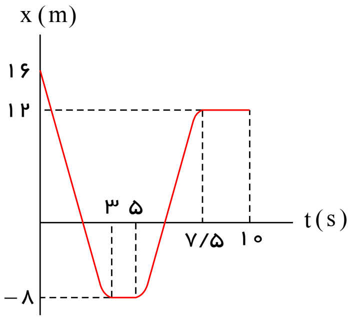
آکادمی آموزشی انگیزشی رویش

نام آزمون: فیزیک ۳ فصل ۱

زمان برگزاری: ۳۰ دقیقه

۱- نمودار مکان - زمان متحرکی که بر روی محور xها حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. تندی متوسط این متحرک در بازهٔ زمانی‌ای که بردار مکان آن در خلاف جهت محور x است، چند متر بر ثانیه است؟



۱) صفر
۲) ۲
۳) ۴
۴) ۵

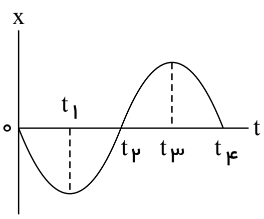
۲- متحرکی با شتاب ثابت در مبدأ زمان از مبدأ مکان در جهت محور xها عبور می‌کند. اگر معادلهٔ سرعت برحسب مکان آن در SI به‌صورت $x = \frac{v^2}{8} - 2$ باشد، در لحظهٔ $t = 2s$، سرعت و شتاب متحرک به‌ترتیب از راست به چپ در SI کدام است؟

۱) ۸ و ۴
۲) ۱۲ و ۴
۳) ۴ و ۲
۴) ۱۲ و ۲

۳- متحرکی در لحظه‌های $t_1 = 0$، $t_2 = 10s$ و $t_3 = 15s$ به‌ترتیب در مکان‌های $\vec{d}_1 = -20\vec{i}$، $\vec{d}_2 = 50\vec{i}$ و $\vec{d}_3$ قرار دارد. اگر بردار سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی t_1 تا t_3 به‌صورت $\vec{v}_{av} = 4\vec{i}$ باشد $\vec{d}_3$ کدام است؟ (تمام کمیت‌ها در SI هستند.)

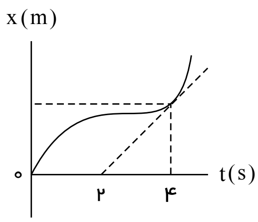
۱) $40\vec{i}$
۲) $30\vec{i}$
۳) $10\vec{i}$
۴) $-10\vec{i}$

۴- شکل زیر، نمودار $x - t$ یک متحرک را که در امتداد محور x حرکت می‌کند، نشان می‌دهد. در کدام بازهٔ زمانی زیر، شتاب متوسط متحرک خلاف جهت محور x و سرعت متوسط آن در جهت محور x است؟



۱) صفر تا t_1
۲) t_1 تا t_2
۳) t_2 تا t_3
۴) t_3 تا t_4

۵- نمودار مکان - زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر سرعت متحرک در لحظهٔ $t = 4s$، برابر با $10\frac{m}{s}$ باشد، سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا ۴ ثانیه چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۲۰
۲) ۱۰
۳) ۵
۴) ۴

۶- متحرکی بر روی محور x در حال حرکت است و مسیری را در مدت زمان T می‌پیماید. اگر سرعت متوسط متحرک در مدت زمان $\frac{T}{3}$ ابتدای حرکت برابر با $12m/s$ و سرعت متوسط آن در ادامهٔ مسیر $-18m/s$ باشد، سرعت متوسط متحرک در کل مسیر چند متر بر ثانیه است؟

۱) −۶
۲) ۴
۳) −۴
۴) −۸

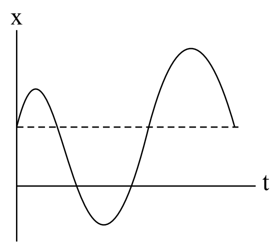
۷ در یک مسابقهٔ شنا، در استخری که طول آن ۵۰ متر است، شناگری در مدت ۴۰۰ ثانیه ۳۸۰ متر شنا می‌کند. اندازهٔ سرعت متوسط شناگر چند متر بر ثانیه است؟ (حرکت شناگر فقط در راستای طولی استخر است.)

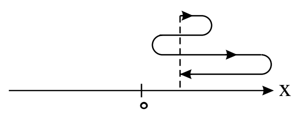
۱) $\frac{۱۹}{۲۰}$ ۲) $\frac{۱}{۲۰}$ ۳) $\frac{۳}{۴۰}$ ۴) $\frac{۱}{۵}$

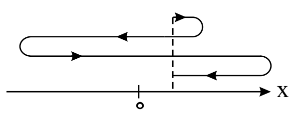
۸ متحرکی بر روی خط راست ابتدا به مدت t ثانیه با سرعت متوسط $۴۰\frac{m}{s}$، سپس به مدت $۳t$ ثانیه در همان جهت با سرعت متوسط $۲۰\frac{m}{s}$ حرکت کرده و در نهایت به مدت $\frac{t}{۲}$ ثانیه با سرعت متوسط v در خلاف جهت قبلی به حرکت خود ادامه می‌دهد. اگر تندی متوسط در کل حرکت، $\frac{۱۶}{۱۵}$ برابر بزرگی سرعت متوسط در $۴t$ ثانیهٔ اول باشد، اندازهٔ v چند متر بر ثانیه است؟

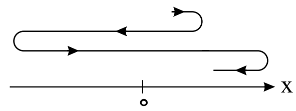
۱) ۱۰ ۲) ۳۰ ۳) ۲۰ ۴) ۴۰

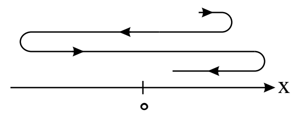
۹ نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور xها حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. کدام‌یک از شکل‌های زیر مسیر حرکت این متحرک را بر روی محور x به درستی نشان می‌دهد؟



۱)


۲)


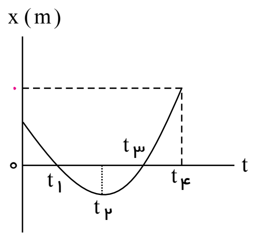
۳)


۴)


۱۰ متحرکی ۲ ثانیه با سرعت متوسطی به بزرگی $۲۵m/s$ در جهت مثبت محور xها در حال حرکت است. سپس به مدت t ثانیه با سرعت متوسطی به بزرگی $۱۲٫۵m/s$، در خلاف جهت محور xها بازمی‌گردد. اگر تندی متوسط حرکت متحرک در کل این مدت $۱۵m/s$ باشد، بزرگی سرعت متوسط متحرک در کل این مدت چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۲۵ ۲) ۱۵ ۳) ۵ ۴) $\frac{۲۵}{۳}$

۱۱ نمودار مکان – زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. کدام گزینه در مورد متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا $t_۴$ نادرست است؟



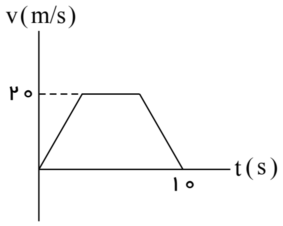
۱) متحرک یک بار تغییر جهت می‌دهد.

۲) در مبدأ زمان، جهت حرکت متحرک در جهت محور x است.

۳) جهت بردار مکان متحرک، دو بار تغییر می‌کند.

۴) سرعت متوسط متحرک در این بازهٔ زمانی، مثبت است.

