



۱) مجموعه جواب نامعادله $\left| \frac{|x-1|}{3} + 1 \right| \leq 2$ کدام است؟

- ① $[-4, 2]$ ② $(-\infty, 4]$ ③ $[-2, 4]$ ④ $[-10, 4]$

۲) اگر $A = \left| \frac{2x-1}{3} - 3 \right|$ باشد، مجموعه همه جواب‌های نامعادله $A \leq 4$ ، کدام است؟

- ① $[-2, 10]$ ② $[0, 11]$ ③ $[-1, 11]$ ④ $[-2, 11]$

۳) در حل معادله $6x^2 + 13x - 5 = 0$ به روش مربع کامل، از چه عددی جذر گرفته می‌شود؟

- ① $\frac{144}{289}$ ② $\frac{289}{144}$ ③ $\frac{144}{169}$ ④ $\frac{169}{144}$

۴) مجموعه جواب نامعادله $1 < \frac{2x-3}{x+1} < 3$ ، به کدام صورت است؟

- ① $\mathbb{R} - [-6, 4]$ ② $\mathbb{R} - [-4, 6]$ ③ $x > 4$ ④ $x < -6$

۵) مجموعه جواب نامعادله $\frac{7x-8}{x^2-x-2} > \frac{x}{x-2}$ ، به صورت بازه، کدام است؟

- ① $(-4, 1) \cup (2, 3)$ ② $(2, 4)$ ③ $(-1, 2) \cup (2, 4)$ ④ $(-1, 2)$

۶) تعداد اعداد طبیعی که فاصله جذر آن‌ها از عدد ۱۶، کم‌تر از یک واحد است، کدام است؟

- ① ۶۳ ② ۶۵ ③ ۶۷ ④ ۸۲

۷) کف اتاقی به ابعاد 4×5 متر، یک قالی به مساحت ۱۲ متر مربع پهن شده است. اگر فاصله لبه‌های قالی تا دیوار

یکسان باشد، این فاصله چقدر است؟

- ① ۱ ② $\frac{1}{2}$ ③ ۲ ④ ۴

۸) عبارت $P = (x^4 - x^3 + x^2 - x)(x^4 + 3)$ در بازه (a, b) منفی است، حداکثر مقدار $(b - a)$ کدام

است؟

- ① $\frac{5}{6}$ ② ۱ ③ ۲ ④ ۳



۹) معادله درجه دوم $mx^2 + (m-1)x + 3 = 0$ دارای یک ریشه مضاعف است. مجموع مقادیر ممکن برای m کدام است؟

۱۶ (۴)

۱۴ (۳)

۱۳ (۲)

۱۲ (۱)

۱۰) به ازای چه محدوده‌ای از m نمودار سهمی $y = mx^2 + 5x + 3$ به ازای هر مقدار x پایین نمودار خط $y = x + 2$ است؟

هیچ مقدار m (۴) $m < 0$ (۳) $0 < m < 4$ (۲) $m > 4$ (۱)

۱۱) اگر تعیین علامت عبارت $A = x^2 + ax + b$ به صورت زیر باشد، حاصل $a \cdot b$ کدام است؟

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
A	$+$	0	$+$

۸ (۲)

-۱۶ (۱)

-۸ (۴)

۱۶ (۳)

۱۲) اگر جدول زیر برای عبارت $P(x) = (ax + 9)(x^2 + x + 1)$ برقرار باشد، آن گاه a کدام است؟

$2-x$	-1
$P(x)$	$-$

۳ (۴)

-۹ (۳)

-۳ (۲)

۹ (۱)

۱۳) اگر هر دو عبارت $A = (2x+1)(x-4)$ و $B = \frac{(b^2-x)(2x+1)}{ax+b}$ جدول تعیین علامت کاملاً

یکسانی داشته باشند، حاصل $a+b$ کدام است؟

-۴ (۴)

۴ (۳)

-۲ (۲)

۲ (۱)

۱۴) به ازای چه مقادیری از a ، سهمی به معادله $y = (a-1)x^2 + (2a-1)x + a$ فقط از ناحیه اول محورهای مختصات عبور نمی‌کند؟

 \emptyset (۴) $(-\infty, 1)$ (۳) $(-\infty, 0]$ (۲) $[0, +\infty)$ (۱)

۱۵) اگر رأس یک سهمی روی نیمساز ناحیه اول باشد و محور x ها را در نقطه‌هایی به طول ۱- و ۳ قطع کند، آنگاه این سهمی محور y ها را در نقطه‌ای با کدام عرض قطع می‌کند؟

-۳ (۴)

۳ (۳)

 $-\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۱)

۱۶) اگر معادله سهمی $y = ax^2 - 8x + c$ بر خط $y = -4$ مماس باشد و محور x ها را در $x = 2$ قطع کند، $a+c$ کدام می‌تواند باشد؟

۱۳ (۴)

۱۲ (۳)

۱۱ (۲)

