线性代数期中试卷

姓名________ 学号____________________专业__________ 考试时间 2012.11.24

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

一. 简答与计算题(本题共4小题,每小题10分,共40分)

1 设x_1，x_2，x_3是方程$x^3+px+q=0$的3个根，求行列式$D=\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ 2x_3 & 2x_1 & 2x_2 \\ 3x_2 & 3x_3 & 3x_1 \end{vmatrix}$的值？

2. 设$a_i \neq 0,\ 1 \leq i \leq n$. 令$A=\begin{pmatrix} 0 & a_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a_{n-1} \\ a_n & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix}$. 证明$A$ 可逆并求A^{-1}.

3. 设A是一个n级矩阵$(n \geq 2)$, 已知$A^2+3A+2E=0$ 并且$r(A+E)=1$, 这里E 为n阶单位矩阵.
(1) 证明：A可对角化；(2)求$|A^3+A^2+E|$.

4. 已知向量组I：$\alpha_1,\cdots,\alpha_m$ 与向量组II： $\beta_1,\cdots,\beta_n$分别线性无关而且满足：向量组I中的每个向量都不能由向量组II线性表示，向量组II中的每个向量也不能由向量组I线性表示，问向量组$\alpha_1,\cdots,\alpha_m,\beta_1,\cdots,\beta_n$线性无关吗？若无关给出证明，若相关，举出例子.

二.(15分) 问a,b 为何值时，线性方程组

$$\begin{cases} ax_1+x_2+x_3 &= 4 \\ x_1+bx_2+x_3 &= 3 \\ x_1+2bx_2+x_3 &= 4 \end{cases}$$

有唯一解、无穷多组解或无解？在有解的情况，求出其解.

三.(15**分**) 设矩阵$A=\begin{pmatrix}-8 & 6 & 1\\ -9 & 7 & 1\\ -36 & 24 & 5\end{pmatrix}$。

(i) 求A的特征多项式和所有特征值.

(ii) 判断A是否可以对角化.

四. (12**分**) 求向量组$\alpha_1=\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$，$\alpha_2=\begin{pmatrix}3\\2\\5\end{pmatrix}$，$\alpha_3=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$，$\alpha_4=\begin{pmatrix}-2\\4\\2\end{pmatrix}$ 的一个极大线性无关组，并将其余向量用此极大线性无关组线性表示。

五.(10**分**)

设$A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0\end{pmatrix}$. (1) 证明：当$n\geq 3$时，$A^n=A^{n-2}+A^2-E$; (2) 求$A^{100}$. 这里$E$是3阶单位矩阵.

六.(8**分**) 设A是n阶方阵且$|A|=-1$, $a_{nn}=1$. A^* 为A的伴随矩阵，令D_{nn}为A^*中元素A_{nn}的代数余子式，其中A_{nn}为A中元素a_{nn}的代数余子式。求D_{nn}的值.