7.4 卡诺循环 (The Carnot Cycle)

历史上，热力学理论最初是在研究热机 (heat engine) 工作过程的基础上发展起来的.

热机:持续利用热能做功的机器. 如蒸汽机(蒸汽→活塞往复运动), 内燃机(燃料→高温气体→活塞), 汽轮机(蒸汽→涡轮旋转)等.

1698年萨维利和1705年纽可门先后发明了蒸汽机, 当时的蒸汽机耗煤量大、效率极低.

1765年瓦特进行了重大改进, 大大提高了效率(将冷凝器移到气缸外等, 使能耗下降3/4). 人们一直在为提高热机的效率而努力, 从理论上研究热机效率问题, 一方面指明了提高效率的方向, 另一方面也推动了热学理论的发展.

各种热机的效率(thermal efficiency of an engine):

蒸汽机	$\eta = 8\%$	汽油机	$\eta = 25\%$
柴油机	$\eta = 37\%$	液体燃料火箭	$\eta = 48\%$

蒸汽机是用蒸汽推动活塞运动，将热能转换为机械功的往复式动力机械. 蒸汽机的出现曾引起了18世纪工业革命. 直到20世纪初, 它仍然是世界上最重要的原动力, 后来才逐渐让位于内燃机 (internal combustion engine) 和汽轮机等.

1698年托马斯 ·萨维利、1705年托马斯 ·纽可门和1769年詹姆斯 ·瓦特制造了早期的工业蒸汽机. 1807年罗伯特 ·富尔顿第一个成功地用蒸汽机来驱动轮船.

瓦特并不是蒸汽机的发明者, 在他之前, 早就出现了纽可门蒸汽机, 但它耗煤量大, 效率低. 瓦特在修理纽可门机的过程中, 逐渐发现了它的缺点所在. 从1765年到1790年, 他进行了一系列改进, 比如发明分离式冷凝器、汽缸外设置绝热层、用油润滑活塞、行星式齿轮、平行运动连杆机构、离心式调速器、节气阀、压力计等等, 使蒸汽机的效率提高到原来纽可门机的 3 倍多, 最终革新出现代意义上的蒸汽机.

蒸汽机在20世纪初达到了顶峰, 它具有恒扭矩、可变速、可逆转、运行可靠、制造和维修方便等优点, 曾被广泛用于电站、工厂、机车和船舶等各个领域中, 特别在军舰上成了当时唯一的原动机.

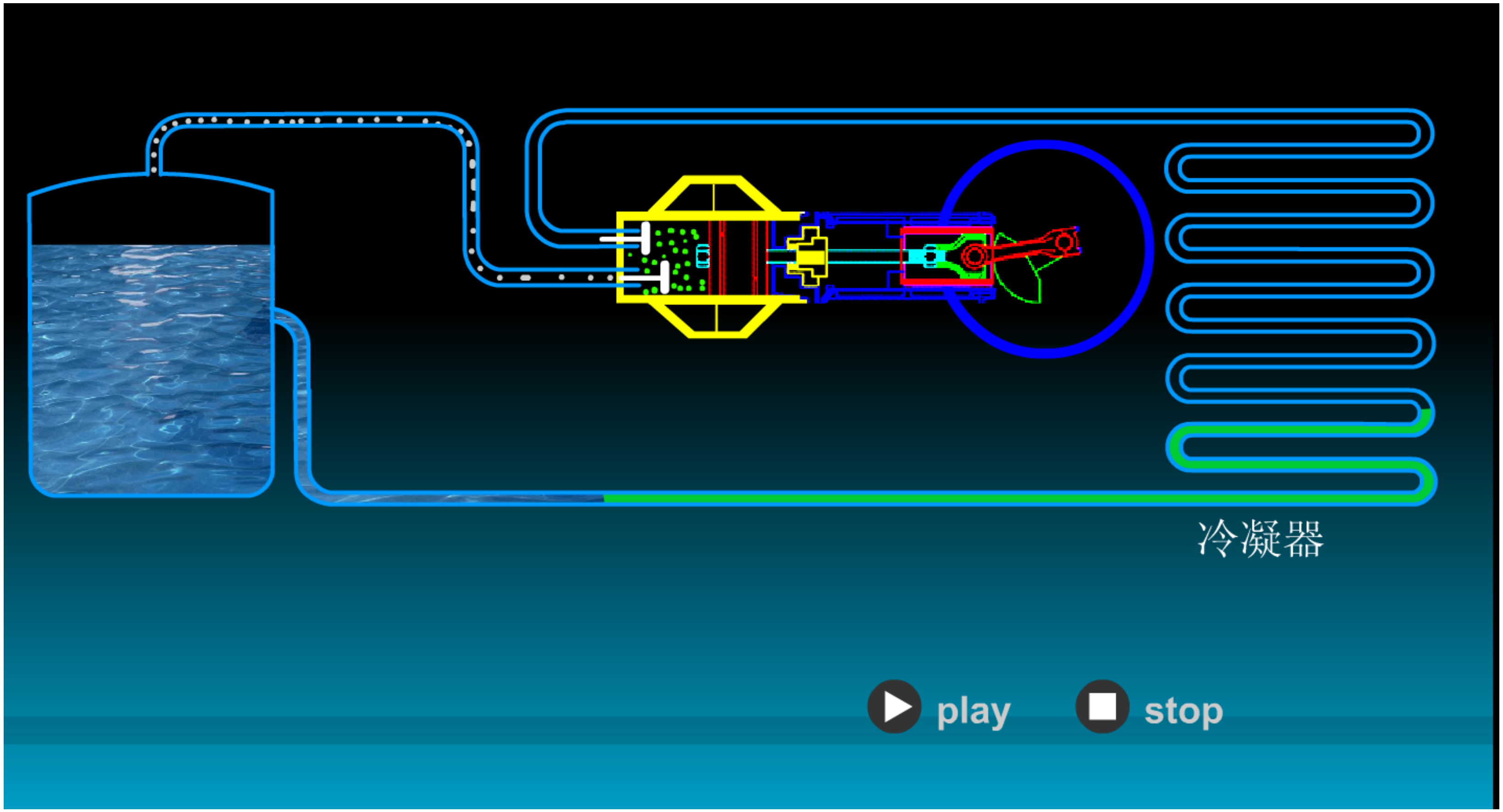
蒸汽机的缺点: 离不开锅炉, 整个装置庞大而笨重, 新蒸汽的压力和温度不能过高, 排气压力不能过低, 热效率难以提高; 它是一种往复式机器, 惯性力限制了转速的提高; 工作过程是

汽轮机是用蒸汽推动涡轮 (turbine, 又称透平, 转子) 叶片旋转产生扭转力矩, 将热能转换成机械功的旋转式动力机械, 具有单机功率大、效率高、寿命长等优点. 主要用于发电, 也可直接驱动船舶、水泵、风机、压缩机等. 汽轮机的排汽或中间抽汽还可用来满足生产和生活上的供热需要. 现在美国的航空母舰上驱动螺旋桨的都是汽轮机, 它的核反应堆只负责产生蒸汽.