۱۰ (۱)



۱۷) اگر جدول تعیین علامت عبارت $P(x) = \frac{bx(x-a)^2}{ax^2+bx+c}$ به صورت زیر باشد، آنگاه مجموعه مقادیر ممکن

x	-1	0	2
p(x)	+	+	-

برای b کدام است؟

{4, -4} (۴)

{-4} (۳)

{4} (۲)

{ } (۱)

۱۸) اگر بالاترین نقطه سهمی $y = mx^2 + 2\sqrt{3}x + m + 2$ در ناحیه چهارم دستگاه مختصات باشد، حدود m کدام است؟

$-1 < m < 0$ (۴)

$-3 < m < -1$ (۳)

$-3 < m < 1$ (۲)

$m < -3$ (۱)

۱۹) حاصل $\sqrt[3]{5\sqrt{2}+7} - \sqrt[3]{5\sqrt{2}-7}$ کدام است؟

4 (۴)

3 (۳)

2 (۲)

1 (۱)

۲۰) عبارت $P = \frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{x^2 + x - 2}$ در چند نقطه تغییر علامت می دهد؟

2 (۴)

4 (۳)

1 (۲)

5 (۱)

۲۱) رأس سهمی به معادله $y = -x^2 - 2a^2x + b$ روی خط $y = 2x$ قرار داد. این سهمی از کدام نواحی محورهای مختصات نمی گذرد؟

فقط چهارم (۴)

فقط اول (۳)

سوم و چهارم (۲)

اول و دوم (۱)

۲۲) اگر سهمی $y = ax^2 - bx + c$ محور عرضها را در نقطه ای به عرض $\frac{4}{b}$ قطع کند و با محور طولها فقط در نقطه ای به طول -2 مشترک باشد، a کدام است؟ (سهمی پایین محور x ها قرار دارد.)

$-\frac{1}{4}$ (۴)

-2 (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

$-\frac{1}{2}$ (۱)

۲۳) اگر قدرمطلق تفاضل جوابهای معادله $(x-2)^2 = (k-1)^4$ برابر ۸ باشد، آنگاه حاصل ضرب مقادیر مختلف k کدام است؟

-16 (۴)

-4 (۳)

-3 (۲)

2 (۱)

۲۴) جدول تعیین علامت کدام یک از چندجمله ای های زیر به صورت زیر می باشد؟

x	-2	1
y	-	+

$y = x^3 - 3x^2 + 4$ (۴)

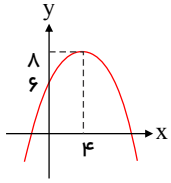
$y = x^3 + 3x^2 - 4$ (۳)

$y = x^2 - x + 2$ (۲)

$y = x^2 + x - 2$ (۱)



۲۵) شکل زیر سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ می باشد، کدام گزینه تعیین علامت y را به درستی نمایش می دهد؟



x	-۲	۱۰
y	-	+

۲

x	-۲	۱۰
y	+	-

۴

x	-۳	۱۱
y	-	+

۱

x	-۴	۱۲
y	-	+

۳

۲۶) اگر مجموعه جواب نامعادله $f(x) = \frac{|2x - 4|(x^2 - 3x + 2)}{(3x^2 - 2x + 2)(1 - x^2)} > 0$ برابر با $(a, b) - \{c\}$ باشد،

مقدار $b - a$ کدام است؟

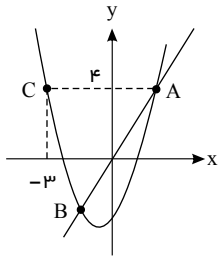
۴) صفر

۳) ۳

۲) -۱

۱) ۱

۲۷) در نمودار زیر خط d نمودار سهمی را در نقاط $A = (x_A, 4)$ و $B = (-1, -2)$ قطع کرده است. مجموع طول و عرض نقاط برخورد سهمی با محورهای مختصات کدام است؟



۲) -۳٫۵

۱) -۱

۴) -۳

۳) -۲٫۵

۲۸) یک جسم از بالای یک ساختمان که ۲۰ متر ارتفاع دارد، به هوا پرتاب می شود. اگر ارتفاع این جسم از سطح زمین در ثانیه t از رابطه $h = -5t^2 + 20t + 20$ محاسبه شود، در چه فاصله زمانی، ارتفاع توپ از سطح زمین در مسیر برگشت به سطح زمین بیشتر از ۳۵ متر خواهد بود؟

۴) (۱, ۲)

۳) (۰, ۳)

۲) (۲, ۳)

۱) (۱, ۳)

۲۹) اگر اشتراک مجموعه جواب دو نامعادله $3x - 1 < 8$ و $-2 < 3x - 1$ را به صورت $|x - \alpha| < \beta$ بنویسیم، $\alpha + \beta$ کدام است؟

