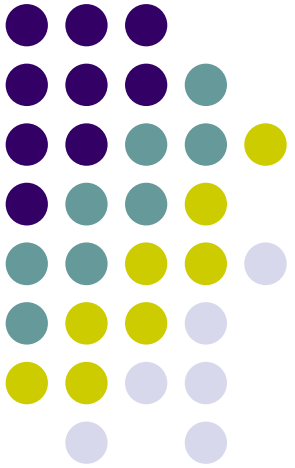
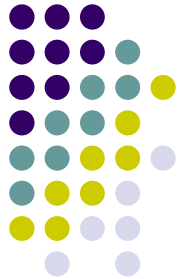
数字图像处理

第八讲

形态学处理

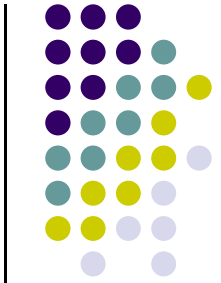


提纲



- 预备知识
- 腐蚀和膨胀
- 开操作和闭操作
- 击中或击不中变换
- 基本形态学算法
  - 边界提取、孔洞填充
  - 连通分量提取、凸包
  - 细化、粗化
  - 骨架、裁剪

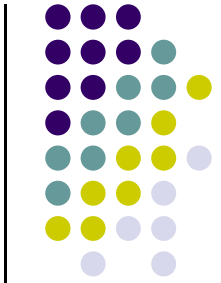
引言



- 形态学（morphology）
  - 生物学的一个分支
  - 研究动植物的形态和结构

- 数学形态学（mathematical morphology）
  - 提取表示区域形状的图像成分
    - 边界、凸包、骨架
  - 输入：图像
  - 输出：图像中提取的属性

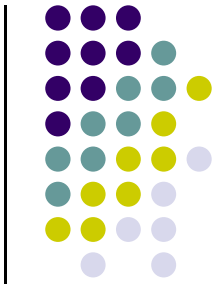
预备知识



- 集合论
  - 描述形态学的数学语言
  - 集合：表示图像中的对象
  - 例如，二值图像中的所有白色像素
- 二值图像
  - 集合：属于2维整数空间Z^2
  - 元素：二元组(x, y)
    - 表示白色像素的坐标
- 灰度图像、Z^3

(行坐标, 列坐标, 灰度值)

基本集合操作

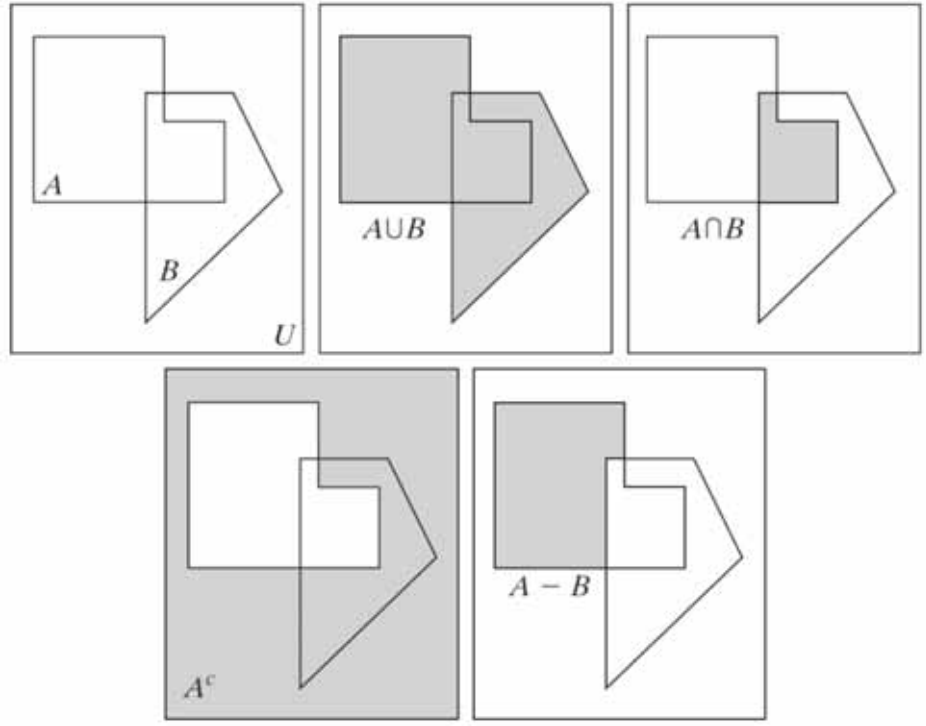


- $a = (a_1, a_2)$是A的元素：$a \in A$
- a不是A的元素：$a \notin A$
- 空集：$\emptyset$
- 全集：U
- A是B的子集：$A \subseteq B$
- 集合A和B的并集：$A \cup B$
- 集合A和B的交集：$A \cap B$
- 集合A和B互斥：$A \cap B = \emptyset$