蒸汽机与汽轮机的区别: 蒸汽机是利用蒸汽来推动气缸内的活塞做往复运动，活塞通过曲柄带动设备作功. 而汽轮机是通过高温高压的蒸汽在汽缸内的转子叶片间膨胀做功，推动转子高速旋转，转子再带动别的设备工作, 比如带着发电机发电等.

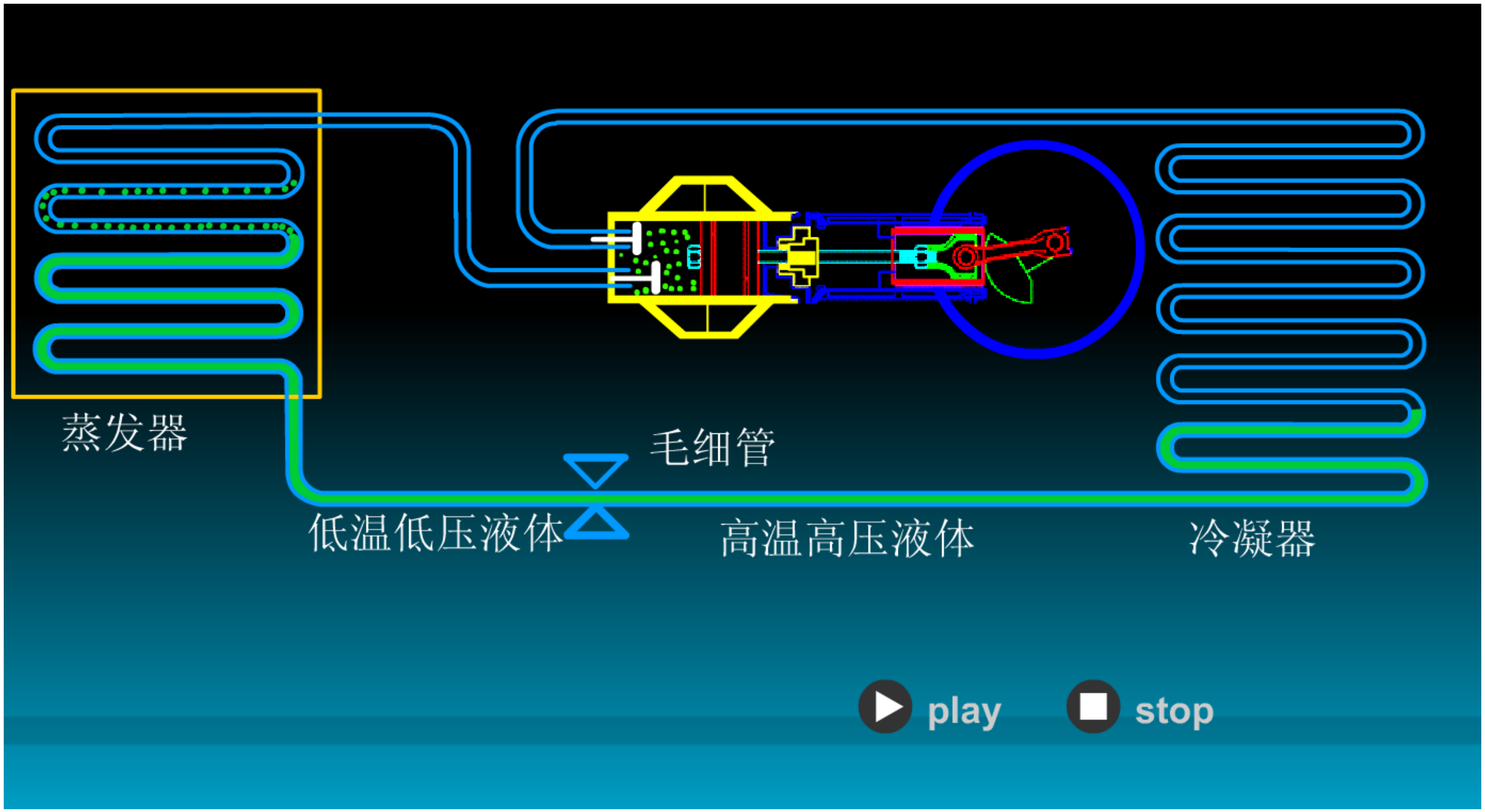
内燃机（**Internal combustion engine**）是将液体或气体燃料与空气混合后，直接输入机器内部燃烧产生热能再转化为机械功的一种热机. 内燃机以其热效率高、结构紧凑, 机动性强，运行维护简便的优点著称于世。但是内燃机一般使用石油燃料，同时排出的废气中含有害气体的成分较高.

热机：持续地将热能转化为机械功的机器.



工作物质（工质，working substance）：热机中被利用来吸收热量并对外做功的物质，可以是气体，液体等.

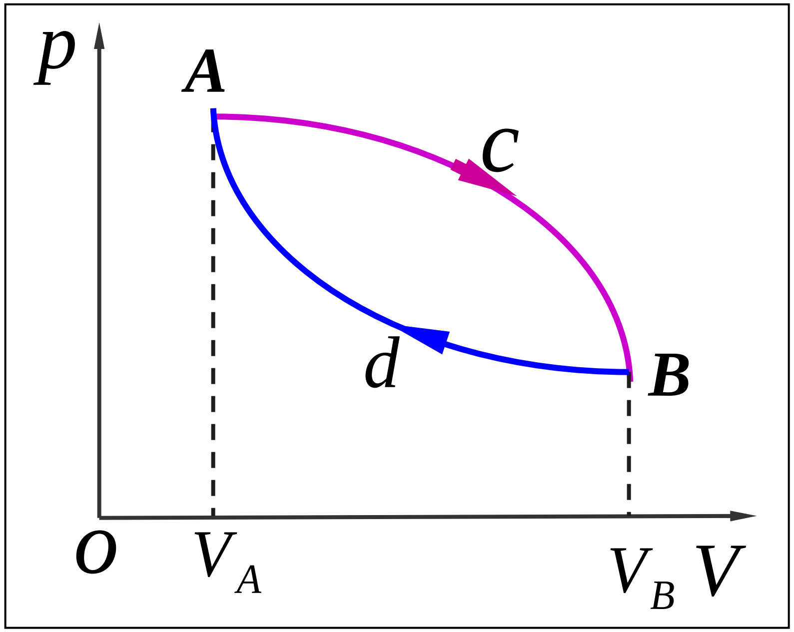
冰箱(致冷机)循环示意图



一. 循环过程及其效率

1. 热力学系统经过一系列状态变化后，又回到初始状态的过程叫循环过程(cyclic process)，简称循环(cycle).

