

## 作业 #3

(提交日期: 2023/11/7)

1. 公司决定使用 1000 万元新产品开发基金开发 A, B, C 三种新产品。经预测估计, 开发 A, B, C 三种新产品的投资利润率分别为 5%, 7%, 10%。由于新产品开发有一定风险, 公司研究后确定了下列优先顺序目标:

- (1) A 产品至少投资 300 万元;
- (2) 为分散投资风险, 任何一种新产品的开发投资不超过开发基金总额的 35%;
- (3) 应至少留有 10% 的开发基金, 以备急用;
- (4) 使总的投资利润最大。

试建立投资分配方案的目标规划模型。

2. 已知单位牛奶、牛肉、鸡蛋中的维生素及胆固醇含量等有关数据见下表。如果只考虑这三种食物, 并且设立了下列三个目标:

第一, 尽量满足三种维生素的每日最小需求量;

第二, 使每日摄入的胆固醇尽可能少;

第三, 使每日购买食品的费用尽可能少。

请建立问题的目标规划模型。

项目	牛奶 (500g)	牛肉 (500g)	鸡蛋 (500g)	每日最小需求量 /mg
维生素 A/mg	1	1	10	1
维生素 C/mg	100	10	10	30
维生素 D/mg	10	100	10	10
胆固醇/单位	70	50	120	
费用/元	1.5	8	4	

3. 下表中给出了一个运输问题及它的一个解, 试问:
- (1) 表中给出的解是否为最优解? 请用位势法进行检验。
  - (2) 若价值系数  $c_{24}$  由 1 变为 3, 所给的解是否仍为最优解? 若不是, 请求出最优解。
  - (3) 若所有价值系数均增加 1, 最优解是否改变? 为什么?
  - (4) 若所有价值系数均乘以 2, 最优解是否改变? 为什么?
  - (5) 写出该运输问题的对偶问题, 并给出其对偶问题的最优解。

销地 产地	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	产量
$A_1$	4	5 1	3 4	6	8
$A_2$	8 1	2	6	2 1	10
$A_3$	3	7	3 5	1 1	4
销量	8	5	6	3	22

4. 某市有三个面粉厂，它们供应三个面食加工厂所需的面粉。各面粉厂的产量、各面食加工厂加工面粉的能力、各面食加工厂和各面粉厂之间的单位运价，均示于下表中。假定在第 1, 2 和 3 面食加工厂制作单位面粉食品的利润分别为 12、16 和 11，试确定使总效益最大的面粉分配计划（假定面粉厂和面食厂都属于同一个主管单位）。

食品厂 面粉厂	1	2	3	面粉厂产量
I	3	10	2	20
II	4	11	8	30
III	8	11	4	20
食品厂需量	15	25	20	

5. [3.10] 甲、乙、丙三个城市每年需要的煤炭由鸡西、鹤岗两处煤矿负责供应。这两处煤矿的价格和质量都基本相同。鸡西、鹤岗两处煤矿的供应能力分别为 400 万 t, 450 万 t, 由煤矿至各城市的单位运价（万元 / 万 t）如表所示。

表 煤矿运价与供需表

销地 产地	甲城市	乙城市	丙城市	产量（万 t）
鸡西煤矿	15	18	22	400
鹤岗煤矿	21	25	16	450
需求量（万 t）	320	250	无上限	

由于供不应求，三个城市申报需求分别为 320 万 t，250 万 t 和无上限。经协商决定甲城市供应量可减少 30 万 t；乙城市应全部满足，丙城市不少于 270 万 t。试求总运费为最低的调运方案。

6. **[3.12]** 某农业贸易公司从事谷物买卖，现在农产品生产基地  $A_1$ 、 $A_2$ 、 $A_3$  分别购买了谷物 3 车皮、6 车皮、5 车皮。拟在  $B_1$ 、 $B_2$ 、 $B_3$ 、 $B_4$  这 4 城市销售，各地的需求分别为 2 车皮、4 车皮、3 车皮、3 车皮。所有货物都要经过中转地  $T_1$  或  $T_2$  运往目的地。相关线路的运输价格如下表（单位：千元/车皮）。

表 (1)

	中转地 $T_1$	中转地 $T_2$
农基地 $A_1$	8	6
农基地 $A_2$	3	8
农基地 $A_3$	9	3

表 (2)

	城市 $B_1$	城市 $B_2$	城市 $B_3$	城市 $B_4$
中转地 $T_1$	44	34	34	32
中转地 $T_2$	57	35	28	24

试利用计算机求出最优的运输方案。

7. **【选做题】** 请尝试用列生成算法求解课件 PPT 中的下料问题的松弛问题（其中的整数规划子问题可借助计算机求解，比如 Excel）。

## 7.5 下料问题



某工厂生产一型号的机床，每台机床上分别需用 2.9、2.1、1.5 米长的轴 1 根、2 根和 1 根，这些轴需用同一种圆钢制作，圆钢的长度为 7.4 米。如需要生产 100 台机床，问应如何安排下料，才能使用料最省？试建立其线性规划模型。

	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	需要量
2.9m	1	2	0	1	0	1	0	0	100
2.1m	0	0	2	2	1	1	3	0	200
1.5m	3	1	2	0	3	1	0	4	100
余料	0	0.1	0.2	0.3	0.8	0.9	1.1	1.4	

$x_1$     $x_2$     $x_3$     $x_4$     $x_5$     $x_6$     $x_7$     $x_8$

## 7.5 下料问题

解：设  $x_i$  为按第  $i$  种方案切割的原材料根数

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i=1}^8 x_i \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_4 + x_6 \geq 100 \\ 2x_3 + 2x_4 + x_5 + x_6 + 3x_7 \geq 200 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_5 + x_6 + 4x_8 \geq 100 \\ x_i \geq 0, x_i \text{ 是整数} \end{cases} \end{aligned}$$

Cutting Stock Problem