

## 第二章 电阻电路的等效变换

---

§ 2-1 电路的等效变换

§ 2-2 电阻的串联和并联

§ 2-3 电阻的星形联接与三角形联接的等效变换  
( $\Delta$ —Y 变换)

§ 2-4 电压源、电流源的串联和并联

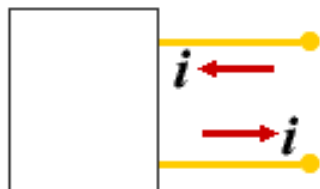
§ 2-5 实际电源的两种模型及其等效变换

§ 2-6 输入电阻

## § 2—1 电路的等效变换

### 一、二端电路（网络）

任何一个复杂的电路, 向外引出两个端钮, 且从一个端子流入的电流等于从另一端子流出的电流, 则称这一电路为二端电路(或一端口电路)。若二端电路仅由无源元件构成, 称无源二端电路。



二端电路

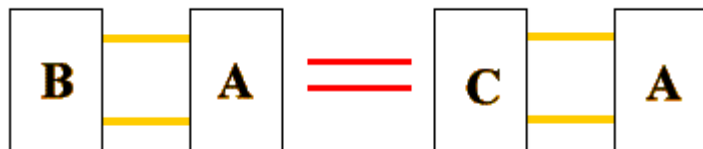


无源二端电路

## § 2—1 电路的等效变换

### 二、二端电路等效的概念

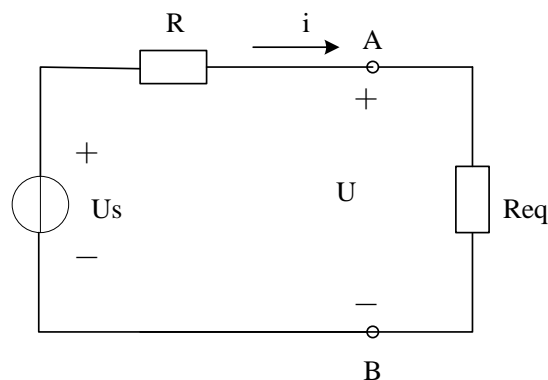
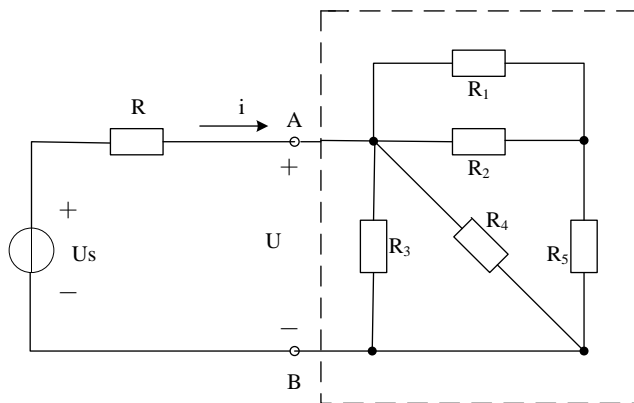
结构和参数完全不同的两个二端电路**B**与**C**，当它们的端口具有相同的电压、电流关系(**VCR**)，则称**B**与**C**是等效的电路。



## § 2-1 电路的等效变换

结论:

- 1) 电路等效变换的条件: 两电路具有相同的**VCR**;
- 2) 电路等效变换的对象: 未变化的外电路**A**中的电压、电流和功率;
- 3) 电路等效变换的目的: 化简电路, 方便计算。



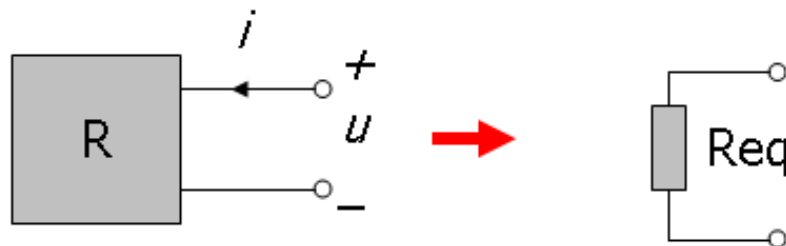
## § 2—1 电路的等效变换

### 三、二端网络的几种等效情况

1、若二端网络内只有电阻组成，则在端口电压、电流为关联参考方向下，二者比值一定是一个正常数。亦即二端电阻网络的**VCR**为

$$u = R_{eq} i$$

可见，二端电阻网络的等效电路是一个阻值等于 **$R_{eq}$** 的电阻。  
称 **$R_{eq}$** 为二端网络的等效电阻。

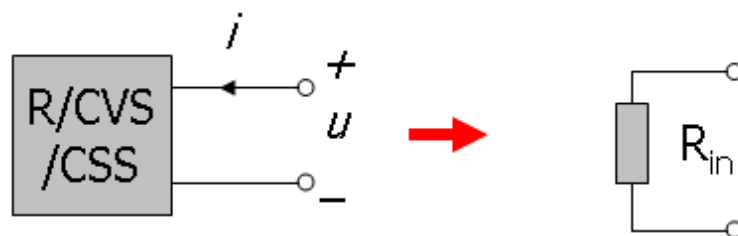


## § 2—1 电路的等效变换

2、若二端网络内除电阻外还有受控源，则在端口电压、电流为关联参考方向下，二者比值也是一个常数。亦即二端网络的**VCR**为

$$u = R_{in} i$$

可见，含受控源二端网络的等效电路是一个阻值等于 $R_{in}$ 的电阻。称 $R_{in}$ 为该二端网络的输入电阻或输出电阻。



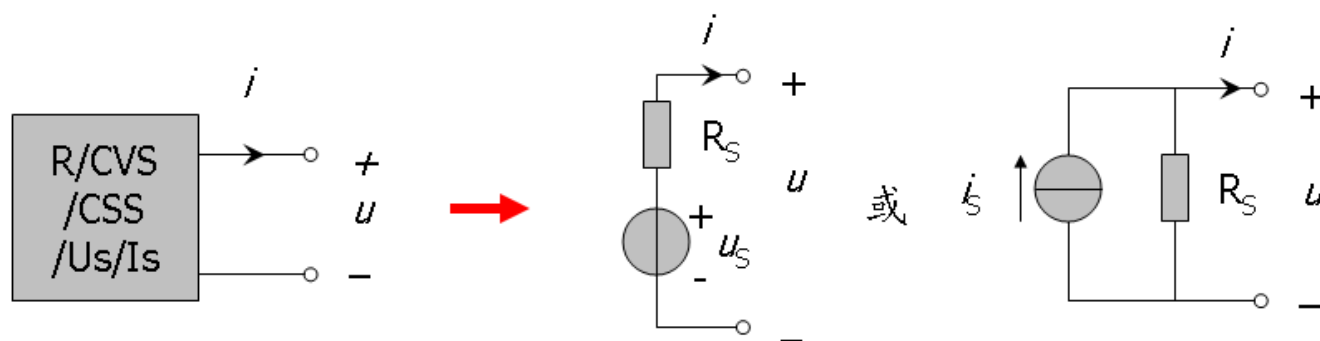
$R_{eq}$ 与 $R_{in}$ 的不同：输入电阻可正、可负、可零。而等效电阻总是大于零。等效电阻和输入电阻可以通称二端网络的端口电阻。

## § 2—1 电路的等效变换

3、若二端网络内含独立源，在 $u$ 、 $i$ 非关联参考方向下，其VCR为，

$$u = u_s - R_s i \quad \text{或} \quad i = i_s - u / R_s$$

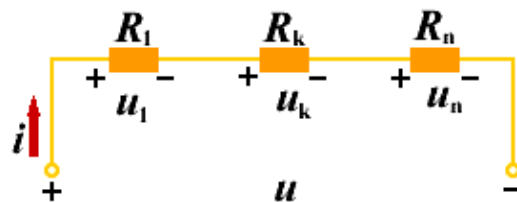
这时二端网络的等效电路为一个电压源与电阻的串联、或一个电流源与电阻的并联。



## § 2—2 电阻的串联和并联

### 一、电阻串联

#### 1、电路特点



(a) 各电阻顺序连接，根据**KCL**知，各电阻中流过的电流相同；

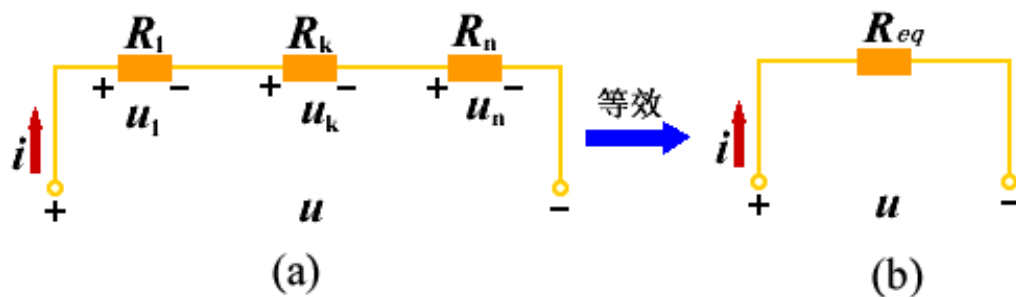
(b) 根据**KVL**，电路的总电压等于各串联电阻的电压之和，即：

$$u = u_1 + \cdots + u_k + \cdots + u_n$$



## § 2-2 电阻的串联和并联

### 2、等效电阻



把欧姆定律代入电压表示式中得：

$$u = R_1 i + \cdots + R_k i + \cdots + R_n i = (R_1 + \cdots + R_n) i = R_{eq} i$$

$$R_{eq} = R_1 + \cdots + R_k + \cdots + R_n = \sum_{k=1}^n R_k > R_k$$

## § 2—2 电阻的串联和并联

### 3、串联电阻的分压

若已知串联电阻两端的总电压，求各分电阻上的电压称分压。

$$u_x = R_x i = R_x \frac{u}{R_{\text{eq}}} = \frac{R_x}{R_{\text{eq}}} u < u$$

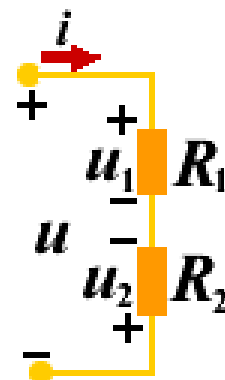
$$u_1 : u_2 : \cdots : u_x : \cdots : u_n = R_1 : R_2 : \cdots : R_x : \cdots : R_n$$

