

南京大学工程管理学院_____级_____专业

2018—2019 学年第一学期

《概率论》期末试卷 A (闭)

学号_____姓名_____得分_____

以下每题 10 分，共 100 分。

得 分	
-----	--

1. 从 n 双不同的鞋子中任取 $2r$ ($2r < n$) 只，求下列事件发生的概率：(1) 没有成对的鞋子；(2) 恰有两对鞋子；(3) 有 r 对鞋子。

得 分	
-----	--

2. 将 A 、 B 、 C 三个字母之一输入信道，输出为原字母的概率为 α ，而输出为其他一字母的概率都是 $(1-\alpha)/2$ 。今将字母串 $AAAA$ ， $BBBB$ ， $CCCC$ 之

一输入信道，输入它们的概率分别为 p_1 ， p_2 ， p_3 ($p_1 + p_2 + p_3 = 1$)，已知输出为 $ABCA$ 问输入的是 $AAAA$ 的概率是多少？（设信道传输各个字母的工作是相互独立的）

得 分	
-----	--

3. 随机变量 X 服从泊松分布，分布律为 $P\{X=k\} = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$ ， $\lambda > 0$ ，

$k = 0, 1, 2, \dots$ 。问 k 为何值时 $P\{X=k\}$ 达到最大。

得 分	
-----	--

4. 设随机变量 (X, Y) 的概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{2}(x+y)e^{-(x+y)}, & x > 0, y > 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$,

(1) X 和 Y 是否相互独立? (2) 求 $Z = X + Y$ 的概率密度。

得 分	
-----	--

5. 设随机变量 X_1, \dots, X_{m+n} ($n > m$) 相互独立, 同分布且均值为零, 方

差有限非零, 记 $S = X_1 + \dots + X_n$, $T = X_{m+1} + \dots + X_{m+n}$, 求 S 和 T 的相关系数 ρ_{ST} 。

得 分	
-----	--

6. 从一副 52 张牌（不含大小王）内抽取 3 张牌（无放回），记 X 表示选中 A 的张数，求 $E[X|\text{黑桃A已选中}]$.

得 分	
-----	--

7. 设某箱子中有两种灯泡，第 i 种灯泡的寿命均值为 μ_i ，标准差为 σ_i ， $i=1,2$. 现从箱中随机抽取一灯泡，抽到第一种的概率为 p ，抽到第二种的概率为 $1-p$ ，记抽出的灯泡寿命为 X ，求(1) $E[X]$ ，(2) $\text{Var}[X]$.

得 分	
-----	--

8. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 相互独立，服从相同的分布 $N(0, \sigma^2)$ ，求

$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_k$ 的特征函数。

得 分	
-----	--

9. 设随机变量 X 服从参数为 $\lambda > 0$ 的指数分布, 密度函数为 $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}, x > 0$, 求 (1) 特征函数 $\varphi(t)$; (2) 用特征函数求随机变量的期望和方差。

得 分	
-----	--

10. 已知在某十字路口, 一周事故发生数的数学期望为 2.2, 标准差为 1.4。
 (1) 以 \bar{X} 表示一年 (52 周) 此地事故发生数的算术平均, 试用中心极限定理求 \bar{X} 的近似分布, 并求 $P\{\bar{X} < 2\}$; (2) 求一年事故发生数小于 100 的概率。
 ($\Phi(1.030)=0.8485$, $\Phi(1.426)=0.923$)