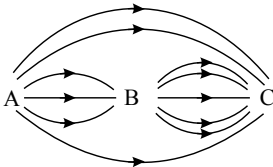




۱) در شکل زیر می‌خواهیم از شهر A به C برویم. اگر یکی از مسیرها را به صورت تصادفی انتخاب کنیم، چقدر احتمال دارد از شهر B عبور کنیم؟



$$\frac{1}{2} \text{ (۲)}$$

$$\frac{2}{3} \text{ (۱)}$$

$$\frac{5}{6} \text{ (۴)}$$

$$\frac{1}{4} \text{ (۳)}$$

۲) اگر $\frac{P(A \cup B)}{4} = \frac{P(A')}{2} = \frac{P(B')}{3} = P(A \cap B)$ باشد، $P(A)$ کدام است؟

$$\frac{3}{5} \text{ (۴)}$$

$$\frac{4}{5} \text{ (۳)}$$

$$\frac{2}{5} \text{ (۲)}$$

$$\frac{1}{5} \text{ (۱)}$$

۳) می‌خواهیم درباره کیفیت و حجم خرید میوه توسط مردم و میزان رضایت مندی آن‌ها از خریدشان تحقیقی انجام دهیم. بدین منظور از مشتریان یک مغازه میوه‌فروشی مصاحبه به عمل آمد. در این مصاحبه مشتریان مغازه، کیفیت، وزن میوه خریداری شده توسط مشتریان و میزان رضایت مندی آن‌ها از خرید (زیاد، متوسط، کم) به ترتیب کدام هستند؟

۱) جامعه، متغیر کیفی ترتیبی، متغیر کمی پیوسته، متغیر کیفی ترتیبی

۲) نمونه، متغیر کیفی ترتیبی، متغیر کمی پیوسته، متغیر کیفی ترتیبی

۳) جامعه، متغیر کیفی ترتیبی، متغیر کمی گسسته، متغیر کیفی اسمی

۴) نمونه، متغیر کیفی اسمی، متغیر کمی گسسته، متغیر کیفی اسمی

۴) اگر با استفاده از ارقام $\{۷, ۵, ۴, ۰, ۲\}$ عددی چهاررقمی بدون تکرار ارقام را به طور تصادفی درست کنیم، چقدر احتمال دارد این عدد بر ۲ یا ۵ بخش پذیر باشد؟

$$\frac{3}{16} \text{ (۴)}$$

$$\frac{1}{4} \text{ (۳)}$$

$$\frac{13}{16} \text{ (۲)}$$

$$\frac{3}{4} \text{ (۱)}$$

۵) در جعبه‌ای ۵ مهره قرمز، ۴ مهره سیاه و ۳ مهره آبی وجود دارد، اگر از این جعبه ۳ مهره به تصادف خارج کنیم، چقدر احتمال دارد دقیقاً ۲ مهره هم‌رنگ باشند؟

$$\frac{29}{44} \text{ (۴)}$$

$$\frac{22}{35} \text{ (۳)}$$

$$\frac{25}{44} \text{ (۲)}$$

$$\frac{18}{35} \text{ (۱)}$$



۶ اگر $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{3}{4}$ و $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$ باشد، احتمال آنکه نه پیشامد A رخ دهد و نه پیشامد B ، کدام است؟

۴ $\frac{1}{12}$

۳ $\frac{1}{10}$

۲ $\frac{1}{4}$

۱ $\frac{5}{12}$

۷ اگر A و B پیشامدهایی از فضای نمونه‌ای S باشند کدام توصیف در مورد پیشامدهای ارائه شده نادرست است؟

۱ پیشامد $A \cup B$ وقتی رخ می‌دهد که حداقل یکی از دو پیشامد رخ بدهد.

۲ پیشامد $A \cap B$ وقتی رخ می‌دهد که دو پیشامد باهم رخ بدهند.

۳ پیشامد $A - B$ وقتی رخ می‌دهد که پیشامد A رخ بدهد و پیشامد B رخ ندهد.

۴ پیشامد $(A - B) \cup (B - A)$ وقتی رخ می‌دهد که دو پیشامد باهم رخ ندهند.

