大学物理（下）复习要点

九、真空中的静电场 (LR 班用)

一、库仑定律 $\vec{F}=\dfrac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{r}_0$，真空中介电常数 $\varepsilon_0=8.85\times10^{-12}\mathrm{C^2/(N\cdot m^2)}$

++ **电场强度：** $\vec{E}=\dfrac{\vec{F}}{q_0}$； 点电荷电场强度公式：$\vec{E}=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{r}_0$

++**电场强度叠加原理：**

$\Rightarrow$ **（1）点电荷系的场强：** $\vec{E}=\sum\limits_i \vec{E}_i=\sum\limits_i \dfrac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i^2}\vec{r}_{0i}$

（2）**电荷连续分布的任意带电体的场强：** $d\vec{E}=\dfrac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{r}_0$ ， $\vec{E}=\int d\vec{E}=\int\dfrac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{r}_0$

练习二十四：4、5（1）、6

二、高斯定理： $\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\dfrac{1}{\varepsilon_0}\Sigma q_i$，**求电荷对称性分布的电场的电场强度**

高斯面：球面，圆柱面

（1）均匀带电球面：高斯面为球面

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}\Sigma q_i,\quad E\cdot4\pi r^2=\frac{q}{\varepsilon_0},\quad \vec{E}=\begin{cases}0 & r<R\\ \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{r}_0 & r>R\end{cases}$$

（2）均匀带电球体：高斯面为球面

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}\Sigma q_i,\quad E\cdot4\pi r^2=\frac{q}{\varepsilon_0},\quad \vec{E}=\begin{cases}\dfrac{qr}{4\pi\varepsilon_0 R^3}\vec{r}_0 & r\le R\\ \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{r}_0 & r>R\end{cases}$$

（3）无限长均匀带电直线（单位长度上带电为λ）：高斯面为同轴圆柱面，

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}\Sigma q_i,\ E\cdot2\pi r\iota=\frac{\lambda\iota}{\varepsilon_0},\quad \vec{E}=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\vec{r}_0$$

（4）无限长均匀带电圆柱面（单位长度上带电为λ）：高斯面为同轴圆柱面，

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}\Sigma q_i,\ E\cdot2\pi r\iota=\frac{\lambda\iota}{\varepsilon_0},\quad \vec{E}=\begin{cases}0 & r<R\\ \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\vec{r}_0 & r>R\end{cases}$$

（5）无限长均匀带电圆柱体（电荷体密度为ρ）：高斯面为圆柱面，

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}\Sigma q_i,\ E\cdot2\pi r\iota=\frac{\rho\pi r^2\iota}{\varepsilon_0},\quad \vec{E}=\begin{cases}\dfrac{\rho r}{2\varepsilon_0}\vec{r}_0 & r<R\\ \dfrac{\rho R^2}{2\varepsilon_0 r}\vec{r}_0 & r>R\end{cases}$$

(6) 无限大均匀带电平面： 高斯面为圆柱面，轴垂直平面，

$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}\Sigma q_i$，$E\cdot 2S=\frac{\sigma S}{\varepsilon_0}$， $E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$，方向垂直于带电平面。

（注：若为电介质，$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}=\Sigma q_i$，类似方法求 D，再利用 $\vec{D}=\varepsilon\vec{E}$ 求 E）

练习二十五：3、4、（选 5、7、8）

三、从：电荷 q 在电场中运动时电场力的功：（电荷受力 $\vec{F}=q\vec{E}$ ）

$$A_{ab}=\int_a^b \vec{F}.d\vec{l}=\int_a^b q_0\vec{E}.d\vec{l}=\int_a^b q_0\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{r}_0.d\vec{l}=\int_a^b q_0\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr=$$

$$=W_a-W_b=q(V_a-V_b)=qU_{ab}$$

练习二十六：1、2

b 点为电势能零点，a 点的电势能：

$$\Rightarrow\ W_a=\int_a^{零点} q_0\vec{E}\cdot d\vec{l}=q_0V_a$$

$\Rightarrow$ **电势：** $V_a=\frac{W_a}{q_0}=\int_a^{零点}\vec{E}\cdot d\vec{l}$

对于有限大的带电体，取无限远处为电势零点，

即 $V_a=\frac{W_a}{q_0}=\int_a^{\infty}\vec{E}\cdot d\vec{l}$ (选沿电场方向趋向无限远，$V_a=\frac{W_a}{q_0}=\int_a^{\infty}Edr$)

对于无限大的带电体，取有限远处为电势零点，

即 $V_a=\frac{W_a}{q_0}=\int_a^{\infty}\vec{E}\cdot d\vec{l}$

$\Rightarrow$ **电势差：** $U_{ab}=V_a-V_b=\int_a^b\vec{E}\cdot d\vec{l}$

$$A_{aba}=\int_a^a \vec{F}.d\vec{l}=\int_a^a q_0\vec{E}.d\vec{l}=0$$

$\Rightarrow$ **环路定理**：$\oint_S\vec{E}\cdot d\vec{l}=0$

计算电势和电势差：

电势：（1）直接利用定义式求电势 $V_a=\frac{W_a}{q_0}=\int_a^{零点}\vec{E}\cdot d\vec{l}$

点电荷激发的电场的电势： $V=\int_r^{\infty}\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}dr=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