两个串联电阻上的电压：

$$u_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} u$$

$$u_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} u$$

(注意  $u_2$  的方向)



## § 2—2 电阻的串联和并联

---

### 4、功率

各电阻的功率为：

$$P_1 = R_1 i^2, P_2 = R_2 i^2, \dots, P_k = R_k i^2, \dots, P_n = R_n i^2$$

所以：

$$P_1 : P_2 : \dots : P_k : \dots : P_n = R_1 : R_2 : \dots : R_k : \dots : R_n$$

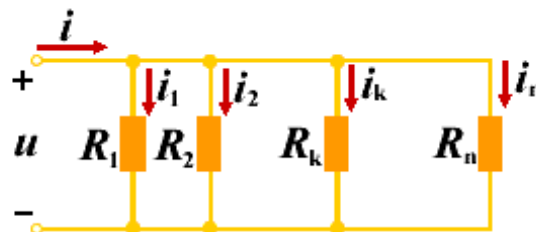
总功率：

$$\begin{aligned} P &= R_{\text{eq}} i^2 = (R_1 + R_2 + \dots + R_k + \dots + R_n) i^2 \\ &= R_1 i^2 + R_2 i^2 + \dots + R_k i^2 + \dots + R_n i^2 = P_1 + P_2 + \dots + P_n \end{aligned}$$

## § 2—2 电阻的串联和并联

### 二、电阻并联 (Parallel Connection)

#### 1、电路特点



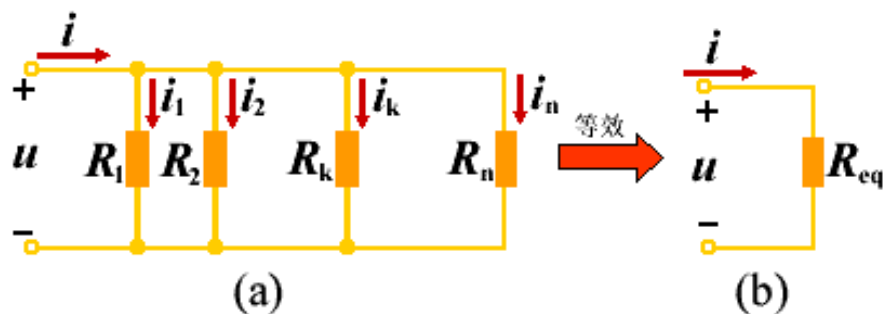
**(a)** 各电阻两端分别接在一起，根据**KVL**知，各电阻两端为同一电压；

**(b)** 根据**KCL**，电路的总电流等于流过各并联电阻的电流之和，即：

$$i = i_1 + i_2 + \cdots + i_n$$

## § 2—2 电阻的串联和并联

### 2、等效电阻



$$G_{eq} = G_1 + G_2 + \cdots + G_n = \sum_{k=1}^n G_k > G_k$$

最常用的两个电阻并联时求等效电阻的公式：

$$\frac{1}{R_{eq}} = G_{eq} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n} \quad \text{即} \quad R_{eq} < R_k$$

$$R_{eq} = \frac{1}{1/R_1 + 1/R_2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

## § 2—2 电阻的串联和并联

---

### 3、并联电阻的电流分配

若已知并联电阻电路的总电流，求各分电阻上的电流称分流。

$$\frac{i_k}{i} = \frac{u/R_k}{u/R_{eq}} = \frac{G_k}{G_{eq}} \quad \text{即:} \quad i_k = \frac{G_k}{G_{eq}} i$$

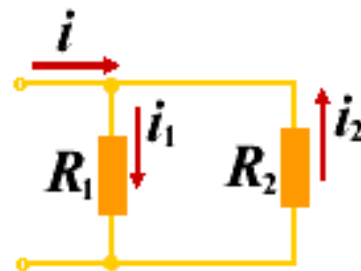
满足:

$$i_1 : i_2 : \cdots : i_k : \cdots : i_n = G_1 : G_2 : \cdots : G_k : \cdots : G_n$$

## § 2-2 电阻的串联和并联

对于两电阻并联，有：

$$i_1 = \frac{1/R_1}{1/R_1 + 1/R_2} i = \frac{R_2 i}{R_1 + R_2}$$



$$i_2 = \frac{-1/R_2}{1/R_1 + 1/R_2} i = \frac{-R_1 i}{R_1 + R_2} = -(i - i_1)$$

## § 2—2 电阻的串联和并联

---

### 4、功率

各电阻的功率为：

$$P_1 = G_1 u^2, P_2 = G_2 u^2, \dots, P_k = G_k u^2, \dots, P_n = G_n u^2$$

所以：

$$P_1 : P_2 : \dots : P_k : \dots : P_n = G_1 : G_2 : \dots : G_k : \dots : G_n$$

总功率：

$$\begin{aligned} P &= G_{\Sigma} u^2 = (G_1 + G_2 + \dots + G_k + \dots + G_n) u^2 \\ &= G_1 u^2 + G_2 u^2 + \dots + G_k u^2 + \dots + G_n u^2 = P_1 + P_2 + \dots + P_n \end{aligned}$$



## § 2—2 电阻的串联和并联

---

### 三、电阻的串并联

判别电路的串并联关系一般应掌握下述**4**点：

**(1)** 看电路的结构特点。若两电阻是首尾相联就是串联，是首首尾尾相联就是并联。

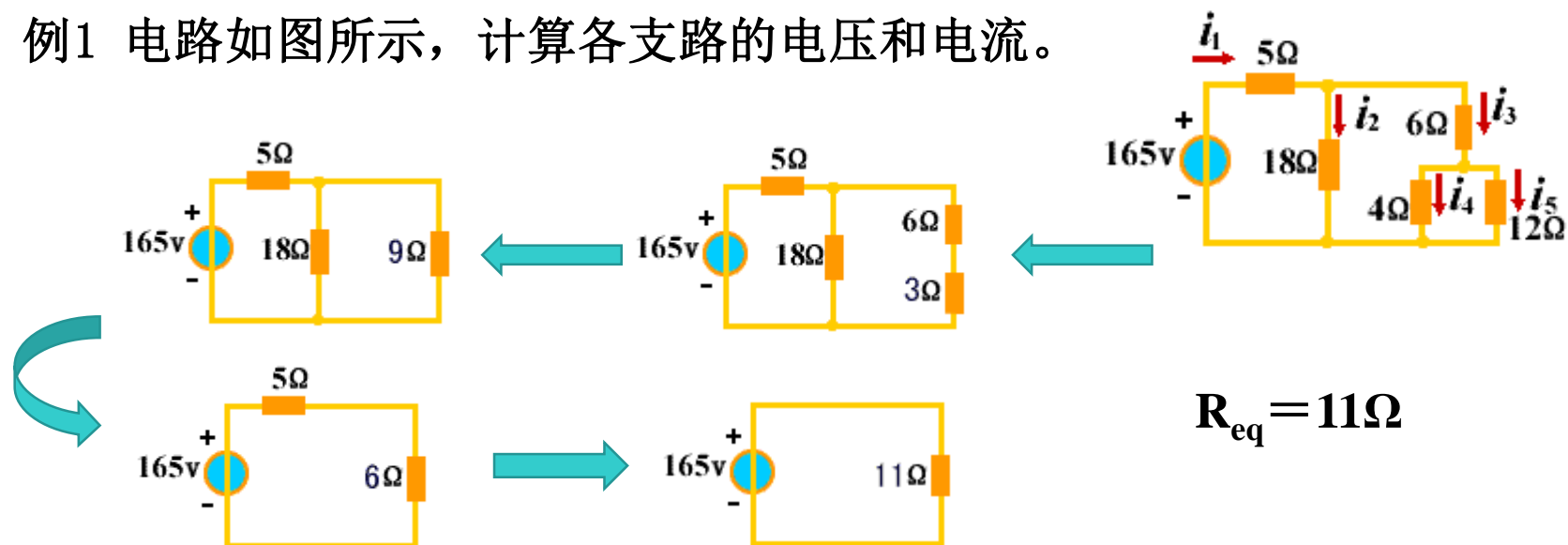
**(2)** 看电压电流关系。若流经两电阻的电流是同一个电流，那就是串联；若两电阻上承受的是同一个电压，那就是并联。

