第 10 次作业

1、 随机变量 X, Y 均服从参数为 1 的指数分布，且 X, Y 相互独立；$U=X+Y$，$V=X/Y$，求二维随机变量（U，V）的联合密度函数；

2、 A 地和 B 地之间的出行者面临巴士（全部为红色）和私家车两种出行方式的选择，根据两种出行方式需要的出行时间（只考虑时间上的单属性效用）进行选择，交通管理部门需要预测两种出行方式上的出行者的比例。假设两种出行方式的出行时间的平均值都是 t=0.5 小时，出行者关于两种出行方式的出行时间的感知误差相互独立、服从 $\mu=0$、$\beta=1$的 Gunbel 分布，求：（1）出行者选择两种出行方式的比例；
（2）将现有的红色巴士一半漆成蓝色，两种颜色的巴士各占巴士总数的一半，出行时间不变，求出行者选择红巴士、兰巴士、私家车的比例；
（3）假设交通部门可以对关键拥堵路段扩容，使得私家车的出行时间降为 0.3 小时，公交的出行时间不变，预测出行者选择巴士和私家车的比例（不考虑巴士颜色）；

3、一只袋中有 a 只白球，b 只黑球，有放回取球，取 c 次（$c \le a+b$），求摸出白球数 Z 的数学期望；

4、随机变量 X, Y 相互独立，概率密度函数分别为：

$$f_X(x)=\begin{cases}2e^{-2x}, x>0\\0, 其他\end{cases}，f_Y(y)=\begin{cases}4e^{-4y}, y>0\\0, 其他\end{cases}；$$

求：$E(X+Y)$；

5、一工厂生产的某种设备的寿命X（单位：年）服从指数分布，其概率密度为：

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{4}e^{-x/4}, x>0\\0, \quad 其他\end{cases}$$

工厂规定，出售的设备若在售出一年之内损坏可予以调换。若工厂售出一台设备可盈利 100 元，调换一台设备厂房需花费 300 元。试求：厂房出售一台设备净盈利的数学期望。