۸ در پرتاب دو تاس با هم، پیشامدهای کدام گزینه زیر، با هم ناسازگار هستند؟

۱ A : «جمع اعداد دو تاس مضرب ۳ است»، B : «جمع اعداد دو تاس زوج است».

۲ C : «عدد تاس اول ۵ باشد»، D : «عدد تاس دوم ۵ باشد».

۳ E : «حاصل ضرب اعداد دو تاس فرد باشد»، F : «تفاضل اعداد دو تاس فرد باشد».

۴ G : «اعداد دو تاس اول باشند»، H : «حاصل ضرب اعداد دو تاس زوج باشد».

۹ در کدام گزینه هر دو متغیر داده شده کاملاً از یک نوع هستند؟

۱ طول مدت مکالمه تلفنی - تعداد نامه‌های پستی

۲ میزان بارندگی - جنسیت افراد

۳ گنجایش آب تانکر - وزن نامه‌های یک صندوق

۴ مراحل تکامل یک قورباغه - سن دانشجویان شرکت‌کننده در یک دوره

۱۰ تعداد متغیرهای کیفی در کدام گزینه با بقیه متفاوت است؟

۱ مقطع کارشناسی - معدل کارشناسی - رنگ چشم - رتبه یک دوندۀ در یک مسابقه دو

۲ رنگ پوست - نژاد یک فرد - تعداد شهرهایی که راه‌آهن دارند - گروه خونی

۳

انواع کیفیت هوا - میزان علاقه به فوتبال (کم، متوسط، زیاد) - شدت بارندگی (کم، متوسط، زیاد) - مدت زمان انتظار در مطب پزشک

۴

وضعیت آب و هوا - کیفیت کار یک بنا - مراحل زندگی - میزان رضایت مشتریان از خدمات فروشگاه (کم، متوسط، زیاد)



۱۱) در پرتاب ۲ تاس سالم با هم، چقدر احتمال دارد مجموع اعداد رو شده در تاس‌ها عددی اول شود؟

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{7}{12}$ ④ $\frac{2}{3}$

۱۲) اگر A و B دو پیشامد از یک فضای نمونه‌ای باشند، پیشامد اینکه « A رخ ندهد ولی B رخ دهد» کدام است؟

- ① $A - B$ ② $B - (A \cap B)$ ③ $(A - B)'$ ④ $(A \cup B)'$

۱۳) احتمال قبول شدن فردی در آزمون استخدامی شرکت A ، 0.7 و احتمال قبول شدن همان فرد در آزمون

استخدامی شرکت B ، 0.6 است. اگر احتمال این‌که حداقل در یکی از آزمون‌های استخدامی موفق شود 0.8 باشد،

احتمال اینکه هم در شرکت A پذیرفته شود هم در شرکت B ، کدام است؟

- ① 0.7 ② 0.6 ③ 0.5 ④ 0.4

۱۴) اگر با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ یک عدد ۵ رقمی با ارقام متمایز نوشته شود، چقدر احتمال دارد که ارقام ۱ و ۵ کنار

هم نباشد؟

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{5}{6}$ ④ $\frac{2}{5}$

۱۵) در جعبه‌ای ۵ گوی که بر روی آن‌ها اعداد ۱ تا ۵ نوشته شده قرار دارد. می‌خواهیم گوی‌ها را به ترتیب خارج

کنیم. با چه احتمالی گوی‌های شماره ۱ و ۴ بلافاصله بعد از هم خارج می‌شوند؟

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{1}{2}$

۱۶) در پرتاب دو تاس سالم، چقدر احتمال دارد مجموع اعداد دو تاس بزرگ‌تر از ۸ بوده و اعداد غیرمساوی ظاهر

شوند؟

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{2}{9}$ ③ $\frac{5}{18}$ ④ $\frac{7}{18}$

۱۷) چه تعداد از متغیرهای زیر، از نوع کمی پیوست هستند؟

«مقاومت یک ترانزیستور - شدت زلزله - میزان علاقه به تماشای فیلم (کم، متوسط، زیاد) - مقدار آلودگی هوا - طول

