

## 7.3 热力学第一定律对理想气体等值过程的应用

### ◆ 计算各等值过程的热量、功和内能的理论基础

(1) 状态方程  $pV = \nu RT = \frac{M}{\mu} RT$  (理想气体的共性)

(2) 功的计算  $dA = pdV$ ,  $A = \int dA = \int_{V_1}^{V_2} pdV$

(3) 内能的计算  $E = E(T) = \frac{i}{2} \nu RT = \frac{M}{\mu} \frac{i}{2} RT$

任意过程的内能增量  $dE = \nu C_{V,m} dT = \frac{i}{2} \nu R dT$

(4) 热量的计算  $\begin{cases} dQ = CdT = \nu C_m dT = McdT \\ dQ = dE + dA = dE + pdV \end{cases}$

(5) 等值过程的特点(等温、等容、等压、绝热, 等等).

# 一. 等容过程 (定容过程, 等体过程)

(constant-volume process, isovolumetric process)

1. 过程特点  $V = C$  (恒量),  $dV = 0$

2. 过程方程  $\frac{p}{T} = \frac{\nu R}{V} = C'$  (恒量)

3. 内能增量

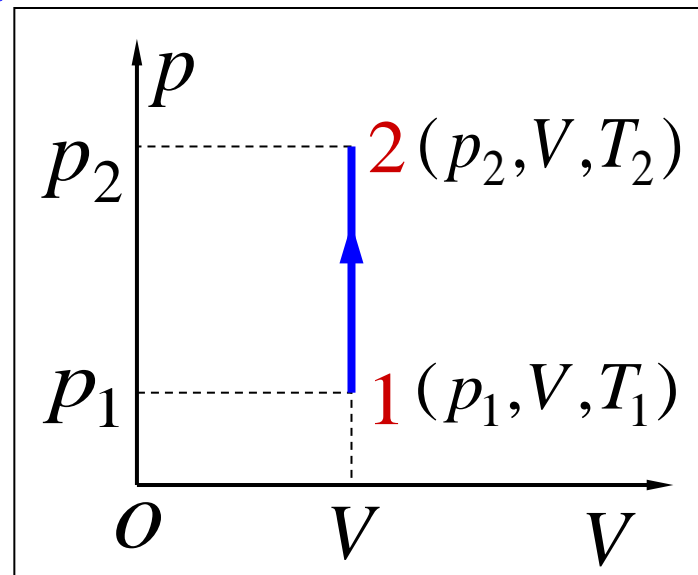
$$\Delta E = \nu C_{V,m} \Delta T = \frac{i}{2} \nu R \Delta T$$

4. 功

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = 0$$

5. 热量

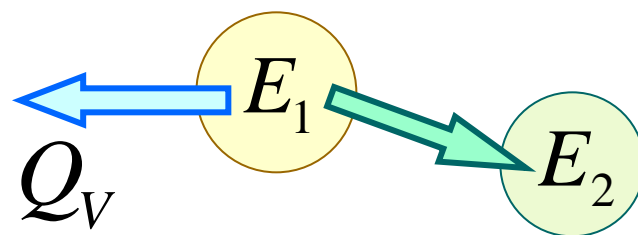
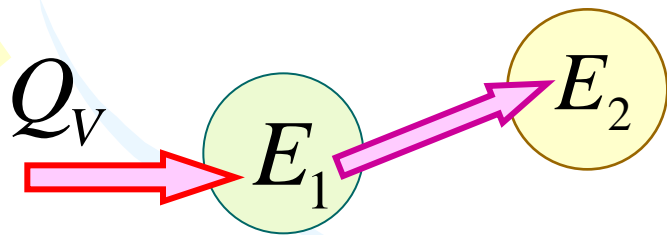
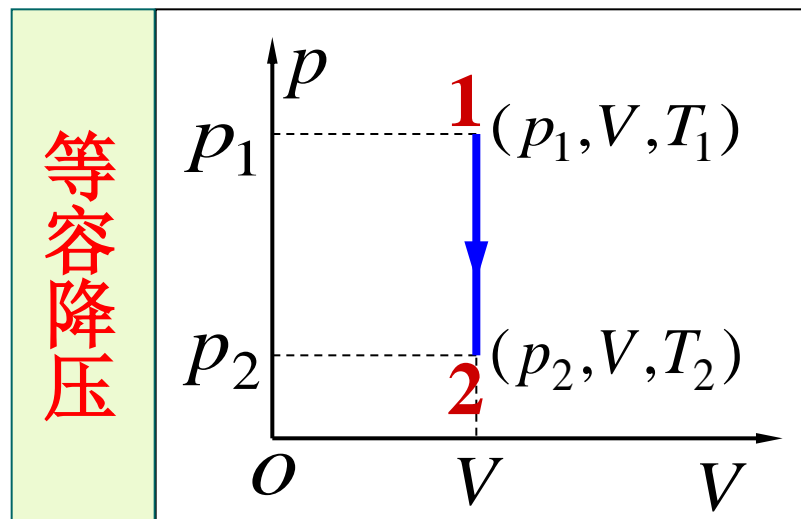
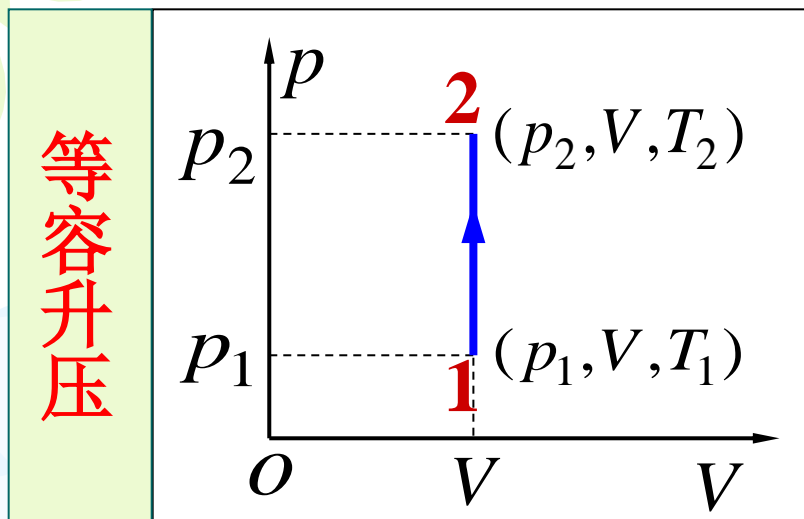
$$Q_V = \Delta E + A = \Delta E = \nu C_{V,m} \Delta T = \frac{i}{2} \nu R \Delta T$$



过程曲线

意义: 等容过程中, 系统吸收的热量全部转变成内能.

**等容过程:**  $V = C$  (恒量),  $A = 0$ ,  $Q_V = \Delta E = \nu C_{V,m} \Delta T$



等容升压过程中，系统吸收的热量，全部用来增加系统的内能，系统对外不作功。

## 二. 等压过程 (定压过程)

(constant-pressure process, isobaric process)

1. 过程特点  $p = C$  (恒量),  $dp = 0$

2. 过程方程  $\frac{V}{T} = \frac{\nu R}{p} = C'$  (恒量)

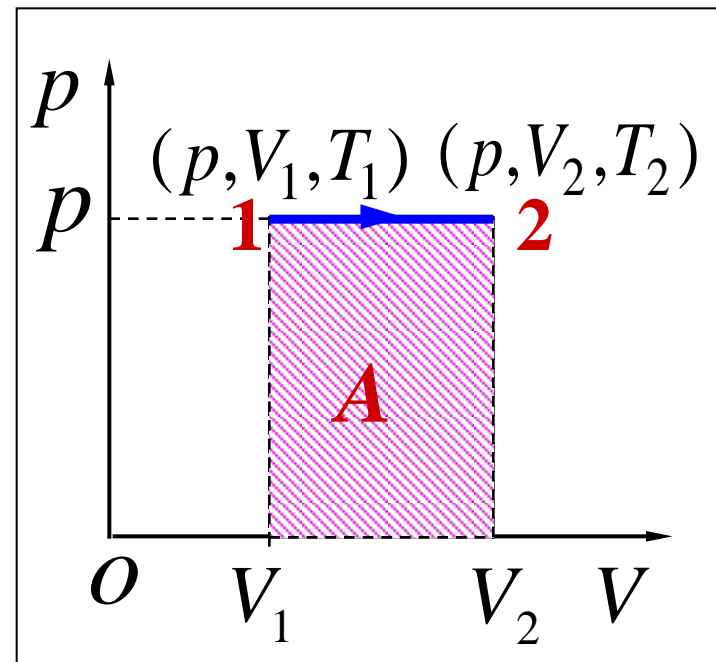
3. 内能增量

$$\Delta E = \nu C_{V,m} \Delta T = \frac{i}{2} \nu R \Delta T$$

4. 功  $A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = p \Delta V = \nu R \Delta T$

