程序设计实训

南京大学智能科学与技术学院 史枀绮

课程形式

1-4周，6-9周每周二7-8节

南雍楼

每周二课上布置本周练习题，周六截止

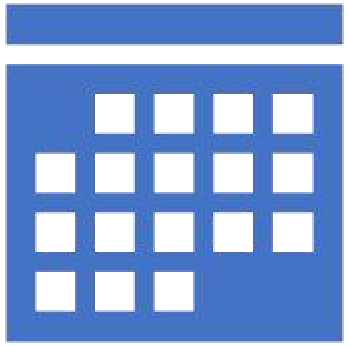
课程形式

1-4周，6-9周每周二7-8节

南雍楼

每周二课上布置本周练习题，周六截止

课程形式



1-4周，6-9周每周二7-8节

由于中秋调休，最后一节课会在第九周进行。第八周、第九周课上进行pre和互评。提交通道于11.3关闭。

南雍楼

每周二课上布置本周练习题，周六截止

联系方式

jayceesjq@gmail.com

南雍楼

大作业

- 五人一组完成，结课提交源代码、实验报告和一份6分钟以内的介绍视频，主要解释实现的重要功能，并附上相关的代码片段，展示完整的编译-运行、试玩流程。

- 完成的题目选题(可作为参考):
  - 扫雷小游戏
  - 贪吃蛇小游戏
  - 2048
  - 自选

- 电脑端程序，使用C++完成，需要运用面向对象的编程方法

- 最后三节课会在课上播放大家的视频，每组附3分钟提问-答疑时间，并在教学平台上互相提交评分，作为大作业得分的20%

准备好了吗

准备好了吗

算法分类复习—动态规划

数字三角形问题

7
3 8
8 1 0
2 7 4 4
4 5 2 6 5

在上面的数字三角形中寻找一条从顶部到底边的路径，使得路径上所经过的数字之和最大。路径上的每一步都只能往左下或右下走。只需要求出这个最大和即可，不必给出具体路径。

三角形的行数大于1 小于等于 100，数字为 0 99

数字三角形问题

输入格式：

5　　//三角形行数
7
3 8
8 1 0
2 7 4 4
4 5 2 6 5

要求输出最大和

递归解题思路

用二维数组存放数字三角形

数字三角形问题

用二维数组存放数字三角形

D(i, j)：第i行第j个数字，i, j从1开始算
MaxSum(i, j): 从D(i, j)到底边的各条路径中，最佳路径的数字和
问题：求MaxSum(1,1)

数字三角形问题

用二维数组存放数字三角形

D(i, j)：第i行第j个数字，i, j从1开始算
MaxSum(i, j): 从D(i, j)到底边的各条路径中，最佳路径的数字和
问题：求MaxSum(1,1)

典型的递归问题
D(i, j)出发，下一步只可以走D(i+1, j)或者D(i+1, j+1)。因此对于N行的三角形：

```
if (i == N)
    MaxSum(i, j) = D(i, j)
else
    MaxSum(i, j) = Max{ MaxSum(i+1, j), MaxSum(i+1, j+1) } + D(i, j)
```

数字三角形问题

递归方法深度遍历每条路径，存在大量重复计算，时间复杂度为$O(2^n)$。

改进：每次计算出一个MaxSum(i,j)都保存下来，时间复杂度是多少?

数字三角形问题

递归方法深度遍历每条路径，存在大量重复计算，时间复杂度为$O(2^n)$。

改进：每次计算出一个MaxSum(i,j)都保存下来，时间复杂度是多少?

存在TE

递归方法深度遍历每条路径，存在大量重复计算，时间复杂度为$O(2^n)$。
改进：每次计算出一个MaxSum(i,j)都保存下来，时间复杂度是多少？ $O(n^2)$

```
int maxsum[MAX][MAX];
int MaxSum(int i, int j){
    if (maxsum[i][j] != -1) return maxsum[i][j];
    if (i == n) maxsum[i][j] = D[i][j];
    else{
        int x = MaxSum(i+1, j);
        int y = MaxSum(i+1, j+1);
        maxsum[i][j] = max(x, y) + D[i][j];
    }
    return maxsum[i][j];
}
```

递归转换成递推

7
3 8
8 1 0
2 7 4 4
4 5 2 6 5

4	5	2	6	5

递归转换成递推

7
3 8
8 1 0
2 7 4 4
4 5 2 6 5

7				
4	5	2	6	5

递归转换成递推

7
3 8
8 1 0
2 7 4 4
4 5 2 6 5

7	12			
4	5	2	6	5

递归转换成递推

7
3 8
8 1 0
2 7 4 4
4 5 2 6 5

7	12	10		
4	5	2	6	5

递归转换成递推

7
3 8
8 1 0
2 7 4 4
4 5 2 6 5

7	12	10	10	
4	5	2	6	5

递归转换成递推

7
3 8
8 1 0
2 7 4 4
4 5 2 6 5

20				
7	12	10	10	
4	5	2	6	5

递归转换成递推

7
3 8
8 1 0
2 7 4 4
4 5 2 6 5

30				
23	21			
20	13	10		
7	12	10	10	
4	5	2	6	5

数字三角形问题

```
for (int i = n-1; i >= 1; i--)
    for (int j = 1; j <= i; j++)
        maxsum[i][j] = max( maxsum[i+1][j], maxsum[i+1][j+1]) + D[i][j];
```