عمر یک وسیله برقی - مراحل کشت - سرعت وزش باد - تعداد درختان موجود در پارک»

- ① ۲ ② ۳ ③ ۴ ④ ۵

۱۸) از بین اعداد طبیعی ۳ رقمی عددی به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال این‌که حاصل ضرب ارقام انتخاب شده بر

۵ بخش پذیر نباشد، کدام است؟

- ① $\frac{8 \times 7 \times 6}{9 \times 10 \times 10}$ ② $\frac{8 \times 8 \times 8}{9 \times 10 \times 10}$ ③ $\frac{9 \times 9 \times 9}{9 \times 10 \times 10}$ ④ $\frac{9 \times 8 \times 7}{9 \times 10 \times 10}$



۱۹) هریک از متغیرهای «شاخص توده بدن افراد یک کلاس»، «نوع شغل افراد یک جامعه» و «درجه‌های اشخاص در ارتش» به ترتیب چه نوع کمیتی هستند؟

- ۱) کمی پیوسته، کیفی ترتیبی، کمی گسسته
۲) کیفی اسمی، کیفی ترتیبی، کیفی ترتیبی
۳) کمی پیوسته، کیفی اسمی، کیفی ترتیبی
۴) کیفی اسمی، کیفی اسمی، کمی گسسته

۲۰) پدر و مادر و ۳ فرزند یک خانواده در یک صف به طور تصادفی می‌ایستند، چقدر احتمال دارد هیچ فرزندی در دو انتهای صف نباشد؟

- ۱) ۰٫۱
۲) ۰٫۲
۳) ۰٫۴
۴) ۰٫۰۵

۲۱) کدامیک از گزاره‌های زیر صحیح است؟

الف) اگر $A \subseteq B$ باشد، آنگاه $P(A) \leq P(B)$.

ب) اگر $P(A) \leq P(B)$ باشد، آنگاه $A \subseteq B$.

- ۱) فقط «الف»
۲) فقط «ب»
۳) هر دو گزاره
۴) هیچکدام

۲۲) اگر با حروف کلمه «جهانگردی» کلمه‌ای ۵ حرفی را بدون توجه به معنی به طور تصادفی بسازیم، چقدر احتمال دارد که کلمه فقط ۳ نقطه داشته باشد؟

- ۱) $\frac{5}{14}$
۲) صفر
۳) $\frac{2}{7}$
۴) $\frac{1}{14}$

۲۳) ۱۰ نفر که فقط دو نفر آن‌ها باهم برادر هستند در یک صف قرار می‌گیرند، با کدام احتمال بین دو برادر یک نفر خاص به همراه دو نفر دیگر قرار می‌گیرند؟

- ۱) $\frac{1}{60}$
۲) $\frac{1}{20}$
۳) $\frac{1}{15}$
۴) $\frac{1}{10}$

۲۴) اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند، پیشامد $(A - B) \cup (B - A)$ معادل کدام گزینه است؟

- ۱) نه A دهد نه B
۲) حداقل یکی از پیشامدهای A یا B رخ دهد.
۳) دقیقاً یکی از دو پیشامد A یا B رخ دهد.
۴) حداکثر یکی از دو پیشامد A یا B رخ دهد.

۲۵) در یک خانواده n فرزندی، نسبت احتمال حداکثر یک دختر در خانواده به احتمال دقیقاً یک دختر در خانواده

می‌باشد. $\frac{9}{8}$ احتمال آن‌که حداقل یک دختر در این خانواده باشد چقدر است؟

- ۱) $\frac{127}{128}$
۲) $\frac{31}{32}$
۳) $\frac{63}{64}$
۴) $\frac{255}{256}$



۲۶) از جعبه‌ای تعدادی مهره سبز و آبی وجود دارد به طوری که تعداد سبزها دو برابر آبی‌هاست. می‌خواهیم ۲ مهره به تصادف از این جعبه برداریم. اگر احتمال هم‌رنگ نبودن مهره‌های انتخاب شده $\frac{8}{15}$ باشد، مجموع مهره‌های داخل جعبه در ابتدا چقدر است؟