**(3)** 对电路作变形等效。如左边的支路可以扭到右边，上面的支路可以翻到下面，弯曲的支路可以拉直等；对电路中的短线路可以任意压缩与伸长；对多点接地可以用短路线相连。一般，如果真正是电阻串联电路的问题，都可以判别出来。

**(4)** **找出等电位点**。对于具有对称特点的电路，若能判断某两点是等电位点，则根据电路等效的概念，一是可以用短接线把等电位点联起来；二是把联接等电位点的支路断开（因支路中无电流），从而得到电阻的串并联关系。

## § 2-2 电阻的串联和并联

例1 电路如图所示，计算各支路的电压和电流。



$$i_1 = 165 / 11 = 15A$$

$$u_2 = 6i_1 = 6 \times 15 = 90V$$

$$i_2 = 90 / 18 = 5A$$

$$u_3 = 6i_3 = 6 \times 10 = 60V$$

$$i_3 = 15 - 5 = 10A$$

$$u_4 = 3i_3 = 30V$$

$$i_4 = 30 / 4 = 7.5A$$

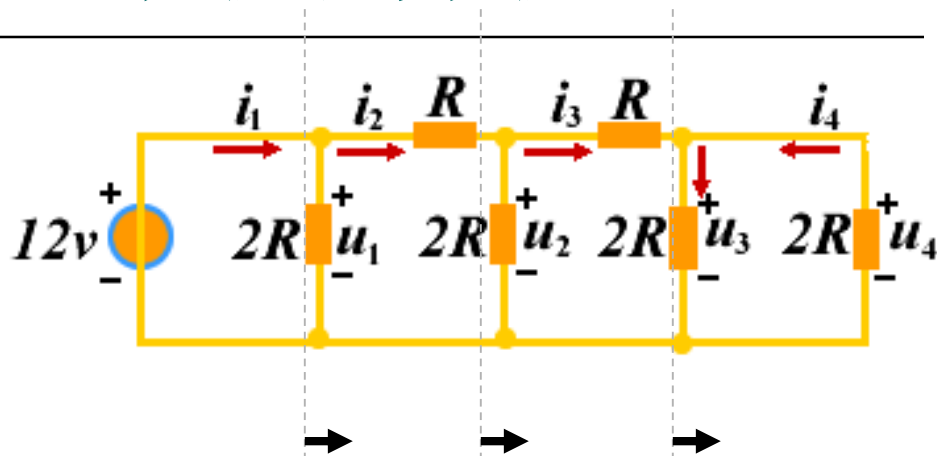
$$i_5 = 10 - 7.5 = 2.5A$$

## § 2—2 电阻的串联和并联

例2、求图示电路的 $I_1, I_4, U_4$

电路特点：

从3条虚线向右看去得电阻均为 $R$



① 用分流方法做

$$i_4 = -\frac{1}{2}i_3 = -\frac{1}{4}i_2 = -\frac{1}{8}i_1 = -\frac{1}{8}\frac{12}{R} = -\frac{3}{2R}$$

$$u_4 = -i_4 \times 2R = 3V$$

$$i_1 = \frac{12}{R}$$

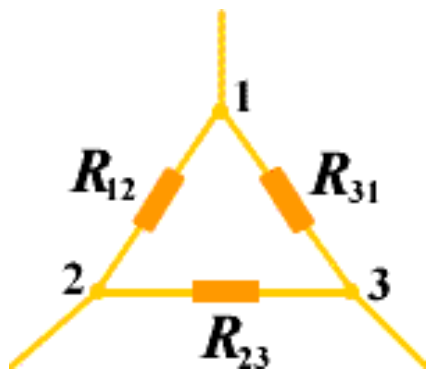
② 用分压方法做

$$u_4 = \frac{u_2}{2} = \frac{1}{4}u_1 = 3V$$

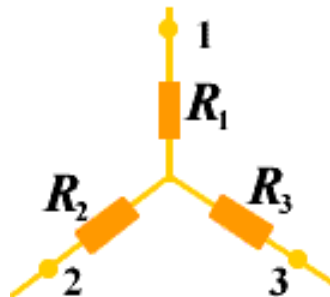
$$i_4 = -\frac{3}{2R}$$

## § 2-3 电阻的星形联接与三角形联接的等效变换 ( $\Delta$ —Y 变换)

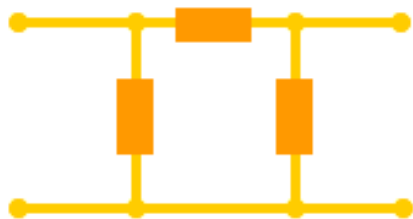
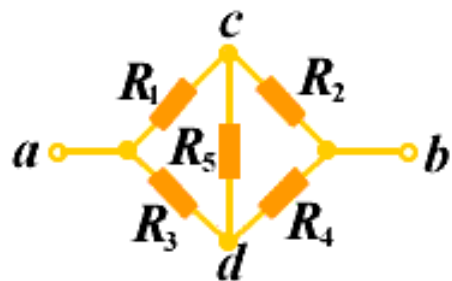
### 一、电阻的 $\Delta$ 形与Y形连接



$\Delta$ 形网络



Y形网络



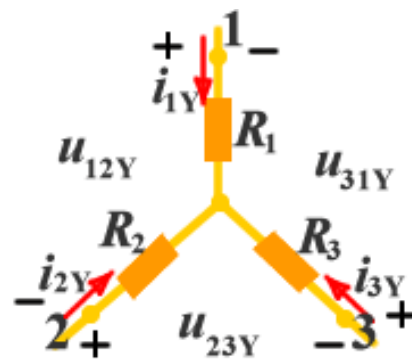
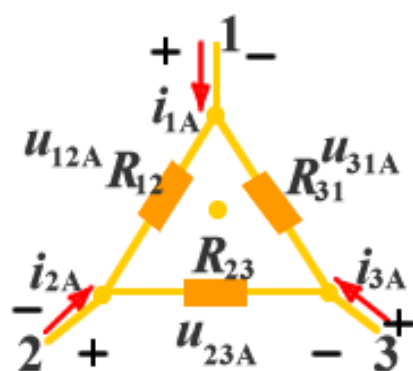
$\pi$ 形电路



T形电路

## § 2-3 电阻的星形联接与三角形联接的等效变换 ( $\Delta$ —Y 变换)

### 二、 $\Delta$ —Y 电路的等效变换



必须满足如下端口条件:

$$i_{1A} = i_{1Y}$$

$$i_{2A} = i_{2Y}$$

$$i_{3A} = i_{3Y}$$

$$u_{12A} = u_{12Y}$$

$$u_{23A} = u_{23Y}$$

$$u_{31A} = u_{31Y}$$

## § 2-3 电阻的星形联接与三角形联接的等效变换 ( $\Delta$ —Y 变换)

Y $\rightarrow$  $\Delta$ 电路的变换条件:

$$R_{12} = R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_3}$$

$$R_{23} = R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R_1}$$

$$R_{31} = R_3 + R_1 + \frac{R_3 R_1}{R_2}$$

或

$$G_{12} = \frac{G_1 G_2}{G_1 + G_2 + G_3}$$

$$G_{23} = \frac{G_2 G_3}{G_1 + G_2 + G_3}$$

$$G_{31} = \frac{G_3 G_1}{G_1 + G_2 + G_3}$$

$\Delta \rightarrow$ Y电路的变换条件:

$$G_1 = G_{12} + G_{31} + \frac{G_{12} G_{31}}{G_{23}}$$

$$G_2 = G_{23} + G_{12} + \frac{G_{23} G_{12}}{G_{31}}$$

$$G_3 = G_{31} + G_{23} + \frac{G_{31} G_{23}}{G_{12}}$$

或

$$R_1 = \frac{R_{12} R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_2 = \frac{R_{23} R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_3 = \frac{R_{31} R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

## § 2—3 电阻的星形联接与三角形联接的等效变换 ( $\Delta$ —Y 变换)

简记方法：

$$R_Y = \frac{\Delta \text{相邻电阻乘积}}{\Sigma R_A}$$

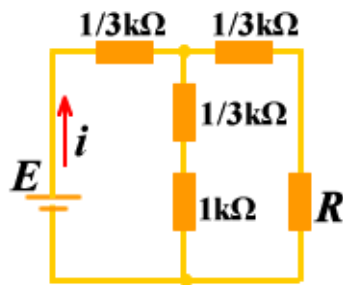
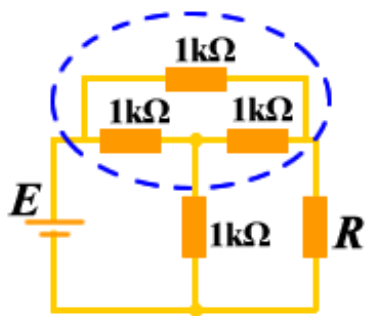
$$G_{\Delta} = \frac{Y \text{相邻电导乘积}}{\Sigma G_Y}$$

$$R_{\Delta} = 3R_Y$$



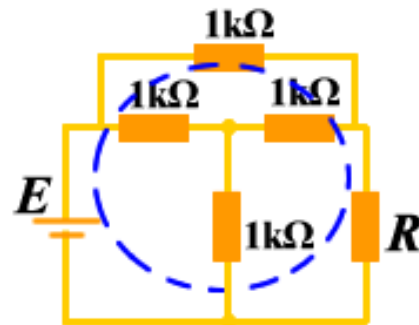
## § 2-3 电阻的星形联接与三角形联接的等效变换 ( $\Delta$ —Y 变换)

例1、求图示电路中电压源中的电流，其中  $E=13V$ ， $R=2k\Omega$ 。



$$R_{eq} = \frac{1}{3} + \frac{\frac{4}{3} \times \frac{7}{3}}{\frac{4}{3} + \frac{7}{3}} = \frac{13}{11} k\Omega$$