۴) ۳

۳) ۲

۲) -۲

۱) -۳

۳۰) اگر مجموعه جواب نامعادله $x^2 + 4 \leq 4x^2 + x^2$ به صورت $[a, b] \cup [c, d]$ باشد، آن گاه $a + b + c + d$ کدام است؟

۴) ۱

۳) صفر

۲) -۱

۱) -۲



پاسخنامه تشریحی

1 2 3 4 1

$$\left| \frac{|x-1|}{3} + 1 \right| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq \frac{|x-1|}{3} + 1 \leq 2$$

$$\Rightarrow -3 \leq \frac{|x-1|}{3} \leq 1 \Rightarrow -9 \leq |x-1| \leq 3 \Rightarrow |x-1| \leq 3$$

$$\Rightarrow -3 \leq x-1 \leq 3 \Rightarrow -2 \leq x \leq 4 \Rightarrow x \in [-2, 4]$$

1 2 3 4 2

$$A \leq 4 \Rightarrow \left| \frac{2x-1}{3} - 3 \right| \leq 4 \Rightarrow \left| \frac{2x-10}{3} \right| \leq 4$$

$$\Rightarrow |2x-10| \leq 12 \Rightarrow -12 \leq 2x-10 \leq 12 \Rightarrow -2 \leq 2x \leq 22 \xrightarrow{\div 2} -1 \leq x \leq 11$$

1 2 3 4 3

$$6x^2 + 13x = 5 \xrightarrow{\div 6} x^2 + \frac{13}{6}x = \frac{5}{6}$$

اکنون مربع نصف ضریب x را به دو طرف تساوی اضافه می‌کنیم، لذا داریم:

$$x^2 + \frac{13}{6}x + \frac{169}{144} = \frac{169}{144} + \frac{5}{6} \Rightarrow \left(x + \frac{13}{12}\right)^2 = \frac{289}{144}$$

پس برای حل این معادله لازم است که از $\frac{289}{144}$ جذر بگیریم.

1 2 3 4 4 روش اول:

هر نامعادله را جداگانه حل کرده و از جواب‌ها اشتراک می‌گیریم.

$$\frac{2x-3}{x+1} > 1 \rightarrow \frac{2x-3}{x+1} - 1 > 0 \rightarrow \frac{x-4}{x+1} > 0$$

$$\rightarrow \begin{array}{c|cccc} x & -\infty & -1 & 4 & +\infty \\ \hline & + & - & + & + \end{array} \rightarrow x < -1 \text{ یا } x > 4 \quad (I)$$

$$\frac{2x-3}{x+1} < 3 \rightarrow \frac{2x-3}{x+1} - 3 < 0 \rightarrow \frac{-x-6}{x+1} < 0$$



$$\rightarrow \begin{array}{c|ccccccc} x & -\infty & & -6 & & -1 & & +\infty \\ \hline & & - & & 0 & & + & & - & & \end{array}$$

$$\rightarrow x < -6 \text{ یا } x > -1 \text{ (II)}$$

از اشتراک (I) و (II) به جواب $x > 4$ یا $x < -6$ می‌رسیم که همان $\mathbb{R} - [-6, 4]$ است.

روش دوم:

به روش عددگذاری حل می‌کنیم.

$$x = 5 \rightarrow 1 < \frac{7}{6} < 3 : \text{درست} \rightarrow \text{گزینه‌های دوم و چهارم حذف می‌شوند}$$

$$x = -7 \rightarrow 1 < \frac{17}{6} < 3 : \text{درست} \rightarrow \text{گزینه سوم حذف می‌شود}$$

روش اول: (1) (2) (3) (4) (5)

$$\frac{7x - 8}{x^2 - x - 2} > \frac{x}{x - 2} \rightarrow \frac{7x - 8}{(x - 2)(x + 1)} - \frac{x}{x - 2} > 0$$

$$\rightarrow \frac{7x - 8 - x^2 - x}{(x - 2)(x + 1)} > 0 \rightarrow \frac{-x^2 + 6x - 8}{(x - 2)(x + 1)} > 0$$

$$\rightarrow \frac{x^2 - 6x + 8}{(x - 2)(x + 1)} < 0 \rightarrow \frac{(x - 4)(x - 2)}{(x - 2)(x + 1)} < 0$$

$$\rightarrow \frac{x - 4}{x + 1} < 0 \xrightarrow[\text{توجه کنید } x=2 \text{ مخرج را صفر می‌کند.}]{\text{تعیین علامت}} \begin{array}{c|ccccccc} x & -\infty & & -1 & & 2 & & 4 & & +\infty \\ \hline & & + & & - & & - & & 0 & & + \end{array}$$

$$\rightarrow -1 < x < 2 \text{ یا } 2 < x < 4 \rightarrow x \in (-1, 2) \cup (2, 4)$$

روش دوم:

به روش عددگذاری حل می‌کنیم.

$$x = 0 \rightarrow \frac{-8}{-2} > 0 : \text{درست} \rightarrow \text{گزینه دوم حذف می‌شود}$$

$$x = 3 \rightarrow \frac{13}{4} > 3 : \text{درست} \rightarrow \text{گزینه‌های اول و چهارم حذف می‌شوند}$$



برای نشان دادن فاصله از قدرمطلق استفاده می‌کنیم.

