

极限

数列极限

- 和式极限
 - 观察分母是否有累加的过程，找1/n
 - 直接定积分定义
 - 放缩
 - 放缩后定积分定义
- 基本概念
- 海涅定理
 - 沟通数列极限与函数极限
- 单调有界准则
 - 观察等式（确定正负），做简单变形，或写几项观察规律

- 单调性
 - 做差
 - 做商
 - 求导
 - 单调性可能不从第一项开始
 - 无单调性时先求后证
- 有界性
 - 常用不等式
 - 基本不等式
 - $x > \ln x > x/1+x (x > 0)$
 - $x > \sin x (x > 0)$
 - 递推式
 - 保命策略：数学归纳法

多元极限

- 类比联想
 - 一元中的泰勒，等价无穷小，极限四则运算法则
- 化多为一
 - 换元
 - 取特殊趋向
 - x, y轴
 - 线形趋向
 - 幂次趋向
 - 化分母两项为一项
- 极限不存在情况
 - 某一点不存在
 - 两点存在不相等
 - 非零存在*不存在=不存在
- 恒正时，考虑夹逼准则

其余常见题型

- 间断点相关
 - 已知间断反求参数
 - 开区间连续函数的有界性
 - 函数极限的局部有界性
 - 引理1
 - 引理2
 - $\ln x$ 的左侧极限不需讨论
 - 不遗漏间断点及正负 ∞
 - 不要遗漏间断点情况，尤其小心三角函数
- 含参极限（极限函数）
 - 函数极限型
 - 数列极限型
 - 先做预处理
 - 核心：分段函数
- 已知极限反求极限
 - 差函数等价无穷小，泰勒
 - 脱极限法
 - 返璞归真
- 已知极限反求参数
 - 考虑极限的增量形式
- 函数方程
 - 赋值找特殊点信息

思想：化简先行

- 思想：分离主部，抓主要矛盾
- 思想：能不能拆，拆了再说
- 思想：加减非我所愿见，乘除才是百般好
- 倒代换，负代换，对数代换，反三角代换
- 根式有理化
- 三角函数
 - $\tan x + \tan 1/x = \pi/2$
 - $\cot x = \tan(\pi/2 - x)$
 - 切割化弦，三角函数诱导公式，三角函数周期性
- 对数型
 - arctanx的处理
 - 常用等式：凑差函数等价无穷小；等价无穷小的逆用
 - 利用对数相关性性质
- 指数型
 - 取对数
 - 同乘或同除时，考虑其是否会为0

放缩思想

- 商型
 - n项小于1相乘，视作1
 - 分母划去恒正项
 - 恒正时，考虑加绝对值
- 减数-被减数型

函数极限

- 七种未定式
 - 补遗：心中换元
 - 0/0
 - 无穷大的阶
 - ∞/∞
 - 0* ∞
 - 引理
 - $\infty^0, 0^0$
 - 1^ ∞
 - 别丢“e”
 - 凑e法与公式法的适用
 - $\infty - \infty$
 - 有分母通分
 - 没有分母创造分母
- 洛必达
 - 注意事项
 - 未定式
 - 领域可导
 - 后验原则
 - 导后 ∞ 则导前 ∞
 - 趋向 ∞ 时， $\sin x, \cos x$ 不宜洛
 - 对数法
 - 泰勒展开
 - 夹逼准则

常用方法

- 等价无穷小
 - 差函数等价无穷小
 - $e^x - e^{\sin x}$
 - 变限积分函数的等价
- 拉格朗日中值定理
 - 相似函数相减
 - 函数的设法可以简化计算
 - 中值点的取值范围
- 凑导数定义
- 归结原则证明极限不存在