

РЕФЕРАТ

Пояснительная записка: 83 с, 39 рисунков, 3 таблицы, 11 источников, 8 приложений.

РАКЕТА-НОСИТЕЛЬ, АЭРОДИНАМИКА, ВОЗВРАЩАЕМАЯ СТУПЕНЬ, СИСТЕМЫ КООРДИНАТ, МАТРИЦЫ ПЕРЕХОДА, ПОСАДКА СТУПЕНИ, МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ, АВТОМАТ СТАБИЛИЗАЦИИ, ВОЗМУЩЕННОЕ ДВИЖЕНИЕ, ОБЛАСТЬ УСТОЙЧИВОСТИ.

Объектом исследования является возвращаемый ракетный блок ракеты-носителя.

Цель работы – моделирование возмущенного и невозмущенного движения ракетного блока, исследование реализации посадки ступени и устойчивости движения.

В результате работы произведен расчет аэродинамических коэффициентов ракетного блока на разных высотах и при разных числах маха, написано программное обеспечение для баллистического расчета возвращения ступени. Была написана программа для нахождения области устойчивости методом D-разбиения в плоскости параметров автомата стабилизации a_1, a_0 . Также был произведен расчет невозмущенного и возмущенного движения с найденными передаточными числами автомата стабилизации.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	6
1 Моделирование процесса посадки	14
1.1 Постановка задачи	14
1.2 Составление уравнения движения	15
1.2.1 Уравнения движения в общем виде	15
1.2.2 Сила тяги двигателя	16
1.2.3 Сила аэродинамического сопротивления	18
1.2.3.1 Составление проектного облика ракетного блока	18
1.2.3.2 Расчет коэффициента лобового сопротивления ракетного блока	19
1.2.3.3 Расчет коэффициента производной нормальной силы по углу атаки ракетного блока	26
1.2.3.4 Представление результатов расчета аэродинамических коэффициентов в программном обеспечении	28
1.2.3.5 Расчет проекций вектора аэродинамической силы на оси стартовой системы координат	29
1.2.4 Гравитационная сила	29
1.2.5 Переносная сила	32
1.2.6 Сила Кориолиса	34
1.2.7 Преобразования координат при переходе из стартовой системы координат к геоцентрической стартовой	35
1.2.8 Определение массы ракетного блока	37
1.2.9 Определение угла тангажа	38
1.3 Расчет процесса посадки и моментов включения импульсов двигательной установки	40
2 Исследование возмущенного движения ракетного блока на участке возвращения	46
2.1 Составление уравнений возмущенного движения	46
2.2 Расчет параметров автомата стабилизации с помощью метода Д-разбиения	51
2.3 Проверка устойчивости системы ракетный блок – автомат стабилизации методом А.Гурвица	58
2.4 Моделирование возмущенного движения ракетного блока на участке возвращения	60

ЗАКЛЮЧЕНИЕ	64
ОПРЕДЕЛЕНИЯ, ОБОЗНАЧЕНИЯ И СОКРАЩЕНИЯ.....	65
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	66
ПРИЛОЖЕНИЕ А	68
ПРИЛОЖЕНИЕ Б.....	69
ПРИЛОЖЕНИЕ В	70
ПРИЛОЖЕНИЕ Г.....	71
ПРИЛОЖЕНИЕ Д	72
ПРИЛОЖЕНИЕ Е.....	73
ПРИЛОЖЕНИЕ Ж	79
ПРИЛОЖЕНИЕ И	80

ВВЕДЕНИЕ

Важнейшим показателем любого ракет-носителя является удельная стоимость вывода полезной нагрузки на орбиту, она в полной мере отражает конкурентоспособность того или иного ракеты-носителя на рынке. С течением времени удельная стоимость вывода полезной нагрузки уменьшается, что говорит о большей доступности космических запусков. Так, например, если в 1960-е годы стоимость пуска одного килограмма условно оценивалась от 6 до 30 тыс. долларов США, то на сегодняшний день этот показатель не превышает 5 тысяч [9].

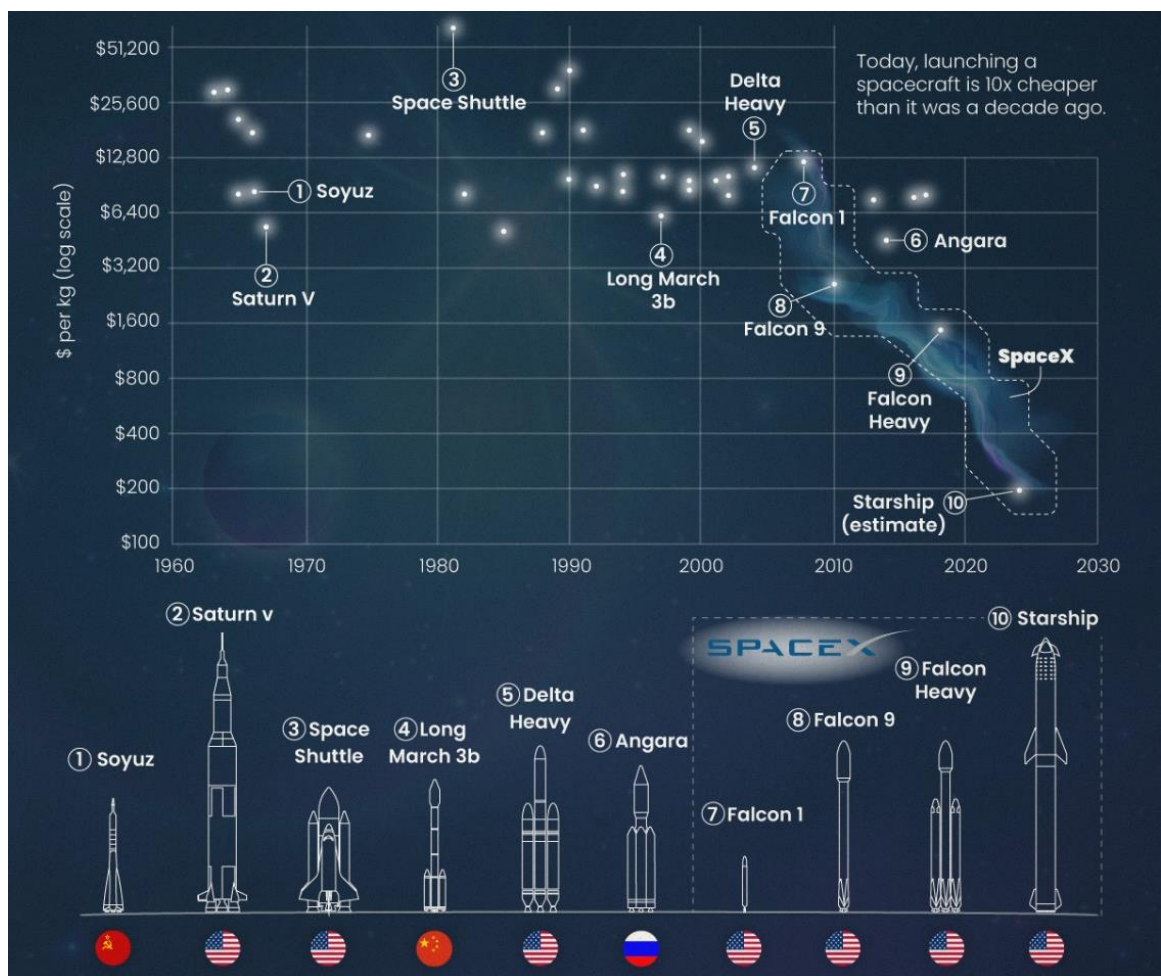


Рисунок 1 – Удельная стоимость вывода одного килограмма на орбиту

Одним из способов уменьшения общей стоимости запуска РН является применение многоразовых возвращаемых ступеней. На сегодняшний день существует несколько вариантов возвращения ступени [1]:

- 1) Баллистический спуск первой ступени за счет использования маршевой двигательной установки;
- 2) Возвращение ступени на парашюте, с возможным последующим включением управляющей двигательной установки;
- 3) Подхват ступени вертолетом;
- 4) Самолетный (аэродинамический) спуск ступени.

Самолетный спуск ступени осуществляется за счет аэродинамического крыла входящего в конструкцию ступени, которое может быть поворотным, выдвижным или статично встроенным в конструкцию. Так как спуск происходит на высоких скоростях, то основной сложностью данного типа возвращения является выбор крыла для ступени и, если имеется, поворотный механизм этого крыла. Также для реализации посадки необходима длинная и качественная посадочная полоса.

Среди примеров РН с таким типом спуска можно выделить перспективный проект «Крыло СВ» и его использование с РН «Ангара». «Крыло СВ» — это разрабатываемая многоразовая ракетно-космическая система с массивным поворотным крылом и хвостовым оперением (рисунки 2 и 3) [10].



Рисунок 2 – РН «Ангара» с использованием РБ «Крыло СВ»



Рисунок 3 – РБ «Крыло СВ»

Другим примером реализации самолетного спуска РН является американский многоразовый транспортный космический корабль «Space Shuttle» и нереализованный советский аналог «Буран» [11].

Шаттл запускался в космос при помощи двух твердотопливных ракетных ускорителей и трёх собственных маршевых двигателей, которые получали топливо из огромного внешнего подвесного бака. На начальном участке траектории основную тягу создавали отделяемые твердотопливные ускорители, на орбите шаттл осуществлял манёвры за счёт двигателей системы орбитального маневрирования, а на Землю возвращался как планер. По похожему принципу функционировал «Буран», но запускался он только один раз с помощью РН «Энергия».



Рисунок 4 – Советский МТКК «Энергия» - «Буран»



Рисунок 5 – Американский МТКК «Space Shuttle»

Возвращение ступени с помощью ее подхвата вертолетом имеет ряд преимуществ и недостатков [1]. Среди преимуществ можно выделить отсутствие массивных крыльев и посадочных опор в конструкции ступени, не требуются посадочные полосы или площадки, не нужно оставлять запас топлива для возвращения – всё имеющееся топливо пойдет на разгон ПН до нужной скорости. К недостаткам можно отнести сложность данного метода, а также ограниченность грузоподъемности вертолета.

Такой метод возвращения используется на РН «Электрон» частной аэрокосмической компании Rocket Lab.

Еще один возможный вариант возвращения ступени – парашютный спуск. Парашют позволяет снизить скорость снижения отработавшей ступени до 9-12 м/с [1], однако этого недостаточно для мягкой посадки, поэтому применяют тормозные ДУ в тандеме с амортизационными посадочными опорами, что существенно утяжеляет конструкцию. Также большим недостатком данного типа возвращения является сложность

управления спуском, что увеличивает район приземления, что затрудняет создавать посадочные площадки.

На сегодняшний день, самым распространенным методом возвращения ступени, является баллистический спуск ступени за счет использования маршевой ДУ и управляющих двигателей. Схема возвращения ступени данным методом изображена на рисунке 6.

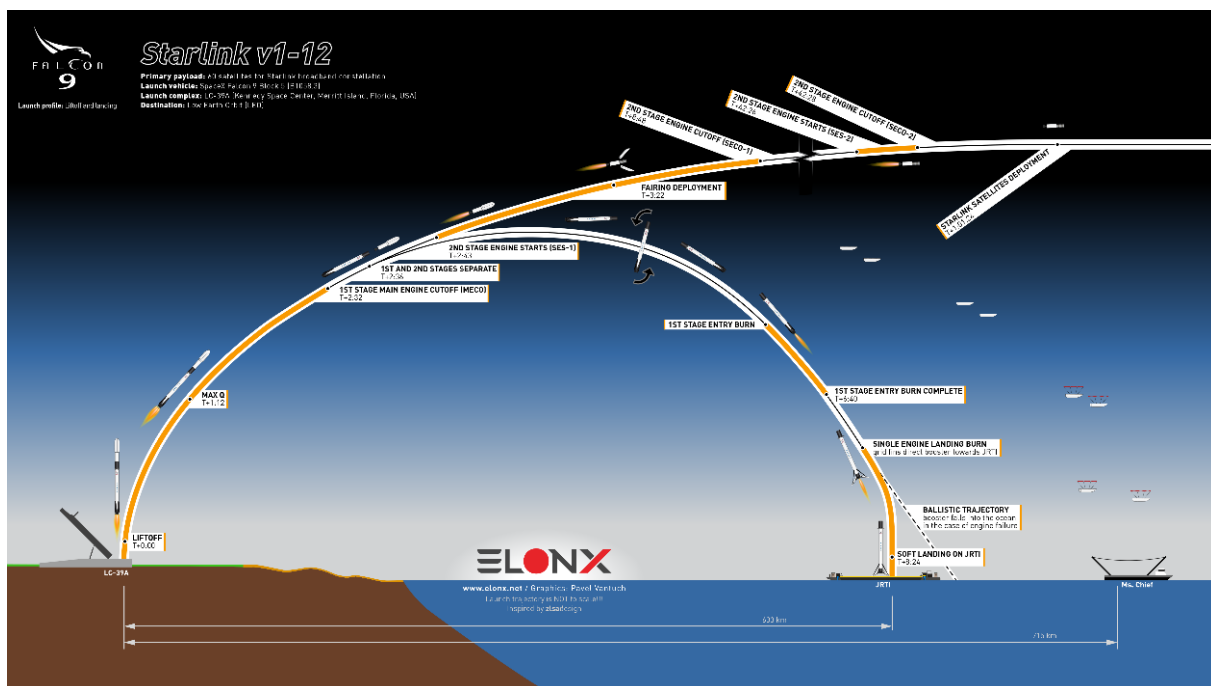


Рисунок 6 – Схема возвращения ступени РН методом баллистического спуска.

После разделения, отделившаяся ступень начинает маневр разворота для правильной ориентации РБ во время начала тормозного импульса. Тормозной импульс необходим для снижения скорости входа в плотные слои атмосферы до, примерно, 1200 м/с. На внеатмосферном участке полета РБ корректирует направление спуска с помощью маршевой ДУ или управляющих двигателей. На атмосферном участке полета, ту же задачу, совместно с двигателями, выполняют аэродинамические рули. На скорости 6 м/с выдвигаются амортизационные опоры, а перед посадкой скорость снижается до 1-2 м/с. Этот способ позволяет реализовать посадку ступени в заданное место, на посадочную площадку.

Яркими примерами данного способа возвращения являются РН американской компании SpaceX (Рисунок 7), и отечественная разрабатываемая АО «РКЦ Прогресс» РН «Амур» (Рисунок 8) [4].

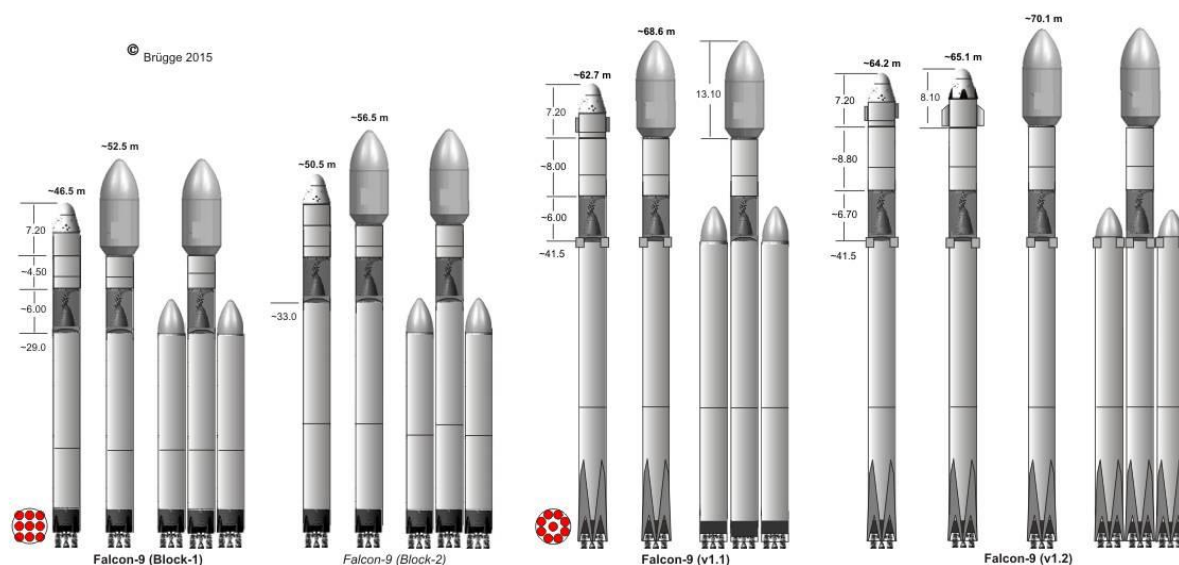


Рисунок 7 – РН семейства «Falcon» аэрокосмической компании «SpaceX»



Рисунок 8 – РН «Амур»

В первой части выпускной квалификационной работы было разработано программное обеспечение для моделирования процесса посадки первой ступени возвращаемого РН. Данное программное обеспечение производит расчет траектории, после чего итерационным подбором находятся моменты включения ДУ, их продолжительность и величина, необходимые для корректной посадки. Также производится расчет закона управления РБ по углу тангажа во время полета.

Во второй части выпускной квалификационной работы было написано программное обеспечение для расчета параметров автомата стабилизации РБ, которые обеспечивают его устойчивость во время полета. Также реализовано моделирование возмущенного движения РБ.

1 Моделирование процесса посадки

1.1 Постановка задачи

Требуется написать программное обеспечение для:

- определения траектории движения 1 ступени РН после разделения при различных исходных данных;
- определения необходимого разворота ступени в процессе полета (если требуется);
- определения величин импульсов ДУ, времени их действия и необходимого направления для посадки ступени (если требуется).

Исходными данными для расчета являются географические параметры старта:

A_z – азимут пуска;

g_a – географическая долгота точки старта;

l_a – геодезическая широта точки старта.

Общие параметры ракетного блока и его параметры в момент разделения:

ϑ – угол тангажа;

$\vec{V}(V_x, V_y, V_z)$ – вектор скорости;

$\vec{r}(x, y, z)$, или $\vec{r}(\varphi, \lambda, r)$ – радиус вектор центра масс ракетного блока;

m – начальная масса ракетного блока;

$m_{ок}, m_{г}$ – начальные массы окислителя и горючего;

$dm_{ок}, dm_{г}$ – секундный массовый расход окислителя и горючего;

P_{max} – максимальная сила тяги ДУ в пустоте.

1.2 Составление уравнения движения

1.2.1 Уравнения движения в общем виде

Исходя из поставленных требований, можно сделать вывод, что рационально будет проводить расчет в инерциальной стартовой системе координат для наглядной визуализации траектории затопления или посадки.

Запишем дифференциальные уравнения движения ракетного блока в инерциальной стартовой системе координат:

$$\begin{aligned}\frac{dx_c}{dt} &= V_x^c; \\ \frac{dy_c}{dt} &= V_y^c; \\ \frac{dz_c}{dt} &= V_z^c.\end{aligned}\tag{1.1}$$

$$\begin{aligned}\frac{dV_x^c}{dt} &= \frac{P_x^c}{m(t)} + \frac{R_x^c}{m(t)} + g_x^c - j_x^c - k_x^c; \\ \frac{dV_y^c}{dt} &= \frac{P_y^c}{m(t)} + \frac{R_y^c}{m(t)} + g_y^c - j_y^c - k_y^c; \\ \frac{dV_z^c}{dt} &= \frac{P_z^c}{m(t)} + \frac{R_z^c}{m(t)} + g_z^c - j_z^c - k_z^c,\end{aligned}\tag{1.2}$$

где x_c, y_c, z_c – координаты центра масс ракетного блока в стартовой СК;

V_x^c, V_y^c, V_z^c – проекции вектора кажущейся скорости на оси стартовой СК;

P_x^c, P_y^c, P_z^c – проекции вектора силы тяги двигателя на оси стартовой СК;

R_x^c, R_y^c, R_z^c – проекции вектора аэродинамической силы на оси стартовой СК;

g_x^c, g_y^c, g_z^c – проекции вектора ускорения свободного падения на оси стартовой СК;

j_x^c, j_y^c, j_z^c – проекции вектора переносной силы на оси стартовой СК;

k_x^c, k_y^c, k_z^c – проекции вектора силы Кориолиса на оси стартовой СК;

t – время полета;

$m(t)$ – масса ракетного блока в данный момент времени.

Найдем все эти проекции по отдельности.