۱۲- نمودار سرعت – زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است. اگر سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_1 = 0s$ تا $t_2 = 10s$، برابر با $15\frac{m}{s}$ باشد، جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی که حرکت آن یکنواخت است، چند متر است؟



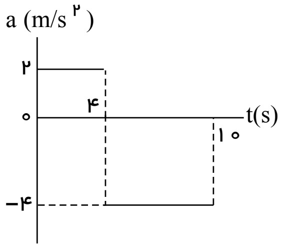
۱) ۵۰

۲) ۱۲۵

۳) ۷۵

۴) ۱۰۰

۱۳- نمودار شتاب – زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر سرعت اولیهٔ متحرک $-10\frac{m}{s}$ باشد، سرعت متوسط متحرک در ۱۰ ثانیهٔ اول حرکت چند $\frac{m}{s}$ است؟



۱) ۱۸-

۲) ۲۱٫۶

۳) ۲۱٫۶-

۴) ۱۰٫۸-

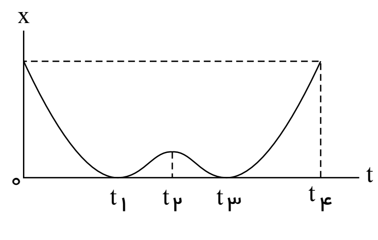
۱۴- دو متحرک A و B در مبدأ زمان از مکان‌های $x_A = 30m$ و $x_B = -60m$ با تندی‌های یکسان به سمت یکدیگر در حال حرکت هستند. اگر دو متحرک با اختلاف زمانی $2/5s$ از مبدأ مختصات عبور کنند، در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه دو متحرک از کنار هم عبور می‌کنند؟

۱) ۵ ۲) ۴٫۵ ۳) ۳٫۷۵ ۴) ۶٫۵

۱۵- دو متحرک A و B و با تندی‌های ثابت و غیریکسان روی محور xها در یک جهت درحال حرکت هستند. اگر فاصلهٔ دو متحرک از یکدیگر در لحظات $t_1 = 3s$ و $t_2 = 7s$ برابر $40m$ باشد، فاصلهٔ دو متحرک در مبدأ زمان از یکدیگر چند متر است؟

۱) ۱۲۰ ۲) ۶۰ ۳) ۱۰۰ ۴) ۱۸۰

۱۶- متحرکی بر روی محور xها در حال حرکت است. با توجه به نمودار مکان – زمان این متحرک چند مورد از عبارت‌های زیر در مورد حرکت این متحرک صحیح است؟



آ) بردار مکان متحرک دو بار تغییر جهت داده است.

ب) در بازهٔ زمانی ۰ تا t_2 متحرک در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند.

پ) سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا t_4 برابر صفر است.

ت) تندی متوسط متحرک در بازهٔ زمانی t_2 تا t_4 با بزرگی سرعت متوسط در این بازهٔ زمانی برابر نیست.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۷- متحرکی بر روی محور xها در حال حرکت است. اگر در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 بردار شتاب متوسط با بردار سرعت متحرک در لحظهٔ t_2 هم‌جهت باشد، کدام‌یک از گزینه‌های زیر همواره صحیح است؟

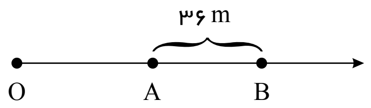
۱) تندی متحرک در لحظهٔ t_1 بزرگ‌تر از تندی متحرک در لحظهٔ t_2 است.

۲) تندی متحرک در لحظهٔ t_2 بزرگ‌تر از تندی متحرک در لحظهٔ t_1 است.

۳) بردارهای سرعت در لحظه‌های t_1 و t_2 خلاف جهت یکدیگرند.

۴) نمی‌توان اظهارنظر قطعی کرد.

۱۸ متحرکی از حال سکون با شتاب ثابت و از نقطهٔ O شروع به حرکت می‌کند و با تندی $12\frac{m}{s}$ از نقطهٔ B عبور می‌کند. اگر متحرک فاصلهٔ A تا B را در مدت زمان ۴ ثانیه طی کند، فاصلهٔ OA چند متر است؟



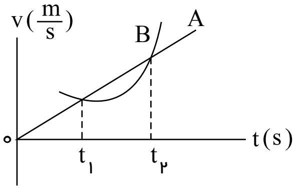
۱) ۸
۲) ۲۴
۳) ۱۲
۴) ۴۸

۱۹ متحرکی در مسیری مستقیم و از حال سکون با شتاب ثابت $5\frac{m}{s^2}$ به مدت ۳ ثانیه حرکت می‌کند. پس از آن ۲ ثانیه با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد. ناگهان مانعی را می‌بینند و با شتاب ثابت ترمز گرفته و متوقف می‌شود. اگر اندازهٔ شتاب متحرک در حین ترمز $3\frac{m}{s^2}$ باشد، سرعت متوسط متحرک، از لحظهٔ آغاز حرکت تا نیمهٔ مسیر چند $\frac{m}{s}$ است؟

۱) ۱۰
۲) ۹
۳) ۱۰٫۵
۴) ۱۸

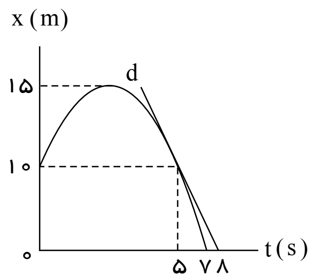
۲۰ نمودار سرعت - زمان برای دو متحرک A و B که روی خطی راست حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 چه تعداد از کمیت‌های زیر برای این دو متحرک یکسان است؟

اندازهٔ سرعت متوسط - تندی متوسط - شتاب متوسط



۱) ۲
۲) ۳
۳) صفر
۴) ۱

۲۱ نمودار مکان - زمان متحرکی که روی خطی راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. تندی متحرک در لحظهٔ $t=5s$ چند برابر بزرگی سرعت متوسط متحرک در ۷ ثانیهٔ اول حرکت است؟ (خط d در لحظهٔ $t=5s$ بر نمودار مکان - زمان متحرک مماس است.)



۱) $\frac{14}{3}$
۲) $\frac{3}{14}$
۳) $\frac{3}{7}$
۴) $\frac{7}{3}$

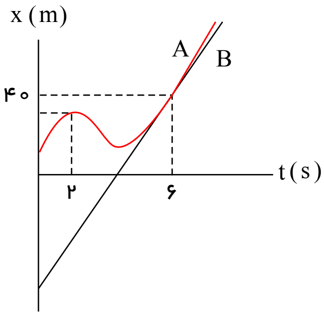
۲۲ اگر $\vec{a}$، $\vec{v}$ و $\vec{d}$ به ترتیب بردارهای شتاب، سرعت و مکان متحرک در لحظهٔ t باشد، در کدام‌یک از گزینه‌های زیر متحرک الزاماً در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان در این لحظه است؟ (مقادیر در SI هستند.)

۱) $\vec{a}=2\vec{i}\ ,\ \vec{v}=-\vec{i}$
۲) $\vec{d}=-2\vec{i}\ ,\ \vec{a}=4\vec{i}$
۳) $\vec{d}=-5\vec{i}\ ,\ \vec{v}=+\vec{i}$
۴) $\vec{d}=-4\vec{i}\ ,\ \vec{v}=-2\vec{i}$

۲۳ متحرکی با سرعت ثابت روی محور x در حال حرکت است. کدام‌یک از گزینه‌های زیر در مورد حرکت این متحرک صحیح <u>نیست</u>؟

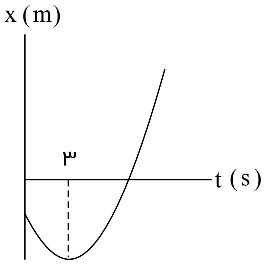
۱) بزرگی سرعت متوسط در هر بازهٔ زمانی مقدار ثابت و یکسانی است.
۲) متحرک پیوسته در حال دور شدن از مبدأ حرکت است.
۳) بردار سرعت در هر لحظه هم‌جهت با بردار مکان متحرک است.
۴) شتاب متوسط در هر بازهٔ زمانی برابر صفر است.