基本集合操作

- 集合A的补集：$A^c = \{w|w \notin A\} = U - A$
- 集合A和B的差：

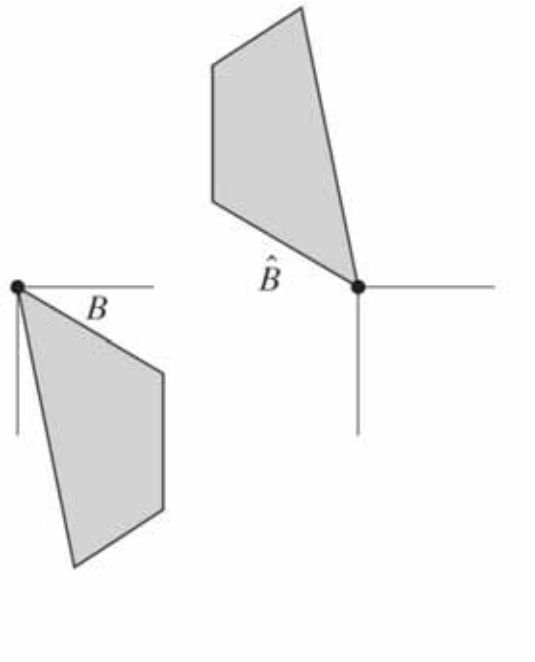
$$A - B = \{w|w \in A, w \notin B\} = A \cap B^c$$