1.2.2 Сила тяги двигателя

Сила тяги двигателя с учетом сил, возникающих на срезе сопла двигателя от давления атмосферы, вычисляется по формуле [2]:

$$P = P_N - (P_N - P_0) \frac{p(y)}{p_0}, \quad (1.3)$$

где P – тяга двигателя;

P_N – тяга двигателя в пустоте;

P_0 – тяга двигателя у поверхности Земли;

$p(y)$ – давление на высоте y ;

p_0 – давление на поверхности Земли.

Сила тяги двигателя задается в связанной системе координат и ее проекции на оси этой системы координат равны:

$$\vec{P}_v = \begin{bmatrix} P_x^v \\ P_y^v \\ P_z^v \end{bmatrix}; \quad (1.4)$$

$$P_x^v = P(h);$$

$$P_y^v = P(h) \sin(\varphi_y); \quad (1.5)$$

$$P_z^v = P(h) \sin(\varphi_z),$$

где φ_y, φ_z – угол отклонения силы тяги двигателя от осей y и z соответственно.

Рассчитаем проекции силы тяги на оси связанной СК [3]:

$$\begin{bmatrix} P_x^c \\ P_y^c \\ P_z^c \end{bmatrix} = M_1(\gamma, \psi, \vartheta) \begin{bmatrix} P_x^v \\ P_y^v \\ P_z^v \end{bmatrix}, \quad (1.6)$$

где $M_1(\gamma, \psi, \vartheta)$ – матрица поворота между связанной СК и стартовой.

Любую матрицу поворота можно рассчитать, перемножив матрицы поворота вокруг соответствующих осей [3]:

$$R_x(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ 0 & -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix}; \quad (1.7)$$

$$R_y(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & 0 & -\sin(\alpha) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\alpha) & 0 & \cos(\alpha) \end{bmatrix}; \quad (1.8)$$

$$R_z(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) & 0 \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (1.9)$$

где $R_x(\alpha), R_y(\alpha), R_z(\alpha)$ – матрицы поворота вокруг осей x, y, z соответственно.

Таким образом $M_1(\gamma, \psi, \vartheta)$ будет равно:

$$\begin{aligned} M_1(\gamma, \psi, \vartheta) &= R_z(\vartheta) * R_y(\psi) * R_x(\gamma) = \\ &= \begin{bmatrix} \cos(\vartheta) & \sin(\vartheta) & 0 \\ -\sin(\vartheta) & \cos(\vartheta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \cos(\psi) & 0 & -\sin(\psi) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\psi) & 0 & \cos(\psi) \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\gamma) & \sin(\gamma) \\ 0 & -\sin(\gamma) & \cos(\gamma) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos(\psi) \cos(\gamma) & \sin(\vartheta) \cos(\gamma) + \cos(\vartheta) \sin(\psi) \sin(\gamma) & \sin(\vartheta) \sin(\gamma) - \cos(\vartheta) \sin(\psi) \cos(\gamma) \\ -\sin(\vartheta) \cos(\psi) & \cos(\vartheta) \cos(\gamma) - \sin(\vartheta) \sin(\psi) \sin(\gamma) & \cos(\vartheta) \sin(\gamma) + \sin(\vartheta) \sin(\psi) \cos(\gamma) \\ \sin(\psi) & -\cos(\psi) \sin(\gamma) & \cos(\psi) \cos(\gamma) \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

1.2.3 Сила аэродинамического сопротивления

1.2.3.1 Составление проектного облика ракетного блока

Проекции аэродинамической силы на оси связанной системы координат [5]:

$$R_x = -c_{xa0} q S_M; \quad (1.9)$$

$$R_y = c_y^a \alpha q S_M, \quad (1.10)$$

где $q = \frac{\rho V^2}{2}$ – скоростной напор;

S_M – характерная площадь мидела;

c_{xa0} – безразмерный коэффициент лобового сопротивления при нулевом угле атаки;

c_y^a – безразмерный коэффициент производной нормальной силы по углу атаки;

α – угол атаки.

Аэродинамические коэффициенты, необходимые для определения аэродинамических сил, зависят от формы и размеров РН, поэтому необходимо сначала определиться с расчетной формой РБ. За основу можно взять существующие и разрабатываемые РН с возвращаемой первой ступенью, такие как Falcon 9 (рисунок 7), «Амур» (рисунок 8). Проанализировав форму первых ступеней данных ракет-носителей, можно сделать вывод о том, что если пренебречь влиянием незначительных выступов посадочных опор на аэродинамику РБ, то за расчетную форму РБ можно принять цилиндр с плоским торцом.

Произведем расчет аэродинамических коэффициентов для РБ следующей геометрии:

$D_{РБ} = 4,1$ м – диаметр ракетного блока;

$L_{РБ} = 32,5$ м – длина ракетного блока;

$\lambda_{РБ} = \frac{L_{РБ}}{D_{РБ}} = 7,92$ – удлинение ракетного блока;

$$S_M = \frac{\pi D_{РБ}^2}{4} = 13,2 - \text{площадь мишени ракетного блока.}$$

1.2.3.2 Расчет коэффициента лобового сопротивления ракетного блока

Коэффициент лобового сопротивления РБ при нулевом угле атаки рассчитывается по следующей формуле [5]:

$$c_{xa0} = c_{xa_{тр}} + c_{xa_{д}}, \quad (1.11)$$

где $c_{xa_{тр}}$ – коэффициент сопротивления трения РБ;

$c_{xa_{д}}$ – коэффициент сопротивления давления РБ.

Коэффициент сопротивления трения РБ рассчитывается по формуле:

$$c_{xa_{тр}} = \frac{2C_{f M=0}}{2} \eta_M \frac{F_{корп}}{S_M}, \quad (1.12)$$

где $F_{корп}$ – площадь смоченной поверхности корпуса;

$2C_{f M=0}$ – коэффициент трения плоской пластины в несжимаемом потоке;

η_M – коэффициент, учитывающий влияние сжимаемости на сопротивление трения.

Для частного случая цилиндра с плоским торцом формула для нахождения площади смоченной поверхности корпуса примет вид:

$$F_{корп} = 4S_M \lambda_{корп}. \quad (1.13)$$

Коэффициент трения плоской пластины в несжимаемом потоке рассчитывается отдельно для ламинарного, турбулентного и переходного пограничного слоя:

Для ламинарного пограничного слоя при $Re < 485000$:

$$2C_{fM=0} = \frac{2,656}{\sqrt{Re}}. \quad (1.14)$$

Для турбулентного пограничного слоя, если $Re > 10^7$:

$$2C_{fM=0} = \frac{0,91}{(\lg(Re))^{2,58}}, \quad (1.15)$$

Для смешанного пограничного случая при $485000 \leq Re \leq 10^7$ в частном случае цилиндра с плоским торцом, коэффициент трения плоской пластины вычисляется по формуле для турбулентного слоя.

Число Рейнольдса определяется по следующей формуле:

$$Re = \frac{a_{\infty} \cdot M_{\infty} \cdot L_{РБ}}{\nu}, \quad (1.16)$$

где a_{∞}, ν - скорость звука и коэффициент кинематической вязкости на заданной высоте, определяемые по таблице стандартной атмосферы (приложение Д) [5];

M_{∞} - число Маха набегающего потока.

Коэффициент, учитывающий влияние сжимаемости на сопротивление трения, вычисляется по формуле:

- для ламинарного течения при $Re < 485000$:

$$\eta_M = (1 + 0,1 \cdot M_{\infty}^2)^{-0,125}, \quad (1.17)$$

- для турбулентного течения при $Re \geq 485000$:

$$\eta_M = (1 + 0,1 \cdot M_\infty^2)^{-\frac{2}{3}}. \quad (1.18)$$

Расчет коэффициента сопротивления трения произведен с помощью пакета Microsoft Excel для чисел маха $M = 0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9; 1; 1,1; 1,3; 1,5; 2; 2,5; 3; 3,5; 4; 4,5; 5$ и $H = 0; 10; 20; 30; 40; 50; 60; 70; 80; 90$.

Результаты расчета коэффициента сопротивления трения представлены в приложении А и на рисунке 9.

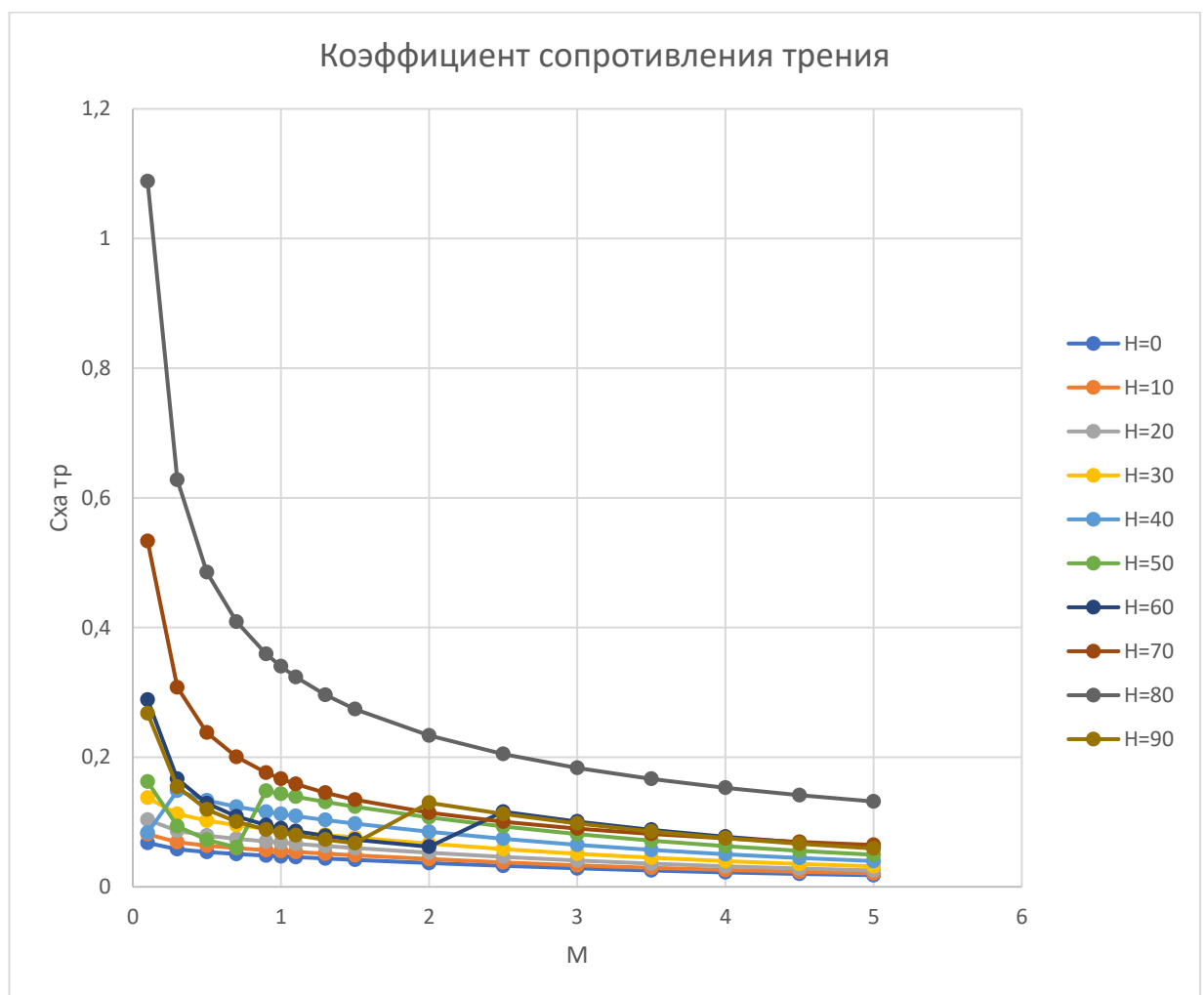


Рисунок 9 – Графики зависимости коэффициента сопротивления трения от числа маха и высоты

Коэффициент сопротивления давления для данного частного случая будет рассчитываться по формуле:

$$c_{x a_d} = c_{x a_{дн}} + c_{x a_{дн'}}, \quad (1.19)$$

где $c_{x a_{дн}}$ – коэффициент сопротивления давления носовой части;

$c_{x a_{дн'}}$ – коэффициент сопротивления давления донной части.

В случае, когда носовая часть представляет собой плоский торец коэффициент сопротивления давления носовой части будет определяться по рисунку 10.

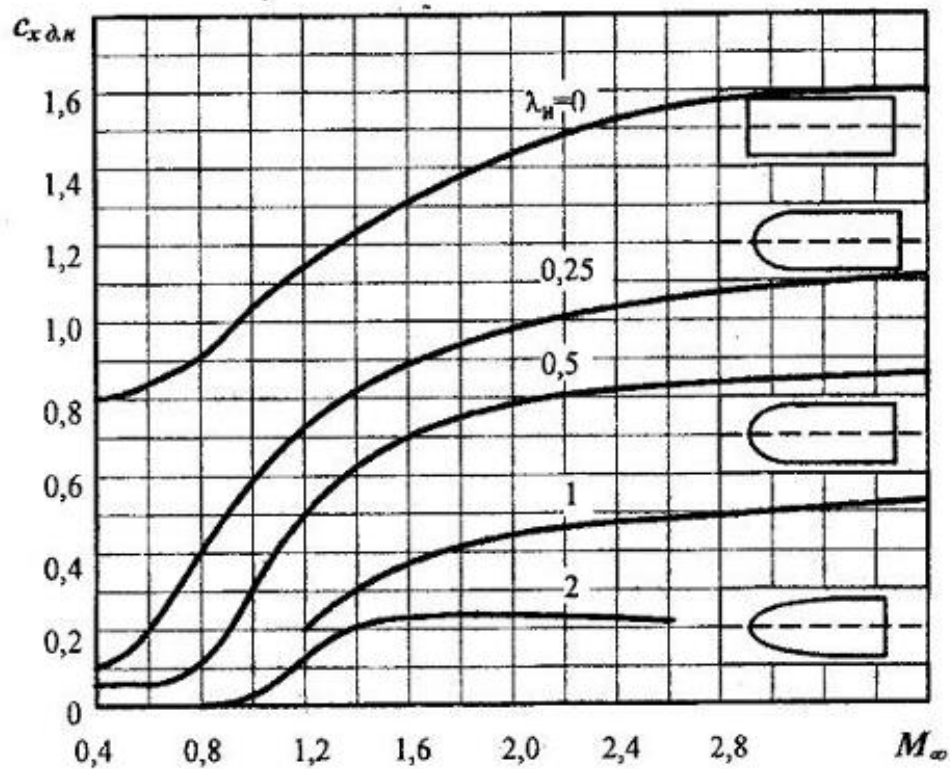


Рисунок 10 – Коэффициенты сопротивления давления различных носовых частей от числа Маха

Коэффициент сопротивления давления донной части рассчитывается следующим образом:

Для $M < 0,8$:

$$c_{xa_{д дн}} = \frac{0,0155}{\sqrt{\lambda_{корп} * C_{f_{корп}}}}, \quad (1.20)$$

Для $M \geq 0,8$:

$$c_{xa_{д дн}} = (-C_{p_{дн}})_{\eta=1}, \quad (1.21)$$

где $(-C_{p_{дн}})_{\eta=1}$ – коэффициент донного давления для тел вращения без сужающейся кормовой части, который находится по рисунку 11.

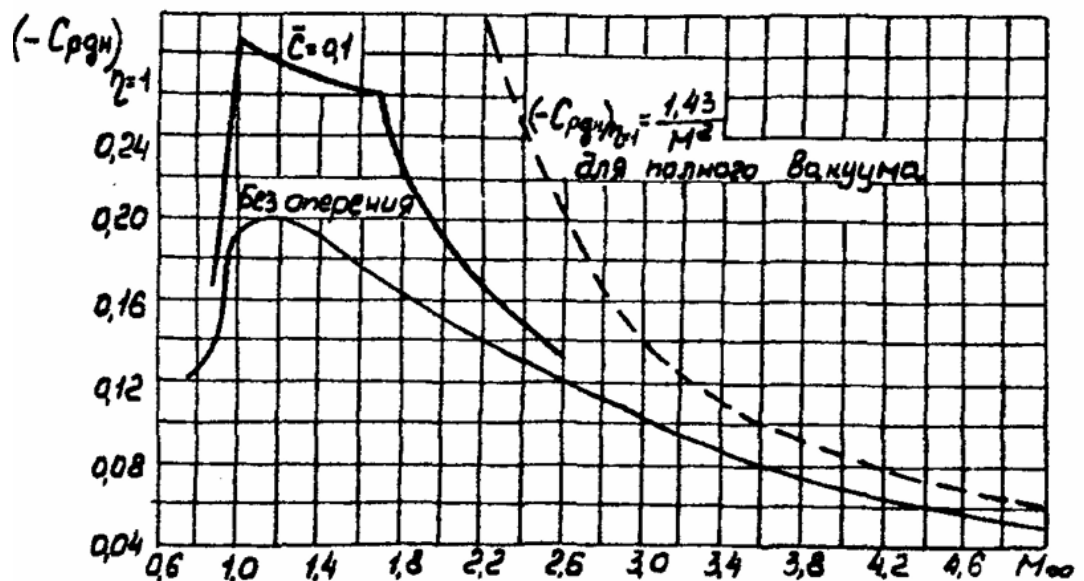


Рисунок 11 – Зависимость коэффициента донного давления для тел вращения без сужающейся кормовой части от числа Маха

Результаты расчета коэффициента сопротивления давления представлены в приложении Б и на рисунке 14.

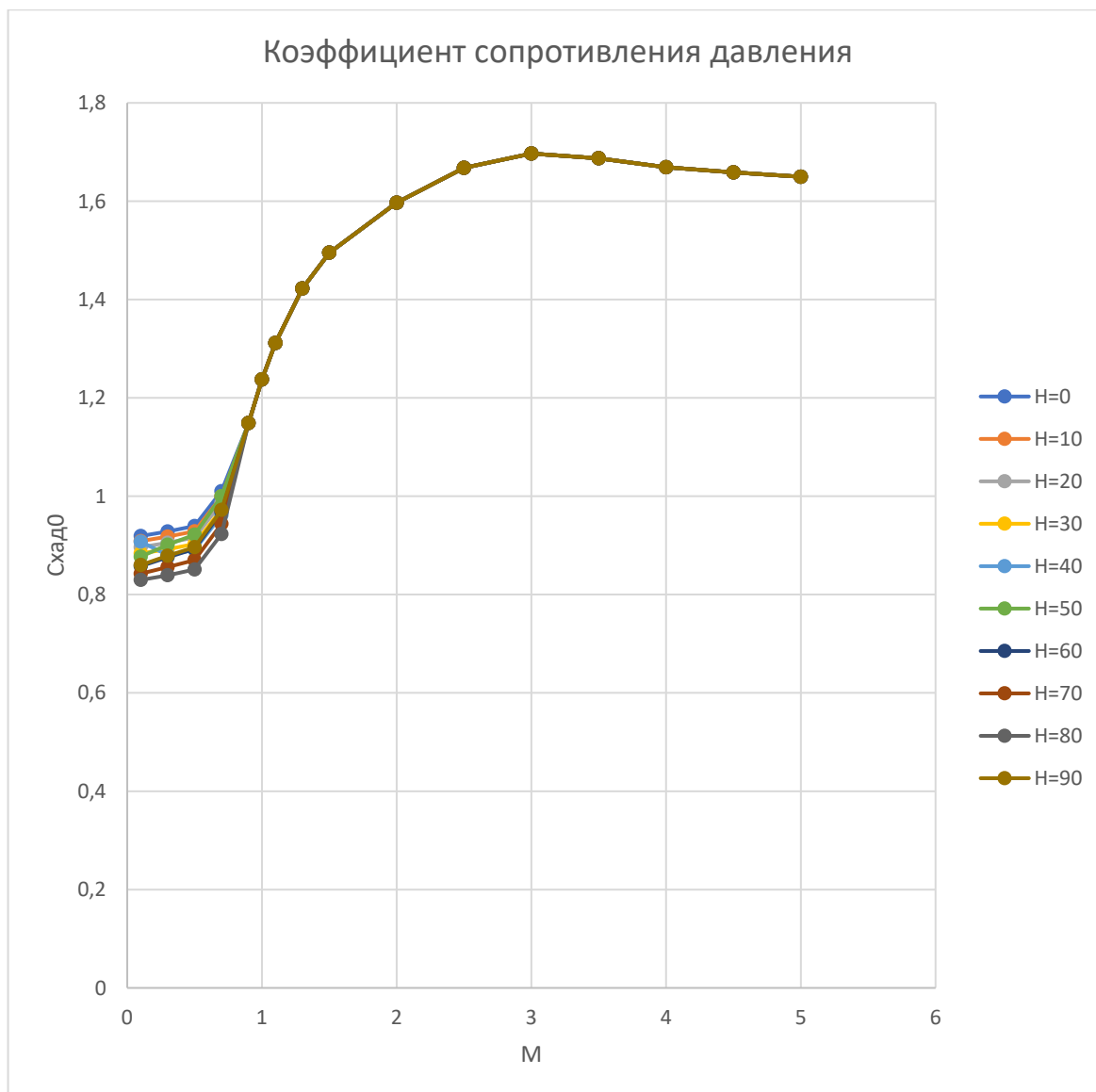


Рисунок 12 – Графики зависимости коэффициента сопротивления давления от числа Маха и высоты

Рассчитанные значения коэффициента лобового сопротивления при нулевом угле атаки представлены в приложении В и на рисунке 13.