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۶

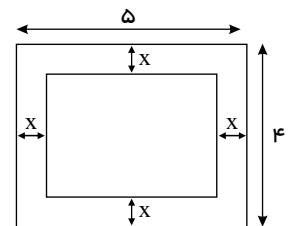
$$|16 - \sqrt{x}| < 1 \Rightarrow -1 < 16 - \sqrt{x} < 1 \Rightarrow -17 < -\sqrt{x} < -15$$

$$\Rightarrow 15 < \sqrt{x} < 17 \Rightarrow 225 < x < 289 \Rightarrow 226 \leq x \leq 288$$

$$\text{تعداد اعضا: } 288 - 226 + 1 = 63$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷

باتوجه به شکل داریم:



$$(5 - 2x)(4 - 2x) = 12 \Rightarrow 4x^2 - 18x + 20 = 12$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 18x + 8 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 9x + 4 = 0$$

$$\Delta = 81 - 4(2)(4) = 81 - 32 = 49 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 7$$

$$x_{1,2} = \frac{9 \pm 7}{2(2)} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{16}{4} = 4 \\ x_2 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

(باتوجه به اینکه ابعاد قالی $(4 - 2x)$ و $(5 - 2x)$ منفی نمی‌شود) غ.ق. 4

۱ ۲ ۳ ۴ ۸

$$(x^4 - x^3 + x^2 - x)(x^4 + 3) < 0 \Rightarrow (x^2(x^2 - x) + (x^2 - x))(x^4 + 3) < 0$$

$$\Rightarrow (x^2 - x)(x^2 + 1)(x^4 + 3) < 0 \Rightarrow x(x - 1)(x^2 + 1)(x^4 + 3) < 0$$

		۰	۱
x	-	○	+
x-1	-	-	○
x ² +1	+	+	+
x ⁴ +3	+	+	+
P	+	○	-

$$\Rightarrow x \in (0, 1) \Rightarrow 1 - 0 = 1$$

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۹

اگر دلتای $(\Delta = b^2 - 4ac)$ معادله درجه دوم $(ax^2 + bx + c = 0)$ صفر باشد، معادله ریشه مضاعف دارد.



$$b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow (m-1)^2 - 4m \times 3 = 0 \Rightarrow m^2 - 2m + 1 - 12m = 0 \Rightarrow m^2 - 14m + 1 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = (-14)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 196 - 4 = 192 \Rightarrow \begin{cases} m_1 = \frac{14 + \sqrt{192}}{2} \\ m_2 = \frac{14 - \sqrt{192}}{2} \end{cases} \Rightarrow m_1 + m_2 = 14$$

برای آن که نمودار سهمی داده شده پایین نمودار خط داده شده باشد باید: (۱) (۲) (۳) (۴)

$$mx^2 + 5x + 3 < x + 2 \Rightarrow mx^2 + 4x + 1 < 0 \quad (*)$$

می دانیم برای اینکه عبارت درجه دوم $ax^2 + bx + c$ همواره مقدار منفی داشته باشد باید $\Delta < 0$ و $a < 0$ باشد.

نامعادله (*) به ازای هر x منفی است؛ داریم:

$$\begin{cases} \Delta = b^2 - 4ac = 16 - 4(m)(1) < 0 \Rightarrow 16 - 4m < 0 \Rightarrow 16 < 4m \Rightarrow 4 < m & (1) \\ m < 0 & (2) \end{cases}$$

$(2) \cap (1) \rightarrow \{\}$

(۱۱) (۱) (۲) (۳) (۴) با توجه به جدول تعیین علامت، عبارت A ، یک عبارت درجه دوم همواره نامنفی است، پس

ریشه مضاعف ۲- دارد.

$$\begin{cases} y = (x+2)^2 = x^2 + 4x + 4 \\ y = x^2 + ax + b \end{cases} \Rightarrow a = 4, b = 4$$

$$\Rightarrow ab = 4 \times 4 = 16$$

(۱۲) (۱) (۲) (۳) (۴) زمانی که $2 - x = -1$ شود مقدار عبارت $P(x)$ صفر می شود:

$$x = 3 : P(3) = 0 \Rightarrow (3a + 9)(13) = 0 \Rightarrow a = -3$$

(۱۳) (۱) (۲) (۳) (۴)

$$A = (2x+1)(x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2x+1=0 \Rightarrow 2x=-1 \Rightarrow x=-\frac{1}{2} \\ x-4=0 \Rightarrow x=4 \end{cases}$$

	$-\frac{1}{2}$	4
A	+	-
	+	+



$$B = \frac{(b^2 - x)(2x + 1)}{(ax + b)} \Rightarrow \begin{cases} b^2 - x = 0 \xrightarrow{x=4} b^2 - 4 = 0 \Rightarrow b = \pm 2 \\ a = 0 \end{cases}$$

