Aufgaben für Stochastik für Lehramt

Aufgabe 1.)

a.) $(947)_{10}$ Binär: 1101 0011 11

	Rest
$\frac{947}{2} = 423$	1
$423 : 2 = 211$	1
$211 : 2 = 105$	1
$105 : 2 = 52$	1
$52 : 2 = 26$	0
$26 : 2 = 13$	0
$13 : 2 = 6$	1
$6 : 2 = 3$	0
$3 : 2 = 1$	1
$1 : 2 = 0$	1

Oktal: 1663

	R
$947 : 8 = 118$	3
$118 : 8 = 14$	6
$14 : 8 = 1$	6
$1 : 8 = 0$	1

11-adisch: 791

	R
$947 : 11 = 86$	1
$86 : 11 = 7$	9
$7 : 11 = 0$	7

$\Rightarrow (791)_{11} = (947)_{10} = (1663)_8 = (11\ 0100\ 1111)_2$

$(1100\ 1011)_2 \Rightarrow \begin{matrix} 2^7 & 2^6 & 2^5 & 2^4 & 2^3 & 2^2 & 2^1 & 2^0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{matrix} \Rightarrow 128 + 64 + 8 + 2 + 1 = 203$

(b) Fasse $(\underbrace{1000}_{8}\ \underbrace{1101}_{(13=D)})_2$ zusammen: $(8D)_{16}$

$(\underbrace{0110}_{6}\ \underbrace{0111}_{7})_2 = (67)_{16}$

$(\underbrace{0101}_{5}\ \underbrace{1110}_{(14=E)})_2 = (5E)_{16}$

(c) Das Verschieben einer Zahl nach links, entspricht der Multiplikation mit b

Bsp.: $(231)_{10} \cdot 10 = (2310)_{10}$ || $(011)_2 \cdot 2 = (0110)_2$

nach rechts der Division durch b.

Bsp.: $(231)_{10} : 10 = (023)_{10}$ || $(011)_2 : 2 = (001)_2$

d.) $b_1 > b_2 \Rightarrow a_1 > a_2$:

Bem. $(947)_{10} = (791)_{11}$ wir sehen also um die gleiche Zahl darzustellen benötigen wir eine geringere Ziffernfolge.
Außerdem gilt für eine Basis > 1: dass die Potenzfunktion monoton wachsend ist.
Folglich ist für $a \in \mathbb{N}_+$ mit $b_1 > b_2 \Rightarrow b_1^a > b_2^a$
zumindest, falls die Zahlenfolge nicht trivial 0 ist.

Auch die Rückrichtung gilt:

$a_1 > a_2 \Rightarrow (z_n z_{n-1} \dots z_0)_{b_1} > (z_n z_{n-1} \dots z_0)_{b_2} \Leftrightarrow b_1 > b_2$

Aufgabe 2.)

(a) $a = -385 \quad b = 2 \quad n = 10$ signed

$[-2^8-1, 2^8-1] = [-256, 255] = I_1 \Rightarrow a \notin I_1$

(b) $a = 436 \quad b = 3 \quad n = 8$ unsigned

$[0, 3^8-1] = [0, 6560] = I_2, \ a \in I_2 \Rightarrow (436)_{10} = (0102\,1011)_3$

		R
436 : 3 =	145	1
145 : 3 =	48	1
48 : 3 =	16	0
16 : 3 =	5	1
5 : 3 =	1	2
3 : 3 =	1	0
1 : 3 =	0	1

(c) $a = 192 \quad b = 4 \quad n = 4$ unsigned

$[0, 4^4-1] = [0, 255] = I_3 \Rightarrow (192)_{10} = (3000)_4$

		R
192 : 4 =	48	0
48 : 4 =	12	0
12 : 4 =	3	0
3 : 4 =	0	3

d.) $a = 192 \quad b = 2 \quad n = 8$ signed

$[-2^6-1, 2^6-1] = [-63, 63] = I_5 \Rightarrow a \notin I_5$

e.) $a = -0 \quad b = 6 \quad n = 3$ signed

$[-6^1-1, 6^1-1] = [-5, 5] = I_6 \Rightarrow a \in I_6 \quad -0 = (100)_6$

Aufgabe 3.)

(a) $a = (96)_{10} = (0110\ 0000)_{K_2}$

$b = (-73)_{10} = (1011\ 0111)_{K_2}$

$x - 128 = -78 \Leftrightarrow x = 55 \qquad (55)_{10} = (0011\ 0111)_2$

(b) $a + b = \begin{array}{r} (z_{n-1}\ z_{n-2}\ \dots\ z_1\ z_0)_{K_2} \\ + (\tilde{z}_{n-1}\ \tilde{z}_{n-2}\ \dots\ \tilde{z}_1\ \tilde{z}_0)_{K_2} \\ \hline = \end{array}$

wobei das „carry"-Bit an $z_{n-1} + \tilde{z}_{n-1}$ auf z_n ignoriert werden muss.

$a - b = a + (-b)$

$(96)_{10} + (-73)_{10} = \begin{array}{r} (0110\ 0000)_{K_2} \\ + (1011\ \ 0111)_{K_2} \\ \hline (0001\ \ 0111)_{K_2} \end{array} = (23)_{10}$

$(96)_{10} - (-73)_{10}$

$= (96)_{10} + (73)_{10} = \begin{array}{r} (0110\ 0000)_{K_2} \\ + (0100\ 1001)_{K_2} \\ \hline (1010\ \ 1001)_{K_2} \end{array} = (-87)_{10}$

Hier wird das falsche Ergebnis berechnet, weil $(96)_{10} + (73)_{10} = (169)_{10}$

und $169 \notin [-2^7, 2^7-1]$

c.) Für $(z_{n-1} \dots z_0) \geq 0 \Leftrightarrow z_{n-1} = 0$ ist $(z_n z_{n-1} \dots z_0) = (0\ \overbrace{z_{n-1}}^{0} \dots z_0)$

Trivial, da die Zahl nicht verändert wird, wenn $0 \cdot 2^n$ dazu addiert wird.

Für $(z_{n-1} \dots z_0) < 0 \Leftrightarrow z_{n-1} = 1$ ist $(z_n z_{n-1} \dots z_0) = (1\ \overbrace{z_{n-1}}^{1} \dots z_0)$

$= -1 \cdot 2^n + 1 \cdot 2^{n-1} + \sum_{i=0}^{n-2} z_i \cdot 2^i = 2^{n-1}(-2+1) + \sum_{i=0}^{n-2} z_i \cdot 2^i$

$= -1 \cdot 2^{n-1} + \sum_{i=0}^{n-2} z_i \cdot 2^i = (1\ z_{n-2} \dots z_0) = (z_{n-1} \dots z_0)$

$\square$