

局部直方图处理



- 直方图均衡/匹配是全局性的
 - 中小区域的细节容易被忽略
- 如果不希望对整体图像增强，想对局部进行增强怎么办？
- 以图像中每个像素的邻域中灰度分布为基础设计变换函数



步骤

中心位置是单像素移动的
邻域是重叠的,可基于前一个
邻域的直方图修改得到下一个
邻域的直方图

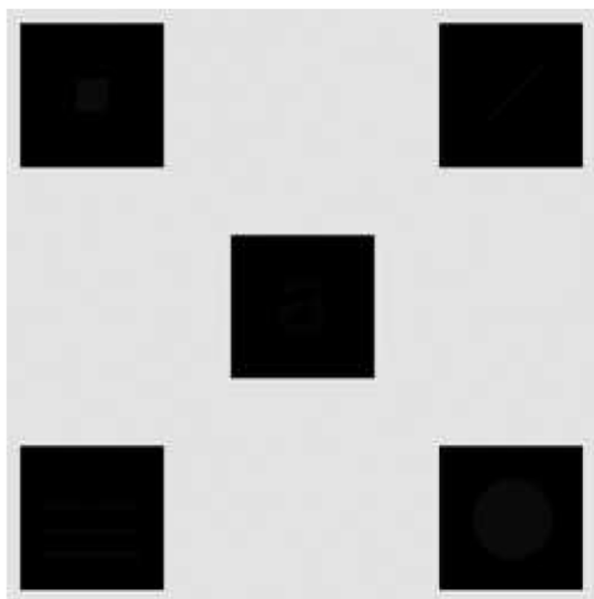


- 定义一个~~邻~~域, 并不断平移中心位置
 1. 在每一个位置, 计算该邻域中像素的直方图
 - 许多元素为0
 2. 利用直方图均衡或直方图匹配得到变换函数
 3. 将变换函数作用到邻域中心像素
- 移动重复上述过程