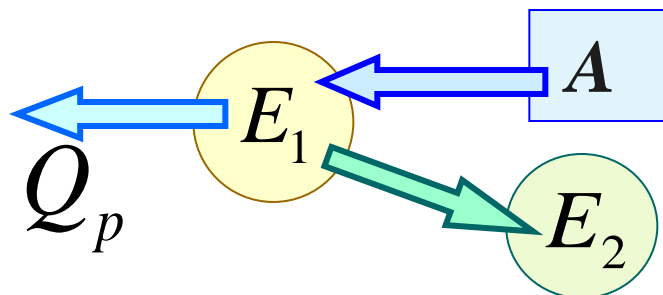
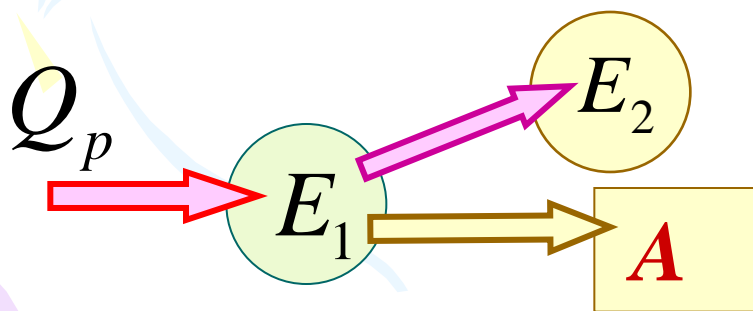
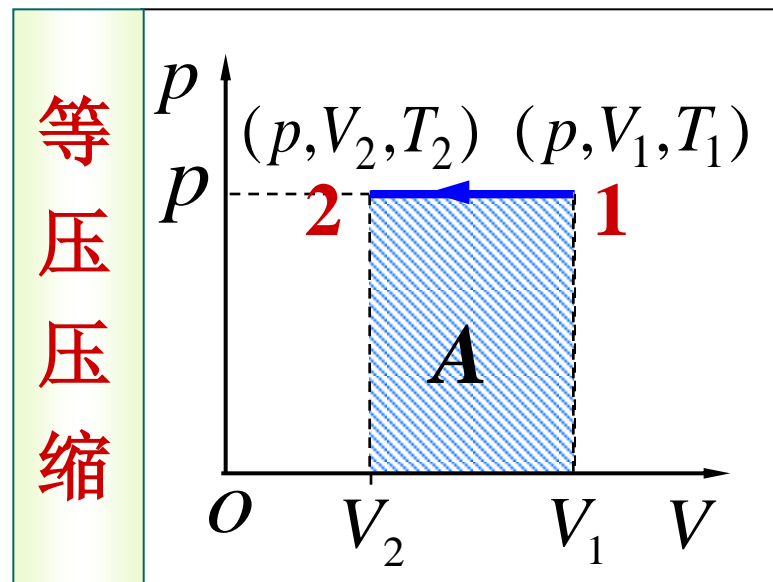
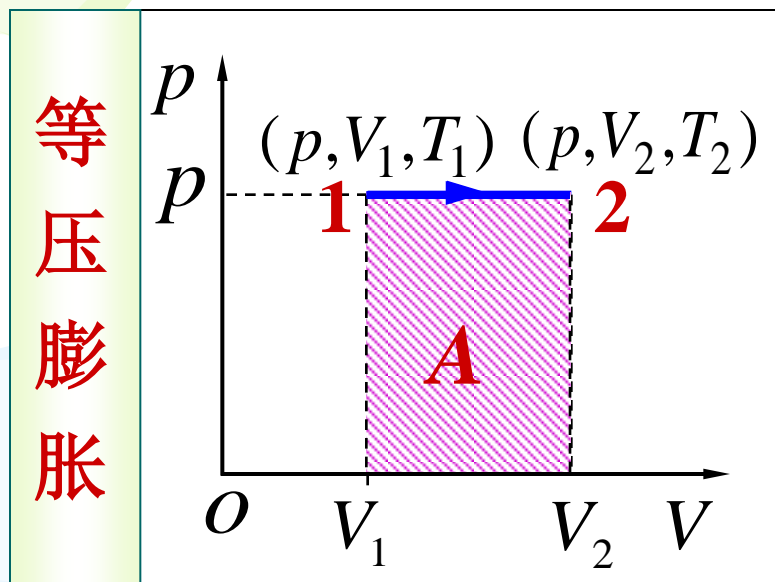
5. 热量  $Q_p = \Delta E + A = \nu C_{V,m} \Delta T + \nu R \Delta T = \nu C_{p,m} \Delta T$

意义: 等压膨胀过程中, 系统吸收的热量, 一部分用来增加系统的内能, 一部分用来对外做功.



过程曲线

**等压过程:**  $p = C$  (恒量),  $Q_V = \Delta E + A = \nu C_{V,m} \Delta T + \nu R \Delta T$



等压膨胀过程中，系统吸收的热量，一部分用来增加系统的内能，一部分用来对外做功。

### 三. 等温过程 (isothermal process)

1. 过程特点  $T = C$  (恒量),  $dT = 0$

2. 过程方程  $pV = \nu RT = C'$  (恒量)

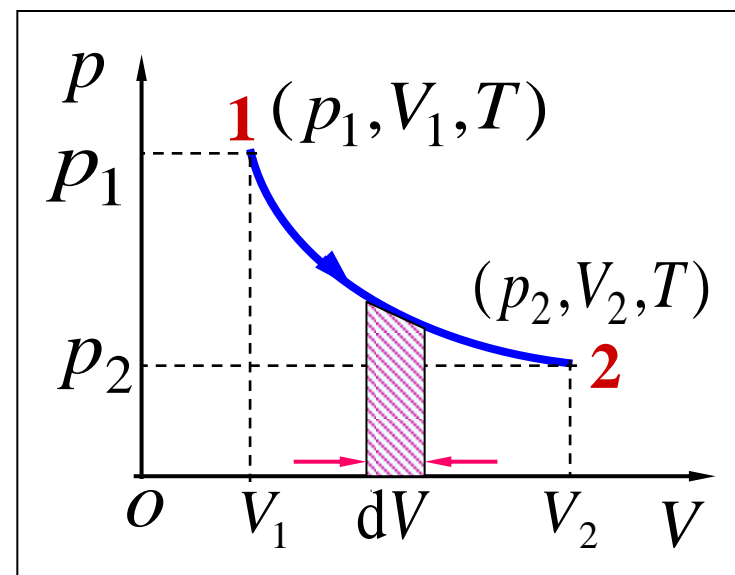
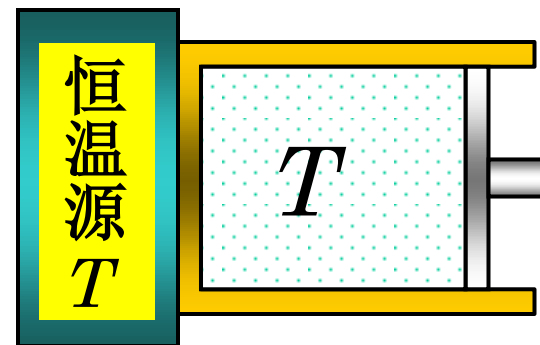
3. 内能增量  $\Delta E = \nu C_{V,m} \Delta T = 0$

理想气体  $E = E(T)$   $T$  不变,  
 $E$  也不变

4. 功  $A = \int_{V_1}^{V_2} p dV$   
$$= \int_{V_1}^{V_2} \nu RT \frac{dV}{V} = \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

由过程方程  $p_1 V_1 = p_2 V_2 (= C')$

故等温过程的功  $A = \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \nu RT \ln \frac{p_1}{p_2}$



过程曲线

## 5. 热量

摩尔热容量  $C_{T,m} = \left(\frac{dQ_m}{dT}\right)_T = \infty$   $C_{T,m}$  无法定义!