数字三角形问题

```
for (int i = n-1; i >= 1; i--)
    for (int j = 1; j <= i; j++)
        maxsum[i][j] = max( maxsum[i+1][j], maxsum[i+1][j+1]) + D[i][j];
```

注意到每个数字(i,j)在计算完后，最后的调用在被正上方(i-1,j)对应的操作，因此从左往右处理时(i-1, j)的结果完全可以存储在(i, j)的位置

没有必要使用maxSum二维数组，只需要用一维数组存储一行

数字三角形问题

7
3 8
8 1 0
2 7 4 4
4 5 2 6 5

7	5	2	6	5

数字三角形问题

7
3 8
8 1 0
2 7 4 4
4 5 2 6 5

7	12	2	6	5

数字三角形问题

7
3 8
8 1 0
2 7 4 4
4 5 2 6 5

7	12	10	6	5

数字三角形问题

7
3 8
8 1 0
2 7 4 4
4 5 2 6 5

7	12	10	10	5

数字三角形问题

7
3 8
8 1 0
2 7 4 4
4 5 2 6 5

20	12	10	10	5

数字三角形问题

7
3 8
8 1 0
2 7 4 4
4 5 2 6 5

20	13	10	10	5

空间优化方法

7
3 8
8 1 0
2 7 4 4
4 5 2 6 5

20	13	10	10	5

进一步考虑，可以直接舍弃maxsum数组，直接使用D的第n行代替maxsum。

节省空间，时间复杂度不变。

递推型动态规划：空间优化

```
for (int i = 1; i <= n; i++)          (struck)
    maxsum[n][i] = D[n][i];           (struck)        maxsum = D[n];
for (int i = n-1; i >= 1; i--)
    for (int j = 1; j <= i; j++)
        maxsum[j] = max( maxsum[j], maxsum[j+1]) + D[i][j];
        maxsum[i][j] = max( maxsum[i+1][j], maxsum[i+1][j+1]) + D[i][j];   (struck)
```

动归解题

1. 将原问题分解为子问题

2. 定义状态

3. 确定边界值

4. 推导状态转移方程

动归解题

适合使用动态规划解决的问题的特点:

1. 问题具有最优子结构性质。如果问题的最优解所包含的子问题的解也是最优的，我们就称该问题具有最优子结构性质。

2. 无后效性。 当前的若干个状态值一旦确定，则此后过程的演变就只和这若干个状态的值有关，和之前是采取哪种手段或经过哪条路径演变到当前的这若干个状态，没有关系。

拦截导弹

某国为了防御敌国的导弹袭击，发展出一种导弹拦截系统。但是这种导弹拦截系统有一个缺陷：

虽然它的第一发炮弹能够到达任意的高度，但是以后每一发炮弹都不能高于前一发的高度。

某天，雷达捕捉到敌国的导弹来袭。由于该系统还在试用阶段，所以只有一套系统，因此有可能不能拦截所有的导弹。输入导弹依次飞来的高度（雷达给出的高度数据是不大于30000的正整数，导弹数不超过1000），计算这套系统最多能拦截多少导弹?

拦截导弹

输入数据
共两行。
第一行一个N,表示有n个导弹。
第二行，输入导弹依次飞来的高度。
输出
一个整数，表示最多能拦截的导弹数。

输入样例
8
389 207 155 300 299 170 158 65

输出样例
6

解题思路

1. 确定子问题

求序列的前n 个元素的最长下降(不上升)子序列的长度

解题思路

1. 确定子问题

求序列的前n 个元素的最长下降子序列的长度

是子问题，但是没有无后效性

解题思路

1. 确定子问题

求序列的前n 个元素的最长下降子序列的长度

假设F(n) = x, 可能有多个序列满足 F(n) = x 。有的序列的最后一个元素比 a_{n+1} 大，则加上 a_{n+1} 就能形成更长的下降子序列；有的序列最后一个元素不比 a_{n+1} 大……如何达到状态 n，会影响之后的状态转移，因此不符合“无后效性”

解题思路

1. 确定子问题

求以a_k (k=1, 2, 3⋯N)为终点的最长下降子序列的长度

解题思路

1. 确定子问题

求以a_k ($k=1, 2, 3\cdots N$)为终点的最长下降子序列的长度

满足无后效性，状态演变只取决于当前的状态a_k。

解题思路

2. 确定状态

子问题：求以a_k (k=1, 2, 3⋯N)为终点的最长下降子序列的长度

子问题只和数字的位置相关，因此序列中数字的位置k就是“状态”，状态k对应的值就是以a_k作为终点的最长下降子序列的长度。

状态一共有N个。

解题思路

3. 找出状态转移方程

maxlen(k)表示以ak作为终点的最长下降子序列的长度，那么：

初始状态：$\text{maxlen}(1) = 1$
转移方程：$\text{maxlen}(k) = \max\{\ \text{maxlen}(i): 1 <= i < k$ 且 $a_i >= a_k,\ k \neq 1\} + 1$
如果找不到这样的i，则$\text{maxlen}(k) = 1$

maxlen(k)的值就是在ak左边，终点数值不小于ak，并且长度最大的那个下降子序列的长度+1。

最长下降序列

```
for ( int i = 2; i <= N; i++)
    for ( int j = 1; j < i; j++)
        if (a[i] <= a[j])
            maxlen[i] = max( maxlen[i], maxlen[j] + 1);
```