集合操作

- 集合的反射

$$\hat{B} = \{w | w = -b, \quad \text{for} \quad b \in B\}$$



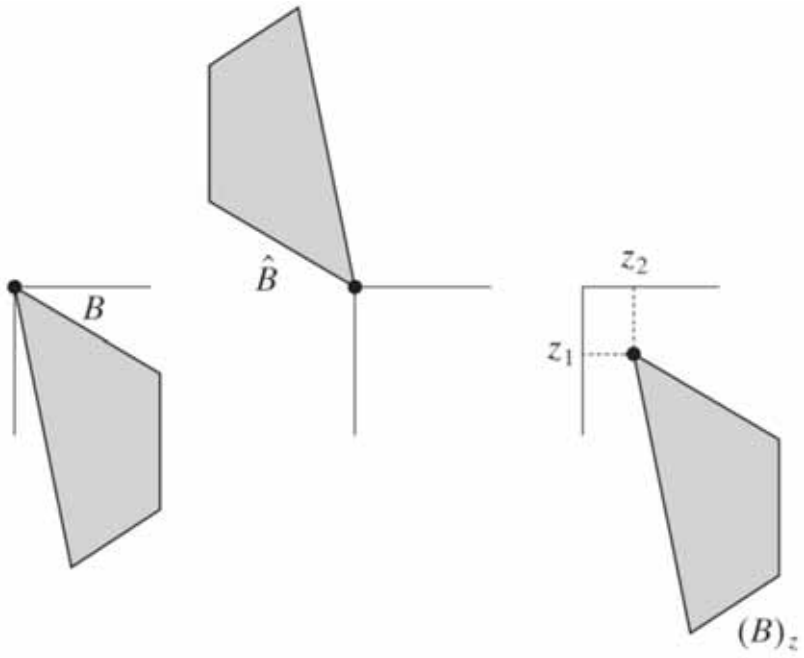
集合操作

- 集合的反射

$$\hat{B} = \{w | w = -b, \quad \text{for} \quad b \in B\}$$

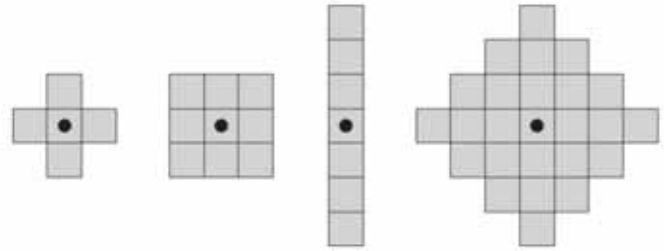
- 集合的平移

$$(B)_z = \{c | c = b + z, \quad \text{for} \quad b \in B\}$$

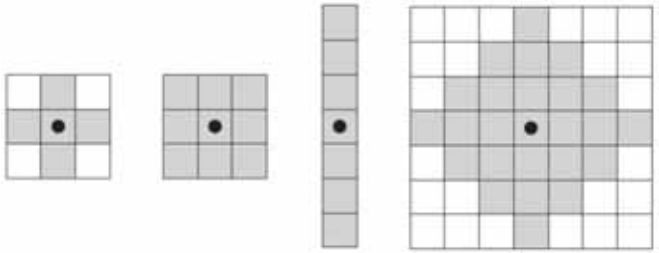


基于结构元的操作

- 结构元（structuring elements）
  - 用于研究图像性质的小集合或子图像

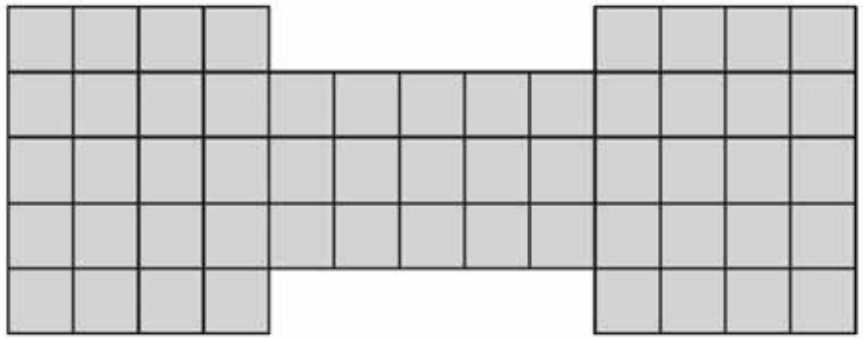


  - 黑点表示结构元的原点
  - 通常用矩形表示
    - 填充背景

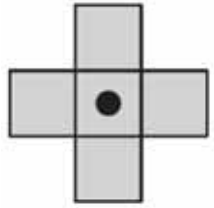


基于结构元的操作

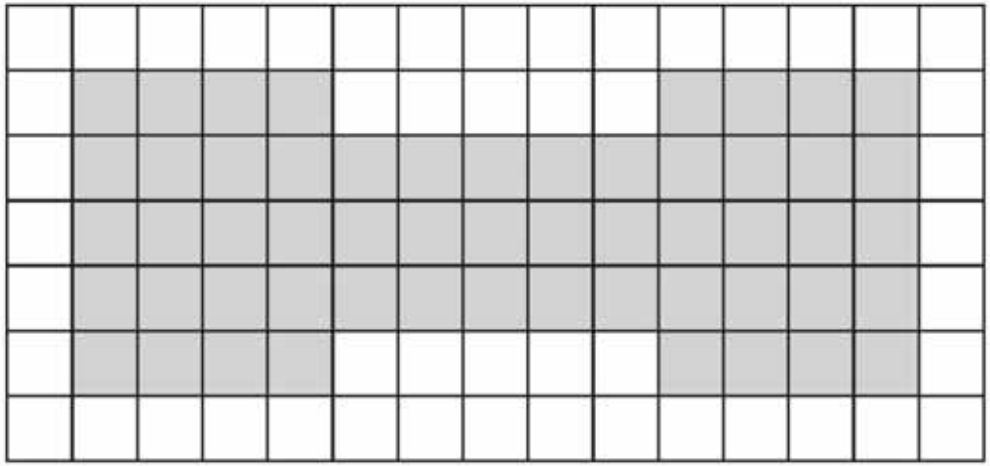
集合A



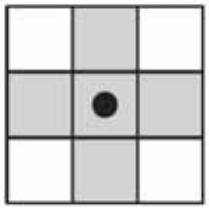
结构元B



- 填充成矩形