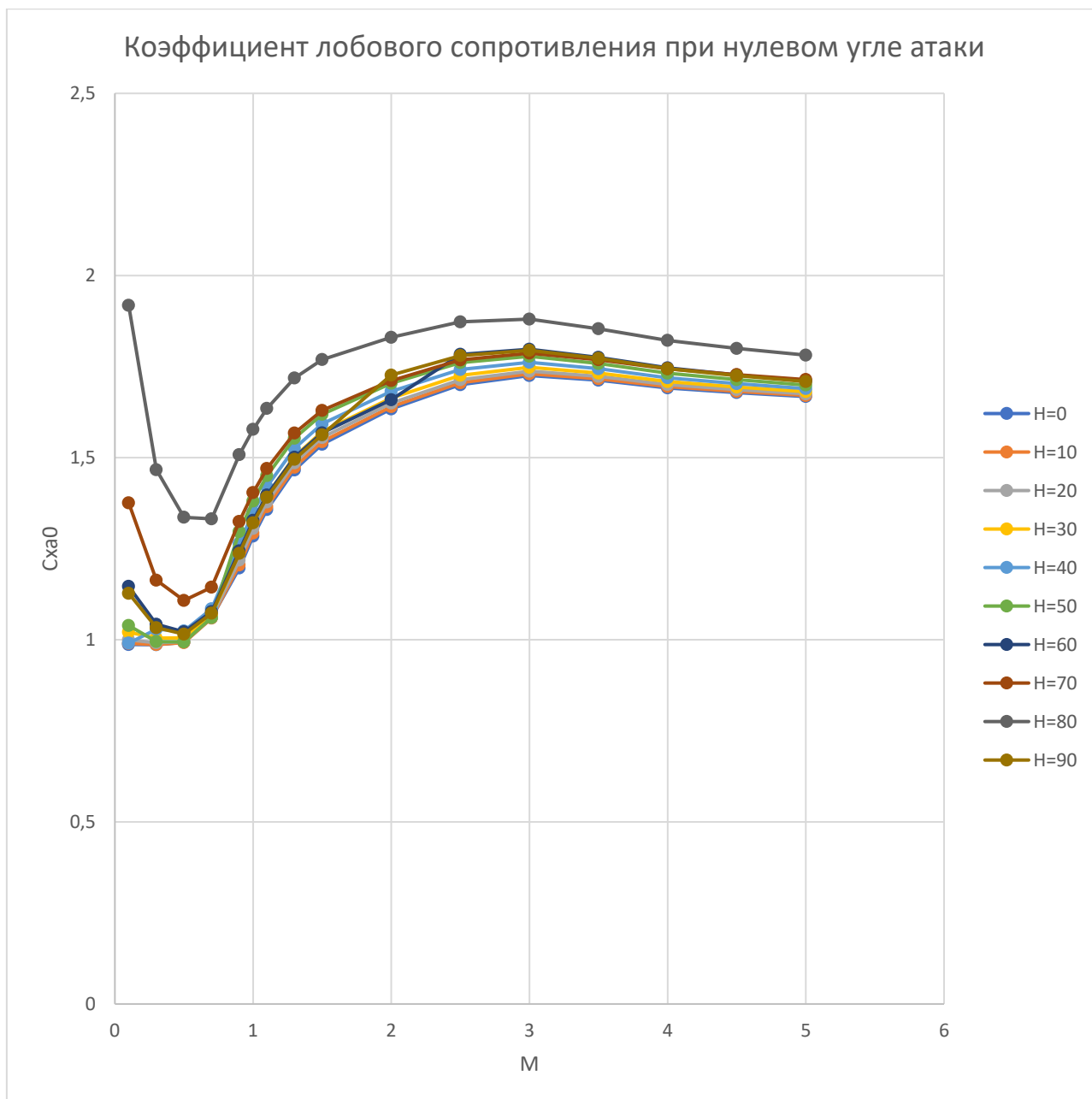


Рисунок 13 – Графики зависимости коэффициента лобового сопротивления от числа Маха и высоты

1.2.3.3 Расчет коэффициента производной нормальной силы по углу атаки ракетного блока

Коэффициент производной нормальной силы по углу атаки зависит от геометрии расширяющихся и сужающихся частей корпуса. Для частного случая цилиндра с плоским торцом без крыльев и боковых ускорителей коэффициент производной нормальной силы по углу атаки рассчитывается по графику на рисунке 14 [5].

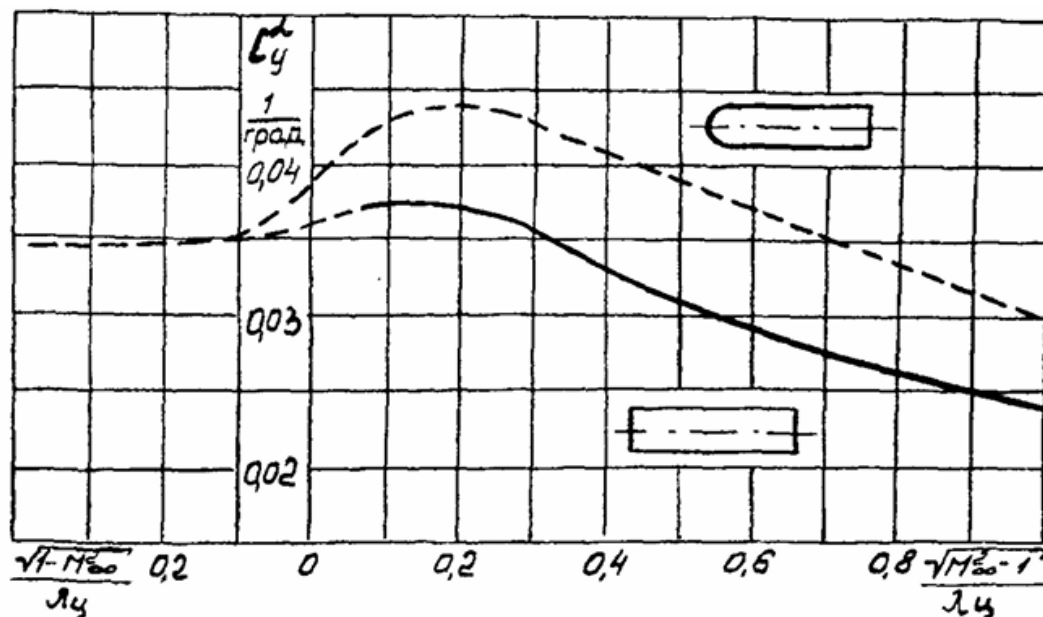


Рисунок 14 – Коэффициент производной нормальной силы по углу атаки для цилиндра с плоским и сферическим торцом

Результаты расчета коэффициента производной нормальной силы по углу атаки от числа маха представлены в таблице 1 и на рисунке 15.

Таблица 1 – Расчет коэффициента производной нормальной силы по углу атаки от числа маха

M_∞	$\frac{\sqrt{M_\infty^2 - 1}}{\lambda_\text{ц}}$	c_y^a
0,1	-0,126	0,0353
0,3	-0,120	0,0354
0,5	-0,109	0,0355

Продолжение таблицы 1

0,7	-0,090	0,0357
0,9	-0,055	0,0360
1	0,000	0,0365
1,1	0,058	0,0370
1,3	0,105	0,0372
1,5	0,141	0,0372
2	0,219	0,0368
2,5	0,289	0,0360
3	0,357	0,0347
3,5	0,423	0,0332
4	0,489	0,0316
4,5	0,553	0,0299
5	0,618	0,0284

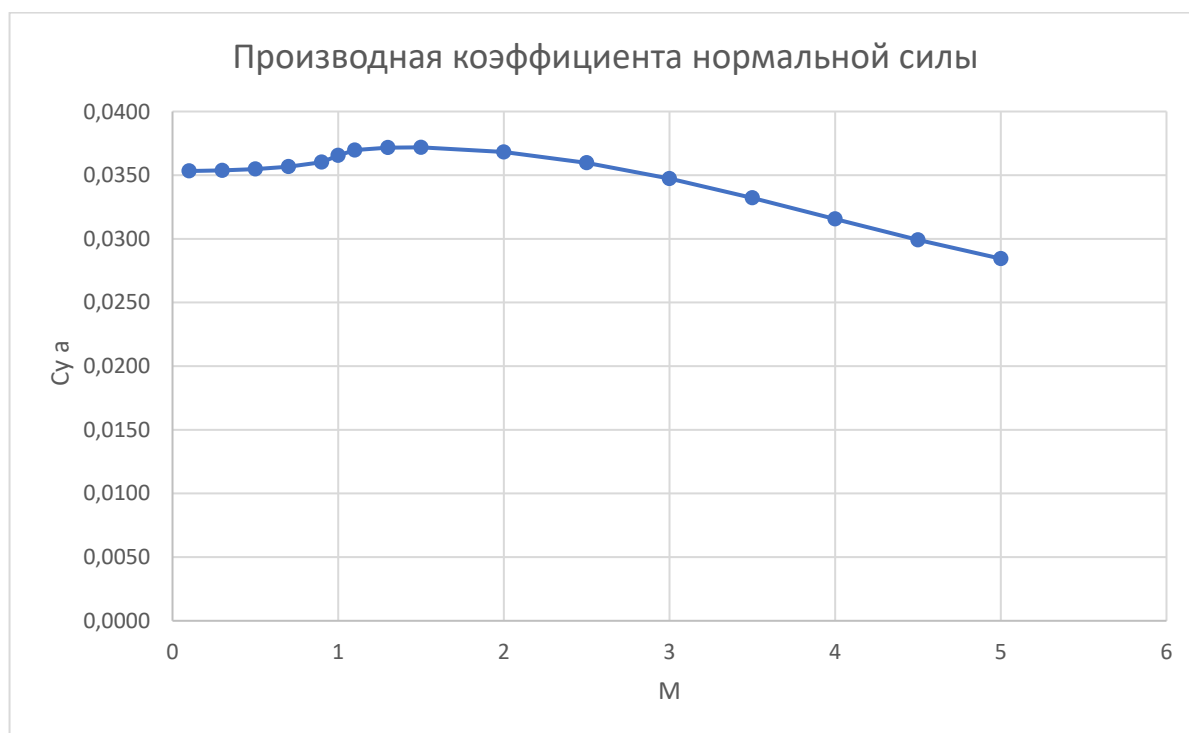


Рисунок 15 – График зависимости коэффициента производной нормальной силы по углу атаки от числа маха

1.2.3.4 Представление результатов расчета аэродинамических коэффициентов в программном обеспечении

Получившиеся значения аэродинамических коэффициентов представляют собой большой набор табличных данных, который проблематично записать в программу. Чтобы реализовать моделирование полета, для каждой расчетной высоты найдем приближенное значение непрерывной функции методом полиномиальной аппроксимации шестой степени который встроен в пакет Microsoft Excel. Для примера на рисунке 16 показаны расчетные значения коэффициента лобового сопротивления при нулевом угле атаки для $H = 0$ км, уравнение и график рассчитанной непрерывной функции.

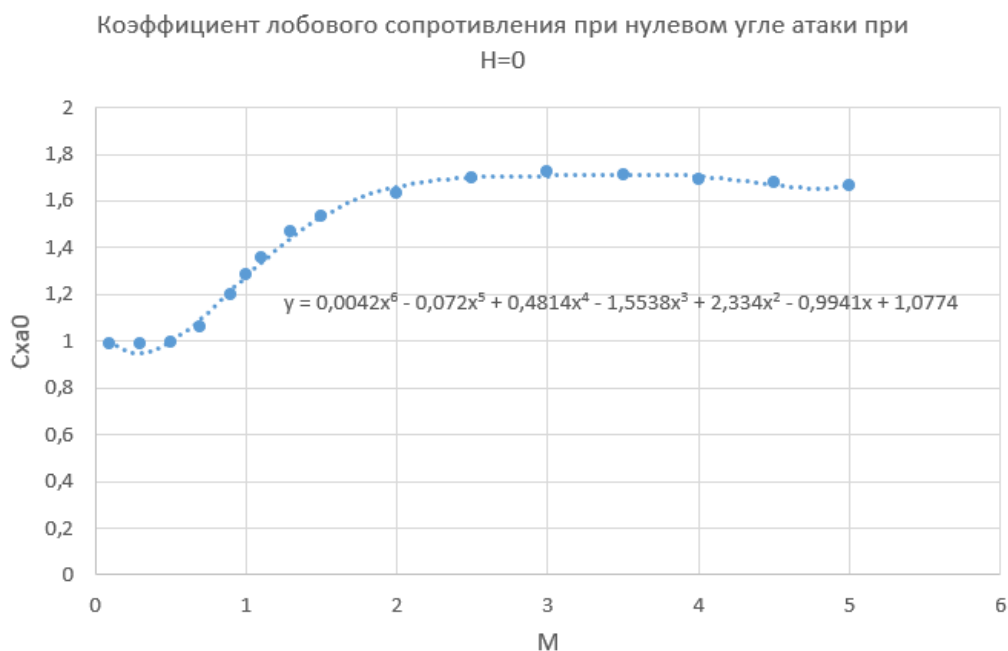


Рисунок 16 – График непрерывной функции коэффициента лобового сопротивления при нулевом угле атаки для $H = 0$ км

В приложении Г представлены полученные значения коэффициентов стоящих перед полиномами уравнений для функций коэффициента лобового сопротивления при нулевом угле атаки и коэффициента нормальной силы при различных высотах.

1.2.3.5 Расчет проекций вектора аэродинамической силы на оси стартовой системы координат

Рассчитаем проекции вектора аэродинамической силы на оси стартовой СК:

$$\begin{bmatrix} R_x^c \\ R_y^c \\ R_z^c \end{bmatrix} = M_1(\gamma, \psi, \vartheta) M_2(\alpha, \beta) \begin{bmatrix} R_x^a \\ R_y^a \\ R_z^a \end{bmatrix}; \quad (1.22)$$

где $M_2(\alpha, \beta)$ – матрица перехода между скоростной СК и связанной.

$$M_2(\alpha, \beta) = R_z(\beta) * R_y(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos(\beta) \cos(\alpha) & \sin(\beta) & -\cos(\beta) \sin(\alpha) \\ -\sin(\beta) \cos(\alpha) & \cos(\beta) & \sin(\beta) \sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & 0 & \cos(\alpha) \end{bmatrix}.$$

1.2.4 Гравитационная сила

Ускорение свободного падения задается в сферической системе координат (рисунок 17):

$$\begin{aligned} g_x^r &= g; \\ g_y^r &= 0; \\ g_z^r &= 0. \end{aligned} \quad (1.23)$$

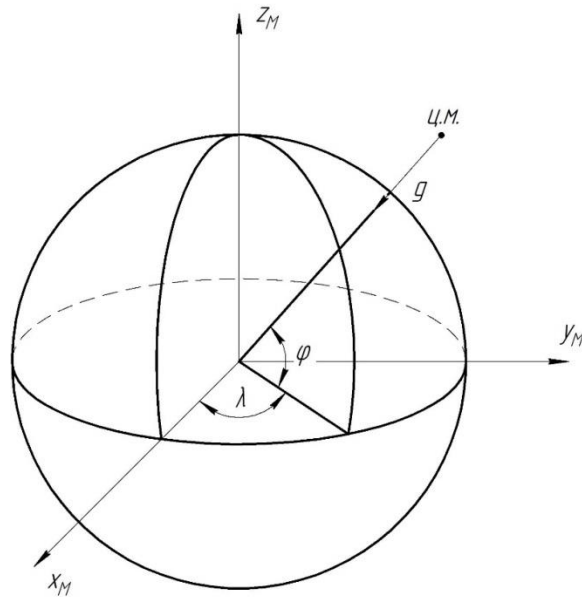


Рисунок 17 – Направление силы тяжести

Рассчитаем проекции ускорения свободного падения на оси инерциальной геоцентрической стартовой системы координат:

$$g_{xy}^M = g \cos \varphi ; \quad (1.24)$$

$$\begin{aligned} g_x^M &= g \cos \varphi \cos \lambda ; \\ g_y^M &= g \cos \varphi \sin \lambda ; \\ g_z^M &= g \sin \varphi , \end{aligned} \quad (1.25)$$

где g_x^M, g_y^M, g_z^M – проекции вектора ускорения свободного падения на оси инерциальной геоцентрической стартовой СК,

λ – географическая долгота центра масс;

φ – географическая широта центра масс;

g – ускорение свободного падения.

Рассчитаем значения долготы и широты через значения координат инерциальной геоцентрической стартовой СК:

$$\cos \varphi = \sqrt{\frac{x_M^2 + y_M^2}{x_M^2 + y_M^2 + z_M^2}}; \quad (1.26)$$

$$\sin \varphi = \frac{z_M}{\sqrt{x_M^2 + y_M^2 + z_M^2}}; \quad (1.27)$$

$$\cos \lambda = \frac{x_M}{\sqrt{x_M^2 + y_M^2}}; \quad (1.28)$$

$$\sin \lambda = \frac{y_M}{\sqrt{x_M^2 + y_M^2}}, \quad (1.29)$$

где x_M, y_M, z_M – координаты центра масс ракетного блока в инерциальной геоцентрической стартовой СК.

Таким образом проекции ускорения свободного падения на оси инерциальной геоцентрической стартовой системы координат будут равны:

$$\begin{aligned} g_x^M &= g \frac{x_M}{\sqrt{x_M^2 + y_M^2 + z_M^2}}; \\ g_y^M &= g \frac{y_M}{\sqrt{x_M^2 + y_M^2 + z_M^2}}; \\ g_z^M &= g \frac{z_M}{\sqrt{x_M^2 + y_M^2 + z_M^2}}. \end{aligned} \quad (1.30)$$

Найдем проекции ускорения свободного падения на оси стартовой СК.

$$\begin{bmatrix} g_x^c \\ g_y^c \\ g_z^c \end{bmatrix} = M_3(A_z, l_a) \begin{bmatrix} g_y^M \\ g_z^M \\ g_x^M \end{bmatrix}; \quad (1.31)$$

где $M_3(A_z, l_a)$ – матрица перехода из инерциальной геоцентрической стартовой и стартовой СК.

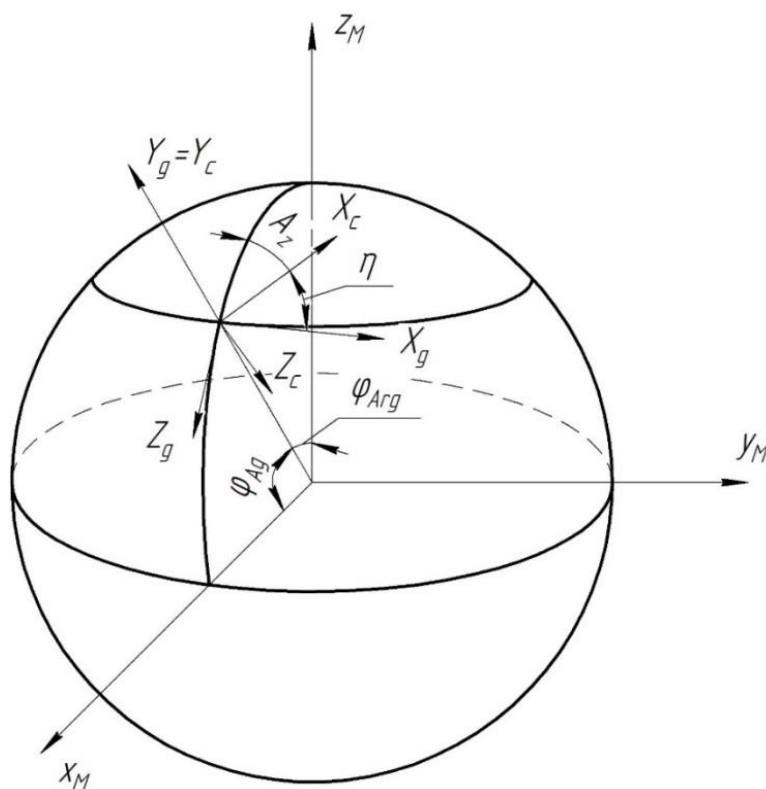


Рисунок 18 – Ориентация геоцентрической – стартовой нормальной и стартовой системы координат

$$M_3(A_z, l_a) = R_z(90 - A_z) * R_y(90 - l_a)$$

$$= \begin{bmatrix} \cos(90 - A_z) \cos(90 - l_a) & \sin(90 - A_z) & -\cos(90 - A_z) \sin(90 - l_a) \\ -\sin(90 - A_z) \cos(90 - l_a) & \cos(90 - A_z) & \sin(90 - A_z) \sin(90 - l_a) \\ \sin(90 - l_a) & 0 & \cos(90 - l_a) \end{bmatrix};$$

1.2.5 Переносная сила

Проекции переносного ускорения на оси геоцентрической локальной системы координат равны:

$$\begin{aligned} j_x^L &= -x_L \Omega^2; \\ j_y^L &= 0; \\ j_z^L &= 0, \end{aligned} \tag{1.33}$$

где x_L – координата подспутниковой точки в локальной системе координат (рисунок 11).