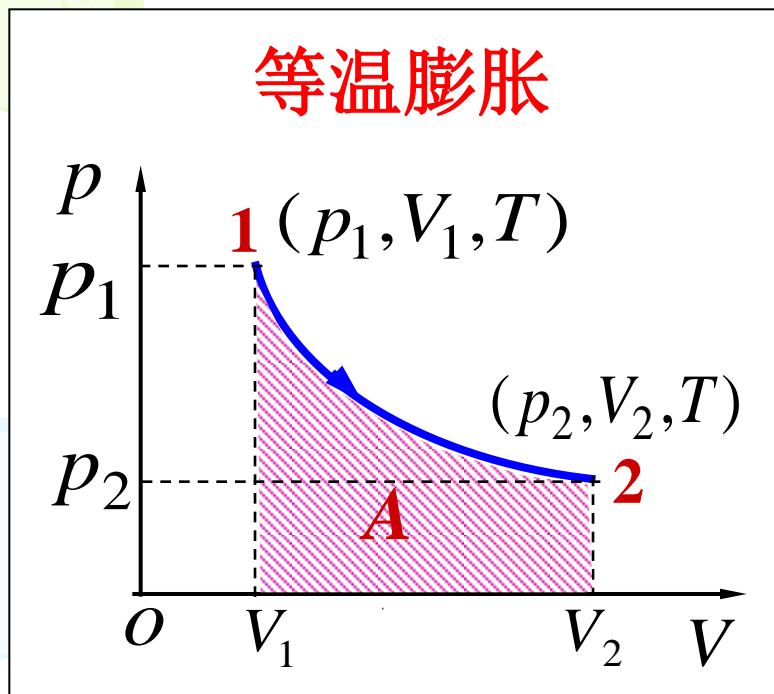
无法应用  $Q_T = \nu C_{T,m} \Delta T$  计算等温过程的热量.

应用热力学第一定律

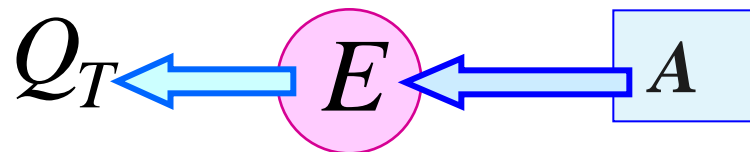
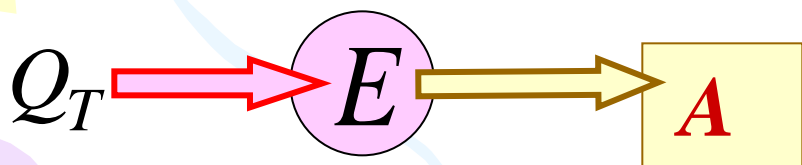
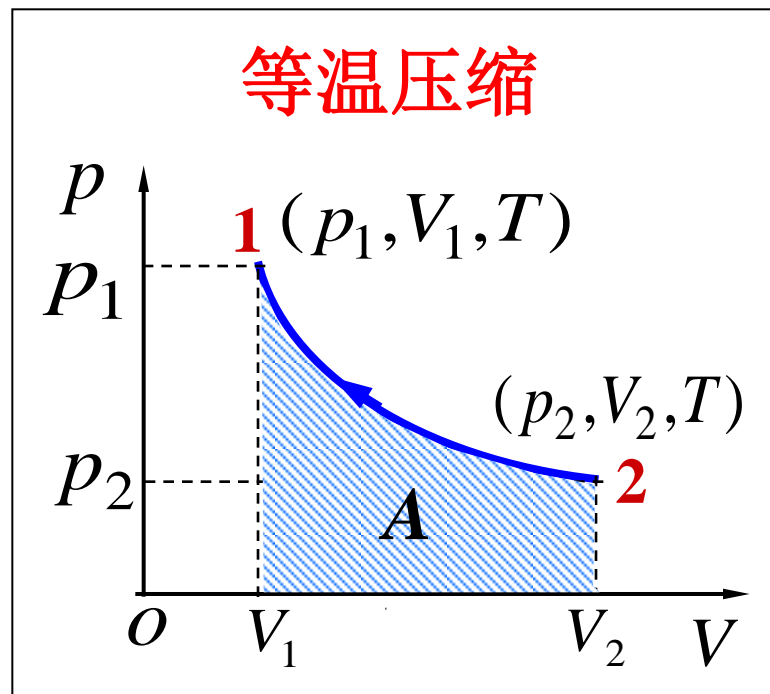
$$Q_T = \Delta E + A = A = \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \nu RT \ln \frac{P_1}{P_2}$$

意义：等温过程中，系统吸收的热量全部用来对外做功，系统的内能保持不变.

## 等温膨胀



## 等温压缩



等温膨胀过程中，系统吸收的热量全部转化为对外做功，系统的内能保持不变。



## 四. 绝热过程 (adiabatic process)

1. 过程特点  $dQ = TdS = 0, S = C$ (等熵)

系统与外界无热量交换.

摩尔热容量  $C_{S,m} = \left(\frac{dQ_m}{dT}\right)_S = 0$

2. 内能增量  $\Delta E = \nu C_{V,m} \Delta T$

3. 功 由热力学第一定律

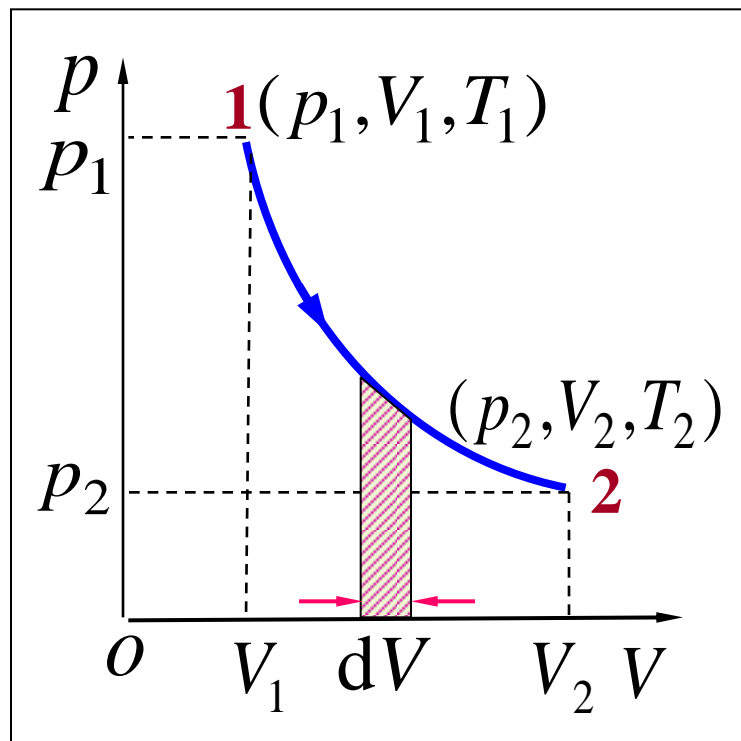
$$Q = \Delta E + A = 0$$

$$\therefore A = -\Delta E = -\nu C_{V,m} \Delta T$$

意义: 系统对外做功全部靠内能提供.

