局部直方图处理

- 直方图均衡/匹配是全局性的
  - 中小区域的细节容易被忽略
- 如果不希望对整体图像增强，想对局部进行增强怎么办？
- 以图像中每个像素的邻域中灰度分布为基础设计变换函数

步骤

中心位置是单像素移动的邻域是重叠的，可基于前一个邻域的直方图修改得到下一个邻域的直方图

- 定义一个~~领~~邻域，并不断平移中心位置

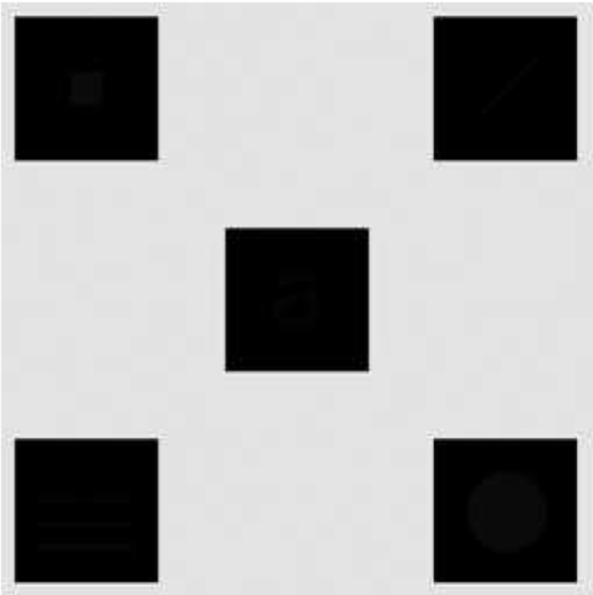
1. 在每一个位置，计算该邻域中像素的直方图

   若邻域不重叠，则均衡化后不光滑

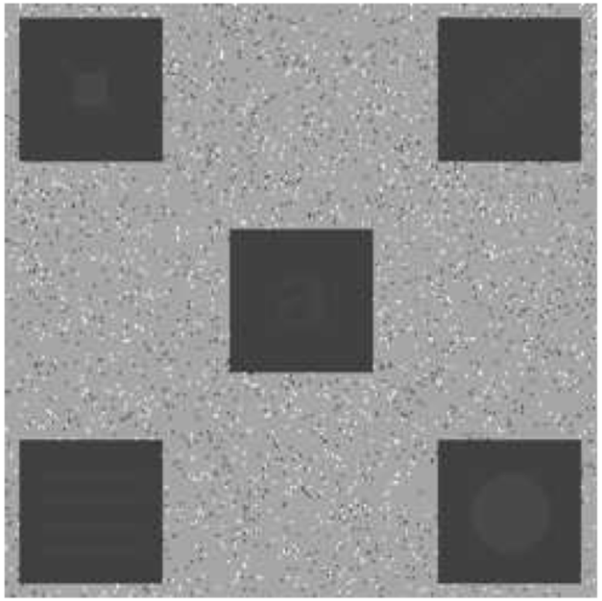
   - 许多元素为0
2. 利用直方图均衡或直方图匹配得到变换函数
3. 将变换函数作用到邻域中心像素

- 移动重复上述过程

举例



原图



全局直方图均衡

3×3
局部直方图均衡

在图像增强中使用直方图统计

- 灰度值$r_i = 0,1,\ldots,L-1$出现的概率

$$p(r_i) = \frac{n_i}{MN}$$

- 平均灰度/均值

$$m = \sum_{i=0}^{L-1} r_i p(r_i)$$

反映整体明暗程度

- 灰度的n阶矩

$$\mu_n(r) = \sum_{i=0}^{L-1} (r_i - m)^n p(r_i)$$

- 灰度的2阶矩

$$\mu_2(r) = \sum_{i=0}^{L-1} (r_i - m)^2 p(r_i)$$

  - 灰度方差

反映对比度

采样

与之前
直方图
统计的
公式等价

- 采样均值

$$m = \frac{1}{MN}\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1} f(x, y)$$