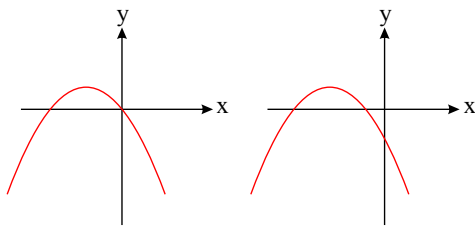
دقت کنید اگر مخرج ریشه داشته باشد، عبارت در آن تعریف نشده خواهد بود، بنابراین لازم است مخرج کسر فاقد

ریشه باشد تا جدول تعیین علامت یکسان با عبارت A داشته باشد.

با توجه به مخرج (b) ؛ علامت b باید منفی باشد تا به ازای $x > 4$ عبارت مثبت باشد.

$$b = -2 \rightarrow a + b = -2$$

۱۴ ۱ ۲ ۳ ۴



نمودار سهمی مورد نظر باید به یکی از دو صورت مقابل باشد:

$$a - 1 < 0 \Rightarrow a < 1 \quad (1)$$

پس اولاً ضریب x^2 باید منفی باشد:

طول محل برخورد نمودار با محور x ها را به دست می آوریم:

$$y = (a - 1)x^2 + (2a - 1)x + a = 0$$

$$\Delta = (2a - 1)^2 - 4(a - 1)a = 1$$

$$x = \frac{-(2a - 1) \pm 1}{2(a - 1)} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{a}{1 - a} \end{cases}$$

$$\frac{a}{1 - a} \leq 0 \Rightarrow a \leq 0 \text{ یا } a > 1 \quad (2)$$

طبق نمودار سهمی باید، $\frac{a}{a - 1}$ نامثبت باشد پس داریم:

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} a \leq 0$$

۱۵ ۱ ۲ ۳ ۴ می دانیم:

در سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ رأس سهمی نقطه $S(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a})$ است.

اگر x_1, x_2 نقاط برخورد سهمی با محور x ها باشد، محور تقارن سهمی برابر است با: $x_S = \frac{x_1 + x_2}{2}$

رأس سهمی و نیمساز ربع اول منطبق است بنابراین داریم: $S(x, x)$



سهمی محور x ها را در نقاط ۳ و ۱ - قطع کرده؛ بنابراین داریم:

$$x_S = \frac{3-1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

رأس سهمی: $S(1, 1) \rightarrow y = a(x-1)^2 + 1$

نقطه $(3, 0)$ در سهمی صدق می‌کند. $0 = a(3-1)^2 + 1 \Rightarrow 0 = 4a + 1 \Rightarrow 4a = -1 \Rightarrow a = -\frac{1}{4}$

$$y = -\frac{1}{4}(x-1)^2 + 1 \xrightarrow{x=0} y = \frac{-1}{4}(-1)^2 + 1 = \frac{-1}{4} + 1 = \frac{3}{4}$$

۱۶ ۴ ۳ ۲ ۱

در سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ ، رأس سهمی نقطه $S(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a})$ است.

می‌دانیم:

باتوجه به اینکه خط $y = -4$ بر سهمی مماس است، پس از رأس سهمی عبور می‌کند.

$$\text{عرض رأس سهمی: } \frac{-\Delta}{4a} = -4 \Rightarrow \Delta = 16a \Rightarrow b^2 - 4ac = 16a \Rightarrow 64 - 4ac = 4a$$

$$\Rightarrow 16 - ac = 4a \Rightarrow 16 = 4a + ac \Rightarrow 16 = a(4 + c) \quad (I)$$

سهمی محور x ها را در $x = 2$ قطع می‌کند؛ بنابراین داریم:

$$(2, 0): 4a - 16 + c = 0 \Rightarrow 4a + c = 16 \Rightarrow c = 16 - 4a \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(I), (II)} 16 = a(4 + 16 - 4a) \Rightarrow 20a - 4a^2 = 16 \Rightarrow 4a^2 - 20a + 16 = 0$$

$$\Rightarrow a^2 - 5a + 4 = 0 \Rightarrow (a-1)(a-4) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ a=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c=16-4a=12 \\ c=16-4a=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+c=13 \\ a+c=4 \end{cases}$$

تابع در اطراف ریشه‌های ساده و مکرر مرتبه فرد، تغییر علامت می‌دهد.

و در اطراف ریشه‌های مضاعف و مکرر مرتبه زوج، تغییر علامت نمی‌دهد.

