



۱) در یک الگوی خطی، جمله هفتم ۳۱ و جمله دهم $\frac{8}{5}$ جمله پنجم است. جمله بیستم این الگو کدام است؟

۷۱ (۴)

۶۹ (۳)

۷۰ (۲)

۶۷ (۱)

۲) اگر مجموعه اعداد طبیعی مجموعه مرجع، $A = \{x | x \in \mathbb{N}, x \geq 5\}$ و $B = \{2, 6, 7\}$ باشد، آن گاه کدام مجموعه نامتناهی است؟

$B - A'$ (۴)

$A' \cup B$ (۳)

$B' - A$ (۲)

$B' \cap A$ (۱)

۳) اگر جمله های سوم و ششم یک دنباله هندسی با جمله عمومی t_n به ترتیب از راست به چپ ۲۷ و ۸ باشند، حاصل عبارت $\frac{t_2 + t_5 + t_8 + \dots + t_{95}}{t_4 + t_7 + t_{10} + \dots + t_{97}}$ کدام است؟

$\frac{9}{4}$ (۴)

$\frac{4}{9}$ (۳)

$\frac{3}{2}$ (۲)

$\frac{2}{3}$ (۱)

۴) حاصل کدام یک از گزینه های زیر نشان دهنده یک بازه بسته است؟

$[-\frac{7}{4}, 6) - (1, 9)$ (۲)

$(-\infty, \frac{5}{2}] \cap (-\frac{3}{2}, +\infty)$ (۱)

$[-5, 1) - [0, 12)$ (۴)

$[-5, 4] \cup (-\infty, 12)$ (۳)

۵) جملات نهم، هفتم و سوم از یک دنباله حسابی با جملات متمایز، به ترتیب سه جمله متوالی یک دنباله هندسی هستند. نسبت جمله دهم به جمله هشتم از این دنباله حسابی کدام است؟

$\frac{1}{11}$ (۴)

$\frac{1}{9}$ (۳)

$\frac{1}{5}$ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۱)

۶) اگر U مجموعه مرجع باشد، کدام یک از گزینه های زیر با $(B \cup U')' \cup (B \cup \emptyset')'$ برابر است؟

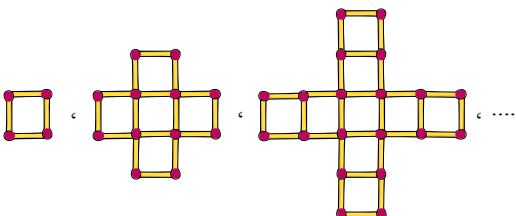
\emptyset (۴)

B (۳)

B' (۲)

U (۱)

۷) با توجه به الگوی زیر، در کدام مرحله تفاضل تعداد مربع ها از تعداد چوب کبریت ها برابر ۹۱ است؟



۱۰ (۲)

۸ (۱)

۱۴ (۴)

۱۲ (۳)



۸) اگر A مجموعه اعداد طبیعی کوچک تر از ۱۱ و $B = \{2K + 2 | K \in A, 2K + 2 \in A\}$ باشد و مجموعه مرجع را مجموعه اعداد طبیعی در نظر بگیریم، مجموعه $A \cap B'$ چند عضو دارد؟

- ۱) بی شمار ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۱۴

۹) اگر $A = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\}$ و $B = \{x \in \mathbb{R} | x < 0\}$ باشند، حاصل $(A \cap B)'$ کدام است؟

- ۱) $\{0\}$ ۲) $(-\infty, 0)$ ۳) $(-\infty, 0]$ ۴) $[0, +\infty)$

۱۰) اگر $A_i = (-\frac{1}{i}, \frac{1}{i})$ و $B = (-2, 1] \cap [-1, 2)$ باشند، مجموعه $B \cap (A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n)$ چند عضو صحیح دارد؟ ($n \in \mathbb{N}$)

- ۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) بی شمار

۱۱) چه تعداد از گزاره های زیر درست است؟

الف) اگر $A \subseteq B$ و مجموعه B نامتناهی باشد، آن گاه A هم نامتناهی است.

ب) اگر $A \subseteq B$ و مجموعه A نامتناهی باشد، آن گاه B هم نامتناهی است.

پ) اگر A نامتناهی باشد، آن گاه A' حتماً متناهی است.

ت) اگر $A \cap B$ نامتناهی باشد، آن گاه A و B نامتناهی هستند.

