



南京大學  
NANJING UNIVERSITY

工程管理学院  
SCHOOL OF MANAGEMENT & ENGINEERING

# 数值分析与计算软件

温丹苹

邮箱: [dpwen@nju.edu.cn](mailto:dpwen@nju.edu.cn)

办公室: 工管院协鑫楼306



# 1.3 误差分析原则

例 计算  $y = \ln 2$ .

Demo\_1\_1\_ln.m

方法一: 利用  $f(x) = \ln(1+x)$  的 Taylor 展开

$$\ln(1+x) = x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4 + \cdots + \frac{(-1)^{n+1}}{n}x^n + \cdots$$

将  $x = 1$  代入后计算结果为

$n$	1	2	3	4	5	10	50	100
$S_n$	1	0.5	0.833	0.583	0.783	0.646	0.683	0.688
误差	3.1E-1	1.9E-1	1.4E-1	1.1E-1	9.0E-2	4.8E-2	9.9E-3	5.0E-3

计算到第 100 项, 误差仍有 0.05.





# 1.3 误差分析原则

例 计算  $y = \ln 2$ .

方法二: 利用  $f(x) = \ln \left( \frac{1+x}{1-x} \right)$  的 Taylor 展开

$$\ln \left( \frac{1+x}{1-x} \right) = 2 \left( x + \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{5}x^5 + \cdots + \frac{1}{2n-1}x^{2n-1} + \cdots \right).$$

将  $x = 1/3$  代入后计算结果为

$n$	1	2	3	4	5	10
$S_n$	0.667	0.691	0.693	0.693	0.693	0.693
$ S_n - \ln 2 $	2.6E-2	1.8E-3	1.4E-4	1.2E-5	1.1E-6	1.0E-11

计算到第 10 项, 误差已经小于  $10^{-10}$ ! 实际值为  $\ln 2 = 0.693147180559945$ .