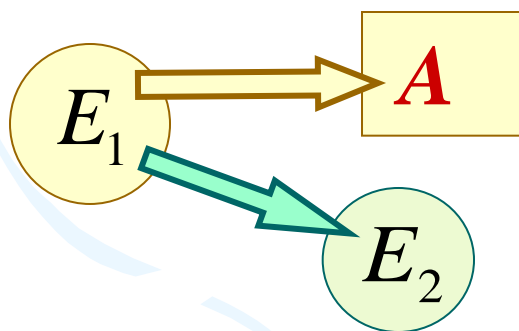
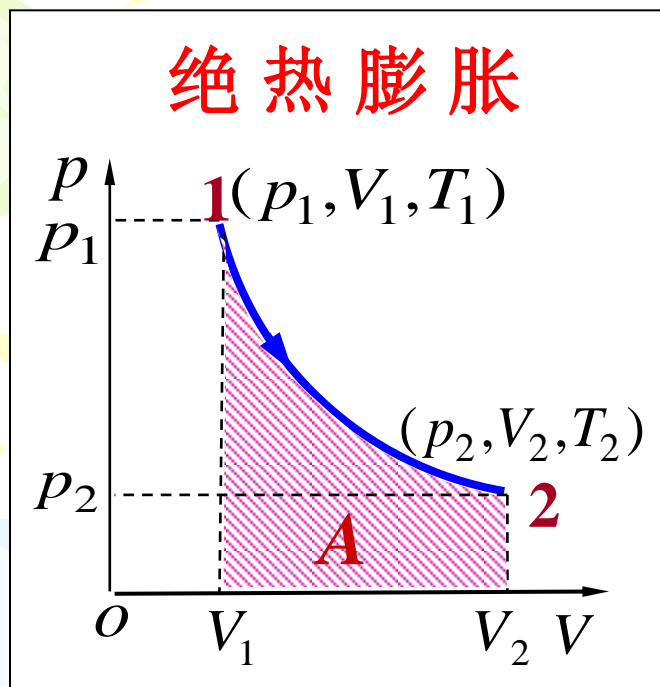
若已知  $p_1, V_1, p_2, V_2$  及  $\gamma$ , 从  $pV = \nu RT$  可得

$$A = C_{V,m} \left( \frac{p_1 V_1}{R} - \frac{p_2 V_2}{R} \right) = \frac{C_{V,m}}{C_{p,m} - C_{V,m}} (p_1 V_1 - p_2 V_2) = \frac{p_1 V_1 - p_2 V_2}{\gamma - 1}$$

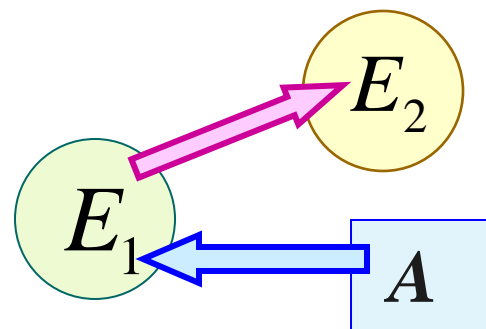
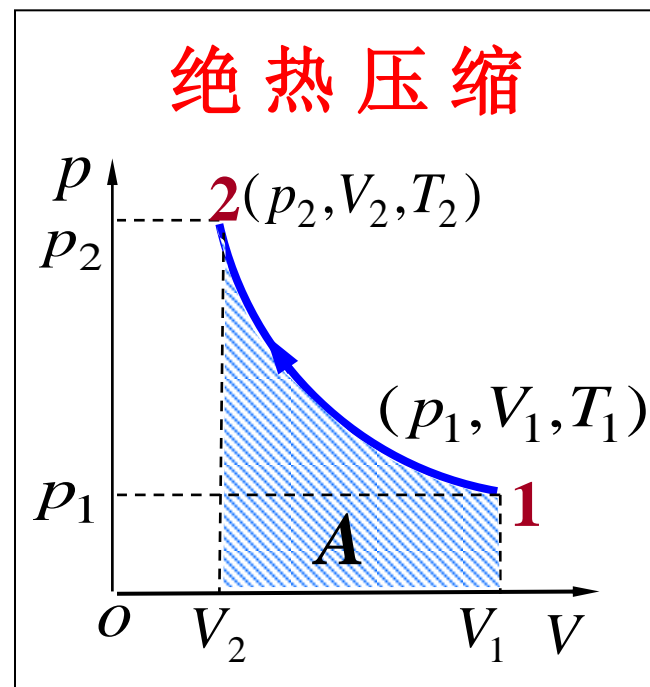


过程曲线

## 绝热膨胀



## 绝热压缩



获取低温的一个方法：

$(V \uparrow \rightarrow E \downarrow \rightarrow T \downarrow)$

绝热膨胀过程中, 系统对外做功全部以消耗系统内能为代价。

## 4. 绝热过程方程

## 准静态绝热过程

由热一律、热量表达式及状态方程的微分式, 可得过程方程.

$\left\{ \begin{array}{l} \text{热一律微分式} \end{array} \right. \quad dQ = \nu C_{V,m} dT + p dV \quad (1)$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{热量表达式微分式} \end{array} \right. \quad dQ = 0 \quad (\text{绝热}) \quad (2)$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{状态方程微分式} \end{array} \right. \quad p dV + V dp = \nu R dT \quad (3)$

由(1), (2), 得  $\nu C_{V,m} dT + p dV = 0 \quad (4)$

联立(3), (4) 消去  $dT$ , 得  $(C_{V,m} + R) p dV + C_{V,m} V dp = 0$

分离变量得:  $\frac{dp}{p} + \gamma \frac{dV}{V} = 0$

积分得绝热过程方程(泊松方程):  $p V^\gamma = C_1 \text{ (恒量)}$

利用状态方程, 可得绝热过程方程  $T V^{\gamma-1} = C_2 \text{ (恒量)},$

的其他形式:  $T^{-\gamma} p^{\gamma-1} = C_3 \text{ (恒量)}$

注意: 绝热自由膨胀过程不是准静态过程, 不能应用绝热过程方程.

## 5. 绝热线与等温线比较

等温过程方程  $pV = C$  (恒量)

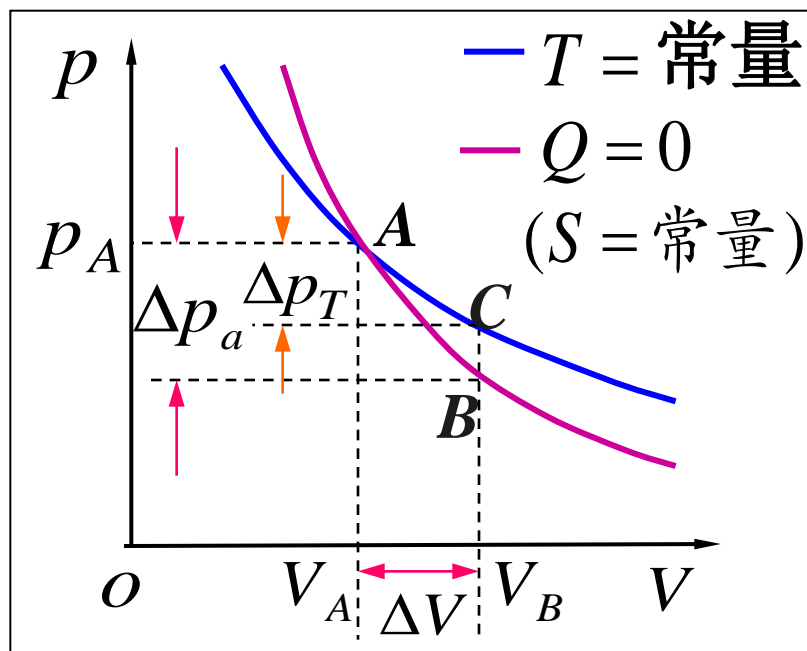
两边求导  $\Rightarrow pdV + Vdp = 0$

$$\Rightarrow \left( \frac{dp}{dV} \right)_T = -\frac{p}{V}$$

绝热过程方程  $pV^\gamma = C_1$  (恒量)

两边求导  $V^\gamma dp + p\gamma V^{\gamma-1} dV = 0$

$$\Rightarrow \left( \frac{dp}{dV} \right)_S = -\gamma \frac{p}{V}$$



绝热线斜率是等温线斜率的  $\gamma$  倍。绝热线比等温线更陡 ( $S$ 代表熵, 后面将看到, 准静态绝热过程是等熵过程)。

**原因：**等温膨胀过程中压强下降, 仅是由于体积增大。对于绝热膨胀过程, 因系统对外做功, 系统的温度将因内能的减小而降低。故绝热过程中压强下降, 不仅是由于体积增大, 还由于温度降低, 所以绝热线要比等温线陡。

## 绝热线比等温线陡的微观解释：

气体压强  $p=nkT$ ，在等温过程中，气体膨胀  $dV$ ，温度  $T$  不变，而气体分子数密度  $n$  降低，从而引起压强  $p$  的降低；而绝热过程中，气体膨胀相同的体积  $dV$ ，一方面引起  $n$  降低同样的数值，另一方面温度  $T$  也要降低，这两者都要引起压强  $p$  的降低。因此气体体积改变  $dV$ ，绝热过程中气体压强的改变比等温过程要大，因而绝热线斜率的绝对值比等温线要大，亦即绝热线比等温线要陡。

## 五、多方过程

气体的实际过程, 实际上是一个介于绝热和等温过程之间的过程, 这种准静态过程称为多方过程.

