



Algorithmische Mathematik I

Wintersemester 2021
Prof. Dr. Jürgen Dölz
David Ebert



Blatt 1

Abgabe Montag, 25.10.21, 10:00.

Aufgabe 1. (Zahlensysteme)

- a) Stellen Sie die Zahl $(947)_{10}$ als Binärzahl, Oktalzahl und als 11-adische Zahl dar. Geben Sie die Dezimaldarstellung von $(11001011)_2$ an.
- b) Schreiben Sie folgende Zahlen in Hexadezimaldarstellung: $(10001101)_2$, $(01100111)_2$, $(01011110)_2$ (Eine Binärzahl mit 8 Bits nennt man auch ein „Byte“).
- c) Welcher arithmetischen Operation entspricht im b -adischen Zahlensystem das Verschieben der Ziffern einer Zahl nach links, also

$$(z_{n-1} \dots z_1 z_0)_b \mapsto (z_{n-2} \dots z_1 z_0 0)_b ?$$

Welcher entspricht die Verschiebung nach rechts, also zu $(0 z_{n-1} \dots z_2 z_1)_b$?

- d) Gegeben seien zwei natürliche Zahlen a_1, a_2 bezüglich unterschiedlicher Basen $b_1 > 1$ und $b_2 > 1$, aber mit der *identischen* Ziffernfolge, also

$$a_1 = (z_{n-1} z_{n-2} \dots z_0)_{b_1} \quad \text{und} \quad a_2 = (z_{n-1} z_{n-2} \dots z_0)_{b_2}.$$

Welche der folgenden Aussagen sind wahr? Begründen Sie Ihre Antwort.

- 1) Falls $b_1 > b_2$, so ist $a_1 > a_2$.
- 2) Falls $a_1 > a_2$, so ist $b_1 > b_2$.

(1+1+1+1 Punkte)

Aufgabe 2. (Vorzeichen-Betrag-Darstellung mit fester Länge)

Gegeben sei eine ganze Zahl a in Dezimaldarstellung. Weiterhin wird ein Zahlenformat vorgegeben, bestehend aus einer Basis b , einer Anzahl n an zur Verfügung stehender Stellen und der Angabe **signed** oder **unsigned**. Bei **signed** Formaten wird die führende Stelle zur Codierung des Vorzeichens verwendet ($z_{n-1} = 0$ positiv, $z_{n-1} > 0$ negativ), die restlichen für den Betrag. Geben Sie jeweils den gültigen Zahlenbereich sowie, falls a in diesem Bereich liegt, die Darstellung von a im gegebenen Format an.

- a) $a = -385$ $b = 2, n = 10, \text{signed.}$
- b) $a = 436$ $b = 3, n = 8, \text{unsigned.}$
- c) $a = 192$ $b = 4, n = 4, \text{unsigned.}$
- d) $a = 192$ $b = 2, n = 8, \text{signed.}$
- e) $a = -0$ $b = 6, n = 3, \text{signed.}$

(4 Punkte)

Aufgabe 3. (Zweierkomplementdarstellung)

- a) Gegeben seien die Zahlen $a = (96)_{10}$ und $b = (-73)_{10}$. Schreiben Sie beide Zahlen in Zweierkomplementdarstellung mit $n = 8$ Stellen.
- b) Berechnen Sie sowohl die Summe $a + b$ als auch die Differenz $a - b$ in der Zweierkomplementdarstellung (benutzen Sie dafür nur das Zweierkomplement und schriftliche Addition). Als welche Dezimalzahl würde das Ergebnis jeweils interpretiert werden?
- c) Gegeben sei eine Zahl $(z_{n-1}z_{n-2} \dots z_1z_0)_{K_2}$ in Zweierkomplementdarstellung mit n Stellen. Wie sieht dieselbe Zahl aus, wenn $(n + 1)$ Stellen für das Zweierkomplement zur Verfügung stehen? Unterscheiden Sie zwischen positiven und negativen Zahlen und beweisen Sie Ihre Antwort.

(1+1+2 Punkte)

Aufgabe 4. (Modulo-Operator)

- a) Implementieren Sie eine Funktion, die zwei natürliche Zahlen $m, n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ als Parameter erhält, und die ganzen Zahlen q und r aus der Division mit Rest, das heißt $m = qn + r$ mit $r < n$, ausgibt. Nutzen Sie dafür nur Kontrollausdrücke, sowie Addition und Subtraktion (nicht den nativen mod-Operator). Stellen Sie durch eine entsprechende Logik sicher, dass nur positive Zahlen verarbeitet werden. Schreiben Sie weiterhin ein Programm, das zwei Zahlen einliest und der implementierten Funktion als Argument übergibt.
- b) Implementieren Sie die gleiche Funktion auf eine zweite Art, bei der Sie nun (Ganzzahl-)Division und Multiplikation verwenden.

(2+2 Punkte)