۲۴ نمودار مکان – زمان متحرک A و B که بر روی محور x حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. شتاب متوسط متحرک A در بازهٔ زمانی $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 6s$ برابر با $4\frac{m}{s^2}$ است. اگر دو نمودار در لحظهٔ $t_2 = 6s$ بر یکدیگر مماس باشند، مکان اولیهٔ متحرک B برحسب متر کدام است؟



۱) -56
۲) -50
۳) -68
۴) -96

۲۵ نمودار مکان – زمان متحرکی که روی محور x ها با شتاب ثابت در حال حرکت است، مطابق سهمی شکل مقابل است. اگر تندی متحرک در لحظهٔ $t = 8s$، برابر با $20\frac{m}{s}$ باشد، جهت حرکت متحرک در چند متری مبدأ حرکت تغییر می‌کند؟

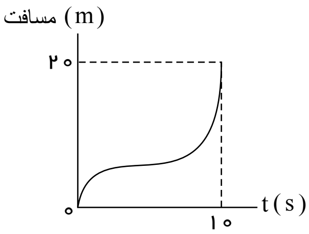


۱) ۶
۲) ۱۲
۳) ۱۸
۴) ۲۷

۲۶ دو متحرک A و B روی خطی راست با سرعت ثابت حرکت می‌کنند و مکان آن‌ها در لحظهٔ $t = 0$ به‌ترتیب برابر با $x_{0A} = 700m$ و $x_{0B} = -200m$ است. اگر سرعت متحرک A برابر با $-25\frac{m}{s}$ و سرعت متحرک B برابر با $+50\frac{m}{s}$ باشد، این دو متحرک در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه به هم می‌رسند؟

۱) ۳۶
۲) ۱۲
۳) ۹
۴) دو متحرک هرگز به هم نمی‌رسند.

۲۷ نمودار مسافت طی شده برحسب زمان متحرکی که در مبدأ زمان در خلاف جهت محور x در حال حرکت است، مطابق شکل زیر است. اگر جهت حرکت متحرک در لحظه‌ای که در فاصلهٔ ۴ متری مبدأ حرکت است عوض شود، بردار سرعت متوسط آن در ۱۰ ثانیهٔ اول حرکت در SI کدام است؟



۱) $-2\vec{i}$
۲) $2\vec{i}$
۳) $1/2\vec{i}$
۴) $-1/2\vec{i}$

۲۸ متحرکی با شتاب ثابت بر روی محور x حرکت می‌کند. تندی این متحرک در لحظه‌های $t_1 = 1s$ و $t_2 = 6s$ به ترتیب برابر $8\frac{m}{s}$ و $2\frac{m}{s}$ است. اگر در لحظهٔ $t_2 = 6s$ نوع حرکت متحرک تندشونده باشد، اندازهٔ جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2، چند متر است؟

۱) ۱۷
۲) ۱۵
۳) ۲۵
۴) ۱۰

۲۹ متحرکی از حال سکون و در مسیری مستقیم با شتاب ثابت a_1 شروع به حرکت می‌کند. در لحظهٔ $t = 6s$ شتاب حرکت متحرک تغییر می‌کند و با شتاب ثابت a_2 حرکت خود را تا لحظه‌ای که متوقف شود، ادامه می‌دهد. اگر مسافت طی شده توسط متحرک در ۶ ثانیهٔ اول $\frac{1}{3}$ کل مسافت طی شده توسط متحرک باشد، در کل مدت زمان حرکت چند ثانیه حرکت متحرک کندشونده است؟

۱) ۴ ۲) ۱۲ ۳) ۱۸ ۴) ۸

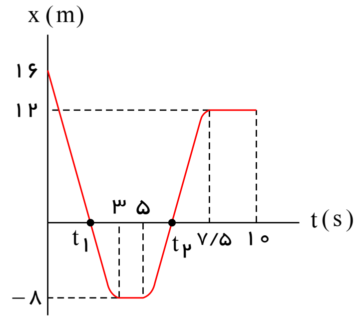
۳۰ متحرکی با شتاب ثابت روی محور x در حال حرکت است و در مبدأ زمان، در جهت مثبت محور x از مبدأ مکان عبور می‌کند. اگر تندی متوسط متحرک در ۶ ثانیهٔ اول حرکت $\frac{10}{3}\frac{m}{s}$ و بردار سرعت متوسط آن در این مدت $2\vec{i}(\frac{m}{s})$ باشد، سرعت متحرک در لحظهٔ $t = 6s$ در SI کدام است؟

۱) -4 ۲) ۸ ۳) -8 ۴) ۶

پاسخنامه تشریحی

۱ گزینه ۳

بردار مکان در بازه‌ای که نمودار زیر محور زمان قرار دارد منفی است. بنابراین ابتدا باید زمان‌های $t_۱$ و $t_۲$ را به روش درون‌یابی ریاضی محاسبه کنیم



$$\xrightarrow[\text{شیب خط ثابت است}]{\text{در بازهٔ ۰ تا } ۳s} \text{شیب}_{\text{۰ تا } ۳s} = \text{شیب}_{\text{۰ تا } t_۱} \rightarrow \frac{-۸-(۱۶)}{۳-۰} = \frac{۰-۱۶}{t_۱-۰} \rightarrow t_۱ = ۲s$$

$$\xrightarrow[\text{شیب خط ثابت است}]{\text{در بازهٔ } ۵s \text{ تا } ۷/۵s} \text{شیب}_{۵s \text{ تا } ۷/۵s} = \text{شیب}_{۵s \text{ تا } t'} \rightarrow \frac{۱۲-(-۸)}{۷/۵-۵} = \frac{۰-(-۸)}{t_۲-۵} \rightarrow t_۲ = ۶s$$

حالا تندی متوسط در بازهٔ $t_۱$ تا $t_۲$ را بدست می‌آوریم:

$$\bar{s} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow{\ell=|\Delta x_{۲s \text{ تا } ۳s}|+|\Delta x_{۵s \text{ تا } ۶s}|} \bar{s} = \frac{۸+۸}{۴} = ۴m/s$$

یادآوری: مسافت را باید با محاسبهٔ مجموع اندازه (قدرمطلق) جابجایی در جهت‌های مختلف بدست آورد.

۲ گزینه ۲ با توجه به معادلهٔ مستقل از زمان در حرکت با شتاب ثابت، شتاب حرکت را به‌دست می‌آوریم:

$$x_۰ = ۰ \Rightarrow \Delta x = x$$

$$x = \frac{v^۲}{۸} - ۲ \Rightarrow \begin{cases} v^۲ = ۸x + ۱۶ \\ v^۲ = ۲a\Delta x + v_۰^۲ \end{cases} \Rightarrow ۲a\Delta x = ۸x \Rightarrow ۲ax = ۸x \Rightarrow a = ۴\frac{m}{s^۲}$$

$$v_۰^۲ = ۱۶ \Rightarrow v_۰ = \pm ۴\frac{m}{s} \xrightarrow{\text{حرکت در جهت محور } x \text{ ها}} v_۰ = +۴\frac{m}{s}$$

$$v = at + v_۰ \Rightarrow v_{(t=۲s)} = ۴ \times ۲ + ۴ = ۱۲\frac{m}{s}$$

۳ گزینه ۱ با توجه به رابطهٔ سرعت متوسط داریم:

$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t} = \frac{\vec{d}_۲ - \vec{d}_۱}{۱۵-۰} = \frac{\vec{d}_۲ - (-۲۰\vec{i})}{۱۵} = ۴\vec{i}(\frac{m}{s}) \Rightarrow \vec{d}_۲ + ۲۰\vec{i} = ۶۰\vec{i} \Rightarrow \vec{d}_۲ = ۴۰\vec{i}(m)$$

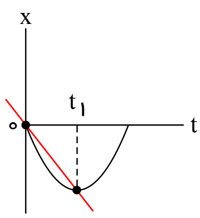
نکته: در جابه‌جایی نقطهٔ ابتدا و انتهای حرکت مهم است و برای Δt باید کل زمان حرکت را در نظر گرفت.