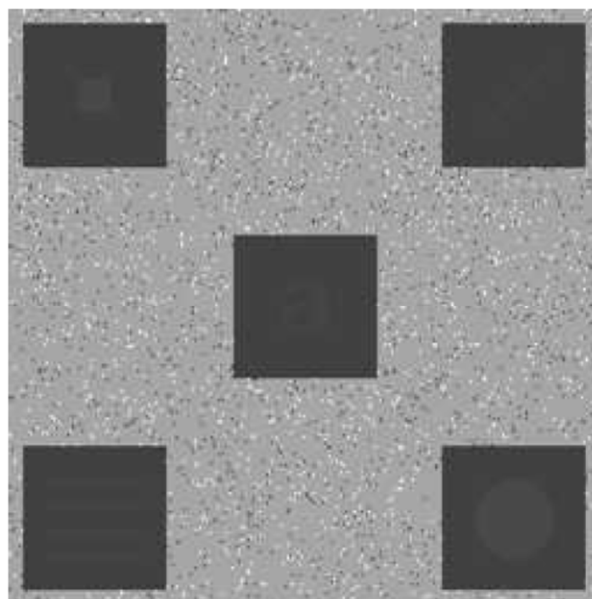
若邻域不重叠, 则均衡化后不光滑



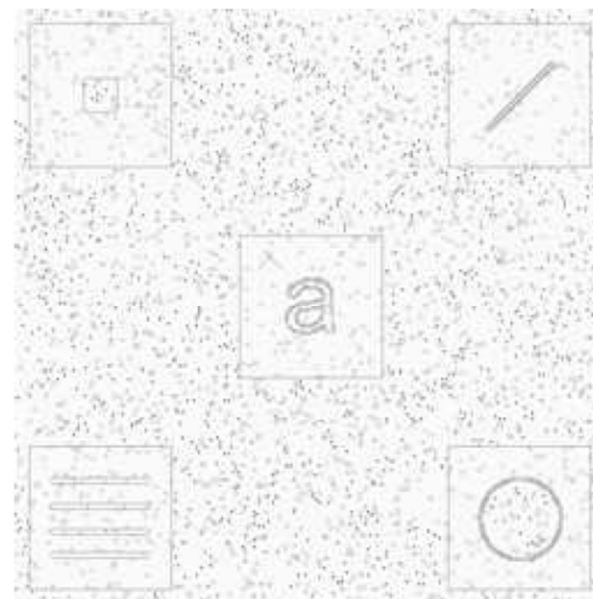
举例



原图



全局直方图均衡



3×3
局部直方图均衡



在图像增强中使用直方图统计



- 灰度值 $r_i = 0, 1, \dots, L - 1$ 出现的概率

$$p(r_i) = \frac{n_i}{MN}$$

- 平均灰度/均值

$$m = \sum_{i=0}^{L-1} r_i p(r_i)$$

反映整体明暗程度

- 灰度的 n 阶矩

$$\mu_n(r) = \sum_{i=0}^{L-1} (r_i - m)^n p(r_i)$$

- 灰度的2阶矩

- 灰度方差

$$\mu_2(r) = \sum_{i=0}^{L-1} (r_i - m)^2 p(r_i)$$

反映对比度





采样

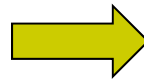
与之前
直方图
统计的
公式等价

- 采样均值
- 采样方差

$$m = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} [f(x, y) - m]^2$$

0	0	1	1	2
1	2	3	0	1
3	3	2	2	0
2	3	1	0	0
1	1	3	2	2



$$m = \frac{1}{25} \sum_{x=0}^4 \sum_{y=0}^4 f(x, y)$$
$$= 1.44$$

$$\sigma^2 = 1.1264$$



在图像增强中使用直方图统计



- 均值和方差常用于局部增强
- 局部均值和局部方差

$$m_{S_{xy}} = \sum_{i=0}^{L-1} r_i p_{S_{xy}}(r_i)$$

$$\sigma_{S_{xy}}^2 = \sum_{i=0}^{L-1} (r_i - m_{S_{xy}})^2 p_{S_{xy}}(r_i)$$

- S_{xy} 表示像素 (x, y) 的近邻集合
- 许多灰度值频率为0



在图像增强中使用直方图统计



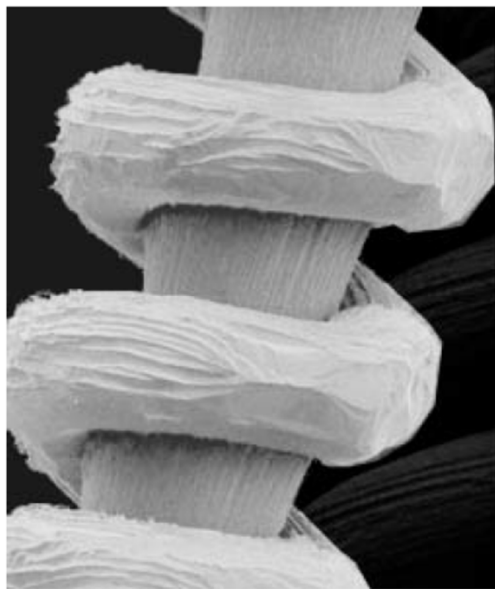
● 使用局部直方图统计增强

3个条件
4个参数: E, k_0, k_1, k_2

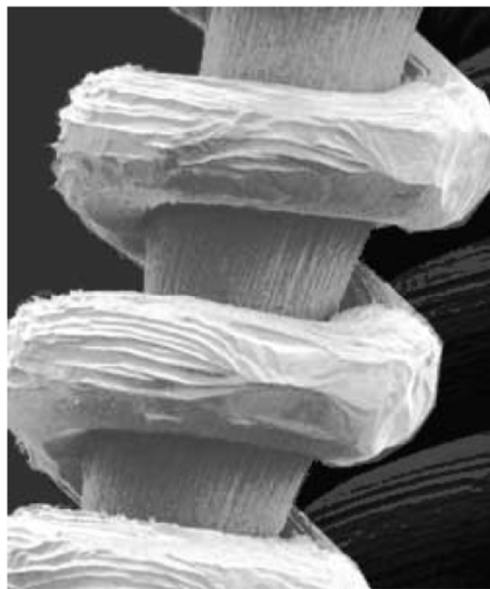
$$g(x, y) = \begin{cases} E \cdot f(x, y) & \text{if } m_{S_{xy}} \leq k_0 m_G \text{ AND } k_1 \sigma_G \leq \sigma_{S_{xy}} \leq k_2 \sigma_G \\ f(x, y) & \text{otherwise} \end{cases}$$