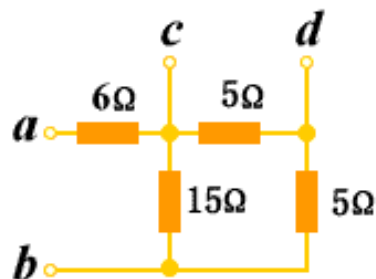
$$i = \frac{13}{13/11} = 11mA$$





## § 2-3 电阻的星形联接与三角形联接的等效变换 ( $\Delta$ —Y 变换)

例2、求图示电路的等效电阻:  $R_{ab}$  ,  $R_{cd}$

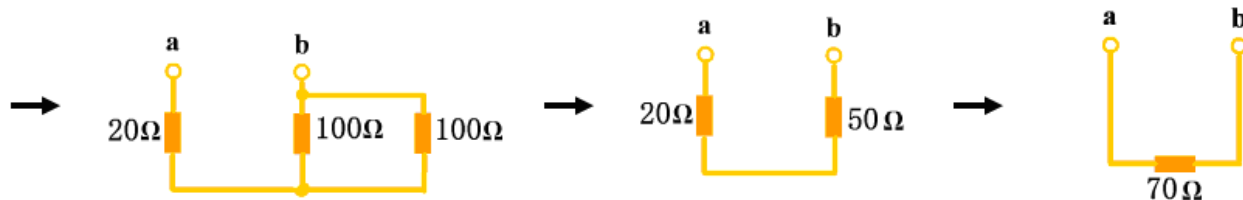
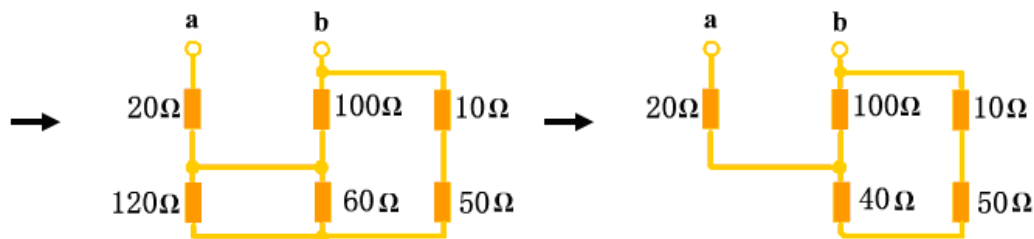
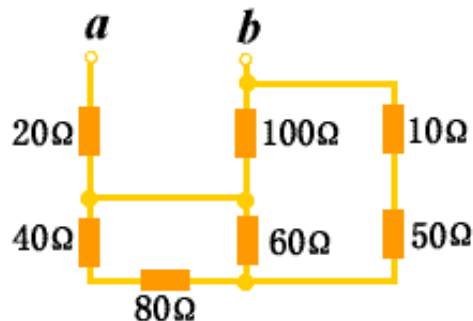


$$R_{ab} = (5 + 5) // 15 + 6 = 12\Omega$$

$$R_{cd} = (15 + 5) // 5 = 4\Omega$$

## § 2-3 电阻的星形联接与三角形联接的等效变换 ( $\Delta$ —Y 变换)

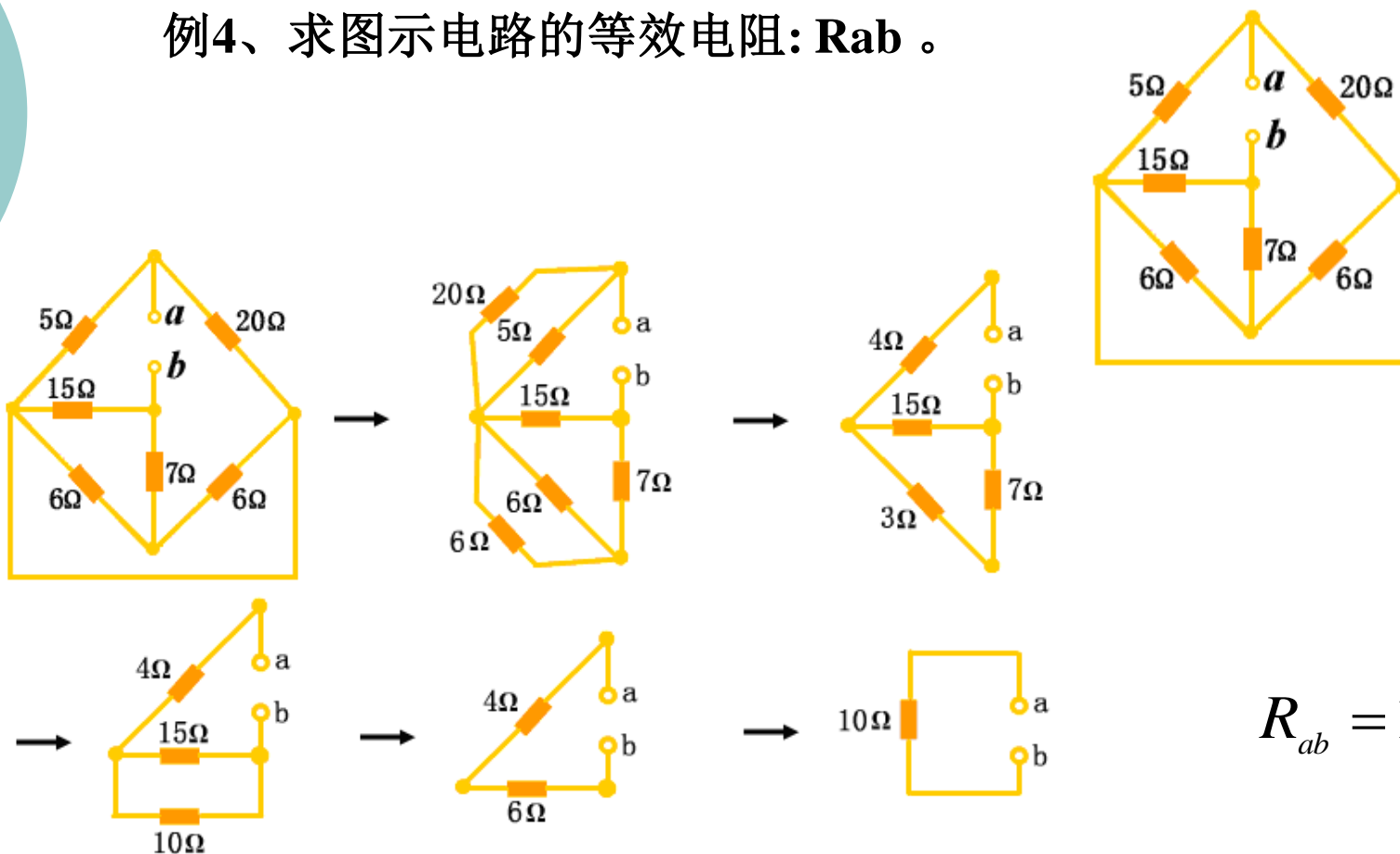
例3、求图示电路的等效电阻:  $R_{ab}$ 。



$$R_{ab} = 70\Omega$$

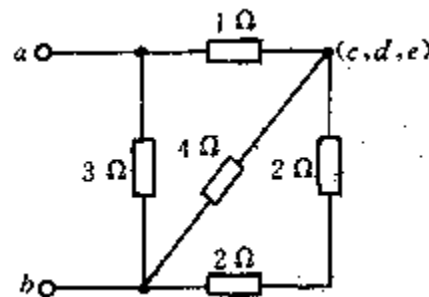
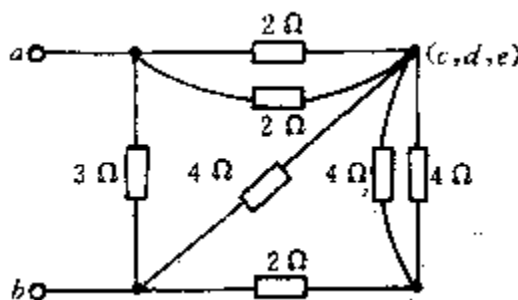
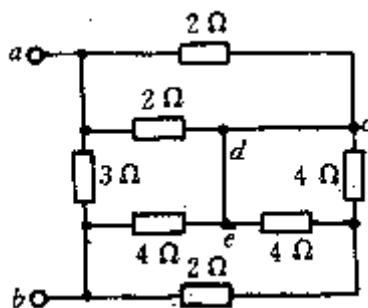
## § 2-3 电阻的星形联接与三角形联接的等效变换 ( $\Delta$ —Y 变换)

例4、求图示电路的等效电阻:  $R_{ab}$ 。



## § 2-3 电阻的星形联接与三角形联接的等效变换 ( $\Delta$ —Y 变换)

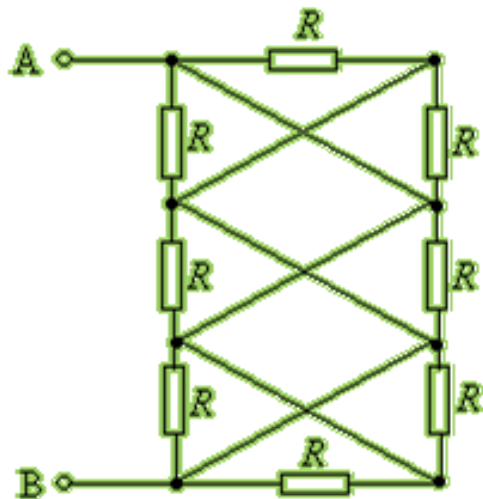
例5、求下图所示电路 $ab$ 端的等效电阻。



$$R_{eq} = R_{ab} = [(2 + 2) // 4 + 1] // 3 = 1.5\Omega$$

## § 2-3 电阻的星形联接与三角形联接的等效变换 ( $\Delta$ —Y 变换)

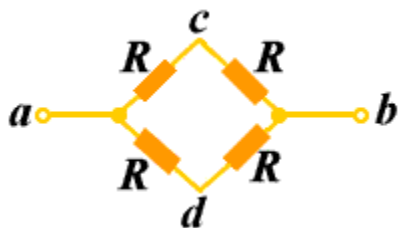
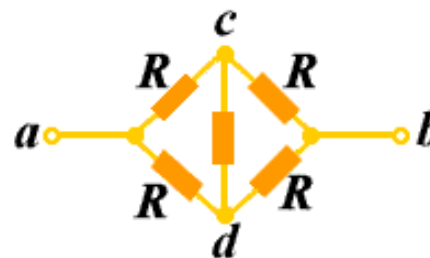
例6、图示电阻连线网络，试求AB间等效电阻 $R_{AB}$ 。



