线性代数 B 期末试题 A 卷

座号____________班级___________学号___________姓名____________

（试卷共 6 页，八道大题. 解答题必须有解题过程, 试卷后空白页撕下做稿纸, 试卷不得拆散）

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									
签名									

得分	

一、填空题（每小题 4 分，共 20 分）

1、已知方阵 A 满足 $A^2+A-4I=O$，则 $(A-I)^{-1}=$____________________。

2、设 A 是一个 4×3 矩阵，且 $r(A)=2$，而 $B=\begin{pmatrix}1&0&2\\0&2&0\\-1&0&3\end{pmatrix}$，则 $r(AB)=$__________________。

3、已知 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\beta_1,\beta_2$ 都是 4 元列向量，且 4 阶行列式 $|\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\beta_1|=m$，$|\alpha_1,\alpha_2,\beta_2,\alpha_3|=n$，

则 4 阶行列式 $|\alpha_3,\alpha_2,\alpha_1,\beta_1+\beta_2|=$ _________________。

4、已知矩阵 $A=\begin{pmatrix}3&0&0\\0&2&1\\0&0&2\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}2&3\\1&5\end{pmatrix}$，则 $\begin{vmatrix}O&A\\B&O\end{vmatrix}=$________________。

5、已知 $\alpha=(1,0,-1)^T$，且 $A=\alpha\alpha^T$，则 $A^{2019}=$______________________。

得分	

二（10 分）、设矩阵 $A=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&-2&0\\0&0&1\end{bmatrix}$，矩阵 B 满足 $A^*BA=2BA-8I$，其中 A^* 是 A 的伴随矩阵，求矩阵 B。

得分	

三(10 分)、设已知 $\boldsymbol{R}^3$ 的一组基为 $\alpha_1=(1,2,0)^T$ $\alpha_2=(1,-1,2)^T$

$\alpha_3=(0,1,-1)^T$。由基 β_1，β_2，β_3 到基 α_1，α_2，α_3 的过渡矩阵为

$$P=\begin{pmatrix}2&1&6\\0&1&1\\1&0&2\end{pmatrix}$$

（1） 求基 β_1，β_2，β_3；

（2） 若向量 γ 在 α_1，α_2，α_3 下的坐标为 $(1,2,1)$,求 γ 在 β_1，β_2，β_3 下的坐标。

得分	

四(10 分)、已知线性方程组 $\begin{cases}x_1+x_2+tx_3=4\\x_1-x_2+2x_3=-4\\-x_1+tx_2+x_3=t^2\end{cases}$，讨论 t 取不同的值时，线性方程组的解的情况，并在有无穷多解的情况下,用导出组的基础解系来表示通解。

得分	

五(10 分)、设向量组 $\alpha_1=(1,-1,2,1)^T,\alpha_2=(2,-2,4,2)^T,\alpha_3=(3,0,6,-1)^T$，$\alpha_4=(0,3,0,-4)^T$。(1) 求 $L(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4)$ 的维数和一组基；(2) 求 $L(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4)$ 的一组标准正交基。

得分	

六(15 分)、已知 A 是一个 3 阶矩阵，α_1，α_2，α_3 是线性无关的向量组且满足

$$A\alpha_1=-\alpha_1-3\alpha_2-3\alpha_3,A\alpha_2=4\alpha_1+4\alpha_2+\alpha_3,A\alpha_3=-2\alpha_1+3\alpha_3$$

（1）求 A 的特征值；

（2）求 A 的特征向量（表示为 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 的线性组合）。

得分	

七(15 分)、二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=4x_2^2-3x_3^2+4x_1x_2-4x_1x_3+8x_2x_3$ 经过正交替换 $X=QY$ 化为标准形 $y_1^2+6y_2^2+qy_3^2$，求实参数 q 及所用的正交矩阵 Q，并进一步判断此二次型是否正定。

得分	

八(10 分)、设 A 为 3 阶方阵，λ_1，λ_2，λ_3 是 A 的三个不同特征值，对应的特征向量分别为 α_1，α_2，α_3，令 $\beta=\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3$。证明：$\beta$，$A\beta$，$A^2\beta$ 线性无关。