最长下降子序列：解法二

```
for ( int i = 2; i <= N; i++)
    for ( int j = 1; j < i; j++)
        if (a[i] <= a[j])
            maxlen[i] = max( maxlen[i], maxlen[j] + 1);
```

```
for ( int i = 1; i <= N; i++)
    for (int j = i + 1; j <= N; j++)
        if (a[j] <= a[i])
            maxlen[j] = max( maxlen[j], maxlen[i] + 1);
```

计算字符串距离

对于两个不同的字符串，我们有一套操作方法来把他们变得相同，具体方法为：
修改一个字符（如把“a”替换为“b”）
删除一个字符（如把“traveling”变为“travelng”）

比如对于“abcdefg”和“abcdef”两个字符串来说，我们认为可以通过增加/减少一个“g”的方式来达到目的。无论增加还是减少“g”，我们都仅仅需要一次操作。我们把这个操作所需要的次数定义为两个字符串的距离。
给定任意两个字符串，写出一个算法来计算出他们的距离。

计算字符串距离

输入

第一行有一个整数n。表示测试数据的组数，

接下来共n行，每行两个字符串，用空格隔开。表示要计算距离的两个字符串

字符串长度不超过1000。

输出

针对每一组测试数据输出一个整数，值为两个字符串的距离。

样例输入	样例输出
3	
abcdefg abcdef	1
ab ab	0
mnklj jlknm	4

解题思路

假设数组distance[i][j]代表字符串s1[1:i]与s2[1:j]的距离。distance[i][0] = i, distance[0][j] = j(删除i或j次)。存在几种可能:

解题思路

假设数组distance[i][j]代表字符串s1[1:i]与s2[1:j]的距离。distance[i][0] = i, distance[0][j] = j(删除i或j次)。存在几种可能：

1. s1[i] = s2[j]，distance[i][j] = distance[i-1][j-1]

解题思路

假设数组distance[i][j]代表字符串s1[1:i]与s2[1:j]的距离。distance[i][0] = i, distance[0][j] = j(删除i或j次)。存在几种可能:

1. s1[i] = s2[j]，distance[i][j] = distance[i-1][j-1]

2. 删除一个字符，distance[i][j] = min(distance[i-1][j], distance[i][j-1]) + 1

解题思路

假设数组distance[i][j]代表字符串s1[1:i]与s2[1:j]的距离。distance[i][0] = i, distance[0][j] = j(删除i或j次)。存在几种可能:

1. s1[i] = s2[j]，distance[i][j] = distance[i-1][j-1]

2. 删除一个字符，distance[i][j] = min(distance[i-1][j], distance[i][j-1]) + 1

3. 修改一个字符，使得s1[i] = s2[j]，distance[i][j] = distance[i-1][j-1] + 1

解题思路

假设数组distance[i][j]代表字符串s1[1:i]与s2[1:j]的距离。distance[i][0] = i, distance[0][j] = j(删除i或j次)。存在几种可能：

1. s1[i] = s2[j]，distance[i][j] = distance[i-1][j-1]

2. 删除一个字符，distance[i][j] = min(distance[i-1][j], distance[i][j-1]) + 1

3. 修改一个字符，使得s1[i] = s2[j]，distance[i][j] = distance[i-1][j-1] + 1

2和3在程序上需要合并，即distance[i][j] = min (min(distance[i-1][j], distance[i][j-1]), distance[i-1][j-1]) + 1

最佳加法表达式

有一个由1..9 组成的数字串，问如果将 m 个加号插入到这个数字串中 在各种可能形成的表达式中，值最小的那个表达式的值是多少。例如，在1234中摆放1个加号，最好的摆法就是12+34,和为36。

输入

有不超过15组数据，每组数据两行。

第一行是整数m，表示有m个加号要放(0<=m<=50)

第二行是若干个数字。数字总数n不超过50,且 m <= n-1

输出

对每组数据，输出最小加法表达式的值

解题思路

假定数字串长度是n，添完加号后，表达式的最后一个加号添加在第 i 个数字后面，那么整个表达式的最小值，就等于在前 i 个数字中插入 m-1个加号所能形成的最小值，加上第 i+1 到第 n个数字所组成的数的值（i 从 1 开始算）。

解题思路

假定数字串长度是n，添完加号后，表达式的最后一个加号添加在第 i 个数字后面，那么整个表达式的最小值，就等于在前 i 个数字中插入 m-1个加号所能形成的最小值，加上第 i + 1 到第 n个数字所组成的数的值（i 从 1 开始算）。

