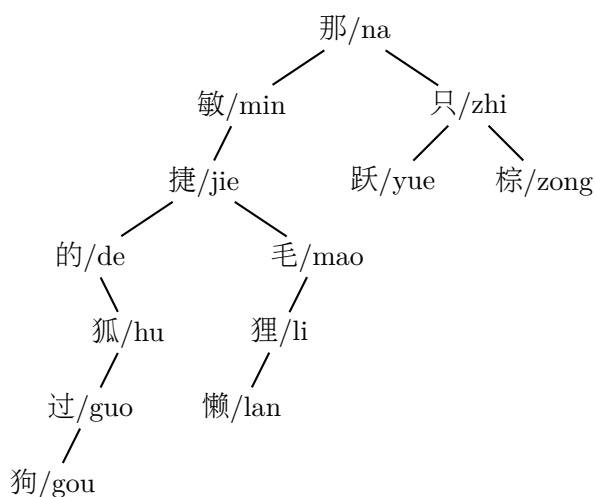


# 离散数学作业 Solution Set 22

## Problem 1

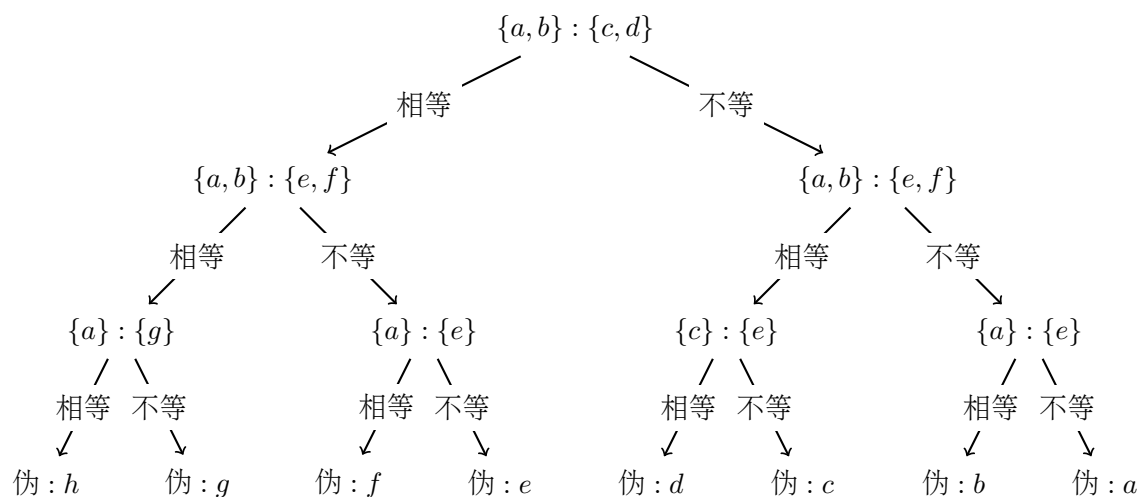
我们通过对列表长度的归纳来证明这一点。如果列表只有一个元素，那么该语句显然正确。对于归纳步骤，请考虑列表的开头。在列表，我们找到任意一个节点序列，从根开始，以第一片叶子节点结束（我们可以将第一片叶子节点认为是第一个没有子节点的节点），序列中的每个节点都是列表中前一个节点的第一个子节点。现在移除此叶子节点，并将其父节点的子节点计数减少 1。其结果是该节点序列子节点减 1 的剩余的前序序列。通过归纳假设，我们可以唯一地确定这棵较小的树。因为我们可以唯一地确定每个删除节点的去向，因为每个删除的节点是其父节点的第一个子顶点。

## Problem 2



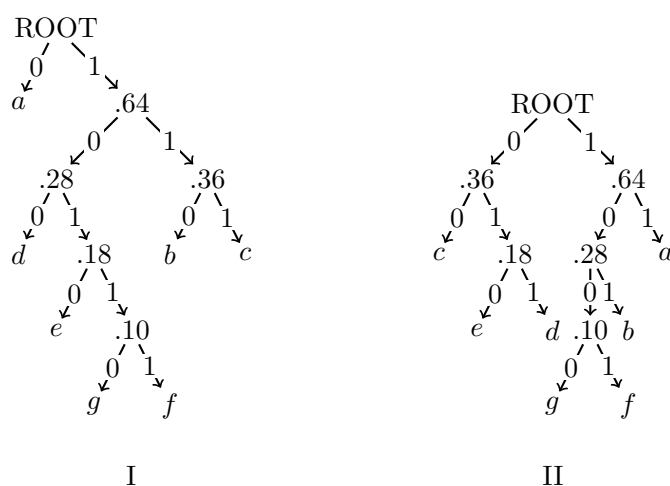
### Problem 3

每次称量有 {相等, 不等} 两种情况, 因此决策树是二元树, 最终情况 (叶节点数) 有 8 种, 因此需要的次数 (树高) 至少是  $\lceil \log_2^8 \rceil = 3$ 。将硬币编号为  $a, b, \dots, h$ , 有方法如下图:



### Problem 4

一种方案如图所示



平均值:

$$\text{avg(I)} = 0.36 \times 1 + 0.18 \times 3 + 0.18 \times 3 + 0.10 \times 3 + 0.08 \times 4 + 0.06 \times 5 + 0.04 \times 5 = 2.56$$

$$\text{avg(II)} = 0.36 \times 2 + 0.18 \times 3 + 0.18 \times 2 + 0.1 \times 3 + 0.08 \times 3 + 0.06 \times 4 + 0.04 \times 4 = 2.56$$

方差:

$$\text{var(I)} = 0.36 \times 1^2 + 0.18 \times 3^2 + 0.18 \times 3^2 + 0.10 \times 3^2 + 0.08 \times 4^2 + 0.06 \times 5^2 + 0.04 \times 5^2 - 2.56^2 = 1.7264$$

$$\text{var(II)} = 0.36 \times 2^2 + 0.18 \times 3^2 + 0.18 \times 2^2 + 0.10 \times 3^2 + 0.08 \times 3^2 + 0.06 \times 4^2 + 0.04 \times 4^2 - 2.56^2 = 0.4464$$

(II) 的方差更小

## Problem 5

a: 1100; b: 00; c: 11110; d: 1110; e: 10; f: 11111; g: 01; h: 1101;