已经通过高斯定理求出电场分布，然后利用定义式求电势分布。

练习二十六：4、8

练习二十七：1、3、4

（3）**利用电势叠加原理求电势**： $V=\sum V_i=\begin{cases}\sum_i \dfrac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i} & \text{（点电荷系）}\\ \int \dfrac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r} & \text{（电荷作连续分布）}\end{cases}$

练习二十六：1、3

十、静电场中的导体和电介质 (LR 班用)

一、静电场中的导体：

1、静电平衡条件：$\vec{E}_{内}=0$，$\vec{E}_{表面}\perp$表面，或：导体为等势体，表面为等势面。

2、静电平衡时导体上的电荷分布：

（1）电荷全部分布在导体表面，导体内部各处净电荷为零。

（2）表面上各处电荷面密度与该处表面紧邻处的电场强度的大小成正比：$E=\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$

3、静电屏蔽：

（1）空腔导体能屏蔽外电场的作用。

（2）接地的空腔导体隔离内、外电场的影响。

练习二十八：1、2（1）、3、5

二、静电场中的电介质：

（1）处于电场中的电介质，因极化使电介质的表面（或内部）出现极化电荷(也称束缚电荷)。

（2）电极化强度 $\vec{P}$ 是量度电介质极化程度的物理量，其定义为：$\vec{P}=\dfrac{\sum\vec{p}_i}{\Delta V}$。

对各向同性电介质：$\vec{P}=\varepsilon_0(\varepsilon_r-1)\vec{E}=(\varepsilon-\varepsilon_0)\vec{E}$

（3）束缚电荷面密度：$\sigma'=\vec{P}\cdot\vec{n}$，其中 $\vec{n}$ 为电介质的外法向单位矢量。

2、电位移 $\vec{D}$：

（1）定义：$\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P}$；

（2）对于各向同性电介质：$\vec{D}=\varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E}=\varepsilon\vec{E}$.

三、**有介质时的高斯定理：** $\oint_S\vec{D}\cdot d\vec{S}=\sum_i q_{自由}$，求电场强度。

练习二十九：1、4

四、电介质的电容：

1、定义： $C=\dfrac{q}{V_A-V_B}=\dfrac{q}{U_{AB}}$

2、求常见电容器的电容：设极板带电 $q\Rightarrow E\Rightarrow U_{AB}\Rightarrow C=\dfrac{q}{U_{AB}}$

（1）平行板电容器： $C=\dfrac{\varepsilon S}{d}$； （2）球形电容器：$C=\dfrac{4\pi\varepsilon R_A R_B}{R_B-R_A}$；

（3）圆柱形电容器：$C=\dfrac{2\pi\varepsilon l}{\ln\dfrac{R_B}{R_A}}$；　　（4） 孤立导体： $C=4\pi\varepsilon R$

3、电容器的串联 $\dfrac{1}{C}=\dfrac{1}{C_1}+\dfrac{1}{C_2}$ 和并联 $C=C_1+C_2$

五、静电场的能量：

1、电容器的能量： $W_e=\dfrac{Q^2}{2C}=\dfrac{1}{2}CU_{AB}^2=\dfrac{1}{2}QU_{AB}$

2、电场的能量密度： $w_e=\dfrac{1}{2}\varepsilon E^2=\dfrac{1}{2}DE$

3、电场的能量： $W_e=\int_V w_e dV=\int_V \dfrac{1}{2}\varepsilon E^2 dV=\int_V \dfrac{1}{2}DEdV$

练习 29：5

练习 30：3、4

（重点是平行板、圆柱形、球形电容器的电容、能量的计算）

十一、真空中的稳恒磁场：

一、关于电流和磁场的基本物理量

1、电流密度：$\vec{\delta}=\dfrac{dI}{dS_\perp}\vec{n}$，

电流与电流密度的关系：$I=\dfrac{dq}{dt}=\int_S \vec{\delta}\cdot d\vec{S}$，

2、电动势： $\varepsilon=\displaystyle\int_{-}^{+}\vec{E}_k\cdot d\vec{l}$ 或 $\varepsilon=\oint_L \vec{E}_k\cdot d\vec{l}$

(电源内）

电动势的方向：就是非静电性场强 $\vec{E}_k$ 的方向，从电源负极指向电源正极，从低电势端(负极)指向高电势端(正极)。

3、**欧姆定律微分形式：** $\vec{\delta}=\gamma\vec{E}=\dfrac{1}{\rho}\vec{E}$，

4、**磁矩：** $\vec{m}=NIS\vec{n}$ （I 为线圈电流，N 为线圈匝数, S 为线圈面积， $\vec{n}$ 为线圈法向，与线圈电流 I 成右手螺旋关系）.

4、 **磁通量：** $\Phi_m=\int_S \vec{B}\cdot d\vec{S}$

练习一：1、3、4

练习二：2、3

二、求磁场的磁感应强度

1、**利用毕奥—萨伐尔定律**： $d\vec{B}=\dfrac{\mu_0}{4\pi}\cdot\dfrac{Id\vec{l}\times\vec{r}_0}{r^2}$， 真空磁导率 $\mu_0=4\pi\times10^{-7}\mathrm{T\cdot m/A}$(或H/m)

由磁场叠加原理，一段载流导线 L 的磁场为：

$$d\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{Id\vec{l}\times\vec{r}_0}{r^2}\xrightarrow{\text{磁场叠加原理}}\vec{B}=\int_L\frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{Id\vec{l}\times\vec{r}_0}{r^2}$$