设V(m,n) 表示在 n 个数字中插入 m 个加号所能形成的表达式最小值，那么

$$
V(m,n) = \begin{cases} n\text{个数字构成的整数}, & m = 0 \\ \infty, & n < m + 1 \\ \mathrm{Min}\{V(m-1,i) + \mathrm{Num}(i+1,n)\}\ (i = m, \ldots, n-1), & \text{else} \end{cases}
$$

Num(i,j)表示从第 i 个数字到第 j 个数字所组成的数。数字编号从 1 开始算。此操作复杂度是 O(j-i+1)，可以预处理后存起来。

滑雪

小明每周四都和朋友一起去滑雪，用滑雪成绩决定谁请客吃当晚的肯德基。为了获得速度，滑的区域必须向下倾斜。但是由于滑雪场设备老旧，每次小明滑到坡底，都不得不再次走上坡或者等待升降机来接人。小明想知道在一个区域中最长的滑坡。区域由一个二维数组给出。数组的每个数字代表点的高度。下面是一个例子：

1 2 3 4 5

16 17 18 19 6

15 24 25 20 7

14 23 22 21 8

13 12 11 10 9

一个人可以从某个点滑向上下左右相邻四个点之一(当且仅当高度减小)。在上面的例子中，一条可滑行的滑坡为24-17-16-1。当然25-24-23-...-3-2-1更长。

滑雪

输入：

输入的第一行表示区域的行数R和列数C(1 <= R,C <= 100)。下面是R行，每行有C个整数，代表高度h，0<=h<=10000。

输出：

输出最长区域的长度。

样例输入：

5 5
1 2 3 4 5
16 17 18 19 6
15 24 25 20 7
14 23 22 21 8
13 12 11 10 9

样例输出：

25

解题思路

$L(i, j)$ 表示从点 i,j 出发的最长滑行长度。一个点 (i, j), 如果周围没有比它低的点，则 $L(i, j) = 1$

解题思路

L(i, j) 表示从点 i,j 出发的最长滑行长度。一个点(i,j), 如果周围没有比它低的点，则L(i, j) = 1

否则：

L(i, j) = (i, j)周围四个点中 比 i,j 低，且L值最大的那个点的L值，再加 1

解题思路

L(i, j) 表示从点 i,j 出发的最长滑行长度。一个点(i, j), 如果周围没有比它低的点，则L(i, j) = 1

否则：

L(i, j) = (i, j)周围四个点中 比 i,j 低，且L值最大的那个点的L值，再加 1

解法1.

将所有点按高度从小到大排序，每个点的 L 值都初始化为 1。

从小到大遍历所有的点。经过一个点(i, j)时，用递推公式求 L(i, j)

解题思路

L(i, j) 表示从点 i,j 出发的最长滑行长度。一个点(i, j), 如果周围没有比它低的点，则L(i, j) = 1

否则：

L(i,j) = (i,j)周围四个点中 比 i,j 低，且L值最大的那个点的L值，再加 1

解法2.

将所有点按高度从小到大排序，每个点的 L 值都初始化为 1。

从小到大遍历所有的点。经过一个点(i, j)时，要更新他周围的，比它高的点的 L 值。例如：

if H(i+1, j) > H(i, j)

L(i+1, j) = max(L(i+1, j), L(i, j)+1)

状态压缩动态规划

海贼王之伟大航路

“我是要成为海贼王的男人！”，路飞一边喊着这样的口号，一边和他的伙伴们一起踏上了伟大航路的艰险历程。

路飞他们伟大航路行程的起点是罗格镇，终点是拉夫德鲁（那里藏匿着“唯一的大秘宝”——ONE PIECE）。而航程中间，则是各式各样的岛屿。

因为伟大航路上的气候十分异常，所以来往任意两个岛屿之间的时间差别很大，从A岛到B岛可能需要1天，而从B岛到A岛则可能需要1年。当然，任意两个岛之间的航行时间虽然差别很大，但都是已知的。

现在假设路飞一行从罗格镇（起点）出发，遍历伟大航路中间所有的岛屿（但是已经经过的岛屿不能再次经过），最后到达拉夫德鲁（终点）。假设他们在岛上不作任何的停留，请问，他们最少需要花费多少时间才能到达终点?

海贼王之伟大航路

海贼王之伟大航路

输入

输入数据包含多行。

第一行包含一个整数N($2 < N \leq 16$)，代表伟大航路上一共有N个岛屿（包含起点的罗格镇和终点的拉夫德鲁）。其中，起点的编号为1，终点的编号为N。

之后的N行每一行包含N个整数，其中，第i($1 \leq i \leq N$)行的第j($1 \leq j \leq N$)个整数代表从第i个岛屿出发到第j个岛屿需要的时间t($0 < t < 10000$)。第i行第i个整数为0。