۱۲ (۴)

۹ (۳)

۶ (۲)

۳ (۱)

۲۷) در یک خانواده n فرزندی اگر احتمال داشتن ۲ دختر با احتمال داشتن ۳ دختر یکسان باشد، مقدار n کدام است؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

۲۸) ۶ حرف کلمه «گل‌پیرا» را روی ۶ گوی نوشته و داخل یک کیسه می‌ریزیم و به تصادف چهار گوی انتخاب می‌کنیم و کنار هم قرار می‌دهیم. با کدام احتمال در کلمه ساخته شده دو حرف «گ» و «ل» کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند؟

 $\frac{1}{30}$ (۴) $\frac{1}{10}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۱)

۲۹) اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای باشند و $P(A) = 0.4$ ، $f(B') = 0.7$ و $P(A \cap B) = 0.2$ باشد، مقدار $\frac{P(A \cap B')}{P(A \cup B)}$ کدام است؟

0.3 (۴)

0.2 (۳)

0.4 (۲)

0.6 (۱)

۳۰) طبق نظرسنجی که بین دو درس ریاضی و زیست در یک مدرسه از ۱۰۰ نفر صورت گرفته؛ تعداد ۳۰ دانش‌آموز فقط به درس ریاضی علاقه دارند و ۵۰ دانش‌آموز به درس ریاضی علاقه ندارند. اگر از این مدرسه فردی به تصادف انتخاب شود، احتمال این که علاوه بر ریاضی به زیست نیز علاقه داشته باشد، چقدر است؟

 $\frac{1}{5}$ (۴) $\frac{3}{10}$ (۳) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۱)



پاسخنامه تشریحی

$n(S)$ برابر است با تعداد حالات عبور کردن از شهر B و عبور نکردن از شهر B : (۱) (۲) (۳) (۴)

$$n(S) = 3 \times 5 + 3 = 18$$

تعداد حالت هایی که از شهر B عبور می کنیم بنابر اصل ضرب برابر است با:

$$n(A) = 3 \times 5 = 15$$

$$P(\text{عبور نکردن از } B) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{15}{18} = \frac{5}{6}$$

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ P(A') &= 1 - P(A) \end{aligned}$$

می دانیم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۲)

$$\frac{P(A \cup B)}{4} = \frac{P(A')}{2} = \frac{P(B')}{3} = P(A \cap B) = x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P(A \cup B) = 4x \\ P(A') = 2x \Rightarrow P(A) = 1 - 2x \\ P(B') = 3x \Rightarrow P(B) = 1 - 3x \\ P(A \cap B) = x \end{cases}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad \text{از طرفی}$$

$$\Rightarrow 4x = (1 - 2x) + (1 - 3x) - x \Rightarrow 4x = 2 - 6x \Rightarrow 10x = 2 \Rightarrow x = \frac{1}{5}$$

$$P(A) = 1 - 2x = 1 - 2 \times \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$$



- متغیرهایی که قابل اندازه‌گیری اند،
- متغیرهای کمی نام دارند.
- متغیرهایی که قابل اندازه‌گیری نیستند،
- متغیرهای کیفی نام دارند.
- متغیر پیوسته: متغیری است که اگر بتواند دو مقدار a و b را اختیار کند، هر مقدار بین آن‌ها را نیز بتواند اختیار کند.
- متغیر گسسته: متغیری است که پیوسته نباشد.

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۳

مشتریان مغازه، بخشی از مردم کل جامعه هستند و این تعریف نمونه است.

کیفیت میوه: متغیر کیفی ترتیبی است. (درجه ۱، درجه ۲، ...)

وزن میوه خریداری شده: متغیر کمی پیوسته است.

