线性代数期中试卷

姓名________ 学号____________________专业__________ 考试时间 2014.04.26

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

一.简答与计算题(本题共5小题,每小题8分,共40分)

1.已知$\vec{\alpha}_1,\vec{\alpha}_2,\vec{\alpha}_3,\vec{\alpha}_4$均为4维列向量且定义矩阵$A=(\vec{\alpha}_1,\vec{\alpha}_2,\vec{\alpha}_3,\vec{\alpha}_4)$和$B=(\vec{\alpha}_3,2\vec{\alpha}_2,3\vec{\alpha}_1,4\vec{\alpha}_4)$。已知行列式$|A|=1$，求行列式$|A-B|$。

2. 已知矩阵$A=\begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$，求$A^n$。

3. 设4阶行列式D中第1行元素为1，2，0，-4，第2行元素的余子式为6，x，19，2，求x。

4. 若方阵的所有元素均为非负实数，且各列元素之和均为1，则该方阵称为随机矩阵。例如：$\begin{pmatrix} 0.1 & 0.2 \\ 0.9 & 0.8 \end{pmatrix}$即为2阶随机矩阵。现设$A$和$B$为$n$阶随机矩阵. 证明：$AB$也是随机矩阵。

5. 设A和B都是5阶方阵，且满足对所有非零向量X有$AX\neq BX$，求矩阵$A-B$的秩。

二.(10分) 设线性方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1+a_{12}x_2+\cdots+a_{1n}x_n=b_1, \\ \qquad\qquad\vdots \\ a_{n1}x_1+a_{n2}x_2+\cdots+a_{nn}x_n=b_n. \end{cases}$$

有唯一解，请讨论下列方程组的解的情况。

$$\begin{cases} a_{11}x_1+a_{21}x_2+\cdots+a_{n-1,1}x_{n-1}=a_{n1}, \\ \qquad\qquad\vdots \\ a_{1n}x_1+a_{2n}x_2+\cdots+a_{n-1,n}x_{n-1}=a_{nn}, \\ b_1x_1+b_2x_2+\cdots b_{n-1}x_{n-1}=b_n. \end{cases}$$

三.(12分) 求下列行列式的值：

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2+xy & 3+xyz \\ 1 & x+1 & x+y+xy & x+y+z+xyz \\ 1 & x^2+1 & x^2+y^2+xy & x^2+y^2+z^2+xyz \\ 1 & x^3+1 & x^3+y^3+xy & x^3+y^3+z^3+xyz \end{vmatrix}$$

四. (12分) 设$\alpha_1=(1,2,1)^T$, $\alpha_2=(2,3,1)^T$, $\alpha_3=(1,1,0)^T$, $\alpha_4=(4,5,1)^T$. 求向量组α_1, α_2, α_3, α_4的一个极大无关组，并将其余向量用此极大无关组线性表示.

五.(12分) 设A是一个$m\times n$的实矩阵, 且齐次线性方程组$AX=\theta$只有零解，证明A^TA是可逆的。

六.(14分) 已知齐次线性方程组

$$(1)\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3=0, \\ 2x_1+3x_2+5x_3=0, \\ x_1+x_2+ax_3=0 \end{cases}$$

和

$$(2)\begin{cases} x_1+bx_2+cx_3=0, \\ 2x_1+b^2x_2+(c+1)x_3=0 \end{cases}$$

同解，求a，b，c的值。