- 采样方差

$$\sigma^2 = \frac{1}{MN}\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1}\left[f(x, y) - m\right]^2$$

0	0	1	1	2
1	2	3	0	1
3	3	2	2	0
2	3	1	0	0
1	1	3	2	2

$$m = \frac{1}{25}\sum_{x=0}^{4}\sum_{y=0}^{4} f(x, y)$$

$$= 1.44$$

$$\sigma^2 = 1.1264$$

在图像增强中使用直方图统计

- 均值和方差常用于局部增强
- 局部均值和局部方差

$$m_{S_{xy}} = \sum_{i=0}^{L-1} r_i p_{S_{xy}}(r_i)$$

$$\sigma^2_{S_{xy}} = \sum_{i=0}^{L-1} (r_i - m_{S_{xy}})^2 p_{S_{xy}}(r_i)$$

  - S_{xy}表示像素(x, y)的近邻集合
  - 许多灰度值频率为0

在图像增强中使用直方图统计

- 使用局部直方图统计增强

3个条件4个参数：E,k0,k1,k2

全局标准差

标准差

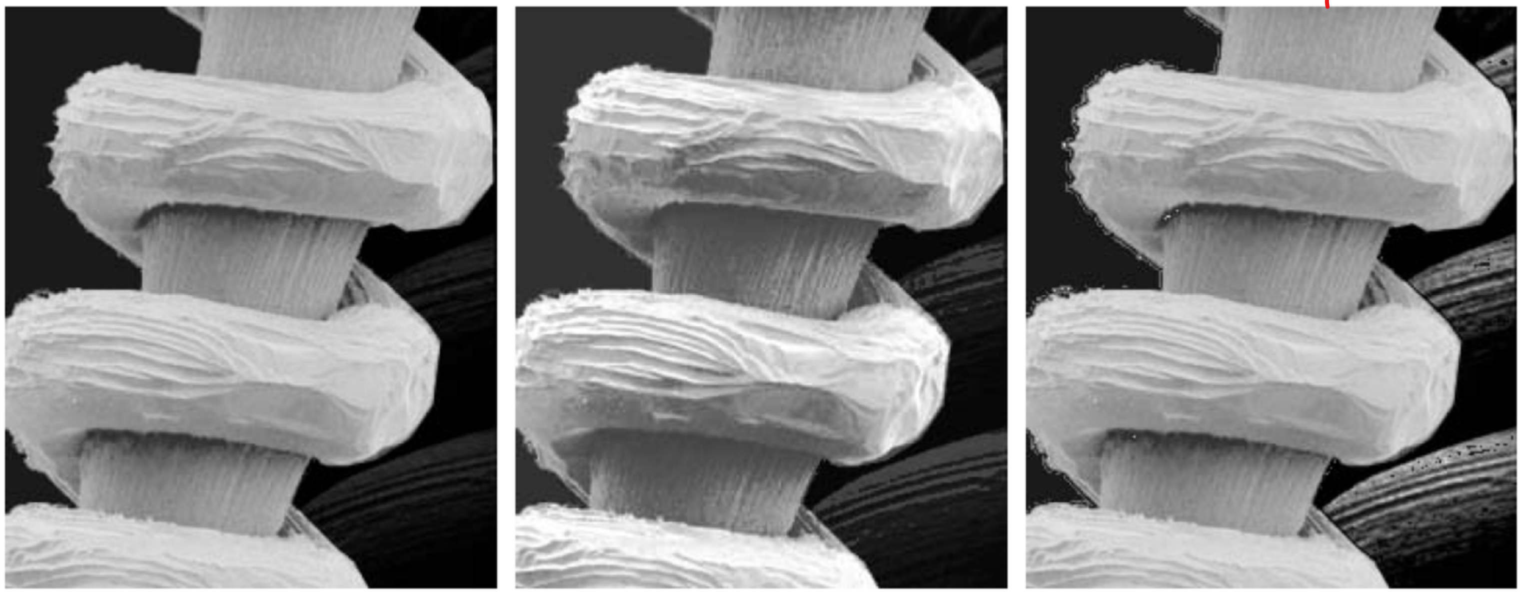
对对比度小的区域增强

$$g(x,y)=\begin{cases}E\cdot f(x,y) & \text{if } m_{S_{xy}} \le k_0 m_G \text{ AND } k_1\sigma_G \le \sigma_{S_{xy}} \le k_2\sigma_G \\ f(x,y) & \text{otherwise}\end{cases}$$

