2018-2019 学年第一学期

线性代数B期末试题样题

得分	

一、填空题(每小题4分，共20分)

1、已知$A=\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}2&3\\1&2\end{pmatrix}$，则$\begin{pmatrix}0&A\\B&0\end{pmatrix}^{-1}=$________________；.

2、设$A=\begin{pmatrix}1&1&0\\1&a&0\\0&0&a^2\end{pmatrix}$是正定矩阵，则$a$满足条件________________；

3、设实二次型$f(x_1,x_2,x_3,x_4,x_5)$的秩为4，正惯性指数为3，则其规范形为________________；

4、设$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\beta_1,\beta_2$均为4维列向量，已知4阶行列式$|\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\beta_1|=m$，又$|\alpha_1,\alpha_2,\beta_2,\alpha_3|=n$，则4阶行列式$|\alpha_3,\alpha_2,\alpha_1,2\beta_1+\beta_2|=$________________；

5、已知$A=\begin{pmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}\\a_{31}&a_{32}&a_{33}\end{pmatrix}$,$B=\begin{pmatrix}a_{11}&a_{13}&a_{12}\\a_{31}&a_{33}&a_{32}\\a_{21}&a_{23}&a_{22}\end{pmatrix}$,若$A^{-1}=\begin{pmatrix}1&2&3\\0&4&5\\0&0&6\end{pmatrix}$,则$B^{-1}=$____________。

得分	

二（10分）、讨论a,b取何值时，下列线性方程组

$$\begin{cases}x_1+x_2=1\\x_1-x_3=1\\x_1+ax_2+x_3=b\end{cases}$$

(1) 有唯一解；(2) 无解；(3) 有无穷解，并在有无穷多解时，用其导出方程组的基础解系表示方程组的通解。

得分	

三（10分）、设矩阵$A=diag(1,2,-1)$，且矩阵X满足$XA^*=3X+A^{-1}$。求矩阵X。

得分	

四（10分）、设$\alpha_1=(2,1,3,1)^T,\alpha_2=(-1,1,-3,1)^T,\ \beta_1=(4,5,3,-1)^T$，$\beta_2=(1,5,-3,1)^T$。令$V_1=L(\alpha_1,\alpha_2),\ \ V_2=L(\beta_1,\beta_2)$，求向量空间$V_1+V_2$的一组基，并分别求出$\beta_1,\beta_2$在这组基下的坐标。

得分	

五（10分）、已知向量空间 R^3 的两组基，由 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 到 β_1,β_2,β_3 的过渡矩阵为 $P=\begin{pmatrix}0&2&-1\\-1&0&2\\1&0&0\end{pmatrix}$ 且 $\alpha_1=(1,0,0)^T$，$\alpha_2=(1,1,0)^T$，$\alpha_3=(1,1,1)^T$，试求(1) 基 β_1,β_2,β_3；(2) 在基 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 与 β_1,β_2,β_3 下有相同坐标的全体向量。

得分	

六（10分）、设 A 为一个方阵，若 α 是齐次线性方程组 $A^m X=0$ 的解，但不是齐次线性方程组 $A^{m-1}X=0$ 解，证明向量组 $\alpha,A\alpha,\dots A^{m-1}\alpha$ 线性无关。

得分	

七(15分)、已知椭圆曲线方程 $f(x,y)=6x^2-6xy+6y^2-12x+9y+1=0$。

(1) 求椭圆方程中二次型部分 $f_1(x,y)=6x^2-6xy+6y^2$ 的矩阵 A；

(2) 将二次型 $f_1(x,y)$ 化为标准形，并写出所用的线性替换；

(3) 将椭圆曲线 $f(x,y)=0$ 化为 $a(X-x_0)^2+b(Y-y_0)^2=c$ 形式的标准形，并求出该椭圆的长轴与短轴。

得分	

八（15分）、设3阶实对称矩阵 A 的特征值为 $\lambda_1=1,\lambda_2=2,\lambda_3=-2$，且 $\alpha_1=(1,-1,1)^T$ 是 B 的属于 λ_1 的一个特征向量，记 $B=A^5-4A^3+I$，其中 I 为3阶单位矩阵。

(1) 验证 α_1 是矩阵 B 的特征向量；(2) 求 B 的所有特征值和特征向量；(3) 求矩阵 B。