میزان رضایتمندی مشتریان: متغیر کیفی ترتیبی است. (زیاد، متوسط، کم)

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۴

$$P(A') = 1 - P(A)$$

$$n(S) = \frac{4}{\text{جز صفر}} \times \underbrace{\frac{4}{\text{بقیه}} \times \frac{3}{\text{بقیه}} \times \frac{2}{\text{بقیه}}} = 96$$

چون صفر هم در بین ارقام وجود دارد، بهتر است از متمم استفاده کنیم. برای آنکه عدد ما بر ۲ یا ۵ بخش پذیر نباشد، رقم یکان آن باید ۷ باشد:

$$n(A') = \frac{3}{\text{جز صفر و هفت}} \times \underbrace{\frac{3}{\text{بقیه}} \times \frac{2}{\text{بقیه}} \times \frac{1}{(7)}} = 18$$

$$\Rightarrow P(A') = \frac{18}{96} \Rightarrow P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{18}{96} = \frac{78}{96} = \frac{13}{16}$$

تعداد حالات انتخاب r شیء از n شیء متمایز

از رابطه $\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ به دست می‌آید.

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

$$n(S) = \binom{12}{3} = \frac{12!}{3! \times 9!} = 220$$

$$n(2 \text{ آبی}) + n(2 \text{ سفید}) + n(2 \text{ قرمز}) + n(2 \text{ مهره هم‌رنگ})$$

$$= \binom{5}{2} \binom{7}{1} + \binom{4}{2} \binom{8}{1} + \binom{3}{2} \binom{9}{1}$$



$$= 10 \times 7 + 6 \times 8 + 3 \times 9 = 145$$

$$\Rightarrow P(2 \text{ مهره هم رنگ}) = \frac{145}{220} = \frac{29}{44}$$

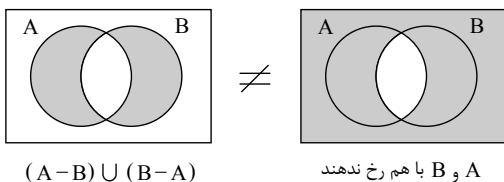
$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ P(A') &= 1 - P(A) \end{aligned}$$

۶ می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴

$$P(A \cup B) = \frac{1}{3} + \frac{3}{4} - \frac{1}{6} = \frac{4 + 9 - 2}{12} = \frac{11}{12}$$

$$P(B \text{ نه } A \text{ نه } A \text{ رخ دهند نه}) = P((A \cup B)') = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{11}{12} = \frac{1}{12}$$

۷ گزینه «۴» نادرست است: ۱ ۲ ۳ ۴



دو پیشامد A و B ناسازگارند هرگاه اشتراک آن ها تهی باشد یا هم زمان رخ ندهند.

۸ می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴

اگر حاصل ضرب دو عدد فرد باشد، هر دو فرد هستند و تفاضل آن ها زوج است. پس دو پیشامد مورد نظر گزینه «۳» ناسازگارند (با هم رخ نمی دهند).

۹ گنجایش آب تانکر و وزن نامه ها هر دو کمی پیوسته هستند. ۱ ۲ ۳ ۴

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه «۱»: طول مدت مکالمه: کمی پیوسته، تعداد نامه: کمی گسسته

گزینه «۲»: میزان بارندگی: کمی پیوسته، جنسیت: کیفی اسمی

گزینه «۴»: مراحل تکامل قورباغه: کیفی ترتیبی، سن دانشجویان: کمی پیوسته

۱۰ در گزینه های «۱» تا «۳» یکی از متغیرها کمی و بقیه کیفی هستند. ۱ ۲ ۳ ۴

ولی در گزینه «۴» تمام متغیرها کیفی هستند.

در گزینه «۱»: معدل کارشناسی: کمی

در گزینه «۲»: تعداد شهرهایی که راه آهن دارند: کمی

در گزینه «۳»: مدت زمان انتظار در مطب پزشک: کمی

۷ فصل ۱ ریاضی

۱۱ فضای نمونه ای این آزمایش $n(S) = 6 \times 6 = 36$ عضو دارد. حال تعداد اعضای پیشامد



مورد نظر را محاسبه می‌کنیم.

