

# 南京大学数学课程试卷 （商学院 12 级）

2013/2014 学年 第 一 学期 考试形式 闭卷 课程名称 概率统计 (A 卷)

考试时间 2014.1.2 系别 \_\_\_\_\_ 学号 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_

题号	一 36	二 10	三 10	四 12	五 10	六 12	七 10	合计
得分								

$\Phi(1.0)=0.8413$ ,  $\Phi(1.28)=0.90$ ,  $\Phi(1.64)=0.95$ ,  $\Phi(1.96)=0.975$ ,  $\Phi(2)=0.977$

$\Phi(2.33)=0.99$ ,  $t_{0.025}(48)=2.0$ ,  $t_{0.025}(49)=1.98$ ,  $t_{0.05}(48)=1.66$ ,  $t_{0.05}(49)=1.64$

一. (6 分×6=36 分)

1. 将 7 本中文书和 3 本外文书随机地排列在书架上, 求 3 本外文书相邻排列在一起的概率.

2. 有三个箱子, 第一个箱子中有 3 个黑球 1 个白球, 第二个箱子中有 2 个黑球 3 个白球, 第三个箱子中有 3 个黑球 2 个白球, 现随机地取一个箱子, 再从这个箱子中取出一个球, 试求这球为白球的概率.

3. 设  $X_1, X_2, \dots, X_{10}$  和  $Y_1, Y_2, \dots, Y_{15}$  相互独立且都是总体  $\xi \sim N(20, 3)$  的样本, 求  $P(|\bar{X} - \bar{Y}| > \sqrt{2})$ .

4. 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是取自正态总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$  的样本 ( $n > 2$ ),  $\bar{X}$  是样本均值,  $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$  是样本方差, 求统计量  $Y = \frac{n(\bar{X} - \mu)^2}{S^2}$  的分布 (如有自由度, 须给出).

5. 设总体  $X$  的方差  $DX=1$ , 根据来自  $X$  的容量为 100 的样本, 测得样本均值  $\bar{x}=5$ , 求  $X$  的数学期望  $\mu=EX$  的置信度为 95% 的置信区间.

6 设总体  $X$  的概率密度为  $p(x)=\begin{cases} 2e^{-2(x-\theta)}, & x>\theta \\ 0, & x\leq\theta \end{cases}$ , 其中  $\theta>0$  为未知参数, 又设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是  $X$  的一组样本, 求参数  $\theta$  的极大似然估计量.

二. (10 分) 设两个随机变量  $X, Y$  相互独立, 且都服从正态分布  $N(0, \frac{1}{2})$ , 求方差  $D|X-Y|$ .

三. (10 分) 设随机变量  $\xi$  与  $\eta$  相互独立, 且  $\xi \sim E(3)$ ,  $\eta \sim E(4)$ , 求  $Z=3\xi+4\eta$  的概率密度.

四. (12 分)一生产线生产的产品成箱包装, 每箱的重量  $X$  是随机的, 假设  $EX=50$  kg, 标准差  $\sqrt{DX}=5$  kg, 若用最大载重量为 5 吨的汽车承运, 试求: (1) 若每辆车装 99 箱, 汽车不超载的概率; (2) 每辆车最多可装多少箱, 才能保证不超载的概率大于 0.977?

五. (10 分)设总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 从中抽取容量为  $2n$  的样本  $X_1, X_2, \dots, X_{2n}$ , 其样本均值为  $\bar{X} = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} X_i$ , 求统计量  $Y = \sum_{i=1}^n (X_i + X_{n+i} - 2\bar{X})^2$  的数学期望.

六. (12 分) 设总体  $X \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ \theta^2 & 2\theta(1-\theta) & \theta^2 & 1-2\theta \end{pmatrix}$ , 其中  $0 < \theta < \frac{1}{2}$  是未知参数, 现有总体  $X$  的容量为 8 的样本值如下: 3, 1, 3, 0, 3, 1, 2, 3, 试求: (1)  $\theta$  的矩估计量和矩估计值; (2)  $\theta$  的极大似然估计值; (3)  $\theta$  的矩估计量是否为  $\theta$  的无偏估计和一致估计? (须说明理由).

七. (10 分) 某市居民的月伙食费  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 已知  $EX=235.5$ , 现随机抽取 49 个居民, 他们本月的伙食费平均值为  $\bar{x}=236.5$  元, 样本标准差  $s=\sqrt{\frac{1}{48} \sum_{i=1}^{49} (x_i - \bar{x})^2} = 3.5$  元, (1) 试问是否可以认为本月居民平均伙食费有显著上升? ( $\alpha=0.05$ ) (2) 求  $\mu=EX$  的置信度为 95% 的置信区间.