۴ گزینه ۳ شتاب متوسط برابر است با $\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ که برای یافتن $\Delta v = v_{\text{آخر}} - v_{\text{اول}}$ باید شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ را در اول و آخر بازه حساب کرد.

برای سرعت متوسط $\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ در نمودار $x-t$ می‌توان شیب خط واصل را حساب کرد.

برای بررسی گزینه‌ها اول شرط مثبت بودن سرعت متوسط را بررسی می‌کنیم.

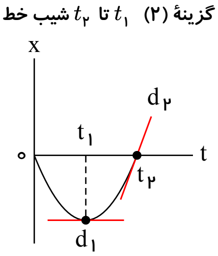
گزینهٔ (۱) ۰ تا $t_۱$ شیب خط واصل منفی است پس $\bar{v} < ۰$ (✗)



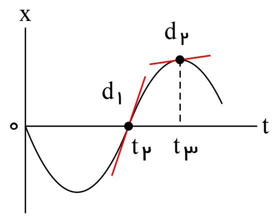
گزینهٔ (۲) $t_۱$ تا $t_۲$ شیب خط واصل مثبت است پس $\bar{v} > ۰$ (✓) برای شتاب متوسط باید علامت Δv را پیدا کنیم (یعنی $v_{t_۲} - v_{t_۱}$):

$$\Delta v = d_۲ \text{ شیب} - d_۱ \text{ شیب}$$

$$\Delta v = (+) - (۰) = + \rightarrow \Delta v > ۰ \quad (✗)$$

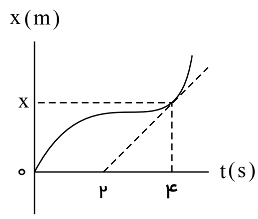


گزینهٔ (۳) $t_۲$ تا $t_۳$ شیب خط واصل مثبت است پس $\bar{v} > ۰$ (✓) برای $\bar{a}$ و Δv هم داریم:



$$\Delta v = d_{۲}\ \text{شیب}\ - d_{۱}\ \text{شیب}$$
$$\Delta v = (۰) - (+) = - \to \Delta v < ۰ \ \ (\checkmark)$$

۵ گزینه ۳ می‌دانیم که شیب خط مماس بر نمودار مکان – زمان در هر لحظه برابر با سرعت متحرک در آن لحظه است. با توجه به اینکه سرعت در لحظهٔ $t = ۴s$ برابر با $۱۰\frac{m}{s}$ است، پس شیب خط مماس رسم شده برابر با ۱۰ است. پس می‌توان نوشت:



$$\text{شیب خط مماس} = \frac{x - ۰}{۴ - ۲} = ۱۰ \Rightarrow x = ۲۰m$$

با استفاده از رابطهٔ سرعت متوسط داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - ۰}{۴ - ۰} = \frac{۲۰}{۴} = ۵\frac{m}{s}$$

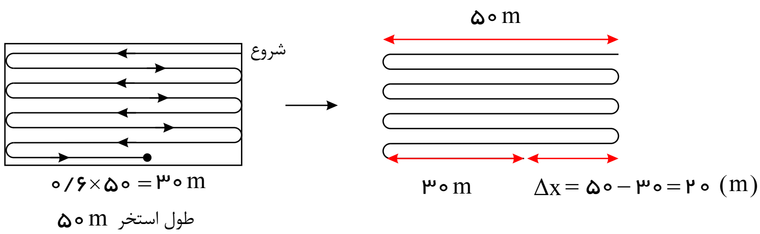
۶ گزینه ۴ وقتی حرکت از چند مرحله تشکیل شده باشد می‌توان نوشت:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x_{۱} + \Delta x_{۲} + \cdots}{\Delta t_{۱} + \Delta t_{۲} + \cdots}$$ (نسبت مجموع جابجایی‌ها به مجموع زمان‌ها)

جابجایی در هر مرحله هم‌چون سرعت ثابت است $\Delta x = vt$ است. پس:

$$\bar{v} = \frac{۱۲ \times \frac{T}{۳} + (-۱۸)۲\frac{T}{۳}}{T} = -\frac{۸T}{T} = -۸m/s$$

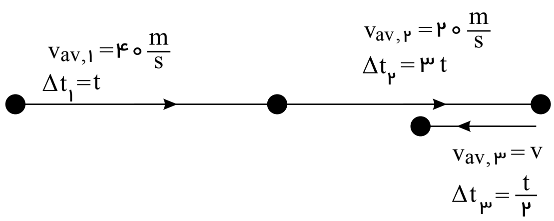
۷ گزینه ۲ سرعت متوسط نسبت جابجایی به زمان است. جابجایی هم برداریست از محل اول به محل آخر، پس لازم است ببینیم متحرک در آخر کجاست. چون طول استخر ۵۰ متر بوده پس از ۳۸۰ متر شنا کردن متحرک $(\frac{۳۸۰}{۵۰} = ۷/۶)$ ۷٫۶ طول استخر را طی کرده است. با هر رفت و برگشت، متحرک به محل اول برمی‌گردد، در نتیجه متحرک $(۷/۶ = \underbrace{۶}_{۲\times۳} + ۱/۶)$ ۳ بار به محل اول برگشته و بار آخر به انتها رفته و ۰٫۶ مسیر را برگشته (مطابق شکل) بنابراین جابجایی برابر است با:



سوال اندازهٔ سرعت متوسط را خواسته. پس:

$$|\bar{v}| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} = \frac{۲۰}{۴۰۰} = \frac{۱}{۲۰}m/s$$

۸ گزینه ۴ شکلی مطابق زیر از حرکت متحرک رسم کرده‌ایم:



ابتدا مسافت کلی طی شده توسط متحرک را به دست می‌آوریم:

$$\ell = |\Delta x_۱| + |\Delta x_۲| + |\Delta x_۳| = |v_{av,۱}\,\Delta t_۱| + |v_{av,۲}\,\Delta t_۲| + |v_{av,۳}\,\Delta t_۳|$$

$$\Rightarrow \ell = |۴۰ \times t| + |۲۰ \times ۳t| + |v(\frac{t}{۲})| = ۱۰۰t + \frac{|v|t}{۲}$$

مدت زمان کل حرکت نیز برابر است با:

$$\Delta t_{\text{کل}} = t + ۳t + \frac{t}{۲} = \frac{۹t}{۲}$$

$$\Rightarrow s_{av(\text{کل})} = \frac{\ell_{\text{کل}}}{\Delta t_{\text{کل}}} = \frac{۱۰۰t + \frac{|v|t}{۲}}{\frac{۹t}{۲}} = \frac{۲۰۰ + |v|}{۹}$$

از طرف دیگر جابه‌جایی انجام شده توسط متحرک در $۴t$ ثانیهٔ اول برابر است با:

$$\Delta x' = \Delta x_۱ + \Delta x_۲ = (۴۰ \times t) + (۲۰ \times ۳t) = ۱۰۰t$$

مدت زمان این بازه نیز چنین است:

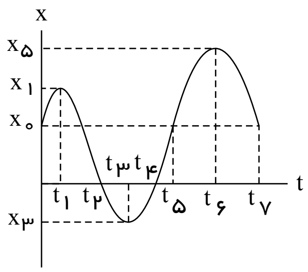
$$\Delta t' = t + ۳t = ۴t \Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۱۰۰t}{۴t} = ۲۵\frac{m}{s}$$

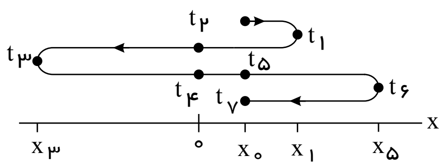
بر اساس صورت سؤال:

$$s_{av(\text{کل})} = \frac{۱۶}{۱۵} \times v_{av} = \frac{۱۶}{۱۵} \times ۲۵ = \frac{۸۰}{۳} \Rightarrow \frac{۲۰۰ + |v|}{۹} = \frac{۸۰}{۳} \Rightarrow |v| = ۴۰\frac{m}{s}$$

۹ **گزینه ۲** می‌توان با ردّ گزینه به جواب رسید. اولاً مکان اول آخر متحرک یکسان است (ردّ گزینه‌های ۳ و ۴) و چون متحرک دو بار از مبدأ مکان عبور کرده گزینهٔ ۲ درست است.