局部灰度均值 全局灰度均值

防止对常数区域增强

对较暗区域增强



原图　　全局直方图均衡　　局部直方图统计

讨论

- 直方图均衡一大好处：不需要更多的参数，完全“自动化”

- 离散形式下，直方图均衡的概率分布是完全均匀的

X 离散的概率密度与四舍五入带来误差

- 直方图均衡有时候会失效

直方图匹配、局部增强的引入

提纲

- 背景知识
- 基本灰度变换函数
- 直方图处理
- 空间滤波基础
- 平滑空间滤波器
- 锐化空间滤波器
- 混合空间增强法

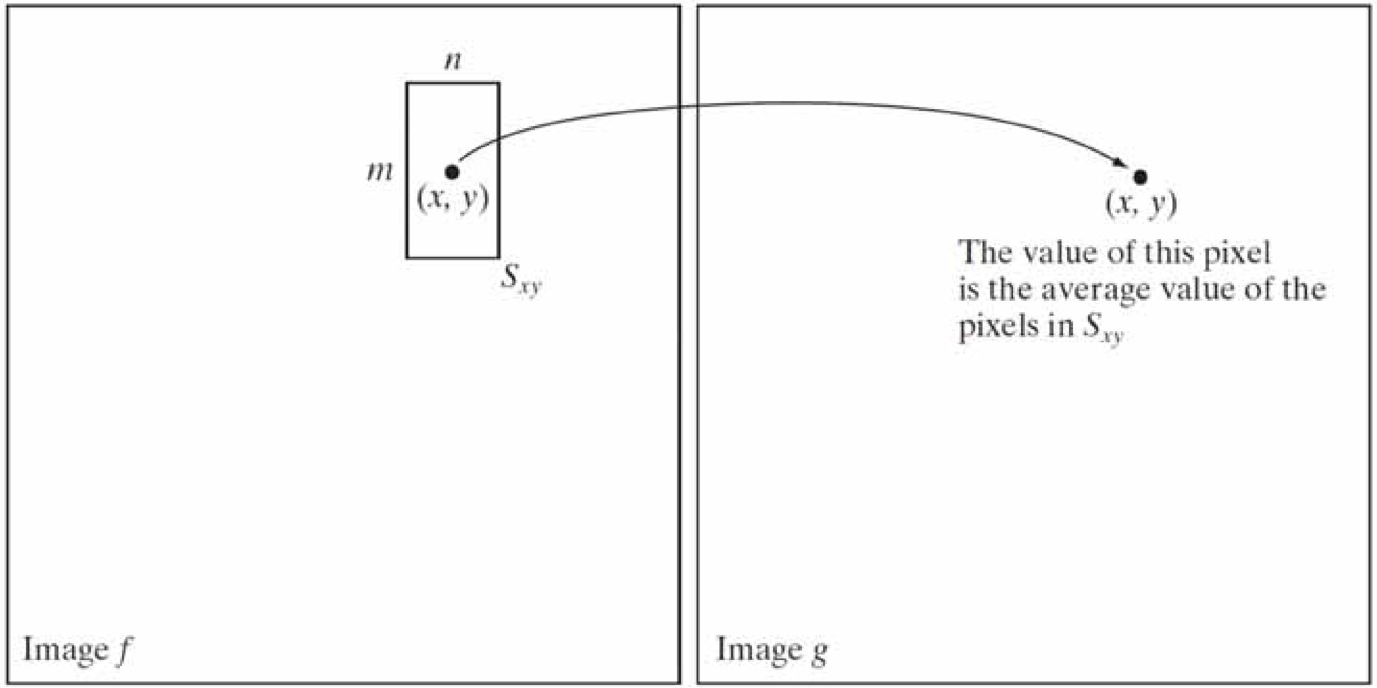
空间滤波

- 一种重要的图像处理工具
  - 用于图像增强等应用中
- 滤波（filter）