Ω – угловая скорость вращения Земли.

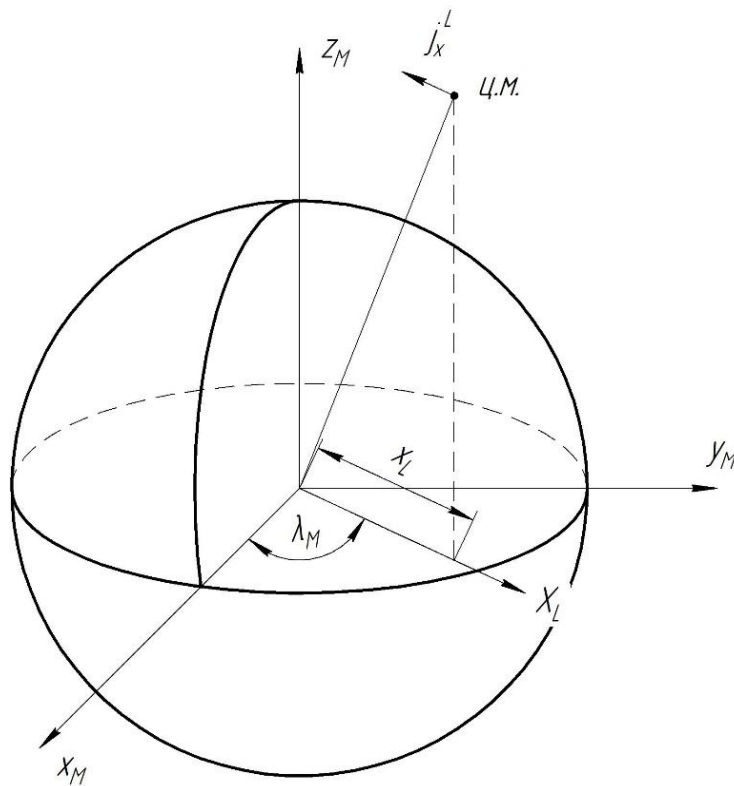


Рисунок 19 – Положение локальной СК.

$$x_L = \sqrt{x_M^2 + y_M^2}; \quad (1.34)$$

$$\cos \lambda = \frac{x_M}{x_L}; \quad (1.35)$$

$$\lambda = \arccos \frac{x_M}{x_L}. \quad (1.36)$$

Найдем проекции переносного ускорения на оси стартовой СК.

$$\begin{bmatrix} j_z^c \\ j_x^c \\ j_y^c \end{bmatrix} = M_3(A_z, l_a) M_4(-\lambda_M) \begin{bmatrix} j_x^L \\ j_y^L \\ j_z^L \end{bmatrix}, \quad (1.37)$$

где $M_4(-\lambda_M)$ – матрица перехода между локальной и геоцентрической стартовой СК.

$$M_4(-\lambda_M) = R_z(-\lambda_M) = \begin{bmatrix} \cos(-\lambda_M) & \sin(-\lambda_M) & 0 \\ -\sin(-\lambda_M) & \cos(-\lambda_M) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (1.38)$$

1.2.6 Сила Кориолиса.

Проекции Кориолисова ускорения на оси геоцентрической локальной системы координат равны:

$$\begin{aligned} k_x^L &= -2\Omega V_y^L; \\ k_y^L &= 2\Omega V_x^L; \\ k_z^L &= 0, \end{aligned} \quad (1.39)$$

где V_x^L, V_y^L – проекции вектора скорости на оси локальной СК, их можно найти следующим образом:

$$\begin{bmatrix} V_z^L \\ V_x^L \\ V_y^L \end{bmatrix} = M_4(\lambda_M) M_3^T(A_z, l_a) \begin{bmatrix} V_x^c \\ V_y^c \\ V_z^c \end{bmatrix}, \quad (1.40)$$

где $M_3^T(A_z, l_a)$ – матрица перехода из стартовой в геоцентрическую стартовую, которая является транспонированной матрицей перехода из геоцентрической стартовой в стартовую,

$M_4(\lambda_M)$ – матрица перехода между геоцентрической стартовой СК и локальной СК.

Найдем проекции Кориолисова ускорения на оси стартовой СК:

$$\begin{bmatrix} k_z^c \\ k_x^c \\ k_y^c \end{bmatrix} = M_3(A_z, l_a) M_4(-\lambda_M) \begin{bmatrix} k_x^L \\ k_y^L \\ k_z^L \end{bmatrix}. \quad (1.41)$$

1.2.7 Преобразования координат при переходе из стартовой системы координат к геоцентрической стартовой.

При расчете траектории помимо координат РБ в стартовой СК, необходимы также координаты в геоцентрической стартовой СК. Так как исходными данными для расчета являются координаты в стартовой СК, найдем через эти координаты и параметры положения стартовой СК относительно геоцентрической стартовой СК координаты положения РБ в геоцентрической стартовой СК. Для этого сначала найдем координаты центра масс РБ в нормальной СК (рисунок 18):

$$\begin{bmatrix} x_s^g \\ y_s^g \\ z_s^g \end{bmatrix} = M_y(-\eta) \begin{bmatrix} x_s^c \\ y_s^c \\ z_s^c \end{bmatrix}, \quad (1.42)$$

где x_s^c, y_s^c, z_s^c – координаты центра масс РБ в стартовой СК;

x_s^g, y_s^g, z_s^g – координаты центра масс РБ в нормальной СК;

$M_y(-\eta)$ – матрица поворота вокруг оси y , которая рассчитывается по формуле:

$$M_y(-\eta) = \begin{bmatrix} \cos(-\eta) & 0 & -\sin(-\eta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(-\eta) & 0 & \cos(-\eta) \end{bmatrix}, \quad (1.43)$$

где $\eta = 90 - A_z$ – угол курса.

Далее найдем координаты ц.м. РБ геоцентрической стартовой СК.

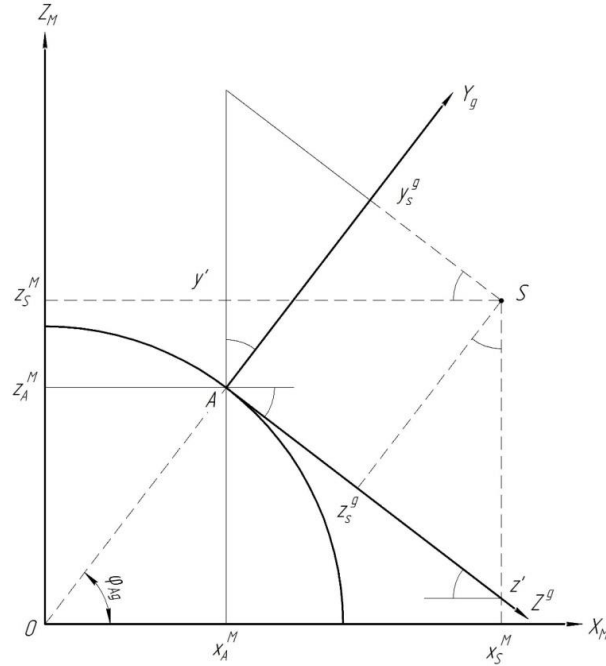


Рисунок 20 – Координаты центра масс РБ

Для расчета введем следующие обозначения (рисунок 20):

S – положение РБ в данный момент времени;

x_s^g, y_s^g, z_s^g – координаты РБ в нормальной СК;

x_s^M, y_s^M, z_s^M – координаты РБ в геоцентрической стартовой СК;

x_A^M, y_A^M, z_A^M – координаты точки старта в геоцентрической стартовой СК;

φ_{Ag} – геодезическая широта точки старта;

y', z' - вспомогательные точки для расчета.

Найдем x_s^M :

$$\begin{aligned} x_s^M &= x_A^M + \cos(\varphi_{Ag}) * (z_s^g + z_s^g z'), \\ z_s^g z' &= \operatorname{tg}(\varphi_{Ag}) y_s^g, \\ x_s^M &= x_A^M + z_s^g \cos(\varphi_{Ag}) + y_s^g \sin(\varphi_{Ag}). \end{aligned} \quad (1.44)$$

Найдем z_s^M :

$$\begin{aligned}
 z_s^M &= z_A^M + Ay', \\
 Ay' &= \frac{y_s^g}{\cos(\varphi_{Ag})} - tg(\varphi_{Ag})(x_s^M - x_A^M), \\
 z_s^M &= z_A^M + \frac{y_s^g}{\cos(\varphi_{Ag})} - tg(\varphi_{Ag})(x_A^M + z_s^g \cos(\varphi_{Ag}) + y_s^g \sin(\varphi_{Ag}) - x_A^M), \\
 z_s^M &= z_A^M - z_s^g \sin(\varphi_{Ag}) + y_s^g \cos(\varphi_{Ag}). \tag{1.45}
 \end{aligned}$$

Таким образом координаты центра масс РБ в геоцентрической стартовой СК будет равны:

$$\begin{bmatrix} x_s^M \\ y_s^M \\ z_s^M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_A^M + z_s^g \cos(\varphi_{Ag}) + y_s^g \sin(\varphi_{Ag}) \\ x_s^g \\ z_A^M - z_s^g \sin(\varphi_{Ag}) + y_s^g \cos(\varphi_{Ag}) \end{bmatrix}. \tag{1.46}$$

1.2.8 Определение массы ракетного блока

Масса ракетного блока в каждый момент времени рассчитывается по следующей формуле:

$$m_i = m_{i-1} - (dm_{ок} + dm_{г}) * k_p(t) * h, \tag{1.47}$$

$$k(t) = \frac{P_i}{P_{max}}, \tag{1.48}$$

где m_i – текущая масса РБ;

m_{i-1} – масса РБ на предыдущем шаге;

$dm_{ок}, dm_{г}$ – секундные массовые расходы окислителя и горючего;

P_i – текущая сила тяги ДУ ($P_i = 0$ – ДУ выключен, $P_i = P_{max}$ – ДУ работает на полную мощность);

$k(t)$ – коэффициент, обозначающий долю текущей силы тяги ДУ от максимальной;

h - итерационный шаг.

Массы окислителя и горючего рассчитываются по аналогичной формуле:

$$m_{\text{ок}i} = m_{\text{ок}i-1} - dm_{\text{ок}} * k_p(t) * h, \quad (1.49)$$

$$m_{\text{г}i} = m_{\text{г}i-1} - dm_{\text{г}} * k_p(t) * h, \quad (1.50)$$

где $m_{\text{ок}i}, m_{\text{г}i}$ – текущие массы окислителя и горючего;

$m_{\text{ок}i-1}, m_{\text{г}i-1}$ – массы окислителя и горючего на предыдущем этапе.

1.2.9 Определение угла тангажа

Закон изменения угла тангажа можно условно поделить на два этапа. За второй участок полета примем интервал времени от первого включения ДУ до посадки РБ на Землю. На этом участке полета РБ должен быть направлен по скоростному углу тангажа двигателями вперед (рисунок 21).

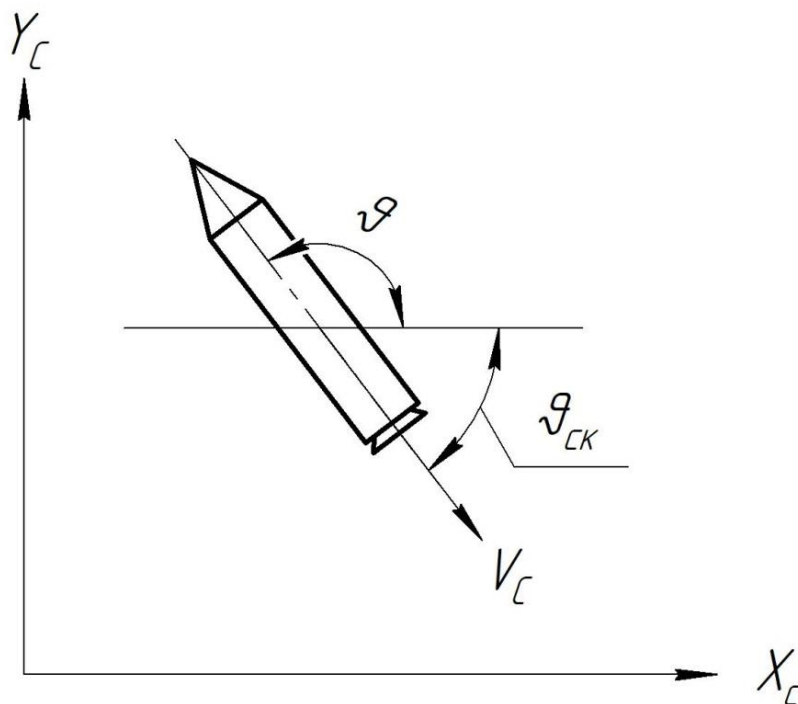


Рисунок 21 – Угол тангажа

Скоростной угол тангажа определяется по следующим формулам:

$$\vartheta_{\text{СК}} = \arccos\left(\frac{V_x^c}{\sqrt{(V_x^c)^2 + (V_y^c)^2}}\right), \quad V_y^c \geq 0; \quad (1.51)$$

$$\vartheta_{\text{СК}} = -\arccos\left(\frac{V_x^c}{\sqrt{(V_x^c)^2 + (V_y^c)^2}}\right), \quad V_y^c < 0, \quad (1.52)$$

где $\vartheta_{\text{СК}}$ – скоростной угол тангажа;

V_x^c, V_y^c – проекции вектора скорости на оси стартовой СК.

Таким образом угол тангажа на втором участке полета будет вычисляться по следующим формулам:

$$\vartheta = \vartheta_{\text{СК}}, \quad V_y^c \geq 0; \quad (1.53)$$

$$\vartheta = 180 - |\vartheta_{\text{СК}}|, \quad V_y^c < 0, \quad (1.54)$$

где ϑ – угол тангажа.

На втором участке угол тангажа должен линейно изменяться от своего начального значения (с которым произошло разделение) до начального значения угла тангажа на втором участке полета. Т.е. к началу выдачи тормозного импульса РБ должен быть правильно ориентирован.

Таким образом, угол тангажа на первом участке полета будет рассчитываться по следующей формуле:

$$\vartheta(t) = \frac{\vartheta_1 - \vartheta_0}{t_1} t + \vartheta_0, \quad (1.55)$$

где $\vartheta(t)$ – угол тангажа в данный момент времени;

t, t_1 – время полета и время начала первого включения ДУ;

ϑ_0 – начальное значение угла тангажа;

ϑ_1 – необходимое начальное значение угла тангажа на втором участке полета.

1.3 Расчет процесса посадки и моментов включения импульсов двигательной установки

Для корректной посадки РБ на Землю сначала необходимо обеспечить его вход в плотные слои атмосферы с определенной скоростью, которая выбирается из соображений прочности конструкции. В данной работе принято тормозить блок до 800 м/с на высоте 80 км [1].

Для выдачи тормозного импульса проводится расчет времени работы ДУ, так что момент выключения ДУ является временем достижения ракетным блоком высоты 80 км, а момент включения РБ ищется итерационно пока скорость РБ на высоте 80 км не будет меньше 800 м/с. На этапе выдачи тормозного импульса ДУ включается на всю мощность. Расчет прекратится если условие соответствия по высоте и скорости будет выполнено, или если закончится один из компонентов топлива.

Процесс посадки начинается эквивалентным расчетом времени работы ДУ для обеспечения следующего условия: скорость РБ на высоте 10-20 м должна быть в диапазоне от 0 до 2 м/с. Такие высота и скорость необходимы для обеспечения корректного раскрытия посадочных опор. На данном этапе ДУ также включается на всю мощность.

Далее происходит непосредственно вертикальный спуск. На этом этапе происходит итерационный подбор силы тяги ДУ для обеспечения скорости спуска от 1 до 2 м/с [1]. Такая вертикальная скорость позволит ракетному блоку раскрыть посадочные опоры и безопасно сесть на посадочную площадку.

Моделирование всего процесса полета от момента разделения и до момента посадки было выполнено методом Рунге-Кутты 4 порядка с помощью средств языка C++ и среды разработки Qt. Листинг программы

представлен в приложении Е, общий вид программы представлен в приложении Ж.

За исходные данные были приняты:

Географические параметры космодрома Восточный:

$$A_z = 105^\circ;$$

$$g_a = 128^\circ 2';$$

$$l_a = 51^\circ 88'.$$

Параметры ракетного блока первой ступени в момент разделения:

$$\vartheta = 33^\circ;$$

$$V_x = 885 \frac{\text{м}}{\text{с}}; V_y = 1132 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

$$x_c = 70 \text{ км}; y_c = 55 \text{ км};$$

$$m = 34,4 \text{ т};$$

$$m_{\text{ок}} = 9,39 \text{ т}, m_{\text{г}} = 3,61 \text{ т};$$

$$dm_{\text{ок}} = 0,3 \frac{\text{т}}{\text{с}}; dm_{\text{г}} = 0,089 \frac{\text{т}}{\text{с}};$$

$$P_{\text{max}} = 5000 \text{ кН}.$$

Результаты работы программы представлены на рисунках 22-28.

