

## 10.1 二元一次方程

### 一、自主学习：

例 1 甲种物品每个 4kg，乙种物品每个 7kg.现有甲种物品  $x$  个，乙种物品  $y$  个，共 76kg .

- (1) 列出关于  $x$ 、 $y$  的二元一次方程;
- (2) 如果  $x=12$ ，求  $y$  的值;
- (3) 请将关于  $x$ 、 $y$  的二元一次方程写成用含  $x$  的代数式表示  $y$  的形式

### 二、合作探究：

根据篮球的比赛规则，赢一场得 2 分，输一场得 1 分，在某次中学生比赛中，一支球队赛了若干场后积 20 分，问该队赢了多少场？输了多少场？

这可以转化为数学上的问题，设该队赢了  $x$  场，输了  $y$  场，那么\_\_\_\_\_ .

1. 你能说出输赢的所有可能情况吗？

$x$						5					
$y$						10					

某球员在一场篮球比赛中共得 35 分(其中一罚球得 10 分)，问他分别投中了多少个两分球？多少个三分球？你能列出方程吗？

2. 请你也设计一张表格，列出这名球员投中的两分球和三分球的各种可能情况. 并请回答下列问题：

- (1) 这名球员最多投中了多少个三分球？
- (2) 这名球员最多投中了多少个球？
- (3) 如果这名球员投中了 10 个球，那么他投中了几个两分球？几个三分球？

3. 提问方程  $2x+y=20$  和  $2x+3y=25$  有哪些共同得特点？

### 4. 概括总结：

像这含有两个未知数，并且所含有未知数的项的次数都是 1 的方程叫做二元一次方程.

适合二元一次方程的一对未知数的值称为这个二元一次方程的一个解.

记作：  $\begin{cases} x = a \\ y = b \end{cases}$

### 三、课堂练习:

1. 下列方程中,是二元一次方程的是 ( )

A.  $x^2+x=1$

B.  $2x-3y=5$

C.  $xy=3$

D.  $3x-y=2z$

2. 某次知识竞赛共有 20 道题,规定:每答对一道题得+5 分,每答错一道题得-2 分,不答的题得 0 分. 已知圆圆这次竞赛得了 60 分,设圆圆答对了  $x$  道题,答错了  $y$  道题,则 ( )

A.  $x-y=20$

B.  $x+y=20$

C.  $5x-2y=60$

D.  $5x+2y=60$

3. 小敏在商店买了 12 枝铅笔和 5 本练习本,其中铅笔每枝  $x$  元,练习本每本  $y$  元,共花了 4.9 元.

(1)列出关于  $x, y$  的二元一次方程;

(2)已知买同样的 6 枝铅笔和同样的 2 本练习本,需要 2.2 元,列出关于  $x, y$  的二元一次方程.

4. 下列各组数值中,是二元一次方程  $2x-y=5$  的解的是 ( )

A.  $\begin{cases} x = -2, \\ y = 6 \end{cases}$

B.  $\begin{cases} x = 3, \\ y = 4 \end{cases}$

C.  $\begin{cases} x = 4, \\ y = 3 \end{cases}$

D.  $\begin{cases} x = 6, \\ y = 2 \end{cases}$

5. 若  $\begin{cases} x = 1, \\ y = 2 \end{cases}$  是关于  $x, y$  的二元一次方程  $ax+y=3$  的解,则  $a=$ \_\_\_\_\_.

6. 已知  $x-2y-2=0$ ,用含  $x$  的代数式表示  $y$ , 则  $y=$ \_\_\_\_\_;当  $x=-2$  时, $y=$ \_\_\_\_\_.

7. 根据下列语句,分别设适当的未知数,列出二元一次方程:

(1)甲数比乙数大 3.设甲数为  $x$ ,乙数为  $y$ ;

(2)一个长方形的周长是 20cm.设这个长方形的长是  $x$ cm, 宽是  $y$ cm;

(3)甲、乙两人各工作 5 天, 共生产零件 80 件. 设甲每天生产零件  $x$  件, 乙每天生产零件  $y$  件.

(4)甲种铅笔每枝 0.2 元, 乙种铅笔每枝 0.5 元, 现在某人买了  $x$  枝甲种铅笔,  $y$  枝乙种铅笔, 共花了 7 元.

