北京理工大学2018-2019学年第一学期《工科数学分析》（上）期末试题(A卷)

**标准答案及评分标准 2019年1月11日**

一、填空（每小题4分，共20分）

1 

2．

3. 

4 . 

5. 

二、计算题（每小题5分，共20分）

1.解：



 **…………. 3分**



 **…………. 5分**

2.解： 当时，得 **…………. 1分**

方程两边对求导，得

 **…………. 3分**

将代入上式，

得到 

于是，. **…………. 5分**

3. 解: 定义域

，一阶导数不存在的点为得驻点. **…………. 1分**

列表：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  | **+** | **不存在** | **-** |  | **+** |
|  |  | 极大值0 |  | 极小值 -3 |  |

有单调递增区间为： 和 ;

单调递减区间为：;

极大值为:  极小值为:  **…………. 5分**

4.解I: 设，则   **…………. 2分**

代入原方程，得：

于是有或

由后一方程分离变量法得：

即 **………….4分**

故原方程的通解为：.

由即 得 此式包含在通解中(的情况).

**………….** **5分**

解II: 两端同乘不为零因子 (也是解.)

则   **…………. 2分**

故 **………….4分**

故原方程的通解为：. **………….** **5分**

解III: 原方程变为：  **…………. 2分**

两边积分，得 即 **………….4分**

故原方程的通解为：. **………….** **5分**

三、解： 

 **…………. 3分**



 **…………. 6分**



 **…………. 8分**

四、解: 

所以曲线没有垂直渐近线.



所以曲线没有水平渐近线. **…………. 1分**



 **………….4分**



 **………….7分**

故 曲线有斜渐近线 **…………. 8分**

五、(1)证明：由题意 因此当时，

 单调减少；

又有下界，故有极限.

两边取极限得，故有极限 **…………. 3分**

(2)解： 为型

离散型不能直接用洛必达法则

先考虑



故，  **…………. 6分**

六、解：（1）画草图，解交点

 **………….2分**

 **………….4分**

（2） **………….6分**

 **………….8分**

七、解：以上底作为轴, 两底的中垂线作为轴建立直角坐标系.

在轴的区间上任取小区间,

得面积微元等于 **………….2分**

（1）处水的压强为故



积分得所求压力  **………….5分**

（2）处水深为故水的压强为于是



积分得所求压力  **………….8分**

八、解：由 可知

 从而

 …………….**3分**



 …………….**6分**



所以,  …………….**8分**

九、解：令则

代入方程可得：  …………….**2分**

再对求导得： ， …………….**4分**

由于连续, 可知可导, 从而也可导. 上式两边再求导得



则满足初值问题： …………….**6分**

解此微分方程可得  …………….**8分**

十、证明：(1)由于为奇函数，则

由拉格朗日定理，存在 使得

 **…………. 2分**

(2)令 在上可导，由拉格朗日定理，

存在 使得

 **…………. 4分**



由为奇函数，则为偶函数，且 得

 **…………. 6分**