اما برای توضیح بیشتر با نام‌گذاری زمان‌ها شکل حرکت را رسم می‌کنیم.





۱۰ **گزینه ۳** می‌دانیم $\vec{s} = \frac{d}{\Delta t}$ و برای یافتن مسافت داریم $d = |\Delta x_۱| + |\Delta x_۲|$ و در هر مرحله هم $\Delta x = \vec{v} \times t$

پس:

$$\vec{s} = \frac{|\Delta x_۱| + |\Delta x_۲|}{\Delta t_۱ + \Delta t_۲} = \frac{۲۵ \times ۲ + ۱۲/۵ \times t}{۲ + t} = ۱۵ \rightarrow ۵۰ + ۱۲/۵t = ۳۰ + ۱۵t \rightarrow ۲۰ = ۲/۵t \rightarrow t = ۸(s)$$

برای محاسبهٔ سرعت متوسط کل داریم:

$$\vec{s} = \frac{\Delta x_۱ + \Delta x_۲}{\Delta t_۱ + \Delta t_۲} = \frac{۲۵ \times ۲ + (-۱۲/۵ \times ۸)}{۲ + ۸} = -۵\frac{m}{s} \Rightarrow |\vec{v}| = ۵\frac{m}{s}$$

توجه کنیم که در مرحلهٔ دوم چون حرکت در خلاف جهت محور xها انجام شده پس $\Delta x_۲$ باید منفی باشد.

۱۱ **گزینه ۲** گزینهٔ «۱» صحیح است و متحرک در لحظهٔ $t_۲$ تغییر جهت می‌دهد. چون شیب مماس بر نمودار مکان – زمان که همان سرعت لحظه‌ای است، در این لحظه صفر است و شیب خط مماس بر نمودار در دو طرف این لحظه تغییر علامت می‌دهد.

گزینهٔ «۲» نادرست است چون شیب مماس بر نمودار مکان – زمان متحرک در لحظهٔ صفر منفی است؛ یعنی در مبدأ زمان سرعت متحرک منفی است و متحرک در خلاف جهت محور xها در حال حرکت است.

گزینهٔ «۳» صحیح است چون هنگام عبور متحرک از مبدأ مکان، جهت بردار مکان تغییر می‌کند و متحرک در لحظات $t_۱$ و $t_۳$ از مبدأ مکان عبور می‌کند.

گزینهٔ «۴» صحیح است چون جابه‌جایی جسم از لحظهٔ صفر تا $t_۴$ مثبت است، پس سرعت متوسط متحرک در این بازهٔ زمانی مثبت است.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta x = x_۴ - x_۰ > ۰} v_{av} > ۰$$

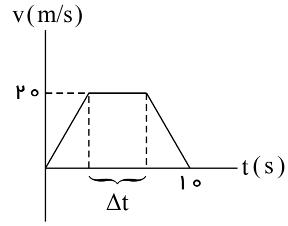
۱۲ **گزینه ۴** مساحت محصور بین نمودار سرعت – زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است. با توجه به نمودار، مدت زمانی که حرکت متحرک یکنواخت است را به دست می‌آوریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t},\ \Delta x = S = v_{av}\Delta t = ۱۵ \times ۱۰ = ۱۵۰m$$

$$S = \frac{(10 + \Delta t) \times 20}{2} \Rightarrow (10 + \Delta t)10 = 150 \Rightarrow \Delta t = 5s$$

اکنون با توجه به رابطهٔ جابه‌جایی در حرکت یکنواخت داریم:

$$\Delta x' = v\Delta t = 20 \times 5 = 100m$$



۱۳ گزینه ۴ مساحت محصور بین نمودار شتاب - زمان و محور زمان برابر با تغییرات سرعت است. سرعت متحرک را در لحظهٔ $t = 4s$ به‌دست می‌آوریم.

$$S = \Delta v \xrightarrow{S=2\times4=8\frac{m}{s}, v_\circ=-10\frac{m}{s}} v_{(t=4s)} = \Delta v + v_\circ = 8 - 10 = -2\frac{m}{s}$$

اکنون سرعت متحرک را در لحظهٔ $t = 10s$ به‌دست می‌آوریم:

$$S' = \Delta v' \xrightarrow[S'=-4\times6=-24\frac{m}{s}]{v_{(t=4s)}=-2\frac{m}{s}} v_{(t=4s)} = \Delta v + v_{(t=4s)} = -24 - 2 = -26\frac{m}{s}$$

با استفاده از رابطهٔ سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت، داریم:

$$\frac{v_\circ + v_{(t=4s)}}{2} = \frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} \xrightarrow[\Delta t_1=4s]{v_\circ=-10\frac{m}{s}, v_{(t=4s)}=-2\frac{m}{s}} \frac{-10-2}{2} = \frac{\Delta x_1}{4} \Rightarrow \Delta x_1 = -24m$$

$$\frac{v_{(t=4s)} + v_{(t=10s)}}{2} = \frac{\Delta x_2}{\Delta t_2} \xrightarrow[\Delta t_2=10-4=6s]{v_{t=4s}=-2\frac{m}{s}, v_{t=10s}=-26\frac{m}{s}} \frac{-2-26}{2} = \frac{\Delta x_2}{6} \Rightarrow \Delta x_2 = -84m$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ سرعت متوسط داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} \xrightarrow[\Delta t_1=4s, \Delta t_2=6s]{\Delta x_1=-24m, \Delta x_2=-84m} v_{av} = -\frac{108}{10} = -10/8\frac{m}{s}$$

۱۴ گزینه ۳ چون تندی دو متحرک یکسان است و متحرک A نسبت به متحرک B در مبدأ زمان در فاصلهٔ نزدیک‌تری به مبدأ مکان قرار دارد، بنابراین متحرک A سریع‌تر به مبدأ مکان می‌رسد. $x_A = v_A t + x_{\circ A} \xrightarrow{x_A=0,\ x_{\circ A}=30m} 0 = v_A t + 30$

$$t = \frac{-3}{v_A} \xrightarrow{v_A<0} t = \frac{30}{|v_A|} \quad (I)$$

$$x_B = v_B t' + x_{\circ B} \xrightarrow[x_{\circ B}=-60m]{t'=t+2/5} 0 = v_B(t + 2/5) - 60 \Rightarrow t + 2/5 = \frac{60}{|v_B|} \ (\text{مثبت است } v_B) \quad (II)$$

اگر دو رابطهٔ I و II را از هم کم کنیم داریم:

$$2/5 = \frac{60}{|v_B|} - \frac{30}{|v_A|} \xrightarrow{|v_B|=|v_A|} 2/5 = \frac{30}{|v_A|} \Rightarrow |v_A| = |v_B| = \frac{30}{2/5} \Rightarrow |v_A| = |v_B| = 12\frac{m}{s} \begin{cases} x_A = -12t + 30 \\ x_B = 12t - 60 \end{cases}$$