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۲) جمله هفتم یک دنباله حسابی برابر با ۷ و جمله یازدهم آن برابر ۱۷ است. جمله هفدهم این دنباله کدام است؟

- ۱) ۳۰ ۲) ۳۲ ۳) ۲۸ ۴) ۲۶

۱۳) جمله های دوم، پنجم و نهم از یک دنباله حسابی غیر ثابت به ترتیب سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی هستند. جمله اول دنباله حسابی چند برابر قدرنسبت آن است؟

- ۱) ۴ ۲) ۸ ۳) ۶ ۴) ۲

۱۴) بین جمله اول و جمله بیست و دوم دنباله حسابی ۱۲، ۱۶، ۲۰، ... دو عدد چنان درج می کنیم که ۴ عدد حاصل

تشکیل دنباله هندسی دهند. مجموع این ۴ عدد کدام است؟

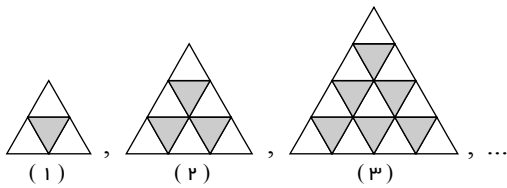
- ۱) ۱۷۴ ۲) ۱۷۶ ۳) ۱۷۸ ۴) ۱۸۰

۱۵) مجموعه اعداد صحیح غیر حسابی، کدام است؟ (مجموعه مرجع را \mathbb{R} در نظر بگیرد.)

- ۱) \mathbb{W}' ۲) $\{-x | x \in \mathbb{N}\}$ ۳) $\mathbb{W} - \mathbb{Z}$ ۴) $\{-x | x \in \mathbb{W}\}$



۱۶) با توجه به الگوی زیر، در مرحله ۹۸ام تعداد مثلث‌های تیره چند برابر تعداد مثلث‌های سفید است؟



$$\frac{99}{100} \quad (2) \\ \frac{100}{101} \quad (4)$$

$$\frac{98}{100} \quad (1) \\ \frac{100}{102} \quad (3)$$

۱۷) دانش‌آموزان یک کلاس در درس ریاضی، $\frac{3}{5}$ دانش‌آموزان در درس فیزیک و نصف دانش‌آموزان در هر دو درس تجدید شده‌اند. اگر تعداد دانش‌آموزانی که حداقل در یکی از این دو درس تجدید شده‌اند برابر ۳۶ باشد، چند نفر در هر دو درس قبول شده‌اند؟

$$9 \quad (4)$$

$$6 \quad (3)$$

$$5 \quad (2)$$

$$4 \quad (1)$$

۱۸) اگر A و B زیرمجموعه‌هایی از مجموعه مرجع، $n(A \cap B) = 5$ ، $n(A - B) = 3$ و $n(A \cup B) = 13$ باشد، تعداد اعضای مجموعه B کدام است؟

$$8 \quad (4)$$

$$12 \quad (3)$$

$$11 \quad (2)$$

$$10 \quad (1)$$

۱۹) اگر $(-a, a] \cap (b, +\infty) = (2, 4]$ و $a > 0$ باشد، حاصل $b - a$ کدام است؟

$$1 \quad (4)$$

$$6 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$-2 \quad (1)$$

۲۰) اگر $A = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid -\frac{2}{x} < 0 \right\}$ و $B = \{ x \in \mathbb{Z} \mid 3 - x \leq 3x - 1 \leq 8 \}$ باشند، کدام یک از مجموعه‌های زیر نامتناهی است؟

$$A - B \quad (4)$$

$$A \cap B \quad (3)$$

$$B - A \quad (2)$$

$$B \quad (1)$$

۲۱) بین دو عدد ۱۲ و ۶۸ تعداد ۱۰ واسطه حسابی به ترتیب از کوچک به بزرگ قرار می‌دهیم. مجموع واسطه‌های دوم، چهارم، هفتم و نهم کدام است؟

$$200 \quad (4)$$

$$160 \quad (3)$$

$$120 \quad (2)$$

$$80 \quad (1)$$

۲۲) در یک دنباله حسابی با جملات نامنفی و افزایشی، حاصل ضرب جملات دهم و ۲۴ام برابر ۲۰۷ و حاصل ضرب جملات ۱۴ام و ۲۰ام برابر ۲۴۷ است. جمله ۱۸ام این دنباله کدام است؟

$$20 \quad (4)$$

$$19 \quad (3)$$

$$18 \quad (2)$$

$$17 \quad (1)$$



۲۳ در یک کلاس ۳۵ نفری، ۲۰ نفر به موسیقی و ۱۷ نفر به نقاشی علاقه‌مند هستند. اگر ۳ نفر به هیچ‌کدام از این دو هنر علاقه نداشته باشند، کدام گزینه صحیح نیست؟

- ۱ ۵ نفر به هر دو رشته علاقه‌مند هستند.
 ۲ ۱۵ نفر به نقاشی علاقه‌مند نیستند.
 ۳ ۱۲ نفر فقط به نقاشی علاقه‌مند هستند.
 ۴ ۲۷ نفر فقط به یکی از دو رشته نقاشی و موسیقی علاقه‌مند هستند.