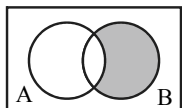
$$\{ (1, 1), (1, 2), (1, 4), (1, 6), (2, 1), (2, 3), (2, 5), (3, 2), (3, 4), (4, 1), (4, 3), (5, 2), (5, 6), (6, 1), (6, 5) \}$$

= ۱۵

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$$

طبق نمودار ون، تساوی‌های زیر برقرار هستند. (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۲)

$$A' \cap B = B \cap A' = B - A = B - (A \cap B)$$



A رخ ندهد ولی B رخ دهد.

(۱) (۲) (۳) (۴) (۱۳)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A) = 0.7, \quad P(B) = 0.6$$

$$P(A \cup B) = 0.8 \Rightarrow 0.8 = 0.7 + 0.6 - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = 0.5$$

(۱۴) فضای نمونه‌ای این آزمایش $120 = 5!$ عضو دارد. تعداد اعدادی که در آن‌ها ارقام ۱ و ۵ کنار هم هستند برابر با $2! \times 4! = 48$ یا ۴۸ است. بنابراین در $120 - 48 = 72$ عدد ارقام ۱ و ۵ کنار هم نیستند. در نتیجه:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{72}{120} = \frac{3}{5}$$

(۱۵) تعداد حالت‌های مطلوب $2! \times 4! = 48$ (گوی ۱ و ۴ را در یک بسته در نظر می‌گیریم. این بسته با ۳ گوی دیگر ۴ شیء را تشکیل می‌دهند که در کنار هم ۴ جایگشت دارند. حال خود ۱ و ۴ می‌توانند جابه‌جا شوند.) تعداد

حالت‌های کل ۵! می‌باشد زیرا ۵ گوی را می‌توان به ۵ حالت خارج کرد.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4! \times 2!}{5!} = \frac{2}{5}$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۱۶)

اگر A پیشامد مطلوبی باشد، داریم:

$$A = \{ (3, 6), (4, 5), (4, 6), (5, 4), (5, 6), (6, 3), (6, 4), (6, 5) \} \Rightarrow n(A) = 8, \quad n(S) = 36$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۱۷)

مقاومت یک ترانزیستور ← کمی پیوسته



شدت زلزله ← کمی پیوسته

میزان علاقه به تماشای فیلم (کم، متوسط، زیاد) ← کیفی ترتیبی

مقدار آلودگی هوا ← کمی پیوسته

طول عمر یک وسیله برقی ← کمی پیوسته

مراحل کشت ← کیفی ترتیبی

سرعت وزش باد ← کمی پیوسته

تعداد درختان موجود در پارک ← کمی گسسته

پس تعداد متغیرهای کمی پیوسته، ۵ تا است.

۱۸ ۱ ۲ ۳ ۴

تعداد کل اعداد طبیعی ۳ رقمی برابر با $n(S) = 9 \times 10 \times 10 = 900$ است. برای این که حاصل ضرب ارقام عدد

انتخاب شده بر ۵ بخش پذیر نباشد باید صفر و ۵ را کنار بگذاریم، یعنی با استفاده از ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۷، ۸، ۹

ساخته شود. تعداد اعداد ۳ رقمی که با این اعداد ساخته می شوند برابر $n(A) = 8 \times 8 \times 8$ است. پس:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{8 \times 8 \times 8}{9 \times 10 \times 10}$$

۱۹ ۱ ۲ ۳ ۴ شاخص توده بدن کمیتی است که از تقسیم وزن شخص بر مجذور قد او به دست می آید و هر

مقدار را می تواند اختیار کند، بنابراین متغیر کمی پیوسته است. شغل افراد یک جامعه، مقدار ندارد و فقط دارای نوع

هستند و ترتیب خاصی نیز ندارند، بنابراین متغیر کیفی اسمی است. درجه های اشخاص در ارتش نیز دارای ترتیب

خاصی است، پس متغیر کیفی ترتیبی است.