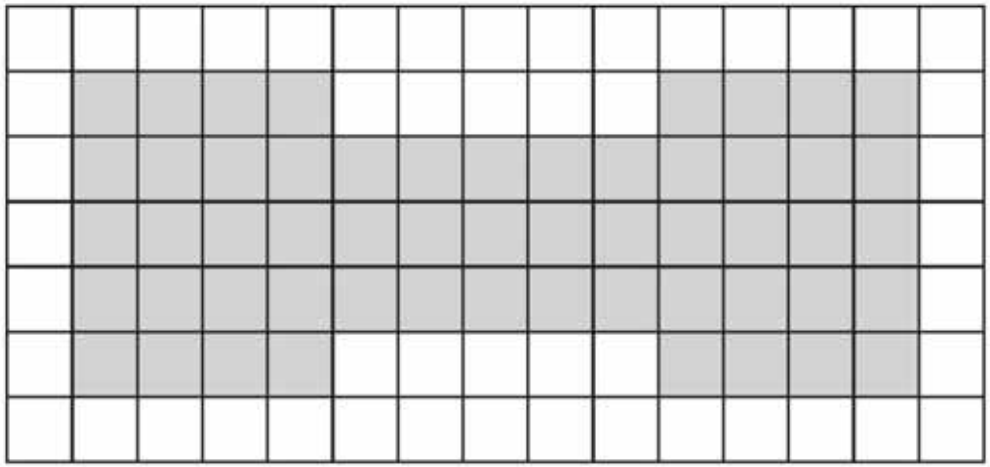


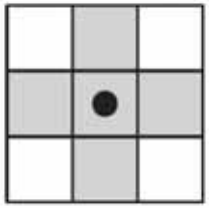
添加边框以
容纳结构元



基于结构元的操作

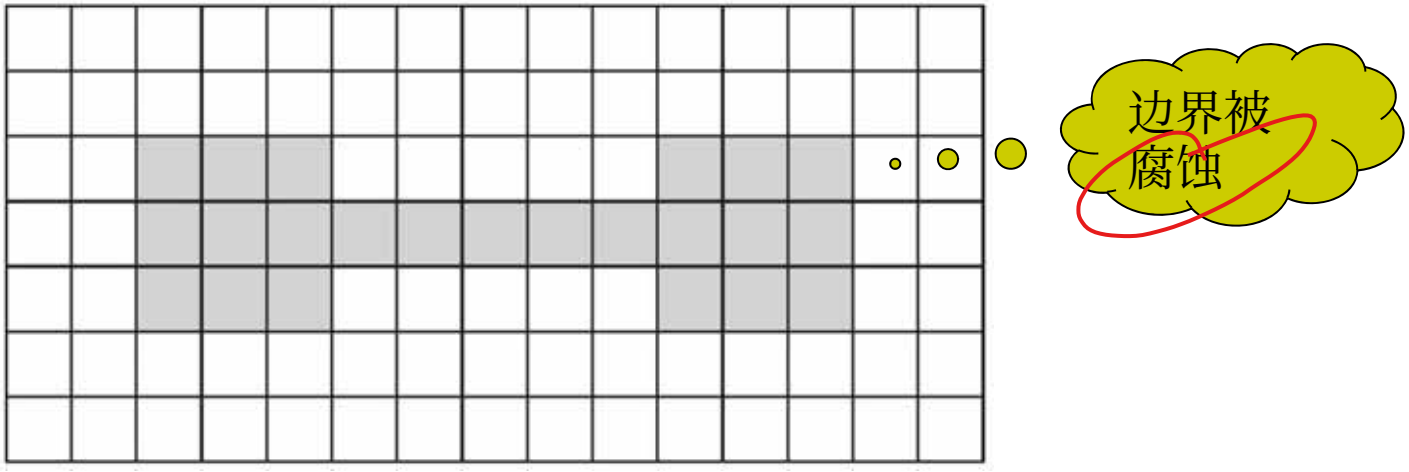
- 利用结构元构造一个新集合C
  1. 用结构元B覆盖集合A
  2. 在当前位置（B的原点），如果A完全包含B，则当前位置属于C





基于结构元的操作

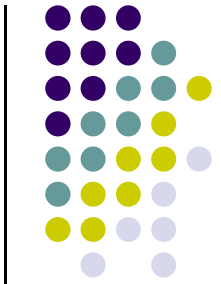
- 利用结构元构造一个新集合C
  1. 用结构元B覆盖集合A
  2. 在当前位置（B的原点），如果A完全包含B，则当前位置属于C
  3. 移动结构元B，使其原点访问A中的所有元素



提纲

- 预备知识
- 腐蚀和膨胀
- 开操作和闭操作
- 击中或击不中变换
- 基本形态学算法
  - 边界提取、孔洞填充
  - 连通分量提取、凸包
  - 细化、粗化
  - 骨架、裁剪

腐蚀



- 集合B对集合A的腐蚀（erosion）

$$A \ominus B = \{z|(B)_z \subseteq A\}$$ 完全在A中

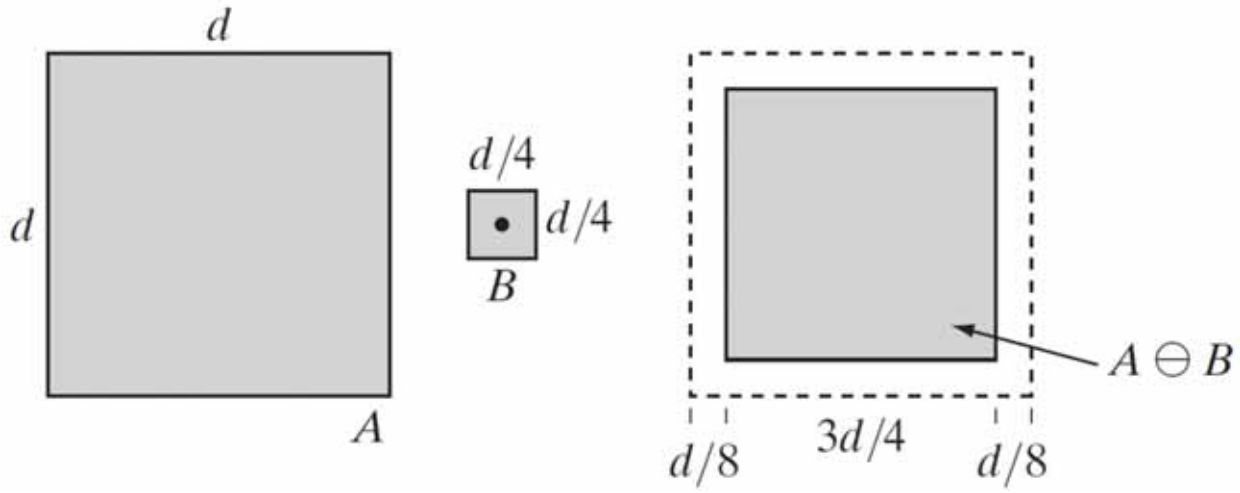
  - $(B)_z$表示把集合B平移到坐标z
  - 通常假设集合B为结构元
  - $(B)_z$意味着把B的原点平移到z