过程方程:  $pV^n = C$  (恒量),  $n$  — 多方指数 ( $1 \leq n \leq \gamma$ )

### 1) 多方过程的功:

由过程方程  $pV^n = p_1V_1^n = C$  (恒量) 可得  $p = \frac{p_1V_1^n}{V^n}$

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = p_1V_1^n \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V^n} = p_1V_1^n \frac{V_2^{1-n} - V_1^{1-n}}{1-n} = \frac{p_1V_1 - p_2V_2}{n-1}$$

### 2) 多方过程的摩尔热容:

$$\begin{aligned} C_{n,m} &= \left( \frac{dQ}{dT} \right)_n = \left( \frac{dE + dA}{dT} \right)_n = C_{V,m} + p \left( \frac{dV}{dT} \right)_n \\ &= C_{V,m} - \frac{R}{n-1} = \frac{n-\gamma}{n-1} C_{V,m} \quad (\text{推导见下页}) \end{aligned}$$

由状态方程  $pV = RT$  和多方过程方程  $pV^n = C$  (恒量)  
可得  $TV^{n-1} = C'$  (恒量),

两边求微分, 得

$$V^{n-1}dT + (n-1)TV^{n-2}dV = 0 \quad \therefore \left(\frac{dV}{dT}\right)_n = -\frac{V}{(n-1)T}$$

$$\therefore C_{n,m} = C_{V,m} + p\left(\frac{dV}{dT}\right)_n = C_{V,m} - \frac{pV}{(n-1)T} = C_{V,m} - \frac{R}{n-1}$$

$$\text{由} \begin{cases} C_{p,m} - C_{V,m} = R \\ \frac{C_{p,m}}{C_{V,m}} = \gamma \end{cases} \Rightarrow (\gamma - 1)C_{V,m} = R$$

$$\therefore C_{n,m} = \left(1 - \frac{\gamma - 1}{n - 1}\right)C_{V,m} = \frac{n - \gamma}{n - 1}C_{V,m}$$

3) 各种等值过程的多方指数  $n$  及热容量  $C_{n,m} = \frac{n-\gamma}{n-1} C_{V,m}$

1、绝热:  $pV^\gamma = C$  (恒量),  $n = \gamma$ ,  $C_{n,m} = \frac{n-\gamma}{n-1} C_{V,m} = 0$

2、等压:  $p = C$  (恒量),  $pV^0 = C$ ,  $n = 0$ ,  $C_{n,m} = \frac{n-\gamma}{n-1} C_{V,m} = \gamma C_{V,m} = C_{p,m}$

3、等温:  $pV = C$  (恒量),  $n = 1$ ,  $C_{n,m} = \frac{n-\gamma}{n-1} C_{V,m} = \infty$

4、等容:  $V = C$  (恒量),  $P^{\frac{1}{\infty}} = P^0 = 1$ ,  $C_{n,m} = \frac{n-\gamma}{n-1} C_{V,m} = C_{V,m}$

$$P^{\frac{1}{\infty}} V = C, PV^\infty = C' \text{ (恒量)}, \therefore n = \infty$$

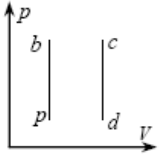
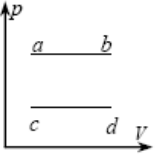
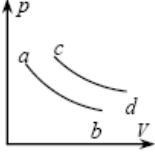
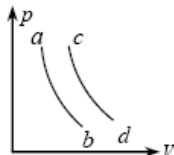
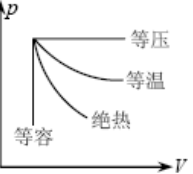
可见,  $n$  不限于取 1 与  $\gamma$  之间的值, 还可以取一系列其它值.



# 理想气体准静态等值过程特性一览表

过程	特征	过程方程	$A$	$\Delta E$	$Q$	气体摩尔 热容 $C_m$
等容	$V = C$	$\frac{p}{T} = C$	0	$\nu C_{V,m} \Delta T$	$\nu C_{V,m} \Delta T = \Delta E$	$C_{V,m} = \frac{i}{2} R$
等压	$p = C$	$\frac{V}{T} = C$	$p \Delta V = \nu R \Delta T$	$\nu C_{V,m} \Delta T$	$\nu C_{p,m} \Delta T$	$C_{p,m} = C_{V,m} + R = \frac{i+2}{2} R$
等温	$T = C$	$pV = C$	$\nu RT \ln \frac{V_2}{V_1}$	0	$= A$	$C_{T,m} = \infty$
绝热	$dQ = TdS = 0$ $S = C$ (熵保持不变)	$pV^\gamma = C_1$ $TV^{\gamma-1} = C_2$ $T^{-\gamma} p^{\gamma-1} = C_3$	$\frac{p_1 V_1 - p_2 V_2}{\gamma - 1} = -\Delta E$	$\nu C_{V,m} \Delta T$	0	$C_{S,m} = 0$
多方	$n = C$	$pV^n = C$	$\frac{p_1 V_1 - p_2 V_2}{n - 1}$	$\nu C_{V,m} \Delta T$	$\Delta E + A$	$C_{n,m} = \frac{n-\gamma}{n-1} C_{V,m}$

# 理想气体准静态等值过程特性一览表

过程名称	等容过程	等压过程	等温过程	绝热过程	多方过程
特征	$dV=0, V=C$	$dp=0, p=C$	$dT=0, T=C$	$dQ=TdS=0, S=C$ (熵保持不变)	$n=C$
过程方程	$\frac{p}{T}=C$	$\frac{V}{T}=C$	$PV=C$	$pV^\gamma=C_1$ $TV^{\gamma-1}=C_2$ $T^{-\gamma}p^{\gamma-1}=C_3$	$pV^n=C$
功 $A$	0	$A=p\Delta V=\nu R\Delta T$	$A=\nu RT\ln\frac{V_2}{V_1}=\nu RT\ln\frac{p_2}{p_1}$	$A=-\Delta E=-\nu C_{V,m}\Delta T=\frac{p_1V_1-p_2V_2}{\gamma-1}$	$A=\frac{p_1V_1-p_2V_2}{n-1}$
内能 $\Delta E$	$\nu C_{V,m}\Delta T=\frac{i}{2}\nu R\Delta T$	$\nu C_{V,m}\Delta T$	0	$\nu C_{V,m}\Delta T$	$\nu C_{V,m}\Delta T$
热量 $Q$	$\nu C_{V,m}\Delta T=\frac{i}{2}\nu R\Delta T$	$\nu C_{p,m}\Delta T$	$Q=A$	0	$Q=\Delta E+A$
摩尔热容 $C_m$	$C_{V,m}=\frac{i}{2}R$	$C_{p,m}=C_{V,m}+R=\frac{i+2}{2}R$	$C_{T,m}=\infty$	$C_{S,m}=0$	$C_{n,m}=\frac{n-\gamma}{n-1}C_{V,m}$
多方指数 $n$	$\infty$	0	1	$\gamma=\frac{C_{p,m}}{C_{V,m}}=\frac{i+2}{i}$	$n=C$
热一律	$Q=\Delta E$	$Q=\Delta E+A$	$Q=A$	$0=\Delta E+A$	$Q=\Delta E+A$
物理意义	等容过程中系统吸收的热量全部变为内能, 系统对外不作功	等压过程中系统吸收的热量一部分用来增加系统的内能, 一部分用来对外做功	等温过程系统吸收的热量全部转化为对外做功, 系统内能保持不变	绝热膨胀过程中, 系统对外做功全部以消耗系统内能为代价	多方过程系统吸收热量, 可能一部分用来增加系统的内能, 一部分用来对外做功
图像					

**例1.** 1 mol  $O_2$  经历两个过程, 1)  $A \rightarrow D \rightarrow B$  等温; 2)  $A \rightarrow C \rightarrow B$  等容、等压; 求两个过程的  $A$ ,  $\Delta E$ ,  $Q$ .