۱۷ ۴ ۳ ۲ ۱ می‌دانیم:

x	-1	0	2
p(x)	+	+	-
	ت		

از جدول تعیین علامت چنین برداشت می‌شود که ۰ و ۲ ریشه‌های صورت کسر و ۱ - ریشه مضاعف مخرج کسر

$P(x)$ باشد، در نتیجه Δ در مخرج کسر صفر است، پس:

$$\begin{cases} a=2 \\ a-b+c=0 \\ \Delta=b^2-4ac=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c=b-2 \quad (I) \\ b^2-8c=0 \end{cases} \Rightarrow b^2-8b+16=0 \Rightarrow (b-4)^2=0$$



$$\Rightarrow b = 4 \xrightarrow{(I)} c = 2$$

$$\Rightarrow P(x) = \frac{4x(x-2)^2}{2(x+1)^2}$$

در نتیجه به ازای $x > 0$ ، حاصل عبارت مثبت و به ازای $x < 0$ ، حاصل عبارت منفی است، پس علامت $P(x)$ به دست آمده مغایر با علامت‌های مندرج در جدول تعیین علامت است. پس مقداری برای b وجود ندارد.

۱۸) رأس سهمی در ربع چهارم واقع شده است. بنابراین:

$$S: \begin{cases} x_S > 0 \Rightarrow \frac{-b}{2a} = \frac{-2\sqrt{3}}{2m} = \frac{-\sqrt{3}}{m} > 0 \Rightarrow m < 0 \\ y_S < 0 \Rightarrow f\left(\frac{-b}{2a}\right) = f\left(\frac{-\sqrt{3}}{m}\right) = m\left(\frac{-\sqrt{3}}{m}\right)^2 + 2\sqrt{3}\left(\frac{-\sqrt{3}}{m}\right) + (m+2) < 0 \end{cases}$$

سهمی

$$\Rightarrow \frac{3}{m} - \frac{6}{m} + m + 2 = \frac{-3}{m} + m + 2 = \frac{m^2 + 2m - 3}{m} < 0$$

$$\xrightarrow{m < 0} m^2 + 2m - 3 > 0 \Rightarrow (m+3)(m-1) > 0 \Rightarrow \begin{cases} m+3=0 \Rightarrow m=-3 \\ m-1=0 \Rightarrow m=1 \end{cases}$$

$$\frac{m^2+2m-3}{m} \quad \begin{array}{c|cc} & -3 & 1 \\ \hline & + & - \\ \hline \end{array} \Rightarrow m < -3 \text{ یا } m > 1 \xrightarrow{m < 0} m < -3$$

۱۹) ۱ ۲ ۳ ۴

$$\begin{cases} A = \sqrt[3]{5\sqrt{2}+7} \\ B = \sqrt[3]{5\sqrt{2}-7} \end{cases} \Rightarrow A-B=C \xrightarrow{\text{به توان ۳}} (A-B)^3 = C^3$$

$$\Rightarrow A^3 - B^3 - 3AB(A-B) = C^3$$

$$\Rightarrow (5\sqrt{2}+7) - (5\sqrt{2}-7) - 3(5\sqrt{2}+7)(5\sqrt{2}-7)(C) = C^3$$

$$\Rightarrow 14 - 3(1)(C) = C^3 \Rightarrow C^3 + 3C = 14 \quad (*)$$



پیدا کردن مقدار C از معادله (*) به دو روش زیر ممکن است:

$C = 2$: آزمایش گزینه‌ها در معادله

$$C^3 + 3C - 14 = 0 \Rightarrow C^3 + 3C - 8 - 6 = 0$$

$$\Rightarrow C^3 - 8 + 3C - 6 = 0$$

$$\Rightarrow (C - 2)(C^2 + 2C + 4) + 3(C - 2) = 0 \Rightarrow (C - 2)(C^2 + 2C + 4 + 3) = 0$$

$$\Rightarrow (C - 2)(C^2 + 2C + 7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} C = 2 \\ C^2 + 2C + 7 = 0 \end{cases} \xrightarrow{\Delta < 0} \text{ جواب حقیقی ندارد.}$$

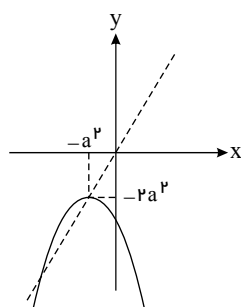
۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰

$$P = \frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{x^2 + x - 2} = \frac{x^2(x + 2) - (x + 2)}{(x + 2)(x - 1)} = \frac{(x + 2)(x^2 - 1)}{(x + 2)(x - 1)} = \frac{(x + 2)(x - 1)(x + 1)}{(x + 2)(x - 1)}$$

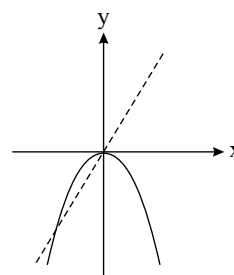
$$\frac{x^2 - 1}{x - 1} x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

	-2	-1	1
P	-	-	+

۲۱ چون ضریب x^2 منفی است، پس سهمی از نواحی سوم و چهارم عبور می‌کند و گزینه‌های «۲» و «۴» رد می‌شوند. می‌دانیم سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ دارای رأس به طول $-\frac{b}{2a}$ است. پس سهمی با معادله $y = -x^2 - 2a^2x + b$ دارای رأس به طول $-a^2$ است. از آن جا که این رأس روی خط $y = 2x$ نیز قرار دارد، پس مختصات آن $(-a^2, -2a^2)$ است. بنابراین نمودار سهمی به یکی از دو صورت زیر خواهد بود:



$$(a \neq 0)$$



$$(a = 0)$$

بنابراین سهمی از ناحیه‌های اول و دوم عبور نمی‌کند.



