

9.30 离散数学.

补: 证式

P1. a)  $\frac{P \wedge q}{\therefore P}$

b)  $\frac{P \vee q}{\therefore q}$

c)  $\frac{P \rightarrow q}{\therefore q}$

d)  $\frac{P}{\therefore P \vee q}$

e)  $\frac{P \rightarrow q}{q \rightarrow r}$   
 $\therefore P \rightarrow r$

P2.  $\frac{P \leftrightarrow q}{q \leftrightarrow r}$   
 $\therefore P \leftrightarrow r$

P3.  $(P \rightarrow q) \rightarrow r \equiv (\neg P \vee q) \rightarrow r$   
 $\equiv \neg(\neg P \vee q) \vee r$   
 $P \rightarrow (q \rightarrow r) \equiv (\neg P) \vee (q \rightarrow r)$   
 $\equiv (\neg P) \vee (\neg q \vee r)$   
 $\equiv \neg(P \wedge q) \vee r$

显然,  $\neg P \vee q \neq P \wedge q$

所以,  $(P \rightarrow q) \rightarrow r \neq P \rightarrow (q \rightarrow r)$

$$\begin{aligned}
 P4. \quad (P \rightarrow Q) \rightarrow (R \rightarrow S) &\equiv \neg(P \rightarrow Q) \vee (R \rightarrow S) \\
 &\equiv \neg(\neg P \vee Q) \vee (\neg R \vee S) \\
 &\equiv (P \wedge \neg Q) \vee (\neg R \vee S) \\
 &\equiv (P \vee \neg R \vee S) \wedge (\neg Q \vee \neg R \vee S)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (P \rightarrow R) \rightarrow (R \rightarrow S) &\equiv \neg(P \rightarrow R) \vee (R \rightarrow S) \\
 &\equiv \neg(\neg P \vee R) \vee (\neg R \vee S) \\
 &\equiv (P \wedge \neg R) \vee (\neg R \vee S) \\
 &\equiv (P \vee \neg R \vee S) \wedge (\neg R \vee \neg R \vee S)
 \end{aligned}$$

显然,  $P \vee \neg R \vee S \neq P \vee \neg Q \vee S$

所以,  $(P \rightarrow Q) \rightarrow (R \rightarrow S) \neq (P \rightarrow R) \rightarrow (R \rightarrow S)$

P5. a) 可满足的.

b) 可满足的

c) 不可满足的.

$$\neg \leftarrow (P \vee Q) \equiv$$

$$\neg \leftarrow (P \vee Q) \equiv$$

$$(\neg \leftarrow P) \vee (\neg \leftarrow Q) \equiv$$

$$(\neg \vee \neg \leftarrow P) \vee (\neg \leftarrow Q) \equiv$$

$$\neg \vee (\neg \leftarrow P \wedge \neg \leftarrow Q) \equiv$$

$$P \wedge Q \neq P \vee$$

$$(\neg \leftarrow P) \leftarrow Q \neq \neg \leftarrow (P \leftarrow Q)$$



P6. 若论证有效

那么  $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \wedge (\neg(p \vee q)) \rightarrow \neg r$  永真

当  $r$  真值为真,  $p, q$  为假时

$(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \wedge (\neg(p \vee q)) \rightarrow \neg r$  为假.

所以论证无效.

P7.  $p$ : 天不下雨  $q$ : 天不起雾  $r$ : 帆船比赛将进行  
 $s$ : 救生表演将进行  $t$ : 颁发奖杯.

则前件表示为  $(p \vee q) \rightarrow (r \wedge s)$ ,  $r \rightarrow t$ ,  $\neg t$

$$\textcircled{1} \quad r \rightarrow t$$

$$\neg t$$

$$\hline \therefore \neg r$$

$$\textcircled{2} \quad (p \vee q) \rightarrow (r \wedge s) \equiv \neg(r \wedge s) \rightarrow \neg(p \vee q)$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{\neg r}{\therefore \neg(r \wedge s)}$$

$$\textcircled{4} \quad \frac{\neg(r \wedge s) \quad \neg(r \wedge s) \rightarrow \neg(p \vee q)}{\therefore \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q}$$

$$\textcircled{5} \quad \frac{\neg p \vee \neg q}{\therefore \neg p}$$

因此, 天下雨了.