$\Rightarrow$ **求载流导体的磁感应强度：**

（1）载流直导线：
$$\begin{cases}\text{有限长}\quad B=\dfrac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\theta_1-\cos\theta_2) & (\theta_1\text{和}\theta_2\text{为直导线起始端和末尾端电流元}Id\vec{l}\text{与位矢}\vec{r}\text{间的夹角}).\\ \text{无限长}\quad B=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi a} & (B\text{方向与}I\text{成右螺旋关系}).\end{cases}$$

（2）圆形电流：
$$\begin{cases}\text{轴线上任一点}\quad B=\dfrac{\mu_0 IR^2}{2(R^2+x^2)^{3/2}} & (B\text{方向垂直于电流环，与}I\text{成右螺旋关系}).\\ \text{圆心处}\quad B=\dfrac{\mu_0 I}{2R} & \\ \text{圆弧圆心处}\quad B=\dfrac{\mu_0 I}{2R}\cdot\dfrac{\theta}{2\pi} & (\theta\text{为圆弧的张角}).\end{cases}$$

练习三：1、2、3、4、5、7

2、利用安培环路定理求：$\oint_L\vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0\sum I$ （真空中）（闭合回路选为圆、矩形）

磁介质中的安培环路定理： $\oint_L\vec{H}\cdot d\vec{l}=\sum I_0$，

磁场强度 $\vec{H}=\dfrac{\vec{B}}{\mu_0}-\vec{M}$，$M$ 为介质的磁化强度.

对各向同性磁介质， $\vec{B}=\mu\vec{H}$，磁导率 $\mu=\mu_0\mu_r$

$\Rightarrow$ （1）**求无限长载流直螺线管内部：** (n 为螺线管单位长度的匝数) 矩形为闭合回路

$$\oint_L\vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0\sum I,\quad Bl=\mu_0 nlI$$

$$B=\mu_0 nI$$

（2）螺绕环，总匝数为 N，电流为 I，（选一圆为闭合回路）

$$\oint_L\vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0\sum I,\quad B2\pi r=\mu_0 NI$$

$$B=\frac{\mu_0 NI}{2\pi r}\approx\mu_0 nI,\quad n=\frac{N}{L}\quad (L\text{ 为螺绕环的平均周长})$$

（4）载流圆柱面（I）（选一圆为闭合回路）

$$\oint_L\vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0\sum I,\quad B2\pi r=\mu_0 I,\quad B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\quad (r>R)$$

（5）载流圆柱体（I，R）（选一圆为闭合回路）

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0\sum I,\quad B2\pi r=\mu_0 I,\quad B=\begin{cases}\dfrac{\mu_0 I}{2\pi R^2}r & (r<R)\\ \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r} & (r\geq R)\end{cases}$$

（4）无限大均匀带电平面两侧的磁场：（i 为面密度：单位宽度的电流）

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0\sum I,\quad 2Bl=\mu_0 il,\quad B=\frac{\mu_0 i}{2}$$

练习四：1、2、4、5

3、**运动电荷的磁场：** $\vec{B}=\dfrac{\mu_0}{4\pi}\cdot\dfrac{q\vec{\upsilon}\times\vec{r}_0}{r^2}$

三、电流、载流线圈在磁场中的受力

1、电流元所受磁场的作用力—安培定律：$d\vec{F}=Id\vec{l}\times\vec{B}$，

一段导线受的安培力：$\vec{F}=\int_L Id\vec{l}\times\vec{B}$ **对匀强磁场，** $\vec{F}=I\vec{L}\times\vec{B}$

练习五：2、5、8

7、载流线圈在磁场中所受的**磁力矩**：

对匀强磁场： $\vec{M}=\vec{m}\times\vec{B}$

8、运动电荷所受磁场的作用力—洛仑兹力：$\vec{F}=q\vec{\upsilon}\times\vec{B}$

9、磁力或磁力矩的功：$A=\int Id\Phi$； 当 I 恒定，$A=I\Delta\Phi=I(\Phi_2-\Phi_1)$

霍耳效应：在磁场中，载流导体上出现横向电势差的现象。

平衡条件：$qE_H=q\upsilon_d B,$

霍尔电场：$E_H=\upsilon_d B$

霍尔电压：$U_H=E_H a=\dfrac{IB}{nqb}=K_H\dfrac{IB}{b}$ （a 为载流导体的宽度）

霍尔系数：$K_H=\dfrac{1}{nq}$

注：磁流体发电应用的原理、霍尔效应。

练习六：1、2、3、5、

练习七：2（D 学模块需要 4、6、7、8）

练习八：2

十三、电磁感应：

一、求感应电动势：

1、法拉第电磁感应定律： $\varepsilon_i=-N\dfrac{d\Phi_m}{dt}=-\dfrac{d\Psi}{dt}$ （N 为线圈匝数）

利用楞次定律判断电动势的方向。

2、动生电动势： $\varepsilon_i=\int_a^b(\vec{\upsilon}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$

当 $\vec{B}$、$\vec{l}$、$\vec{\upsilon}$ 三者互相垂直时，$\varepsilon_i=\int_l \upsilon Bdl$

4、感生电动势：长直螺线管中磁场均匀变化

涡旋电场：由 $\varepsilon_i = -\dfrac{d\Phi_m}{dt}$ 及 $\varepsilon_i = \oint_L \vec{E}_i \cdot d\vec{l}$ ，得 $\oint_L \vec{E}_i \cdot d\vec{l} = -\int_S \dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$