(1) 列出关于  $x, y$  的二元一次方程.

(2) 如果  $x=5$ , 那么  $y$  的值是多少?

(3) 如果乙种铅笔买了 10 枝, 那么甲种铅笔买了多少枝?

## 10.2 二元一次方程组

### 一、自主学习：

看一看

认真阅读教材，记住以下知识：

概念：二元一次方程组：

从二元一次方程组概念中我们可以看出二元一次方程组必须满足三个条件，它们分别是

做一做：设苹果质量是  $xg$ ，梨子质量是  $yg$

1. 已知方程  $x + y = 200$ ，填写下表：

x	...	85	90	95	100	105	...
y	...						...

提问：你能从中确定苹果和梨子的质量吗？

2. 已知方程  $y = x + 10$ ，填写下表：

x	...	85	90	95	100	105	...
y	...						...

问题：现在你能找出苹果和梨的质量分别为多少  $g$  吗？为什么？

### 二、合作探究：

你能解决著名的“鸡兔同笼”问题吗？

今有鸡兔同笼，上有 35 头，下有 94 足，问鸡兔各几何？

问题一：“鸡兔同笼”问题中的未知量有几个？有哪些相等关系？

未知量：\_\_\_\_\_

相等关系(1)\_\_\_\_\_

相等关系(2)\_\_\_\_\_

问题二：你能用数学式子表达出“鸡兔同笼”问题中的相等关系吗？

设鸡有  $x$  只，兔有  $y$  只，则有：

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

将这两个方程联立在一起，可写成

问题三：这个方程组有哪些特点？你能再写出几个这样的方程组吗？

\_\_\_\_\_叫二元一次方程组；

\_\_\_\_\_叫二元一次方程组的解。

### 三、课堂练习:

1. 下列方程组中, 是二元一次方程组的是 ( )

A.  $\begin{cases} x+y=4, \\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=9 \end{cases}$       B.  $\begin{cases} x+y=5, \\ y+z=y \end{cases}$       C.  $\begin{cases} x=1, \\ 3x-2y=6 \end{cases}$       D.  $\begin{cases} x-y=xy, \\ x-y=1 \end{cases}$

2. 若方程组  $\begin{cases} 5x-3y=7, \\ y+az=4 \end{cases}$  是二元一次方程组, 则常数  $a$  的值为\_\_\_\_\_.

3. 下列各对数值, \_\_\_\_\_是方程  $3x-2y=11$  的解, \_\_\_\_\_是方程  $2x+3y=16$  的解, \_\_\_\_\_是方程组  $\begin{cases} 3x-2y=11, \\ 2x+3y=16 \end{cases}$  的解. (填序号)

①  $\begin{cases} x=1, \\ y=-4; \end{cases}$     ②  $\begin{cases} x=5, \\ y=2; \end{cases}$     ③  $\begin{cases} x=7, \\ y=\frac{2}{3}; \end{cases}$     ④  $\begin{cases} x=15, \\ y=6. \end{cases}$

4. 红圆珠笔每枝 0.7 元, 蓝圆珠笔每枝 1.2 元, 小明一共买了 20 枝这两种圆珠笔, 共花了 19 元. 如果设小明买了红圆珠笔  $x$  枝, 蓝圆珠笔  $y$  枝, 那么可以列出关于  $x, y$  的二元一次方程组为\_\_\_\_\_.

5. 根据题意列出方程组:

某中学为了绿化校园, 计划购买一批榕树和香樟树, 经市场调查, 榕树的单价比香樟树少 20 元/棵, 购买 3 棵榕树和 2 棵香樟树共需 340 元, 则榕树和香樟树的单价各是多少?(设榕树的单价为  $x$  元/棵, 香樟树的单价为  $y$  元/棵)

6. 方程  $5x+2y=-9$  与下列方程构成的方程组的解为  $\begin{cases} x=-2, \\ y=\frac{1}{2} \end{cases}$  的是 ( )

A.  $x+2y=1$       B.  $5x+4y=-3$       C.  $3x-4y=-8$       D.  $3x+2y=-8$

7. 请你阅读下面的诗句: “栖树一群鸦, 鸦树不知数, 三只栖一树, 五只没去处, 五只栖一树, 闲了一棵树, 请你仔细数, 鸦树各几何.” 若诗句中谈到的鸦为  $x$  只, 树为  $y$  棵, 则可列出方程组?

