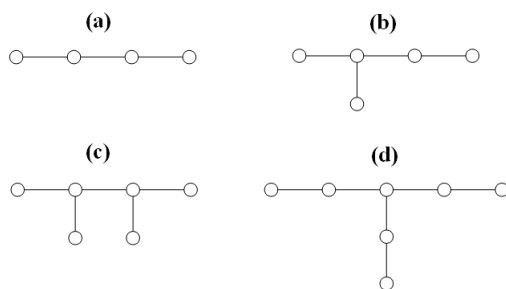


离散数学作业 Problem Set 21

Problem 1

毛虫图是含有一条简单通路的树，使得不包含在这条通路中的每个顶点都与这条通路中的一个顶点相邻。问下列图哪些是毛虫图，为什么？



Problem 2

1. 无向树 T 中有 7 片树叶，3 个 3 度顶点，其余都是 4 度顶点，则 T 中有几个 4 度顶点？
2. 无向树 T 中有 2 个 4 度顶点，3 个 3 度顶点，其余都是树叶，则 T 中有几片树叶？
3. 无向树 T 中有 n_i 个顶点的度数为 $i, i = 2, 3, \dots, k$ ，而其余顶点都是树叶，问 T 中有几片树叶？

Problem 3

设 G 是带有 n 个顶点的简单图。证明:

1. G 是树当且仅当 G 是连通的并且有 $n-1$ 条边。
2. G 是树当且仅当 G 没有简单回路并且有 $n-1$ 条边。

Problem 4

标记树是其中每个顶点都指定了标记的树。当在两个标记树之间存在保持顶点标记的同构时, 就称这两个标记树是同构的。

用集合 3 (即 $\{0, 1, 2\}$) 里不同的数来标记三个顶点的、非同构的标记树有多少种? 用集合 4 里不同的数来标记四个顶点的、非同构的标记树有多少种?

Problem 5

一个每个内点的孩子都恰好是 m 个的树 T 有 81 个树叶并且高度为 4。

1. 给出 m 的上界和下界。
2. 若 T 还是平衡的, 则 m 是多少?