

离散数学作业 Problem Set 5

Problem 1

请判断以下命题的真假，并简述理由：

- a) 对任何集合 A, B, C , 若 $A \cap B = B \cap C$, 则 $A = C$.
- b) 对任何集合 A, B, C , 若 $A \cup B = A \cup C$, 则 $B = C$.
- c) 对任何集合 A, B , $2^{A \cup B} = 2^A \cup 2^B$. (2^A 表示 A 的幂集)
- c) 对任何集合 A, B , $2^{A \cap B} = 2^A \cap 2^B$.

Problem 2

判断对称差运算是否满足结合律，说明理由。

Problem 3

给出以下各个谓词的真值集合，这里的论域是整数集合。

- a) $P(x) : x^2 < 3$
- b) $R(x) : 2x + 1 = 0$

Problem 4

证明如果 A 和 B 为集合，则

$$\text{a) } A - B = A \cap \overline{B}$$

$$\text{b) } (A \cap B) \cup (A \cap \overline{B}) = A$$

Problem 5

如果集合 A, B, C 满足下述条件，你能判断 $A = B$ 吗，请说明理由或者给出例子？

$$\text{a) } A \cup C = B \cup C$$

$$\text{c) } A \cup C = B \cup C \text{ 并且 } A \cap C = B \cap C$$

$$\text{b) } A \cap C = B \cap C$$

Problem 6

令 A 和 B 为全集 U 的子集。证明 $A \subseteq B$ 当且仅当 $\overline{B} \subseteq \overline{A}$ 。

Problem 7

证明如果 A 是全集 U 的子集，则

$$\text{a) } A \oplus A = \emptyset$$

$$\text{b) } A \oplus U = \overline{A}$$

Problem 8

令 $A_i = \{1, 2, 3, \dots, i\}, i = 1, 2, 3, \dots$ 。求

$$\text{a) } \bigcup_{i=1}^n A_i$$

$$\text{b) } \bigcap_{i=1}^n A_i$$

Problem 9

证明 $(A - B) \oplus B = A \cup B$ 。

Problem 10

给定集合 A, B, C ，请用文氏图表示以下各集合。

a) $A \cap (B - C)$

c) $(A \cap \overline{B}) \cup (A \cap \overline{C})$

b) $(A \cap B) \cup (A \cap C)$