

附表:

$$\Phi(2.5)=0.994, \Phi(1.5)=0.933, \Phi(2.33)=0.99, \Phi(1.96)=0.975, \Phi(1.64)=0.95, t_{0.05}(8)=1.8595,$$

$$t_{0.025}(8)=2.3060, t_{0.05}(9)=1.8331, t_{0.025}(9)=2.2622, \chi^2_{0.95}(8)=2.733, \chi^2_{0.95}(9)=3.325,$$

$$\chi^2_{0.975}(8)=2.18, \chi^2_{0.975}(9)=2.700, \chi^2_{0.025}(8)=17.535, \chi^2_{0.025}(9)=19.023, \chi^2_{0.05}(8)=15.507,$$

$$\chi^2_{0.05}(9)=16.919$$

一、填空题 (10 分)

得分

1. 一名射手连续向一目标射击三次, 事件 A_i 表示射手第 i 次击中目标 ($i=1,2,3$), 则 $\overline{A_1 \cup A_2 \cup A_3}$ 表示的含义是_____.

2. 设随机变量 X 的分布函数满足 $F(x) = a - e^{-x}, x > 0$, 则 $a =$ _____.

3. 如果 (X,Y) 服从二维正态分布, 则其边缘分布_____ (一定是或不一定是) 正态分布.

4. 设 $X \sim N(0,0.5), Y \sim N(0,0.5)$, 且 X 与 Y 相互独立, 则 $E|X-Y| =$ _____.

5. 设随机变量 X 服从几何分布, 期望为 4, 则 $P(X=1) =$ _____.

6. 设 $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ 是独立同分布的随机变量序列, 且有有限的期望 $E(X_k) = \mu$ 与方差

$D(X_k) = \sigma^2 > 0, k=1,2,\dots$, 则 $Y = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_k^2$ 依概率收敛到_____.

7. 设随机变量 $X \sim F(n,n)$ 且 $P(X > A) = 0.3$, $A > 0$ 为常数, 则 $P(X > \frac{1}{A}) =$ _____.

8. 某保险公司多年统计资料表明, 在索赔户中, 被盗索赔户占 20%, 以 X 表示在随机抽查的 100 个索赔户中, 因被盗向保险公司索赔的户数. 则被盗索赔户不少于 14 户且不多于 30 户的概率近似为_____.

9. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的一个样本, 其中 $\mu \in R, \sigma > 0$ 未知, \bar{X}, S^2 分别是样本均值和样本方差, 则 μ 的置信水平为 $1-\alpha$ 的置信区间为_____.

10. 设总体 $X \sim N(\mu, 4^2)$, x_1, \dots, x_{16} 是总体 X 的样本值, 已知假设 $H_0: \mu = 0, H_1: \mu > 0$. 在显著性水平 $\alpha = 0.01$ 下的拒绝域是_____.

二、(12 分)

得分	
----	--

1. 叙述两个事件互斥和独立的关系.
2. 为了防止意外, 某矿内同时设有两种报警系统甲和乙, 每种系统单独使用时, 系统甲有效的概率为 0.92, 系统乙有效的概率为 0.93. 在系统甲失灵的情况下, 系统乙有效的概率为 0.85. 求: (1) 发生意外时, 这两个报警系统至少有一个有效的概率; (2) 在系统乙失灵的情况下, 系统甲有效的概率.

三、(12分)

得分	
----	--

1. 设随机变量 X 的分布函数如下:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < -1 \\ 1/4, & -1 \leq x < 2 \\ 1/2, & 2 \leq x < 3 \\ 1, & x \geq 3 \end{cases}$$

求 (1) 随机变量 X 的分布律; (2) $P(X > 1)$.

2. 设随机变量 X 服从区间 $(-1, 1)$ 上的均匀分布, 求

(1) $P(|X| < \frac{1}{4})$; (2) 设 $Y = X^2$, 求 Y 的概率密度函数 $f_Y(y)$.

四、(16 分)

得分

设随机变量 (X, Y) 的概率密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} 12e^{-(3x+4y)}, & x > 0, y > 0 \\ 0, & \text{其它.} \end{cases}$$

- (1) 求 X 和 Y 的边缘密度函数 $f_X(x)$ 和 $f_Y(y)$; (2) 判断 X 和 Y 是否相互独立, 并给出理由;
(3) 求函数 $Z = \min(X, Y)$ 的密度函数 $f_Z(z)$;
(4) 求函数 $U = 3X + 4Y$ 的分布函数 $F_U(u)$ 和密度函数 $f_U(u)$.

五、(14分) 得分

--

1. 叙述切比雪夫不等式.

2. 设随机变量 X 的概率密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x > 0 \\ 0, & \text{其它.} \end{cases}$$

令 $Y = X^2$.

(1) 求 $E(X)$, $D(X)$, $E(Y)$, $D(Y)$; (2) 求 X 与 Y 的相关系数;

(3) 判断 X 与 Y 是否相关, 判断 X 与 Y 是否独立 (说明理由).

六、(8分)

得分	
----	--

设 X_1, X_2, \dots, X_5 是来自正态总体 $N(0, \sigma^2)$ 的简单随机样本, 令 $Z = \frac{\sqrt{3}(X_1 + X_2)}{\sqrt{2(X_3^2 + X_4^2 + X_5^2)}}$ 。

(1) 求 Z 的分布; (2) 求 Z^2 的分布. (要求写出具体过程)

七、(14分)

得分

1. 设总体 X 的密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & \sqrt{\alpha} < x < \sqrt{\alpha} + 2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

其中, $\alpha > 0$ 为未知参数。 X_1, X_2, \dots, X_n 为取自该总体的样本, x_1, x_2, \dots, x_n 为相应的样本观测值。求参数 α 的矩估计。

2. 设总体 X 服从以 p 为参数的两点分布, 即其分布律为

X	0	1
P	$1-p$	p

其中 $0 < p < 1$ 未知, X_1, X_2, \dots, X_n 为取自该总体的样本, x_1, x_2, \dots, x_n 为相应的样本观测值。求

参数 p 及 $\beta = \frac{1-p}{p}$ 的最大似然估计。

八、(14分)

得分	
----	--

1. 叙述假设检验的理论依据.

2. 某卷装卫生纸净含量按标准要求为200克/卷, 已知该卷装卫生纸净含量服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$. 今抽取9卷, 测得其净含量样本均值 $\bar{x} = 197$ 克, 样本标准差 $s = 4.5$ 克. 问在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下, 该卷装卫生纸净含量是否符合要求?