**解: 1)  $A \rightarrow D \rightarrow B$  等温过程**

$$\Delta E = 0, Q = A$$

$$A = \int_{V_A}^{V_B} p dV = RT_A \ln \frac{V_B}{V_A}$$

$$\because V_C = 22.4 \text{ l}, p_C = 1 \text{ atm},$$

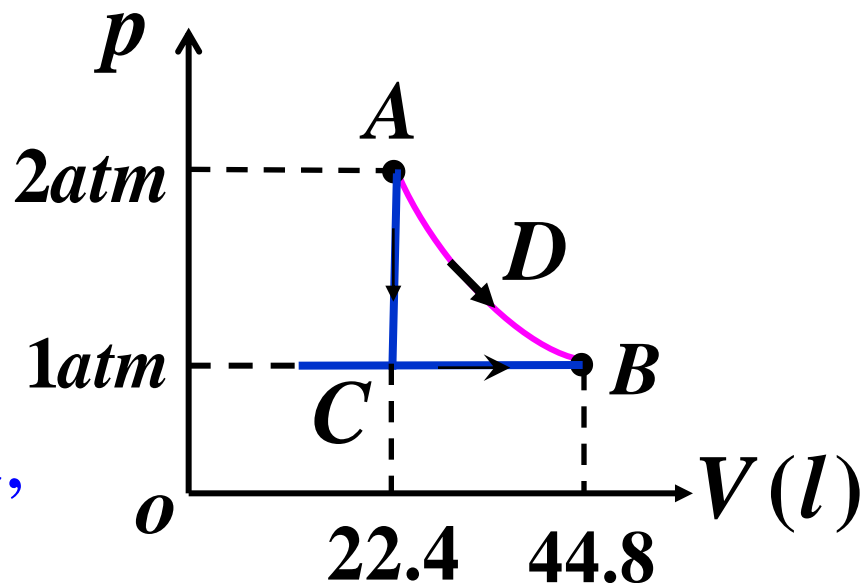
故  $C$  点对应于标准状态

$$\because T_C = 273.15 \text{ K},$$

$$C \rightarrow B \text{ 是等压过程 } \frac{V_C}{T_C} = \frac{V_B}{T_B}$$

$$\therefore T_A = T_B = \frac{V_B}{V_C} T_C = 2T_C = 546.3 \text{ (K)}$$

$$\therefore A = Q = 8.31 \times 546.3 \times \ln 2 = 3.15 \times 10^3 \text{ (J)}$$



$$\frac{V_B}{V_A} = 2,$$

## 2) $A \rightarrow C \rightarrow B$ 过程

$$A = A_{A \rightarrow C} + A_{C \rightarrow B}$$

$$= 0 + \int_{V_C}^{V_B} p dV = p(V_B - V_C)$$

$$= 1.01 \times 10^5 \times 22.4 \times 10^{-3}$$

$$= 2.27 \times 10^3 \text{ (J)}$$

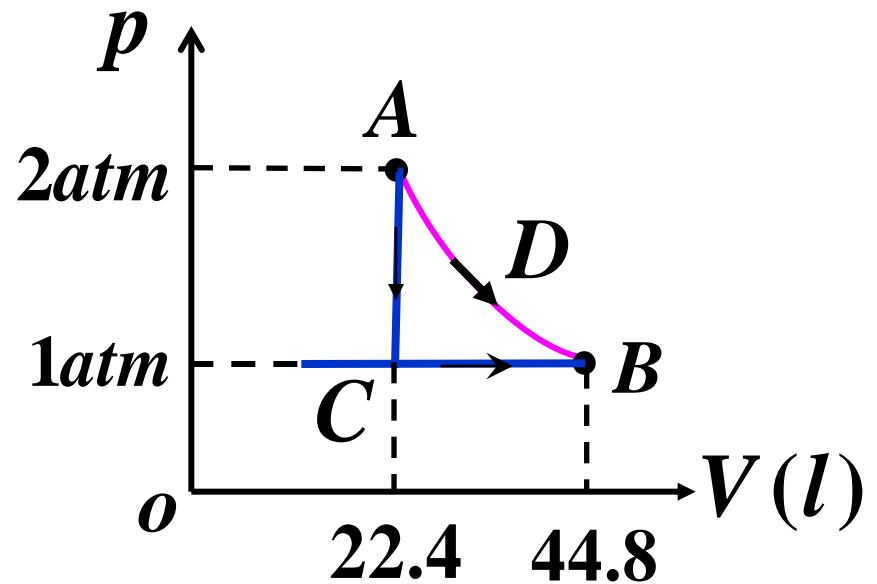
$$Q = Q_{A \rightarrow C} + Q_{C \rightarrow B}$$

$$= C_{V,m}(T_C - T_A) + C_{p,m}(T_B - T_C)$$

$$= C_{V,m}(T_C - T_A) + (C_{V,m} + R)(T_B - T_C)$$

$$= R(T_B - T_C) \quad (\text{利用 } T_A = T_B)$$

$$= p(V_B - V_C) = A = 2.27 \times 10^3 \text{ (J)}$$



$$p_C = 1 \text{ atm} = 1.01325 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_C = 273.15 \text{ K},$$

$$T_A = T_B = 2T_C = 546.3 \text{ K}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta E &= \Delta E_{A \rightarrow C} + \Delta E_{C \rightarrow B} \\
 &= C_{V,m}(T_C - T_A) + C_{V,m}(T_B - T_C) \\
 &= 0 \quad (\text{利用 } T_A = T_B)
 \end{aligned}$$

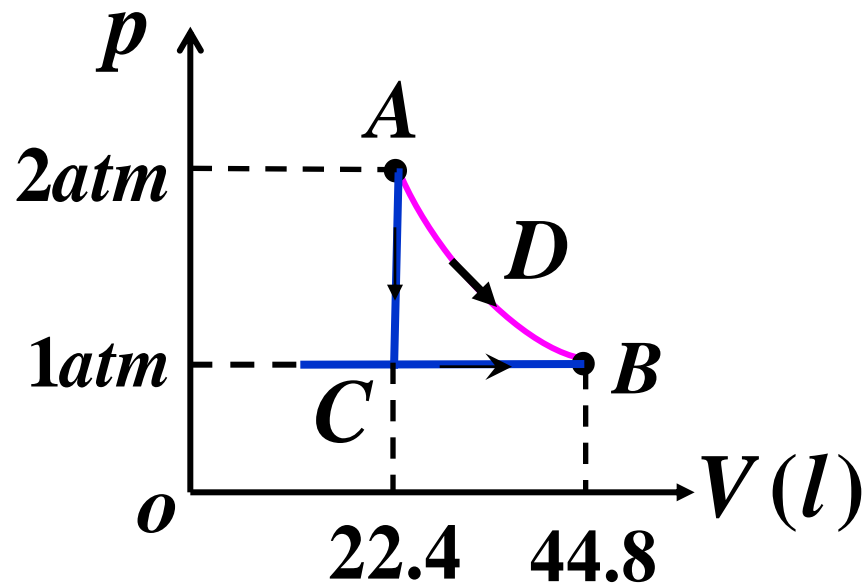
直接应用热力学第一定律:

∵ 初态与末态  $T$  相同 ( $T_A = T_B$ ),  
 不论中间经历什么过程,  
 应有  $\Delta E_{A \rightarrow C \rightarrow B} = 0$ ,

应用热力学第一定律, 得

$$Q_{A \rightarrow C \rightarrow B} = \Delta E_{A \rightarrow C \rightarrow B} + A_{A \rightarrow C \rightarrow B} = A_{A \rightarrow C \rightarrow B} = 2.27 \times 10^3 \text{ (J)}$$

与前面具体计算结果一致.

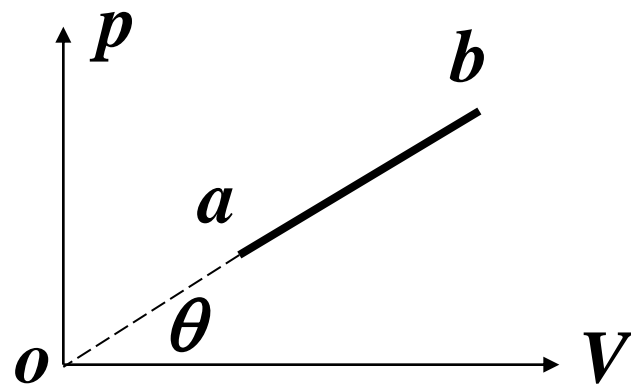


$$p_C = 1 \text{ atm},$$

$$T_C = 273.15 \text{ K},$$

$$T_A = T_B = 2T_C = 546.3 \text{ K}$$

**例2.** 某理想气体的  $p$ - $V$  关系如图所示，由初态  $a$  经准静态过程直线  $ab$  变到终态  $b$ . 已知该理想气体的定容摩尔热容量  $C_V = 3R$ ，求该理想气体在  $ab$  过程中的摩尔热容量.