۲۰ ۱ ۲ ۳ ۴

تعداد کل حالت های ممکن $n(S) = 5!$ است. پدر و مادر در ۲ انتهای صف می باشند و فرزندان در میان آنها

۲ ۳ ۲ ۱ ۱

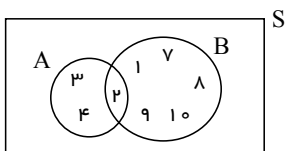
$$n(A) = 2 \times 3! \times 1 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2 \times 3! \times 1}{5!} = \frac{1}{10}$$

۲۱ ۱ ۲ ۳ ۴ اگر $A \subseteq B$ باشد آن گاه $P(A) \leq P(B) \Leftrightarrow n(A) \leq n(B)$

ولی عکس این جمله صحیح نمی باشد.

برای مثال اگر در شکل زیر A و B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند، چون $n(A) < n(B)$ است. پس

$P(A) < P(B)$ می شود ولی پیشامد A زیر مجموعه پیشامد B نیست.





تعداد حالات انتخاب r شیء از n شیء متمایز
از رابطه $\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ به دست می آید.

می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ (۲۲)

کلمه مطلوب باید دارای «ی» (به شرط آنکه در آخر نباشد) و یکی از حروف «ج» یا «ن» باشد:

$$n(A) = \text{تعداد حالات} = \binom{2}{1} \times \binom{5}{3} \times (5! - 4!) = 1920$$

\downarrow یکی از حروف «ج» و «ن» \downarrow سه حرف دیگر \downarrow کل حالات \downarrow حالاتی که «ی» در آخر است

$$n(S) = \frac{8}{1} \times \frac{7}{1} \times \frac{6}{1} \times \frac{5}{1} \times \frac{4}{1} = 6720$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{1920}{6720} = \frac{2}{7}$$

دقت کنید که اگر «ی» در آخر کلمه ظاهر شود، بی نقطه است.

تعداد حالات انتخاب r شیء از n شیء متمایز
از رابطه $\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ به دست می آید.

می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ (۲۳)

$$n(S) = 10!$$

انتخاب دو نفر نامشخص

برای قرار گرفتن

بین دو برادر

$$\binom{7}{2}$$

جایگشت ۳ نفر

بین دو برادر

$$3!$$

جایگشت

دو برادر

$$2!$$

جایگشت ۵ نفر

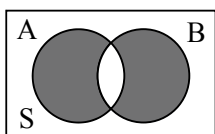
به علاوه بسته

شامل دو برادر

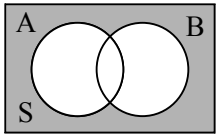
$$6!$$

$$P(A) = \frac{\binom{7}{2} \times 3! \times 2! \times 6!}{10!} = \frac{21 \times 6 \times 2}{10 \times 9 \times 8 \times 7} = \frac{12}{240} = \frac{1}{20}$$

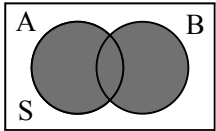
(۲۴) ۱ ۲ ۳ ۴ با توجه به نمودار و ن دقیق از دو پیشامد A یا B رخ دهد یعنی: $(A - B) \cup (B - A)$



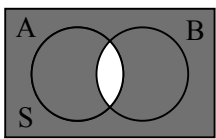
نه A رخ دهد و نه B دهد برابر است با: $A' \cap B' = (A \cup B)'$



حداقل یکی از دو پیشامد A یا B رخ دهد، برابر است با: $A \cup B$



حداکثر یکی از دو پیشامد A رخ دهد، برابر است با: $A \cap B'$



(۲۵) ۱ ۲ ۳ ۴ در یک خانواده n فرزندی تعداد حالاتی که حداکثر یک دختر در خانواده به دنیا بیاید، $(n + 1)$ و تعداد حالت‌هایی که دقیقاً یک دختر در خانواده باشد، n حالت می‌باشد. توجه کنید که برای هر فرزند ۲ حالت داریم، پس $n(S) = 2^n$ است.

$$A = \text{پیشامد حداکثر یک دختر در خانواده} \Rightarrow n(A) = n + 1 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{n + 1}{2^n}$$

$$B = \text{پیشامد دقیقاً یک دختر در خانواده} \Rightarrow n(B) = n \Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{n}{2^n}$$

$$\Rightarrow \frac{P(A)}{P(B)} = \frac{\frac{n + 1}{2^n}}{\frac{n}{2^n}} = \frac{n + 1}{n} = \frac{9}{8} \Rightarrow n = 8$$

$$B = \text{پیشامد حداقل یک دختر در خانواده ۸ فرزندی} \Rightarrow n(C) = 2^8 - 1 \Rightarrow P(C) = \frac{n(C)}{n(S)}$$

$$= \frac{2^8 - 1}{2^8} = \frac{255}{256}$$

توجه کنید برای محاسبه $n(C)$ یک حالت که در آن تمام فرزندان پسر هستند را از کل حالت‌ها کم کردیم.

