

## 习题

1.1 证明: 对任意  $n$  个事件  $A_1, A_2, \dots, A_n$  有

$$P\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{i=1}^n P(A_i) - \sum_{i < j} P(A_i A_j) + \sum_{i < j < k} P(A_i A_j A_k) + \dots + (-1)^{n-1} P(A_1, A_2, \dots, A_n).$$

1.2 已知 16 件产品中有 4 件是次品, 不放回地任取两次, 每次任取一件产品, 求事件的概率: i) 两件均是次品; ii) 一件正品和一件次品; iii) 第二次取出正品.

1.3 将  $n$  个男生和两个女生任意排成一列, 两女生间恰有  $k$  个男生 ( $2 < k < n$ ) 的概率是多少.

1.4 将  $n$  个男生和  $m$  个女生任意排成一列 ( $m < n$ ), 问任意两女生不相邻的概率是多少; 若排列成一圆环, 问任意两女生不相邻的概率又是多少.

1.5 从 1 到 1000 中随机取一个整数, 求取到的整数既不能被 6 整除又不能被 9 整除的概率.

1.6 两个不同的箱子中分别装有  $n$  个苹果, 若随机选一个箱子并拿走其中一个苹果, 求一个箱子里没有苹果时另一箱子还剩下  $k$  个苹果的概率 ( $k \in [n]$ ).

1.7 有  $m$  只相同或不同的白球和  $n$  只相同或不同的红球, 随机取出依次排成一列, 求第  $k$  次取出红球的概率 (分四种情况讨论).

1.8 将 3 只不同的球放入 4 个不同的杯子, 求杯子中球的最大个数分别为 1, 2, 3 的概率.

1.9 袋中有  $a$  个不同的白球,  $b$  个不同的红球, 假设有  $k$  个人依次任意无放回地从袋中取一个球, 问第  $i$  个人 ( $i \leq k$ ) 取出红球的概率是多少; 若为任意无放回地取球, 第  $i$  个人 ( $i \leq k$ ) 取出红球的概率又是多少.

1.10 一张圆桌有  $2n$  个位置, 将  $n$  对夫妻任意安排入座圆桌, 求任意一对夫妻不相邻的概率.

1.11 在区间  $[0, 1]$  内随机取两数, 求两数之积小于  $1/4$  的概率.

1.12 利用计算机编程计算: 在  $[0, 1]$  区间内任意取 4 个数  $a, b, c, d$ , 求事件

$$A = \{a^2 + \sin(b) + a \cdot e^c \leq d\}$$

发生的概率 (要求写出伪代码以及概率保留小数点后 5 位).