循环过程中被利用来吸收热量并对外做功的物质，称为工作物质，简称工质.



循环过程的特点：$\Delta E = 0$

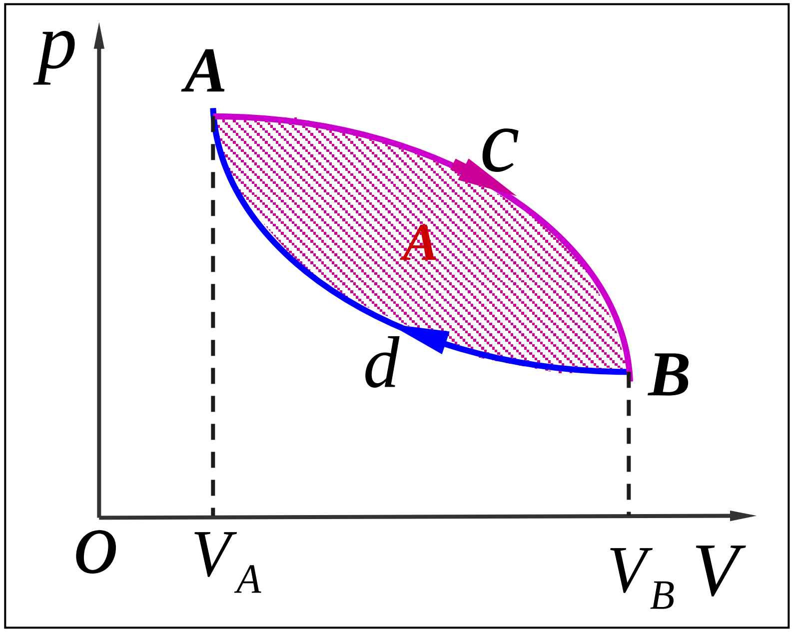
若循环的每一阶段都是准静态过程，则此循环可用*p*-*V*图上的一条闭合曲线表示.

沿顺时针方向进行的循环称为正循环. ——热机

沿逆时针方向进行的循环称为逆循环. ——致冷机

正循环——热机

在整个循环过程中，工质对外界作的净功A (有用功)，等于曲线所包围的面积.



整个循环过程:

工质从外界(高温热源)吸收的热量总和为Q_1，向外界(低温热源)放出的热量总和为Q_2 (取绝对值).

注意：公式中 Q_1, Q_2, A 都要取绝对值.

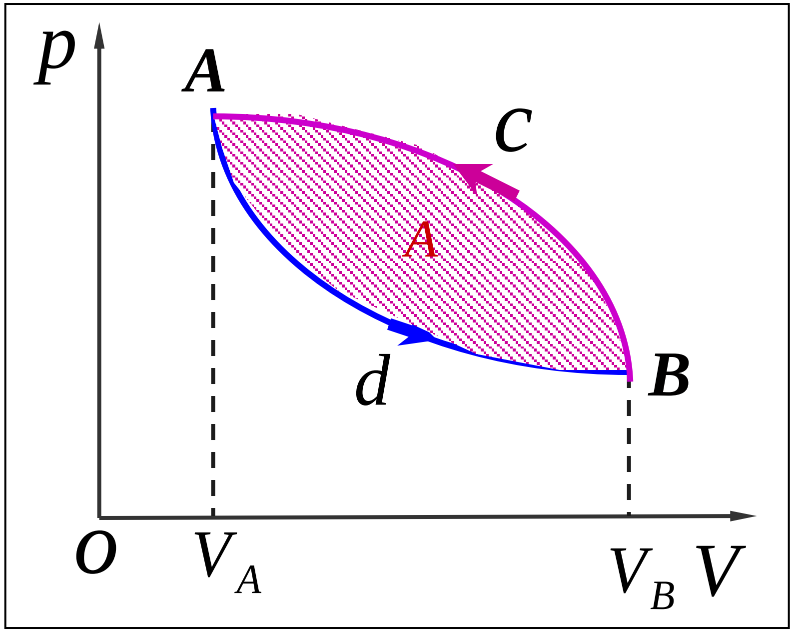
热力学第一定律 $Q = Q_1 - Q_2 = A$

工质对外界做净功 $A = Q_1 - Q_2 > 0$

正循环过程，是工质将从外界吸收的热量Q_1中的一部分转化为有用功A，另一部分 Q_2 放回给外界.

逆循环——致冷机

在整个循环过程中，外界对工质作的净功A（取绝对值），等于曲线所包围的面积。



整个循环过程:

工质从外界(低温热源)吸收的热量总和为Q_2，向外界(高温热源)放出的热量总和为Q_1 (取绝对值).

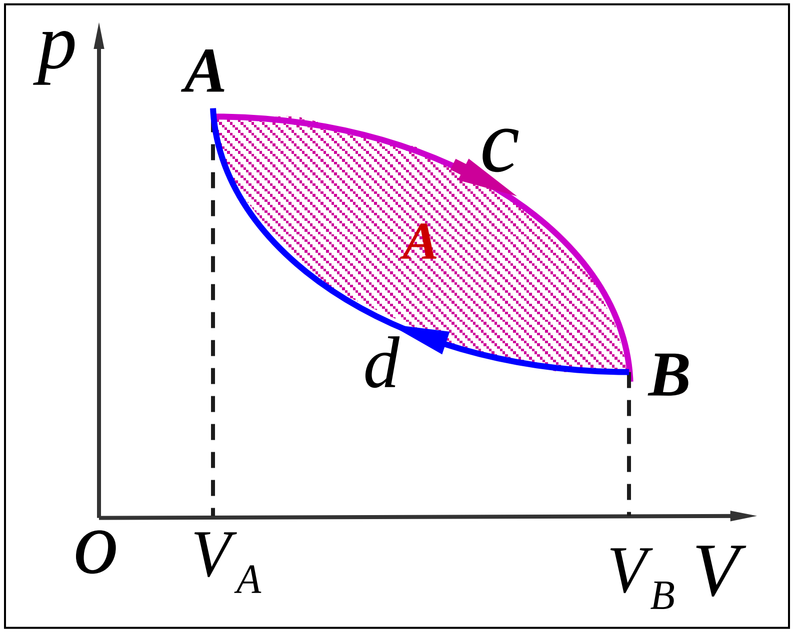
注意：公式中 Q_1, Q_2, A 都要取绝对值.

