

1.21 已知多重集  $A = \{a, a, a, b, b, b, b, c, c\}$ , 求  $A$  有多少种不同的排列.

1.22 对正整数  $m, n$  以及  $r < n$ , 证明:

$$\binom{n+1}{r} = \binom{n}{r} + \binom{n}{r-1}, \quad \binom{m+n}{r} = \sum_{i=0}^r \binom{m}{i} \binom{n}{r-i},$$

1.23 从  $m$  个不同的元素中无放回/有放回地取出  $r$  个元素进行排列, 分: 若从  $m$  个不同的元素中无放回/有放回地取出  $r$  个元素, 分别有多:

1.24 求方程  $x_1 + x_2 + \dots + x_k \leq n$  的正整数解、非负整数解的个数 ( $n$

1.25 求方程  $x_1 + x_2 + \dots + x_k < n$  的正整数解、非负整数解的个数 ( $n$

1.26 利用第二类 Stirling 数的递推关系证明:

$$S(n, k) = \frac{1}{k!} \sum_{i=0}^k (-1)^i \binom{k}{i} (k-i)^n.$$

2.1 阐述独立与互不相容的关系.

2.2 若事件  $A, B, C$  独立, 证明:  $A$  与事件  $B \cup C$  独立.

2.3 设事件  $A$  和  $B$  满足  $P(A)P(B) > 0$ , 证明: 若两事件独立则不互斥; 若两事件互斥则不独立.

2.4 小明同学参加时长为 1 小时的竞赛, 假设他在  $a \in [0, 1]$  小时内完成竞赛的概率为  $a/2$ . 已知小明在半小时后仍未完成, 求他最后要用完一小时的条件概率.