## 10.3 解二元一次方程组(1)

### 一、自主学习：

(1) 二元一次方程组概念；二元一次方程组的解的概念。

(2) 根据篮球比赛规则：赢一场得 2 分，输一场得 1 分，在某次中学生篮球联赛中，某球队赛了 12 场，赢了  $x$  场，输了  $y$  场，积 20 分。我们可以列出方程组：

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ 2x + y = 20 \end{cases}$$

如何解这个二元一次方程组？

(3) 用代入法解方程组  $\begin{cases} x = y + 3, & \text{①} \\ 3x - 8y = 14. & \text{②} \end{cases}$

### 二、合作探究：

根据篮球比赛规则：每场比赛都要分出胜负，每队胜一场得 2 分，负一场得 1 分。如果某队为了争取较好名次，想在全部 12 场比赛中得 20 分，那么这个队胜、负场数应分别是多少？

问题 1。在上述问题中，除了用一元一次方程求解，还有没有其他方法？

问题 2。那么怎样求二元一次方程组的解呢？

实践探索：

问题 1：二元一次方程组  $\begin{cases} x + y = 12, \\ 2x + y = 20. \end{cases}$  与一元一次方程  $2x + (12 - x) = 20$  之间有何内在联系？

问题 2：从上面的二元一次方程组与一元一次方程的内在联系的讨论中，我们可以得到什么启发？

例：解方程组：  $\begin{cases} x + y = 12, \\ 2x + y = 20. \end{cases}$

**归纳总结：**将未知数的个数由多化少、逐一解决的想法是消元思想，将方程组的一个方程中的某个未知数用另一个未知数的代数式表示，再代入另一方程，从而消去一个未知数，把解二元一次方程组转化为解一元一次方程。这种解方程组的方法称为代入消元法，简称代入法

围绕以下几个问题进行小结

1. 解二元一次方程组的基本思想是“消元”，即消去一个未知数.
2. 代入法的一般步骤.
3. 用代入法解二元一次方程组，常常选用什么样的方程变形？
4. 在解题过程中，常会出现什么错误？
5. 养成口头检验的良好习惯.

### 三、课堂练习：

1. 方程  $-x+4y=-15$  用含  $y$  的代数式表示， $x$  是 ( )  
A.  $-x=4y-15$     B.  $x=-15+4y$     C.  $x=4y+15$     D.  $x=-4y+15$
2. 把方程  $7x-2y=15$  写成用含  $x$  的代数式表示  $y$  的形式，得 ( )  
A.  $x=\frac{2x-15}{7}$     B.  $x=\frac{15x-2y}{7}$     C.  $y=\frac{7x-15}{2}$     D.  $y=\frac{15-7x}{2}$
3. 将  $y=-2x-4$  代入  $3x-y=5$  可得 ( )  
A.  $3x-2x+4=5$     B.  $3x+2x+4=5$     C.  $3x+2x-4=5$     D.  $3x-2x-4=5$
4. 用代入法解方程组  $\begin{cases} 2x+5y=-21 \\ x+3y=8 \end{cases}$  ①较为简便的方法是 ( )  
A. 先把①变形    B. 先把②变形  
C. 可先把①变形，也可先把②变形    D. 把①、②同时变形
5. 判断正误：  
(1) 方程  $\frac{3}{2}x+2y=2$  变形得  $y=1-3x$ . ( )  
(2) 方程  $x-3y=\frac{1-x}{2}$  写成含  $y$  的代数式表示  $x$  的形式是  $x=3y+\frac{1-x}{2}$ . ( )
6. 将  $y=\frac{1}{2}x+3$  代入  $2x+4y=-1$  后，化简的结果是\_\_\_\_\_，从而求得  $x$  的值是\_\_\_\_\_.
7. 当  $a=3$  时，方程组  $\begin{cases} ax+y=1 \\ 2x+y=2 \end{cases}$  的解是\_\_\_\_\_.
8. 用代入法解下列方程组：  
(1)  $\begin{cases} 4x-3y=17 \\ y=7-5x \end{cases}$     (2)  $\begin{cases} x=3 \\ 2x+6y=7 \end{cases}$
9. 已知方程  $4x-y=10$  中， $x$  与  $y$  互为相反数，求  $x, y$ .
10. 已知方程组  $\begin{cases} x+y=5, \\ 2x+y=8 \end{cases}$  的解也是方程  $4x+y+k=0$  的解，求  $k$  的值.