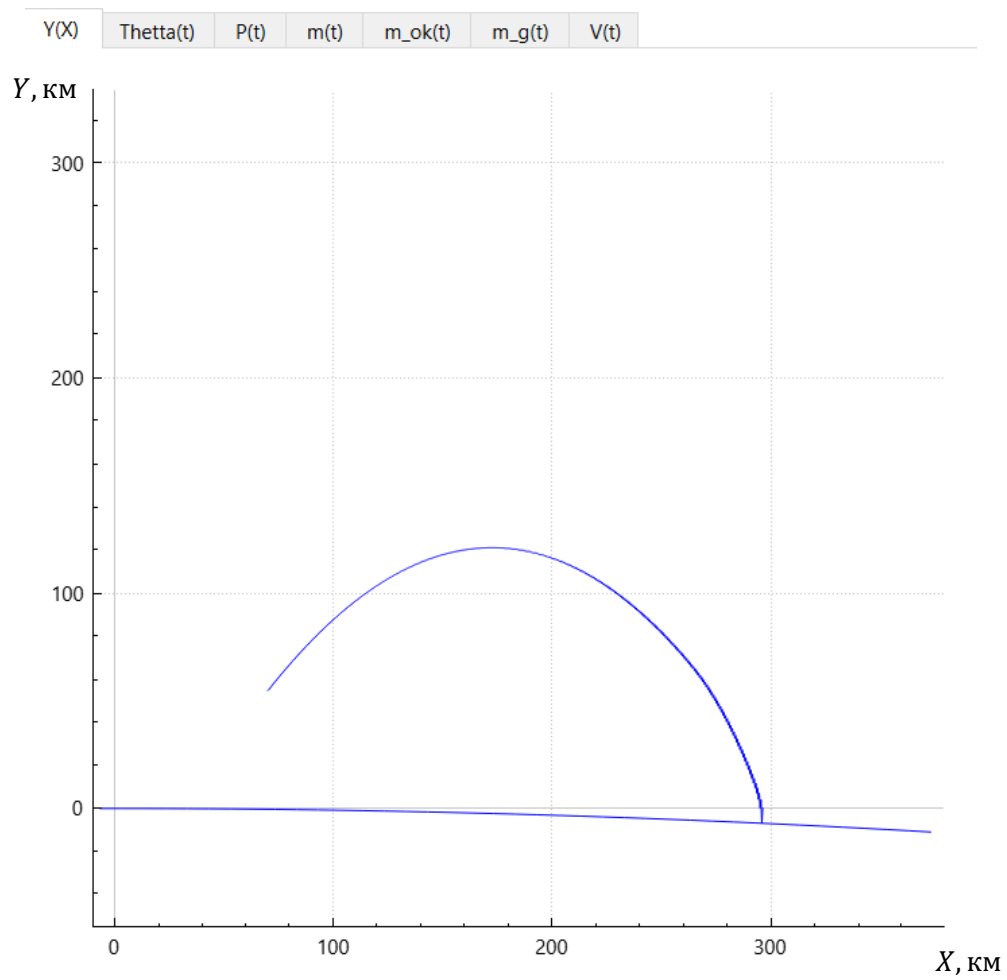


Рисунок 22 – Моделирование траектории полета и ввод данных

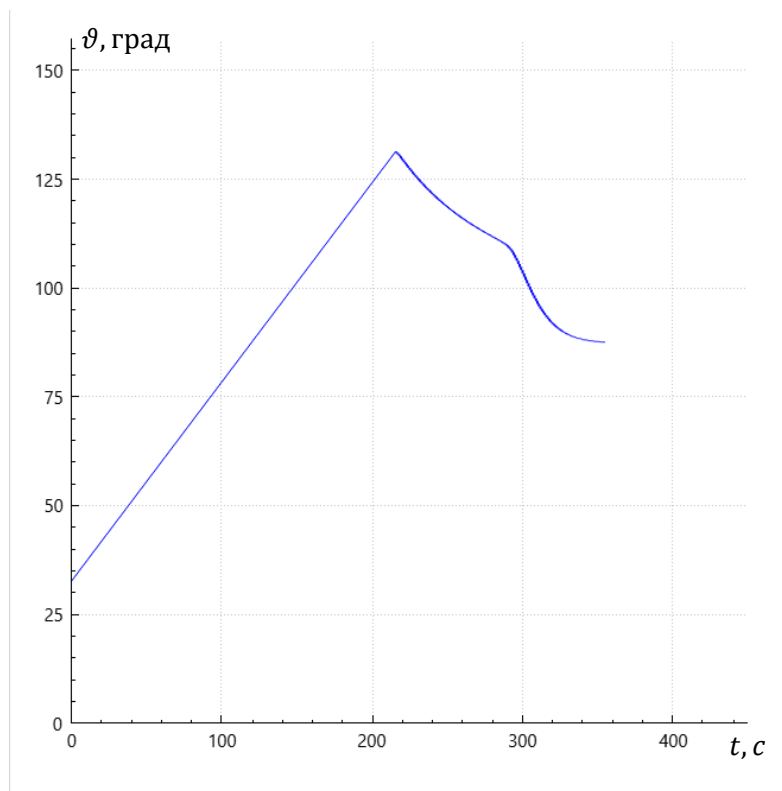


Рисунок 23 – График зависимости угла тангажа от времени

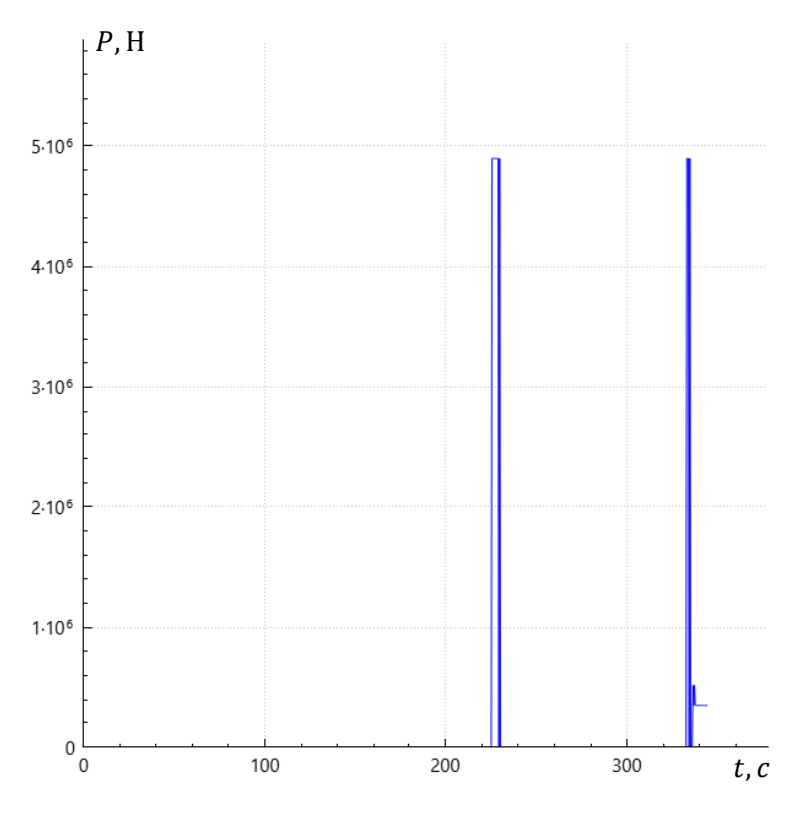


Рисунок 24 – График зависимости силы тяги двигателя от времени

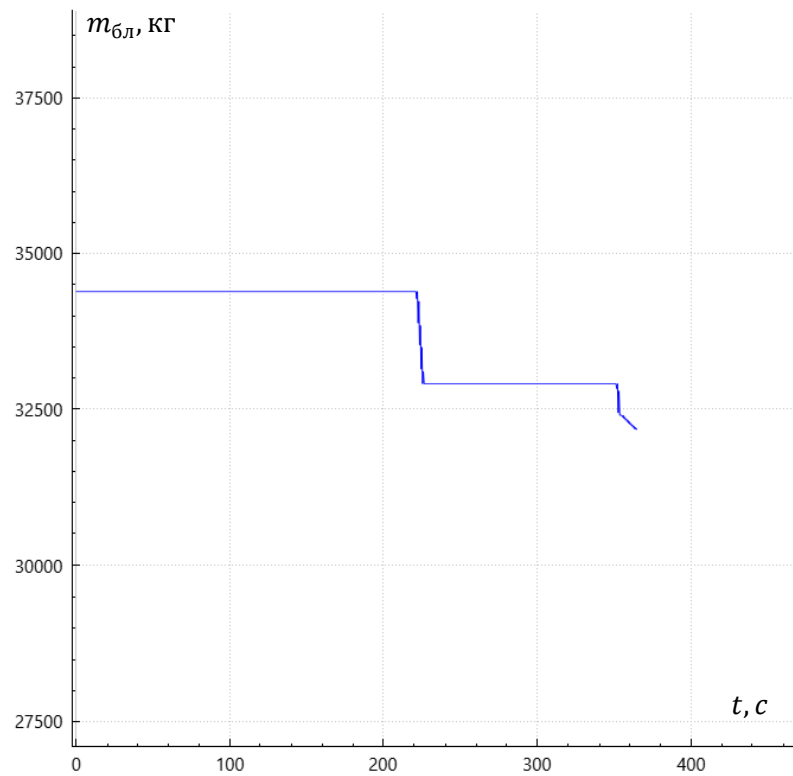


Рисунок 25 – График зависимости массы блока от времени

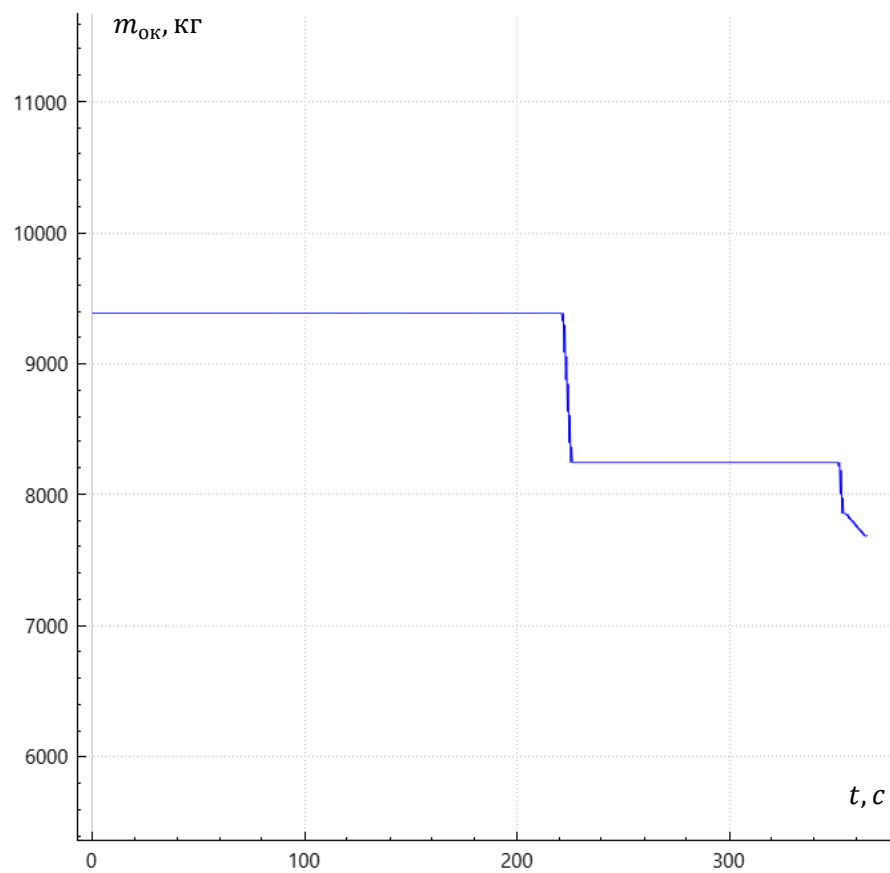


Рисунок 26 – График зависимости массы окислителя от времени

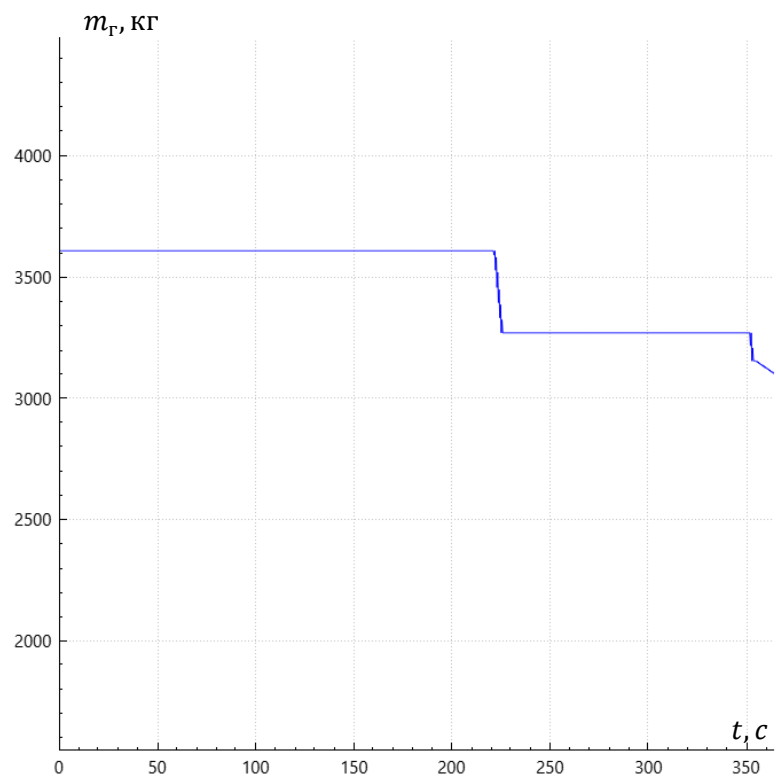


Рисунок 27 – График зависимости массы горючего от времени

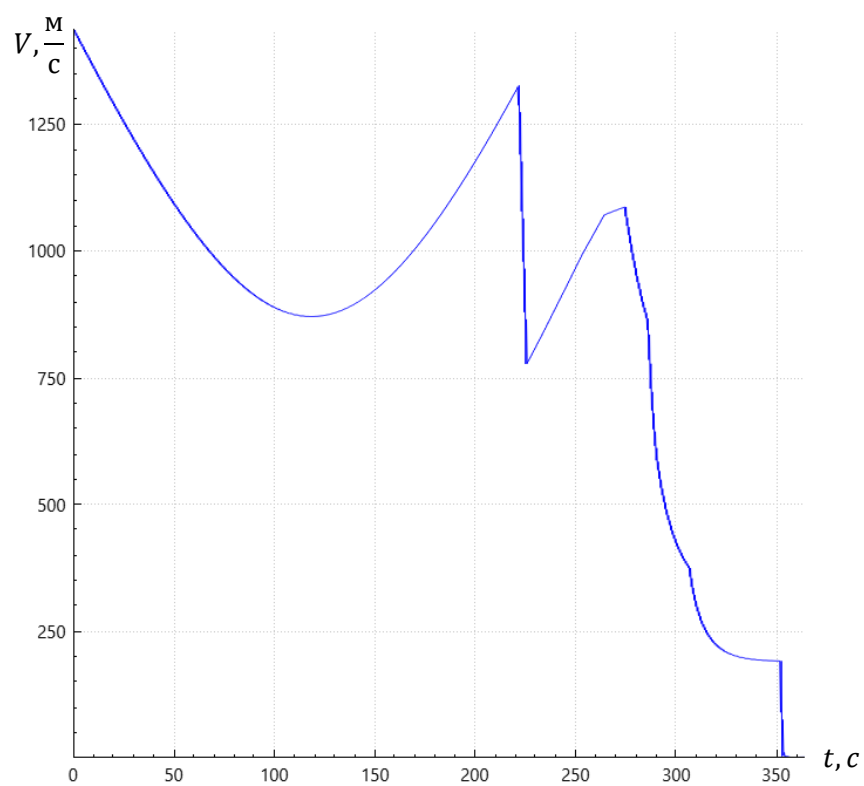


Рисунок 28 – График зависимости скорости от времени

2 Исследование возмущенного движения ракетного блока на участке возвращения

2.1 Составление уравнений возмущенного движения

Запишем уравнения положения центра масс РБ и уравнение движения РБ относительно центра масс в связанной СК:

$$m \cdot y'' = P_t \cdot \sin \vartheta + P_n \cdot \cos \vartheta + Y_a, \quad (2.1)$$

$$\vartheta'' \cdot I_z = Y_a \cdot \bar{x}_1 - P_n \cdot \bar{x}_2, \quad (2.2)$$

где y'' – мгновенное ускорение центра масс вдоль оси ОУ, м/с²;

ϑ'' – мгновенное угловое ускорение по каналу тангажа, $\frac{1}{\text{град}}$;

I_z – центральный момент инерции относительно оси ОZ, кг · м²;

$m(t)$ – масса РН в данный момент времени, кг;

P_t – осевая проекция силы тяги управляющих двигателей, Н;

P_n – нормальная проекция силы тяги управляющих двигателей, Н;

\bar{x}_1 – расстояние от центра масс до приложения центра аэродинамического давления, м;

\bar{x}_2 – расстояние от центра масс до приложения силы P_n , м;

ϑ – угол тангажа, град;

Y_a – продольная аэродинамическая сила, Н.

Проекции силы тяги двигателя на оси связанной СК, продольная аэродинамическая сила и момент инерции вычисляются следующим образом:

$$P_t = P \cdot \cos(\delta) = P; \quad (2.3)$$

$$P_n = P \cdot \sin(\delta) = P \cdot \delta; \quad (2.4)$$

$$Y_a = C_y^\alpha \cdot \alpha \cdot q \cdot S_m; \quad (2.5)$$

$$I_z = \frac{1}{4} m(t) \cdot r^2 + \frac{1}{12} m(t) \cdot L^2, \quad (2.6)$$

где P – полная сила тяги двигательной установки;
 δ – угол отклонения оси сопел управляющих двигателей;
 C_y^α – производная коэффициента подъемной аэродинамической силы по углу атаки;
 q – скоростной напор;
 S_m – площадь миделева сечения;
 α – угол атаки;
 r – радиус РБ;
 L – длина РБ.
Угол атаки вычисляется по следующей формуле:

$$\alpha = \left(\vartheta - \arctg \left(\frac{\dot{y}}{V_x} \right) \right), \quad (2.7)$$

где V_x – продольная скорость РБ в связанной СК.

Расстояние от центра масс до приложения центра аэродинамического давления и расстояние от центра масс до приложения силы изменяются по мере уменьшения топлива и вычисляются по следующим формулам:

$$\bar{x}_1(t) \approx x_{\text{цм}}(t) - \frac{L}{2}; \quad (2.8)$$

$$\bar{x}_2(t) = L - x_{\text{цм}}(t), \quad (2.9)$$

где $x_{\text{цм}}$ – центр масс РБ (рисунок 29), который рассчитывается по следующей формуле [2]:

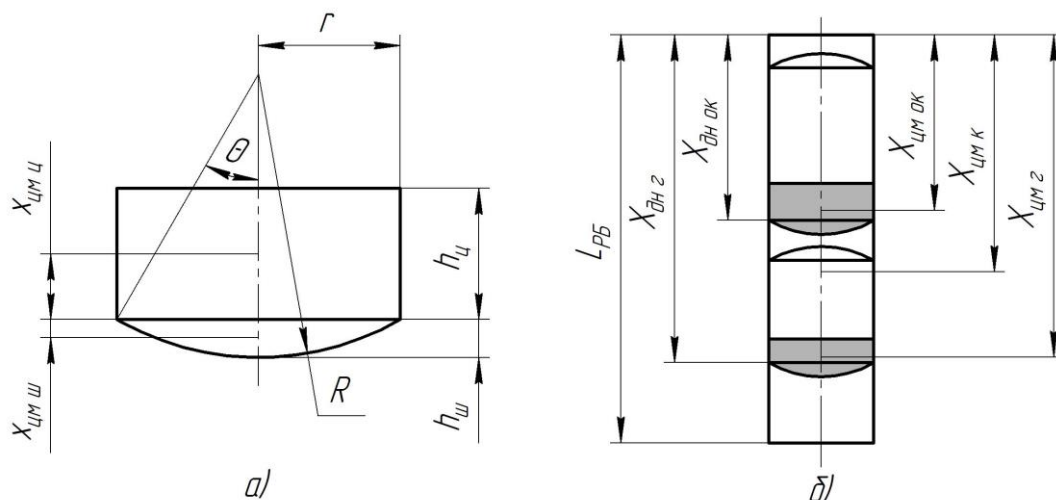
$$x_{\text{цм}}(t) = \frac{m_k \cdot x_{\text{цм}k} + m_{\text{ок}}(t) \cdot x_{\text{цм} \text{ок}}(t) + m_{\Gamma}(t) \cdot x_{\text{цм} \Gamma}(t)}{m_k + m_{\text{ок}}(t) + m_{\Gamma}(t)}, \quad (2.10)$$

где m_k – масса конструкции РБ;

$x_{цм к}$ – координата центра масс конструкции;

$m_{ок}(t), m_{г}(t)$ – масса окислителя и горючего в данный момент времени;

$x_{цм ок}(t), x_{цм г}(t)$ – координата центра масс окислителя и горючего в данный момент времени.



а) Геометрические характеристики располагаемого топлива
б) Координаты центра масс отдельных частей

Рисунок 29 – Геометрические характеристики располагаемого топлива
и Координаты центра масс отдельных частей РБ

Координаты центра масс соответствующего компонента топлива можно найти по аналогичной формуле:

$$x_{цм т} = \frac{m_{ц}(x_{дн т} - x_{цм ц}) + m_{ш}(x_{дн т} + x_{цм ш})}{m_t}; \quad (2.11)$$

$$x_{цм ш} = R \cos \theta - \frac{3(2R - h_{ш})^2}{4(3R - h_{ш})}; \quad (2.12)$$

$$x_{цм ц} = \frac{h_{ц}}{2}; \quad (2.13)$$

$$m_{ц} = \rho_t \pi r^2 h_{ц}; \quad (2.14)$$

$$m_{ш} = m_t - m_{ц}, \quad (2.15)$$

где $m_{ц}$ – масса компонента топлива в цилиндрической части бака;
 $m_{ш}$ – масса компонента топлива в шаровом сегменте бака;
 m_T – общая масса компонента топлива;
 $x_{цмц}$ – координата центра масс компонента топлива в цилиндрической части бака от начала днища;
 $x_{цмш}$ – координата центра масс компонента топлива в шаровом сегменте бака от начала днища;
 $x_{днт}$ – координата начала днища бака от носка РБ;
 R – радиус сферического днища бака;
 r – радиус бака;
 θ – угол полураствора днища;
 $h_{ц}$ – высота цилиндрической части топлива;
 $h_{ш}$ – высота шарового сегмента днища;
 ρ_T – плотность компонента топлива.

