

## 习题

1.1 简述: 频率与概率的关系, 随机现象中的二重性, 对立与互不相容事件的关系.

1.2 i) 对任意事件  $A$  和  $B$ , 简化  $(A - AB) \cup B$  和  $\overline{(\bar{A} \cup B)}$ ;

ii) 若事件  $A, B, C$  两两互不相容, 简化  $(A \cup B) - C$ .

1.3 班级有  $n$  个同学参加考试, 用  $A_i$  表示第  $i$  个同学通过考试的事件, 用他们表示以下事件:

i) 只有第一位同学未通过考试;      ii) 至少有一位同学未通过考试;

iii) 恰好有一位同学未通过考试;      iv) 至少有两位同学未通过考试;

v) 至多有两位同学未通过考试;      vi) 所有同学通过了考试.

1.4 证明  $n$  个事件的德摩根律, 即对任意  $n$  个事件  $A_1, A_2, \dots, A_n$  有

$$\overline{\bigcup_{i=1}^n A_i} = \bigcap_{i=1}^n \bar{A}_i \quad \text{和} \quad \overline{\bigcap_{i=1}^n A_i} = \bigcup_{i=1}^n \bar{A}_i.$$

1.5 已知事件  $A, B, C$  满足  $P(A) = 1/3$ ,  $P(B) = 1/5$ ,  $P(C) = 1/6$ ,  $P(AB) = 1/20$ ,  $P(AC) = 1/20$ ,  $P(BC) = 1/60$  和  $P(ABC) = 1/100$ , 求事件  $\bar{A}B$ ,  $\bar{A} \cup \bar{B}$ ,  $A \cup B \cup C$ ,  $\bar{A}\bar{B}\bar{C}$ ,  $\bar{A}\bar{B}C$  和  $(\bar{A}\bar{B}) \cup C$  的概率.

1.6 若事件  $A, B$  的概率分别为  $P(A) = 0.6$  和  $P(B) = 0.9$ , 求  $P(AB)$  的最大值和最小值, 并说明在怎样的情形下取得.

1.7 若事件  $A$  和  $B$  满足  $P(AB) = P(\bar{A}\bar{B})$  且概率  $P(B) = 1/4$ , 求概率  $P(A)$ .

1.8 若事件  $A$  和  $B$  满足  $P(A) = 0.1$  和  $P(\bar{A}\bar{B}) = 0.7$ , 求概率  $P(B - A)$ .

1.9 证明: 对任意  $n$  个事件  $A_1, A_2, \dots, A_n$  有

$$P\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{i=1}^n P(A_i) - \sum_{i < j} P(A_i A_j) + \sum_{i < j < k} P(A_i A_j A_k) + \dots + (-1)^{n-1} P(A_1, A_2, \dots, A_n).$$