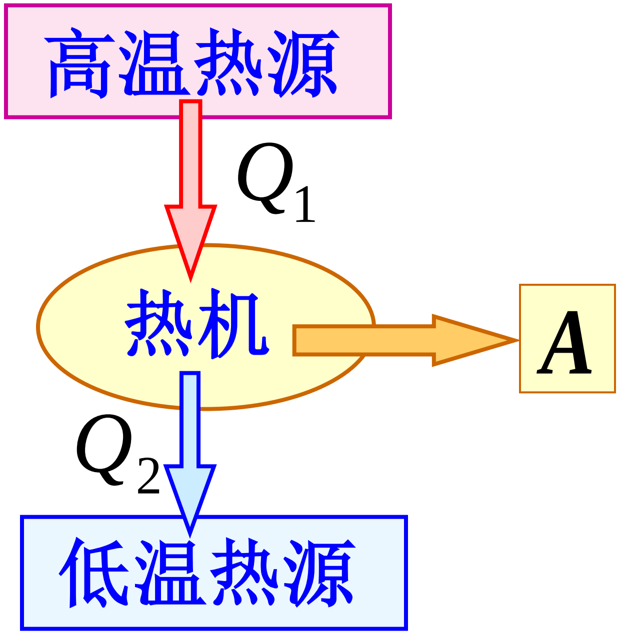
热力学第一定律 $Q_2 - Q_1 = -A$ 或 $Q_1 - Q_2 = A$

外界对工质做净功 $A = Q_1 - Q_2 \Rightarrow Q_1 = Q_2 + A$

逆循环过程，是外界对工质作功A，使工质从低温热源吸收热量Q_2，向高温热源放出热量Q_1，从而获得低温.

2. 热机效率和致冷机的致冷系数





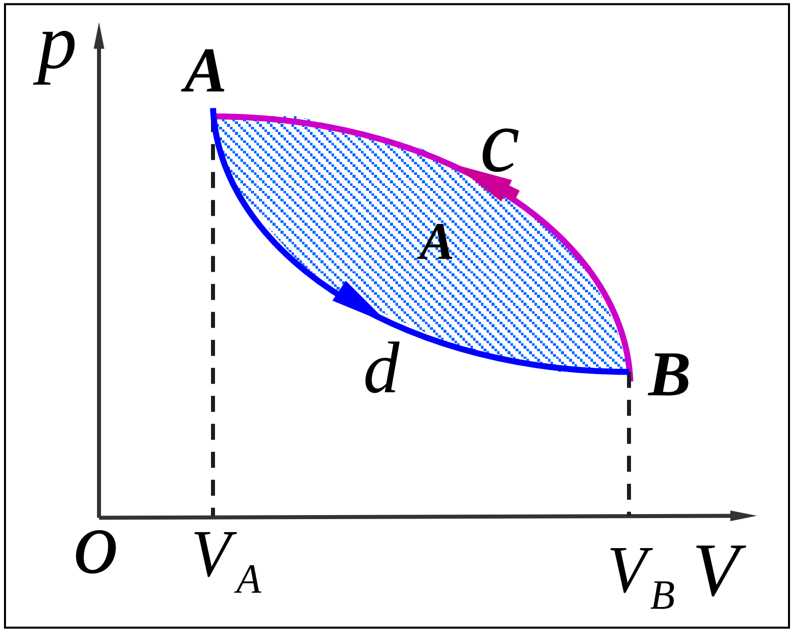
热机（正循环） $A>0$

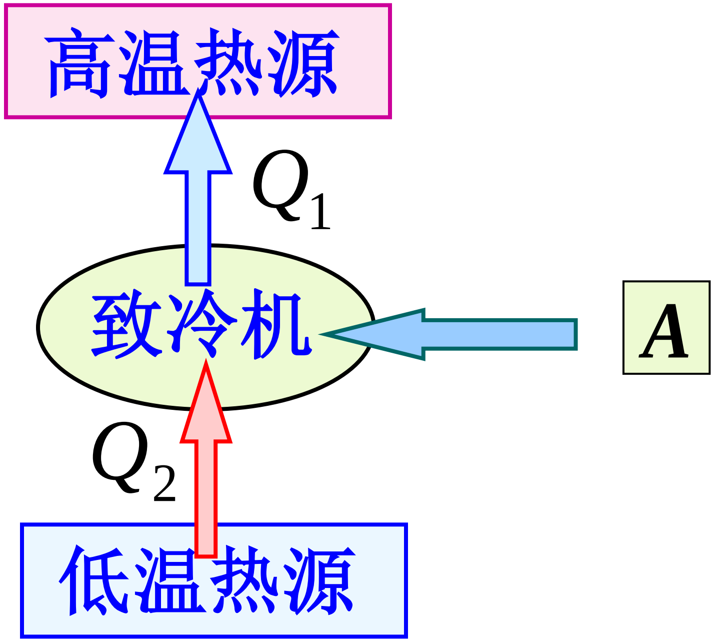
•意义：从高温热源吸取热量，转化为对外作功的百分比.

热机效率 (thermal efficiency of a heat engine)

$$\eta=\frac{A}{Q_{吸}}=\frac{A}{Q_1}=\frac{Q_1-Q_2}{Q_1}=1-\frac{Q_2}{Q_1}$$

注意：公式中 Q_1, Q_2, A 都要取绝对值.





致冷机（逆循环）： 工质对外作负功 $-A<0$

致冷系数

(COP, coefficient of performance)

$$w=\frac{Q_{吸}}{A}=\frac{Q_2}{A}=\frac{Q_2}{Q_1-Q_2}$$

意义：外界对工质作功A时，能从低温热源提取热量Q_2的多少.

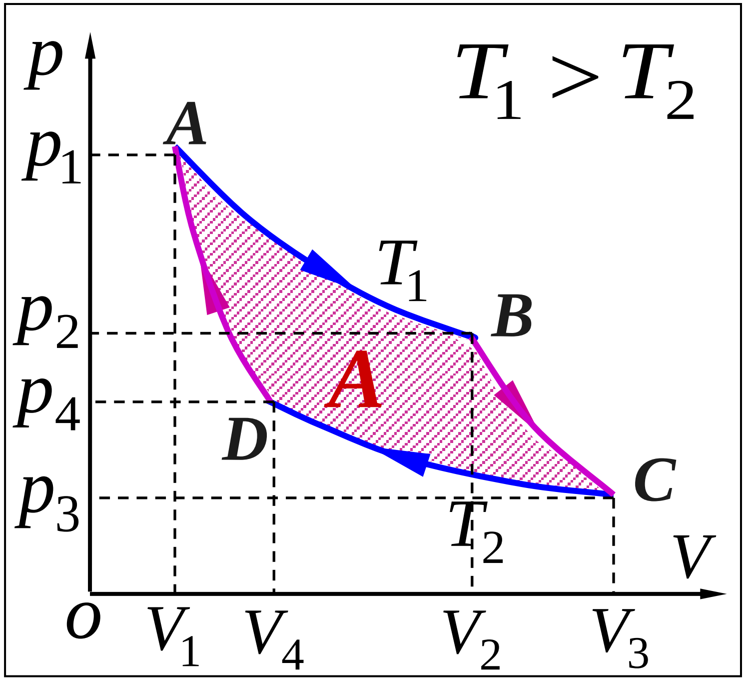
注意：公式中 Q_1，Q_2，A 都要取绝对值.