  - 频率域中图像处理的概念
  - 通过或拒绝某个频率分量

- 线性空间滤波
  - 与频率域处理一一对应
- 非线性空间滤波

空间滤波机理

- 空间滤波器
  - 邻域（矩形）、预定义的操作



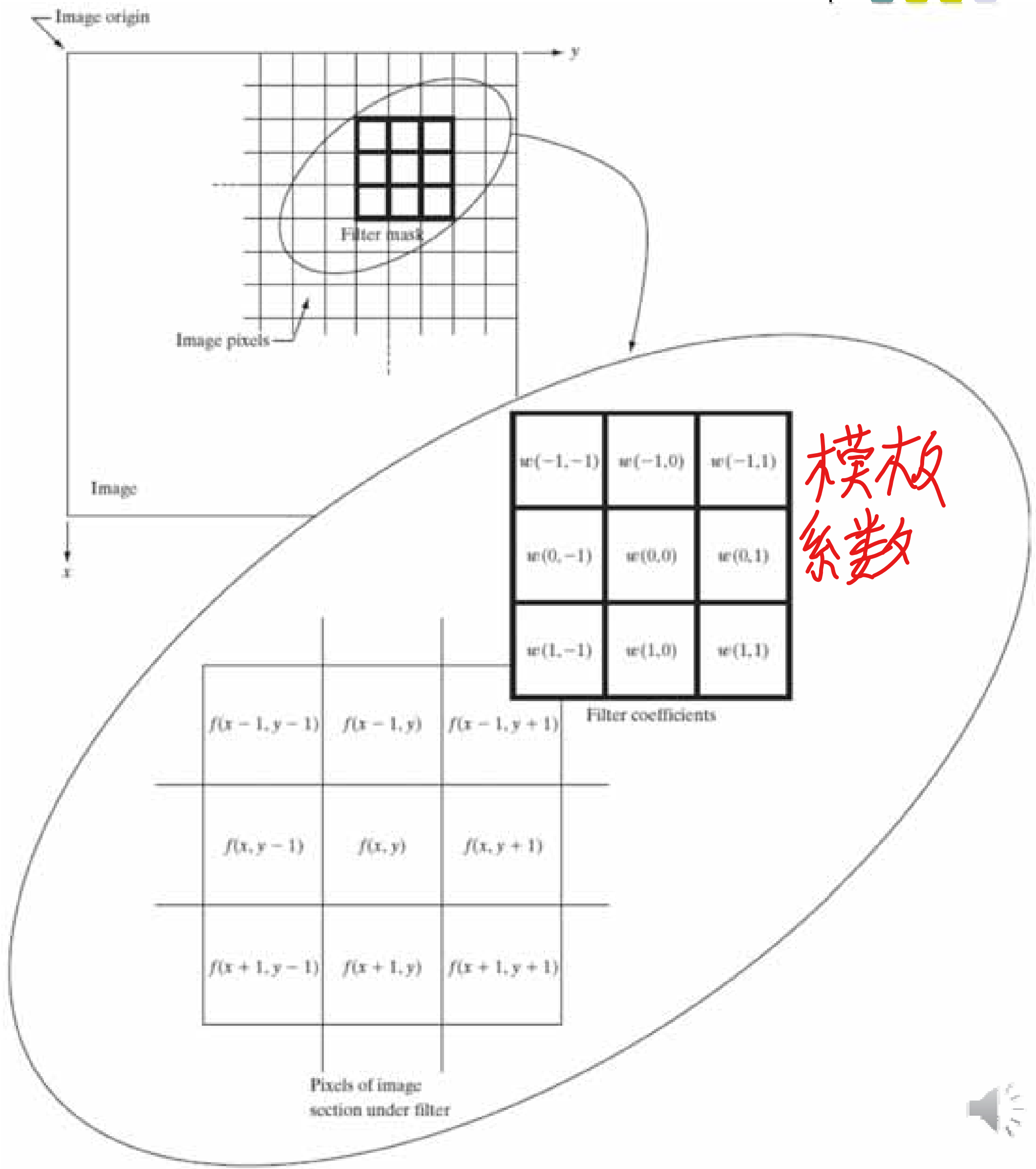
  - 线性空间滤波、非线性空间滤波

操作是线性的

空间滤波机理

- 线性空间滤波
  - 滤波器模板

$$g(x,y) = w(-1,-1)f(x-1,y-1)$$
$$+w(-1,0)f(x-1,y)$$
$$+\cdots$$
$$+w(0,0)f(x,y)$$
$$+\cdots$$
$$+w(1,1)f(x+1,y+1)$$