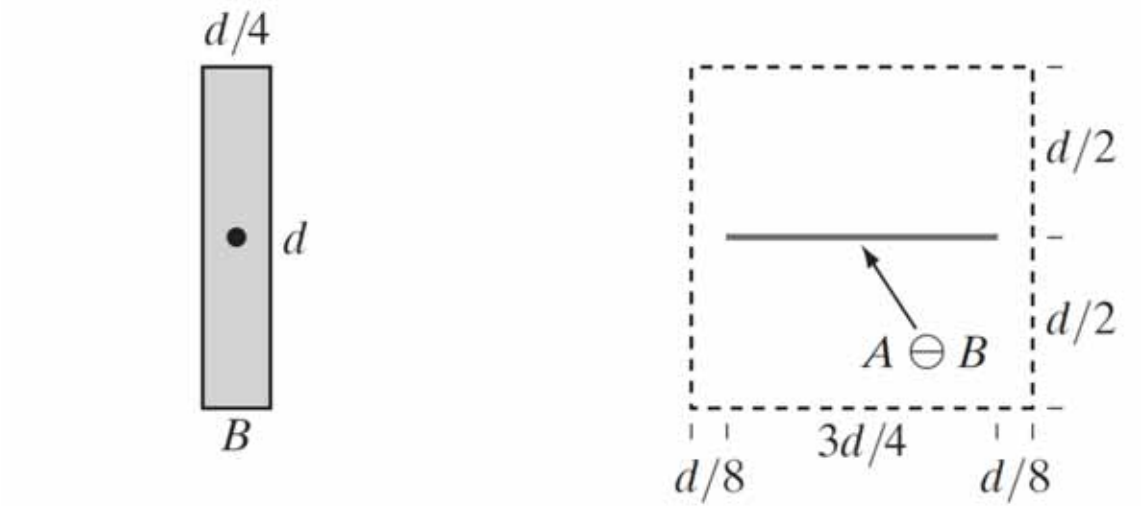
- 等价定义

$$A \ominus B = \{z|(B)_z \cap A^c = \varnothing\}$$ 完全不在A^c中

  - A^c表示集合A的补集

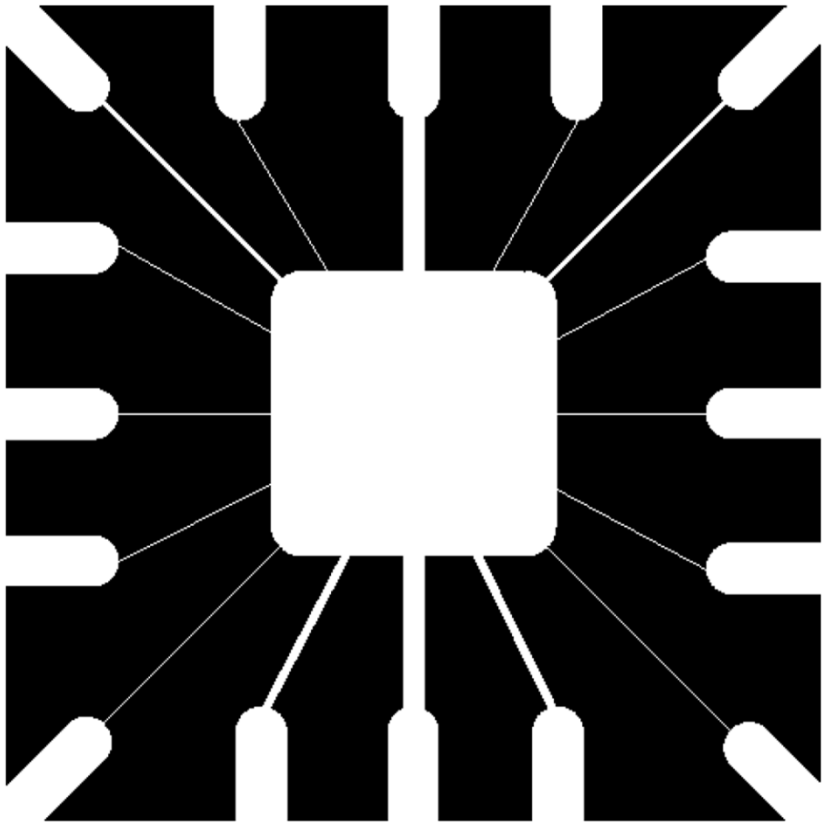
举例

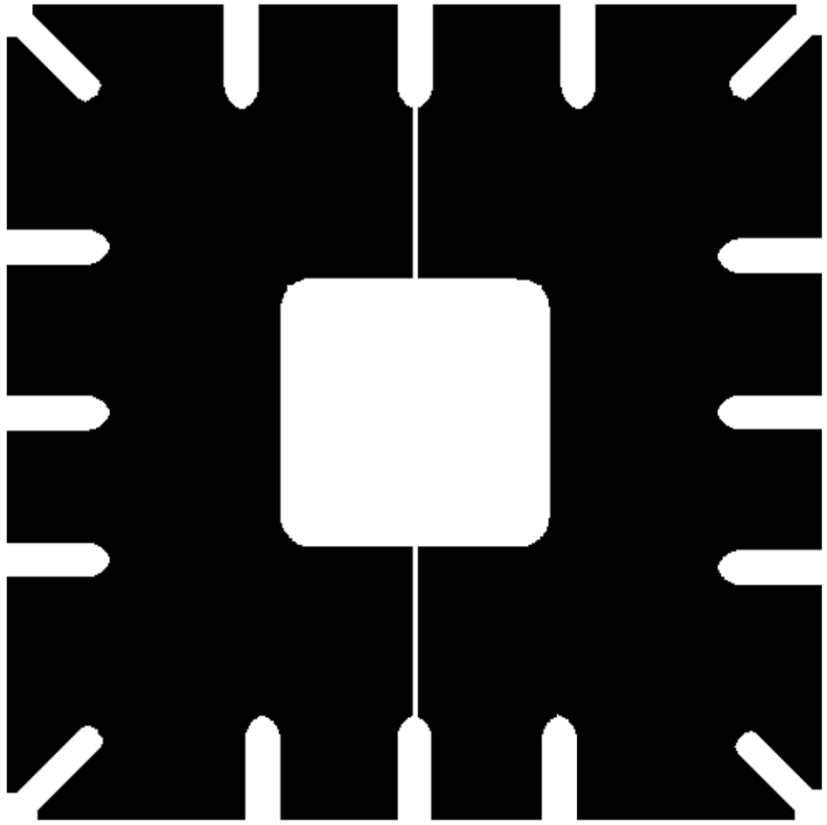




举例