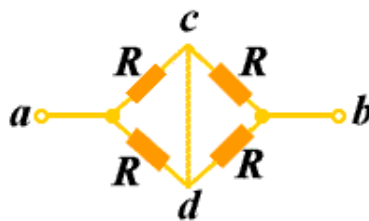
$$R_{AB} = \frac{1}{8} R$$

## § 2-3 电阻的星形联接与三角形联接的等效变换 ( $\Delta$ —Y 变换)

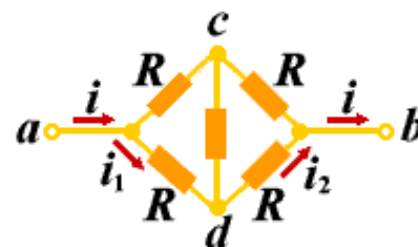
例7、求图示电路的等效电阻:  $R_{ab}$ 。



$$R_{ab} = R$$



$$R_{ab} = R$$



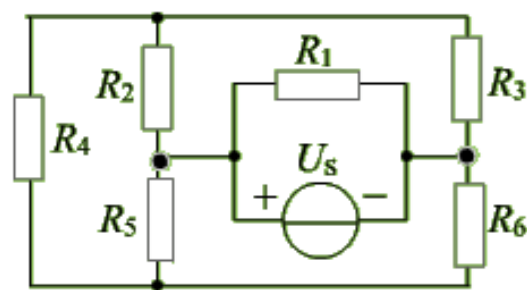
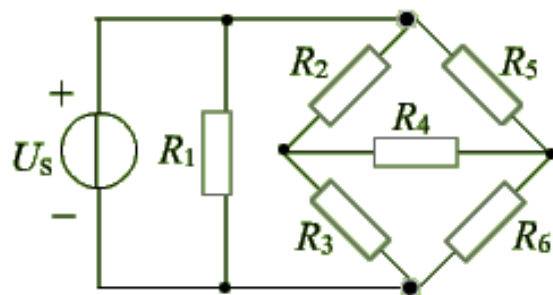
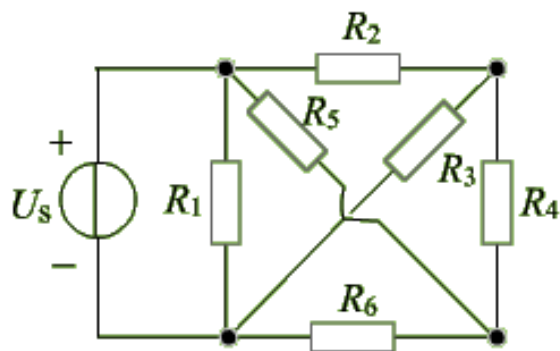
$$i_1 = \frac{1}{2}i = i_2$$

$$u_{ab} = i_1 R + i_2 R = \left(\frac{1}{2}i + \frac{1}{2}i\right)R = iR$$

$$R_{ab} = \frac{u_{ab}}{i} = R$$

## § 2-3 电阻的星形联接与三角形联接的等效变换 ( $\Delta$ —Y 变换)

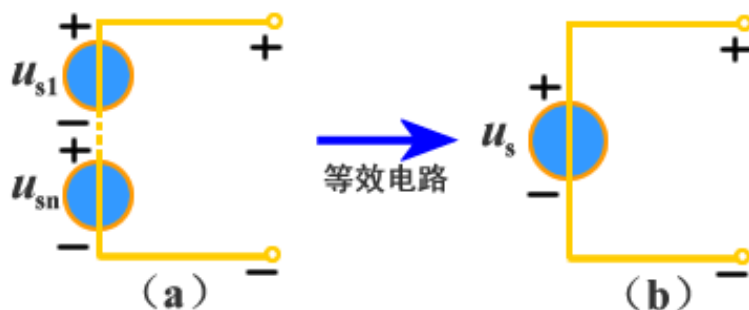
注意：在电路学习中，有时同一电路有几种不同画法，只要抓住其各支路与相关联的节点之间的联系，就不难找到各元件在不同电路中的对应位置，如下三个电路图，看似有区别，实际上其联接关系都是相同的。



## § 2-4 电压源、电流源的串联和并联

### 一、理想电压源的串联和并联

#### 1、串联



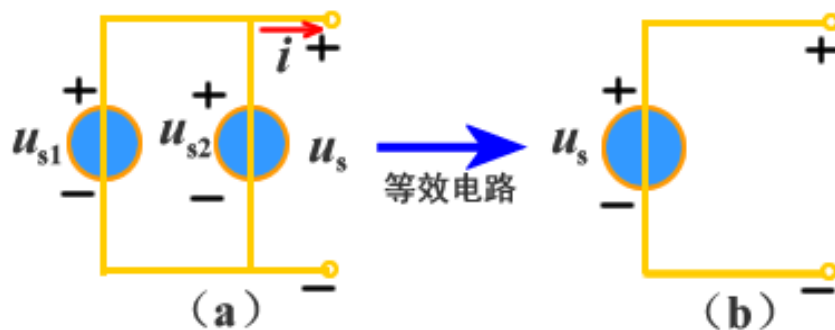
$$u_s = u_{s1} + u_{s2} + \cdots + u_{sn} = \sum_{k=1}^n u_{sk}$$

注意：式中  $u_{sk}$  的参考方向与  $u_s$  的参考方向一致时， $u_{sk}$  在式中取“+”号，不一致时取“-”号。



## § 2-4 电压源、电流源的串联和并联

### 2、并联



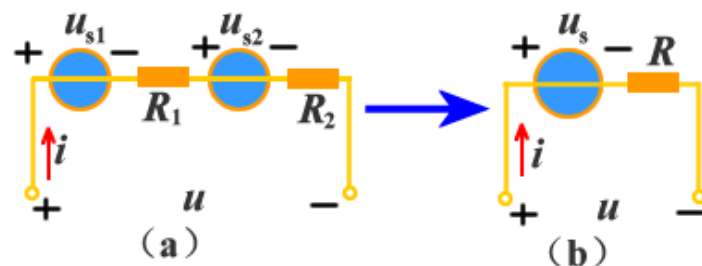
$$u_s = u_{s1} = u_{s2}$$

只有电压相等且极性一致的电压源才能并联, 此时并联电压源的对外特性与单个电压源一样

## § 2-4 电压源、电流源的串联和并联

### 二、电压源与支路的串、并联等效

#### 1、串联



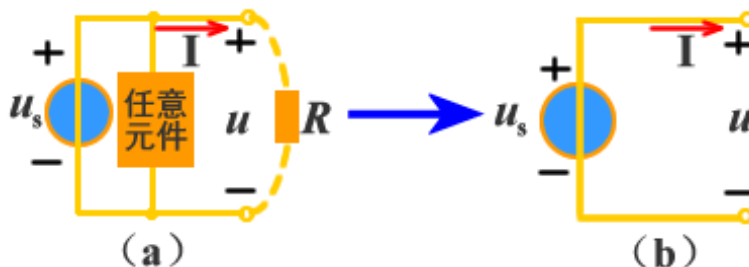
$$u = u_{s1} + R_1 i + u_{s2} + R_2 i = (u_{s1} + u_{s2}) + (R_1 + R_2) i = u_s + R i$$