**解：** 摩尔热容量  $C_m = \frac{dQ_m}{dT} = \frac{dE + dA}{dT} = C_{V,m} + p \frac{dV}{dT}$

由  $ab$  过程方程  $\frac{V}{p} = \text{恒量}$  和状态方程  $pV = RT$

可得  $V^2 T^{-1} = \text{恒量},$

两边求微分，得  $2VT^{-1}dV - V^2T^{-2}dT = 0$

$$\therefore \frac{dV}{dT} = \frac{V}{2T}, \quad C_m = C_{V,m} + \frac{pV}{2T} = 3R + \frac{R}{2} = \frac{7}{2}R$$

**例3.** 1 mol 理想气体经历一个准静态过程，其摩尔热容  $C_m = C_{V,m} - R$ ，求其过程方程。

**解：**由热一律、热量表达式及状态方程的微分式，可得过程方程。

热一律微分式  $dQ = C_{V,m} dT + p dV$  (1)

热量表达式微分式  $dQ = (C_{V,m} - R) dT$  (2)

状态方程微分式  $p dV + V dp = R dT$  (3)

由(1), (2)式，得  $p dV + R dT = 0$  (4)

联立(3), (4) 消去  $dT$ ，得  $2 p dV + V dp = 0$

分离变量得：  $2 \frac{dV}{V} + \frac{dp}{p} = 0$

积分得过程方程：  $p V^2 = C_1 (\text{恒量})$

利用状态方程，可得过程方程  $V T = C_2 (\text{恒量})$ ，

的其他形式：  $p T^{-2} = C_3 (\text{恒量})$



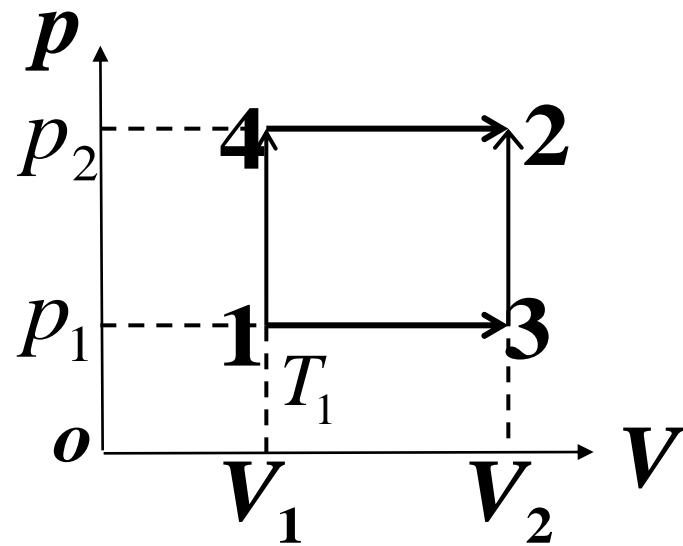
**例4.** 1 mol 的理想气体经图示的两个不同过程（1—4—2）和（1—3—2）由状态1→2,  $p_2 = 2p_1$ ,  $V_2 = 2V_1$ , 该气体  $C_{V,m} = 5R/2$ , 状态1 温度为  $T_1$ , 求两个过程从外界吸收的热量.

**解:** (1) 1 → 4 → 2 过程

$$\begin{aligned} Q_{1-4-2} &= Q_{1 \rightarrow 4} + Q_{4 \rightarrow 2} \\ &= C_{V,m} (\underline{T_4} - T_1) \\ &\quad + C_{p,m} (\underline{T_2} - T_4) \end{aligned}$$

$$1 \rightarrow 4 \text{ 等容: } \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_4}{T_4}$$

$$\therefore T_4 = \frac{p_4}{p_1} T_1 = \frac{p_2}{p_1} T_1 = 2T_1$$





4 → 2 等压:  $\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_4}{T_4}$ ,

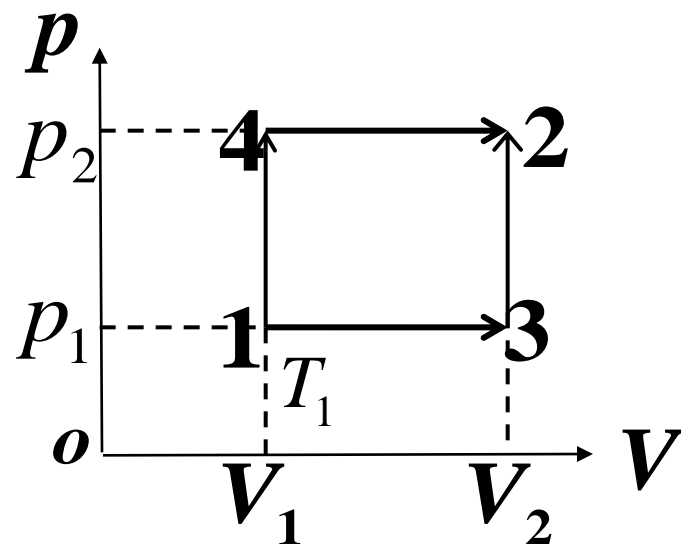
$$\therefore T_2 = \frac{V_2}{V_4} T_4 = \frac{V_2}{V_1} T_4 = 2T_4 = 4T_1$$

$$Q_{1-4-2} = Q_{1 \rightarrow 4} + Q_{4 \rightarrow 2}$$

$$= C_{V,m}(T_4 - T_1) + C_{p,m}(T_2 - T_4) \quad T_4 = 2T_1,$$

$$= \frac{5R}{2} T_1 + \frac{7R}{2} \times 2T_1$$

$$= \frac{19}{2} RT_1$$



$$C_{p,m} = C_{V,m} + R = \frac{7R}{2}$$

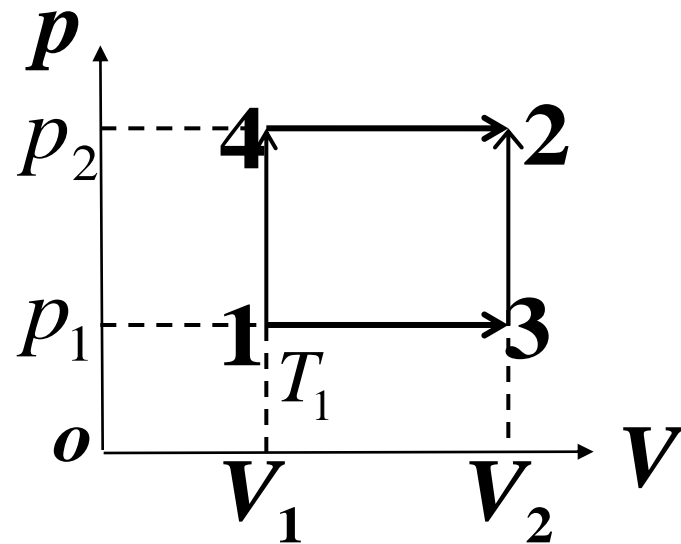
## (2) $1 \rightarrow 3 \rightarrow 2$ 过程

$$Q_{1-3-2} = C_{p,m}(T_3 - T_1) + C_{V,m}(T_2 - T_3)$$

$1 \rightarrow 3$  等压:  $\frac{V_3}{T_3} = \frac{V_1}{T_1},$

$$\therefore T_3 = \frac{V_3}{V_1} T_1 = \frac{V_2}{V_1} T_1 = 2T_1$$

$$\therefore Q_{1-3-2} = \frac{7}{2} R \times T_1 + \frac{5}{2} R \times 2T_1 = \frac{17}{2} RT_1$$