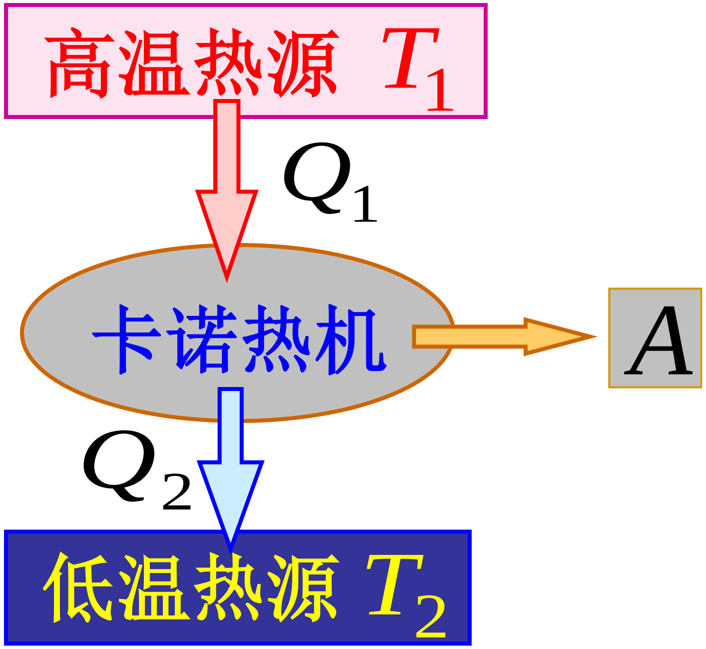
二、卡诺循环 (Carnot Cycle)

1824 年，年轻的法国工程师卡诺提出一个工作在两热源之间的理想循环—卡诺循环. 给出了热机效率的理论极限值; 他还提出了著名的卡诺定理.

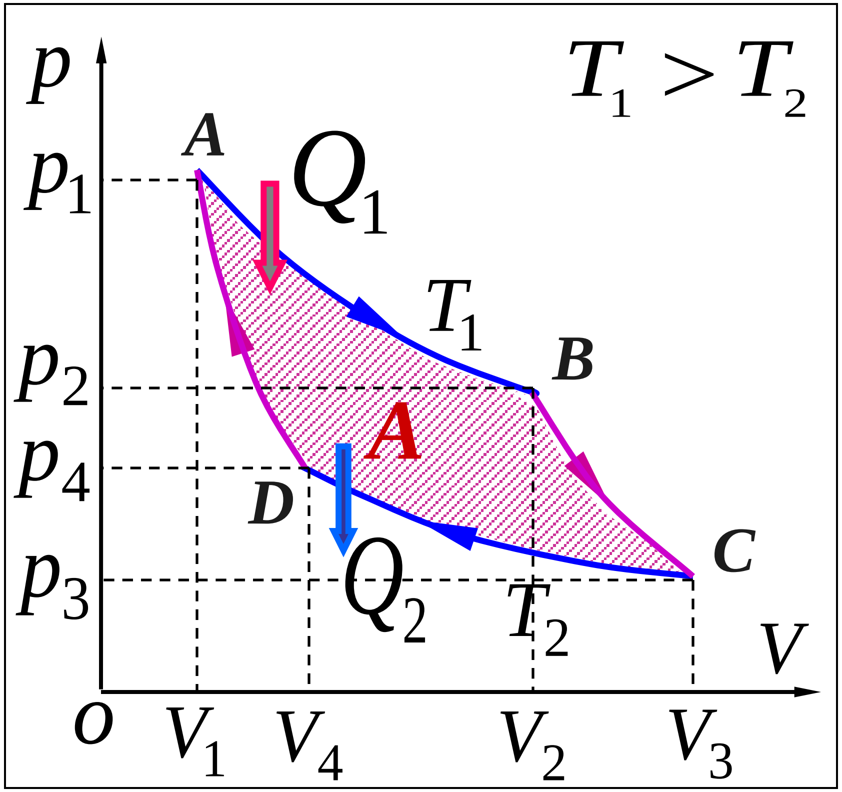

卡诺，S.

卡诺循环由两个准静态等温过程和两个准静态绝热过程组成.





理想气体卡诺循环热机效率的计算



卡诺循环

A — B 等温膨胀

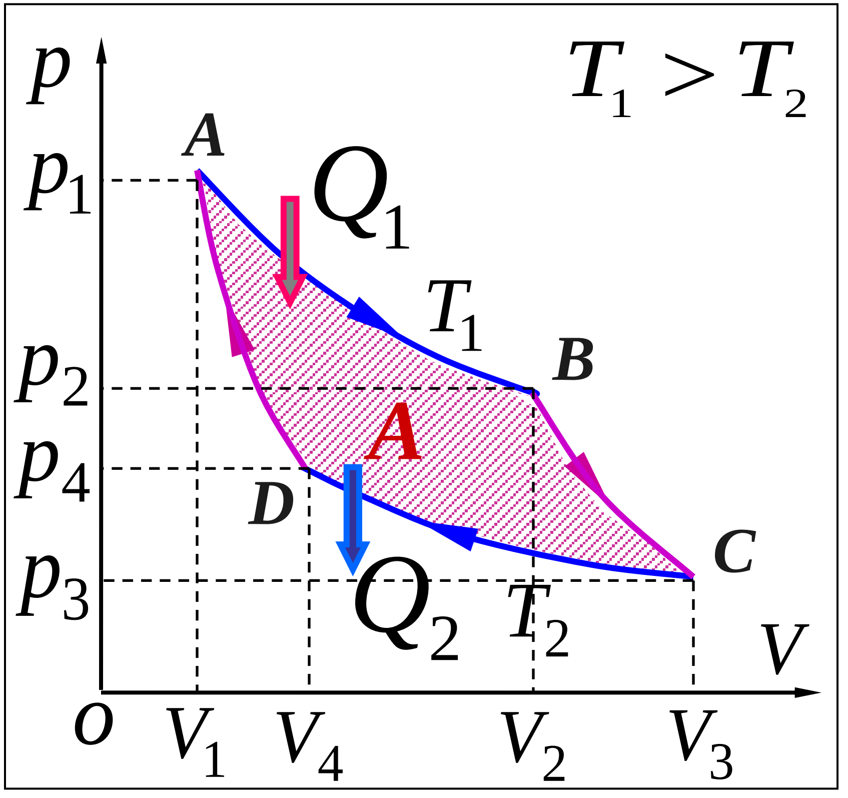
B — C 绝热膨胀

C — D 等温压缩

D — A 绝热压缩

A — B 等温膨胀吸热

$$Q_1 = Q_{AB} = \nu R T_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$$



$$Q_1 = Q_{AB} = \nu RT_1 \ln\frac{V_2}{V_1}$$

C — D 等温压缩放热

$$Q_2 = \left|Q_{CD}\right| = \nu RT_2 \ln\frac{V_3}{V_4}$$

B — C 绝热过程

$$T_1V_2^{\gamma-1} = T_2V_3^{\gamma-1}$$

D — A 绝热过程

$$T_1V_1^{\gamma-1} = T_2V_4^{\gamma-1}$$

$$\therefore \quad \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}$$

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}\frac{\ln\frac{V_3}{V_4}}{\ln\frac{V_2}{V_1}}$$

$$= 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

◆ **卡诺热机效率**
(efficiency of a Carnot engine)