输出

输出为一个整数，代表路飞一行从起点遍历所有中间岛屿（不重复）之后到达终点所需要的最少的时间。

海贼王之伟大航路

样例输入1：
4
0 10 20 999
5 0 90 30
99 50 0 10
999 1 2 0

样例输出1：
100

样例输入2：
5
0 18 13 98 8
89 0 45 78 43
22 38 0 96 12
68 19 29 0 52
95 83 21 24 0

样例输出2：
137

海贼王之伟大航路

对于样例输入1：路飞选择从起点岛屿1出发，依次经过岛屿3，岛屿2，最后到达终点岛屿4。花费时间为20+50+30=100。

对于样例输入2：可能的路径及总时间为：

1,2,3,4,5: 18+45+96+52=211

1,2,4,3,5: 18+78+29+12=137

1,3,2,4,5: 13+38+78+52=181

1,3,4,2,5: 13+96+19+43=171

1,4,2,3,5: 98+19+45+12=174

1,4,3,2,5: 98+29+38+43=208

所以最短的时间花费为137

单纯的枚举在N=16时需要14!次运算，一定会超时。

问题分析

题意：典型的Tsp问题，从1开始跑完1~n的所有岛屿，最终走到n，不能重复走，求最少时间。

定义当前在岛屿l，并且已经走过了一个岛屿集合s，那么需要求的dp[s][l]相当于：

s中任意一个岛屿i，求dp[s-i][i] + cost[i][l]的最小值

问题分析

题意：典型的Tsp问题，从1开始跑完1~n的所有岛屿，最终走到n，不能重复走，求最少时间。

定义当前在岛屿l，并且已经走过了一个岛屿集合s，那么需要求的dp[s][l]相当于：

s中任意一个岛屿i，求dp[s-i][i] + cost[i][l]的最小值

如何表示状态集合s?

问题分析

有时，状态相当复杂，看上去需要很多空间，比如一个数组才能表示一个状态，那么就需要对状态进行某种编码，进行压缩表示。

本问题中，可以将岛屿表示为二进制数字，共16位，每一位代表某个岛屿是否去过。因此，状态转移方程可以写成：

问题分析

有时，状态相当复杂，看上去需要很多空间，比如一个数组才能表示一个状态，那么就需要对状态进行某种编码，进行压缩表示。

本问题中，可以将岛屿表示为二进制数字，共16位，每一位代表某个岛屿是否去过。因此，状态转移方程可以写成：

dp[s][l] = min(dp[s & ~(1 << i)][i] + dis[i][l], dp[s][l])

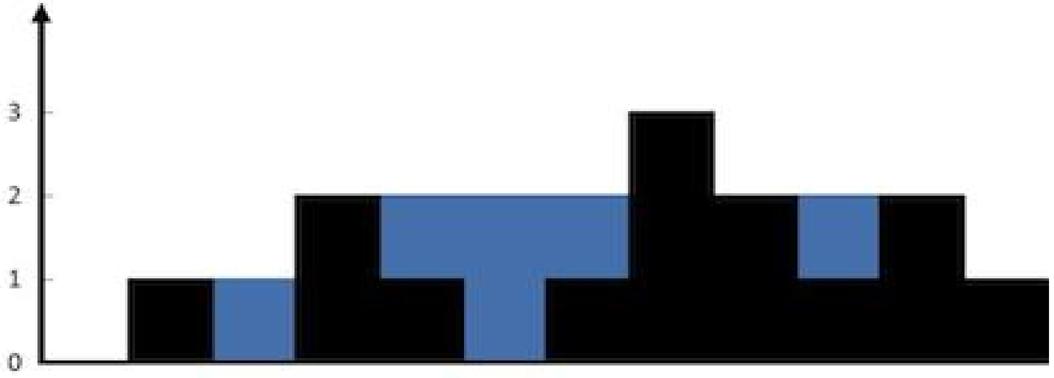
附加练习题

附加练习题

接雨水

给定 n 个非负整数表示每个宽度为 1 的柱子的高度图，计算按此排列的柱子，下雨之后能接多少雨水。

示例:



height = [0, 1, 0, 2, 1, 0, 1, 3, 2, 1, 2, 1]

由数组表示的高度图，在这种情况下，可以接 6 个单位的雨水（蓝色部分表示雨水）。

接雨水

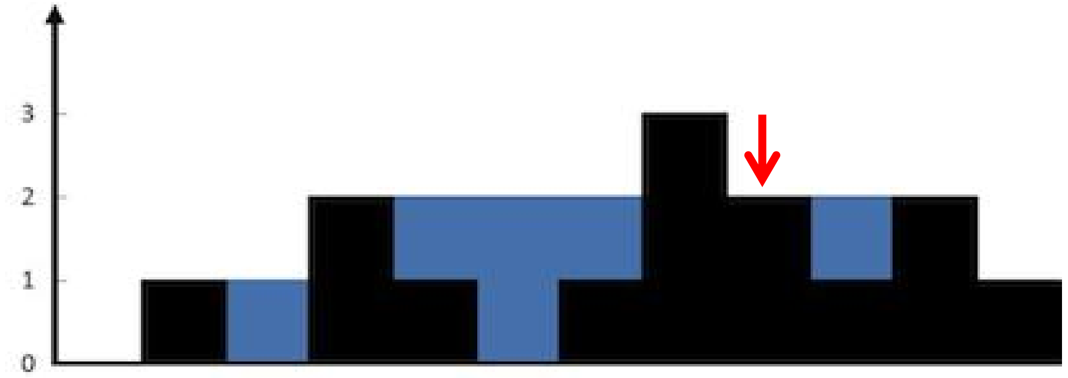
输入
第一行包含一个整数n。1 <= n <= 2 * 10^4
第二行包含n个整数，相邻整数间以空格隔开。0 <= ratings[i] <= 2 * 10^5
输出
一个整数