(۲۶) ۱ ۲ ۳ ۴ اگر تعداد مهره‌های آبی را x در نظر بگیریم، تعداد مهره‌های سبز $2x$ است. تعداد کل حالت‌های انتخاب دو مهره برابر است با:



$$n(S) = \binom{3x}{2}, P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{x}{1} \binom{2x}{1}}{\binom{3x}{2}} = \frac{x \times 2x}{\frac{(3x)(3x-1)}{2}} = \frac{4x^2}{9x^2 - 3x} = \frac{8}{15}$$

$$\Rightarrow 60x^2 = 72x^2 - 24x \Rightarrow 12x^2 - 24x = 0 \Rightarrow 12x(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \text{ غلط} \\ x=2 \text{ قق} \end{cases}$$

$$\text{مجموع تعداد حفره‌های داخل جعبه} = 3x = 6$$

۱ ۲ ۳ ۴ (۲۷)

$$\text{احتمال داشتن ۲ دختر} = \frac{\binom{n}{2}}{2^n}$$

$$\text{احتمال داشتن ۳ دختر} = \frac{\binom{n}{3}}{2^n}$$

$$\Rightarrow \frac{\binom{n}{2}}{2^n} = \frac{\binom{n}{3}}{2^n} \Rightarrow \binom{n}{2} = \binom{n}{3} \Rightarrow n = 5$$

توجه کنید اگر $\binom{n}{a} = \binom{n}{b}$ باشد، $a = b$ است یا $a + b = n$ است.

۱ ۲ ۳ ۴ (۲۸)

جایگشت ۴ حرف انتخاب ۴ حرف

$$n(S) = \binom{6}{4} \times 4! = 15 \times 4! = 360$$

در پیشامد A ، دو حرف «گ» و «ل» انتخاب شده‌اند که آن‌ها را داخل یک دسته قرار می‌دهیم. این دسته با دو حرف دیگری که انتخاب می‌شوند $3!$ جایگشت دارند.

$$n(A) = \binom{4}{2} \times \overset{\substack{\text{جایگشت} \\ \text{داخل دسته}}}{3!} \times \overset{\substack{\text{جایگشت} \\ \text{کل}}}{2!} = 6 \times 6 \times 2 = 72 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{72}{360} = \frac{1}{5}$$

انتخاب ۲ حرف دیگر



$$P(B) + P(B') = 1 \Rightarrow P(B) + 0.7 = 1 \Rightarrow P(B) = 0.3$$

$$P(A \cap B') = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = 0.4 - 0.2 = 0.2$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.4 + 0.3 - 0.2 = 0.5 \Rightarrow \frac{P(A \cap B')}{P(A \cup B)}$$

$$= \frac{0.2}{0.5} = 0.4$$

نظرسنجی از ۱۰۰ نفر صورت گرفته، پس: $n(S) = 100$ اگر A و B را به ترتیب مجموعه علاقه‌مندان به درس ریاضی و زیست در نظر بگیریم، آن‌گاه طبق فرض:

$$\begin{cases} n(A - B) = 30 \\ n(A') = 50 \end{cases}$$

داریم:

$$n(A) = n(S) - n(A') = 100 - 50 = 50$$

مجموعه اعضای A به دو دسته $A - B$ و $A \cap B$ تقسیم می‌شوند، پس:

$$n(A) = n(A - B) + n(A \cap B) \Rightarrow 50 = 30 + n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 20$$

پس احتمال موردنظر یعنی $P(A \cap B)$ برابر می‌شود با:

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$$

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴

۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴

۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴

۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