۲۴ جملات سوم، هفتم و نهم یک دنباله حسابی غیر ثابت، به ترتیب تشکیل یک دنباله هندسی می‌دهند. قدرنسبت دنباله هندسی کدام می‌تواند باشد؟

- ۱ $\frac{9}{8}$ ۲ $\frac{1}{2}$ ۳ $\frac{1}{8}$ ۴ $\frac{9}{2}$

۲۵ مجموعه A ، ۱۵ عضوی است. اگر $A - B$ دارای ۸ عضو و $B - A$ دارای ۱۳ عضو باشد، در این صورت $A \cup B$ چند عضوی است؟

- ۱ ۲۰ ۲ ۲۱ ۳ ۲۵ ۴ ۲۸

۲۶ اگر A و B دو مجموعه غیر تهی باشند، مجموعه $(A \cap A') \cap ((A \cap B) \cap B')$ با کدام مجموعه برابر است؟

- ۱ $(A \cup A') \cup (B \cap B')$ ۲ $(A \cup A') \cup ((A \cap B) \cap B')$
 ۳ $(A \cup A') \cap ((A \cap B) \cap B')$ ۴ $(B \cup B') \cup ((A \cap B) \cap B')$

۲۷ در یک کلاس ۳۵ نفری ۱۰ نفر فقط یکی از دو امتحان فیزیک و شیمی را تجدید شده‌اند. اگر ۲۰ نفر از دانش‌آموزان کلاس هیچ یک از این دو امتحان را تجدید نشده باشند، چند نفر در این کلاس هر دو امتحان فیزیک و شیمی را تجدید شده‌اند؟

- ۱ صفر ۲ ۵ ۳ ۱۰ ۴ ۱۵

۲۸ بین ۵۱۲ و ۱۲۱٫۵ چهار عدد درج کرده‌ایم، به طوری که شش عدد حاصل یک دنباله هندسی با جملات کاهشی تشکیل دهند. جمله چهارم این دنباله چقدر است؟

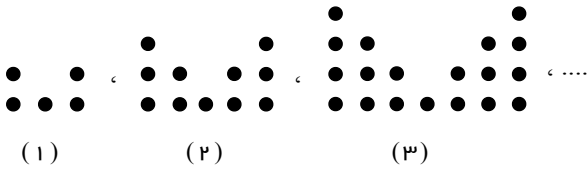
- ۱ ۲۱۲ ۲ ۲۱۸ ۳ ۲۱۴ ۴ ۲۱۶

۲۹ دنباله حسابی $۱۰, ۴, ۰, ۰, ۰, ۰, ۰$ با قدرنسبت d مفروض است. اگر دنباله‌ای هندسی با جمله اول $\frac{8}{27}$ ، قدرنسبتی برابر با d داشته باشد، جمله مشترک این دو دنباله، چندمین جمله از دنباله حسابی است؟

- ۱ ۱۵ ۲ ۱۳ ۳ ۱۱ ۴ ۸



۳۰ در شکل ۹ اُم از الگوی زیر، چند نقطه وجود دارد؟



۴۱۹ (۴)

۳۷۷ (۳)

۳۴۲ (۲)

۳۰۵ (۱)



پاسخنامه تشریحی

جمله عمومی الگوی خطی را به صورت $c_n = an + b$ در نظر می گیریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱

جمله هفتم

$$\longrightarrow 31 = a \times 7 + b \Rightarrow 7a + b = 31 \quad (1)$$

$$\frac{c_{10}}{c_5} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{10a + b}{5a + b} = \frac{1}{5} \Rightarrow 50a + 5b = 10a + 10b \Rightarrow 40a = 5b \Rightarrow 8a = b \Rightarrow b = \frac{10}{3}a \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2), (1)} 7a + \frac{10}{3}a = 31 \Rightarrow 21a + 10a = 93 \Rightarrow 31a = 93 \Rightarrow a = 3 \text{ و } b = \frac{10}{3} \times 3 = 10$$

