

线性代数期中试卷

姓名\_\_\_\_\_学号\_\_\_\_\_专业\_\_\_\_\_考试时间\_2015.4.25

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

一.(10分) 设  $A$  是3阶非零方阵,  $A_{ij}$  是  $a_{ij}$  的代数余子式, 若  $a_{ij} + A_{ij} = 0(i, j = 1, 2, 3)$ , 求  $|A|$ .

二.(10分) 设  $A$  是3阶方阵,  $|A| = 3$ ,  $A^*$  为  $A$  的伴随矩阵, 若交换  $A$  的第一行与第二行得到矩阵  $B$ , 求  $|BA^*|$ .

三.(10分) 设  $D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$ ,  $A_{ij}$  为  $a_{ij}$  的代数余子式,  $1 \leq i, j \leq n$ 。证明: 如果  $D$  的某行的元素全为1, 则  $D = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n A_{ij}$ .

四.(10分) 设矩阵  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ , 求矩阵  $A$  的逆矩阵  $A^{-1}$ .

五.(15分) 设  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & -4 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ ,  $E_3$  为3阶单位矩阵,

(1) 求方程组  $AX = 0$  的一个基础解系;

(2) 求满足  $AB = E_3$  的所有矩阵  $B$ .

六. (15分) 设  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & -4 & -2 \end{pmatrix}$ ,  $\beta_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ ,

(1) 求满足  $A\beta_2 = \beta_1$ ,  $A^2\beta_3 = \beta_1$  的所有向量  $\beta_2, \beta_3$ ;

(2) 对(1)中任意向量  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ , 证明  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$  线性无关。

七.(10分) 设  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 6 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ 。试求矩阵  $A$ , 使得  $AB = B$ 。

八.(20分) 设  $A, D$  是  $n$  阶方阵且  $AD = D$ 。如果  $r(D) = s$ ,

证明: (1)  $r(A) \geq s$ 。

(2)  $r(A - E) \leq n - s$ , 其中  $E$  为  $n$  阶单位矩阵。

(3) 存在  $n$  阶可逆矩阵  $P$  使得  $PAP^{-1} = \begin{pmatrix} E_s & B \\ 0 & C \end{pmatrix}$ , 其中  $E_s$  为  $s$  阶单位矩阵,  $B$  为  $s \times (n - s)$  阶矩阵,  $C$  为  $n - s$  阶矩阵。