

离散数学作业 Problem Set 20A

Problem 1

对哪些 m 和 n 值来说, 完全二部图 $K_{m,n}$ 具有

1. 欧拉回路?
2. 欧拉通路?

Problem 2

设连通图 G 有 k 个奇数度的结点, 证明在图 G 中至少要添加 $k/2$ 条边才能使其成为欧拉图。

Problem 3

若 G 是欧拉图, 证明或反驳:

[1] 当 G 的顶点数是奇数时, 若补图 \bar{G} 是连通的, 则 \bar{G} 中存在欧拉通路。当 G 的顶点数是偶数时, 若补图 \bar{G} 是连通的, 则 \bar{G} 中存在欧拉通路。

Problem 4

给定简单图 G ($|G| \geq 3$), 定义线图 $L(G)$ 如下:

1. 对 G 中的每条边, $L(G)$ 中恰好有一个顶点与之对应;

- $L(G)$ 中任意两点相邻当且仅当它们在 G 中对应的两条边相邻（即有一个公共顶点）。

证明若 G 是简单, 连通的 r -正则图, 则 $L(G)$ 是欧拉图。然后举例说明反之不一定成立。