پس جمله عمومی دنباله خطی برابر با $c_n = 3n + 10$ می شود:

$$\Rightarrow c_{20} = 20 \times 3 + 10 = 70$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲

$$A = \{5, 6, 7, \dots\} \Rightarrow A' = \mathbb{N} - A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{2, 6, 7\} \Rightarrow B' = \mathbb{N} - B = \{1, 3, 4, 5, 8, 9, \dots\}$$

بررسی گزینه ها:

۱) $B' \cap A = \{5, 8, 9, \dots\}$ نامتناهی

۲) $B' - A = \{1, 3, 4\}$ متناهی

۳) $A' \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 7\}$ متناهی

۴) $B - A' = \{6, 7\}$ متناهی

جمله عمومی هردنباله هندسی با جمله اول t_1 و قدرنسبت r عبارت اند از: $t_n = t_1 r^{n-1}$ می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۳

$$\frac{t_6}{t_3} = \frac{t_1 r^5}{t_1 r^2} = r^3 \Rightarrow \frac{1}{27} = r^3 \Rightarrow r = \frac{1}{3}$$

$$\frac{t_2 + t_5 + t_8 + \dots + t_{95}}{t_4 + t_7 + t_{10} + \dots + t_{97}} = \frac{t_2 + t_5 + t_8 + \dots + t_{95}}{t_2 r^2 + t_5 r^2 + t_8 r^2 + \dots + t_{95} r^2}$$

$$= \frac{t_2 + t_5 + t_8 + \dots + t_{95}}{r^2 (t_2 + t_5 + t_8 + \dots + t_{95})} = \frac{1}{r^2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{1}{\frac{1}{9}} = \frac{9}{1}$$

بررسی گزینه ها: ۱ ۲ ۳ ۴ ۴

۱) $(-\infty, \frac{5}{2}] \cap (-\frac{3}{2}, +\infty) = (-\frac{3}{2}, \frac{5}{2}]$ بازه نیم بسته



۲) بازه بسته $[-\frac{7}{4}, 6) - (1, 9) = [-\frac{7}{4}, 1]$

۳) بازه باز $[-5, 4] \cup (-\infty, 12) = (-\infty, 12)$

۴) بازه نیم بسته $[-5, 1) - [0, 12) = [-5, 0)$

می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

در یک دنباله حسابی، با جمله اول a_1 و قدرنسبت d ، جمله عمومی دنباله از رابطه $a_n = a_1 + (n-1)d$ به دست می آید. خارج قسمت هر دو جمله متوالی از یک دنباله هندسی با هم برابر و برابر قدرنسبت است.

$$a_9, a_7, a_3 : a_1 + 8d, a_1 + 6d, a_1 + 2d : \frac{a_1 + 2d}{a_1 + 6d} = \frac{a_1 + 6d}{a_1 + 8d}$$

$$\Rightarrow (a_1 + 6d)^2 = (a_1 + 2d)(a_1 + 8d) \Rightarrow a_1^2 + 12a_1d + 36d^2 = a_1^2 + 10a_1d + 16d^2$$

$$\Rightarrow 2a_1d = -20d^2 \xrightarrow{d \neq 0} a_1 = -10d$$

$$\frac{a_{10}}{a_8} = \frac{a_1 + 9d}{a_1 + 7d} = \frac{-10d + 9d}{-10d + 7d} = \frac{-d}{-3d} = \frac{1}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶

$$\begin{aligned} (B \cup U')' \cup (B \cup \emptyset')' \\ (B \cup \emptyset)' \cup (B \cup U)' \\ (B)' \cup (U)' \\ B' \cup \emptyset = B' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U' &= \emptyset \\ \emptyset' &= U \\ A' &= U - A \end{aligned}$$

می دانیم:

۱ ۲ ۳ ۴ ۷

مرحله	۱	۲	۳	...	n
تعداد مربعها	۱	$1 + 1 \times 4$	$1 + 2 \times 4$...	$1 + 4(n-1) = 4n - 3$
تعداد چوبکبریتها	۴	$4 + (3 \times 4) \times 1$	$4 + (3 \times 4) \times 2$...	$4 + (3 \times 4) \times (n-1) = 4 + 12n - 12 = 12n - 8$

$$\begin{aligned} \text{تعداد چوبکبریتها در مرحله } n \text{ ام} - \text{تعداد مربعها در مرحله } n \text{ ام} \\ = 12n - 8 - (4n - 3) = 12n - 8 - 4n + 3 = 8n - 5 \end{aligned}$$

$$8n - 5 = 91 \Rightarrow 8n = 96 \Rightarrow n = 12$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$B = \{4, 6, 8, 10\}$$

$$B' = \{1, 2, 3, 5, 7, 9, 11, 12, \dots\}$$

$$A \cap B' = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹

$$A = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\} = (0, +\infty) \Rightarrow A' = \mathbb{R} - (0, +\infty) = (-\infty, 0]$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} | x < 0\} = (-\infty, 0)$$

$$(A \cap B')' = A' \cup B = (-\infty, 0] \cup (-\infty, 0) = (-\infty, 0]$$



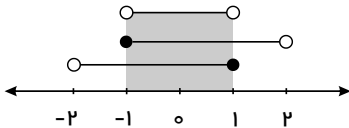
$$(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \dots \cup A_n) = (-1, 1) \cup \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \cup \dots \cup \left(-\frac{1}{n}, \frac{1}{n}\right) = A_1 = (-1, 1)$$

با زیاد شدن n ، A کوچک تر می شود؛ بنابراین اجتماع بازه های A_1, \dots, A_n همان A_1 است.

$$B \cap (A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = (-2, 1] \cap [-1, 2) \cap (-1, 1) = (-1, 1)$$

فقط یک عدد صحیح (صفر) موجود در این بازه داریم.

برای درک بهتر سؤال به شکل زیر توجه فرمائید.



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱

 بررسی گزینه ها:

الف) نادرست؛ مثال نقض: $\{1\} \subseteq \mathbb{R}$ ، \mathbb{R} نامتناهی، $\{1\}$ متناهی

ب) درست

پ) نادرست؛ مثال نقض: نامتناهی $A = \mathbb{Q}$ ، نامتناهی $A' = \mathbb{R} - \mathbb{Q} = \mathbb{Q}'$

ت) درست

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲

 می دانیم:

جمله عمومی دنباله حسابی با جمله اول t_1 و قدرنسبت d برابر است با: $t_n = t_1 + (n - 1)d$

$$\begin{cases} t_7 = t_1 + 6d = 7 \\ t_{11} = t_1 + 10d = 17 \end{cases}$$

$$4d = 10 \Rightarrow d = \frac{10}{4}$$

$$t_1 + 6d = 7 \Rightarrow t_1 + \frac{60}{4} = 7 \Rightarrow t_1 + 15 = 7 \Rightarrow t_1 = -8$$

$$t_{17} = t_1 + 16d = -8 + \frac{16 \times 10}{4} = -8 + 40 = 32$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳

 می دانیم:

جمله عمومی دنباله هندسی با جمله اول a_1 و قدرنسبت q برابر است با: $a_n = a_1 q^{n-1}$
 جمله عمومی دنباله حسابی با جمله اول a_1 و قدرنسبت d برابر است با: $a_n = a_1 + (n - 1)d$

اگر t_1, d به ترتیب جمله اول و قدرنسبت دنباله حسابی باشند، داریم:

جمله دوم دنباله حسابی: $t_2 = t_1 + d$

جمله پنجم دنباله حسابی: $t_5 = t_1 + 4d$

جمله نهم دنباله حسابی: $t_9 = t_1 + 8d$

چون t_9, t_5, t_2 به ترتیب سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی هستند، پس:

$$t_5^2 = t_2 \cdot t_9$$

$$\Rightarrow (t_1 + 4d)^2 = (t_1 + d)(t_1 + 8d)$$



$$\Rightarrow t_1^2 + 8t_1d + 16d^2 = t_1^2 + 8t_1d + dt_1 + 8d^2$$

$$\Rightarrow 8d^2 - dt_1 = 0 \Rightarrow d(8d - t_1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d = 0 & \text{غ.ق.ق} \\ t_1 = 8d \end{cases}$$

۱۴ می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴

جمله عمومی دنباله هندسی با جمله اول a_1 و قدرنسبت q برابر است با: $a_n = a_1 q^{n-1}$
 جمله عمومی دنباله حسابی با جمله اول a_1 و قدرنسبت d برابر است با: $a_n = a_1 + (n-1)d$

$$12, 16, 20, \dots \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 12 \\ d = 4 \end{cases} \Rightarrow a_n = 12 + 4(n-1) \Rightarrow a_{21} = 12 + 4 \times 21 = 96$$

$$12, b_p, b_p, 96 \Rightarrow \frac{96}{12} = q^3 \Rightarrow 8 = q^3 \Rightarrow q = 2$$

$$12, 24, 48, 96 \Rightarrow \text{مجموع: } 12 + 24 + 48 + 96 = 180$$

۱۵ ۱ ۲ ۳ ۴

$\mathbb{Z} - \mathbb{W}$ = مجموعه اعداد صحیح غیر حسابی

$$= \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\} - \{0, 1, 2, 3, \dots\} = \{\dots, -3, -2, -1\} = \{-x | x \in \mathbb{N}\}$$

