UNIVERSIDAD DEL CAUCA
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN

DEPARTAMENTO DE FÍSICA

VIBRACIONES Y ONDAS
LISTA DE EJERCICIOS 01
Prof. Camilo Sánchez Ferreira
Período 2023-2

1. La figura 1 muestra un sistema masa-resorte colgado verticalmente y sin amortiguamiento. Demuestre (matemáticamente) que la frecuencia natural para oscilaciones verticales no se ve afectada por el campo gravitacional.

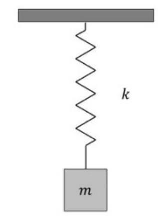

Figura 1. Problema 1

2. Un bloque de masa de M desliza sin fricción entre dos resortes de constantes K y $2K$, como se muestra en la figura 2.

   a. Calcule la frecuencia angular de las oscilaciones.
   b. Si la velocidad del bloque cuando está en la posición de equilibrio es v_o, calcular la amplitud de las oscilaciones.
   c. Escribir la función de posición de la masa como una función real del tiempo $x(t)$, teniendo en cuenta las condiciones iniciales del punto anterior.
   d. Escribir la función de posición de la masa como una función compleja del tiempo $x(t)$, teniendo en cuenta las condiciones iniciales del punto b.

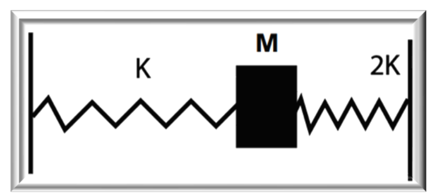

Figura 2. Problema 2.

3. En $t = 0$, una masa de $785\ \mathrm{g}$ en reposo en el extremo de un resorte horizontal ($k = 184\ \mathrm{N/m}$) se golpea con un martillo que le da una rapidez inicial de $2.26\ \mathrm{m/s}$. Determine **a)** el periodo y la frecuencia del movimiento, **b)** la amplitud, **c)** la aceleración máxima, **d)** la posición en función del tiempo, **e)** la energía total, y **f)** la energía cinética cuando $x = 0.40A$ donde A es la amplitud.
4. Demuestre que la energía mecánica total para un péndulo simple de longitud l y masa m está dada por la expresión $E = \frac{1}{2}mlg\theta_0^2$, donde θ_0 representa la amplitud del movimiento.
5. Una vara de un metro cuelga de su centro de un alambre delgado (figura 3a). Se gira y oscila con un periodo de 5.0 s. La vara se recorta a una longitud de 70.0 cm. Esta pieza de nuevo se equilibra en su centro y se pone a oscilar (figura 3b). ¿Con qué periodo oscilará ahora?

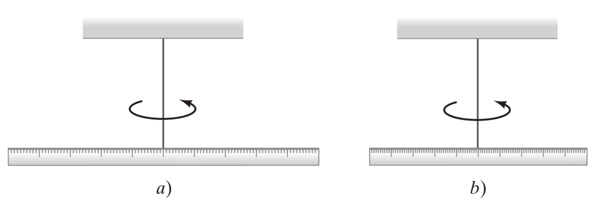

Figura 3. Problema 5.

6. Un disco de madera contrachapada con radio de 20.0 cm y masa de 2.20 kg tiene un pequeño agujero taladrado a través de él, a 2.00 cm de su borde (figura 4). El disco cuelga de la pared por medio de un pasador metálico que pasa a través del agujero y se usa como un péndulo. ¿Cuál es el periodo de este péndulo para oscilaciones pequeñas?

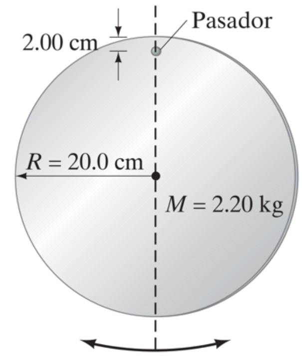

Figura 4. Problema 6.

7. Se cuelga un objeto de masa $0.2\ \mathrm{kg}$ de un resorte cuya constante es $80\ \mathrm{N/m}$. Se somete el objeto a una fuerza resistiva dada por bv, siendo v su velocidad en $\mathrm{m/s}$. Plantear la ecuación diferencial del movimiento en el caso de oscilaciones libres del sistema. Si la frecuencia con amortiguamiento es 0.995 la frecuencia sin amortiguamiento, **(a)** ¿cuál es el valor de la constante b?; **(b)** ¿cuál es el valor Q del sistema?; **(c)** ¿en qué factor se reducirá la amplitud del sistema después de 4 ciclos completos?; **(d)** ¿Qué fracción de la energía original sobra después de los 4 ciclos?

