

2020 级概率与数理统计试题 (重修卷)

座号_____ 班级_____ 学号_____ 姓名_____

(本试卷共 2 页, 八大题, 满分 100 分, 请将答案写下答题纸指定的位置, 并在答题纸上的对应位置写上序号、姓名等信息, 答题纸共 4 页)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分	核分
得分										
签名										

附表: $\Phi(1.96)=0.975$, $\Phi(1.64)=0.95$, $\Phi(1)=0.8413$, $t_{0.05}(24)=1.7109$, $t_{0.05}(25)=1.7081$ $t_{0.025}(24)=2.4922$, $t_{0.025}(25)=2.4851$, $\chi^2_{0.05}(24)=36.415$, $\chi^2_{0.05}(25)=37.652$, $\chi^2_{0.95}(24)=13.848$ $\chi^2_{0.95}(25)=14.611$, $\chi^2_{0.025}(24)=39.364$, $\chi^2_{0.025}(25)=40.646$, $\chi^2_{0.975}(24)=14.401$, $\chi^2_{0.975}(25)=13.120$

一、填空题 (14 分)

1. 已知 A, B 为随机事件, 且 $P(A)=0.5$, $P(B)=0.6$, $P(B|\bar{A})=0.8$, 则 $P(\bar{A}\bar{B})=$ _____.
2. 设随机变量 X 服从二项分布 $b(n, p)$, 已知 $P\{X=1\}=P\{X=n-1\}$, 则 $p=$ _____.
3. 如果随机向量 (X, Y) 服从二维均匀分布, 则其边缘分布_____ (一定是, 不一定是, 一定不是) 均匀分布.
4. 设随机变量 X 服从泊松分布 $P(\lambda)$, 且 $E[(X-1)(X-2)]=1$, 则 $\lambda=$ _____.
5. 设随机变量 X 和 Y 相互独立均服从正态分布 $N(0, 1)$, 则根据切比雪夫不等式 $P\{|X-Y|\geq 3\}\leq$ _____.

6. 设总体 X 服从正态分布 $N(\mu, 1)$, X_1, X_2, \dots, X_6 是来自该总体的一个样本, 令

$$\bar{X}_5 = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 X_i, Y_1 = \sum_{i=1}^5 (X_i - \bar{X}_5)^2, Y_2 = (X_6 - \mu)^2, \text{ 则当 } c= \text{_____} \text{ 时, } c \frac{Y_2}{Y_1} \text{ 服从 } F \text{ 分布 } F(1, 4).$$

7. 对正态总体的数学期望 μ 进行假设检验, 如果在显著性水平 0.05 下, 接受假设 $H_0: \mu = \mu_0$, 那么在显著性水平 0.01 下, _____ H_0 . (填: 接受、拒绝、不能确定).

二、(12 分)

设某厂 A, B 两个车间生产同一种产品, 分别占全厂该种产品的 60%, 40%, 它们的次品率分别为 1%, 2%, 现从 A, B 两个车间生产的该批产品中随机抽取一件.

1. 求取得的是一件次品的概率.
2. 若取得的是一件次品, 求该次品是 A 车间生产的概率.

三、(12 分)

1. 一袋中装有 5 只球, 编号为 1, 2, 3, 4, 5。在袋中同时取 3 只, 以 X 表示取出的 3 只球中的最大号码。求 X 的分布律。
2. 设随机变量 X 的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} c - |x| & |x| < 1 \\ 0 & |x| \geq 1 \end{cases}$$

- (1) 求常数 c 的值; (2) 求分布函数 $F(x)$ 。

四、(12 分)

设随机变量 (X, Y) 的概率密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} ke^{-3(x+y)}, & x > 0, y > 0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

1. 确定常数 k 的值; 2. 求 X 和 Y 的边缘密度函数 $f_X(x)$ 和 $f_Y(y)$; 3. 判断 X 和 Y 是否相互独立, 并给出理由; 4. 求 $Z = \min(X, Y)$ 的分布函数 $F_Z(z)$ 和密度函数 $f_Z(z)$ 。

五、(16 分)

设随机变量 X_1 与 X_2 互相独立, 且均服从期望值为 λ 的指数分布, 且 $U = 4X_1 - 3X_2$, $V = 3X_1 + X_2$, 试求: 1. EU, EV ; 2. DU, DV ; 3. $Cov(U, V), \rho_{UV}$; 4. U 与 V 是否相关? U 与 V 是否独立?

六、(8 分)

假设某放射物在一分钟内放射的粒子数服从参数为 20 的泊松分布 $P(20)$, 每分钟内放射的粒子数相互独立。利用中心极限定理, 求 20 分钟内放射物放射的粒子数大于 420 的概率是多少?

七、(12 分)

设总体 X 的概率密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} \theta 3^\theta x^{-(\theta+1)}, & x > 3 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

其中 $\theta > 1$ 为未知参数, X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 的简单随机样本, x_1, x_2, \dots, x_n 为对应的样本值。

1. 求参数 θ 的矩估计; 2. 求参数 θ 和 $E(X)$ 的最大似然估计。

八、(14 分)

1. 叙述假设检验中犯第一类错误和犯第二类错误的定义。
2. 某种导线的电阻 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ (单位欧姆), 要求其电阻的标准差不得超过 0.005 欧姆。今在生产的一批导线中抽取 25 根, 测得样本标准差为 0.007。问这批导线电阻的标准差是否符合要求? (显著性水平 $\alpha = 0.05$)。