南京理工大学课程考试试卷(学生考试用)

课程名称：高等数学 II　学分：6　教学大纲编号：11223301

试卷编号：期中模拟　考试方式：闭卷　满分分值：100　考试时间：120 分钟

组卷日期：2025 年 4 月 20 日　组卷教师(签字)：命题组　审定人(签字)：＿＿＿＿

（考生请注意：所有答案按试题序号写在答题纸上，写在试卷上一律无效！）

一、填空题 (每小题 3 分，满分 27 分)

1. 已知$|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=\sqrt{3}$，$\vec{a}\perp\vec{b}$，则$|\vec{a}+\vec{b}|=$＿＿＿＿.

2. 空间曲线$L:\begin{cases} z=x^2+2y \\ z=x-3 \end{cases}$在 yOz 面上的投影曲线方程为＿＿＿＿＿＿.

3. 曲线$L:\begin{cases} x^2-2y^2=1 \\ z=0 \end{cases}$绕 y 轴旋转一周所得旋转曲面的方程为＿＿＿＿.

4. 设可微函数 $f(x,y,z)$ 在点 (x_0,y_0,z_0) 处的梯度为 $\vec{g}=(1,2,3)$，则函数 $f(x,y,z)$ 在点 (x_0,y_0,z_0) 处沿方向 $\vec{l}=(1,1,1)$ 的方向导数为＿＿＿＿.

5. 曲面 $x^2+2y^2+3z^2=21$ 在点 $(1,-2,2)$ 处的切平面方程是＿＿＿＿.

6. 曲线$\begin{cases} x^2+y^2=\dfrac{1}{2}z^2 \\ x+y+2z=4 \end{cases}$在点 $(1,-1,2)$ 处的切线方程是＿＿＿＿.

7. 设 $D: x^2+y^2\le 4$，则 $\iint\limits_D [x^3e^{-y^2}+y\ln(x+3)^2-\sin xy^2+5]dxdy=$＿＿＿＿.

8. 设Ω是由平面 $x+2y+3z=1$ 与三个坐标面所围的空间闭区域，则三重积分 $\iiint\limits_\Omega f(x,y,z)dv$ 化为直角坐标系下的三次积分为＿＿＿＿.

9. 圆锥面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 包含在球面 $x^2+y^2+z^2=1$ 之内的部分的面积为＿＿＿＿.

二、选择题 (每小题 3 分，满分 9 分)

1. 直线$\dfrac{x+3}{-2}=\dfrac{y+4}{-7}=\dfrac{z}{3}$和平面 $4x-2y-2z=3$ 的位置关系是（　　）.

   A. 垂直　B. 相交不垂直　C. 平行　D. 直线在平面上

2. 设$\Omega: x^2+y^2+z^2\le 2z$，$f(u)$ 为连续函数，则 $\iiint\limits_\Omega f(\sqrt{x^2+y^2+z^2})dv=$（　　）.

   A. $\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^{\pi}\sin\theta d\theta\int_0^{2\cos\theta}f(r)r^2dr$　　B. $\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin\theta d\theta\int_0^{2\cos\theta}f(r)r^2dr$

C. $\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} \sin\theta d\theta \int_0^1 f(r) r^2 dr$　　　　D. $\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\theta d\theta \int_0^1 f(r) r^2 dr$

3. 设 $f_x(x_0,y_0)$、$f_y(x_0,y_0)$ 都存在，则（　　）.

A. $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处连续　　　　B. $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处可微

C. $\lim\limits_{x\to x_0} f(x,y_0)$ 存在　　　　D. $\lim\limits_{\substack{x\to x_0\\ y\to y_0}} f(x,y)$ 存在

三、（8 分）设直线 L 过点 $P_0(1,1,1)$，并且与直线 $L_1: x=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{3}$ 相交，与直线 $L_2: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-3}{4}$ 垂直，试求直线 L 的方程 .

四、（8 分）设 $u(x,y)=f(\dfrac{x}{y}, x^2\sin y)$，其中 f 具有二阶连续偏导数，求 du 和 $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$.

五、（8 分）设二元函数 $z(x,y)=2x^3-\dfrac{1}{2}y^3+3x^2+\dfrac{3}{2}y^2-36x$，求 $z=z(x,y)$ 的极值.

六、计算下列积分（每小题 8 分，满分 16 分）

1. 交换二次积分 $\int_0^1 dy \int_y^1 \dfrac{\tan x}{x} dx$ 的积分次序，并计算 .

2. 计算三重积分 $\iiint\limits_{\Omega} (x^2+y^2) dv$，其中区域 Ω 是由旋转曲面 $2z=x^2+y^2$ 与平面 $z=2$，$z=8$ 所围成 .

七、（8 分）设在由 $z=\sqrt{x^2+y^2}$，$z=4$ 围成的立体 Ω 中，分布着体密度为 $\rho(x,y,z)=xy+z$ 的非均匀物质，求该物体的质量 .

八、（9 分）在平面 $x+y+z=1$ 上求一点，使它与两定点 $P_1(1,0,1)$，$P_2(2,1,0)$ 的距离的平方和最小.

九、（7 分）设 $f(x,y)$ 在单位圆域上有连续的偏导数，且在边界上的值恒为 0，又 $f(0,0)=-1$，

（1）若 $z=f(\rho\cos\varphi, \rho\sin\varphi)$，求 $\dfrac{\partial z}{\partial \rho}$.

（2）求极限 $\lim\limits_{\varepsilon\to 0^+} \dfrac{1}{2\pi} \iint\limits_{D_\varepsilon} \dfrac{x f_x + y f_y}{x^2+y^2} dxdy$，其中 D_ε 为圆环 $\varepsilon^2 \le x^2+y^2 \le 1$.