$$u_s = (u_{s1} + u_{s2})$$

$$R = (R_1 + R_2)$$

## § 2—4 电压源、电流源的串联和并联

### 2、并联

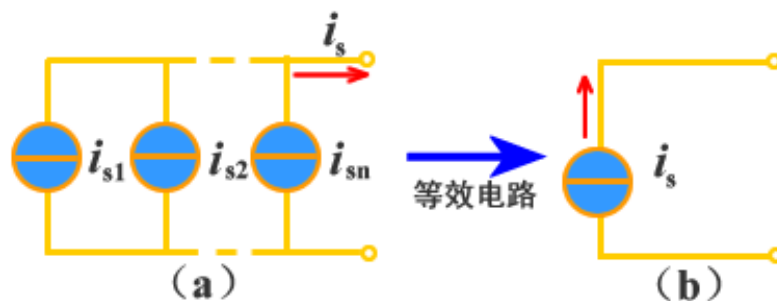


电压源和任意元件并联就等效为电压源。即与电压源并联的器件在涉及电压的电路分析中不予考虑。

## § 2-4 电压源、电流源的串联和并联

### 三、理想电流源的串联和并联

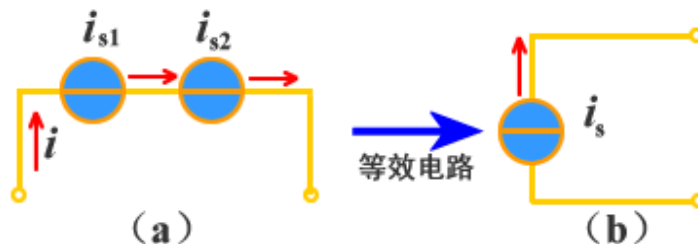
#### 1、并联



$$i_s = i_{s1} + i_{s2} + \cdots + i_{sn} = \sum_{k=1}^n i_{sk}$$

## § 2—4 电压源、电流源的串联和并联

### 2、串联



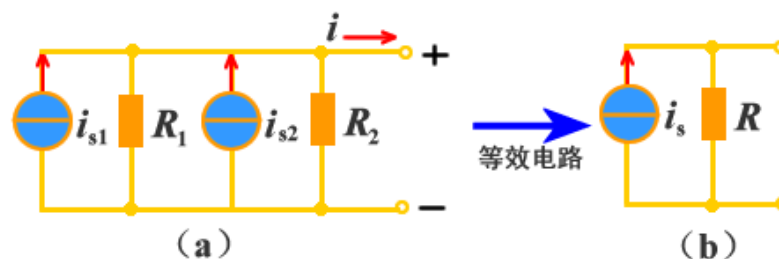
$$i_s = i_{s1} = i_{s2}$$

只有电流相等且输出电流方向一致的电流源才能串联，此时串联电流源的对外特性与单个电流源一样

## § 2-4 电压源、电流源的串联和并联

### 四、电流源与支路的串、并联等效

#### 1、并联

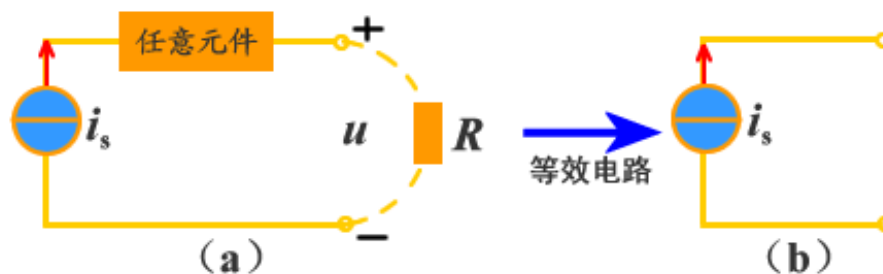


$$i = i_{s1} + u/R_1 + i_{s2} + u/R_2 = i_{s1} + i_{s2} + (1/R_1 + 1/R_2)u = i_s + u/R$$

$$i_s = (i_{s1} + i_{s2}) \quad \frac{1}{R} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

## § 2—4 电压源、电流源的串联和并联

### 2、串联

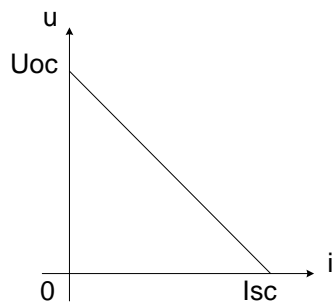
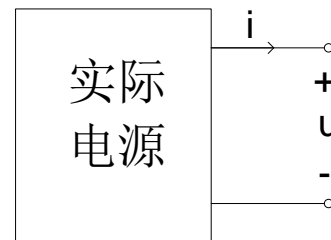
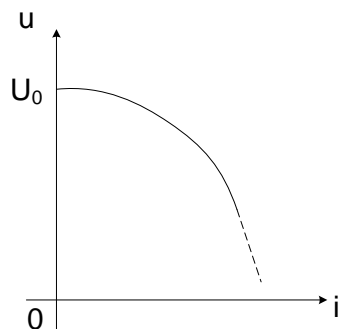