空间滤波机理

- $m \times n$的模板(奇数)
  - $m = 2a + 1$，$n = 2b + 1$
  - 最小为3×3

- 线性空间滤波

$$g(x,y) = \sum_{s=-a}^{a} \sum_{t=-b}^{b} w(s,t) f(x+s, y+t)$$

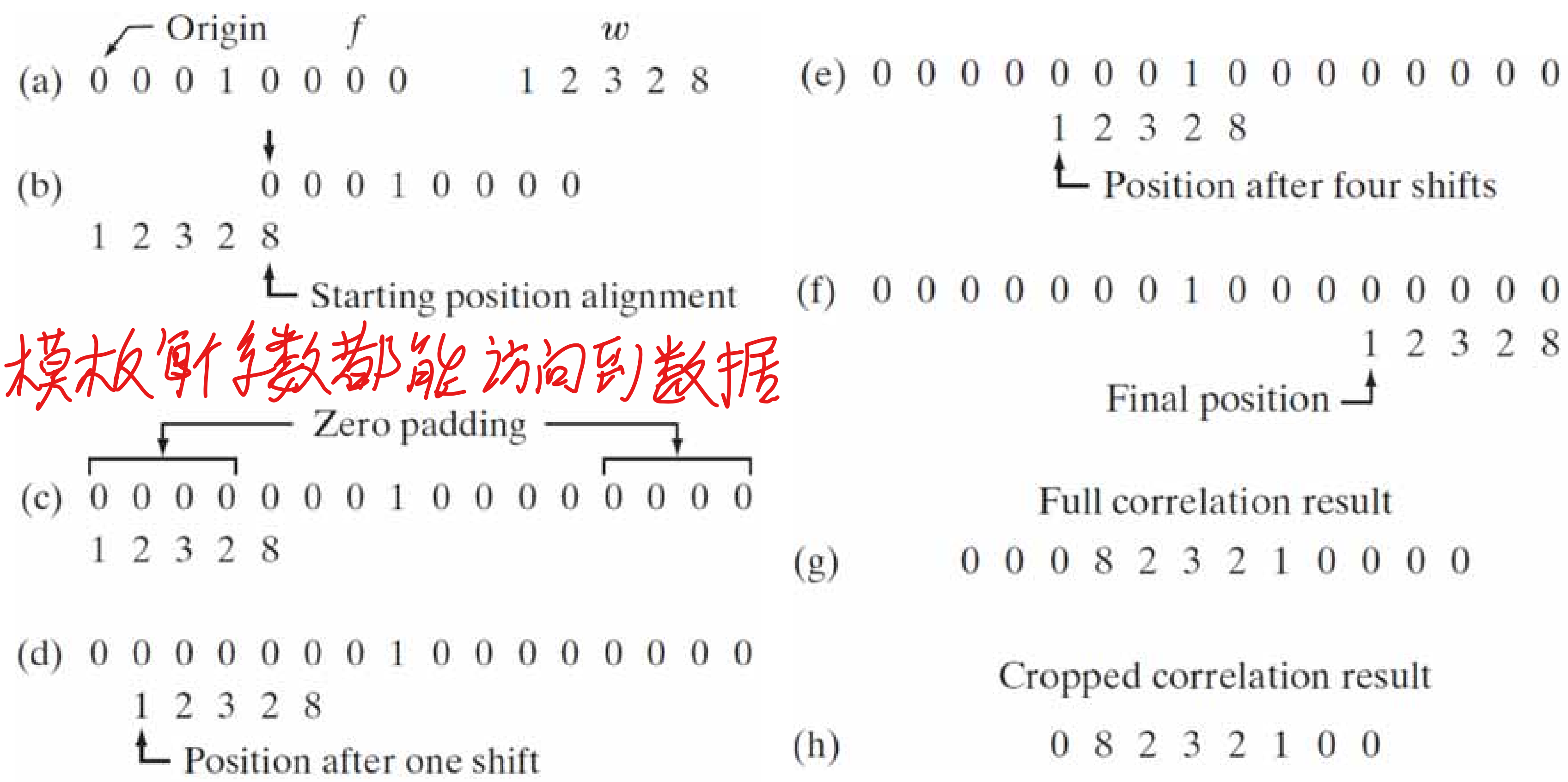
  - x和y是可变的

空间相关与卷积

- 相关（Correlation）
  - 平移滤波器模板，计算每个位置乘积之和
- 卷积（Convolution）先旋转后平移
  - 与相关相似，但滤波器要旋转180度
- 实际中未必严格区分