در لحظه‌ای که دو متحرک از کنار هم عبور می‌کنند $x_A = x_B$ است. داریم:

$$-12t + 30 = 12t - 60 \Rightarrow t = \frac{90}{24} = 3/75s$$

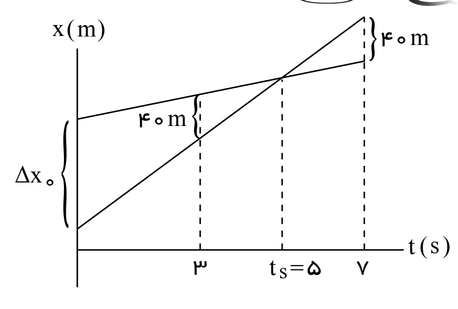
راه دوم: با توجه به این‌که $|v_A| = |v_B| = 12\frac{m}{s}$، با استفاده از رابطهٔ سرعت نسبی داریم:

$$t = \left|\frac{x_{\text{نسبی}}}{v_{\text{نسبی}}}\right| \xrightarrow[v_{\text{نسبی}}=12+12=24\frac{m}{s}]{x_{\text{نسبی}}=60+30=90m} t = \frac{90}{24} = 3/75s$$

۱۵ گزینه ۳ با استفاده از تشابه مثلث‌ها لحظه‌ای که متحرک‌ها از کنار هم عبور می‌کنند را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{40}{7 - t_s} = \frac{40}{t_s - 3} \Rightarrow t_s = 5s$$

$$\frac{\Delta x_\circ}{5} = \frac{40}{5 - 3} \Rightarrow \Delta x_\circ = 100m$$



۱۶ **گزینه ۲** تک تک موارد را بررسی می‌کنیم:

آ) بردار مکان ($\vec{x}$) همواره مقدار مثبت است (بالای محور t) پس تغییر جهت نداده است. ✗

ب) جهت حرکت علامت بردار سرعت است که در نمودار مکان - زمان برابر با شیب نمودار در بازهٔ زمانی ۰ تا $t_۲$، ابتدا (از ۰ تا $t_۱$) شیب نمودار منفی است (نزولی) پس جهت حرکت در سوی منفی محور xهاست و سپس (از $t_۱$ تا $t_۲$) شیب نمودار مثبت (صعودی) است و جهت حرکت در سوی مثبت محور xهاست. ✗

پ) سرعت متوسط ($\bar{v} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$) در بازهٔ ۰ تا $t_۴$ برابر صفر است چون جابجایی صفر است. $\Delta x = x_{t_۴} - x_۰ = ۰$ ✓

ت) تندی متوسط ($\bar{s} = \dfrac{d}{t}$) زمانی برابر سرعت متوسط ($\bar{v} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$) است که مسافت و اندازهٔ جابجایی با هم برابر باشند که شرط آن این است که جهت حرکت تغییر نکند و چون در بازهٔ $t_۲$ تا $t_۴$ جهت حرکت (که همان شیب نمودار مکان - زمان است) ابتدا منفی ($t_۲$ تا $t_۳$) و سپس مثبت ($t_۳$ تا $t_۴$) است بنابراین جهت حرکت (در $t_۳$) عوض شده و تندی متوسط و اندازهٔ سرعت متوسط برابر نیست. ✓

۱۷ **گزینه ۴** می‌دانیم علامت شتاب متوسط $\vec{\bar{a}} = \dfrac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ هم‌جهت با بردار $\Delta \vec{v}$ است. پس طبق گفتهٔ سوال:

علامت $\Delta\vec{v} = \vec{v}_{t_۲}$ علامت $\rightarrow$ علامت $\vec{v}_{t_۲} - \vec{v}_{t_۱} = \vec{v}_{t_۲}$ علامت

شرط لازم جهت ایجاد این تساوی این است که: اگر $\vec{v}_{t_۱}$ و $\vec{v}_{t_۲}$ هم‌جهت (هم‌علامت) باشند باید $|\vec{v}_{t_۱}| < |\vec{v}_{t_۲}|$ باشد اما اگر $\vec{v}_{t_۱}$ و $\vec{v}_{t_۲}$ خلاف جهت (مختلف‌العلامت) باشند در هر صورت تساوی برقرار است. بنابراین نمی‌توان از بین گزینه‌ها گزینه‌ای که همواره درست باشد را انتخاب کرد.

۱۸ **گزینه ۳**

راه حل اول: با توجه به رابطهٔ $v = at + v_۰$، سرعت متحرک را در نقاط A و B به دست می‌آوریم:

$$v_A = at$$

$$v_B = a(t+۴) \xrightarrow{v_B = ۱۲\frac{m}{s}} ۱۲ = at + ۴a \Rightarrow at = ۱۲ - ۴a$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\frac{v_A + v_B}{۲} = \frac{\Delta x_{AB}}{\Delta t} \xrightarrow[v_B = ۱۲\frac{m}{s}, \Delta t = ۴s]{v_A = at, at = ۱۲ - ۴a, \Delta x_{AB} = ۳۶m}$$

$$\frac{۱۲ - ۴a + ۱۲}{۲} = \frac{۳۶}{۴} \Rightarrow ۲۴ - ۴a = ۱۸ \Rightarrow a = \frac{۳}{۲}\frac{m}{s^۲} \xrightarrow[v_B = ۱۲\frac{m}{s}]{v_B = at_B} ۱۲ = \frac{۳}{۲}t_B$$

$$\Rightarrow t_B = ۸s \Rightarrow \overline{OA} = \overline{OB} - \overline{AB} \xrightarrow[\overline{AB} = ۳۶m]{\overline{OB} = \frac{۱}{۲}at_B^۲} \overline{OA} = \frac{۱}{۲} \times \frac{۳}{۲} \times ۸^۲ - ۳۶ = ۱۲m$$

راه حل دوم: با استفاده از رابطهٔ سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\frac{v_A + v_B}{۲} = \frac{\Delta x_{AB}}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = ۴s]{v_B = ۱۲\frac{m}{s}, \Delta x_{AB} = ۳۶m} v_A = ۶\frac{m}{s}$$

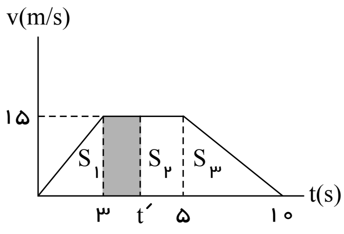
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_A - ۰}{t_A - ۰} = \frac{v_B - v_A}{t_B - t_A} \xrightarrow{t_B - t_A = ۴s} t_A = ۴s$$

$$\overline{OA} = \frac{۰ + v_A}{۲} \times t_A = \frac{۰ + ۶}{۲} \times ۴ = ۱۲m$$

۱۹ **گزینه ۱** هرگاه متحرک در طی مسیر، نوع حرکت خود را تغییر دهد، بهترین روش برای حل مسأله استفاده از نمودار سرعت - زمان است. متحرک از حال سکون با شتاب $۵\dfrac{m}{s^۲}$ حرکت خود را آغاز کرده، پس از ۳ ثانیه سرعت آن به $۱۵\dfrac{m}{s}$ می‌رسد.

($v = at + v_۰ = ۵ \times ۳ + ۰ = ۱۵\dfrac{m}{s}$) از زمان $t = ۳s$ تا $t = ۵s$ به مدت $۲s$ با همین سرعت $۱۵\dfrac{m}{s}$ به حرکت خود ادامه داده است. سپس با شتاب ثابت $-۳\dfrac{m}{s^۲}$ ترمز گرفته و پس از ۵ ثانیه متوقف شده است. ($v = a't + v'_۰ \xrightarrow[v'_۰ = ۱۵\frac{m}{s}]{v = ۰, a' = -۳\frac{m}{s^۲}} t = ۵s$) جابه‌جایی متحرک در کل این مدت برابر است با: (کافی است مساحت محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان را بیابید.)

$$\Delta x_{۰-۱۰s} = S_۱ + S_۲ + S_۳ = \frac{۱۵ \times ۳}{۲} + ۱۵ \times ۲ + \frac{۱۵ \times ۵}{۲} = ۲۲/۵ + ۳۰ + ۳۷/۵ = ۹۰m$$



حال باید زمانی که متحرک $۴۵m$ طی کرده است را بیابیم با توجه به این‌که $S_۱ = ۲۲٫۵m$ و $S_۲ = ۳۰m$ است پس در لحظه‌ای بین $t = ۳s$ و $t = ۵s$ متحرک $۴۵m$ طی کرده است یعنی باید قسمت هاشورخورده $۲۲٫۵m$ شود پس:

$$۲۲٫۵ = ۱۵(t' - ۳) \Rightarrow t' = ۴٫۵s \Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۴۵}{۴٫۵} = ۱۰\frac{m}{s}$$

۲۰ گزینه ۴ سطح محصور بین نمودار سرعت – زمان و محور زمان نشان‌دهندهٔ جابه‌جایی متحرک است. از آن‌جایی که در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ سطح محصور بین نمودار سرعت – زمان و محور زمان برای متحرک A بیشتر از متحرک B است، بنابراین جابه‌جایی و همچنین اندازهٔ سرعت متوسط متحرک A از B بیشتر خواهد بود.