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

说明：

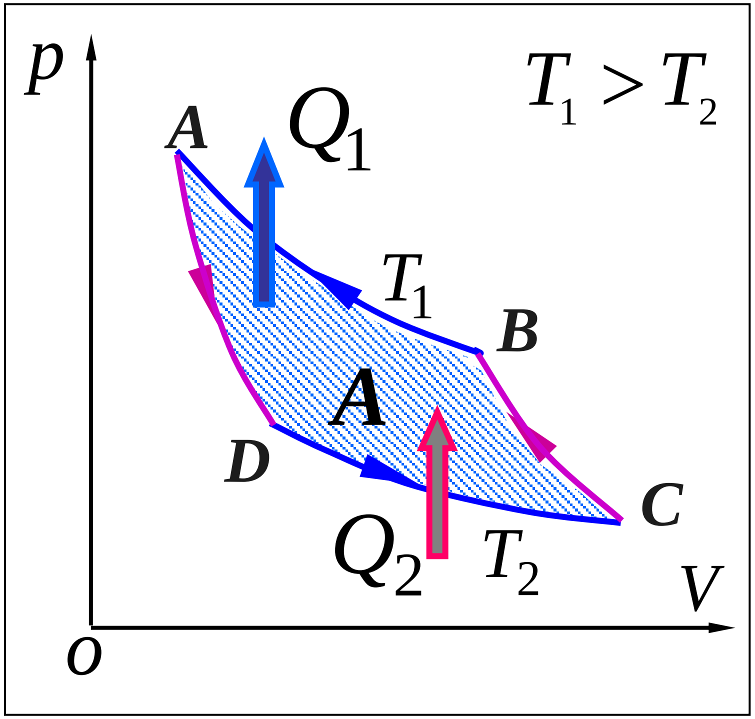
（1）完成一次卡诺循环必须有温度一定的高温热源 (hot reservoir) 和低温热源(cold reservoir).

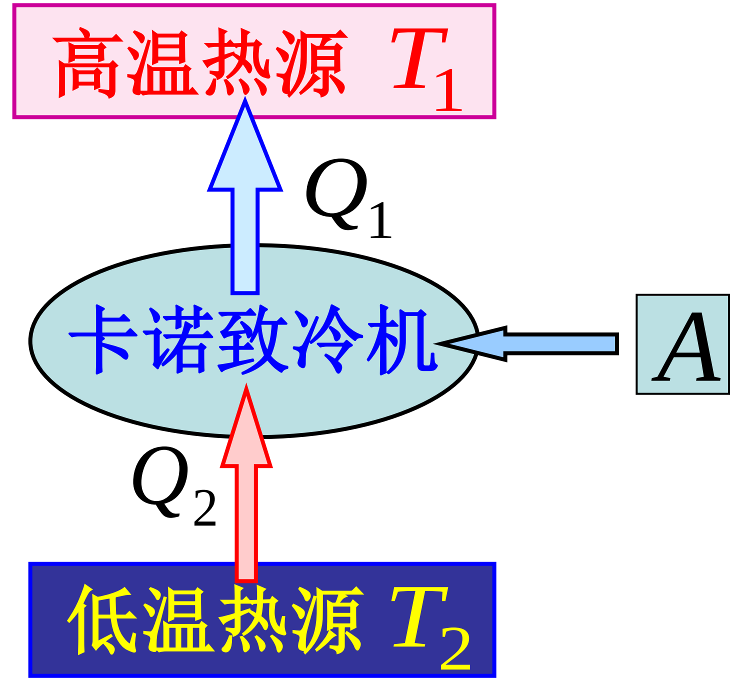
（2）卡诺循环的效率只与两个热源温度有关。两热源的温差越大，则卡诺循环的效率越高.

（3）卡诺循环效率总是小于 1.

（4）在相同高温热源和低温热源之间工作的一切热机中, 卡诺循环的效率最高 (证明见后面的卡诺定理).