۱۶ ۱ ۲ ۳ ۴

شماره شکل	۱	۲	۳	...	n
تعداد مثلث های سیاه	$1 = \frac{1 \times 2}{2}$	$3 = \frac{2 \times 3}{2}$	$6 = \frac{3 \times 4}{2}$...	$\frac{n(n+1)}{2}$
تعداد مثلث های سفید	$3 = \frac{2 \times 3}{2}$	$6 = \frac{3 \times 4}{2}$	$10 = \frac{4 \times 5}{2}$...	$\frac{(n+1)(n+2)}{2}$
$\frac{\frac{n(n+1)}{2}}{\frac{(n+1)(n+2)}{2}} = \frac{n}{n+2} \xrightarrow{n=98} \frac{98}{100}$					

۱۷ اگر تعداد دانش آموزان کلاس را x فرض کنیم فیزیک را با F ، ریاضی را با R نشان می دهیم، داریم: ۱ ۲ ۳ ۴

$$n(R) = \frac{4}{5}x$$

$$n(F) = \frac{3}{5}x$$

$$n(R \cap F) = \frac{1}{2}x$$

$$n(R \cup F) = 36$$

$$n(R \cup F) = n(R) + n(F) - n(R \cap F)$$

$$36 = \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}x - \frac{1}{2}x \Rightarrow 36 = \frac{8+6-5}{10}x \Rightarrow 36 = \frac{9}{10}x \Rightarrow x = 40$$



تعداد دانش آموزانی که در هر دو درس قبول شده‌اند.

$$n(R \cup F)' = n(U) - n(R \cup F) = 40 - 36 = 4$$

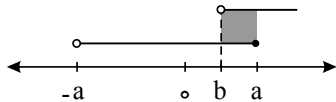
$$\begin{aligned} n(A - B) &= n(A) - n(A \cap B) \\ n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \end{aligned}$$

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) \Rightarrow 3 = n(A) - 5 \Rightarrow n(A) = 8$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow 13 = 8 + n(B) - 5 \Rightarrow n(B) = 10$$

۱۹ با رسم بازه‌ها روی محور اعداد، داریم:



$$(2, 4] = (b, a] \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow b - a = 2 - 4 = -2$$

دقت کنید اگر $b \geq a$ باشد، اشتراک دو مجموعه تهی خواهد بود؛ بنابراین: $0 < b < a$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰

$$A = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid \frac{-2}{x} < 0 \right\} \Rightarrow A = \{1, 2, 3, 4, \dots\} = \mathbb{Z}^+$$

$$\frac{-2}{x} < 0 \Rightarrow x > 0$$

$$B = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid \begin{aligned} 3 - x &\leq 3x - 1 \leq 8 \\ 3 - x &\leq 3x - 1 \Rightarrow 4x \geq 4 \Rightarrow x \geq 1 \\ 3x - 1 &\leq 8 \Rightarrow 3x \leq 9 \Rightarrow x \leq 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow B = \{1, 2, 3\}$$

بررسی گزینه‌ها:

۱) B : متناهی۲) $B - A = \emptyset$ متناهی۳) $A \cap B = B$ متناهی۴) $A - B = \{4, 5, 6, \dots\}$ نامتناهی

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱

$$12, \underbrace{\dots\dots\dots}_{10 \text{ واسطه حسابی}}, 68$$

طبق دنباله بالا، جمله اول برابر ۱۲ است و ۶۸ جمله دوازدهم خواهد بود. هم‌چنین واسطه دوم در واقع جمله سوم خواهد شد و به همین ترتیب واسطه‌های چهارم، هفتم و نهم به ترتیب جملات پنجم، هشتم و دهم هستند، لذا داریم:

$$5 + 8 = 12 + 1 \Rightarrow t_5 + t_8 = t_{12} + t_1 \Rightarrow t_5 + t_8 = 68 + 12 = 80$$

$$3 + 10 = 12 + 1 \Rightarrow t_3 + t_{10} = t_{12} + t_1 \Rightarrow t_3 + t_{10} = 68 + 12 = 80$$

مجموع واسطه‌های دوم، چهارم، هفتم و نهم برابر است با:

$$\underbrace{t_3 + t_5 + t_8 + t_{10}}_{80} = 80 + 80 = 160$$

جمله عمومی دنباله حسابی برابر $a_n + (n - 1)d$ است.