در حرکت روی خط راست که تغییر جهت نداشته باشیم، اندازهٔ سرعت متوسط و تندی متوسط یکسان است. بنابراین تندی متوسط متحرک A از B بیشتر است.

اما شتاب متوسط که نسبت تغییرات سرعت به تغییرات زمان می‌باشد، برای هر دو متحرک یکسان است.

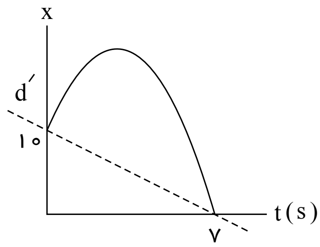
۲۱ گزینه ۴ می‌دانیم اندازه (بزرگی) شیب خط مماس بر نمودار مکان – زمان در هر نقطه، تندی متحرک در آن نقطه را نشان می‌دهد. پس:

$$s = |\text{شیب خط } d| \text{ در } t = ۵s \xrightarrow{\text{شیب خط}=\frac{\text{تغییرات عمودی}}{\text{تغییرات افقی}}} s \text{ در } t = ۵s = |\frac{۰ - ۱۰}{۸ - ۵}| = \frac{۱۰}{۳}(m/s)$$

بزرگی سرعت متوسط بین دو لحظهٔ برابر با بزرگی شیب خط واصل نمودار بین آن دو نقطه (و یا می‌شود از فرمول $\bar v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ حساب کرد)

پس:

$$\bar v_{\text{۰ تا ۷s}} = |\text{شیب خط } d'| = |\frac{۰ - ۱۰}{۷ - ۰}| = \frac{۱۰}{۷}$$



سوال نسبت این دو مقدار را خواسته که برابر است با:

$$\frac{s}{\bar v} = \frac{\frac{۱۰}{۳}}{\frac{۱۰}{۷}} = \frac{۷}{۳}$$

۲۲ گزینه ۳ شرط نزدیک شدن متحرک به مبدأ مکان این است که بردار سرعت $(\bar v)$ و مکان $(\bar d)$ خلاف جهت باشند (به عبارتی $dv < ۰$ باشد) که این شرط فقط در گزینهٔ ۳ مشاهده می‌شود.

توضیح بیشتر:

اگر متحرک جلوی مبدأ باشد $d > ۰$ باید به سمت عقب حرکت کند $v < ۰$ پس d, v خلاف جهت

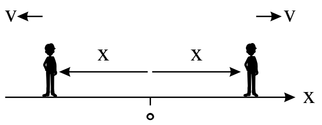
اگر متحرک عقب مبدأ باشد $d < ۰$ باید به سمت جلو حرکت کند $v > ۰$ پس d, v خلاف جهت

۲۳ گزینه ۳ وقتی سرعت متحرک ثابت است، سرعت متوسط آن در هر بازهٔ زمانی با سرعت آن در هر لحظه (که مقداری ثابت بود) برابر است. (درستی گزینهٔ ۱)

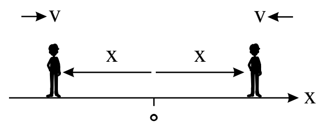
توجه کنیم متحرک می‌تواند به مبدأ مکان $(x = ۰)$ نزدیک یا دور شود اما در حرکت با سرعت ثابت متحرک تغییر جهت نمی‌دهد و همواره از مبدأ حرکت (عمل شروع حرکت = مکان اولیه) در حال دور شدن است. (درستی گزینهٔ ۲)

و از آنجایی که سرعت ثابت است شتاب همواره ثابت و برابر صفر است که در نتیجه شتاب متوسط همیشه صفر است (درستی گزینهٔ ۴)

در مورد گزینهٔ (۳) تنها زمانی که متحرک در حال دور شدن از مبدأ مکان است بردار سرعت و مکان هم‌جهت هستند و در حالی که متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان است این دو بردار خلاف جهت هم هستند.



دور شدن از مبدأ مکان



نزدیک شدن به مبدأ مکان

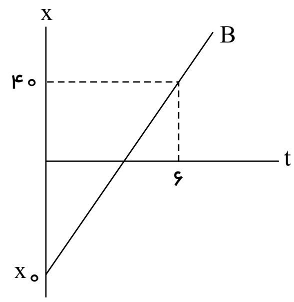
۲۴ گزینه ۱ شتاب متحرک برابر است با $\bar a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ برای محاسبهٔ $\Delta v = v_۲ - v_۱$ از نمودار مکان – زمان کافیست شیب نمودار را در هر لحظه به‌دست آوریم:

$$v_۱ = v_{t_۱=۲s} = \text{شیب نمودار } A \text{ در } ۲s = ۰$$

$$v_۲ = v_{t_۲=۶s} = \text{شیب نمودار } A \text{ در } ۶s = \text{شیب خط مماس} = \text{شیب نمودار } B = m_B$$

$$\rightarrow \bar a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow ۴ = \frac{m_B}{۴} = ۱۶$$

شیب نمودار B هم برابر با (با فرض اینکه به دنبال $x_{\circ B}$ هستیم)



$$m_B = \frac{\text{تغییرات عمودی}}{\text{تغییرات افقی}} = \frac{۴۰ - x_{\circ}}{۶ - ۰} = ۱۶ \rightarrow x_{\circ} = -۵۶(m)$$

۲۵ گزینه ۳ **شیب خط مماس بر نمودار مکان – زمان در لحظهٔ $t = ۳s$ برابر با صفر است. بنابراین سرعت متحرک در لحظهٔ $t = ۳s$ برابر با صفر است.**

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = ۸ - ۳ = ۵s]{v_{(t=۳s)} = ۰, v_{(t=۸s)} = ۲۰\frac{m}{s}} a = \frac{۲۰}{۵} = ۴\frac{m}{s^۲}$$

اکنون با توجه به رابطهٔ سرعت در حرکت با شتاب ثابت، سرعت اولیهٔ متحرک را به دست می آوریم:

$$v = at + v_{\circ} \xrightarrow[t = ۳s, a = ۴\frac{m}{s^۲}]{v_{(t=۳s)} = ۰} v_{\circ} = -۱۲\frac{m}{s}$$

اکنون با توجه به رابطهٔ مکان – زمان در حرکت با شتاب ثابت، جابه‌جایی متحرک را در سه ثانیهٔ اول حرکت به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = x - x_{\circ} = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_{\circ}t \xrightarrow{t = ۳s} \Delta x = \frac{۱}{۲} \times ۴ \times ۳^۲ - ۱۲ \times ۳ \Rightarrow \Delta x = ۱۸ - ۳۶ = -۱۸m$$

بنابراین، هنگامی که جهت حرکت متحرک در لحظهٔ $t = ۳s$ عوض می‌شود، متحرک در ۱۸ متری مبدأ حرکت قرار دارد.