样例输入
sample1 input:
12
0 1 0 2 1 0 1 3 2 1 2 1

样例输出
6

问题分析

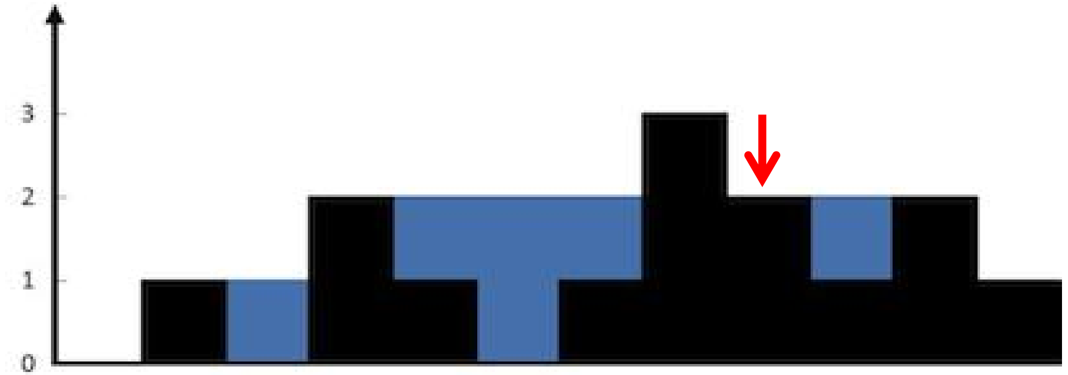
本题的难点在于判断格子是否可以接住雨水，以及如何对雨水量进行更新。
一个直观的想法是对于所有柱子，都向左、向右寻找最高的柱子。考虑红色箭头所指位置，向左存在比它更高的柱子，可以接住雨水；但向右找不到更高的柱子，接不住雨水。



问题分析

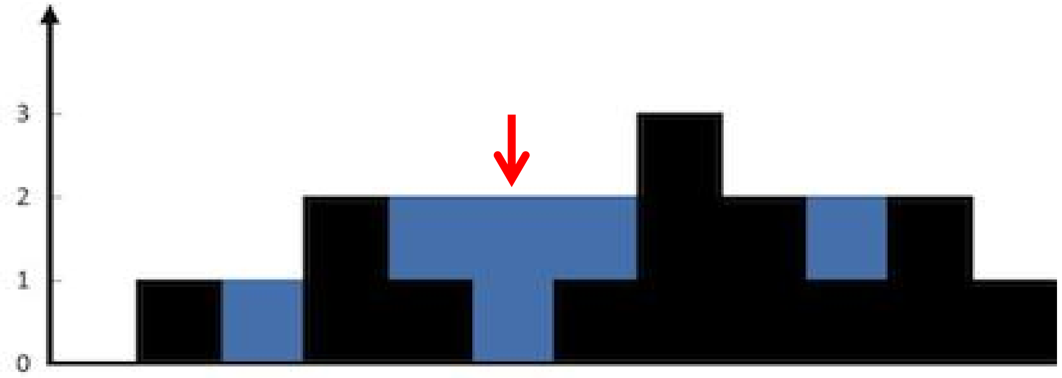
本题的难点在于判断格子是否可以接住雨水，以及如何对雨水量进行更新。

一个直观的想法是对于所有柱子，都向左、向右寻找~~最高~~的柱子。考虑红色箭头所指位置，向左存在比它更高的柱子，可以接住雨水；但向右找不到更高的柱子，接不住雨水。



