

线性代数期中试卷

姓名_____ 学号_____ 专业_____ 考试时间 2015.4.25

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

一.(10分) 设 A 是3阶非零方阵, A_{ij} 是 a_{ij} 的代数余子式, 若 $a_{ij} + A_{ij} = 0(i, j = 1, 2, 3)$, 求 $|A|$.

二.(10分) 设 A 是3阶方阵, $|A| = 3$, A^* 为 A 的伴随矩阵, 若交换 A 的第一行与第二行得到矩阵 B , 求 $|BA^*|$.

三.(10分) 设 $D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$, A_{ij} 为 a_{ij} 的代数余子式, $1 \leq i, j \leq n$. 证明: 如果 D 的某行的元素全为1, 则 $D = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n A_{ij}$.

四.(10分) 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$, 求矩阵 A 的逆矩阵 A^{-1} .

五.(15分) 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & -4 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$, E_3 为3阶单位矩阵,

- (1) 求方程组 $AX = 0$ 的一个基础解系;
 (2) 求满足 $AB = E_3$ 的所有矩阵 B .

六. (15分) 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & -4 & -2 \end{pmatrix}$, $\beta_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$,

- (1) 求满足 $A\beta_2 = \beta_1$, $A^2\beta_3 = \beta_1$ 的所有向量 β_2, β_3 ;
 (2) 对(1)中任意向量 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$, 证明 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ 线性无关。

七.(10分) 设 $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 6 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ 。试求矩阵 A , 使得 $AB = B$ 。

八.(20分) 设 A, D 是 n 阶方阵且 $AD = D$ 。如果 $r(D) = s$,

证明: (1) $r(A) \geq s$ 。

(2) $r(A - E) \leq n - s$, 其中 E 为 n 阶单位矩阵。

(3) 存在 n 阶可逆矩阵 P 使得 $PAP^{-1} = \begin{pmatrix} E_s & B \\ 0 & C \end{pmatrix}$, 其中 E_s 为 s 阶单位矩阵, B 为 $s \times (n - s)$ 阶矩阵, C 为 $n - s$ 阶矩阵。