5.8 设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度

$$f(x,y)=\begin{cases} cxy & 0\leqslant x\leqslant y\leqslant 1 \\ 0 & \text{其它}, \end{cases}$$

求 $P(X \leqslant 1/2)$.

5.9 若多维随机向量 $(X_1, X_2, \cdots, X_r) \sim M(n, p_1, p_2, \cdots, p_r)$, 则每个随机变量 X_i $(i \in [r])$ 的边缘分布为二项分布 $B(n, p_i)$. (利用联合分布函数的定义证明)

5.10 设随机变量 X, Y, Z 服从 $(0, 1)$ 上的均匀分布且相互独立, 求概率 $P(X \geqslant YZ)$.

5.11 设随机向量 (X, Y) 的密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases} 1 & x\in(0,1),|y|<x \\ 0 & \text{其它}\ , \end{cases}$$

求条件概率密度 $f_{Y|X}(y|x)$ 和 $f_{X|Y}(x|y)$.

5.12 设随机向量 (X, Y) 的密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases} e^{-y} & y>x>0 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

求条件概率密度 $f_{X|Y}(x|y)$.

5.13 设随机向量 (X, Y) 的密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases} x+y & x,y\in(0,1) \\ 0 & \text{其它}\ , \end{cases}$$

求 $Z_1 = X + Y$ 和 $Z_2 = XY$ 的密度函数.

5.14 设随机向量 (X, Y) 的密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases} A(x+y)e^{-x-y} & x>0,y>0 \\ 0 & \text{其它}\ , \end{cases}$$

求随机变量 X 与 Y 的独立性, 以及 $Z = X + Y$ 的密度函数.

5.15 设随机向量 (X, Y) 的密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}Ae^{-x-y} & 0<x<1, y>0\\ 0 & \text{其它},\end{cases}$$

求 1) 常数 A; 2) X 与 Y 的边缘密度函数, 3) $Z=\max(X,Y)$ 的密度函数.

5.16 设随机变量 $X\sim U(0,1)$ 和 $Y\sim e(1)$ 相互独立, 求 $Z=X+Y$ 的概率密度.

5.17 若随机变量 $X\sim e(\lambda_1)$ 和 $Y\sim e(\lambda_2)$ 相互独立, 求 $Z=X+Y$ 的分布函数和概率密度.

5.18 若随机变量 $X\sim e(1)$ 和 $Y\sim e(1)$ 相互独立, 求 $Z=Y/X$ 的概率密度.

5.19 若随机变量 $X\sim G(p_1)$ 和 $Y\sim G(p_2)$ 相互独立, 求 $Z=X+Y$ 的分布列.

5.20 若相互独立的随机变量 X 和 Y 分别服从参数为 λ_1 和 λ_2 的泊松分布, 求在 $X+Y=n$ 的条件下 X 的条件分布.