

《运筹学》期中测验

学号_____ 姓名_____ 得分_____

1. (18') 某工厂要用 A, B 两种原料来生产甲, 乙, 丙三种产品, 生产单位每种产品的原料消耗量和利润如下表所列:

	甲	乙	丙
原料 A	6	3	5
原料 B	3	4	5
利润	4	1	5

若现有 A, B 原料的限量分别为 45 和 30, 求:

- (1) 总利润最大的生产方案。
- (2) 甲产品的单位利润在何范围内变化时, 最优生产方案不变。
- (3) 若原料 A 除现有量外无法再增加, 而原料 B 可以再购, 单价为 0.5。请问是否应该购进, 最多可购进多少?

2. (20') 考虑线性规划问题:

$$\begin{aligned} \max \quad & z = 3x_1 + 13x_2 + 13x_3 \\ \text{s.t.} \quad & x_1 + x_2 \leq 7 \\ & x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 15 \\ & 2x_2 + 3x_3 \leq 9 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

若其最优基变量为 $\{x_1, x_2, x_3\}$, 并且最优基矩阵的逆为

$$B^{-1} = \begin{pmatrix} 5/2 & -3/2 & 1 \\ -3/2 & 3/2 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

- (1) 请写出该线性规划问题以及其对偶问题的最优解。
- (2) 请问目标函数中 x_1 的系数在何范围变化时最优解不变?
- (3) 请问约束条件 $2x_2 + 3x_3 \leq 9$ 的右端项在何范围变化时最优基不变?

3. (14') 某快餐店坐落在远离城市的风景区, 平时游客较少, 而每到双休日游客数量猛增。快餐店主要为游客提供快餐服务, 该快餐店雇佣了两名正式职工, 主要负责管理工作, 每天需要工作 8 小时, 其余的工作都由临时工担任, 临时工每班工作时间可

以为 4 小时，也可以为 3 小时。双休日的营业时间为 11:00~22:00，根据游客的就餐情况，在双休日的营业时间内所需的职工数（包括正式工和临时工）如表所示。已知一名正式职工 11:00 开始上班，工作 4 小时后休息 1 小时，而后再工作 4 小时；另一名正式职工 13:00 开始上班，工作 4 小时后休息 1 小时，而后再工作 4 小时，又知临时工工资为 4 元/小时。请问：在满足对职工需求的条件下，应如何安排临时工的班次，使得使用临时职工的总成本最低？

表 营业时间与所需职工数量

营业时间	所需职工数/人	营业时间	所需职工数/人
11:00~12:00	9	17:00~18:00	6
12:00~13:00	9	18:00~19:00	12
13:00~14:00	9	19:00~20:00	12
14:00~15:00	3	20:00~21:00	7
15:00~16:00	3	21:00~22:00	7
16:00~17:00	3		

4. (18') 已知线性规划问题：

$$\begin{aligned} \min \quad & z = 2x_1 - x_2 + 2x_3 \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} -x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ -x_1 + x_2 - kx_3 \leq 6 \\ x_1 \leq 0, x_2 \geq 0, x_3 \text{ 无约束} \end{cases} \end{aligned}$$

其最优解为 $x_1 = -5, x_2 = 0, x_3 = -1$ 。

(1) 求 k 的值；

(2) 写出其对偶问题并求最优解。

5、(16') 某百货公司去外地采购 A 、 B 、 C 、 D 四种规格的服装，数量分别为： A —1500 套， B —2000 套， C —3000 套， D —3500 套。有三个城市可供应上述规格服装，各城市供应数量分别为： I —2500 套， II —2500 套， III —5000 套。由于这些城市的服装质量、运价和销售情况不同，因此预计售出后的利润（元/套）也不同，详见下表。请帮助该公司确定一个预期盈利最大的采购方案。

销售利润表

	A	B	C	D
I	10	5	6	7
II	8	2	7	6
III	9	3	4	8

6、(14') 在组合拍卖问题中，允许投标人提交**项目组合**的投标。假设 $M = \{1, 2, \dots, m\}$ 为拍卖商要拍卖的项目集，规定每个项目至多中标一次。每个投标标书记为 $B_j = (S_j, p_j)$ ，其中非空集合 S_j 是项目组合子集 ($S_j \subseteq M$)， p_j 是相应项目组合的出价。若现有三个项目进行拍卖，拍卖商收到了以下 4 份投标标书： $B_1 = (\{1\}, 6)$ ， $B_2 = (\{2, 3\}, 12)$ ， $B_3 = (\{1, 2\}, 12)$ ， $B_4 = (\{1, 2, 3\}, 16)$ ，为获得最大利益，拍卖商应如何确定中标者，试建立数学规划模型帮助拍卖商进行决策。