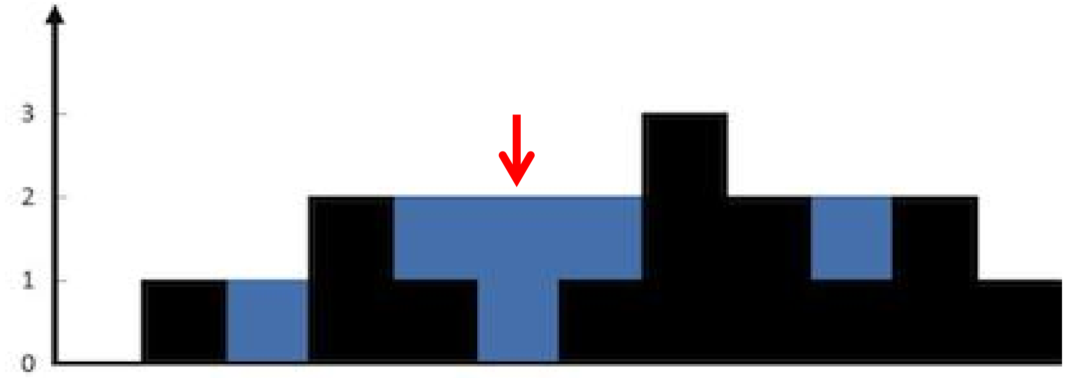
问题分析

最高不行。考虑红色箭头所指的位置，寻找最高柱子并不能用于计算雨水量，只能保证可以接住雨水。事实上，决定这个位置雨水量的是左右最高柱子的较低一个(木桶原理)。



问题分析

最高不行。考虑红色箭头所指的位置，寻找最高柱子并不能用于计算雨水量，只能保证可以接住雨水。事实上，决定这个位置雨水量的是左右最高柱子的较低一个(木桶原理)。

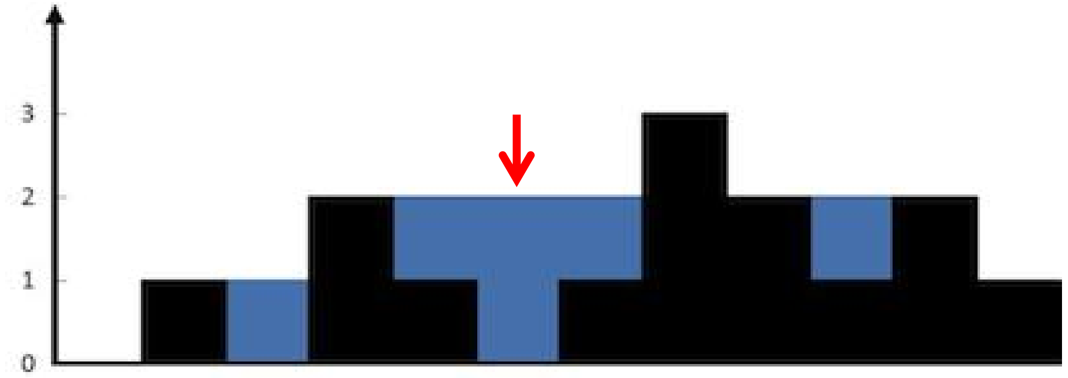


暴力枚举：对于每一个位置都向左、向右求最高的柱子中最低的一个，作为这一列的雨水量。可能TE。

问题分析

暴力枚举：对于每一个位置都向左、向右求最高的柱子中最低的一个，作为这一列的雨水量。可能TE。尝试优化暴力向左、向右求最高柱子的步骤。

子问题：对于每个位置i，左边的最高柱子和右边的最高柱子分别是什么？



问题分析

在第i个位置，记i左边的最高柱子为leftMax[i]，右边的最高柱子为rightMax[i]，那么从左、右两边分别更新:

leftMax[i] = max(leftMax[i-1], height[i-1]),
rightMax[i] = max(rightMax[i+1], height[i+1])

问题分析

在第i个位置，记i左边的最高柱子为leftMax[i]，右边的最高柱子为rightMax[i]，那么从左、右两边分别更新：

leftMax[i] = max(leftMax[i-1], height[i-1]),
rightMax[i] = max(rightMax[i+1], height[i+1])

注意rightMax需要从右往左更新，因为rightMax[i-1]可能对应i位置本身，不能直接用于更新。

问题分析

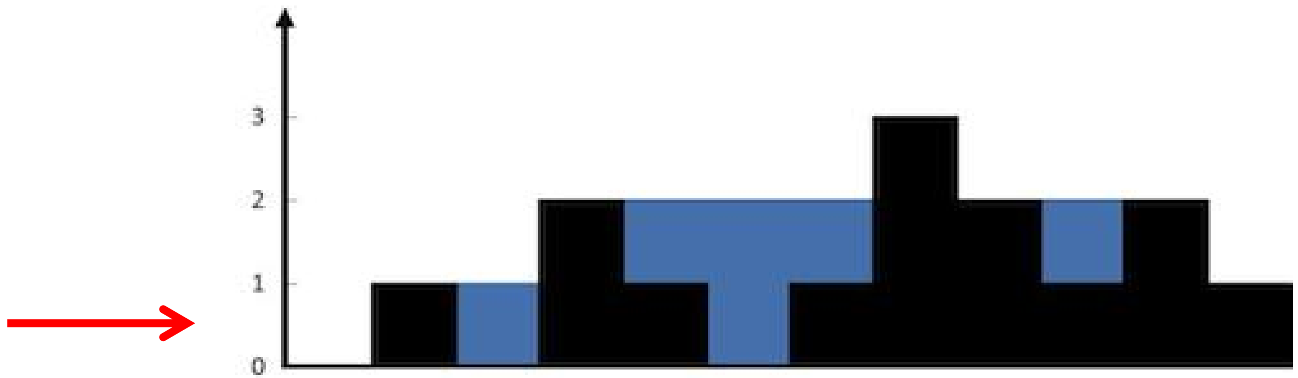
```
int leftMax[MAXN];
int rightMax[MAXN];
for (int i = 1; i < len - 1; i++)
    leftMax[i] = max(leftMax[i - 1], height[i - 1]);

for (int i = len - 2; i >= 0; i--)
    rightMax[i] = Math.max(rightMax[i + 1], height[i + 1]);

for (int i = 1; i < len - 1; i++) {
    int minHeight = min(leftMax[i], rightMax[i]);
    result += minHeight > height[i] ? minHeight - height[i] : 0;
}
```

接雨水:另一个解法

是否可以从行的角度解决接雨水的问题?



