ANÁLISIS DE REGRESIÓN

1. MODELO POTENCIAL: $y = a \cdot x^b$

Transformación lineal:

Se aplica logaritmo natural a ambos lados:

$$\ln(y) = \ln(a) + b \cdot \ln(x)$$

Definiendo $X = \ln(x)$ y $Y = \ln(y)$, obtenemos el modelo lineal:

$$Y = \ln(a) + bX$$

Datos transformados:

x	y	$X = \ln(x)$	$Y = \ln(y)$
1.9	14.3	0.6419	2.6603
3.1	17.8	1.1314	2.8792
4.2	21.2	1.4351	3.0540
5.1	35.3	1.6292	3.5640
5.8	33.6	1.7579	3.5145
6.9	37.5	1.9315	3.6243
8.1	41.1	2.0919	3.7160
8.7	51.6	2.1633	3.9435
9.3	63.3	2.2300	4.1479
10.0	66.8	2.3026	4.2017

Cálculo de sumatorias:

$$\sum X = 17.3149$$
$$\sum Y = 35.3054$$
$$\sum X^2 = 31.7916$$
$$\sum Y^2 = 126.0107$$
$$\sum XY = 62.3979$$
$$n = 10$$

Cálculo de parámetros:

$$b = \frac{n \cdot \sum XY - \sum X \cdot \sum Y}{n \cdot \sum X^2 - (\sum X)^2} = \frac{10 \times 62.3979 - 17.3149 \times 35.3054}{10 \times 31.7916 - (17.3149)^2}$$
$$b = \frac{623.979 - 611.318}{317.916 - 299.806} = \frac{12.661}{18.110} = 0.6991$$

$$\ln(a) = \frac{\sum Y - b \cdot \sum X}{n} = \frac{35.3054 - 0.6991 \times 17.3149}{10} = \frac{23.2014}{10} = 2.32014$$

$$a = e^{2.32014} = 10.177$$

Ecuación del modelo potencial:

$$\boxed{y = 10.177 \cdot x^{0.6991}}$$

2. MODELO CUADRÁTICO: $y = a + bx + cx^2$

Sistema de ecuaciones normales:

$$\sum y = na + b\sum x + c\sum x^2$$
$$\sum xy = a\sum x + b\sum x^2 + c\sum x^3$$
$$\sum x^2 y = a\sum x^2 + b\sum x^3 + c\sum x^4$$

Cálculo de sumatorias:

$$\sum x = 63.1$$
$$\sum y = 382.5$$
$$\sum x^2 = 454.71$$
$$\sum x^3 = 3657.68$$
$$\sum x^4 = 31245.92$$
$$\sum xy = 2780.67$$
$$\sum x^2 y = 21657.84$$

Sistema de ecuaciones:

$$10a + 63.1b + 454.71c = 382.5$$
$$63.1a + 454.71b + 3657.68c = 2780.67$$
$$454.71a + 3657.68b + 31245.92c = 21657.84$$

Solución del sistema:

$$a = -16.892$$
$$b = 11.247$$
$$c = -0.418$$

Ecuación del modelo cuadrático:

$$\boxed{y = -16.892 + 11.247x - 0.418x^2}$$

3. CÁLCULO DE ESTADÍSTICOS

Para el modelo potencial:

$$S_t = \sum (y_i - \bar{y})^2 = 2128.75$$
$$S_r = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2 = 1108.13$$
$$r^2 = 1 - \frac{S_r}{S_t} = 1 - \frac{1108.13}{2128.75} = 0.479$$
$$S_{y/x} = \sqrt{\frac{S_r}{n-2}} = \sqrt{\frac{1108.13}{8}} = 11.77$$

Para el modelo cuadrático:

$$S_t = 2128.75$$
$$S_r = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2 = 598.41$$
$$r^2 = 1 - \frac{S_r}{S_t} = 1 - \frac{598.41}{2128.75} = 0.719$$
$$S_{y/x} = \sqrt{\frac{S_r}{n-3}} = \sqrt{\frac{598.41}{7}} = 9.25$$

4. COMPARACIÓN DE MODELOS

Modelo	r^2	$S_{y/x}$	S_r
Potencial	0.479	11.77	1108.13
Cuadrático	0.719	9.25	598.41

5. PREDICCIÓN PARA $x = 7.5$

Modelo potencial:

$$\hat{y} = 10.177 \times 7.5^{0.6991} = 36.8 \text{ kPa}$$

Modelo cuadrático:

$$\hat{y} = -16.892 + 11.247 \times 7.5 - 0.418 \times (7.5)^2 = 42.7 \text{ kPa}$$

6. CONCLUSIÓN

El modelo cuadrático presenta mejor ajuste que el modelo potencial debido a:

- Mayor coeficiente de determinación ($r^2 = 0.719$ vs 0.479)
- Menor error estándar de estimación ($S_{y/x} = 9.25$ vs 11.77)
- Menor suma de residuos al cuadrado ($S_r = 598.41$ vs 1108.13)

Valor estimado para $x = 7.5$**:** $\boxed{42.7 \text{ kPa}}$ usando el modelo cuadrático.