## 解二元一次方程组(2)

### 一、自主学习：

1. 请用代入法解方程组  $\begin{cases} x+2y=1 \\ 3x-2y=5 \end{cases}$ .
2. 简要叙述代入法解二元一次方程组的步骤.
- 3.除了用代入法解方程组还有什么方法可以解方程组:

$$\begin{cases} 2x+3y=12 \\ 3x+4y=17 \end{cases}$$

### 二、合作探究：

1. 尝试加减消元法解二元一次方程组  $\begin{cases} x+2y=1 \\ 3x-2y=5 \end{cases}$ 
  - (1) 除了用代入消元法求解以外，观察方程组的特点，还能有其他方法求解吗？
  - (2) 方程组的系数有什么特殊的地方吗？

例：解方程组  $\begin{cases} x+2y=1 \\ 3x-2y=5 \end{cases}$

### 归纳总结：

- 1.加减消元法：\_\_\_\_\_
2. 加减消元法的基本思想是：\_\_\_\_\_
3. 加减消元法的步骤是：\_\_\_\_\_

### 三、课堂练习：

- 1、用加减消元法解方程组  $\begin{cases} 3x-5y=8 \\ 7x+5y=2 \end{cases}$ ，将两个方程相加得（ ）  
A.  $3x=8$       B.  $7x=2$       C.  $10x=8$       D.  $10x=10$
- 2、用加减消元法解方程组  $\begin{cases} 2y+3x=1 & \text{①} \\ 3x-5y=-4 & \text{②} \end{cases}$ ，①-②得（ ）  
A.  $2y=1$       B.  $5y=4$       C.  $7y=5$       D.  $-3y=-3$
- 3、用加减消元法解方程组  $\begin{cases} 2x-3y=5 & \text{①} \\ x=3y+7 & \text{②} \end{cases}$  正确的方法是（ ）

- A. ①+②得  $2x=5$       B. ①+②得  $3x=12$   
 C. ①+②得  $3x+7=5$       D. 先将②变为  $x-3y=7$ ③, 再①-③得  $x=-2$

4、在方程组  $\begin{cases} 3x+4y=1 & \text{①} \\ 2x-3y=6 & \text{②} \end{cases}$  中, 若要消去未知数  $x$ , 则①式乘以\_\_\_\_得\_\_\_\_③; ②式可乘以\_\_\_\_得\_\_\_\_④; 然后再③、④两式\_\_\_\_即可.

5、在  $\begin{cases} 3x+4y=1 & \text{①} \\ 2x-3y=6 & \text{②} \end{cases}$  中, ① $\times 3$  得\_\_\_\_③; ② $\times 4$  得\_\_\_\_④,

这种变形的目的是要消去未知数\_\_\_\_\_.

6、已知方程组  $\begin{cases} mx+n=5 \\ my-n=1 \end{cases}$  的解是  $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$ , 则  $m=$ \_\_\_\_,  $n=$ \_\_\_\_\_.

7、用加减法解下列方程组:

$$(1) \begin{cases} 3x+y=8 \\ 2x-y=2 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 2x+y=5 \\ x-3y=6 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} 3x+4y=5 \\ 9x+2y=-5 \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} 2x+3y=4 \\ 3x-2y=11 \end{cases}$$

8、已知代数式  $x^2+mx+n$ , 当  $x=3$  时, 该代数式的值是 5; 当  $x=-4$  时, 该代数式的值是 -9.

(1) 求  $m$ 、 $n$  的值; (2) 求当  $x=1$  时, 该代数式的值.

9、买 5 本笔记本和 6 枝圆珠笔共花去 15 元, 买同样的 4 本笔记本和 3 枝圆珠笔共花去 9.3 元, 每本笔记本和每枝圆珠笔各多少元?

10、已知二元一次方程组  $\begin{cases} 2x+y=7 \\ x+2y=8 \end{cases}$ , 则  $x-y=$ \_\_\_\_,  $x+y=$ \_\_\_\_\_.