۲۲ سهمی موردنظر با محور x فقط در نقطه‌ای به طول $x = -2$ مشترک است، یعنی یک ریشه مضاعف دارد و معادله آن به شکل زیر است:

$$y = a(x + 2)^2$$

سهمی، محور عرض‌ها را در $-\frac{4}{b}$ قطع می‌کند.

$$\left. \begin{aligned} x = 0 &\Rightarrow y = 4a = -\frac{4}{b} \Rightarrow b = -\frac{1}{a} \\ y = a(x + 2)^2 &= ax^2 + 4ax + 4a = ax^2 - bx + c \Rightarrow 4a = -b \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow 4a = -\left(-\frac{1}{a}\right) \Rightarrow a^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow a = \pm \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{سهمی پایین محور } x \text{ ها قرار دارد.}} a = -\frac{1}{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳

$$(x - 2)^2 = (k - 1)^2 \Rightarrow x - 2 = \pm(k - 1) \Rightarrow x = \pm(k - 1) + 2$$

$$\text{قدر مطلق تفاضل جواب‌ها} = |((k - 1)^2 + 2) - (-(k - 1)^2 + 2)| = |2(k - 1)^2| = 8$$

$$\Rightarrow (k - 1)^2 = 4 \Rightarrow k - 1 = \pm 2 \Rightarrow \begin{cases} k - 1 = 2 \Rightarrow k = 3 \\ k - 1 = -2 \Rightarrow k = -1 \end{cases}$$

پس حاصل ضرب مقادیر ممکن k برابر با -3 است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۴

تابع در اطراف ریشه‌های ساده و مکرر مرتبه فرد، تغییر علامت می‌دهد.
و در اطراف ریشه‌های مضاعف و مکرر مرتبه زوج، تغییر علامت نمی‌دهد.

می‌دانیم:

بنابراین $x = -2$ ریشه مضاعف و $x = 1$ ریشه ساده است و داریم:

$$y = (x + 2)^2(x - 1) = (x^2 + 4x + 4)(x - 1) = x^3 + 4x^2 + 4x - x^2 - 4x - 4$$

$$\Rightarrow y = x^3 + 3x^2 - 4$$

معادله سهمی به رأس $S(b, h)$ به صورت $y = a(x - b)^2 + h$ است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵ می‌دانیم:

$$S(4, 8) : y = a(x - 4)^2 + 8 \quad (\text{رأس سهمی})$$

$$a = \frac{-1}{8} \Rightarrow 16a = -2 \Rightarrow 16a + 8 = 6 \Rightarrow 6 = a(0 - 4)^2 + 8 \Rightarrow 6 = a(0 - 4)^2 + 8 \Rightarrow 6 = 16a + 8 \Rightarrow 16a = -2 \Rightarrow a = \frac{-1}{8}$$

$$y = \frac{-1}{8}(x - 4)^2 + 8 \xrightarrow{\times 8} y = 0 \Rightarrow -(x - 4)^2 + 64 = 0 \Rightarrow (x - 4)^2 = 64$$



$$\Rightarrow \begin{cases} x - 4 = 8 \Rightarrow x = 12 \\ x - 4 = -8 \Rightarrow x = -4 \end{cases}$$

پس ریشه‌های معادله $y = 0$ برابر با $x = -4$ و $x = 12$ است. باتوجه به نمودار واضح است گزینه «۳» پاسخ است.

ریشه‌های صورت و مخرج را به دست می‌آوریم. (۲۶) ۱ ۲ ۳ ۴

$|2x - 4|$ همواره نامنفی است کسر داده شده را تعیین علامت می‌کنیم (برای تعیین علامت،

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow (x - 1)(x - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$3x^2 - 2x + 2 = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 4 - 4(3)(2) = -20 < 0$$

$\Delta < 0$ و $a > 0$ ، پس عبارت $3x^2 - 2x + 2$ همواره مثبت است.

$$(1 - x^2) = 0 \Rightarrow (1 - x)(1 + x) = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$

جدول تعیین علامت زیر را رسم می‌کنیم:

x	$-\infty$	-1	1	2	$+\infty$
$ 2x - 4 $	+	+	+	+	+
$3x^2 - 2x + 2$	+	+	+	+	+
$(1 - x^2)$	-	○	+	○	-
$x^2 - 3x + 2$	+	+	○	-	○
f(x)	-	+	+	○	-

