

# 离散数学作业 Problem Set 20B

## Problem 1

下方所示各图是否拥有哈密顿通路？若有哈密顿通路，则求出这样一条通路。若没有哈密顿通路，则论证为什么这样的通路不存在。

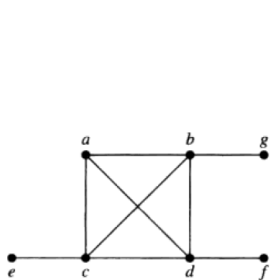


图 1: (1)

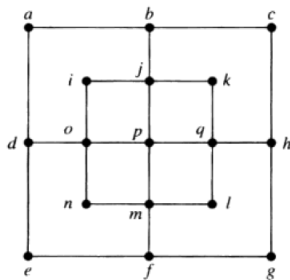


图 2: (2)

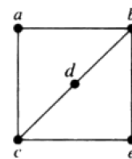


图 3: (3)

## Problem 2

设  $n(n \geq 3)$  阶无向简单图  $G$  有  $m$  条边，证明：若  $m \geq \binom{n-1}{2} + 2$ ，则  $G$  是哈密顿图。（Ore 定理作为已知条件：设  $G$  为  $n(n \geq 3)$  阶无向简单图，若对于  $G$  中任意两个不相邻的顶点  $u, v$ ，均有  $d(u) + d(v) \geq n$ ，则  $G$  为哈密顿图）

## Problem 3

证明：每当  $n$  是正整数时，就存在  $n$  阶格雷码，或者等价地证明： $n > 1$  的  $n$  维立方体 ( $n$ -cube) $Q_n$ ，总是具有哈密顿回路。[提示：用数学归纳法，证明如何从  $n - 1$  阶格雷码产生  $n$  阶格雷码。]

## Problem 4

若简单图  $G$  满足  $V(G) \geq 3$  且  $\delta(G) \geq \frac{V(G)-1}{2}$ , 证明或反驳:

1.  $G$  一定存在哈密顿回路。
2.  $G$  一定存在哈密顿通路。

## Problem 5

考虑在 15 天安排 15 门课程的考试 (每天考 1 门课), 使得同一位老师所任的任意两门课程考试不排在接连的两天中, 试证明如果没有老师担任多于 8 门课程, 则符合上述要求的考试安排总是可能的。