$$u = u_s \quad I = u/R$$

电流源和任意元件串联就等效为电流源。即与电流源串联的器件在涉及电流的电路分析中不予考虑。

## § 2—5 实际电源的两种模型及其等效变换

### 一、实际电源的伏安特性

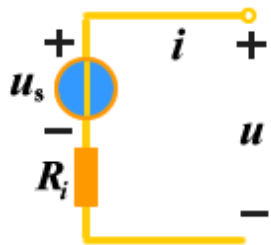


**$I_{sc}$** ——短路电流  
 **$U_{oc}$** ——开路电压



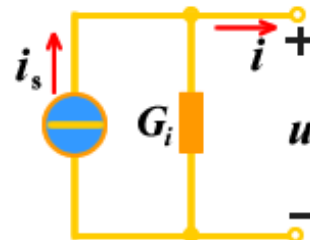
## § 2-5 实际电源的两种模型及其等效变换

### 二、电源的两种模型



实际电压源

$$u = u_s - R_i i$$

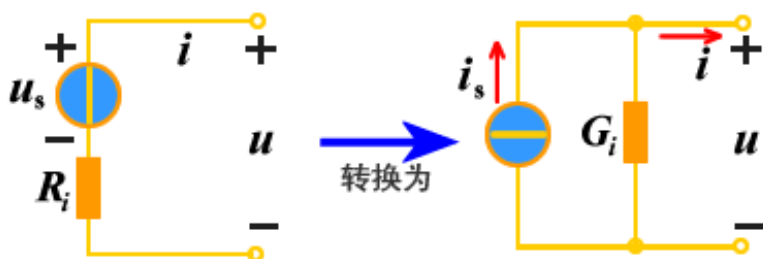


实际电流源

$$i = i_s - G_i u$$

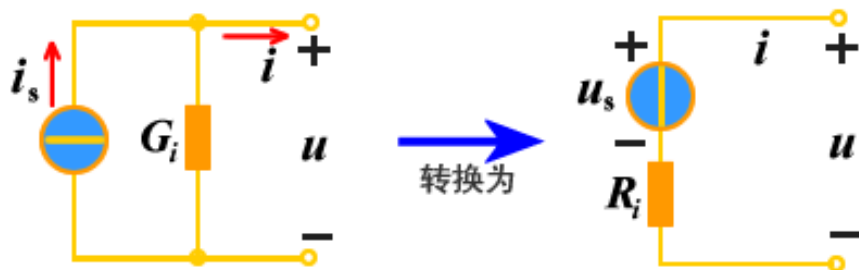
## § 2-5 实际电源的两种模型及其等效变换

### 三、实际电压源与实际电流源的等效变换



$$i_s = u_s / R_i$$

$$G_i = 1 / R_i$$



$$u_s = i_s / G_i$$

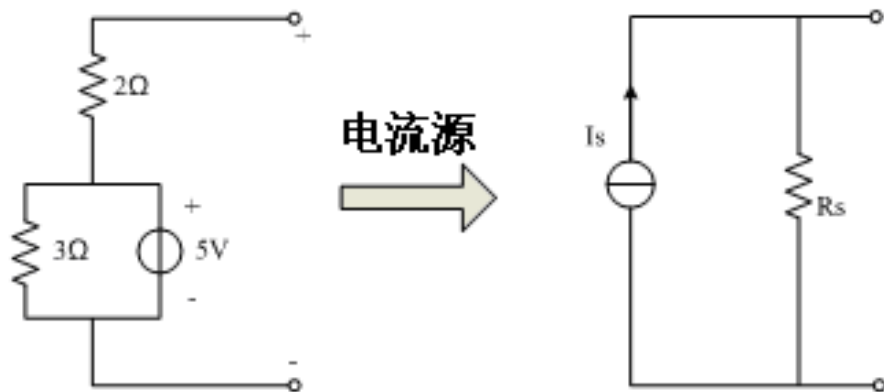
$$R_i = 1 / G_i$$

即 $i_s$ 的参考方向由 $u_s$ 的负极指向正极。

## § 2-5 实际电源的两种模型及其等效变换

### 四、示例练习

1、

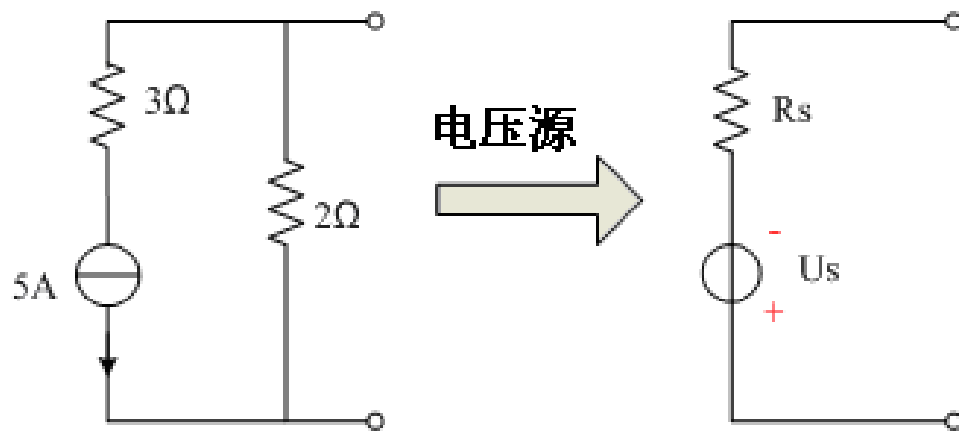


$$I_S = 2.5A$$

$$R_S = 2\Omega$$

## § 2-5 实际电源的两种模型及其等效变换

2、

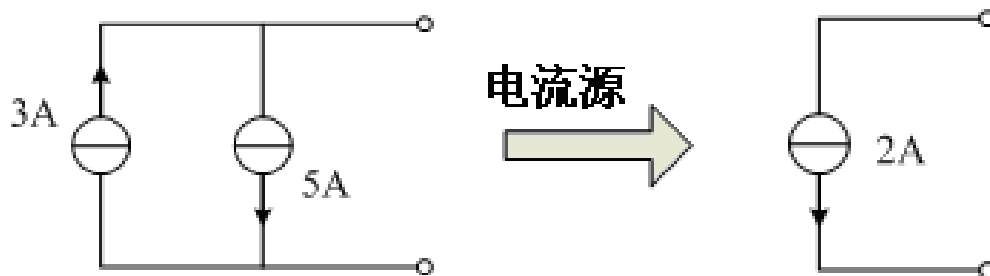


$$U_s = 10V$$

$$R_s = 2\Omega$$

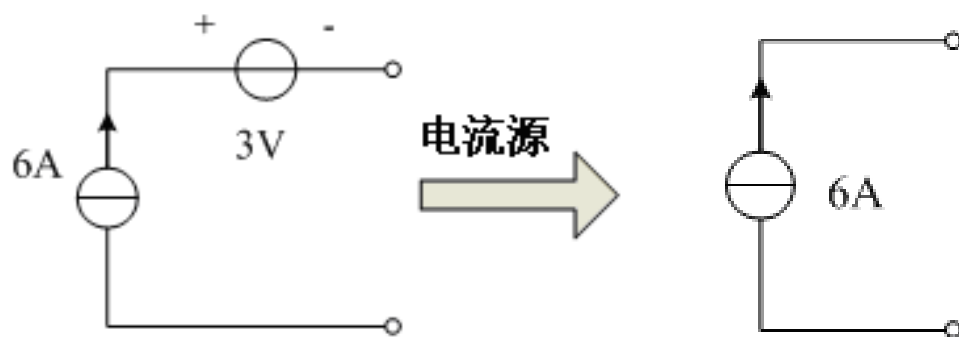
## § 2-5 实际电源的两种模型及其等效变换

3、



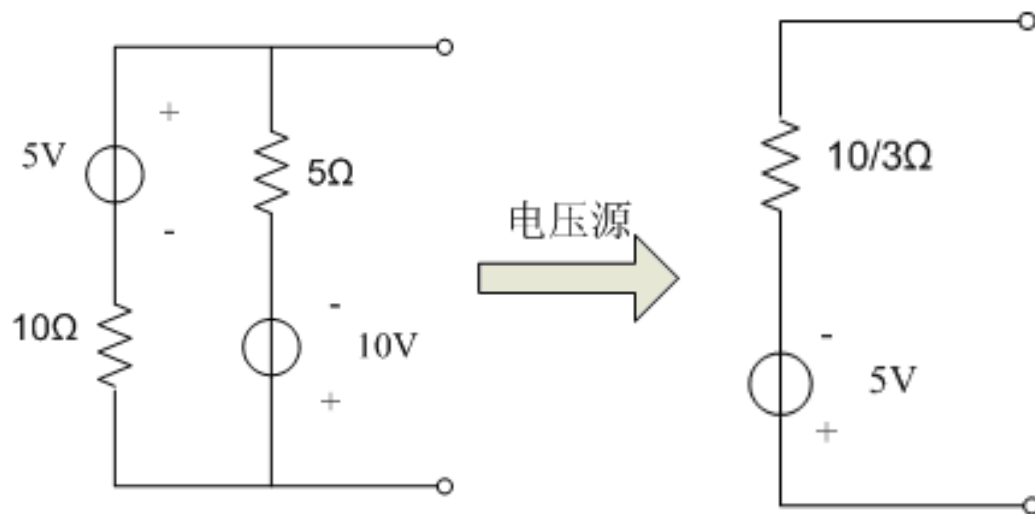
## § 2-5 实际电源的两种模型及其等效变换

4、



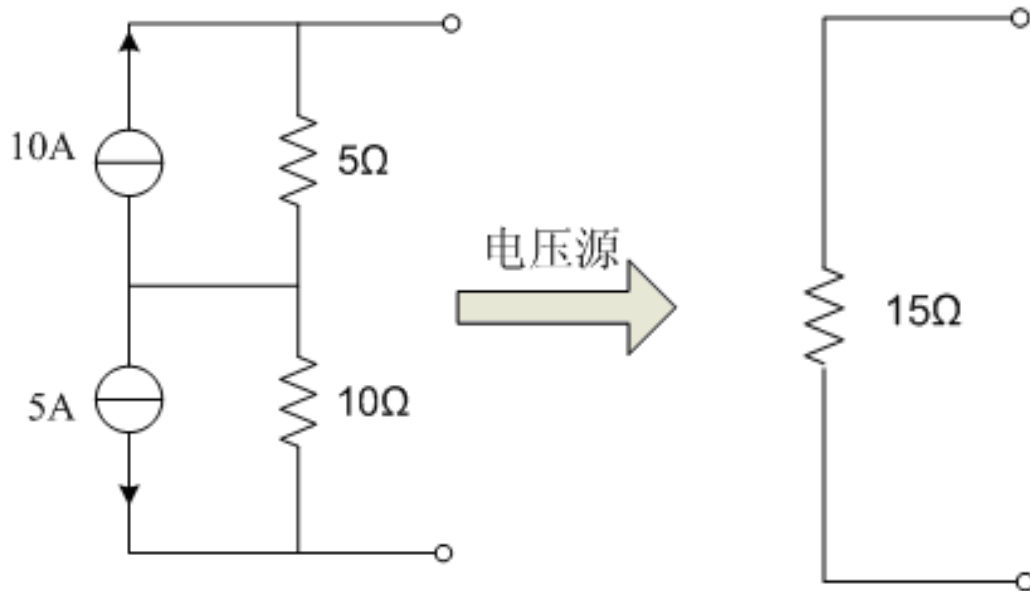
## § 2-5 实际电源的两种模型及其等效变换

5、



## § 2-5 实际电源的两种模型及其等效变换

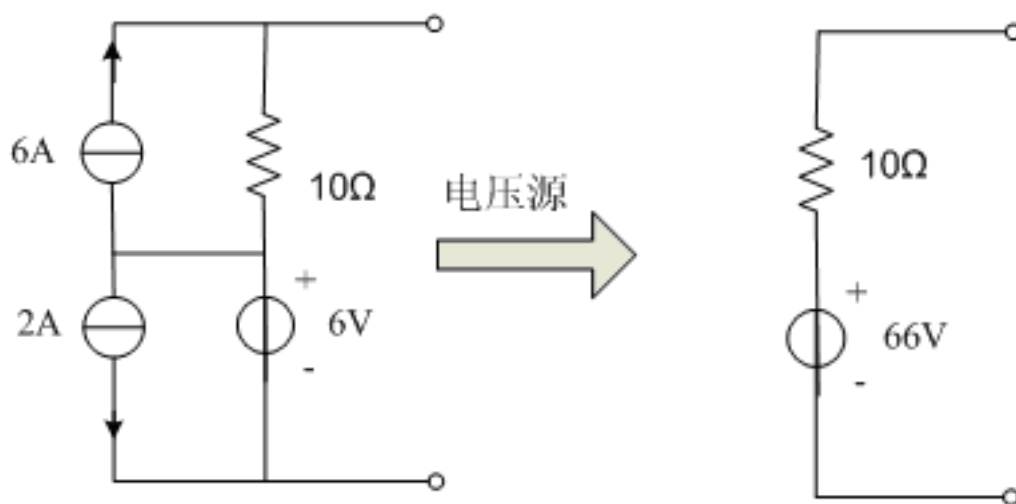
6、





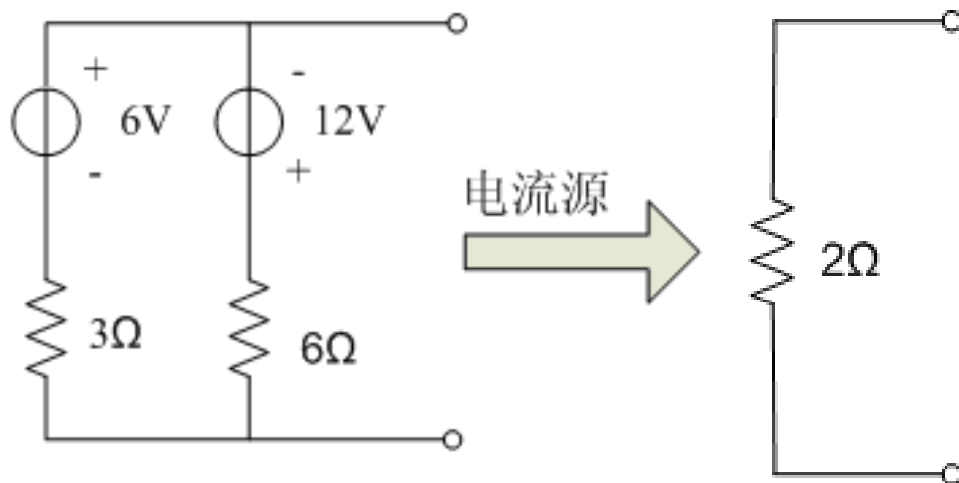
## § 2-5 实际电源的两种模型及其等效变换

7、



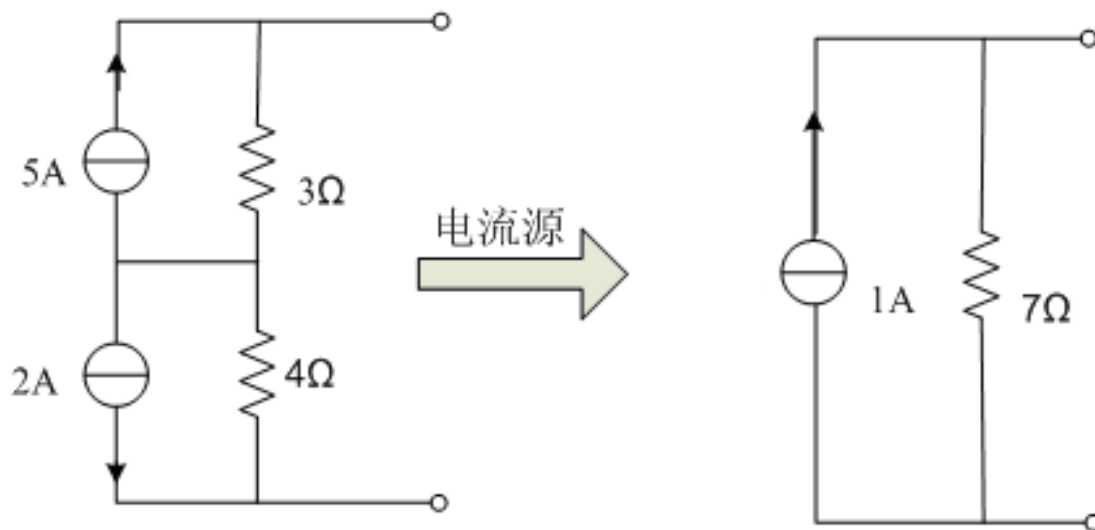
## § 2-5 实际电源的两种模型及其等效变换

8、



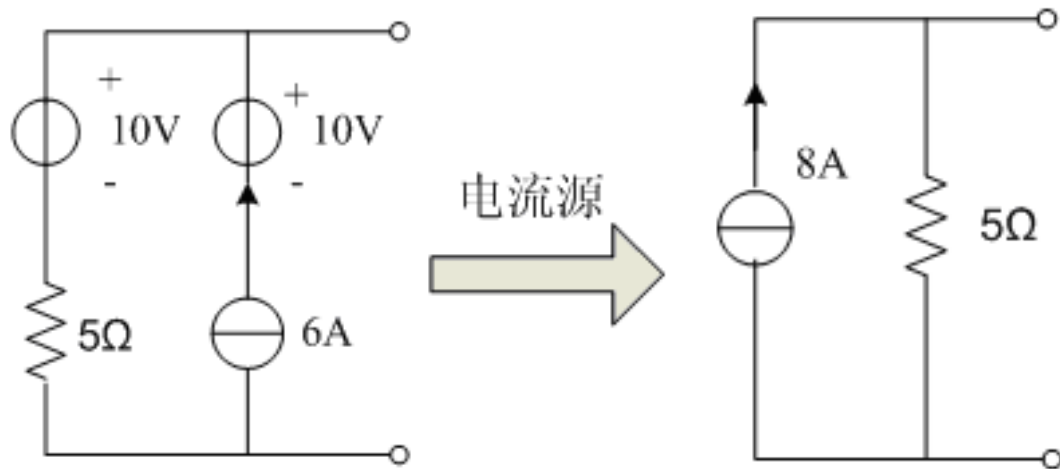
## § 2-5 实际电源的两种模型及其等效变换

9、



