明：① $(L_1^*)^+ = L_1^* \cup (L_1^*)^2 \cup (L_1^*)^3 \cup \cdots$

又 $L_1^* = L_1^* L_1^*$ ，

则 $(L_1^*)^n = L_1^*(L_1^*)^{n-1} = L_1^* L_1^* (L_1^*)^{n-2} = L_1^*(L_1^*)^{n-2} = (L_1^*)^{n-1}$

则 $(L_1^*)^+ = L_1^* \cup L_1^* \cup L_1^* \cup \cdots = L_1^*$

② $(L_1^+)^* = (L_1^+)^0 \cup L_1^+ \cup (L_1^+)^2 \cup \cdots$

$= \{\varepsilon\} \cup L_1^+ \cup (L_1^+)^2 \cup \cdots$

$= L_1^* \cup (L_1^+)^2 \cup \cdots$

又 $(L_1^+)^2 = (L_1^1 \cup L_1^2 \cup L_1^3 \cup \cdots)(L_1^1 \cup L_1^2 \cup L_1^3 \cup \cdots) = L_1^2 \cup L_1^3 \cup L_1^4 \cup \cdots$

有 $(L_1^+)^2 \subset L_1^*$ ，同理，$(L_1^+)^n$ $(n \geq 2$ 且 $n \in N_+)$ 均有 $(L_1^+)^n \subset L_1^*$

故 $(L_1^+)^* = L_1^* \cup (L_1^+)^2 \cup \cdots = L_1^*$

由①知：$(L_1^+)^* = (L_1^*)^+ = L_1^*$ ，证毕

(8) $L_1^* L_1^+ = L_1^+ L_1^* = L_1^+$ ， 成立

证明：① $L_1^* L_1^+ = (L_1^+ \cup \{\varepsilon\}) L_1^+ = \{\varepsilon, L_1^+\} L_1^+$

$= \{L_1^+, L_1^+ L_1^+\}$.

$L_1^+ L_1^* = L_1^+ (L_1^+ \cup \{\varepsilon\}) = L_1^+ \{L_1^+, \varepsilon\}$

$= \{L_1^+ L_1^+, L_1^+\}$

$\therefore L_1^* L_1^+ = L_1^+ L_1^*$

② 由 $L_1^+ = L_1^1 \cup L_1^2 \cup L_1^3 \cup \cdots$

$L_1^+ L_1^+ = (L_1^1 \cup L_1^2 \cup L_1^3 \cup \cdots)(L_1^1 \cup L_1^2 \cup L_1^3 \cup \cdots)$

$= L_1^2 \cup L_1^3 \cup L_1^4 \cup \cdots$

（1）否、（2）否、（3）是、（4）否、 （5）是、（6）否、（7）是、（8）是

32.每题 5 分，共 60 分

(1) {0}{0,1}* 其中，{0,1}*写为 S*也可以

(2) {0}{0,1}*{1}

(3) {11}{0,1}*{11}∪{11,111}

仅写前面半个集合 给 3 分

(4) {01,1}*{ε,00}{10,1}*∪{10,0}*{ε,11}{01,0}*

(5) {ε,1}{01}*{00}{10}*{ε,1}∪{ε,0}{10}*{11}{01}*{ε,0}∪{ε,0}{10}*∪{ε,1}{01}*∪{ε,1}{01}*{00}{10}*{11}{01}* {ε,0}∪{ε,0}{10}*{11}{01}*{00}{10}*{ε,1} 分情况:

含且仅含 1 对 0，不含 11: {ε,1}{01}*{00}{10}*{ε,1} 含且仅含 1 对 1，不含 00: {ε,0}{10}*{11}{01}*{ε,0} 没有连续的 0 且没有连续的 1: {ε,0}{10}*∪{ε,1}{01}* 或者{10}*{ε,1}∪{01}*{ε,0}也对。

有一对连续 0 和一对连续 1，且 00 在前: {ε,1}{01}*{00}{10}*{11}{01}* {ε,0} 有一对连续 0 和一对连续 1，且 11 在前: {ε,0}{10}*{11}{01}*{00}{10}*{ε,1} 很多同学构造的串是没考虑红色部分，因此构造的串仅可能为偶数长度。 有欠缺红色区域的答案给 3 分，若欠缺的不多则给 4 分。

(6) $\{0,1\}^{2n}$,n=0,1,2,3,... 【因为 0 是偶数，没考虑 0 扣 1 分】

(7) $\{0,1\}^{2n-1}$,n=1,2,3,... 【2n+1，n=0,1,2,3… 也对】

(8) {1,0}*{01011}{0,1}*

(9) {1,0}*{000}{0,1}*

(10) {1,0}*-{1,0}*{000}{0,1}* 或者写为{1,0}*{000}{0,1}*的补集都可以【{001,01,1}*是错的，因为没有“10”等情况，注意找漏掉的串和错误的串】

(11) $\{0,1\}^9$\{0\}\{0,1\}*

(12) {0,1}*{0}$\{0,1\}^9$