

习题

3.1 若随机变量 $X \sim B(n, p)$, 证明当 $k \in [0, np + p]$ 时 $P(X = k)$ 单调递增, 当 $k \in [np + p, n]$ 时 $P(X = k)$ 单调递减.

3.2 设随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布, 且 $P(X = 1) = P(X = 2)$, 求 $P(X \geq 4)$.

3.3 设随机变量 X 的取值为 $r, r + 1, \dots$ 以及事件 $\{X = k\}$ 的概率为

$$P(X = k) = \binom{k-1}{r-1} p^r (1-p)^{k-r}, \quad p \in (0, 1), \quad k = r, r+1, r+2, \dots,$$

检验上面的概率构成一个分布列.

3.4 设随机变量 X 的分布列为

$$P(X = k) = \binom{k-1}{r-1} p^r (1-p)^{k-r}, \quad p \in (0, 1), \quad k = r, r+1, r+2, \dots,$$

证明: 随机变量 X 的期望 $E(X) = r/p$ 和方差 $\text{Var}(X) = r(1-p)/p^2$

3.5 现需要 100 个符合规格的元件, 从市场上购买该元件的废品率为 0.01, 现准备在市场上买 $100 + x$ 个元件, 要使得其中至少有 100 个符合规格元件的概率大于 0.95, 求 x 的最小值?

3.6 设随机变量的分布列为 $P(X = (-5)^k/k) = 4/5^k$ ($k = 1, 2, \dots$), 证明 X 的期望不存在.

3.7 一个箱子中有一个白球和一个红球, 若从箱子中随机摸到一个白球则再放入一个白球, 若摸到一个红球则结束这个游戏. 证明: 游戏结束时的摸球次数的期望不存在.