

南京大学数学课程试卷 (商学院 12 级)

2013/2014 学年 第二 学期 考试形式 闭卷 课程名称 概率统计 (A 卷)

考试时间 2014.1.2 系别 _____ 学号 _____ 姓名 _____

题号	一 36	二 10	三 10	四 12	五 10	六 12	七 10	合计
得分								

$$\Phi(1.0)=0.8413, \quad \Phi(1.28)=0.90, \quad \Phi(1.64)=0.95, \quad \Phi(1.96)=0.975, \quad \Phi(2)=0.977$$

$$\Phi(2.33)=0.99, \quad t_{0.025}(48)=2.0, \quad t_{0.025}(49)=1.98, \quad t_{0.05}(48)=1.66, \quad t_{0.05}(49)=1.64$$

一. (6 分 \times 6=36 分)

1. 将 7 本中文书和 3 本外文书随机地排列在书架上, 求 3 本外文书相邻排列在一起的概率.

2. 有三个箱子, 第一个箱子中有 3 个黑球 1 个白球, 第二个箱子中有 2 个黑球 3 个白球, 第三个箱子中有 3 个黑球 2 个白球, 现随机地取一个箱子, 再从这个箱子中取出一个球, 试求这球为白球的概率.

3. 设 X_1, X_2, \dots, X_{10} 和 Y_1, Y_2, \dots, Y_{15} 相互独立且都是总体 $\xi \sim N(20, 3)$ 的样本, 求 $P(|\bar{X} - \bar{Y}| > \sqrt{2})$.

4. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是取自正态总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 的样本 ($n > 2$), \bar{X} 是样本均值, $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ 是样本方差, 求统计量 $Y = \frac{n(\bar{X} - \mu)^2}{S^2}$ 的分布 (如有自由度, 须给出).

5. 设总体 X 的方差 $D(X)=1$, 根据来自 X 的容量为 100 的样本, 测得样本均值 $\bar{x}=5$, 求 X 的数学期望 $\mu=EX$ 的置信度为 95% 的置信区间.

6 设总体 X 的概率密度为 $p(x)=\begin{cases} 2e^{-2(x-\theta)}, & x>\theta \\ 0, & x\leq\theta \end{cases}$, 其中 $\theta>0$ 为未知参数, 又设 X_1, X_2, \dots, X_n 是 X 的一组样本, 求参数 θ 的极大似然估计量.

二. (10 分) 设两个随机变量 X, Y 相互独立, 且都服从正态分布 $N(0, \frac{1}{2})$, 求方差 $D|X-Y|$.

三. (10 分) 设随机变量 ξ 与 η 相互独立, 且 $\xi \sim E(3)$, $\eta \sim E(4)$, 求 $Z=3\xi+4\eta$ 的概率密度.

四. (12 分) 一生产线生产的产品成箱包装，每箱的重量 X 是随机的，假设 $EX=50 \text{ kg}$, 标准差 $\sqrt{DX}=5 \text{ kg}$, 若用最大载重量为 5 吨的汽车承运，试求：(1) 若每辆车装 99 箱，汽车不超载的概率；(2) 每辆车最多可装多少箱，才能保证不超载的概率大于 0.977?

五. (10 分) 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 从中抽取容量为 $2n$ 的样本 X_1, X_2, \dots, X_{2n} , 其样本均值为 $\bar{X} = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} X_i$, 求统计量 $Y = \sum_{i=1}^n (X_i + X_{n+i} - 2\bar{X})^2$ 的数学期望.

六. (12 分) 设总体 $X \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ \theta^2, & 2\theta(1-\theta), & \theta^2, & 1-2\theta \end{pmatrix}$, 其中 $0 < \theta < \frac{1}{2}$ 是未知参数, 现有总体 X 的容量为 8 的样本值如下: 3, 1, 3, 0, 3, 1, 2, 3, 试求: (1) θ 的矩估计量和矩估计值; (2) θ 的极大似然估计值; (3) θ 的矩估计量是否为 θ 的无偏估计和一致估计? (须说明理由).

七. (10 分) 某市居民的月伙食费 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 已知 $EX=235.5$, 现随机抽取 49 个居民, 他们本月的伙食费平均值为 $\bar{x}=236.5$ 元, 样本标准差 $s=\sqrt{\frac{1}{48} \sum_{i=1}^{49} (x_i - \bar{x})^2}=3.5$ 元, (1) 试问是否可以认为本月居民平均伙食费有显著上升? ($\alpha=0.05$) (2) 求 $\mu=EX$ 的置信度为 95% 的置信区间.