- 去掉连接线





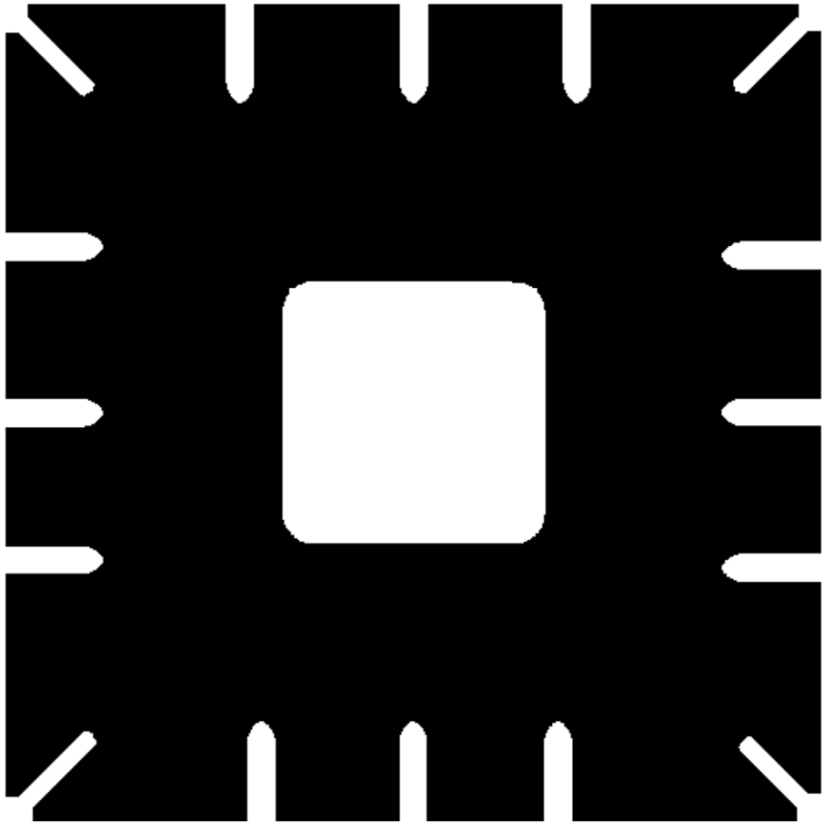
用11 × 11的方框腐蚀

举例

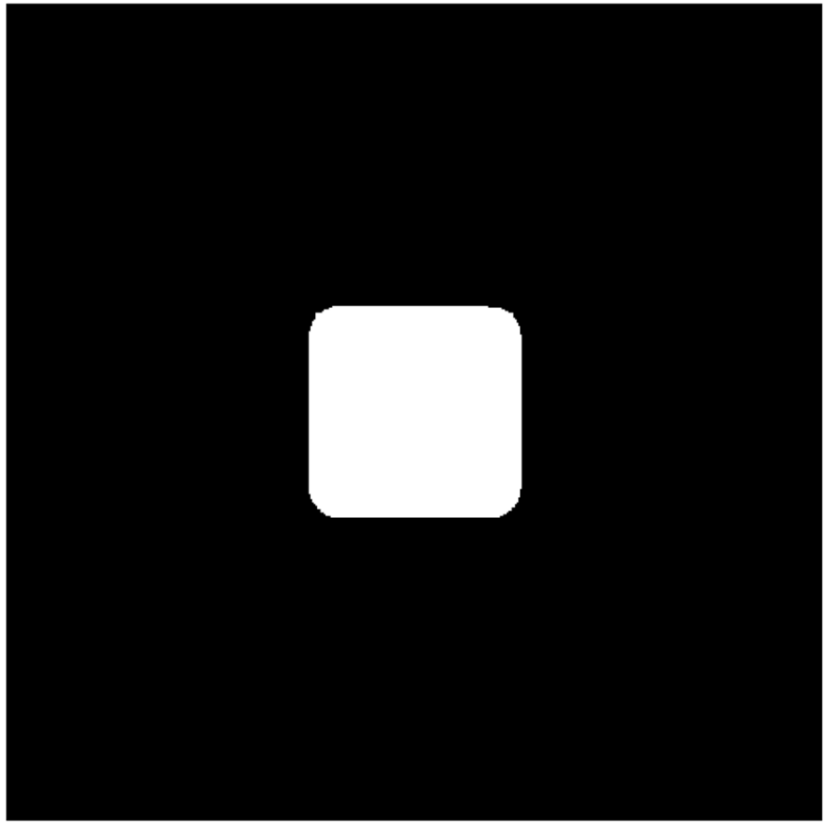
腐蚀，可以被理解为形态学滤波

比方框小的物体被去除

- 去掉连接线



用15 × 15的方框腐蚀



用45 × 45的方框腐蚀

膨胀

- 集合B对集合A的膨胀（dilation）