- 1、(1) 最优生产方案为生产甲产品 5, 乙产品 0, 丙产品 3
- (2) 甲产品的利润变化范围为 $[3,6]$
- (3) 购买原料 B 的单价 0.5 小于其影子价格 $\frac{2}{3}$, 所以应该购进。最多可购进 15 单位。
- 2、(1) 原问题: (4, 3, 1) 对偶问题: (1, 2, 3)
- (2) $8 \leq b_3 \leq 12$ 。
- (3) $13/5 \leq c_1 \leq 13/3$ 。
- 3、假设每个时段开始上班并且连续工作 4 小时的临时工人数 $x_i (i=1,2,\cdots,8)$, 每个时段开始上班并且连续工作 3 小时的临时工人数 $y_j (j=1,2,\cdots,9)$ 。下表列出了每个时段内可工作的两类临时工人数和正式工人数。

表 每个时段内可工作的两类临时工人数和正式工人数				
营业时间	连续工作 4 小时 临时工人数	连续工作 3 小时 临时工人数	正式工人数	所需职工数
11:00~12:00	x_1	y_1	1	9
12:00~13:00	$x_2 + x_1$	$y_2 + y_1$	1	9
13:00~14:00	$x_3 + x_1 + x_2$	$y_3 + y_1 + y_2$	2	9
14:00~15:00	$x_4 + x_1 + x_2 + x_3$	$y_4 + y_2 + y_3$	2	3
15:00~16:00	$x_5 + x_2 + x_3 + x_4$	$y_5 + y_3 + y_4$	1	3
16:00~17:00	$x_6 + x_3 + x_4 + x_5$	$y_6 + y_4 + y_5$	2	3
17:00~18:00	$x_7 + x_4 + x_5 + x_6$	$y_7 + y_5 + y_6$	1	6
18:00~19:00	$x_8 + x_5 + x_6 + x_7$	$y_8 + y_6 + y_7$	2	12
19:00~20:00	$x_6 + x_7 + x_8$	$y_9 + y_7 + y_8$	2	12
20:00~21:00	$x_7 + x_8$	$y_8 + y_9$	1	7
21:00~22:00	x_8	y_9	1	7

$$\begin{aligned} \min \quad & z = \sum_{i=1}^8 4x_i + \sum_{j=1}^9 3y_j \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} x_1 + y_1 + 1 \geq 9 \\ x_2 + x_1 + y_2 + y_1 + 1 \geq 9 \\ x_3 + x_1 + x_2 + y_3 + y_1 + y_2 + 2 \geq 9 \\ x_4 + x_1 + x_2 + x_3 + y_4 + y_2 + y_3 + 2 \geq 3 \\ x_5 + x_2 + x_3 + x_4 + y_5 + y_3 + y_4 + 1 \geq 3 \\ x_6 + x_3 + x_4 + x_5 + y_6 + y_4 + y_5 + 2 \geq 3 \\ x_7 + x_4 + x_5 + x_6 + y_7 + y_5 + y_6 + 1 \geq 6 \\ x_8 + x_5 + x_6 + x_7 + y_8 + y_6 + y_7 + 2 \geq 12 \\ x_6 + x_7 + x_8 + y_9 + y_7 + y_8 + 2 \geq 12 \\ x_7 + x_8 + y_8 + y_9 + 1 \geq 7 \\ x_8 + y_9 + 1 \geq 7 \\ x_i, y_j \geq 0 \quad (i=1,2,\dots,8; j=1,2,\dots,9) \end{cases} \end{aligned}$$

4、k=1

5、I→B 2000, I→C 500, II→C 2500, III→A 1500, III→D 3500, 最大盈利 72000

$$6、\text{设 } x_j = \begin{cases} 0, & B_j \text{ 不中标} \\ 1, & B_j \text{ 中标} \end{cases}, \quad j=1,2,3,4$$

$$\max \quad 6x_1 + 12x_2 + 12x_3 + 16x_4$$

$$\text{s.t.} \quad x_1 + x_3 + x_4 \leq 1$$

$$x_2 + x_3 + x_4 \leq 1$$

$$x_2 + x_4 \leq 1$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 = 0 \text{ 或 } 1$$