◆ 卡诺致冷机（卡诺逆循环）



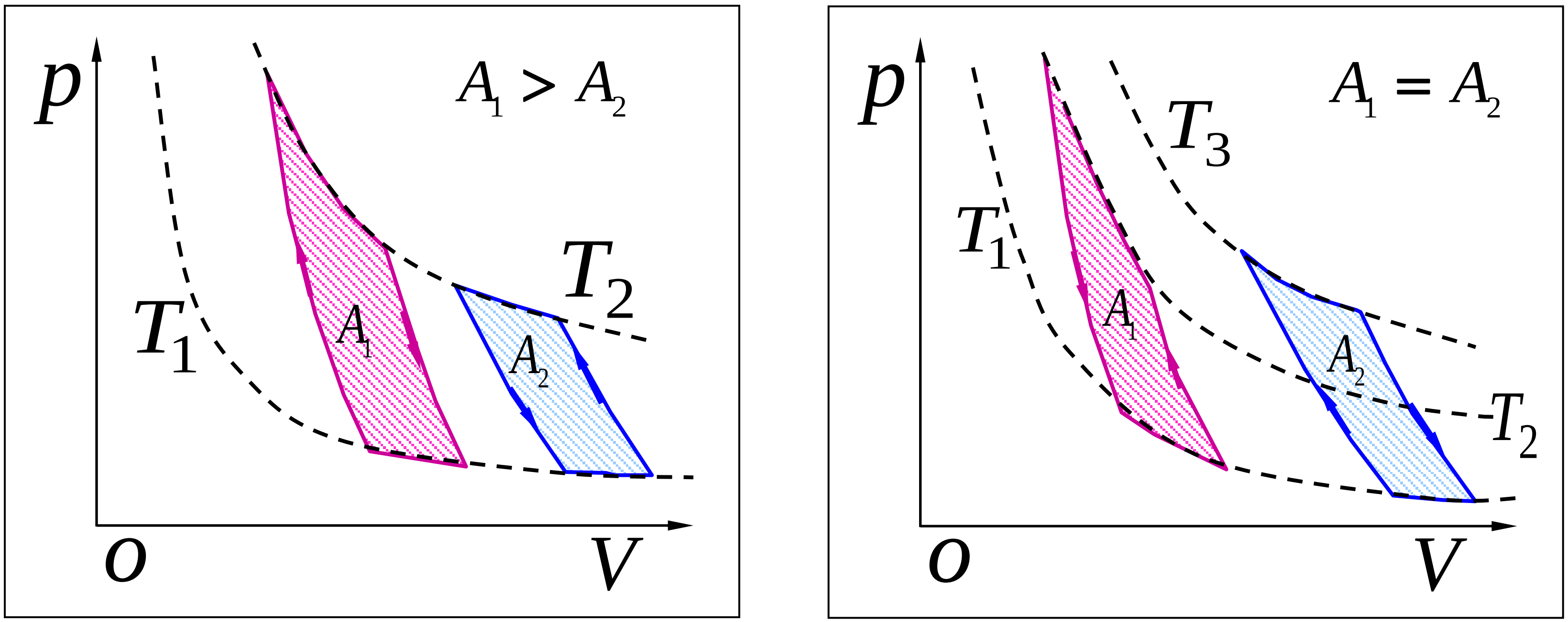


卡诺致冷机致冷系数：$w = \dfrac{Q_2}{Q_1 - Q_2} = \dfrac{T_2}{T_1 - T_2} = \dfrac{T_2}{T_1}\left(1 + \dfrac{T_2}{T_1} + \ldots\right)$

- T_2 越小，致冷系数越小.
- $T_2 \to 0$ 时，$w \to 0$（绝对零度不可能达到——热力学第三定律）

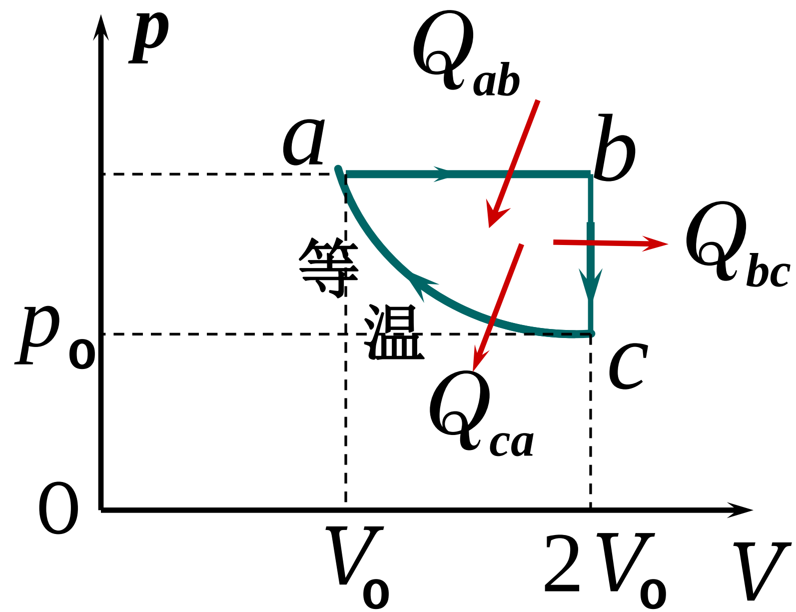
讨　论

图中两卡诺循环 $\eta_1 = \eta_2$ 吗？



$\eta_1 = \eta_2$　　　　　　$\eta_1 < \eta_2$

例1. 1 *mol* 氧气作如图所示的循环，求循环效率.



解：依定义, 对任意循环过程

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

其中，A 是整个循环过程中工质对外界作的净功;

Q_1 是整个循环过程中工质从外界吸收的总热量;

Q_2 是整个循环过程中工质向外界放出的总热量(绝对值) .

由状态方程可得，

$$T_b = 2T_a,\ T_c = T_a$$

$$Q_{ab} = C_{p,m}(T_b - T_a) > 0, \qquad Q_{ca} = RT_c \ln\frac{V_0}{2V_0} = -RT_c \ln 2 < 0$$

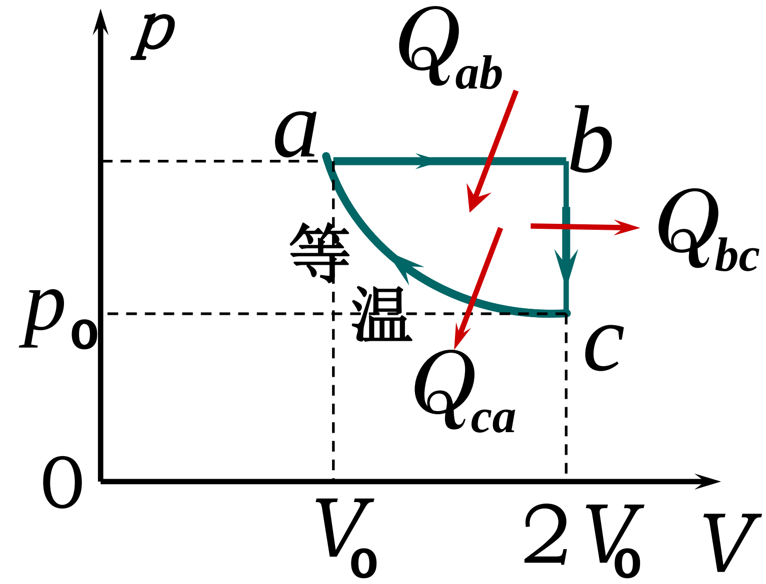
$$Q_{bc} = C_{V,m}(T_c - T_b) < 0, \qquad \therefore Q_1 = Q_{ab},\ Q_2 = |Q_{bc}| + |Q_{ca}|$$

$$T_b = 2T_a,\ T_c = T_a$$

$$Q_1 = Q_{ab} = C_{p,m}(T_b - T_a) > 0$$

$$Q_2 = |Q_{bc}| + |Q_{ca}|$$

$$= C_{V,m}(T_b - T_c) + RT_c \ln 2$$



$$\therefore \eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{C_{V,m}(2T_a - T_a) + RT_a \ln 2}{C_{p,m}(2T_a - T_a)}$$

$$= 1 - \frac{C_{V,m} + R\ln 2}{C_{p,m}} = \frac{R - R\ln 2}{C_{p,m}} = \frac{R - R\ln 2}{7R/2} = 8.7\%$$