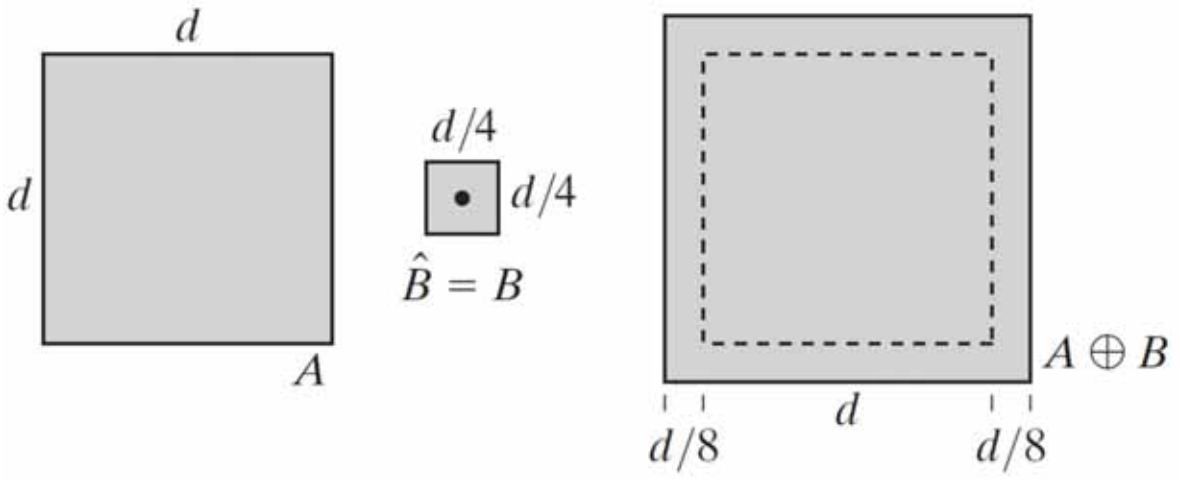
$$A \oplus B = \left\{ z | (\hat{B})_z \cap A \neq \varnothing \right\}$$

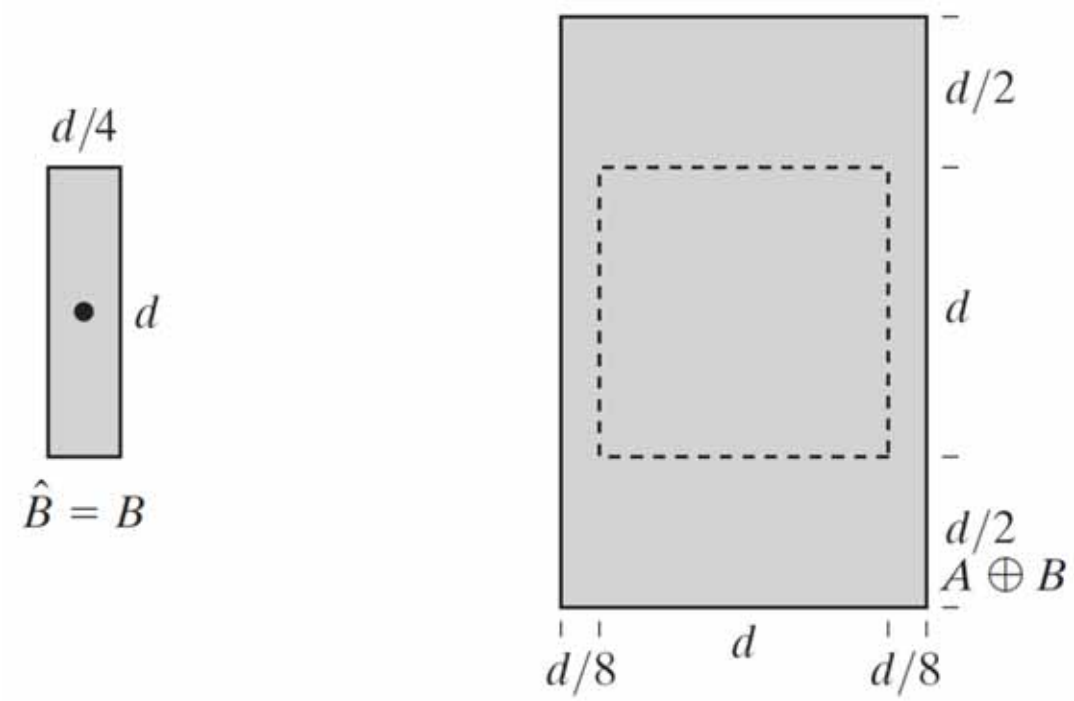
  - $\hat{B}$表示集合B的反射
  - $(\hat{B})_z$表示把集合$\hat{B}$平移到坐标z
  - 通常假设集合B为结构元