相关

- 补零、计算、滑动、裁剪

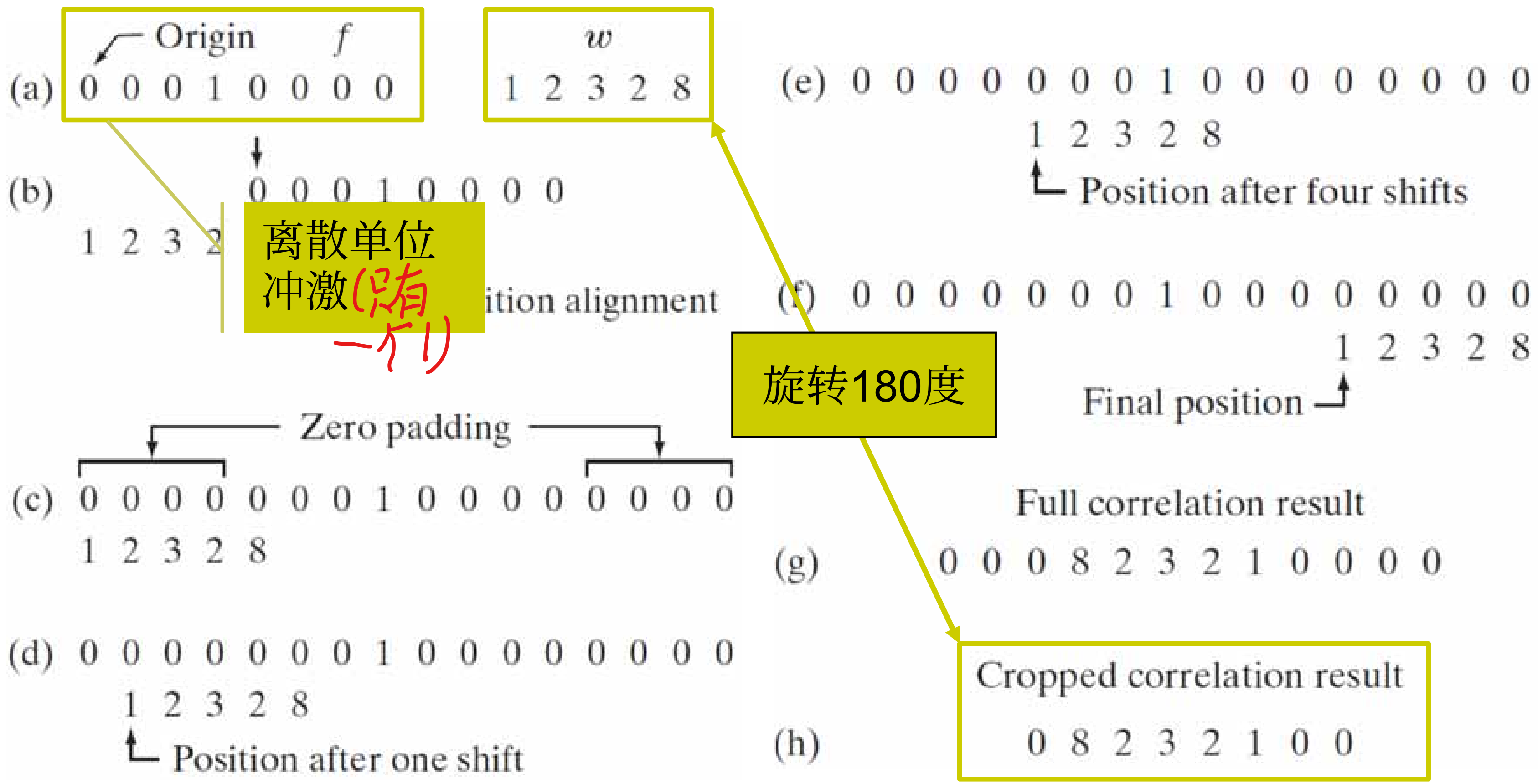


补零：保证模板所有数都能访问到数据

相关

对离散单位冲激进行相关操作，
等价于翻转模板

- 补零、计算、滑动、裁剪



卷积

相关操作

- 旋转、(补零、计算、滑动、裁剪)

Origin　　f　　　　w rotated 180°

0 0 0 1 0 0 0 0　　8 2 3 2 1　　(i)

　　　0 0 0 1 0 0 0 0　　(j)
8 2 3 2 1

0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0　(k)
8 2 3 2 1