上式说明，变化的磁场产生的是涡旋电场(环流不为零，而等于感生电动势)。

长直螺线管中均匀变化磁场感生的涡旋电场： $E_i = \begin{cases} \dfrac{r}{2}\dfrac{dB}{dt} & (r < R) \\ \dfrac{R^2}{2r}\dfrac{dB}{dt} & (r > R) \end{cases}$

求导体产生的感生电动势：$\varepsilon_i = \int_a^b \vec{E}_{感} \cdot d\vec{l}$

或者利用法拉第电磁感应定律（用于闭合导体回路）

练习九：2、4、5、7、8

练习十：1、2、3、5、6、7

练习十一：1、2、3、4、6（D 模块注意 6）

二：自感和互感：

1、自感：

自感系数： $L = \dfrac{\Psi}{I} = \dfrac{N\Phi_m}{I}$； (自感系数总是取正值)

长直密绕螺线管的自感系数： $L = \dfrac{\Psi}{I} = N\mu n S = \mu n^2 V$

自感电动势：$\varepsilon_L = -L\dfrac{dI}{dt}$； (规定电流的方向为回路的正方向，即自感电动势的正方向)

自感磁能：$W_m = \dfrac{1}{2}LI^2$

2 互感：

互感系数： $M_{12} = \dfrac{\Psi_{12}}{I_2} = \dfrac{N_1\Phi_{12}}{I_2}$； $M_{21} = \dfrac{\Psi_{21}}{I_1} = \dfrac{N_2\Phi_{21}}{I_1}$； $M_{12} = M_{21} = M$；

Φ_{12} 为由线圈 2 产生的穿过线圈 1 的磁通量，M 称为线圈 1 与线圈 2 的互感系数。

互感电动势： $\varepsilon_{21} = -M_{21}\dfrac{dI_1}{dt} = -M\dfrac{dI_1}{dt}$； $\varepsilon_{12} - M_{12}\dfrac{dI_2}{dt} = -M\dfrac{dI_2}{dt}$

ε_{21} 为线圈 1 的电流变化在线圈 2 中产生的互感电动势，ε_{12} 为线圈 2 的电流变化在线圈 1 中产生的互感电动势。

练习十二：1、2、3、5、6、7、8

3、磁场能量：

磁场能量密度：$w_m = \dfrac{1}{2}\vec{B}\cdot\vec{H}$；对均匀磁介质 $w_m = \dfrac{1}{2}BH = \dfrac{B^2}{2\mu} = \dfrac{1}{2}\mu H^2$

磁场能量：$W_m = \int_V w_m dV = \int_V \dfrac{1}{2}\vec{B}\cdot\vec{H}dV$

积分区域为磁场存在的整个范围。体积元 dV 通常按磁场分布的对称性选取，使得在体积元内

B 可以看成均匀的。

两个耦合线圈的总磁能：$W_m=\frac{1}{2}L_1I_{10}^2+\frac{1}{2}L_2I_{20}^2\pm MI_{10}I_{20}$ (正负号分别对应于顺接和反接)

练习十三：1、2、3、4

十四、麦克斯韦方程组　电磁波：

一、位移电流—变化的电场：

1、位移电流密度：$\vec{J}_d=\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$；　　2、位移电流：$I_d=\frac{d\Phi_D}{dt}=\iint_S\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\cdot d\vec{S}=\iint_S\vec{J}_d\cdot d\vec{S}$

3、**全电流的安培环路定理**　$\oint_L\vec{H}\cdot d\vec{l}=\sum_{L内}(I_i+I_d)$（计算磁场同前面）

二、麦克斯韦方程组的积分形式：

$$\begin{cases}\oiint_S\vec{D}\cdot d\vec{S}=\Sigma q_i\\ \oint_L\vec{E}\cdot d\vec{l}=-\oiint_S\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}=-\frac{d\Phi_m}{dt}\\ \oiint_S\vec{B}\cdot d\vec{S}=0\\ \oint_L\vec{H}\cdot d\vec{l}=\sum(I_i+I_d)=\oiint_S\left(\vec{J}+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\right)\cdot d\vec{S}\end{cases}$$

三、**电磁波：**交替变化的电磁场在空间的传播过程，就是电磁波。

1、平面电磁波的波动方程：
$$\begin{cases}E=E_0\cos\left[\omega\left(t-\frac{r}{u}\right)\right]\\ H=H_0\cos\left[\omega\left(t-\frac{r}{u}\right)\right]\end{cases}$$

2、平面电磁波的基本性质：

（1）$\vec{E}$、$\vec{H}$、$\vec{u}$（或能流密度 $\vec{S}=\vec{E}\times\vec{H}$）三者相互垂直，电磁波是横波。

（2）$\vec{E}$ 和 $\vec{H}$ 同相位。

（3）$\sqrt{\varepsilon}E=\sqrt{\mu}H$。　振幅：$\sqrt{\varepsilon}E_0=\sqrt{\mu}H_0$

（4）电磁波的波速 $u=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$　　真空中，$u=c=3\times10^8\,\mathrm{m/s}$。

3、电磁波的能量密度：$w=w_e+w_m=\frac{1}{2}(\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{D}+\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{H})=\frac{1}{2}(\varepsilon E^2+\mu H^2)$