Проведя геометрические расчеты найдем $h_{ц}$, $h_{ш}$ и θ :

$$h_{ш} = R(1 - \cos \theta); \quad (2.16)$$

$$\theta = \arcsin\left(\frac{r}{R}\right); \quad (2.17)$$

$$\frac{m_T}{\rho_T} = V_{ш} + V_{ц} = \pi r^2 h_{ц} + \pi h_{ш}^2 \left(R - \frac{1}{3} h_{ш}\right);$$

$$h_{ц} = \frac{m_T}{\rho_T \pi r^2} - \frac{h_{ш}^2}{r^2} \left(R - \frac{1}{3} h_{ш}\right), \quad (2.18)$$

где $V_{ш}, V_{ц}$ – объем компонента топлива в шаровом сегменте бака и цилиндрическом соответственно.

Подставим получившиеся выражения в уравнения 2.1 и 2.2, получим следующие уравнения:

$$\ddot{\vartheta} = \frac{C_y^\alpha \cdot \left(\vartheta - \arctg\left(\frac{\dot{y}}{V_x}\right) \right) \cdot q \cdot S_m \cdot \bar{x}_1}{I_y} - \frac{P_{\text{упр}} \cdot \delta \cdot \cos(\vartheta) \cdot \bar{x}_2}{I_y};$$

$$\ddot{y} = \frac{P \cdot \sin(\vartheta)}{m} + \frac{C_y^\alpha \cdot \left(\vartheta - \arctg\left(\frac{\dot{y}}{V_x}\right) \right) \cdot q \cdot S_m}{m} + \frac{P_{\text{упр}} \cdot \delta \cdot \cos(\vartheta)}{m}.$$

Учитывая, что $\sin(\vartheta) = \vartheta$, а $\cos(\vartheta) = 1$ получаем:

$$\ddot{\vartheta} = -\frac{C_y^\alpha \cdot q \cdot S_m \cdot \bar{x}_1}{I_z \cdot V_x} \dot{y} + \frac{C_y^\alpha \cdot q \cdot S_m \cdot \bar{x}_1}{I_z} \vartheta - \frac{P_{\text{упр}} \cdot \bar{x}_2}{I_z} \delta;$$

$$\ddot{y} = \frac{P + C_y^\alpha \cdot q \cdot S_m}{m} \vartheta - \frac{C_y^\alpha \cdot q \cdot S_m}{m \cdot V_x} \dot{y} + \frac{P_{\text{упр}}}{m} \delta.$$

Приведем к виду однородного дифференциального уравнения

$$\ddot{\vartheta} + \frac{C_y^\alpha \cdot q \cdot S_m \cdot \bar{x}_1}{I_y \cdot V_x} \dot{y} - \frac{C_y^\alpha \cdot q \cdot S_m \cdot \bar{x}_1}{I_y} \vartheta + \frac{P_{\text{упр}} \cdot \bar{x}_2}{I_y} \delta = 0;$$

$$\ddot{y} - \frac{P + C_y^\alpha \cdot q \cdot S_m}{m} \vartheta + \frac{C_y^\alpha \cdot q \cdot S_m}{m \cdot V_x} \dot{y} - \frac{P_{\text{упр}}}{m} \delta = 0.$$

Введем следующие обозначения коэффициентов:

$$C_{\vartheta\delta} = \frac{P_{\text{упр}} \cdot \bar{x}_2}{I_z}; \quad (2.21)$$

$$C_{\vartheta y} = \frac{C_y^\alpha \cdot q \cdot S_m \cdot \bar{x}_1}{V_x \cdot I_z}; \quad (2.20)$$

$$C_{\vartheta\vartheta} = -\frac{C_y^\alpha \cdot q \cdot S_m \cdot \bar{x}_1}{I_z}; \quad (2.22)$$

$$C_{y\delta} = -\frac{P_{yпр}}{m}; \quad (2.23)$$

$$C_{yy} = \frac{C_y^\alpha \cdot q \cdot S_m}{V_x \cdot m}; \quad (2.24)$$

$$C_{y\vartheta} = -\frac{P + C_y^\alpha \cdot q \cdot S_m}{m}. \quad (2.25)$$

2.2 Расчет параметров автомата стабилизации с помощью метода D-разбиения

В первой части выпускной квалификационной работы были рассчитаны положение центра масс РБ и его направление по углу тангажа для каждой секунды полета. Однако в реальных условиях полета из-за действия различных возмущений, которые в основном имеют случайный характер, действительные значения координат ц.м. РБ и угла тангажа будут отличаться от расчетных. За компенсирование этих возмущений и обеспечение устойчивости на протяжении всего полета отвечает автомат стабилизации.

Запишем линеаризованное уравнение автомата стабилизации [7]:

$$\tau_2 \ddot{\delta} + \tau_1 \dot{\delta} + \delta = a_0 \vartheta + a_1 \dot{\vartheta} + a_2 y + a_3 \dot{y}, \quad (2.26)$$

где a_0, a_1, a_2, a_3 – передаточные числа АС;

τ_1, τ_2 – коэффициенты характеризующие динамические свойства АС.

Таким образом получим систему дифференциальных уравнений описывающих динамику движения РБ [6]:

$$\begin{aligned} \ddot{\vartheta} + C_{\vartheta y} \dot{y} + C_{\vartheta\vartheta} \vartheta + C_{\vartheta\delta} \delta &= 0; \\ \ddot{y} + C_{y\vartheta} \vartheta + C_{yy} \dot{y} + C_{y\delta} \delta &= 0; \\ \tau_2 \ddot{\delta} + \tau_1 \dot{\delta} + \delta &= a_0 \vartheta + a_1 \dot{\vartheta} + a_2 y + a_3 \dot{y}. \end{aligned} \quad (2.27)$$

Рассчитаем коэффициенты $C_{\vartheta\delta}$, $C_{\vartheta y}$, $C_{\vartheta\vartheta}$, $C_{y\delta}$, C_{yy} , $C_{y\vartheta}$ для трех случаев: при $H = 100$ км, $H = 30$ км, $H = 0,7$ км. Для этого возьмем данные из расчета траектории посадки, который был выполнен в первой части выпускной квалификационной работы.

Для расчета следует добавить следующие исходные данные первого РБ ракеты:

$$x_{\text{цм к}} = 24,46 \text{ м}^2;$$

$$x_{\text{дн ок}} = 16,8 \text{ м}^2;$$

$$x_{\text{дн г}} = 26,75 \text{ м}^2;$$

$$m_{\text{к}} = 25400 \text{ кг};$$

$$\rho_{\text{ок}} = 1141 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3};$$

$$\rho_{\text{г}} = 410 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

Результаты расчета представлены в таблице 2.

Таблица 2 – расчет коэффициентов, описывающих динамику движения РБ

H , км	100	30	0,7
$m_{\text{РБ}}$, кг	38400	37824	37824
$m_{\text{ок}}$, кг	9390	8970	8970
$m_{\text{г}}$, кг	3610	3454	3454
V , м/с	942	1120	704
$x_{\text{цм РБ}}$, м	22,694	22,752	22,752
$\overline{x_1}$, м	5,114	5,172	5,172
$\overline{x_2}$, м	12,465	12,407	12,407
I_z , кг · м ²	3996265,92	393632	393632
M	3,454	3,681	2,119
C_y^α , 1/град	0,0341	0,0334	0,0368
$C_{\vartheta\vartheta}$, с ⁻²	-0,000000888	-0,00652	-0,08064
$C_{\vartheta y}$, м ⁻¹ с ⁻¹	0,0000000009	0,0000058	0,000194

Продолжение таблицы 2

$C_{\vartheta\delta}, c^{-2}$	0,305	0,309	0,310711
$C_{y\vartheta}, mc^{-2}$	-2,55	-2,72	-4,22559
C_{yy}, c^{-1}	0,00000019	0,000117	0,003878
$C_{y\delta}, mc^{-1}$	-2,55	-2,59	-2,61243

Будем считать, что коэффициенты τ_1, τ_2, a_2, a_3 – известные стандартные величины, которые берутся по статистике. Тогда за устойчивость системы будут отвечать передаточные числа a_0, a_1 . Для их вычисления подвергнем данную систему дифференциальных уравнений преобразованию Лапласа.

Предположим, что $f(t)$ – некая функция от времени. Тогда используя свойства преобразования Лапласа, можно найти производные этой функции по времени:

$$\frac{df}{dt} = \dot{f} = pf(p);$$

$$\frac{d^2f}{dt^2} = \ddot{f} = p^2f(p);$$

где $p = \sigma + j\omega$ – комплексная переменная;

σ – показатель затухания (действительная часть);

ω – частота колебаний системы (мнимая часть).

Таким образом систему дифференциальных уравнений, описывающих динамику движения РБ можно записать в следующем виде [6]:

$$\begin{aligned} p^2\vartheta + pC_{\vartheta y}y + C_{\vartheta\vartheta}\vartheta + C_{\vartheta\delta}\delta &= 0; \\ p^2y + C_{y\vartheta}\vartheta + pC_{yy}y + C_{y\delta}\delta &= 0; \\ p\tau_2\delta + p\tau_1\delta + \delta &= a_0\vartheta + pa_1\vartheta + a_2y + pa_3y. \end{aligned} \quad (2.28)$$

Объединяем эти три уравнения в единую систему. Переписываем их так, чтобы все переменные (ϑ, y, δ) и их коэффициенты оказались в виде матрицы:

$$M * \begin{bmatrix} y \\ \vartheta \\ \delta \end{bmatrix} = 0, \quad (2.30)$$

где M – матрица коэффициентов, которая равна:

$$M = \begin{bmatrix} (p^2 + pC_{yy}) & C_{y\vartheta} & C_{y\delta} \\ pC_{\vartheta y} & (p^2 + C_{\vartheta\vartheta}) & C_{\vartheta\delta} \\ (a_2 + pa_3) & (a_0 + pa_1) & (-p^2\tau_2 - p\tau_1 - 1) \end{bmatrix}. \quad (2.31)$$

Далее вычисляется характеристический полином полученной матрицы:

$$\sum_{i=0}^6 p^i x_i = 0; \quad (2.32)$$

где x_i – коэффициенты характеристического полинома [6]:

$$x_6 = \tau_2; \quad (2.33)$$

$$x_5 = \tau_1 + \tau_2 C_{yy}; \quad (2.34)$$

$$x_4 = \tau_1 C_{yy} + \tau_2 C_{\vartheta\vartheta} + 1; \quad (2.35)$$

$$x_3 = \tau_1 C_{yy} + \tau_2 (C_{yy} C_{\vartheta\vartheta} - C_{\vartheta y} C_{y\vartheta}) + C_{yy} + C_{y\delta} a_3 + C_{\vartheta\delta} a_1; \quad (2.36)$$

$$x_2 = C_{\vartheta\vartheta} + C_{y\delta} a_2 + \tau_1 (C_{yy} C_{\vartheta\vartheta} - C_{\vartheta y} C_{y\vartheta}) + C_{\vartheta\delta} a_0 - \\ - a_1 (C_{\vartheta y} C_{y\delta} - C_{\vartheta\delta} C_{yy}); \quad (2.37)$$

$$x_1 = C_{yy} C_{\vartheta\vartheta} - C_{\vartheta y} C_{y\vartheta} + a_3 (C_{y\delta} C_{\vartheta\vartheta} - C_{\vartheta\delta} C_{y\vartheta}) - \\ - a_0 (C_{\vartheta y} C_{y\delta} - C_{\vartheta\delta} C_{yy}); \quad (2.38)$$

$$x_0 = a_2 (C_{y\delta} C_{\vartheta\vartheta} - C_{\vartheta\delta} C_{y\vartheta}). \quad (2.39)$$

Далее подставив комплексную переменную $p = \sigma + j\omega$ нужно выразить параметры АС a_0 и a_1 :

$$a_0 S(\omega) + a_1 Q(\omega) + R(\omega) = 0,$$

где S, Q, R – элементы характеристического полинома, которые имеют мнимую, и действительную части.

Приравняв нулю отдельно действительную и мнимую части, найдем систему уравнений линии D разбиения в плоскости параметров a_0 и a_1 [6]:

$$\begin{cases} a_0 S_1(\omega) + a_1 Q_1(\omega) + R_1(\omega) = 0 \\ a_0 S_2(\omega) + a_1 Q_2(\omega) + R_2(\omega) = 0 \end{cases}$$

Коэффициенты этих уравнений вычисляются по следующим формулам:

$$\begin{aligned} S_1(\omega) &= C_{\vartheta\delta}\omega^2; \\ S_2(\omega) &= \omega(C_{\vartheta y}C_{y\delta} - C_{\vartheta\delta}C_{yy}); \\ Q_1(\omega) &= -\omega^2(C_{\vartheta y}C_{y\delta} - C_{\vartheta\delta}C_{yy}); \\ Q_2(\omega) &= C_{\vartheta\delta}\omega^3; \\ R_1(\omega) &= \omega^6\tau_2 - \omega_4(\tau_2 C_{\vartheta\vartheta} + \tau_1 C_{yy} + 1) \\ &\quad + \omega^2(C_{\vartheta\vartheta} + a_2 C_{y\delta} + \tau_1(C_{yy}C_{\vartheta\vartheta} - C_{\vartheta y}C_{y\vartheta})) + a_2(C_{\vartheta\delta}C_{y\vartheta} \\ &\quad - C_{y\delta}C_{\vartheta\vartheta}); \\ R_2(\omega) &= -\omega^5(\tau_1 + \tau_2 C_{yy}) \\ &\quad + \omega^3(\tau_1 C_{\vartheta\vartheta} + a_3 C_{y\delta} + C_{yy} + \tau_2(C_{yy}C_{\vartheta\vartheta} - C_{\vartheta y}C_{y\vartheta})) - \omega(C_{yy}C_{\vartheta\vartheta} \\ &\quad - C_{\vartheta y}C_{y\vartheta} + a_3(C_{y\delta}C_{\vartheta\vartheta} - C_{\vartheta\delta}C_{y\vartheta})). \end{aligned}$$

Выразив из данной системы коэффициенты a_0 и a_1 , получим уравнения для нахождения точек кривой:

$$a_0 = \frac{R_2(\omega)Q_1(\omega) - R_1(\omega)Q_2(\omega)}{S_1(\omega)Q_2(\omega) - S_2(\omega)Q_1(\omega)}; \quad (2.40)$$

$$a_1 = \frac{S_2(\omega)R_1(\omega) - S_1(\omega)R_2(\omega)}{S_1(\omega)Q_2(\omega) - S_2(\omega)Q_1(\omega)}. \quad (2.41)$$

Далее строится график линии, методом D-разбиения: по оси абсцисс откладывается a_1 , по оси ординат a_0 , подставляя в уравнения разные значения частот ω , получим точки линии D-разбиения.

После построения линии необходимо найти область устойчивости. Для этого проводится штриховка линии по следующему правилу: если при движении по этой кривой в сторону возрастания ω главный определитель системы отрицателен, то кривую штрихуют справа. Замкнутая область, покрытая наибольшим числом штриховок, будет областью устойчивости.

Примем следующие исходные значения передаточных чисел АС:

$$a_2 = 0,00076;$$

$$a_3 = 0,01;$$

$$\tau_1 = 0,2;$$

$$\tau_2 = 0,025.$$

Нахождение линии D-разбиения в области параметров a_0, a_1 было выполнено с помощью средств языка C++ и среды разработки Qt. Результаты расчета линии D-разбиения для высот $H = 100$ км, $H = 30$ км и $H = 0,7$ км представлены на рисунках 30-32.

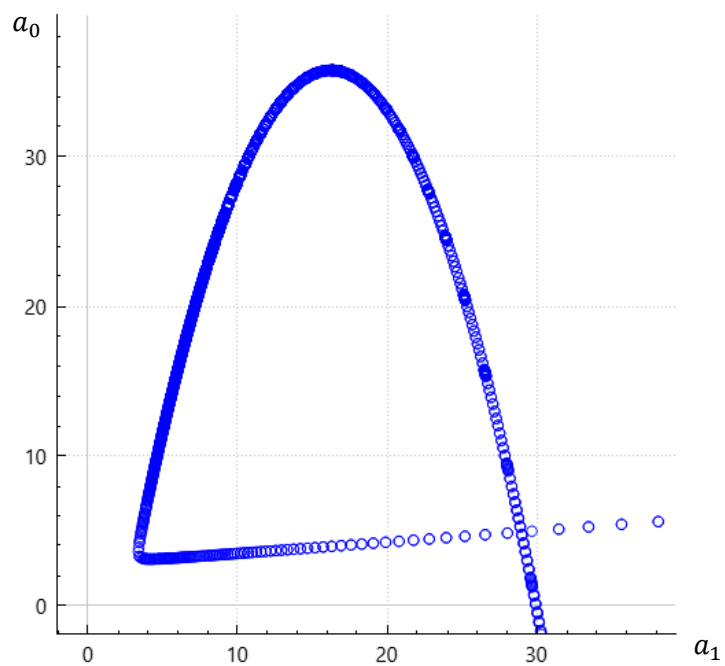


Рисунок 30 – Линия D-разбиения для $H=100$ км

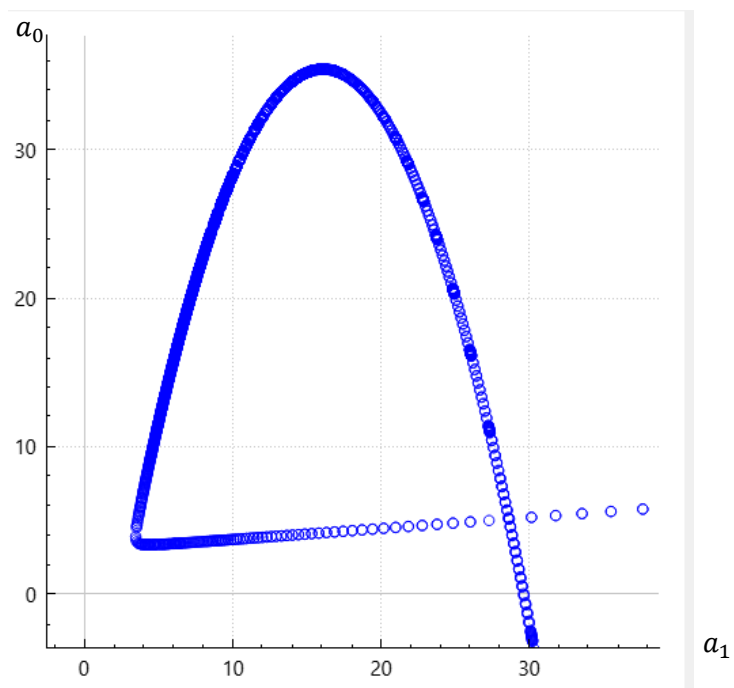


Рисунок 31 – Линия D-разбиения для $H=30$ км

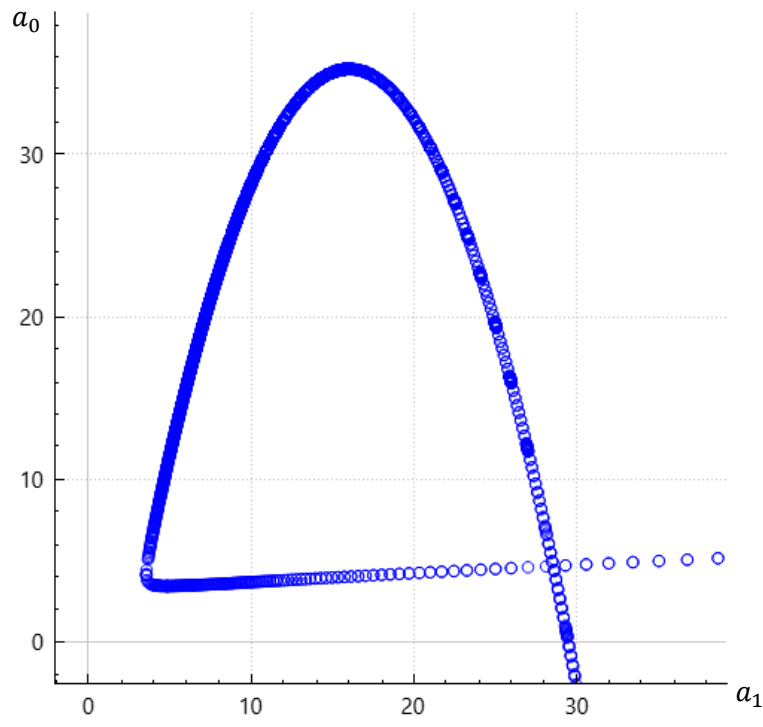


Рисунок 32 – Линия D-разбиения для $H=0,7$ км

Проведя анализ результатов построения линии D-разбиения, можно сделать вывод что область устойчивости присутствует, и от высоты она меняется незначительно. Примем следующие значения передаточных чисел АС: $a_0 = 5$; $a_1 = 5$.

