离散数学作业Problem Set 3

Problem 1

令$C(x)$为语句“x有一只猫”，$D(x)$为语句“x有一只狗”，$F(x)$为语句“x有一只雪貂”。用$C(x)$、$D(x)$、$F(x)$、量词和逻辑联结词表达下述语句。令论域为你班上的所有学生。

a) 班上的一个学生有一只猫、一只狗和一只雪貂。

b) 班上的所有学生有一只猫、一只狗或一只雪貂。

c) 班上的一些学生有一只猫和一只雪貂，但没有狗。

d) 班上没有学生同时有一只猫、一只狗和一只雪貂。

e) 对猫、狗和雪貂这三种动物的任意一种，班上都有学生将其作为宠物。

Problem 2 (任选3小题)

如果论域为实数集合，判断各语句的真值。

a) $\exists x(x^3 = -1)$

b) $\exists x(x^4 < x^2)$

c) $\forall x((-x)^2 = x^2)$

d) $\forall x(2x > x)$

Problem 3

用量词表达下列命题的否定，再用语句表达这些否定。

a) 一些司机不遵守驾驶速度限制。

b) 所有的瑞典电影都很严肃。

c) 没人能保守秘密。

d) 班上有人没有良好的心态。

Problem 4

使用谓词、量词和逻辑联结词表达下列系统规范说明。

a) 每个用户都可以访问电子邮箱。

b) 如果文件系统被锁定，该组中的每个人都能访问系统邮箱。

c) 防火墙处于诊断状态仅当代理服务器处于诊断状态。

d) 如果吞吐量在100～500kbps且代理服务器不处于诊断模式，则至少有一个路由器工作正常。

Problem 5 (任选3小题)

令$C(x，y)$表示“学生x注册了课程y”，其中x的论域是你校全体学生的集合，y的论域是你校开设所有课程的集合。用简单的句子表达下列语句。

a) C(Randy Goldberg，CS 252)

b) $\exists x C(x$，Math 695)

c) $\exists y C$(Carol Sitea，y)

d) $\exists x(C(x$，Math 222$) \wedge C(x$，CS 252$))$

e) $\exists x \exists y \forall z((x \neq y) \wedge (C(x,z) \to C(y,z)))$

f) $\exists x \exists y \forall z((x \neq y) \wedge (C(x,z) \leftrightarrow C(y,z)))$

Problem 6

离散数学班上有1个数学专业的新生，12个数学专业的二年级学生，15个计算机科学专业的二年级学生，2个数学专业的三年级学生，2个计算机科学专业的三年级学生，和1个计算机科学专业的四年级学生。用量词表达下列语句，再给出其真值。

a) 班上有一个三年级学生。

b) 班上每个学生都是计算机科学专业的。

c) 班上有个学生既不是数学专业的，也不是三年级学生。

d) 班上每个学生要么是二年级学生，要么是计算机科学专业的。

e) 存在这样一个专业使得该班级有这个专业每一个年级的学生。

Problem 7

用量词和逻辑联结词表示这样的事实：每个实系数二次多项式至多有两个实根。

Problem 8

判定下列每个论证是否有效。如果论证是正确的，使用了什么推理规则？如果它不正确，出现了什么逻辑错误？

a) 如果n是满足$n > 1$的实数，则$n^2 > 1$。假定$n^2 > 1$。于是$n > 1$。

b) 如果n是满足$n > 3$的实数，则$n^2 > 9$。假定$n^2 \leq 9$。于是$n \leq 3$。

c) 如果n是满足$n > 2$的实数，则$n^2 > 4$。假定$n \leq 2$。于是$n^2 \leq 4$。

Problem 9

哪些推理规则用来建立1.4节例26里所描述的卡洛尔(Lewis Carroll)论证的结论？

Problem 10

指出如下试图证明“如果$\forall x(P(x) \vee Q(x))$为真，那么$\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$为真”的论证中有哪些错误。

1. $\forall x(P(x) \vee Q(x))$	前提引入
2. $P(c) \vee Q(c)$	全称实例，用(1)
3. $P(c)$	化简律，用（2）
4. $\forall x P(x)$	全称引入，用（3）
5. $Q(c)$	化简律，用（2）
6. $\forall x Q(x)$	全称引入，用（5）
7. $\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$	合取律，用（4）和（6）

Problem 11

用推理规则证明：如果$\forall x(P(x) \vee Q(x))$和$\forall x(\neg Q(x) \vee S(x))$，$\forall x(R(x) \rightarrow \neg S(x))$和$\exists x \neg P(x)$为真，则$\exists x \neg R(x)$为真。