关注最后一行，在第三格碰到一个凹槽，雨水+1；第6格也碰到一个凹槽，雨水+1。

求第i层的水，遍历每个位置，如果当前的高度小于i，并且两边有高度大于等于i的，说明这个地方一定有水，水就可以增加 。

接雨水:另一个解法

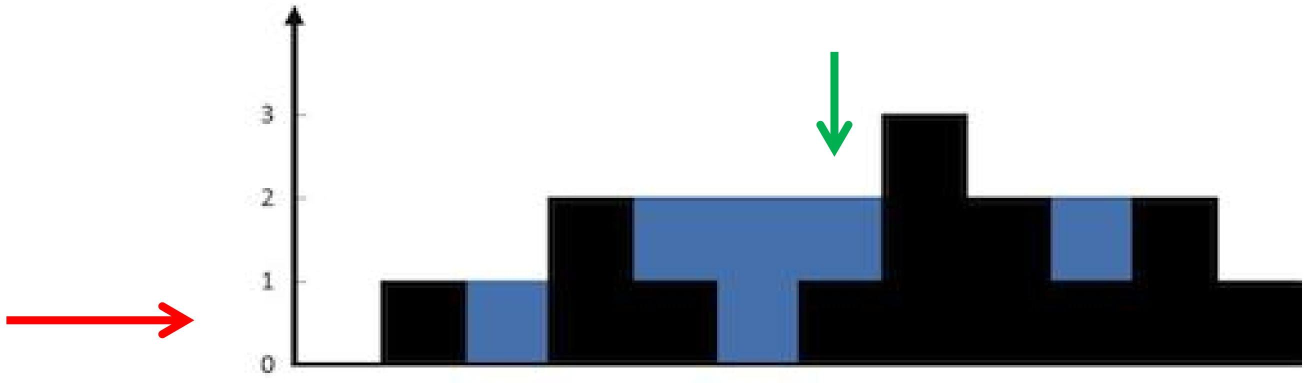
暴力解法:

如果求高度为i 的水，首先用临时一个变量water保存当前累积的水，初始化为0。从左到右遍历墙的高度，遇到h >= i的时候，开始更新。

已经开始更新后，第一次遇到h < i，就把water + 1，再次遇到h >= i时，说明这个地方一定有水，就把water加到最终的答案里，并把water重新设置为0，停止更新，继续循环。

接雨水:另一个解法

进一步分析，当位置i出现一个高柱子后，i左边的矮柱子就不会影响到[i, i+k]区域的雨水量，因此可以直接被忽略。但是i无法遮挡i左边的高柱子。



如图，当第七列(绿箭头)出现一个比较高的柱子，第六列平地被遮挡了，无法遮挡第四列更高的柱子。但是[5,7]之间的雨水已经固定，后续不变。

当位置i出现一个矮柱子，i左边的高柱子都可能与后续某个[i, i+k]形成接雨水。

接雨水:另一个解法

考虑:

1. 每次出现高柱子i，找到左边与它形成凹陷的两根柱子j < k，只计算(i - j) * (height[i] - height[k])的雨水。

2.找一个数据结构，只保存递减(不增)的柱子。

接雨水:另一个解法

单调栈/单调队列：栈内元素按照某个策略排序

单调栈存储下标，满足从栈底到栈顶的下标对应的柱子高度递减，即栈顶是当前位置左边最矮的柱子。

从左到右遍历数组，遍历到下标i时，如果栈内至少有两个元素，记栈顶元素为top，栈顶第二个元素为next，则一定有height[next] > height[top]。

如果height[i] > height[top]，则得到一个可以接雨水的区域，范围在柱子next与柱子i之间。该区域的宽度是i - next - 1，高度是min(height[i], height[next]) - height[top]，根据宽度和高度即可计算得到该区域能接的雨水量。

接雨水:另一个解法

```
Deque<Water> stack = new LinkedList<Water>();
    for (int i = 0; i < len; i++) {
        while (!stack.isEmpty() && height[i] > height[stack.peek()]) {
            int top = stack.pop();
            if (stack.isEmpty()) break;
            int next = stack.peek();
            int currWidth = i - next - 1;
            int currHeight = min(height[left], height[i]) - height[top];
            ans += currWidth * currHeight;
        }
        stack.push(i);
    }
```

手动实现优先队列的方法

如果一个队列满足以下条件:

1.开始为空
2.每在队尾加入一个元素 a 之前，都从现有队尾往前删除元素，一直删到碰到小于 a 的元素为止，然后再加入 a

那么队列就是递增的，队头的元素一定是队列中最小的