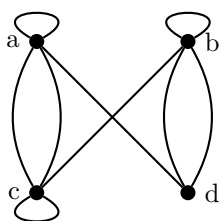


离散数学 — Problem Set 18B

Problem 1

用邻接矩阵表示左侧的图；并画出右侧邻接矩阵表示的有向图。



$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Problem 2

1) 对下面两个简单图，先写出图的邻接矩阵 A ，关联矩阵 B ，然后计算矩阵 $D = BB^T - A$ 。

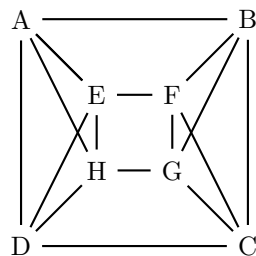
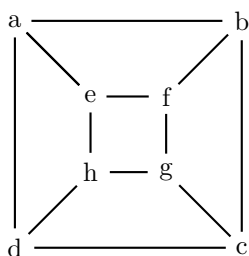
a) $K_{3,2}$

b) $\overline{K_{2,3}}$

2) D 与原来的图什么关系？试解释其原因。（ D 是该图的什么矩阵？）

Problem 3

证明 [下左图] 和 [下右图的补图] 同构。



Problem 4

具有 4 个顶点的非同构简单图中，有多少个

- 1) 包含 C_3 ?
- 2) 无孤立点?
- 3) 是二部图?

Problem 5

若简单图 G 与 \bar{G} 是同构的，则 G 称为**自补图**

试证明：若图 G 是自补图，则图 G 的顶点数 ν 满足 $\nu \equiv 0, 1 \pmod{4}$ 。

Problem 6

对以下每组同构不变量的值找出一对不同构的图

- 1) 顶点数 =5，边数 =5，且子图中最大的完全图是 K_3
- 2) 度序列是 (2,2,2,2,2,2,2)

Problem 7

G 的围长是指 G 中最短回路的长；若 G 没有回路，则定义 G 的围长为无穷大。

证明：围长为 4 的 k 正则图至少有 $2k$ 个顶点，且恰有 $2k$ 个顶点的这样的图（在同构意义下）只有一个。