

南京大学工程管理学院 20×× 级 工工/金工/自动化 专业

20××—20×× 学年第一学期

《运筹学》期末试卷

学号 _____ 姓名 _____ 得分 _____

得 分	
-----	--

一、(2'×5) 选择题:

1. 如果一个线性规划问题有 n 个变量, m 个约束方程 ($m < n$), 系数矩阵的秩为 m , 则基本可行解的个数最多为 ()
A. m 个 B. n 个 C. C_n^m 个 D. C_m^n 个
2. 设运输问题的单位运价为 c_{ij} , 则检验数 λ_{ij} 与对偶变量 u_i, v_j 之间满足 ()
A. $\lambda_{ij} = c_{ij} - u_i - v_j$ B. $\lambda_{ij} = c_{ij} + u_i - v_j$
C. $\lambda_{ij} = c_{ij} - u_i + v_j$ D. $\lambda_{ij} = c_{ij} + u_i + v_j$
3. $\max z = 3x_1 + 2x_2$, s.t. $2x_1 + 3x_2 \leq 14$, $x_1 + 0.5x_2 \leq 4.5$, $x_1, x_2 \geq 0$ 且为整数, 其对应的线性规划最优解是 (3.25, 2.5), 它的整数规划最优解是 ()
A. (3, 2) B. (4, 3) C. (4, 1) D. (2, 4)
4. 甲、乙两城市之间存在一公路网络, 为了判断在两小时内能否有 6000 辆车从甲城到乙城, 应借助 ()
A. 最小费用流法 B. 最小生成树法 C. 最短路法 D. 最大流法
5. 已知某个含 10 个节点的树图, 其中 9 个节点的次(度)为 1, 1, 3, 1, 1, 1, 3, 1, 3, 则另一个节点的次为 ()
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

得 分	
-----	--

二、(2'×5) 填空题:

1. 设 $S_1 = \{x: x_1 + x_2 \leq 1, x_1 \geq 0\}$, $S_2 = \{x: x_1 - x_2 \leq 0, x_1 \leq 1\}$ 。令 $S = S_1 \cup S_2$, 请判断集合 S 是否为凸集? _____。

2. 在资源配置优化的线性规划问题中，若某资源有剩余，则该资源的影子价格等于_____。
3. 若指派问题的系数矩阵的某一行元素分别加上一个常数 k ，最佳指派方案是否发生变化？_____。
4. 给一个图 $G=(V,E)$ ，如果图 $G'=(V',E')$ ，使 $V'\subseteq V$ 及 $E'\subseteq E$ ，则称 G' 是 G 的一个_____。
5. 在图 $G=(V,E)$ 中，所有点的次之和是边数的_____倍。

得分 三、丹齐格街的两边都可以停车，家住在丹齐格街 1 号的埃德蒙正在准备一个大约 30 个人左右的聚会，有 15 辆车要过来停车。假设已知第 i 辆车的长度为 λ_i ，具体如下：

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
λ_i	4	4.5	5	4.1	2.4	5.2	3.7	3.5	3.2	4.5	2.3	3.3	3.8	4.6	3

- (1) 为尽量减少对邻居的打扰，埃德蒙希望安排好这 15 辆车在街道两边的停车方案，使得街道被占用的长度尽可能少。请建立合适的线性规划模型，无需求解。
- (2) 如果要求恰好有一边被停车占用的道路长度不超过 15 米，请问模型应如何修改？

得分 四、考虑无约束优化问题：

$$\min f = 2x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2 + 2x_1^3 + x_1^4$$

求出所有的静止点，并判断哪些静止点是局部极小点？

得分 五、假设 g_1, \dots, g_m 是定义在 \mathfrak{R}^n 上的凹函数， f 是定义在 \mathfrak{R}^n 上的凸函数， $\mu > 0$ 是一个常数。请证明：

$$\beta(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) - \mu \sum_{i=1}^m \ln g_i(\mathbf{x})$$

在集合 $S = \{\mathbf{x} \in \mathfrak{R}^n \mid g_i(\mathbf{x}) > 0, i=1, \dots, m\}$ 上是凸函数。

得分

六、“0-1 背包问题”是指给定 n 个物品，假设第 i 个物品的重量和价值分别 w_i 和 p_i ($i=1,2,\cdots,n$)，在限定的总重量 W 内，如何选择物品放入背包，使得背包中物品的总价值最大。

- (1) 请写出该问题的数学规划模型。
- (2) 假设现有 4 个物品，每个物品的重量和价格如下表所示，限定的总重量为 14。试用动态规划方法求解该背包问题。

	物品 1	物品 2	物品 3	物品 4
重量	5	7	4	3
价值	8	11	6	4

得分

七、某风景区有 6 个海岛，相互间的距离如下表（单位：哩）。现欲架设海上浮桥，使各岛相连且与陆地相连。已知第 1 个海岛离海岸最近，为 0.3 哩，求使架设浮桥长度最短的方案。

	2	3	4	5	6
1	1.0	3.0	2.5	5.0	4.0
2		2.6	1.7	4.2	3.2
3			1.0	2.5	1.3
4				2.6	1.8
5					1.3

得分

八、已知从 A 城到 B 城可能的途经路线如图所示。边防队拟建立足够数量的检查站以便使从 A 城到 B 城的每辆车至少经过一个检查站。建立检查站的费用根据各路段条件有所不同（如图中数字所示），请给出一个建设总费用最小的边防站设立方案。

