



南京大學
NANJING UNIVERSITY

工程管理学院
SCHOOL OF MANAGEMENT & ENGINEERING

非线性方程的数值解法

温丹苹

邮箱: dpwen@nju.edu.cn

办公室: 工管院协鑫楼306

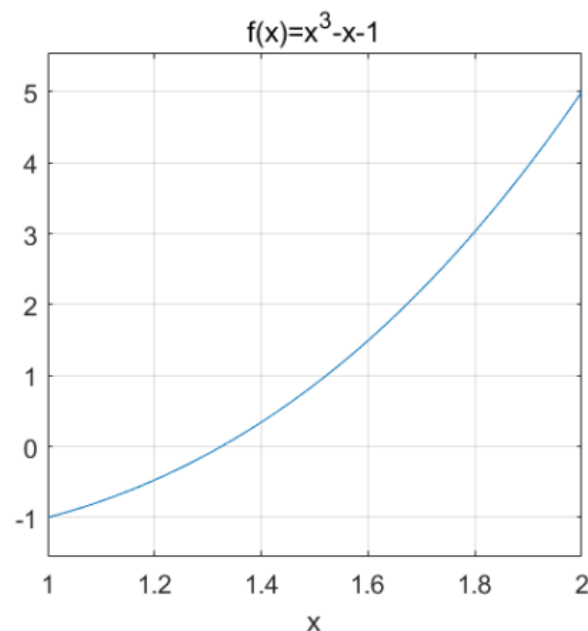
2.1.3 二分法收敛性

例 用对分法求 $f(x) = x^3 - x - 1 = 0$ 在 $[1, 2]$ 内的根.

Demo_2_1_NLS_bisection.m

易知 $f(1) = -1 < 0$, $f(2) = 5 > 0$, 所以 $f(x)$ 在 $[1, 2]$ 内存在零点 (见下图).

k	$a/f(a)$	$b/f(b)$	x	$f(x)$
1	1.0000/-	2.0000/+	1.5000	0.8750
2	1.0000/-	1.5000/+	1.2500	-0.2969
3	1.2500/-	1.5000/+	1.3750	0.2246
4	1.2500/-	1.3750/+	1.3125	-0.0515
5	1.3125/-	1.3750/+	1.3438	0.0826
6	1.3125/-	1.3438/+	1.3281	0.0146
7	1.3125/-	1.3281/+	1.3203	-0.0187
8	1.3203/-	1.3281/+	1.3242	-0.0021
9	1.3242/-	1.3281/+	1.3262	0.0062
10	1.3242/-	1.3262/+	1.3252	0.0020



2.2.2 迭代法收敛性

例 试构造不动点迭代格式, 计算 $f(x) = x^3 - x - 1$ 在 $[1, 2]$ 中的零点.

➤ $\varphi(x) = x^3 - 1$ 无法判断

Demo_2_2_NLS_fixpoint.m

(1) $\varphi(x) \in [1, 2]$? \rightarrow NO

(2) $|\varphi'(x)| \leq L < 1$? \rightarrow NO

➤ $\varphi(x) = \sqrt[3]{x+1}$ 全局收敛

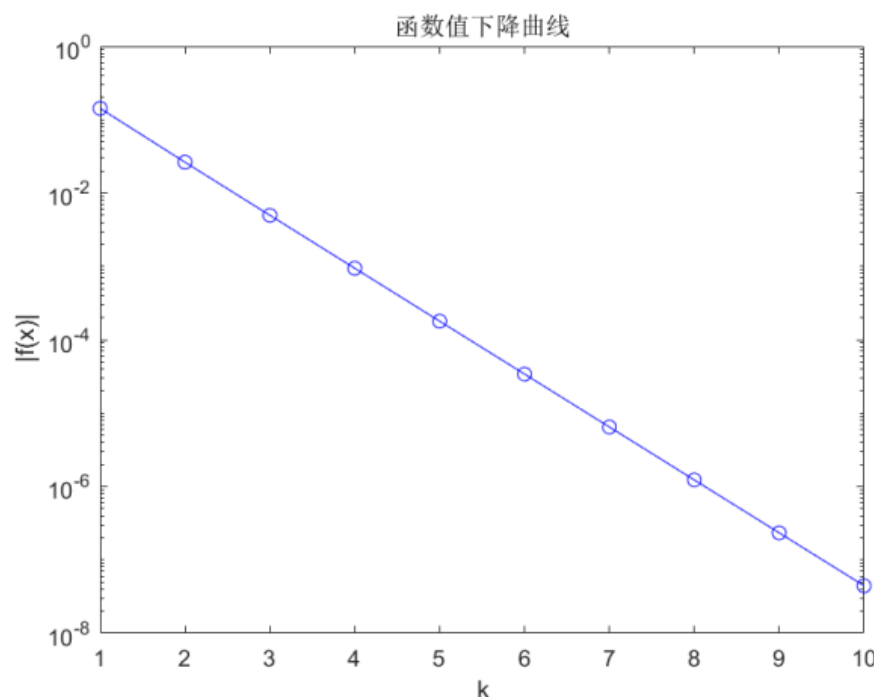
(1) $1 \leq \varphi(x) \leq 2, \forall x \in [1, 2]$

(2) $|\varphi'(x)| = \left| \frac{1}{3}(x+1)^{-2/3} \right| \leq \frac{1}{3}\sqrt[3]{0.25} < 1$

2.2.2 迭代法收敛性

取中点为初始值, 不动点迭代 $x_{k+1} = \varphi(x_k) = \sqrt[3]{x_k + 1}$ 的计算结果:

k	x	$ f(x) $
1	1.3572	1.43e-01
2	1.3309	2.63e-02
3	1.3259	4.98e-03
4	1.3249	9.44e-04
5	1.3248	1.79e-04
6	1.3247	3.41e-05
7	1.3247	6.47e-06
8	1.3247	1.23e-06
9	1.3247	2.33e-07
10	1.3247	4.43e-08





2.2.5 加速迭代技巧

● 作业

例 用 Steffensen 迭代法求 $f(x) = x^3 - x - 1$ 在区间 $[1, 2]$ 内的零点
(取 $\varphi(x) = x^3 - 1$)

Demo_2_3_NLS_Steffensen.m

◆ 思考题:

用 Steffensen 迭代法求 $f(x) = 3x^2 - e^x$ 在区间 $[3, 4]$ 内的零点。

取 $\varphi(x) = 2\ln x + \ln 3$, ε 取值 10^{-6} 。

Demo_2_4_NLS_Steffensen.m

第二章 非线性方程的数值解法

◆ 作业:

1. 用二分法求方程 $x^2 - x - 1 = 0$ 的正根,
要求误差小于0.05。

第二章 非线性方程的数值解法



◆ Q & A

◆ 谢谢

WDP
漫卷诗书