4、电磁波的能流密度（电磁波的强度，坡印廷矢量）：　$\vec{S}=\vec{E}\times\vec{H}$

意义：单位时间内通过与传播方向垂直的单位面积的能量。

5、平面电磁波：能流密度 $S=EH$；

平均能流密度(电磁波的强度) $\overline{S}=\frac{1}{2}E_0H_0=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}E_0^{\ 2}$；

练习十四：2、3

十五、光的干涉：

一、两列光波的干涉相长相消条件：

满足相干条件的两束光的迭加是相干叠加，其合成光强为： $I=I_1+I_2+2\sqrt{I_1I_2}\cos\Delta\varphi$

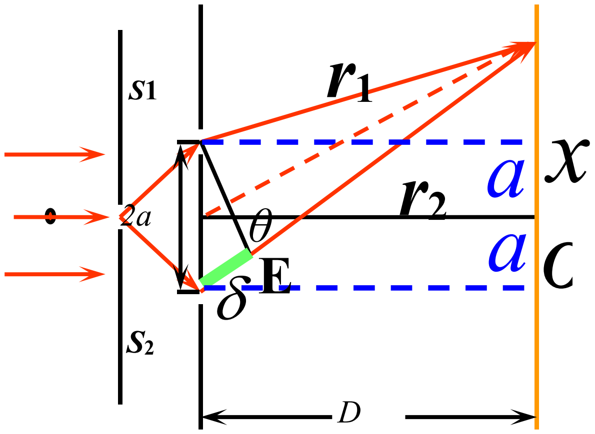
$$\Delta\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}\delta=\begin{cases}\pm 2k\pi, & (k=0,1,2,\cdots) \quad (\text{干涉加强，干涉相长})\\ \pm(2k+1)\pi, & (k=0,1,2,...) \quad (\text{干涉减弱，干涉相消})\end{cases}$$

$$\text{或}\quad \delta=\begin{cases}\pm k\lambda, & (k=0,1,2,\cdots) \quad (\text{干涉加强，干涉相长})\\ \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}=\pm(k+\frac{1}{2})\lambda, & (k=0,1,2,\cdots) \quad (\text{干涉减弱，干涉相消})\end{cases}$$

光程差与相位差： $\delta=n_2r_2-n_1r_1$， $\Delta\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}\delta$，**注意 λ 为真空中的波长**

二、杨氏双缝干涉：

光程差 $\delta=r_2-r_1\approx 2a\sin\theta=\frac{2ax}{D}$



$$\text{相长相消条件}\ \delta=\frac{2ax}{D}=\begin{cases}\pm k\lambda, & (k=0,1,2,\cdots) \quad (\text{干涉加强/相长})\\ \pm(2k-1)\frac{\lambda}{2}=\pm(k-\frac{1}{2})\lambda, & (k=1,2,\cdots) \quad (\text{干涉减弱/相消})\end{cases}$$

$$\text{明暗纹位置：}\ x=\begin{cases}\pm k\frac{D\lambda}{2a}, & (k=0,1,2,\cdots) \quad (\text{明纹})\\ \pm(2k-1)\frac{D\lambda}{4a}=\pm(k-\frac{1}{2})\frac{D\lambda}{2a}, & (k=1,2,\cdots) \quad (\text{暗纹})\end{cases}$$

条纹间距： $\Delta x_{明}=\Delta x_{暗}=\frac{D\lambda}{2a}$

若将杨氏双缝干涉实验装置放在折射率为 n 的液体介质中，其它条件不变，将 λ 换成

介质中的波长 $\lambda_n = \dfrac{\lambda}{n}$ 即可。

练习 15：2、3、4、5、6

三、**薄膜干涉**（反射光干涉）：　$\delta = 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + [\dfrac{\lambda}{2}]$

上式中是否有 $\dfrac{\lambda}{2}$(半波损失)，取决于

半波损失：光从光疏介质(n 小)射向光密介质(n 大)，反射光会有半波损失。

四、 **劈尖干涉**： **劈尖长 L，劈尖角 θ，劈尖最大厚度(微小物体尺寸) d.**

对垂直入射，$i = 0$

条纹特点：劈尖顶点为 0 级暗纹. 由于劈尖角不变, 故干涉条纹为平行等间距的直条纹。

1、相长相消条件：

$$\delta = 2ne + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda, & (k = 1, 2, \cdots) \quad (\text{明纹}) \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} = (k+\dfrac{1}{2})\lambda, & (k = 0, 1, 2, \cdots) \quad (\text{暗纹}) \end{cases}$$

此式对空气劈尖(n=1)与玻璃劈尖均成立。

2、 明暗纹位置：
$$e_k = \begin{cases} (k - \dfrac{1}{2})\dfrac{\lambda}{2n}, & (k = 1, 2, \cdots) \quad (\text{明纹}) \\ k\dfrac{\lambda}{2n}, & (k = 0, 1, 2, \cdots) \quad (\text{暗纹}) \end{cases}$$

相邻明纹(暗纹)间的厚度差：$\Delta e = e_k - e_{k-1} = \dfrac{\lambda}{2n} = \dfrac{\lambda_n}{2}$　(很重要！)

条纹间距（已知劈尖角 θ 求 l）：$l = \dfrac{\Delta e}{\sin\theta} = \dfrac{\lambda}{2n\sin\theta} \approx \dfrac{\lambda}{2n\theta}$

条纹间距(已知微小物体尺寸 d 求 l)：$\sin\theta = \dfrac{d}{L}$，$l = \dfrac{\lambda}{2n\sin\theta} = \dfrac{\lambda L}{2nd}$