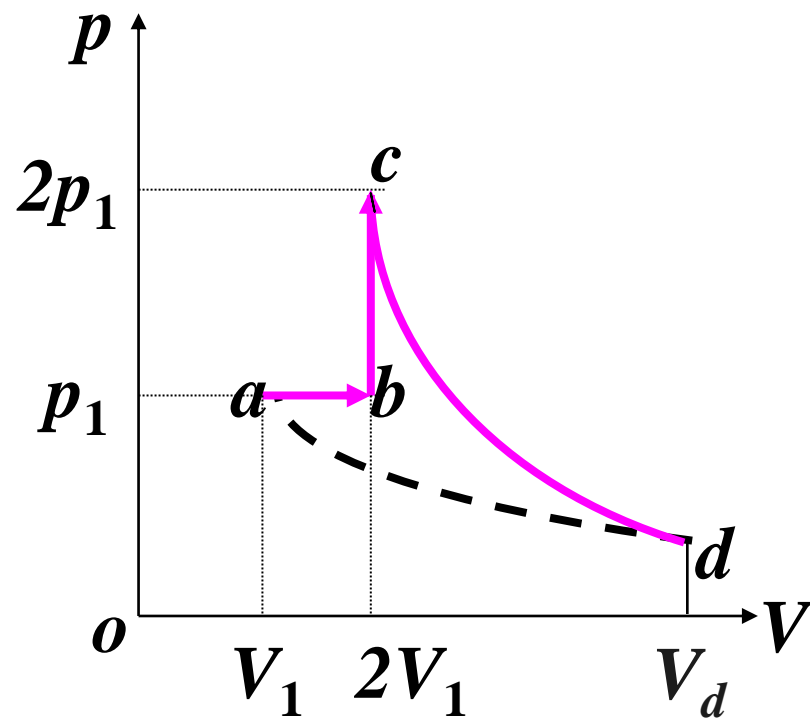


$$T_2 = 4T_1$$

$$T_4 = 2T_1,$$

**例5.** 1 mol 单原子理想气体，由状态  $a(p_1, V_1)$  先**等压**加热至体积增大一倍，再**等容**加热至压力增大一倍，最后再经**绝热**膨胀，使其温度降至初始温度。如图，试求：

- (1) 状态  $d$  的体积  $V_d$ ；
- (2) 整个过程对外所作的功；
- (3) 整个过程吸收的热量。



**解：** (1) 根据题意  $T_d = T_a$

根据状态方程可得 
$$T_a = \frac{p_1 V_1}{R}, \quad T_c = \frac{p_c V_c}{R} = \frac{4p_1 V_1}{R} = 4T_a$$

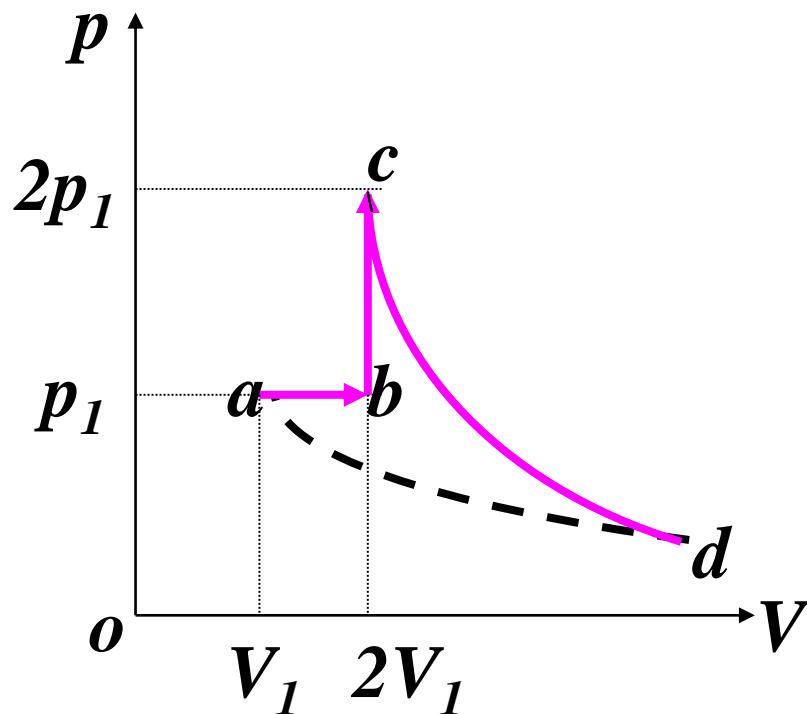
再根据绝热过程方程 
$$T_c V_c^{\gamma-1} = T_d V_d^{\gamma-1} \Rightarrow V_d = \left(\frac{T_c}{T_d}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} V_c$$

$$T_d = T_a = \frac{p_1 V_1}{R}, \quad T_c = 4T_a$$

单原子气体

$$V_d = \left(\frac{T_c}{T_d}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} V_c \quad \gamma = \frac{C_{p,m}}{C_{V,m}} = 1.67$$

$$= 4^{\frac{1}{1.67-1}} \times 2V_1 = 15.8V_1$$



(2) 整个过程对外所作的功

先求各分过程的功

$$A_{ab} = p_1(2V_1 - V_1) = p_1 V_1, \quad A_{bc} = 0$$

$$A_{cd} = -\Delta E_{cd} = -C_{V,m}(T_d - T_c) = -\frac{3}{2}R(T_a - 4T_a) = \frac{9}{2}RT_a = \frac{9}{2}p_1 V_1$$

整个过程的总功  $A_{abcd} = A_{ab} + A_{bc} + A_{cd} = \frac{11}{2} p_1 V_1$

### (3) 计算整个过程吸收的热量，有两种方法

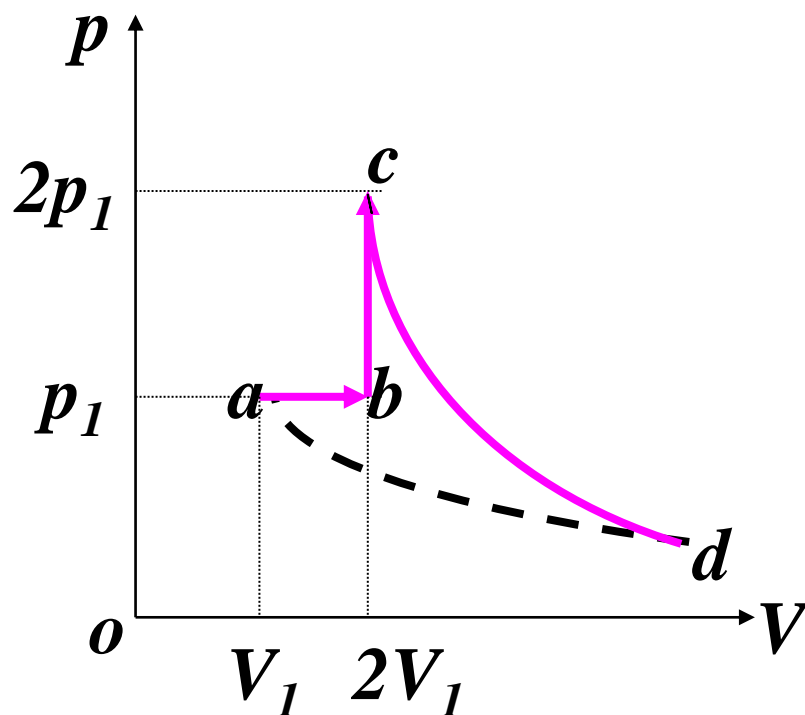
方法一：根据整个过程吸收的总热量等于各分过程吸收热量的和。

$$\begin{aligned} Q_{ab} &= C_{p,m}(T_b - T_a) = \frac{5}{2}R(T_b - T_a) \\ &= \frac{5}{2}(p_b V_b - p_a V_a) = \frac{5}{2}p_1 V_1 \end{aligned}$$

$$Q_{bc} = C_{V,m}(T_c - T_b) = \frac{3}{2}R(T_c - T_b) = \frac{3}{2}(p_c V_c - p_b V_b) = 3p_1 V_1$$

$$Q_{cd} = 0$$

整个过程吸收的总热量  $Q_{abcd} = Q_{ab} + Q_{bc} + Q_{cd} = \frac{11}{2}p_1 V_1$



方法二：对 $abcd$ 整个过程应用热力学第一定律

$$Q_{abcd} = A_{abcd} + \Delta E_{ad}$$

由于  $T_a = T_d$ , 故  $\Delta E_{ad} = 0$

$$\text{则 } Q_{abcd} = A_{abcd} = \frac{11}{2} p_1 V_1$$

