线性代数期中试卷

姓名________ 学号____________________专业__________ 考试时间 2013.11.16

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

一. 简答题(本题共4小题,每小题10分,共40分)

1. 将矩阵$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$用行初等变换化为行简化阶梯形矩阵。

2. 设A, B分别为$m\times n$和$n\times m$矩阵，E_n为n阶单位阵, 若$m>n$, 判断矩阵$\begin{pmatrix} A & 0 \\ E & B \end{pmatrix}$是否可逆，并说明理由。

3. 设$n\ge 2$, A 是n阶实方阵。如果$AX=\theta$ 的基础解系为向量$\alpha=(1,1,\cdots,1)'$, 求 $A^*X=\theta$ 的基础解系.

4. 设$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$及$\beta=(b_1,b_2,b_3)'\neq\theta$. 令$B=\begin{pmatrix} A & \beta \\ \beta' & 0 \end{pmatrix}$. 如果$r(A)=r(B)$, 试判断非齐次线性方程组$AX=\beta$ 是否有解，并给出理由。

二.(20分) 计算下列行列式

(i)$D_n=\begin{vmatrix} n & n-1 & n-2 & \cdots & 3 & 2 & 1 \\ -1 & x & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & x & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -1 & x \end{vmatrix}$ (ii) $D_n=\begin{vmatrix} x_1 & a_1b_2 & \cdots & a_1b_n \\ a_2b_1 & x_2 & \cdots & a_2b_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_nb_1 & a_nb_2 & \cdots & x_n \end{vmatrix}$.

三.(10分) 求下列带参数的齐次线性方程组的基础解系

$$\begin{cases} 2x_1+3x_2-x_3+7x_4 &= 0 \\ 4x_1+3x_2+\lambda x_3+6x_4 &= 0 \\ x_1+x_2 \qquad\qquad +2x_4 &= 0 \end{cases}.$$

四. (10分) 求一个非齐次线性方程组，使得其通解为

$$X=(1,-1,3)'+k_1(-1,3,2)'+k_2(2,1,1)',$$

其中k_1,k_2为任意常数。

五.(10分)

设有4个三维向量$\alpha_1=(-2,-3,-4)^T$, $\alpha_2=(4,6,8)^T$, $\beta_1=(2,4,4)^T$, $\beta_2=(7,4,15)^T$. 考虑以下两个向量集合

$S_1=\{v\in R^3|v=k_1\alpha_1+k_2\alpha_2,\ k_1,k_2\in R\}$和$S_2=\{v\in R^3|v=l_1\beta_1+l_2\beta_2,\ l_1,l_2\in R\}$. 求向量集合$S_1\bigcap S_2$。

六.(10分) 设矩阵$A=\begin{pmatrix} 0 & a & 4 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & b & 0 \end{pmatrix}$可以对角化,求出$a,b$和与之相似的对角矩阵$D$及相似变换矩阵$P$.