3. 微小物体尺寸(已知条纹间距 l 求 d)：$\sin\theta = \dfrac{\Delta e}{l} = \dfrac{\lambda}{2nl}$，$d = L\sin\theta = \dfrac{L}{l}\Delta e = \dfrac{\lambda L}{2nl}$

4. 明暗纹总数：**根据干涉相长相消条件求最高级次，是普适方法。**

由干涉相长条件，得：$\delta_{反} = 2nd + \dfrac{\lambda}{2} = k_{m明}\lambda$，$\therefore k_{m明} = \dfrac{2nd}{\lambda} + \dfrac{1}{2}$

取整，得：$N_{明} = [k_{m明}] = \left[\dfrac{2nd}{\lambda} + \dfrac{1}{2}\right] = \left[\dfrac{d}{\Delta e} + \dfrac{1}{2}\right] = \left[\dfrac{L}{l} + \dfrac{1}{2}\right]$

由干涉相消条件，得：$\delta_{反} = 2nd + \dfrac{\lambda}{2} = (k_{m暗} + \dfrac{1}{2})\lambda$，$\therefore k_{m暗} = \dfrac{2nd}{\lambda}$

取整，计入 0 级暗纹： $N_{暗}=[k_{m暗}]+1=\left[\frac{2nd}{\lambda}+1\right]=\left[\frac{d}{\Delta e}+1\right]=\left[\frac{L}{l}+1\right]$

练习 16：1、3、4、7

五、牛顿环：

设 $n_1>n_2(=n)<n_3$，

1. 相长相消条件：

$$\delta=2ne_k+\frac{\lambda}{2}=\begin{cases}k\lambda, & (k=1,2,\cdots) \quad (明纹)\\(2k+1)\frac{\lambda}{2}=(k+\frac{1}{2})\lambda, & (k=0,1,2,\cdots) \quad (暗纹)\end{cases}$$

或 $$e_k=\begin{cases}(k-\frac{1}{2})\frac{\lambda}{2n}, & (k=1,2,\cdots) \quad (明纹)\\k\frac{\lambda}{2n}, & (k=0,1,2,\cdots) \quad (暗纹)\end{cases}$$

2. 条纹特点：牛顿环属于从中心到边缘劈尖角(=上边切线与下边夹角)逐渐变大的等厚干涉，而条纹间距反比于劈尖角，故条纹内疏外密. 中心点：$e_k=0$，$\delta=\frac{\lambda}{2}$ 为暗斑。

3. 明暗环半径(劈尖干涉的条纹位置指的是劈尖厚度，牛顿环的条纹位置指的是条纹半径)

$$\because e_k=\frac{r_k^2}{2R}, \quad \therefore r_k=\begin{cases}\sqrt{\left(k-\frac{1}{2}\right)\frac{R\lambda}{n}} & k=1,2,\cdots \quad (明环)\\\sqrt{k\frac{R\lambda}{n}} & k=0,1,2,\cdots(暗环)\end{cases}$$

R 为平凸透镜的半径，r_k 为 k 级牛顿环的半径，$n=n_2$ 为平凸透镜与一块平板玻璃间的空气隙的折射率。

4. 由牛顿环测波长

测量的是第 k 级和第 m 级**暗环直径** D_k、D_m，然后，由 $r_k^2=k\frac{R\lambda}{n}$，$r_m^2=m\frac{R\lambda}{n}$，得

$$\lambda=\frac{n(D_m^2-D_k^2)}{4(m-k)R}$$

六、迈克尔逊干涉仪：

不论是移动反射镜，还是插入介质片，光程差每改变一个波长，条纹就移动一个间隔，即

$$\Delta\delta=2\Delta e=\Delta N\cdot\lambda \quad (移动反射镜)$$

或 $$\Delta\delta=2(n-1)l=\Delta N\cdot\lambda \quad (在一个光路插入介质片)$$

△e 为 M_1 镜**平移**的距离，△N 为干涉条纹移动数目，l 为插入的透明介质片的厚度。

练习 17：1-9

十六、光的衍射：

一、夫琅和费单缝衍射：

由菲涅耳半波带法得到：

1. 中央明纹：　　$\delta=0$
2. 其他各级衍射加强、减弱条件 (a 为单缝宽度)：

$$\delta = a\sin\varphi = \begin{cases} \pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2}, & (k=1,2,\cdots) \quad \text{明纹} \\ \pm k\lambda, & (k=1,2,\cdots) \quad \text{暗纹} \end{cases}$$

3. 明、暗纹位置：

$$x_k = f\sin\varphi_k = \begin{cases} \pm\left(k+\dfrac{1}{2}\right)\dfrac{\lambda f}{a}, & (k=1,2,\cdots) \quad \text{明纹} \\ \pm k\dfrac{\lambda f}{a}, & (k=1,2,\cdots) \quad \text{暗纹} \end{cases}$$

4. 中央明纹宽度：　$l_0 = 2x_{1暗} = \dfrac{2\lambda f}{a}$；

相邻明纹或暗纹间距(中央明纹除外)：　$\Delta x = \dfrac{\lambda f}{a} = \dfrac{l_0}{2}$，　$(k = 1, 2...)$

5. 半波带的数目 m：　$\delta = a\sin\varphi = \pm m\dfrac{\lambda}{2}$，　对明纹　$m = 2k+1$，　对暗纹　$m = 2k$