全局标准差 σ_G
局部标准差 $\sigma_{S_{xy}}$
全局灰度均值 m_G
局部灰度均值 $m_{S_{xy}}$
对对比度小的区域增强
所以对常数区域增强

对较暗
区域增强



原图



全局直方图均衡



局部直方图统计



讨论



- 直方图均衡一大好处：不需要更多的参数，完全“自动化” ✓

- 离散形式下，直方图均衡的概率分布是完全均匀的

✗ 离散的概率密度与均匀分布带来误差

- 直方图均衡有时候会失效 ✓

直方图匹配、局部增强的引入



提纲



- 背景知识
- 基本灰度变换函数
- 直方图处理
- 空间滤波基础
- 平滑空间滤波器
- 锐化空间滤波器
- 混合空间增强法





空间滤波

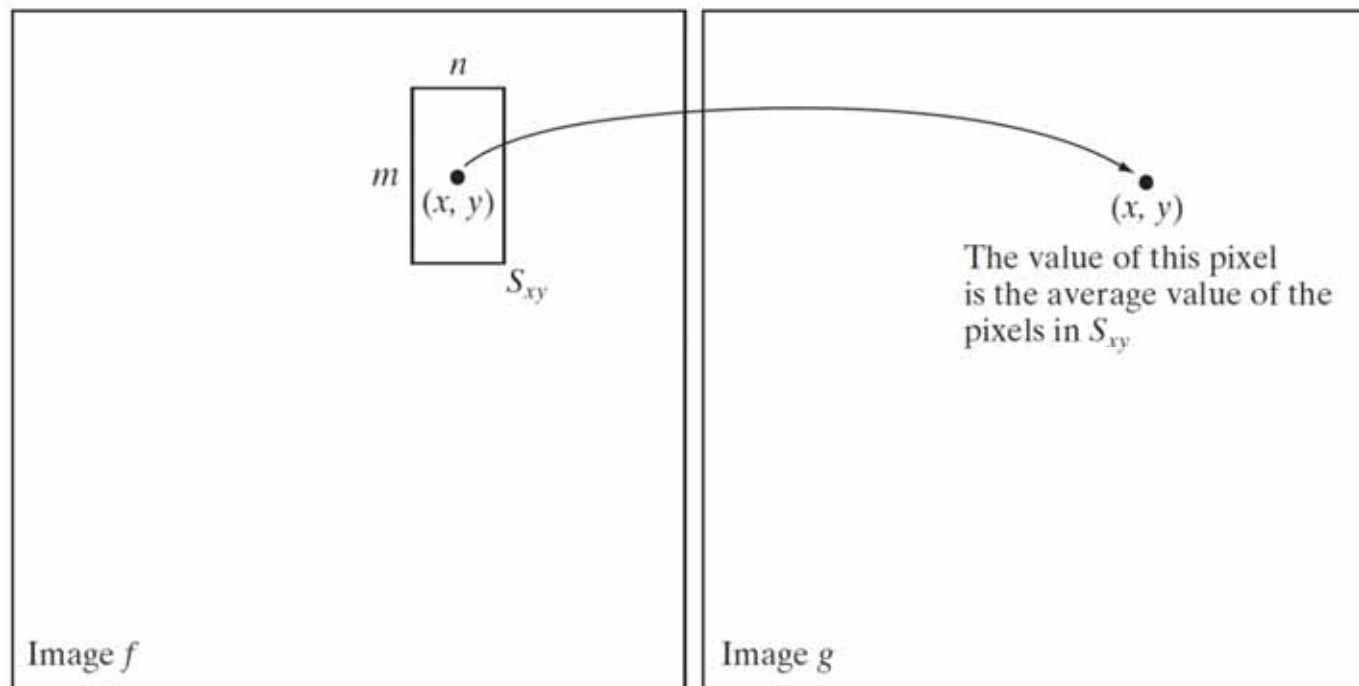
- 一种重要的图像处理工具
 - 用于图像增强等应用中
- 滤波（filter）
 - 频率域中图像处理的概念
 - 通过或拒绝某个频率分量
- 线性空间滤波
 - 与频率域处理一一对应
- 非线性空间滤波