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲



$$\begin{cases} a_{10} \times a_{24} = 207 \\ a_{14} \times a_{20} = 247 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (a_1 + 9d)(a_1 + 23d) = 207 \\ (a_1 + 13d)(a_1 + 19d) = 247 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1^2 + 32a_1d + 207d^2 = 207 \\ a_1^2 + 32a_1d + 247d^2 = 247 \end{cases}$$

$$247d^2 - 207d^2 = 247 - 207$$

$$\Rightarrow d^2(247 - 207) = 247 - 207$$

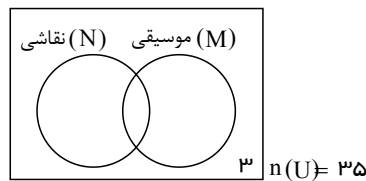
$$\Rightarrow d^2 = 1 \Rightarrow d = \pm 1 \xrightarrow{\text{افزایشی}} d = 1$$

$$a_1^2 + 32a_1 + 207 = 207 \Rightarrow a_1^2 + 32a_1 = 0 \Rightarrow a_1(a_1 + 32) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 0 \text{ جملات نامنفی} \\ a_1 = -32 \text{ (غ.ق.ق)} \end{cases}$$

$$a_{18} = a_1 + 17d = 0 + 17 \times 1 = 17$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳

با توجه به نمودار ون داریم:



$$n(U) = 35, n(M) = 20, n(N) = 17$$

$$n(M \cup N) = 35 - 3 = 32$$

$$n(M \cup N) = n(M) + n(N) - n(M \cap N)$$

$$32 = 20 + 17 - n(M \cap N) \Rightarrow n(M \cap N) = 5$$

۵ نفر به هر دو رشته علاقه‌مند هستند.

$$n(N') = n(U) - n(N) = 35 - 17 = 18$$

۱۸ نفر به نقاشی علاقه‌مند نیستند.

$$n(N - M) = n(N) - n(N \cap M) = 17 - 5 = 12$$

۱۲ نفر فقط به نقاشی علاقه‌مند هستند.

$$n(N - M) \cup n(M - N) = n(N) - n(N \cap M) + n(M) - n(M \cap N) = 12 + 10 = 22$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۴ می‌دانیم:

جمله عمومی دنباله حسابی با جمله اول t_1 و قدرنسبت d برابر است با: $t_n = t_1 + (n - 1)d$

جمله عمومی دنباله هندسی با جمله اول t_1 و قدرنسبت r برابر است با: $t_n = t_1 r^{n-1}$

در دنباله حسابی، تفاضل هر دو جمله متوالی باهم برابر و برابر قدرنسبت است.

در دنباله هندسی، خارج قسمت هر دو جمله متوالی باهم برابر و برابر قدرنسبت است.

$$a_3, a_7, a_9: \text{ دنباله هندسی} \Rightarrow \frac{a_9}{a_7} = \frac{a_7}{a_3} \Rightarrow (a_7)^2 = a_9 \times a_3$$

$$\Rightarrow (a_1 + 6d)^2 = (a_1 + 8d)(a_1 + 2d) \Rightarrow a_1^2 + 12a_1d + 36d^2 = a_1^2 + 10a_1d + 16d^2$$

$$\Rightarrow 2a_1d + 20d^2 = 0 \Rightarrow 2d(a_1 + 10d) = 0 \Rightarrow \begin{cases} d = 0 \xrightarrow{\text{دنباله غیر ثابت}} \text{غ.ق.ق} \\ a_1 = -10d \end{cases}$$

$$r = \frac{a_9}{a_7} = \frac{a_1 + 8d}{a_1 + 6d} = \frac{-10d + 8d}{-10d + 6d} = \frac{-2d}{-4d} = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} n(A - B) &= n(A) - n(A \cap B) \\ n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵ می‌دانیم:

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) \Rightarrow 8 = 15 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 7$$

