

# 离散数学 - Problem Set 9

## Problem 1

计算下列集合的基数.

(1)  $A = \{x, y, z\}$

(2)  $B = \{x | x = n^2 \wedge n \in N\}$

(3)  $C = \{x | x = n^{109} \wedge n \in N\}$

(4)  $B \cap C$

(5)  $B \cup C$

(6) 平面上所有的圆心在  $x$  轴上的单位圆的集合.

## Problem 2

设  $A, B$  为可数集, 证明:

(1)  $A \cap B$  是可数集;

(2)  $A \times B$  是可数集.

## Problem 3

确定下列各集合是否是有限的、可数无限的或不可数的。对那些可数无限集合, 给出在自然数集合和该集合之间的一一对应。

a) 大于 10 的整数

b) 奇负整数

c) 绝对值小于 1 000 000 的整数

d) 0 和 2 之间的实数

e) 集合  $A \times \mathbb{Z}^+$  这里  $A = \{2, 3\}$

f) 10 的整数倍

## Problem 4

如果  $A$  是不可数集合而  $B$  是可数集合, 那么  $A - B$  一定是不可数的吗?

## Problem 5

假设  $A$  是可数集合。证明如果存在一个从  $A$  到  $B$  的满射函数  $f$ , 则  $B$  也是可数的。

## Problem 6

证明: 如果  $A$  和  $B$  是集合且  $A \subseteq B$ , 则  $|A| \leq |B|$ 。

## Problem 7

设  $A = \{a, b, c\}$ ,  $B = \{0, 1\}^A$ , 由定义证明  $\mathcal{P}(A) \approx \{0, 1\}^A$ 。

## Problem 8

证明二次方程  $ax^2 + bx + c = 0$  的实数解的集合是可数的, 其中  $a$ 、 $b$  和  $c$  都是整数。

## Problem 9

设  $A, B, C$  为集合, 其满足  $A \cap B = A \cap C = \emptyset$  且  $B \approx C$ , 试证明:  $A \cup B \approx A \cup C$

## Problem 10

令  $\{1, 2, 3\}^\omega$  为所有仅由数字 1, 2 或 3 构成的无限长的序列的集合。证明该集合不可数。