练习 18：1-4

二、光栅衍射：

光栅衍射是光栅中各单缝的衍射光的相互叠加。

1. 光栅常数　$d = a + b = \dfrac{1}{N}$　(N 为刻线密度)
2. 光栅方程(主极大明纹条件)：　$d\sin\varphi = \pm k\lambda$，　$(k = 0, 1, 2, \cdots)$
3. 屏幕上能看到的主极大明纹数目(也称干涉明纹数目)

$$\text{主极大最高级次}\ \varphi = \frac{\pi}{2},\ k_{\max} = \frac{d}{\lambda} = \begin{cases} \text{整数，减1，取}\ k_{\max} = \dfrac{d}{\lambda} - 1 \\ \text{非整数，取整，}\ k_{\max} = [\dfrac{d}{\lambda}] \end{cases}$$

谱线缺级公式：　$k = \dfrac{d}{a}k'$，　$(k' = \pm1, \pm2, \cdots,\ -k_{\max} \le k \le k_{\max})$

屏幕上能看到的主极大明纹数目 $N = 2k_{\max}+1$ - 缺级数目

4. 单缝中央明纹范围内的主极大明纹数目(也称干涉明纹数目)

$$\text{主极大最高级次} \begin{cases} \text{光栅方程}\ d\sin\varphi_{1单} = k_{\max}\lambda \\ \text{单缝衍射一级暗纹}\ a\sin\varphi_{1单} = \lambda \end{cases},\ \text{得}\ k_{\max} = [\frac{d\sin\varphi_{1单}}{\lambda}] = [\frac{d}{a}]$$

谱线缺级公式：　$k = \dfrac{d}{a}k'$，　$(k' = \pm1,\ -k_{\max} \le k \le k_{\max})$

单缝中央明纹范围主极大明纹数目 $N = 2k_{\max}+1$ - 缺级数目

练习 19：3、4、5

三、圆孔衍射　光学仪器的分辨率：

1、爱里斑的半角宽(第一级暗环衍射角)： $\theta_0 = 1.22\dfrac{\lambda}{D}$ （D 为圆孔直径，又称通光孔径）

爱里斑的半径(第一级暗环的半径)： $r_0 = f\tan\theta_0 = 1.22\dfrac{\lambda f}{D}$

2、最小分辨角(角分辨率)： $\theta_{\min} = 1.22\dfrac{\lambda}{D}$ （D 为通光孔径，即光学仪器的圆孔直径）；

3、光学仪器分辨率(分辨本领)： $R = \dfrac{1}{\theta_{\min}} = \dfrac{D}{1.22\lambda}$

4、物点的最小分辨间隔*： $\Delta x_{\min} = L\cdot\theta_{\min} = 1.22L\dfrac{\lambda}{D}$ (L 为物点到光学仪器的距离)

四、伦琴射线(X 射线)的衍射：

布喇格公式： $2d\sin\varphi = \pm k\lambda$, $(k = 1, 2, 3, \cdots)$ 式中，φ 为掠射角。

练习 20：2-5

十七、光的偏振：

1、自然光、线偏振光、部分偏振光的概念：

2、马吕斯定律： $I = I_0\cos^2\alpha$ 注意式中各量的意义。

3、布儒斯特定律： $\tan i_0 = n_{21} = \dfrac{n_2}{n_1}$ 式中，i_0 为布儒斯特角（起偏角），$i_0 + \gamma = \dfrac{\pi}{2}$。

当入射角为布儒斯特角时，反射光就变为振动方向垂直于入射面的完全偏振光，而折射光仍为平行振动占优势的部分偏振光。

练习 21：3-6

练习 22：1-4

十八、相对论中的质量、动量和能量：

1、质量和动量： $m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{\upsilon^2}{c^2}}} = \gamma m_0$； $\vec{p} = m\vec{\upsilon} = \dfrac{m_0\vec{\upsilon}}{\sqrt{1-\dfrac{\upsilon^2}{c^2}}} = \gamma m_0\vec{\upsilon}$

2、质能关系式： $E = mc^2$， $\Delta E = \Delta mc^2$；

3、动能： $E_k = E - E_0 = mc^2 - m_0c^2$， 静能: $E_0 = m_0c^2$

4、能量-动量关系式： $E^2 = E_0^2 + (pc)^2 = m_0^2c^4 + p^2c^2$；

5、对于光子： $m_0 = 0$， $m = \dfrac{h\nu}{c^2}$， $p = \dfrac{h}{\lambda}$， $E = h\nu$

十八、量子光学基础：

（一）绝对黑体辐射的两条定律：

1、斯特藩—玻耳兹曼定律： $M_B(T) = \sigma T^4$， 式中 $\sigma = 5.67\times10^{-8}\,\mathrm{w/(m^2\cdot K^4)}$。

2、维恩位移定律：峰值波长与温度的关系 $\lambda_m\cdot T = b$， 式中 $b = 2.897\times10^{-3}\,\mathrm{m\cdot K}$