空间滤波机理

- 空间滤波器
 - 邻域（矩形）、预定义的操作



- 线性空间滤波、非线性空间滤波
操作是线性的

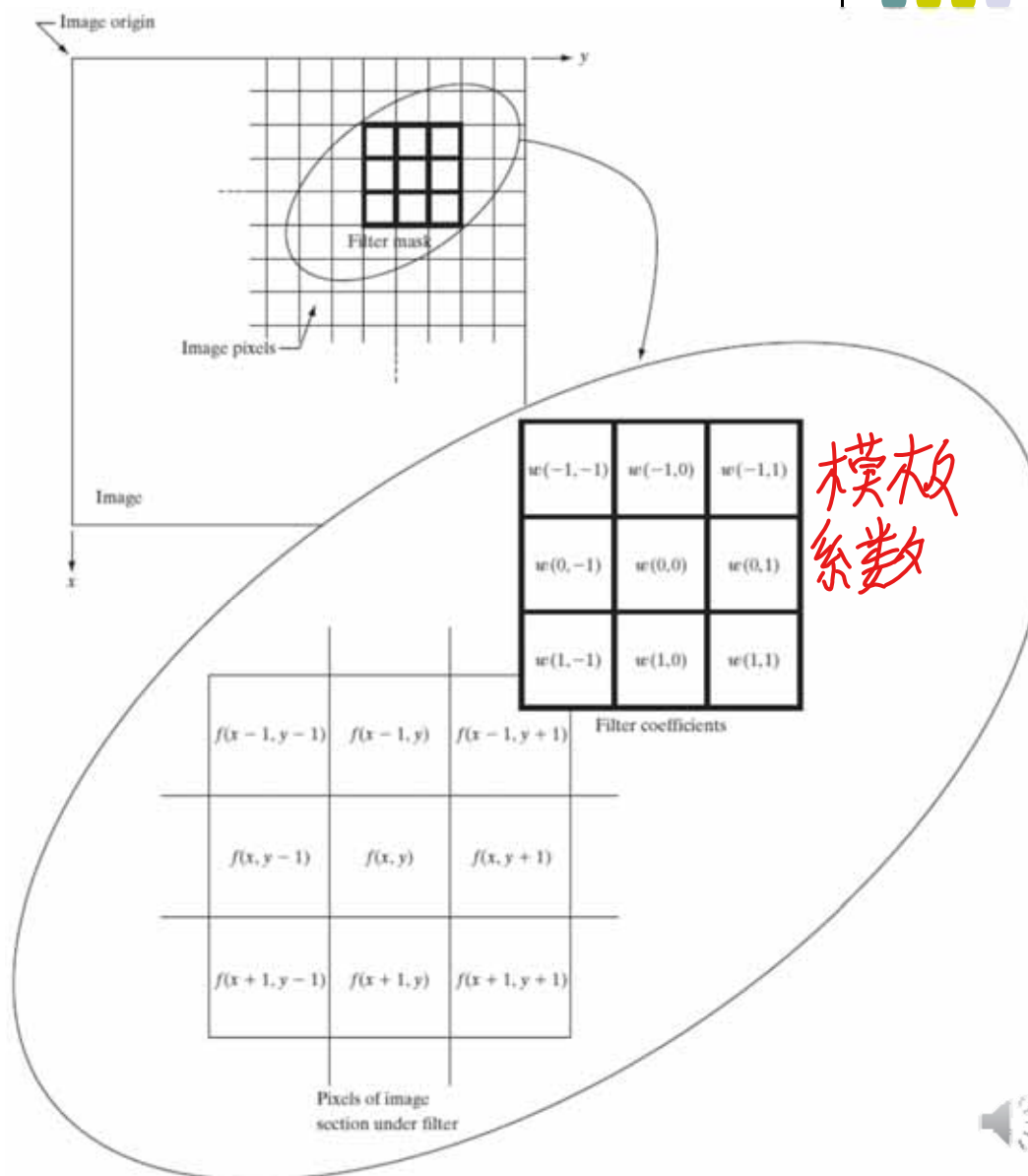


空间滤波机理



- 线性空间滤波
 - 滤波器模板

$$\begin{aligned}g(x, y) = & w(-1, -1)f(x - 1, y - 1) \\ & + w(-1, 0)f(x - 1, y) \\ & + \dots \\ & + w(0, 0)f(x, y) \\ & + \dots \\ & + w(1, 1)f(x + 1, y + 1)\end{aligned}$$





空间滤波机理

- $m \times n$ 的模板 (奇数)