راه دوم: می‌توانیم حرکت متحرک را برعکس فرض کنیم یعنی فرض کنیم متحرک از حال سکون با شتاب $۴\frac{m}{s^۲}$ شروع به حرکت می‌کند. اکنون جابه‌جایی متحرک پس از ۳ ثانیه برابر با فاصلهٔ متحرک از مبدأ حرکت در لحظهٔ تغییر جهت است:

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ = \frac{۱}{۲} \times ۴ \times ۳^۲ = ۱۸m$$

۲۶ گزینه ۲ **روش اول: شرط به‌هم رسیدن دو متحرک A و B این است که مکان آنها در یک زمان با هم مساوی شود. پس کافیست معادلهٔ مکان دو متحرک را نوشته و مساوی هم قرار دهیم. (می‌دانیم: $x = vt + x_{\circ}$ معادلهٔ مکان با سرعت ثابت)**

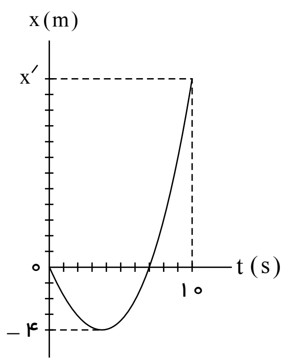
$$x_A = x_B$$

$$\xrightarrow[x_B = ۵۰ + (-۲۰۰)]{x_A = -۲۵t + ۷۰۰} -۲۵t + ۷۰۰ = +۵۰t - ۲۰۰ \rightarrow ۹۰۰ = ۷۵t \rightarrow t = ۱۲(s)$$

روش دوم: به کمک حرکت نسبی می‌توان نوشت: $\Delta x = v_{\text{نسبی}} \times t$ نسبی

$$\left.\begin{array}{l} \Delta x_{\text{نسبی}} = \text{تغییر فاصلهٔ متحرک‌ها} = ۷۰۰ - (-۲۰۰) - ۰ = ۹۰۰ \\ v_{\text{نسبی}} = \text{تفریق برداری سرعت‌ها} = ۵۰ - (-۲۵) = ۷۵ \end{array}\right\} \Rightarrow ۹۰۰ = ۷۵ \times t \rightarrow t = ۱۲s$$

۲۷ گزینه ۳ **اگر فرض کنیم متحرک در مبدأ زمان در مبدأ مکان قرار دارد. نمودار مکان برحسب زمان مطابق شکل زیر می‌شود.**



ابتدا مکان انتهایی متحرک در لحظهٔ $t = ۱۰s$ را به‌دست می‌آوریم:

$$l = ۲۰m \Rightarrow x' + ۲ \times ۴ = ۲۰ \Rightarrow x' = ۱۲m$$

با توجه به رابطهٔ سرعت متوسط داریم:

$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\vec{i} \Rightarrow \vec{v}_{av} = \frac{۱۲ - ۰}{۱۰}\vec{i} = ۱/۲\vec{i}\left(\frac{m}{s}\right)$$

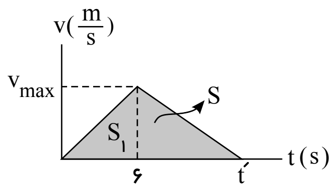
۲۸ گزینه ۲ در حرکت با شتاب ثابت، نوع حرکت یا پیوسته تندشونده است یا ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است. با توجه به تندی این متحرک در لحظه‌های $t_۱ = ۱s$ و $t_۲ = ۶s$، در می یابیم این حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است. اگر فرض کنید متحرک ابتدا در جهت مثبت محور x در حال حرکت باشد، سرعت در لحظهٔ $t = ۱s$، $۸\frac{m}{s}$ و در لحظهٔ $t = ۶s$، $-۲\frac{m}{s}$ است. با توجه به رابطهٔ سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$v_{av} = \frac{v_{(t=۱s)} + v_{(t=۶s)}}{۲} = \frac{۸ + (-۲)}{۲} = ۳\frac{m}{s}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = ۳ \times (۶ - ۱) = ۳ \times ۵ = ۱۵m$$

اگر فرض کنید متحرک در ابتدا در جهت منفی محور x در حال حرکت است، سرعت در لحظهٔ $t = ۱s$، برابر $-۸\frac{m}{s}$ و در لحظهٔ $t = ۶s$، برابر $۲\frac{m}{s}$ است. با این فرض سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t = ۱s$ تا $t = ۶s$، $-۳\frac{m}{s}$ می شود و جابه‌جایی متحرک در این بازهٔ زمانی $-۱۵m$ می‌شود که در این صورت نیز اندازهٔ جابه‌جایی متحرک $۱۵m$ است.

۲۹ گزینه ۲



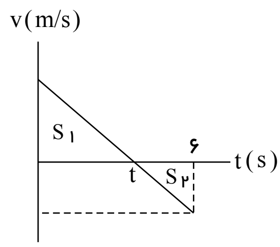
مساحت محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی است.

$$S_۱ = \frac{۶v_{\max}}{۲} = ۳v_{\max}, S = \frac{v_{\max} \times t'}{۲}$$

$$\frac{S_۱}{S} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow \frac{۳v_{\max}}{\frac{v_{\max}}{۲} \times t'} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow t' = ۱۸s$$

$۱۸ - ۶ = ۱۲s$ = مدت زمانی که حرکت متحرک کندشونده است.

۳۰ گزینه ۱ از آن‌جا که تندی متوسط و بزرگی سرعت متوسط با یکدیگر برابر نیستند، بنابراین با توجه به این که حرکت متحرک با شتاب ثابت است، نوع حرکت آن ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است. از طرفی چون در مبدأ زمان متحرک در جهت مثبت محور x در حال حرکت است، بنابراین نمودار سرعت - زمان متحرک مطابق شکل روبه‌رو است.



$$S_۱ + S_۲ = \frac{۱۰}{۳} \times ۶ \Rightarrow S_۱ + S_۲ = ۲۰m$$

$$S_۱ - S_۲ = ۲ \times ۶ \Rightarrow S_۱ - S_۲ = ۱۲m \Rightarrow ۲S_۱ = ۳۲ \Rightarrow S_۱ = ۱۶m \Rightarrow S_۲ = ۴m$$

$$\left.\begin{array}{l} |\Delta x_{(۰-t)}| = \frac{۱}{۲}|a|t^۲ \\ |\Delta x_{(t-۶s)}| = \frac{۱}{۲}|a|(۶-t)^۲ \end{array}\right\} \xrightarrow[|\Delta x_{t-۶s}| = S_۲ = ۴m]{|\Delta x_{۰-t}| = S_۱ = ۱۶m}$$

$$\frac{|\Delta x_{۰-t}|}{|\Delta x_{t-۶s}|} = \frac{t^۲}{(۶-t)^۲} \Rightarrow \frac{t}{۶-t} = \sqrt{\frac{۱۶}{۴}} \Rightarrow ۳t = ۱۲ \Rightarrow t = ۴s$$

$$\Rightarrow S_۱ = \frac{۱}{۲}|a|t^۲ \Rightarrow ۱۶ = \frac{۱}{۲}|a| \times ۴^۲ \Rightarrow |a| = ۲\frac{m}{s^۲} \Rightarrow a = -۲\frac{m}{s^۲}$$

$$v_{t=۶s} = a(۶-۴) \Rightarrow v_{t=۶s} = -۲ \times ۲ = -۴\frac{m}{s}$$

پاسخنامه کلیدی

سؤال	پاسخ	سؤال	پاسخ	سؤال	پاسخ	سؤال	پاسخ	سؤال	پاسخ
۱	۳	۷	۲	۱۳	۴	۱۹	۱	۲۵	۳
۲	۲	۸	۴	۱۴	۳	۲۰	۴	۲۶	۲
۳	۱	۹	۲	۱۵	۳	۲۱	۴	۲۷	۳
۴	۳	۱۰	۳	۱۶	۲	۲۲	۳	۲۸	۲
۵	۳	۱۱	۲	۱۷	۴	۲۳	۳	۲۹	۲
۶	۴	۱۲	۴	۱۸	۳	۲۴	۱	۳۰	۱