

南京大学工程管理学院_____级_____专业

2016—2017 学年第一学期

《概率论与数理统计》期末试卷 A (闭卷)

学号_____ 姓名_____ 得分_____

注： $\Phi(1) = 0.8413$, $\Phi(2.5) = 0.9938$, $z_{0.005} = 2.57$, $z_{0.01} = 2.33$, $\chi^2_{0.99}(9) = 2.088$,

$\chi^2_{0.99}(10) = 2.558$, $F_{0.05}(3,12) = 3.49$, $F_{0.025}(3,12) = 4.47$.

下面每题 10 分，共 10 题。

得分	
----	--

1. 把一颗骰子掷三次，设 H 是三次掷出的点数之和。问 H=12 的可能性大，还是 H=11 的可能性大？（需要详细计算过程）

得分	
----	--

2. 设 $f(x) = \begin{cases} 4x^3, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$. (1) 求数 a , 使 $P\{X > a\} = P\{X < a\}$; (2)

求数 b 使 $P\{X > b\} = 0.05$.

得分	
----	--

3. 设 X 和 Y 是两个相互独立的随机变量, X 在区间 $(0,1)$ 上服从均匀分布,

Y 的概率密度函数为 $f_Y(y) = \begin{cases} e^{-y/2} / 2, & y > 0 \\ 0, & y \leq 0 \end{cases}$ 。(1) 求 X 和 Y 的联合概率密度; (2) 设含有 a 的二

次方程为 $a^2 + 2Xa + Y = 0$, 试求 a 有实根的概率。

得分	
----	--

4. 设随机向量 (X, Y) 在三角形区域 $D = \{(x, y) : 0 \leq y \leq x \leq 1\}$ 上服从均匀

分布, 求 X 和 Y 的相关系数 ρ_{XY} 。

得分	
----	--

5. 有一批建筑房屋用的木柱, 其中 80% 的长度不小于 3 米, 现从这批木柱中随机地取 100 根, 求其中至少有 30 根短于 3 米的概率。

得分	
----	--

6. 设母体 $X=(X_1, X_2) \sim N(\mu_1, \mu_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2, \rho)$, (X_1, X_2, \dots, X_n) 是取自此

母体的一个子样, 求子样均值 $\bar{\mu}=(\bar{X}_1, \bar{X}_2)=(\sum_{i=1}^n X_{1i} / n, \sum_{i=1}^n X_{2i} / n)$ 的分布密度函数。

得分	
----	--

7. 设 X_1, X_2 是取自正态母体 $N(\mu, 1)$ 的一个容量为 2 的子样。试证下列三

个估计量都是 μ 的无偏估计量: $\hat{\mu}_1 = 2X_1 / 3 + X_2 / 3$, $\hat{\mu}_2 = X_1 / 4 + 3X_2 / 4$,

$\hat{\mu}_3 = X_1 / 2 + X_2 / 2$ 。并指出其中哪个方差最小。

得分	
----	--

8. 研究两种固体颜料火箭推进器的燃烧率。设两者都服从正态分布, 并且

已知燃烧率的标准差均近似地为 0.05cm/s, 取样本容量为 $n_1 = n_2 = 20$ 。得燃

烧率的样本均值分别为 $\bar{x}_1 = 18$ cm/s, $\bar{x}_2 = 24$ cm/s, 设两样本独立。求两燃烧率总体均值差 $\mu_1 - \mu_2$

的置信水平为 0.99 的置信区间。

得分	
----	--

9. 一种混杂的小麦品种，株高的标准差为 $\sigma_0=14\text{ cm}$ ，经提纯后随机抽取 10 株，它们的株高（以 cm 计）为 90 105 101 95 100 100 101 105 93 97。考察提纯后群体是否比原群体整齐？ $\alpha=0.01$ ，小麦株高服从 $N(\mu, \sigma^2)$ 。

得分	
----	--

10. 一试验用来比较 4 种不同药品解除外科手术后疼痛的延续时间（h），结果如下：A: 8 6 4 2；B: 6 6 4 4；C: 8 10 10 10 12；D: 4 4 2。试在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下检验各种药品对解除疼痛的延续时间有无显著差异。