南京大学数学课程试卷

2010/2011 学年 第 一 学期 考试形式 闭卷 课程名称 概率统计 (A 卷)

考试时间 2011.01.06 系别 商学院（09 级） 学号 ____________ 姓名______________

题号	一 36	二 10	三 10	四 12	五 10	六 10	七 12	合计
得分								

$\Phi(1.28) = 0.90$ $\Phi(1.58) = 0.943$ $\Phi(1.645) = 0.95$ $\Phi(1.96) = 0.975$ $\Phi(2.33) = 0.99$ $\Phi(2.58)=0.995$

$\chi^2_{0.1}(9)=14.68$ $\chi^2_{0.1}(10)=16$ $\chi^2_{0.05}(9)=16.91$ $\chi^2_{0.05}(10)=18.3$

一.（6 分×6=36 分）

1．袋中有 n 个球，记有号码 1，2，⋯ ，n, 求下列事件的概率:（a）任意取出 2 球，号码为 1，2 ； （b）任意取出 3 球，没有号码 1 ；（c）任意取出 5 球，号码 1，2，3 中至少出现一个.

2．设随机变量 X～E(2), Y～B(20，0.2),且 X 和 Y 相互独立，求 E(XY).

3．设$\{\xi_n\}$为独立随机变序列，且 $\xi_k \sim \begin{pmatrix} \sqrt{\ln k} & -\sqrt{\ln k} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$， k=1,2, ⋯ . 求证：$\forall \varepsilon > 0$，有

$\lim\limits_{n\to\infty} P(\frac{1}{n}\left|\sum_{k=1}^{n}\xi_k\right| \geq \varepsilon)=0$, 即 $\{\xi_n\}$服从大数定律.

4．设 $X_1, X_2, \cdots, X_{10}$ 为总体 ξ～N(0， 0.09) 的样本，计算 $P\left(\sum_{i=1}^{10} X_i^2 > 1.44\right)$.

5．已知 X ～t (n)， 求 X^2 的分布.

6．设总体 X 是连续型随机变量，其密度函数为 p (x； θ) ， θ 为未知数，已知 $EX^2=\theta$，$EX^4=2\theta^2$，设（$X_1, X_2, \ldots, X_n$）是来自总体 X 的随机样本， $\hat{\theta}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^2$ 是 θ 的一个估计量，问 $\hat{\theta}$ 是否为 θ 的无偏估计量？ $\hat{\theta}$ 是否为 θ 的一致估计量？（均需说明理由）.

二．(10 分)设随机变量 X～N（0，1），求 Y=2(1－$|X|$) 的概率密度函数.

三．(10 分)设随机变量 X 与 Y 相互独立,其密度函数分别为 $p_X(x)=\begin{cases}1, & 0\le x\le 1\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$，

$p_Y(y)=\begin{cases}e^{-y}, & y>0\\ 0, & y\le 0\end{cases}$，求随机变量 Z=X+Y 的密度函数.

四．(12 分)甲，乙两影院在竞争 1000 名观众，假定每个观众任选一个影院且观众间的选择彼此独立.（1）如果每个影院的座位数都是 525 个，求观众因为缺少座位而离去的概率；（2）问每个影院至少应设多少座位，才能保证因缺少座位而使观众离去的概率小于 1%？

五．(10 分)设 $X_1,X_2,\cdots,X_9$ 是来自正态总体 X～N（μ，σ^2）的简单随机样本，$Y_1=\frac{1}{6}$（$X_1+X_2+\cdots+X_6$），$Y_2=\frac{1}{3}$（$X_7+X_8+X_9$），$S^2=\frac{1}{2}\sum_{i=7}^{9}(X_i-Y_2)^2$，$Z=\frac{\sqrt{2}(Y_1-Y_2)}{S}$，求统计量 Z 的分布.

六．(10 分)设总体ξ的概率分布为 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ \theta & \theta & 1-2\theta \end{pmatrix}$， θ>0 未知，今有其容量为 16 的样本值，其中 1 出现 7 次，2 出现 6 次，3 出现 3 次，试求θ的矩估计值和最大似然估计值.

七．(12 分)设某疾病的患者年龄ξ～N(55, 100)．现某机构抽查了患该病的 400 名患者，发现平均年龄为 53 岁，（1）在显著水平α=0.05 下，检验该种疾病患者平均年龄是否已发生变化？（2）求μ=Eξ的置信度为 95%的置信区间.（设方差都是σ^2=100）。