课程编号：100172203　　北京理工大学 2021-2022 学年第二学期

《工科数学分析》（下）期末试题(A 卷)

座号 ______　班级____________　学号____________　姓名____________

注：试卷共 6 页，十个大题;解答题必须有过程;试卷后面空白纸撕下做草稿纸;试卷不得拆散.

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											
签名											

得分	

一、填空题（每小题 4 分，共 20 分）

1. 点 $\boldsymbol{M}(1,2,1)$ 到平面 $\boldsymbol{x}+2\boldsymbol{y}+2\boldsymbol{z}-10=0$ 的距离为__________.

2. 设数量场 $u=\ln\sqrt{x^2+y^2+z^2}$,则 $grad u|_{(1,0,1)}=$______________.

3. $\int_0^{\frac{\pi}{4}}dx\int_x^{\frac{\pi}{4}}\frac{\sin y}{y}dy=$____________.

4. 若$l:x^2+y^2=1$，计算$\oint_l(x\sin y+y^3e^x)ds=$_________.

5. 设级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\boldsymbol{a}_n$条件收敛，若极限$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\boldsymbol{a}_{n+1}}{\boldsymbol{a}_n}=\boldsymbol{r}$存在，则$\boldsymbol{r}=$_______.

得分	

二、计算题（每小题5分，共20分）

1. 求曲面$z=y^x$在（2，2，4）点处的切平面方程.

2. 已知 $f(x,y)=e^{ax}(x+y^2+by)$ 在 $(2,-2)$ 点取得极值，求 a,b 的值，并判断 $f(2,-2)$ 是极大值还是极小值.

3. 设 $\boldsymbol{V}$ 是由 $\boldsymbol{z}=\sqrt{3-\boldsymbol{x}^2-\boldsymbol{y}^2}$ 与 $\boldsymbol{x}^2+\boldsymbol{y}^2=2\boldsymbol{z}$ 所围成的立体，求 $\boldsymbol{V}$ 的表面积.

4. 计算全微分 $\dfrac{-2\boldsymbol{xy}}{(1+\boldsymbol{x}^2)^2+\boldsymbol{y}^2}\boldsymbol{dx}+\dfrac{1+\boldsymbol{x}^2}{(1+\boldsymbol{x}^2)^2+\boldsymbol{y}^2}\boldsymbol{dy}$ 的原函数.

得分	

三、(8 分) 设 $\varphi(u,v)$ 有连续的一阶偏导数，且 $\varphi_u'(2,1)=\varphi_v'(2,1)=1$． 又设 $z=f(x,\ y)=\varphi(xy,x-y)$． 求 $f(x,y)$ 在(2, 1)点处沿从(2, 1)到(0, 0)方向的方向导数.

得分	

四、(6分) 计算曲线积分 $I=\oint_L \frac{-ydx+xdy}{x^2+4y^2}$ 的值，其中 $\boldsymbol{L}$ 为圆 $(x-1)^2+(y-1)^2=36$ 的逆时针方向.

得分	

五、(8 分) 计算三重积分 $\boldsymbol{I}=\iiint\limits_{\Omega}(\frac{\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{a}}+\frac{\boldsymbol{y}}{\boldsymbol{b}}+\frac{\boldsymbol{z}}{\boldsymbol{c}})^2\boldsymbol{dv}$, 其中 Ω 为球体 $\boldsymbol{x}^2+\boldsymbol{y}^2+\boldsymbol{z}^2\le\boldsymbol{R}^2,\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 为正数.

得分	

六、 (8 分) 已知物质曲线 $\boldsymbol{C}$: $\begin{cases}\boldsymbol{x}^2+\boldsymbol{y}^2+\boldsymbol{z}^2=\boldsymbol{R}^2\\ \boldsymbol{x}^2+\boldsymbol{y}^2=\boldsymbol{Rx}\end{cases},(\boldsymbol{z}\ge 0)$ 的线密度为 $\sqrt{\boldsymbol{x}}$, 求其对三个坐标轴的转动惯量之和 $\boldsymbol{I}_x+\boldsymbol{I}_y+\boldsymbol{I}_z$.

得分	

七、(8 分) 求幂级数$1+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}+\frac{x^6}{6!}+\cdots$的收敛域，并求其和函数.

得分	

八、(8 分) 设$S(x)$是 $f(x)=\begin{cases} x^2, & x\in[0,1] \\ x-1, & x\in(1,\pi) \end{cases}$ 的以2π为周期的余弦级数展开式的和函数，写出$S(x)$在区间$(-\pi,0)$内的表达式，并求$S(-4)$和$S(2\pi-1)$的值.

得分	

九、(8 分) 计算曲面积分

$I=\iint\limits_{\Sigma} x^3 dydz+2xz^2 dzdx+3y^2 zdxdy$，其中$\Sigma$是抛物面$z=4-x^2-y^2$被平面$z=0$所截得的有限部分的下侧.

得分	

十、（6 分）已知$f(x)$可导，且$f(0)=1,\ 0<f'(x)<\dfrac{1}{3}$, 设数列$\{x_n\}$满足：$x_{n+1}=f(x_n)(n=1,2,\cdots)$,

(1) 证明级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(x_{n+1}-x_n)$绝对收敛；

(2) 证明极限$\lim\limits_{n\to\infty}x_n$存在，且$0<\lim\limits_{n\to\infty}x_n<\dfrac{3}{2}$.