- $m = 2a + 1, n = 2b + 1$
- 最小为 3×3

- 线性空间滤波

$$g(x, y) = \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s, t) f(x + s, y + t)$$

- x 和 y 是可变的



空间相关与卷积



- 相关 (Correlation)
 - 平移滤波器模板，计算每个位置乘积之和
- 卷积 (Convolution) *先旋转 后平移*
 - 与相关相似，但滤波器要旋转180度
- 实际中未必严格区分



相关



● 补零、计算、滑动、裁剪

(a) \swarrow Origin f w
0 0 0 1 0 0 0 0 1 2 3 2 8

(b) \downarrow
0 0 0 1 0 0 0 0
1 2 3 2 8
 \nwarrow Starting position alignment

(c) \nwarrow Zero padding \nearrow
0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0
1 2 3 2 8

(d) 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0
1 2 3 2 8
 \nwarrow Position after one shift

(e) 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0
1 2 3 2 8
 \nwarrow Position after four shifts

(f) 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0
1 2 3 2 8
Final position \nwarrow

(g) Full correlation result
0 0 0 8 2 3 2 1 0 0 0 0

(h) Cropped correlation result
0 8 2 3 2 1 0 0

补零: 保证模板每个数都能访问到数据

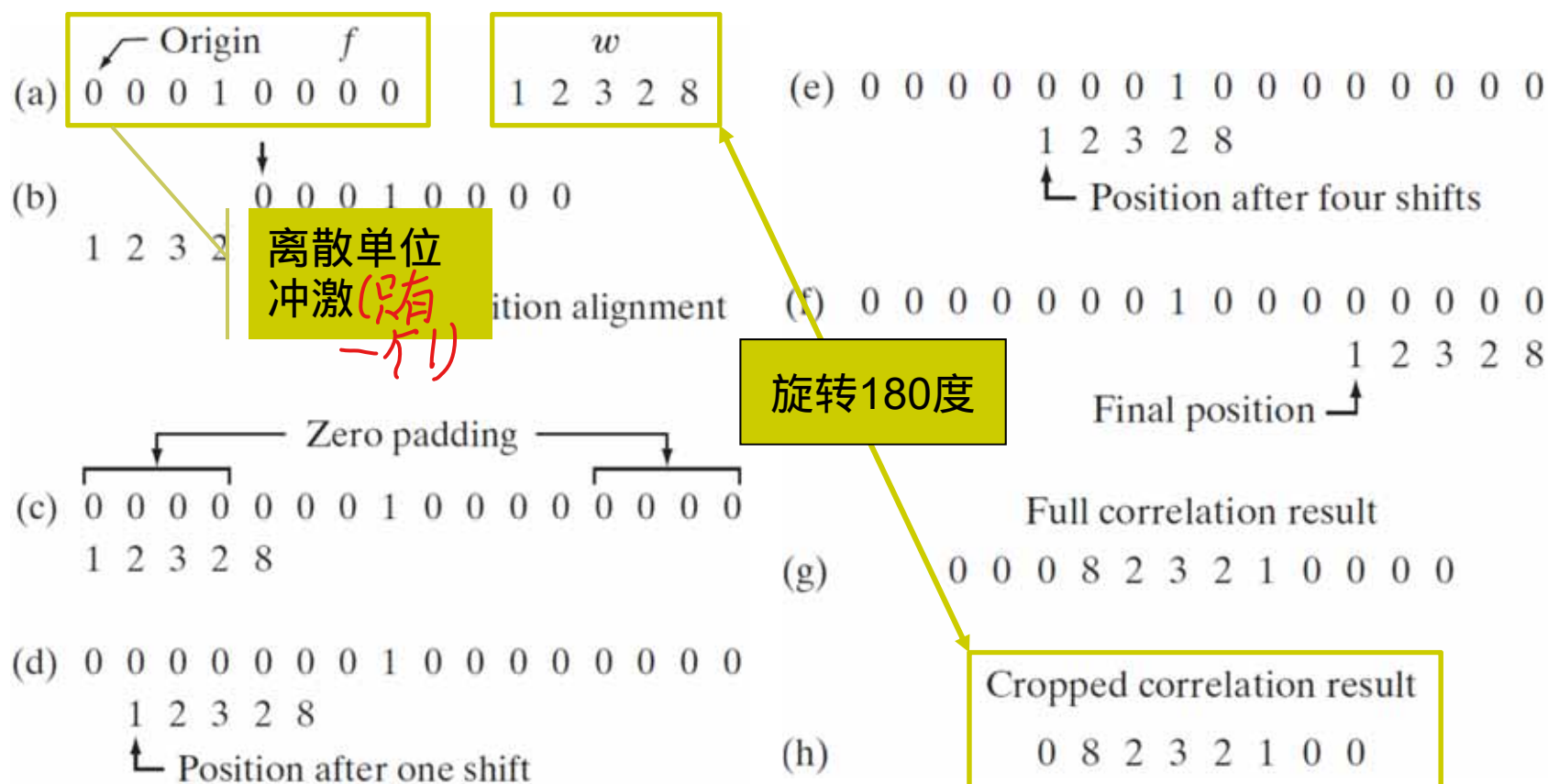


相关

对离散单位冲激进行相关操作
等价于翻转模板



● 补零、计算、滑动、裁剪



卷积



- 旋转、(补零、^{相关操作}计算、滑动、裁剪)

↙ Origin f w rotated 180°
 0 0 0 1 0 0 0 0 8 2 3 2 1 (i)

0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 (m)
 8 2 3 2 1

 0 0 0 1 0 0 0 0 (j)
 8 2 3 2 1

0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 (n)
 8 2 3 2 1

0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 (k)
 8 2 3 2 1

Full convolution result
 0 0 0 1 2 3 2 8 0 0 0 0 (o)

0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 (l)
 8 2 3 2 1

Cropped convolution result
 0 1 2 3 2 8 0 0 (p)



矩阵形式

- 上下填充
- 左右填充

Origin $f(x, y)$					Padded f									
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

(a)

$w(x, y)$														
1	2	3			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	5	6			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	8	9			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

(b)

Initial position for w					Full correlation result									
1	2	3			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	5	6			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	8	9			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

(c)

										Cropped correlation result				
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	8	7	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	5	4	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	2	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