2.3 Проверка устойчивости системы ракетный блок – автомат стабилизации методом А.Гурвица

Для проверки устойчивости методом А.Гурвица необходимо составить матрицу Гурвица из характеристического полинома системы. Если определители этой матрицы и всех ее миноров положительны, то система является устойчивой.

Характеристический полином системы имеет следующий вид (уравнение 2.32):

$$\sum_{i=0}^6 p^i x_i = 0;$$

где x_i – коэффициенты характеристического полинома, которые рассчитываются по формулам 2.33-2.39.

В таком случае матрица Гурвица и ее миноры примут следующий вид:

$$M = \begin{bmatrix} x_5 & x_3 & x_1 & 0 & 0 & 0 \\ x_6 & x_4 & x_2 & x_0 & 0 & 0 \\ 0 & x_5 & x_3 & x_1 & 0 & 0 \\ 0 & x_6 & x_4 & x_2 & x_0 & 0 \\ 0 & 0 & x_5 & x_3 & x_1 & 0 \\ 0 & 0 & x_6 & x_4 & x_2 & x_0 \end{bmatrix};$$

$$m_1 = \begin{bmatrix} x_5 & x_3 \\ x_6 & x_4 \end{bmatrix};$$

$$m_2 = \begin{bmatrix} x_5 & x_3 & x_1 \\ x_6 & x_4 & x_2 \\ 0 & x_5 & x_3 \end{bmatrix};$$

$$m_3 = \begin{bmatrix} x_5 & x_3 & x_1 & 0 \\ x_6 & x_4 & x_2 & x_0 \\ 0 & x_5 & x_3 & x_1 \\ 0 & x_6 & x_4 & x_2 \end{bmatrix};$$

$$m_4 = \begin{bmatrix} x_5 & x_3 & x_1 & 0 & 0 \\ x_6 & x_4 & x_2 & x_0 & 0 \\ 0 & x_5 & x_3 & x_1 & 0 \\ 0 & x_6 & x_4 & x_2 & x_0 \\ 0 & 0 & x_5 & x_3 & x_1 \end{bmatrix},$$

где M – матрица Гурвица;

m_1, m_2, m_3, m_4 – миноры матрицы Гурвица.

Расчет определителей матриц Гурвица и соответствующих миноров был произведен с помощью пакета Mathcad. Результаты расчета представлены в таблице 3.

Таблица 3 – расчет определителей матриц Гурвица и соответствующих миноров

H , км	100	30	0,7
$ M $	0,0000012	0,0000015	0,0000072
$ m_1 $	0.163	0.162	0.162
$ m_2 $	0.183	0.185	0.188
$ m_3 $	0.277	0.282	0.274
$ m_4 $	0,0019	0,0023	0,00625

Так как все рассчитанные значения получились положительные, можно сделать вывод о том, что устойчивость сохраняется и передаточные числа АС были подобраны верно.

2.4 Моделирование возмущенного движения ракетного блока на участке возвращения

Запишем систему дифференциальных уравнений, описывающих динамику движения РБ с учетом ветра:

$$\begin{aligned}
 \ddot{\vartheta} + C_{\vartheta y} \dot{y} + C_{\vartheta \vartheta} \vartheta + C_{\vartheta \delta} \delta - C_{\vartheta y} W_y &= 0; \\
 \ddot{y} + C_{y \vartheta} \vartheta + C_{yy} \dot{y} + C_{y \delta} \delta - C_{yy} W_y &= 0; \\
 \tau_2 \ddot{\delta} + \tau_1 \dot{\delta} + \delta &= a_0 \vartheta + a_1 \dot{\vartheta} + a_2 y + a_3 \dot{y}.
 \end{aligned} \tag{2.42}$$

Здесь значения скорости ветра в уравнениях умножаются на коэффициент при возмущениях по скорости.

Значения скоростей ветра от высоты представлены для космодрома Восточный [8] (рисунок 33).

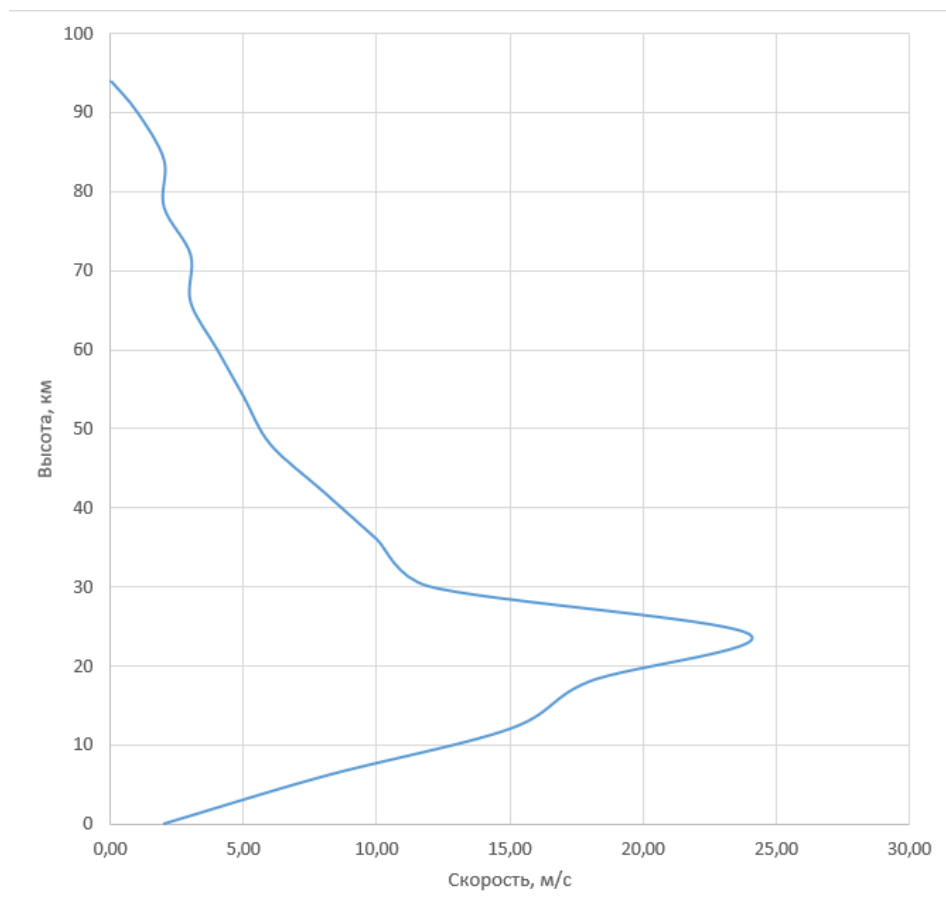


Рисунок 33 – Значения скорости ветра от высоты

Моделирование возмущенного движения РБ на участке возвращения было выполнено методом Рунге-Кутты 4 порядка с помощью средств языка С++ и среды разработки Qt. Результаты работы программы представлены на рисунках 34-39. Листинг программы представлен в приложении И, общий вид программы представлен в приложении К.

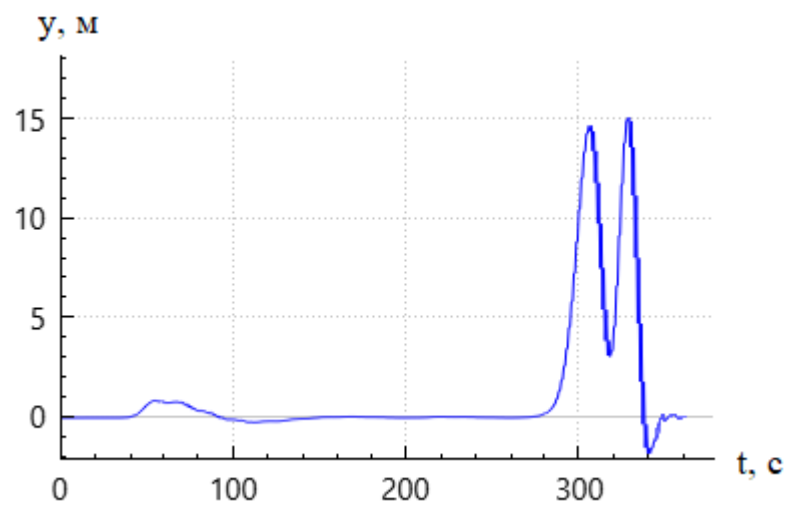


Рисунок 34 – График изменения вертикальной координаты y от времени

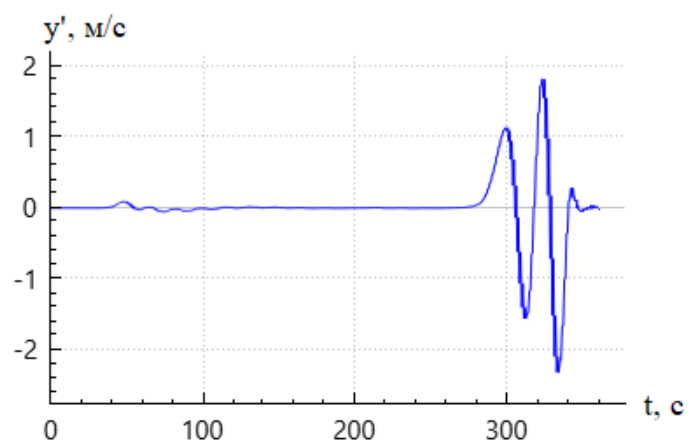


Рисунок 35 – График изменения вертикальной скорости y' от времени

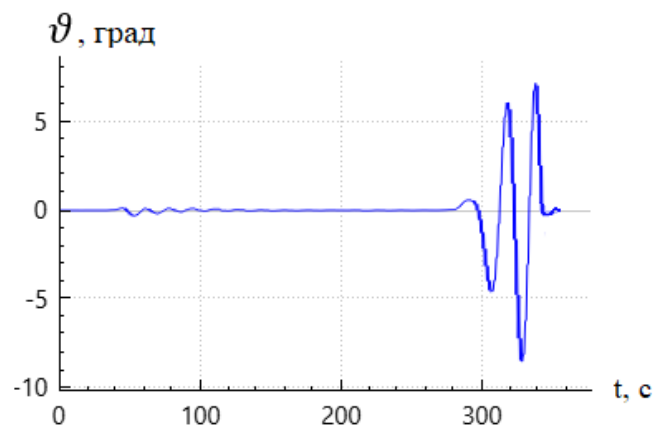


Рисунок 36 – График изменения угла тангажа ϑ от времени

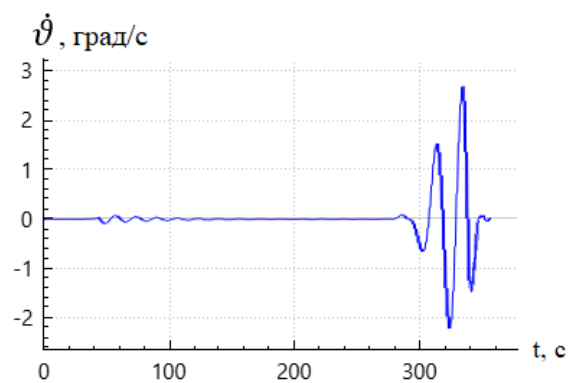


Рисунок 37 – График изменения угловой скорости по каналу тангажа $\dot{\vartheta}'$ от времени

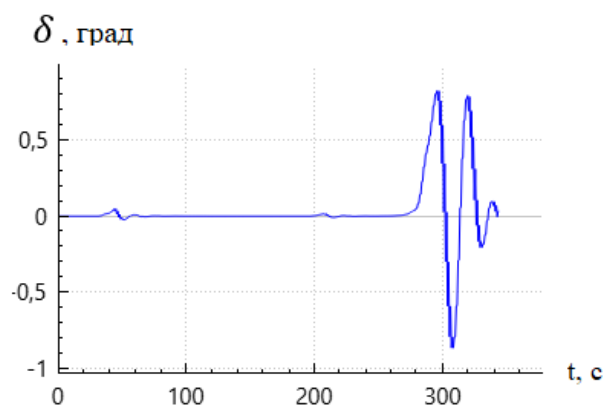


Рисунок 38 – График изменения угла отклонения вектора тяги ДУ δ от времени

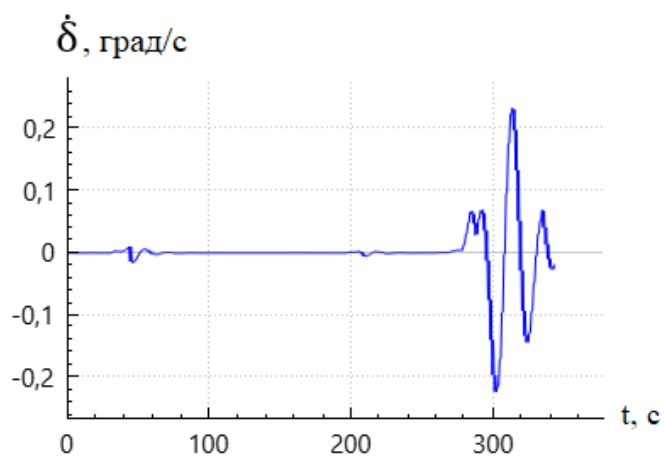


Рисунок 39 – График изменения угловой скорости отклонения вектора тяги ДУ $\dot{\delta}'$ от времени

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной выпускной квалификационной работе был смоделирован процесс посадки возвращаемой первой ступени РН с помощью численного метода решения дифференциальных уравнений. Были найдены все силы, действующие на РБ в том числе: аэродинамическая сила, сила тяги двигателя, гравитационная сила, переносная и Кориолисова сила. Также были найдены необходимые импульсы ДУ для мягкой посадки и направление РБ по углу тангажа для каждой секунды полета. Для этого было написано программное обеспечение, производящее моделирование данного процесса.

Было смоделировано возмущенное движение РБ на участке возвращения, где фактором возмущения был ветер.

Также были найдены передаточные числа автомата стабилизации, которые обеспечивают устойчивость на протяжении всего полета РБ. Для этого было написано программное обеспечение для нахождения линии D-разбиения в плоскости параметров a_1, a_0 , и проведена проверка устойчивости системы РБ-АС методом А.Гурвица.

Использовались программы Microsoft Excel, Qt Creator, Mathcad.

ОПРЕДЕЛЕНИЯ, ОБОЗНАЧЕНИЯ И СОКРАЩЕНИЯ

АС – автомат стабилизации;

ДУ – двигательная установка;

РБ – ракетный блок;

РН – ракета-носитель;

СК – система координат.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1 Тимофеев П.М. Сравнение методов возвращения первой ступени многоразовой ракеты [Текст]: Труды МАИ. Выпуск № 113 – 2020 г. – 18 с.

2 Куренков В. И. Основы проектирования ракет-носителей. Выбор основных проектных характеристик и формирование конструктивного облика [Текст]: учеб. пособие / В. И. Куренков; под ред. д-ра техн. наук, проф. А. Н Кирилина – Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. ун-та, 2011. – 458 с;

3 Аппазов Р.Ф. Методы проектирования траекторий носителей и спутников Земли [Текст]/ Р.Ф. Аппазов, Сытин О.Г. – М.: Наука, 1987 г. – 440 с.

4 РН «Амур - СПГ» [Электронный ресурс]. АО «РКЦ Прогресс». URL: <https://www.samspace.ru/about/programs/540/19679/>

5 Морозов Л.В. Расчет аэродинамических характеристик летательных аппаратов [Текст]: Учеб. пособие/ Васильев В.В., Морозов Л.В., Шахов В.Г. – Самара: Самар. гос. аэрокосм. ун-т – 1993 г. – 79 с.

6 Давыдов И.Е. Расчет областей устойчивости летательного аппарата в плоскости тангажа (рысканья) [Электронный ресурс]: интерактив. лаб. практикум / И. Е. Давыдов; Минобрнауки России, Самар. гос. аэрокосм. ун-т им. С. П. Королёва – 2012 г. – 20 с.

7 Вьюжанин В.А. Устойчивость и управляемость летательных аппаратов [Текст]: Конспект лекций/ Вьюжанин В.А. – Куйбышев: КуАИ – 1985 г. – 40 с.

8 Золотухина О.И., Горбатенко В.П., Вареник П.А. Характеристики ветра, ограничивающего пуски ракет космического назначения в районе космодромов «Байконур» и «Восточный» // Труды ГГО. – 2015. – № 578. – С. 174–191.

9 Инфографика: как изменилась с годами стоимость космических запусков [Электронный ресурс]. URL:

<https://www.vokrugsveta.ru/articles/infografika-kak-izmenilas-s-godami-stoimost-kosmicheskikh-zapuskov-id712585/>

10 Крыло СВ, Фонд перспективных исследований [Электронный ресурс]. URL: <https://fpi.gov.ru/projects/fiziko-tekhnicheskie-issledovaniya/krylo-sv/>

11 Многоцветная транспортная космическая система «Буран» [Электронный ресурс]. Роскосмос. URL: <https://www.roscosmos.ru/30006/>

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Таблица А.1 – Значения коэффициента сопротивления трения $C_{ха\text{ тр}}$ от высоты и числа Маха

М\Н	0	10	20	30	40	50	60	70	80
0,1	0,0725	0,0869	0,1105	0,1464	0,0867	0,1687	0,3002	0,5547	1,1319
0,3	0,0621	0,0737	0,0923	0,1199	0,1579	0,0973	0,1732	0,3199	0,6528
0,5	0,0575	0,0679	0,0845	0,1090	0,1421	0,0752	0,1339	0,2473	0,5047
0,7	0,0543	0,0639	0,0792	0,1016	0,1317	0,1689	0,1128	0,2084	0,4253
0,9	0,0515	0,0606	0,0748	0,0956	0,1235	0,1577	0,0991	0,1831	0,3737
1	0,0503	0,0590	0,0728	0,0930	0,1198	0,1528	0,0938	0,1734	0,3537
1,1	0,0491	0,0576	0,0710	0,0904	0,1164	0,1481	0,0893	0,1649	0,3365
1,3	0,0468	0,0548	0,0674	0,0857	0,1100	0,1396	0,0817	0,1509	0,3079
1,5	0,0445	0,0521	0,0640	0,0812	0,1040	0,1317	0,0756	0,1397	0,2850
2	0,0393	0,0459	0,0563	0,0711	0,0907	0,1143	0,0644	0,1189	0,2427
2,5	0,0347	0,0404	0,0494	0,0623	0,0791	0,0994	0,1233	0,1044	0,2131
3	0,0306	0,0356	0,0434	0,0546	0,0692	0,0867	0,1072	0,0935	0,1907
3,5	0,0270	0,0314	0,0383	0,0481	0,0608	0,0760	0,0937	0,0849	0,1731
4	0,0240	0,0279	0,0339	0,0425	0,0536	0,0669	0,0824	0,0778	0,1588
4,5	0,0214	0,0248	0,0302	0,0378	0,0476	0,0593	0,0728	0,0720	0,1469
5	0,0192	0,0222	0,0270	0,0337	0,0425	0,0528	0,0648	0,0671	0,1369

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Таблица Б.1 – Значения коэффициента сопротивления давления $C_{хад}$ от высоты и числа Маха

М\Н	0	10	20	30	40	50	60	70	80
0,1	0,9151	0,9051	0,8932	0,8810	0,9053	0,8755	0,8566	0,8416	0,8291
0,3	0,9240	0,9139	0,9018	0,8892	0,8778	0,8993	0,8745	0,8548	0,8383
0,5	0,9348	0,9245	0,9123	0,8997	0,8881	0,9195	0,8912	0,8688	0,8502
0,7	1,0057	0,9954	0,9831	0,9704	0,9588	0,9489	0,9667	0,9424	0,9221
0,9	1,1487	1,1487	1,1487	1,1487	1,1487	1,1487	1,1487	1,1487	1,1487
1	1,2374	1,2374	1,2374	1,2374	1,2374	1,2374	1,2374	1,2374	1,2374
1,1	1,3115	1,3115	1,3115	1,3115	1,3115	1,3115	1,3115	1,3115	1,3115
1,3	1,4223	1,4223	1,4223	1,4223	1,4223	1,4223	1,4223	1,4223	1,4223
1,5	1,4952	1,4952	1,4952	1,4952	1,4952	1,4952	1,4952	1,4952	1,4952
2	1,5970	1,5970	1,5970	1,5970	1,5970	1,5970	1,5970	1,5970	1,5970
2,5	1,6678	1,6678	1,6678	1,6678	1,6678	1,6678	1,6678	1,6678	1,6678
3	1,6969	1,6969	1,6969	1,6969	1,6969	1,6969	1,6969	1,6969	1,6969
3,5	1,6873	1,6873	1,6873	1,6873	1,6873	1,6873	1,6873	1,6873	1,6873
4	1,6690	1,6690	1,6690	1,6690	1,6690	1,6690	1,6690	1,6690	1,6690
4,5	1,6586	1,6586	1,6586	1,6586	1,6586	1,6586	1,6586	1,6586	1,6586
5	1,6498	1,6498	1,6498	1,6498	1,6498	1,6498	1,6498	1,6498	1,6498