ثـن ثـن

$\rightarrow (-1, 2) - \{1\}$

$$\Rightarrow (b - a) = 2 - (-1) = 3$$

(۲۷) ۱ ۲ ۳ ۴ با توجه به این که خط از دو نقطه $(0, 0)$ و $B = (-1, -2)$ عبور می‌کند، معادله خط به صورت $y = 2x$ است. طول نقطه A را به دست می‌آوریم:

$$y = 2x \xrightarrow{y_A = 4} x_A = 2$$

اگر معادله سهمی را به صورت $y = ax^2 + bx + c$ در نظر بگیریم، سه نقطه $C = (-3, 4)$ ، $B = (-1, -2)$ و $A = (2, 4)$ در این معادله صدق می‌کند: بنابراین:

$$\begin{cases} a - b + c = -2 \\ 9a - 3b + c = 4 \end{cases} \xrightarrow{\text{تفریق}} \begin{cases} a - b + c = -2 \\ 8a - 2b = 6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \\ c = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9a - 3b + c = 4 \\ 4a + 2b + c = 4 \end{cases} \xrightarrow{\text{تفریق}} \begin{cases} 9a - 3b + c = 4 \\ 5a - 5b = 0 \end{cases}$$

در نتیجه معادله سهمی به صورت $y = x^2 + x - 2$ است. اکنون برای به دست آوردن مختصات محل تلاقی سهمی با محورهای مختصات داریم:



$$y=0 \rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow (x+2)(x-1) = 0 \Rightarrow x = -2, x = 1$$

$$x=0 \rightarrow y = 0 + 0 - 2 \Rightarrow y = -2 \Rightarrow -2 + 1 - 2 = -3$$

ابتدا چون می‌خواهیم فاصله جسم از زمین بیشتر از ۳۵ متر باشد، داریم: (۲۸) ۱ ۲ ۳ ۴

$$h > 35 \Rightarrow -5t^2 + 20t + 20 > 35 \Rightarrow -5t^2 + 20t - 15 > 0 \Rightarrow t^2 - 4t + 3 < 0$$

$$\Rightarrow (t-1)(t-3) < 0$$

t	۱	۳	
h	+	-	+

$$\Rightarrow 1 < t < 3$$

حال می‌بایست دقت کنیم جسم از نقطه رأس سهمی به بعد در حال برگشت به سطح زمین است، پس زمان مربوط به نقطه رأس را می‌یابیم.

$$t_s = \frac{-b}{2a} = \frac{-20}{2 \times (-5)} = \frac{-20}{-10} = 2$$

پس زمانی که فاصله توپ از سطح زمین بیشتر از ۳۵ و توپ در مسیر بازگشت است.

$$2 < t < 3 \Rightarrow t \in (2, 3)$$

(۲۹) ۱ ۲ ۳ ۴

$$3x - 1 < 8 \Rightarrow 3x < 9 \Rightarrow x < 3 \quad (I)$$

$$-2 < 3x - 1 \Rightarrow 3x + 1 > 0 \Rightarrow 3x > -1 \Rightarrow x > \frac{-1}{3} \quad (II)$$

$$(I) \wedge (II): \frac{-1}{3} < x < 3 \xrightarrow[\frac{-1}{3}]{\text{طرفین}} \frac{-5}{3} < x - \frac{4}{3} < \frac{5}{3} \Rightarrow \left| x - \frac{4}{3} \right| < \frac{5}{3}$$

$$\begin{cases} \alpha = \frac{4}{3} \\ \beta = \frac{5}{3} \end{cases} \Rightarrow \alpha + \beta = \frac{4}{3} + \frac{5}{3} = \frac{9}{3} = 3$$

(۳۰) ۱ ۲ ۳ ۴

$$x^6 + 4 \leq 4x^4 + x^2 \Rightarrow x^6 - 4x^4 - x^2 + 4 \leq 0 \Rightarrow x^4(x^2 - 4) - (x^2 - 4) \leq 0$$

$$\Rightarrow (x^2 - 4)(x^4 - 1) \leq 0 \Rightarrow (x-2)(x+2)(x^2-1)(x^2+1) \leq 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-2=0 \Rightarrow x=2 \\ x+2=0 \Rightarrow x=-2 \\ x^2-1=0 \Rightarrow x^2=1 \Rightarrow x=\pm 1 \\ x^2+1=0 \Rightarrow \text{(همواره مثبت است و ریشه ندارد.)} \end{cases}$$



	-۲	-۱	۱	۲	
$x-۲$	-	-	-	-	+
$x+۲$	-	+	+	+	+
$x^۲-۱$	+	+	-	+	+
$x^۲+۱$	+	+	+	+	+
A	+	-	+	-	+

$$\Rightarrow x \in [-۲, -۱] \cup [۱, ۲]$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -۲ \\ b = -۱ \\ c = ۱ \\ d = ۲ \end{cases} \Rightarrow a + b + c + d = ۰$$

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴

۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴

۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴

۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