南京大学工程管理学院_______级__________专业

2018—2019 学年第一学期

《概率论》期末试卷 A（闭）

学号_______________ 姓名______________ 得分_____________

以下每题 10 分，共 100 分。

得 分	

1. 从 n 双不同的鞋子中任取 $2r$（$2r<n$）只，求下列事件发生的概率：（1）没有成对的鞋子；（2）恰有两对鞋子；（3）有 r 对鞋子。

得 分	

2. 将 A、B、C 三个字母之一输入信道，输出为原字母的概率为 α，而输出为其他一字母的概率都是 $(1-\alpha)/2$。今将字母串 $AAAA$，$BBBB$，$CCCC$ 之一输入信道，输入它们的概率分别为 p_1，p_2，p_3（$p_1+p_2+p_3=1$），已知输出为 $ABCA$，问输入的是 $AAAA$ 的概率是多少？（设信道传输各个字母的工作是相互独立的）

得 分	

3. 随机变量 X 服从泊松分布，分布律为 $P\{X=k\}=\dfrac{\lambda^k \mathrm{e}^{-\lambda}}{k!}$，$\lambda>0$，$k=0,1,2,\cdots$。问 k 为何值时 $P\{X=k\}$ 达到最大。

得 分	

4. 设随机变量(X,Y)的概率密度为$f(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{2}(x+y)\mathrm{e}^{-(x+y)}, & x>0, y>0\\ 0, & 其他\end{cases}$，

（1）X和Y是否相互独立？（2）求$Z=X+Y$的概率密度。

得 分	

5. 设随机变量$X_1,\ldots$，X_{m+n}（$n>m$）相互独立，同分布且均值为零，方差有限非零，记$S=X_1+\cdots+X_n$，$T=X_{m+1}+\cdots+X_{m+n}$，求S和T的相关系数ρ_{ST}。

得 分	

6. 从一副 52 张牌（不含大小王）内抽取 3 张牌（无放回），记 X 表示选中 A 的张数，求 E[X|黑桃A已选中].

得 分	

7. 设某箱子中有两种灯泡，第 i 种灯泡的寿命均值为 μ_i，标准差为 σ_i， i=1,2.现从箱中随机抽取一灯泡，抽到第一种的概率为 p,抽到第二种的概率为 1-p,记抽出的灯泡寿命为 X，求(1)E[X],(2)Var[X].

得 分	

8. 设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 相互独立，服从相同的分布 $N(0,\sigma^2)$，求 $X=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} X_k$ 的特征函数。

得 分	

9. 设随机变量 X 服从参数为λ>0 的指数分布，密度函数为 $f(x)=\lambda e^{-\lambda x}, x>0$，求（1）特征函数 $\varphi(t)$;(2)用特征函数求随机变量的期望和方差。

得 分	

10. 已知在某十字路口，一周事故发生数的数学期望为 2.2，标准差为 1.4。（1）以 $\overline{X}$ 表示一年（52 周）此地事故发生数的算术平均，试用中心极限定理求 $\overline{X}$ 的近似分布，并求 $P\{\overline{X}<2\}$；（2）求一年事故发生数小于 100 的概率。（Φ(1.030)=0.8485，Φ(1.426)=0.923）