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Таблица В.1 – Значения коэффициента лобового сопротивления давления C_{xa0} от высоты и числа Маха

М\Н	0	10	20	30	40	50	60	70	80
0,1	0,9876	0,9920	1,0037	1,0274	0,9920	1,0441	1,1568	1,3963	1,9610
0,3	0,9861	0,9875	0,9940	1,0092	1,0357	0,9966	1,0476	1,1747	1,4912
0,5	0,9923	0,9925	0,9969	1,0087	1,0303	0,9947	1,0250	1,1162	1,3548
0,7	1,0599	1,0593	1,0623	1,0720	1,0905	1,1179	1,0795	1,1508	1,3474
0,9	1,2002	1,2092	1,2235	1,2443	1,2721	1,3064	1,2478	1,3318	1,5223
1	1,2877	1,2964	1,3103	1,3304	1,3572	1,3902	1,3312	1,4108	1,5911
1,1	1,3606	1,3691	1,3825	1,4020	1,4279	1,4597	1,4008	1,4764	1,6480
1,3	1,4691	1,4771	1,4897	1,5080	1,5323	1,5619	1,5040	1,5732	1,7302
1,5	1,5397	1,5473	1,5592	1,5764	1,5992	1,6269	1,5708	1,6348	1,7802
2	1,6363	1,6429	1,6532	1,6681	1,6877	1,7113	1,6613	1,7159	1,8397
2,5	1,7024	1,7082	1,7172	1,7300	1,7469	1,7672	1,7910	1,7722	1,8808
3	1,7275	1,7325	1,7403	1,7515	1,7661	1,7836	1,8041	1,7904	1,8876
3,5	1,7143	1,7187	1,7256	1,7353	1,7481	1,7632	1,7810	1,7721	1,8604
4	1,6930	1,6969	1,7029	1,7115	1,7227	1,7359	1,7514	1,7469	1,8279
4,5	1,6800	1,6834	1,6887	1,6963	1,7062	1,7178	1,7314	1,7306	1,8055
5	1,6689	1,6720	1,6767	1,6835	1,6922	1,7026	1,7146	1,7168	1,7866

ПРИЛОЖЕНИЕ Г

Таблица Г.1 – Значения коэффициентов стоящих перед полиномами уравнений для функций коэффициента лобового сопротивления при нулевом угле атаки при различных высотах и коэффициента нормальной силы

	$C_{xa0},$ $H =$ 0 км	$C_{xa0},$ $H =$ 10 км	$C_{xa0},$ $H =$ 20 км	$C_{xa0},$ $H =$ 30 км	$C_{xa0},$ $H =$ 40 км	$C_{xa0},$ $H =$ 50 км	$C_{xa0},$ $H =$ 60 км	$C_{xa0},$ $H =$ 70 км	$C_{xa0},$ $H =$ 80 км	$C_{xa0},$ $H =$ 90 км	C_y^{α}
x^6	0,0043	0,0046	0,0049	0,0053	0,0044	0,0069	0,0059	0,0086	0,0122	0,0049	-0,11077
x^5	-0,0738	-0,0779	-0,0831	-0,0892	-0,0757	-0,1155	-0,0993	-0,1438	-0,2047	-0,0857	0,144466
x^4	0,4923	0,5175	0,5497	0,5872	0,5003	0,7430	0,6541	0,9394	1,3350	0,5859	0,050776
x^3	-1,5849	-1,6573	-1,7507	-1,8608	-1,5870	-2,2858	-2,0970	-2,9746	-4,2391	-1,9512	-0,08693
x^2	2,3747	2,4707	2,5968	2,7500	2,3132	3,2605	3,2189	4,5409	6,6119	3,0916	-0,01899
x^1	-1,0128	-1,0589	-1,1243	-1,2123	-0,8926	-1,3976	-1,6682	-2,5973	-4,2687	-1,6164	0,008756
x^0	1,0795	1,0874	1,1040	1,1344	1,0791	1,1542	1,2931	1,6095	2,3045	1,2732	0,036545

ПРИЛОЖЕНИЕ Д

Таблица Д.1 – Параметры стандартной атмосферы

h , км	0	10	20	30	40	50	60	70	80
p (давление) Па	101324,7	26491,08	5526,86	1883,59	295,85	84,58	24,12	5,83	1,11
ρ (плотность) кг/м ³	1,225	0,41357	0,0887	0,017901	0,004	0,001075	0,00033162	0,000092747	0,000020979
a (скорость звука) м/с	340,26	299,45	295,07	304,25	321,78	331,82	319,11	296,76	272,66
ν (вязкость) м ² /с	0,0000115	0,0000352	0,00016	0,000836	0,004096	0,015997	0,048749	0,15475	0,59202

ПРИЛОЖЕНИЕ Е

Листинг кода программы, реализующий метод Рунге-Кутты 4-го порядка:

```
void rungeKutt(Data& data, double h, BreakingData& dataBr)

{double K0x, K1x, K2x, K3x, q0x, q1x, q2x, q3x;

double K0y, K1y, K2y, K3y, q0y, q1y, q2y, q3y;

double K0z, K1z, K2z, K3z, q0z, q1z, q2z, q3z;

K0x = dx(data.V_c.x);

q0x = dVx(data.r_c.x, data.r_c.y, data.r_c.z, data.V_c.x, data.V_c.y, data.V_c.z,
data.t, data, dataBr);

K0y = dy(data.V_c.y);

q0y = dVy(data.r_c.x, data.r_c.y, data.r_c.z, data.V_c.x, data.V_c.y, data.V_c.z,
data.t, data, dataBr);

K0z = dz(data.V_c.z);

q0z = dVz(data.r_c.x, data.r_c.y, data.r_c.z, data.V_c.x, data.V_c.y, data.V_c.z,
data.t, data, dataBr);

K1x = dx(data.V_c.x + q0x * h / 2);

q1x = dVx(data.r_c.x + K0x * h / 2, data.r_c.y + K0y * h / 2, data.r_c.z + K0z * h /
2, data.V_c.x + q0x * h / 2, data.V_c.y + q0y * h / 2, data.V_c.z + q0z * h / 2,
data.t + h / 2, data, dataBr);

K1y = dy(data.V_c.y + q0y * h / 2);

q1y = dVy(data.r_c.x + K0x * h / 2, data.r_c.y + K0y * h / 2, data.r_c.z + K0z * h /
2, data.V_c.x + q0x * h / 2, data.V_c.y + q0y * h / 2, data.V_c.z + q0z * h / 2,
data.t + h / 2, data, dataBr);
```

$$K1z = dz(data.V_c.z + q0z * h / 2);$$

$$q1z = dVz(data.r_c.x + K0x * h / 2, data.r_c.y + K0y * h / 2, data.r_c.z + K0z * h / 2, data.V_c.x + q0x * h / 2, data.V_c.y + q0y * h / 2, data.V_c.z + q0z * h / 2, data.t + h / 2, data, dataBr);$$

$$K2x = dx(data.V_c.x + q1x * h / 2);$$

$$q2x = dVx(data.r_c.x + K1x * h / 2, data.r_c.y + K1y * h / 2, data.r_c.z + K1z * h / 2, data.V_c.x + q1x * h / 2, data.V_c.y + q1y * h / 2, data.V_c.z + q1z * h / 2, data.t + h / 2, data, dataBr);$$

$$K2y = dy(data.V_c.y + q1y * h / 2);$$

$$q2y = dVy(data.r_c.x + K1x * h / 2, data.r_c.y + K1y * h / 2, data.r_c.z + K1z * h / 2, data.V_c.x + q1x * h / 2, data.V_c.y + q1y * h / 2, data.V_c.z + q1z * h / 2, data.t + h / 2, data, dataBr);$$

$$K2z = dz(data.V_c.z + q1z * h / 2);$$

$$q2z = dVz(data.r_c.x + K1x * h / 2, data.r_c.y + K1y * h / 2, data.r_c.z + K1z * h / 2, data.V_c.x + q1x * h / 2, data.V_c.y + q1y * h / 2, data.V_c.z + q1z * h / 2, data.t + h / 2, data, dataBr);$$

$$K3x = dx(data.V_c.x + q2x * h);$$

$$q3x = dVx(data.r_c.x + K2x * h, data.r_c.y + K2y * h, data.r_c.z + K2z * h, data.V_c.x + q2x * h, data.V_c.y + q2y * h, data.V_c.z + q2z * h, data.t + h, data, dataBr);$$

$$K3y = dy(data.V_c.y + q2y * h);$$

$$q3y = dVy(data.r_c.x + K2x * h, data.r_c.y + K2y * h, data.r_c.z + K2z * h, data.V_c.x + q2x * h, data.V_c.y + q2y * h, data.V_c.z + q2z * h, data.t + h, data, dataBr);$$

$$K3z = dz(data.V_c.z + q2z * h);$$

```

q3z = dVz(data.r_c.x + K2x * h, data.r_c.y + K2y * h, data.r_c.z + K2z * h,
data.V_c.x + q2x * h, data.V_c.y + q2y * h, data.V_c.z + q2z * h, data.t + h, data,
dataBr);

vec next_r_c;

vec next_V_c;

next_r_c.x = data.r_c.x + h / 6 * (K0x + 2 * K1x + 2 * K2x + K3x);
next_V_c.x = data.V_c.x + h / 6 * (q0x + 2 * q1x + 2 * q2x + q3x);
next_r_c.y = data.r_c.y + h / 6 * (K0y + 2 * K1y + 2 * K2y + K3y);
next_V_c.y = data.V_c.y + h / 6 * (q0y + 2 * q1y + 2 * q2y + q3y);
next_r_c.z = data.r_c.z + h / 6 * (K0z + 2 * K1z + 2 * K2z + K3z);
next_V_c.z = data.V_c.z + h / 6 * (q0z + 2 * q1z + 2 * q2z + q3z);

data.r_c = next_r_c;

data.V_c = next_V_c;

data.t +=h;

if ((data.t>dataBr.tpn[0]+h && data.t<dataBr.tpend[0]+h) ||
(data.t>dataBr.tpn[1]+h && data.t<dataBr.tpend[1]+h) || (data.t>dataBr.tpn[2]+h
&& data.t<dataBr.tpend[2]+h))

{dataBr.mt_g = dataBr.mt_g - dataBr.dm_g * dataBr.kp * h;

dataBr.mt_ok = dataBr.mt_ok - dataBr.dm_ok * dataBr.kp * h;

data.m = data.m - (dataBr.dm_g + dataBr.dm_ok) * dataBr.kp * h;}

data.r_m = get_rm_from_rc(data.r_c, data.nn, data.la);}

double dx(double Vx)

{return Vx;}

```

```

double dVx(double x, double y, double z, double Vx, double Vy, double Vz,
double t, Data data, BreakingData dataBr)

{double solution;

vec r_c(x, y, z);

vec r_m = get_rm_from_rc(r_c,data.nn,data.la);

vec V_c(Vx, Vy, Vz);

data.theta = getThetafromVc(data.V_c);

vec R = getR(r_m, V_c,data.Sm,data.C_a);

vec Rc = getRcfromR(data.gamma,data.psi,data.theta,data.a,data.B, R);

vec P = getP(t,data.P,dataBr);

vec Pc = getPcfromP(data.gamma, data.psi, data.theta, P);

vec gc;

vec jc;

vec kc;

gc = get_gc(r_m, data.nn, data.la);

jc = get_jc(r_m, data.nn, data.la);

kc = get_kc(V_c, r_m, data.nn, data.la);

solution = Pc.x / data.m + Rc.x / data.m + gc.x - jc.x - kc.x;

return solution;}

double dy(double Vy)

{return Vy;}

double dVy(double x, double y, double z, double Vx, double Vy, double Vz,
double t, Data data, BreakingData dataBr)

```

```

{double solution;

vec r_c(x, y, z);

vec r_m = get_rm_from_rc(r_c, data.nn, data.la);

vec V_c(Vx, Vy, Vz);

data.theta = getThetafromVc(data.V_c);

vec R = getR(r_m, V_c, data.Sm, data.C_a);

vec Rc = getRcfromR(data.gamma, data.psi, data.theta, data.a, data.B, R);

vec P = getP(t,data.P,dataBr);

vec Pc = getPcfromP(data.gamma, data.psi, data.theta, P);

vec gc;

vec jc;

vec kc;

gc = get_gc(r_m, data.nn, data.la);

jc = get_jc(r_m, data.nn, data.la);

kc = get_kc(V_c, r_m, data.nn, data.la);

solution = Pc.y / data.m + Rc.y / data.m + gc.y - jc.y - kc.y;

return solution;}

double dz(double Vz)

{return Vz;}

double dVz(double x, double y, double z, double Vx, double Vy, double Vz,
double t,Data data, BreakingData dataBr)

{double solution;

vec r_c(x, y, z);

```

```

vec r_m = get_rm_from_rc(r_c, data.nn, data.la);

vec V_c(Vx, Vy, Vz);

data.theta = getThetafromVc(data.V_c);

vec R = getR(r_m, V_c, data.Sm, data.C_a);

vec Rc = getRcfromR(data.gamma, data.psi, data.theta, data.a, data.B, R);

vec P = getP(t,data.P,dataBr);

vec Pc = getPcfromP(data.gamma, data.psi, data.theta, P);

dataBr.mt = getmt(data,dataBr);

vec gc;

vec jc;

vec kc;

gc = get_gc(r_m, data.nn, data.la);

jc = get_jc(r_m, data.nn, data.la);

kc = get_kc(V_c, r_m, data.nn, data.la);

solution = Pc.z / data.m + Rc.z / data.m+ gc.z - jc.z - kc.z;

return solution;}

```


ПРИЛОЖЕНИЕ И

Листинг кода программы, реализующий возмущенное движение, методом Рунге-Кутты 4-го порядка:

```
while (t<tkon)

{yy1.push_back(y1);

  vv1.push_back(v1*57.3);

  bb1.push_back(b1*57.3);

  yy.push_back(y);

  vv.push_back(v*57.3);

  bb.push_back(b*57.3);

  TT.push_back(t);

  qy0=fy1(t,y1,y,v,b,pv,th,H_t,m_t,V_t);

  ky0=y1;

  qv0=fv1(t,v1,v,y1,b,pv,th,H_t,V_t,m_ok_t,m_g_t,m_t);

  kv0=v1;

  qb0=fb1(b1,b,v1,v,y1,y,pv);

  kb0=b1;

  qy1=fy1(t+h/2,y1+qy0*h/2,y+ky0*h/2,v+kv0*h/2,b+kb0*h/2,pv,th,H_t,m_t,
  V_t);

  ky1=y1+qy0*h/2;

  qv1=fv1(t+h/2,v1+qv0*h/2,v+kv0*h/2,y1+qv0*h/2,b+kb0*h/2,pv,th,H_t,V_t,m_o
  k_t,m_g_t,m_t);

  kv1=v1+qv0*h/2;
```

$$qb1=fb1(b1+qb0*h/2,b+kb0*h/2,v1+qv0*h/2,v+kv0*h/2,y1+qy0*h/2,y+ky0*h/2, pv);$$

$$kb1=b1+qb0*h/2;$$

$$qy2=fy1(t+h/2,y1+qy1*h/2,y+ky1*h/2,v+kv1*h/2,b+kb1*h/2,pv,th,H_t,m_t,V_t);$$

$$ky2=y1+qy1*h/2;$$

$$qv2=fv1(t+h/2,v1+qv1*h/2,v+kv1*h/2,y1+qv1*h/2,b+kb1*h/2,pv,th,H_t,V_t,m_o k_t,m_g_t,m_t);$$

$$kv2=v1+qv1*h/2;$$

$$qb2=fb1(b1+qb1*h/2,b+kb1*h/2,v1+qv1*h/2,v+kv1*h/2,y1+qy1*h/2,y+ky1*h/2, pv);$$

$$kb2=b1+qb1*h/2;$$

$$qy3=fy1(t+h,y1+qy2*h,y+ky2*h,v+kv2*h,b+kb2*h,pv,th,H_t,m_t,V_t);$$

$$ky3=y1+qy2*h;$$

$$qv3=fv1(t+h,v1+qv2*h,v+kv2*h,y1+qv2*h,b+kb2*h,pv,th,H_t,V_t,m_o k_t,m_g_t ,m_t);$$

$$kv3=v1+qv2*h;$$

$$qb3=fb1(b1+qb2*h,b+kb2*h,v1+qv2*h,v+kv2*h,y1+qy2*h,y+ky2*h, pv);$$

$$kb3=b1+qb2*h;$$

$$y1=y1+h/6*(qy0+2*qy1+2*qy2+qy3);$$

$$y=y+h/6*(ky0+2*ky1+2*ky2+ky3);$$

$$v1=v1+h/6*(qv0+2*qv1+2*qv2+qv3);$$

$$v=v+h/6*(kv0+2*kv1+2*kv2+kv3);$$

$$b1=b1+h/6*(qb0+2*qb1+2*qb2+qb3);$$

```

b=b+h/6*(kb0+2*kb1+2*kb2+kb3);

pv.v = v;

pv.b = b;

pv.y = y;

pv.v1 = v1;

pv.b1 = b1;

pv.y1 = y1;

t+=h;}

double fy1(double t, double y1, double y, double v, double b, PreviosValues& pv,
QVector<double>& th, QVector<double>& H_t, QVector<double>& m_t,
QVector<double>& V_t)

{int k = 0;

for (int i = 0;i<th.size();++i)

    {if(t>=th[i])

        {k=th[i];

            break;}}

double solution;

double Cyv = get_Cyv(pv.P, H_t[k], pv.Sm, m_t[k], V_t[k],pv.L,pv.D);

double Cyy = get_Cyy(H_t[k], pv.Sm, m_t[k], V_t[k], pv.L, pv.D);

double Cyb = get_Cyb(pv.P, m_t[k]);

double Wy = get_Wy(H_t[k]);

solution = -Cyv * v - Cyy * y1 - Cyb * b + Cyy * Wy;

return solution;}

```

```

double fv1(double t, double v1, double v, double y1, double b, PreviosValues& pv,
QVector<double>& th, QVector<double>& H_t, QVector<double>& V_t,
QVector<double>& m_ok_t, QVector<double>& m_g_t, QVector<double>&
m_t)

{int k = 0;

    for (int i = 0;i<th.size();++i)

        {if(t>=th[i])

            { k=th[i];

                break; } }

    double solution;

    double Jz = m_t[k]*pv.D*pv.D/16+m_t[k]*pv.L*pv.L/12;

    double Cv v = get_Cvv(H_t[k], V_t[k], pv.Sm, Jz, pv.mk, m_ok_t[k], m_g_t[k],
pv.p_ok, pv.p_g, pv.Xk, pv.Xdn_ok, pv.Xdn_g, pv.D/2, pv.L);

    double Cv y = get_Cvy(H_t[k], V_t[k], pv.Sm, Jz, pv.mk, m_ok_t[k], m_g_t[k],
pv.p_ok, pv.p_g, pv.Xk, pv.Xdn_ok, pv.Xdn_g, pv.D/2, pv.L);

    double Cv b = get_Cvb(pv.P, Jz, pv.L, pv.mk, m_ok_t[k], m_g_t[k], pv.p_ok,
pv.p_g, pv.Xk, pv.Xdn_ok, pv.Xdn_g, pv.D/2);

    double Wy = get_Wy(H_t[k]);

    solution = -Cv v * v - Cv y * y1 - Cv b * b + Cv y * Wy;

    return solution;}

double fb1(double b1, double b, double v1, double v, double y1, double y,
PreviosValues& pv){double solution;

    solution = (pv.a0 * v + pv.a1 * v1 + pv.a2 * y + pv.a3 * y1 - pv.t1 * b1 - b) /
pv.t2; return solution;}

```