0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0　(l)
　8 2 3 2 1

0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0　(m)
　　　　8 2 3 2 1

0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0　(n)
　　　　　　　　　　　8 2 3 2 1

Full convolution result

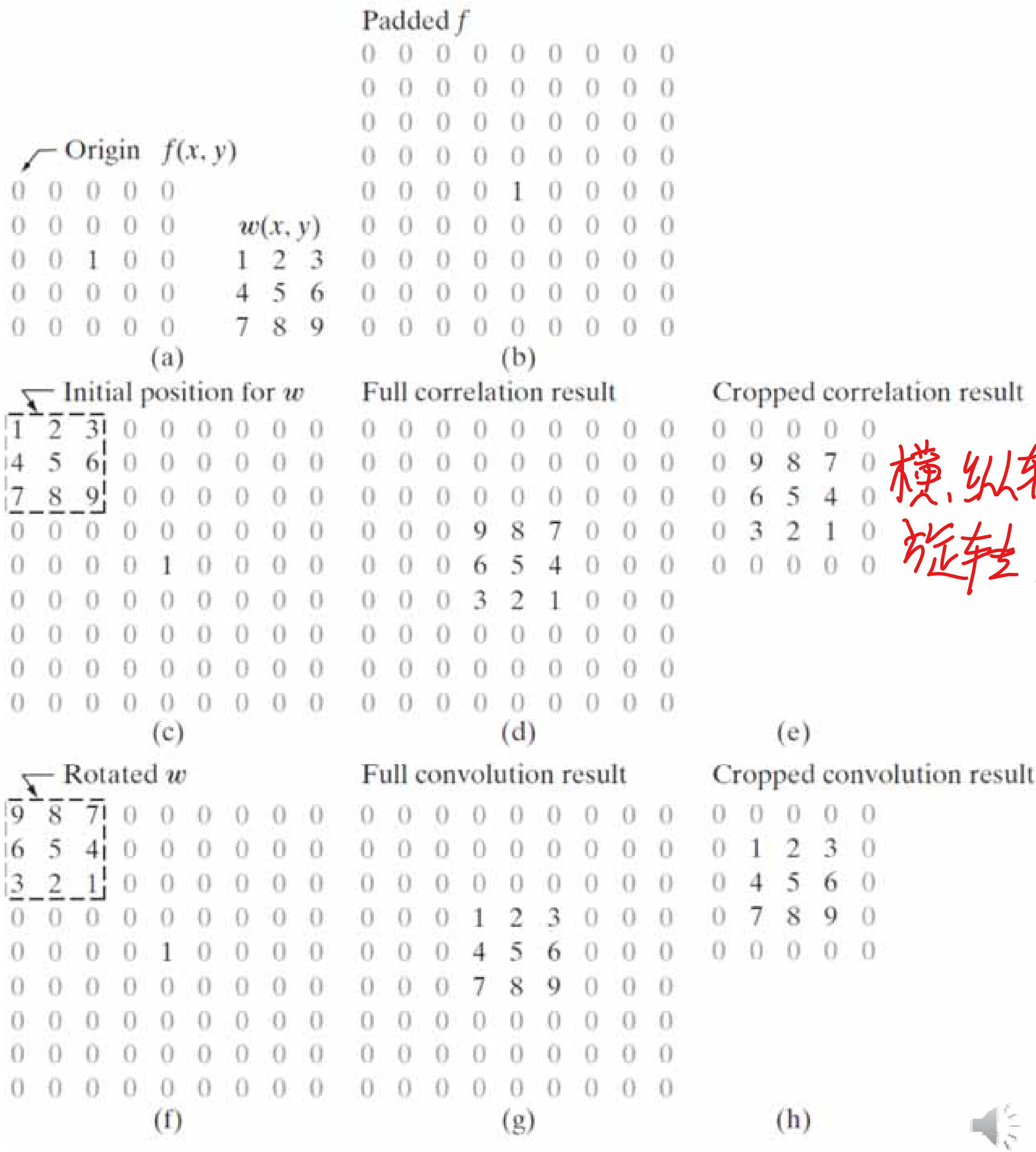
0 0 0 1 2 3 2 8 0 0 0 0　(o)