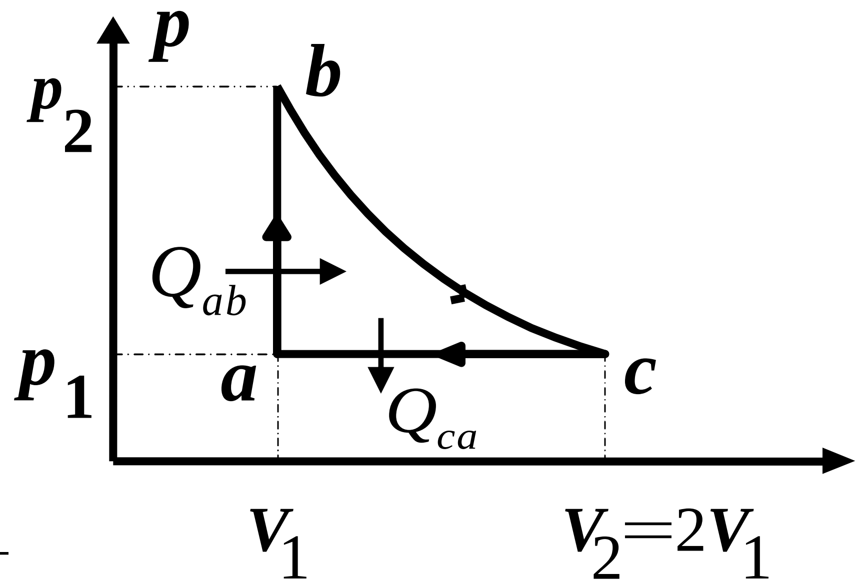
比较:本循环中最高温度与最低温度分别为T_b和T_a. 若有卡诺循环工作在高温热源(T_b)和低温热源(T_a) 之间的, 则

$$\eta_{卡} = 1 - \frac{T_a}{T_b} = 1 - \frac{1}{2} = 50\% > \eta$$

例2. 1 摩尔氧气的循环曲线如图所示，bc为绝热线，试求1）ab、ca 过程系统吸收的热量 Q_{ab} 和 Q_{ca}.

（2）循环效率η.

(要求：Q_{ab}、Q_{ca} 用p_1、p_2、V_1字母表示，η需算出数值)



解:（1）热量 Q_{ab} 和 Q_{ca}

$$Q_{ab}=C_{V,m}(T_b-T_a)=\frac{5R}{2}\cdot\frac{(p_2-p_1)V_1}{R}$$

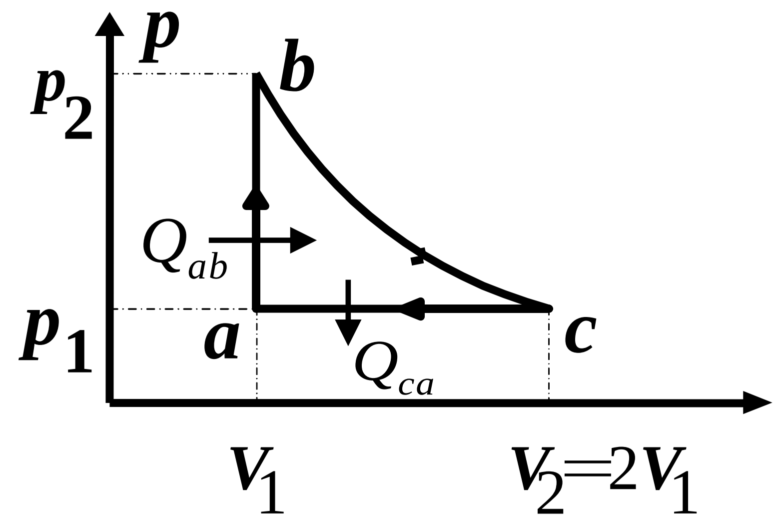
$$=\frac{5}{2}(p_2-p_1)V_1>0$$

$$Q_{ca}=C_{p,m}(T_a-T_c)=\frac{7R}{2}\cdot\frac{p_1(V_1-V_2)}{R}=-\frac{7}{2}p_1V_1<0$$

$$Q_{bc}=0$$

$$Q_1=Q_{ab}=\frac{5}{2}(p_2-p_1)V_1,\quad Q_2=|Q_{ca}|=\frac{7}{2}p_1V_1$$

(2) 循环效率η



$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{7}{5}\frac{p_1V_1}{(p_2 - p_1)V_1} = 1 - \frac{1.4}{\frac{p_2}{p_1} - 1}$$

$$Q_1 = Q_{ab} = \frac{5}{2}(p_2 - p_1)V_1$$

$$Q_2 = |Q_{ca}| = \frac{7}{2}p_1V_1$$

由绝热过程方程 $p_bV_b^{\gamma} = p_cV_c^{\gamma}$

$$\Rightarrow \quad \frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma} = 2^{\gamma} = 2^{1.4}$$

$$\therefore \quad \eta = 1 - \frac{1.4}{2^{1.4} - 1} = 14.6\,\%$$

比较: 本循环中最高温度与最低温度分别为T_b和T_a. 若有卡诺循环工作在高温热源(T_b) 和低温热源(T_a) 之间, 则

$$\because T_a = \frac{p_1V_1}{R}, \quad T_b = \frac{p_2V_1}{R}, \qquad \therefore \eta_{卡} = 1 - \frac{T_a}{T_b} = 1 - \frac{p_1}{p_2} = 1 - 2^{-1.4} = 62\% > \eta$$

例3. 一台电冰箱放在室温为20°C 的房间里, 冰箱储藏柜中的温度维持在 5°C．现每天有 2×10^7J 的热量自房间传入冰箱内, 若要维持冰箱内温度不变, 每天需作多少电功, 其功率为多少? 设在 5°C 至20°C 之间运转的致冷机(冰箱)的致冷系数, 是卡诺致冷机致冷系数的 55%．

解: 冰箱是一台致冷机, 若要维持冰箱内温度不变, 就要将渗入冰箱储藏柜的热量重新传给大气.

设外界对工质(冰箱内循环的气体)作功A, 从冰箱储藏柜(低温热源)吸收热量Q_2, 向大气(高温热源)放出热量Q_1(散热). 其工作的高、低温热源温度为

$$T_1 = 20 + 273 = 293K,\ T_2 = 5 + 273 = 278K$$

致冷系数 $$w = w_{卡} \times 55\% = \frac{T_2}{T_1 - T_2} \times \frac{55}{100} = 10.2$$

致冷系数 $w = w_{卡} \times 55\% = \dfrac{T_2}{T_1 - T_2} \times \dfrac{55}{100} = 10.2$

由致冷系数定义 $w = \dfrac{Q_2}{Q_1 - Q_2}$ 得 $Q_1 = \dfrac{w+1}{w} Q_2$

每天渗入冰箱的热量 $Q' = 2.0 \times 10^7\,\mathrm{J}$

若要维持冰箱内温度不变，必须有 $Q_2 = Q' = 2.0 \times 10^7\,(\mathrm{J})$

每天放给大气的热量 $Q_1 = \dfrac{w+1}{w} Q_2 = 2.2 \times 10^7\,\mathrm{J}$

每天需作的电功 $A = Q_1 - Q_2 = \dfrac{Q_2}{w} = 0.2 \times 10^7\,\mathrm{J} = 5.5$度

1度 $= 10^3\,\mathrm{W} \cdot 1$小时 $= 10^3\,(\mathrm{W}) \times 3600\,(\mathrm{s}) = 3.6 \times 10^5\,(\mathrm{J})$

功率 $P = \dfrac{A}{t} = \dfrac{0.2 \times 10^7}{24 \times 3600} = 23\,(\mathrm{W})$