（三）光子假设　爱因斯坦方程：

1、光子假设：光是光子流，光子的能量$E=h\nu$，能流密度是$S=Nh\nu$，式中N是单位时间内通过垂直于光传播方向的单位面积上的光子数。

2、爱因斯坦方程：　$h\nu=\frac{1}{2}m\upsilon^2+W$

3、红限频率：　$\nu_0=\frac{W}{h}$

4、遏止电压**(或光电子的最大初动能)**：$\frac{1}{2}m\upsilon^2=e|U_a|=h\nu-W$

遏止电压(或光电子的最大初动能)与入射光频率成线性关系，与入射光强度无关。

按照光子假设能圆满地解释光电效应的实验规律。

5、饱和光电流(或单位时间内从金属表面逸出的光电子数)与入射光的强度成正比。

（四）康普顿散射：

1、康普顿散射公式：　$\Delta\lambda=\frac{2h}{m_0c}\cdot\sin^2\frac{\varphi}{2}$

2、康普顿散射的解释：光子与自由电子碰撞，光子能量的一部分传递给电子，因而光子的频率变小，波长变大。$m_0c^2+h\nu_0=mc^2+h\nu$

（五）光的波粒二象性：描述粒子性的能量E、动量p与描述波动性的频率ν、波长λ之间的关系为　$E=h\nu$；　$p=\frac{h}{\lambda}$

练习 26：1、2、4、5

练习 27：1、2、3、4

十九、原子的量子理论：

（一）玻尔的氢原子理论：

1、光谱线的波数公式：$\widetilde{\nu}=\frac{1}{\lambda}=R\left(\frac{1}{m^2}-\frac{1}{n^2}\right)$；

若$m=1$，$n=2,3,4,\cdots$就给出赖曼谱线系($E_n\to E_1$)。

若$m=2$，$n=3,4,\cdots$就给出巴尔末谱线系($E_n\to E_2$)。

若$m=3$，$n=4,5,\cdots$就给出帕邢谱线系($E_n\to E_3$)。

若$m=4$，$n=5,6,\cdots$就给出布喇格谱线系($E_n\to E_4$)。

若$m=5$，$n=6,7,\cdots$就给出普芳德谱线系($E_n\to E_5$)。

2、玻尔三条假设：①定态假设；②量子化条件$L=m\upsilon r=n\hbar,(n=1,2,\cdots)$；③频率条件$\nu=\frac{|E_n-E_m|}{h}$。在这三条假设基础上，玻尔导出了电子的定态轨道半径r_n、速度υ_n和能量E_n

$$r_n=\frac{\varepsilon_0h^2}{\pi me^2}\cdot n^2=n^2r_1;\quad \upsilon_n=\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0n\hbar}=\frac{\upsilon_1}{n};\quad E_n=-\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2h^2}\cdot\frac{1}{n^2}=\frac{E_1}{n^2},\ (n=1,2,\cdots)$$

当 $n=1$ 时，$r_1=0.529\,\mathring{A}$（玻尔半径），$\upsilon_1=2.2\times10^6(\mathrm{m/s})$，$E_1=-13.6\mathrm{eV}$（氢原子的基态能量）。注意：这里的能量 E_n 是电子的动能+势能

3、氢原子中电子的动能、势能与能量的关系：$E_k=-E_n$，$E_p=2E_n$

练习 28：1-6

（二）实物粒子的波粒二象性：

德布罗意关系： 粒子的能量 $E=mc^2=h\nu$； 粒子的动量 $p=m\upsilon=\dfrac{h}{\lambda}$

注意：E 为粒子的相对论总能，它与动量之间满足相对论能量-动量关系：$E=\sqrt{c^2p^2+m_0^2c^4}$

即使在在低速情况下，它也等于粒子的动能加静能：$E=E_k+E_0=\dfrac{p^2}{2m_0}+m_0^2c^4$

与光子不同，粒子的波长、频率与速度之间不满足 $\mathrm{v}=\lambda\nu$。

若光子与电子波长相等，则动量相等，但由于静质量不同，总能不等，故频率不等。

若光子与电子频率相等，则总能量相等，但由于静质量不同，动量不等，故波长不等。

（三）不确定关系： $\Delta x\cdot\Delta p_x\ge h$；$\Delta E\cdot\Delta t\ge h$； 实质上是微观粒子波粒二象性的反映。

注意： 若两个量存在经典的函数关系，可用微分法由一个量的不确定量得到另一个量的不确定量。

在用微分法求不确定量时，**不确定量的大小总是取正值(绝对值)，**

例如，$p=\dfrac{h}{\lambda}$，则由于波长 λ 的不确定量 $\Delta\lambda$ 而引起的动量 p 的不确定量为

$\Delta p=\left|\dfrac{dp}{d\lambda}\right|\Delta\lambda=\dfrac{h}{\lambda^2}\Delta\lambda$，其中 **$\Delta\lambda$ 与 Δp 均取正值。**

$E_k=\dfrac{p^2}{2m}$，则由动量的不确定量 Δp 而引起的动能 E_k 的不确定量为

$$\Delta E_k=\left|\frac{dE_k}{dp}\right|\Delta p=\frac{p}{m}\Delta p$$

练习 29：1、3、4、5、6

（四）波函数和薛定谔方程：

1、波函数：描述实物粒子的运动状态。在 t 时刻，(x,y,z) 处粒子出现的概率密度为

$$w=\left|\Psi(x,y,z,t)\right|^2$$

波函数应满足的标准条件： 单值、有限、连续。

波函数应满足的归一化条件： $\iiint_{-\infty}^{+\infty}|\Psi(x,y,z,t)|^2\,dV=\iiint_{-\infty}^{+\infty}|\Psi(x,y,z,t)|^2\,dxdydz=1$

计算：根据波函数求概率，练习 30：1、2

模拟题（1）（2）的填空题和计算题