8. La aguja de un tornamesa, el desplazamiento $s(t)$ con respecto a su posición de equilibrio puede ser modelado como un movimiento armónico amortiguado que satisface la ecuación diferencial,

$$\ddot{s} + 2\gamma\dot{s} + \omega_0^2 s = 0$$

- **a.** Encuentre $s(t)$ si la aguja está críticamente amortiguada y sujeta a condiciones iniciales $s(0) = 0$, $\dot{s}(0) = v_0$.
- **b.** Encuentre $s(t)$ si la aguja está sobreamortiguada y sujeta a condiciones iniciales $s(0) = s_0$, $\dot{s}(0) = 0$

9. Un deslizador sobre una vía de aire está conectado con resortes a ambos extremos de la vía (figura 5). Ambos resortes tienen la misma constante de resorte, k, y el deslizador tiene masa M. **a)** determine la frecuencia de la oscilación, suponiendo que no hay amortiguamiento, si $k = 125\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$ y $M = 215\ \mathrm{g}$. b) Se observa que después de 55 oscilaciones, la amplitud de la oscilación ha disminuido a la mitad de su valor original. Estime el valor de γ. c) ¿Cuánto tiempo pasará para que la amplitud disminuya a un cuarto de su valor inicial?

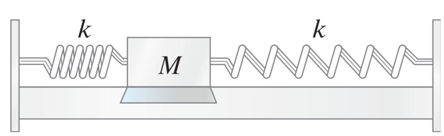

Figura 5. Problema 9.

10. Un objeto de masa $0.2\ \mathrm{kg}$ está colgado de un resorte de constante elástica $80\ \mathrm{N/m}$. El cuerpo está sujeto a una fuerza resistiva dada por $-bv$, donde v es la velocidad en $\mathrm{m/s}$ y $b = 4\ \mathrm{N \cdot s/m}$.

- **a.** Escriba la ecuación diferencial del sistema en oscilación libre y encuentre el periodo de dichas oscilaciones.

b. Ahora, suponga que el objeto es sometido a una fuerza sinusoidal dada por $F(t) = F_0 \sin(\omega t)$, donde $F_0 = 2\ \mathrm{N}$ y $\omega = 30\ \mathrm{rad/s}$. En estado estacionario, ¿Cuál es la amplitud de las oscilaciones forzadas?

En lugar de una fuerza excitadora, ahora estamos generando un desplazamiento armónico en la parte de arriba del resorte de la forma $\eta(t) = \eta_0 \sin(\omega t)$.

c. Escriba la ecuación diferencial del sistema para este nuevo caso.
d. ¿Cuál es la amplitud de la masa en estado estacionario para $\omega = 0.3\ \mathrm{rad/s}$ y $\omega = 300\ \mathrm{rad/s}$? Considere $\eta_0 = 0.5\ \mathrm{cm}$.

11. Un generador de tensión $V(t) = V_0 \cos(\omega t)$ está alimentando un circuito RLC en serie.
a. Usando la ley de Faraday, escriba la ecuación diferencial para carga q en el capacitor.
b. Usando la ley de Faraday, escriba la ecuación diferencial para la corriente I en el circuito.
c. Encontrar la solución de las ecuaciones diferenciales encontradas en los puntos a y b.
Suponiendo que $V_o = 3\ \mathrm{V}$, $R = 50\ \Omega$, $L = 100\ \mathrm{mH}$ y $C = 0.01\ \mu\mathrm{F}$.
d. Grafique la amplitud de la corriente I_0 en función de ω.
e. Encuentre el valor de ω para el cual I_0 es máximo.

12. La figura 6 muestra la potencia media de entrada $\overline{P}$ en función de la fuerza impulsora en el caso de una masa unida a un resorte, donde se presenta amortiguamiento; la fuerza impulsora tiene la forma $F = F_0 \sin \omega t$, donde $F_0 = constante$ y ω es variable. El valor de Q es suficientemente elevado para que la potencia media de entrada, que es máxima para ω_0, disminuya hasta la mitad del máximo para las frecuencias $0.98\omega_0$ y $1.02\omega_0$; **(a)** ¿cuál es el valor numérico de Q?; **(b)** si se suprime la fuerza impulsora, ¿qué fracción de la energía se pierde por ciclo?

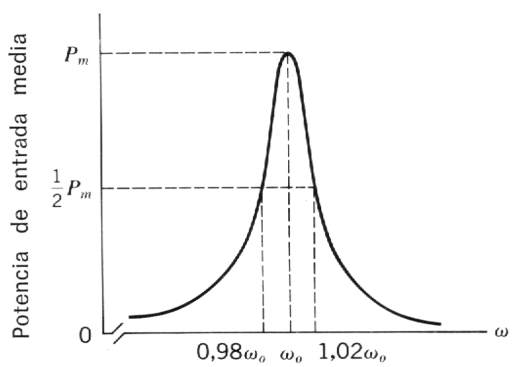

Figura 6. Problema 12.