(d)

										Cropped correlation result				
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	8	7	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	5	4	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	2	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

(e)

Rotated w					Full convolution result									
9	8	7			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	5	4			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	2	1			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

(f)

										Cropped convolution result				
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	3	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	5	6	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7	8	9	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

(g)

										Cropped convolution result				
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	3	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	5	6	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7	8	9	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

(h)

横、纵轴各
旋转 180°



小结



- $m \times n$ 的滤波器与图像做相关操作

$$w(x, y) \star f(x, y) = \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s, t) f(x + s, y + t)$$

- 图像 f 已经填充、寻找匹配 与模板相似区域值最大
- $m \times n$ 的滤波器与图像做卷积操作

$$w(x, y) \star f(x, y) = \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s, t) f(x - s, y - t)$$

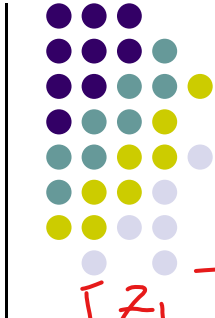
- 图像 f 已经填充、-反映旋转
- 傅里叶变换、卷积定理
- 不严格区分相关和卷积



线性滤波的向量表示

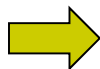
- 把滤波器和灰度值拉成向量

$$R = w_1 z_1 + w_2 z_2 + \dots + w_{mn} z_{mn} = \sum_{k=1}^{mn} w_k z_k = \mathbf{w}^T \mathbf{z}$$


$$[w_1 \dots w_{mn}] \begin{bmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_{mn} \end{bmatrix}$$

- \mathbf{w} 是 $m \times n$ 的滤波器系数
- \mathbf{z} 为相应图像的灰度值

w_1	w_2	w_3
w_4	w_5	w_6
w_7	w_8	w_9



$$\begin{aligned} R &= w_1 z_1 + w_2 z_2 + \dots + w_9 z_9 \\ &= \sum_{k=1}^9 w_k z_k \\ &= \mathbf{w}^T \mathbf{z} \end{aligned}$$



空间滤波器模板



- 计算平均灰度

$$R = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^9 z_i$$

- 两变量的连续函数（高斯）

$$h(x, y) = e^{-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}}$$

- $w_1 = h(-1, -1), w_2 = h(-1, 0), \dots, w_9 = h(1, 1)$

- 非线性滤波器

- 更加强大