- 等价定义

$$A \oplus B = \bigcup_{b \in B} (A)_b$$

举例

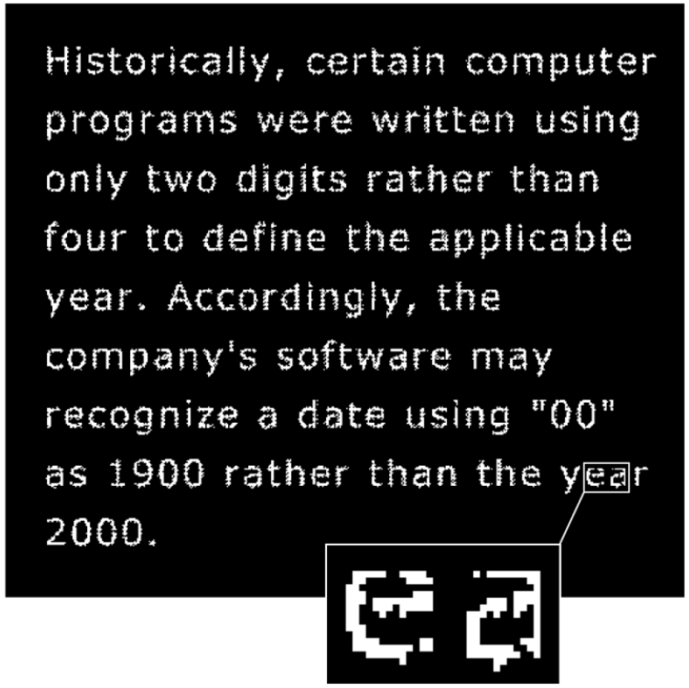




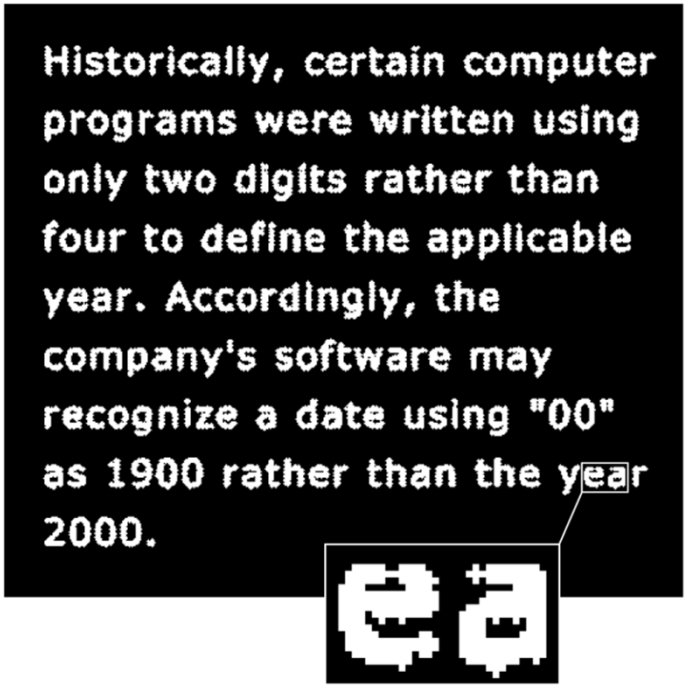
举例

比低通滤波器更简单、直接

输出仍然是二值图像



0	1	0
1	1	1
0	1	0



最长间距是2个像素

对偶性

- 公式

$$(A \ominus B)^c = A^c \oplus \hat{B}$$

$$(A \oplus B)^c = A^c \ominus \hat{B}$$

- 证明

$$(A \ominus B)^c = \{z|(B)_z \subseteq A\}^c$$

$$= \{z|(B)_z \cap A^c = \varnothing\}^c$$

$$= \{z|(B)_z \cap A^c \neq \varnothing\}$$

$$= A^c \oplus \hat{B}$$