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow 13 = n(B) - 7 \Rightarrow n(B) = 20$$



$$\begin{aligned} A \cap A' &= \emptyset \\ A \cup A' &= U \end{aligned}$$

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۶

$$(A \cap A') \cap ((A \cap B) \cap B') = \emptyset \cap (A \cap B \cap B') = \emptyset \cap (A \cap \emptyset) = \emptyset \cap \emptyset = \emptyset$$

بررسی گزینه‌ها:

$$۱) (A \cup A') \cup (B \cap B') = U \cup \emptyset = U$$

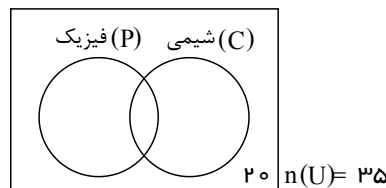
$$۲) (A \cup A') \cup ((A \cap B) \cap B') = U \cup (A \cap B \cap B') = U \cup (A \cap \emptyset) = U \cup \emptyset = U$$

$$۳) (A \cup A') \cap ((A \cap B) \cap B') = U \cap (A \cap B \cap B') = U \cap (A \cap \emptyset) = U \cap \emptyset = \emptyset$$

$$۴) (B \cup B') \cup ((A \cap B) \cap B') = U \cup (A \cap B \cap B') = U \cup (A \cap \emptyset) = U \cup \emptyset = U$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷

با توجه به نمودار ون داریم:



$$n(U) = ۳۵$$

$$n(P \cup C) = ۳۵ - ۲۰ = ۱۵$$

$$n(P \cup C) + n(C) - n(P \cap C) = n(P) + n(C) - ۲n(P \cap C) = ۱۰ + n(p) + n(c) - n(p \cap c) = ۱۰ + n(p \cap c) \quad (۱)$$

از طرفی داریم:

$$n(P \cup C) = n(P) + n(C) - n(P \cap C)$$

\Rightarrow

$$\rightarrow ۱۵ = ۱۰ + n(P \cap C) \Rightarrow n(P \cap C) = ۵$$

جمله عمومی دنباله هندسی با جمله اول t_1 و قدر نسبت r برابر است با $t_n = t_1 r^{n-1}$

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۸

از آنجایی که دنباله کاهشی است، بنابراین $t_1 = ۵۱۲$ و $t_6 = ۱۲۱/۵$ داریم:

$$\begin{cases} t_6 = t_1 r^5 \Rightarrow ۱۲۱/۵ = ۵۱۲ r^5 \Rightarrow r^5 = \frac{۱۲۱/۵}{۵۱۲} = \frac{۲۴۳}{۱۰۲۴} = \frac{۳^5}{۴^5} \Rightarrow r = \frac{۳}{۴} \\ t_6 = t_1 r^5 = ۵۱۲ \times \left(\frac{۳}{۴}\right)^5 = ۵۱۲ \times \frac{۲۷}{۶۴} = ۲۱۶ \end{cases}$$

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۹

جمله عمومی دنباله حسابی با جمله اول t_1 و قدرنسبت d برابر است با: $t_n = t_1 + (n-1)d$

جمله عمومی دنباله هندسی با جمله اول t_1 و قدرنسبت r برابر است با: $t_n = t_1 r^{n-1}$

در دنباله حسابی، تفاضل هر دو جمله متوالی باهم برابر و برابر قدرنسبت است.

در دنباله هندسی، خارج قسمت هر دو جمله متوالی باهم برابر و برابر قدرنسبت است.

قدرنسبت دنباله حسابی برابر با $d = ۶$ است. پس دنباله هندسی به صورت زیر است:

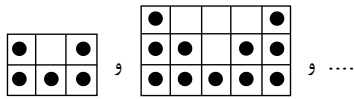
$$r = ۶, a_1 = \frac{۸}{۲۷}$$

$$\frac{۸}{۲۷}, \frac{۱۶}{۹}, \frac{۳۲}{۳}, ۶۴, ۳۸۴, \dots$$



$$4 + 6(n - 1) = 64 \Rightarrow 6(n - 1) = 60 \Rightarrow n = 11$$

اگر نقطه‌ها را درون یک شبکه مستطیلی شکل در نظر بگیریم، به راحتی می‌توانیم جمله عمومی دنباله را به دست آوریم. ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۰



$$2 \times 3 - 1, 3 \times 5 - 4, \dots, (n + 1)(2n + 1) - n^2$$

با توجه به جمله عمومی به دست آمده، تعداد نقاط در شکل ۱۹م برابر است با:

$$(19 + 1)(38 + 1) - 19^2 = 780 - 361 = 419$$

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴

۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴

۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴

۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