

# 离散数学作业 Problem Set 19

## Problem 1

1.  $G$  是  $n$  阶简单图并且  $\delta(G) \geq n - 2$ , 试证明  $\kappa(G) = \delta(G)$ (选做);
2. 试找出一个图  $G$ , 满足:  $\delta(G) = n - 3$ , 而  $\kappa(G) < \delta(G)$ .

## Problem 2

证明: 简单图  $G$  是二部图, 当且仅当  $G$  没有包含奇数条边的回路。

## Problem 3

1. 证明或反驳: 存在一个函数  $f: \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$  使得对于所有  $k \in \mathbf{N}$ , 最小度至少为  $f(k)$  的图一定是  $k$ -连通的。
2. 证明或反驳: 存在一个函数  $f: \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$  使得对于所有  $k \in \mathbf{N}$ , 边连通度至少为  $f(k)$  的图一定是  $k$ -连通的。

## Problem 4

证明: 若  $G$  是  $k$ -边连通图, 从  $G$  中任意删除  $k$  条边, 最多得到 2 个连通分支。

## Problem 5

对于任意连通的简单图  $G$ , 设  $G$  有  $\nu$  个点,  $\varepsilon$  条边

1. 证明  $\mathcal{E} \geq \mathcal{V} - 1$ ;
2. 证明  $\mathcal{E} \geq \mathcal{V}$  时,  $G$  中有回路。