Cropped convolution result

0 1 2 3 2 8 0 0　(p)

矩阵形式

- 上下填充
- 左右填充



横、纵轴各旋转180°

小结

- $m \times n$的滤波器与图像做相关操作

$$w(x, y) \star f(x, y) = \sum_{s=-a}^{a} \sum_{t=-b}^{b} w(s, t) f(x + s, y + t)$$

  - 图像f已经填充、寻找匹配 与模板相似区域值最大

- $m \times n$的滤波器与图像做卷积操作

$$w(x, y) \bigstar f(x, y) = \sum_{s=-a}^{a} \sum_{t=-b}^{b} w(s, t) f(x - s, y - t)$$

  - 图像f已经填充、—反映旋转
  - 傅里叶变换、卷积定理

- 不严格区分相关和卷积

线性滤波的向量表示

- 把滤波器和灰度值拉成向量

$$\begin{bmatrix} w_1 & \cdots & w_{mn} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_{mn} \end{bmatrix}$$

$$R = w_1 z_1 + w_2 z_2 + \cdots + w_{mn} z_{mn} = \sum_{k=1}^{mn} w_k z_k = \mathbf{w}^\top \mathbf{z}$$

  - $\mathbf{w}$是$m \times n$的滤波器系数
  - $\mathbf{z}$为相应图像的灰度值

w_1	w_2	w_3
w_4	w_5	w_6
w_7	w_8	w_9

$$\begin{aligned} R &= w_1 z_1 + w_2 z_2 + \ldots + w_9 z_9 \\ &= \sum_{k=1}^{9} w_k z_k \\ &= \mathbf{w}^T \mathbf{z} \end{aligned}$$

空间滤波器模板

- 计算平均灰度

$$R = \frac{1}{9}\sum_{i=1}^{9} z_i$$

- 两变量的连续函数（高斯）

$$h(x, y) = e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

  - $w_1 = h(-1, -1), w_2 = h(-1,0), \cdots, w_9 = h(1,1)$

- 非线性滤波器
  - 更加强大