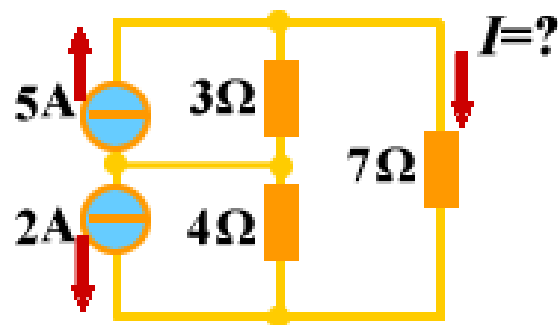
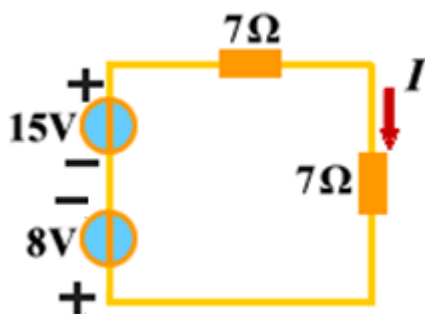
## § 2-5 实际电源的两种模型及其等效变换

10、



## § 2-5 实际电源的两种模型及其等效变换

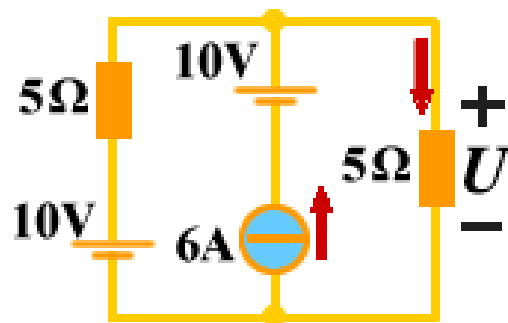
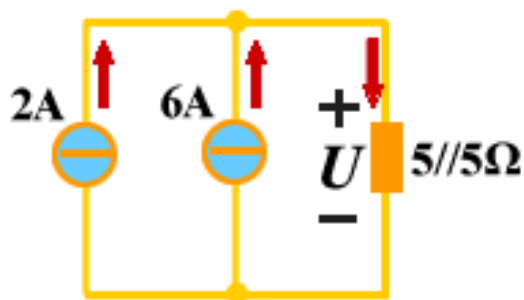
例2、利用电源等效互换简化电路计算图示电路中的电流I。



$$I = \frac{15-8}{14} = 0.5 A$$

## § 2-5 实际电源的两种模型及其等效变换

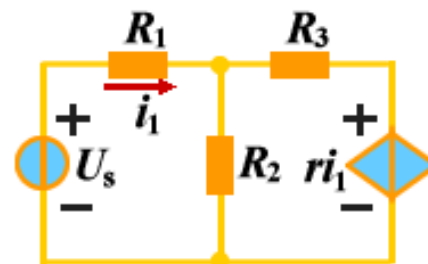
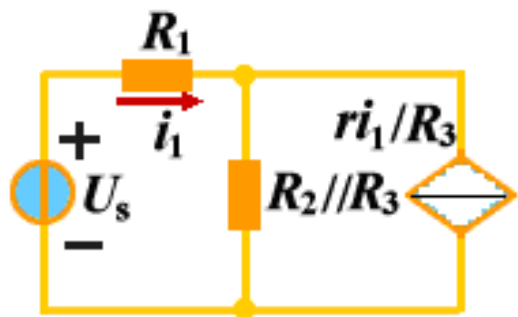
例3、利用电源等效互换计算图示电路中的电压U。



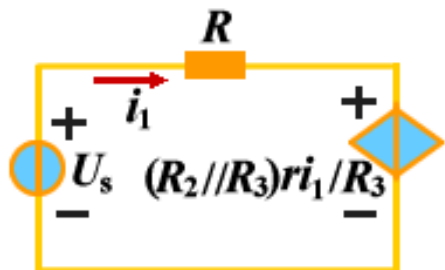
$$U = (2 + 6) \times (5 // 5) = 20V$$

## § 2-5 实际电源的两种模型及其等效变换

例4、求图示电路中的电流 $i_1$



$$R = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$$

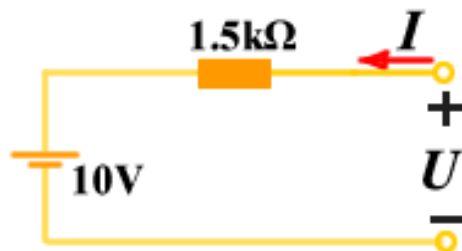
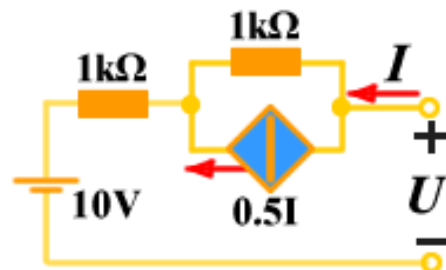
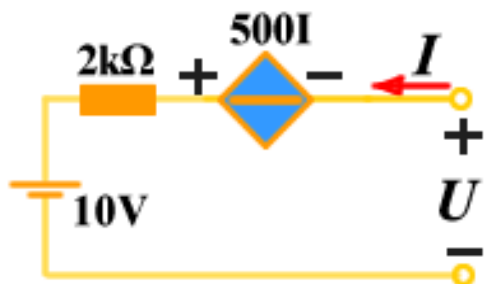


$$Ri_1 + (R_2 // R_3)ri_1 / R_3 = U_s$$

$$i_1 = \frac{U_s}{R + (R_2 // R_3)r / R_3}$$

## § 2-5 实际电源的两种模型及其等效变换

例5、把图示电路转换成一个电压源和一个电阻的串连。



$$U = -500I + 2000I + 10 = 1500I + 10$$

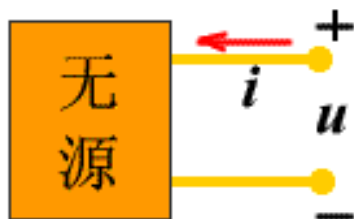


## § 2—6

## 输入电阻

### 一、定义

对于一个不含独立源的一端口电路，不论内部如何复杂，其端口电压和端口电流成正比，定义这个比值为一端口电路的输入电阻（如图示）。这个输入电阻用  $\mathbf{R}_{in}$  表示。



$$R_{in} = \frac{u}{i}$$

## § 2—6

## 输入电阻

---

### 二、计算方法

(1) 如果一个端口内部仅含电阻，则应用电阻的串、并联和  $\Delta$ —Y 变换等方法求它的等效电阻，输入电阻等于等效电阻；

(2) 对含有受控源和电阻的两端电路，应用在端口加电源的方法求输入电阻：加电压源，求得电流；或加电流源，求电压，然后计算电压和电流的比值得输入电阻，这种计算方法称为电压、电流法。

## § 2—6

## 输入电阻

例1、计算图示含有受控源的一端口电路的输入电阻。



$$u_1 = 15i_1 \quad i_2 = 0.1u_1 = 1.5i_1$$

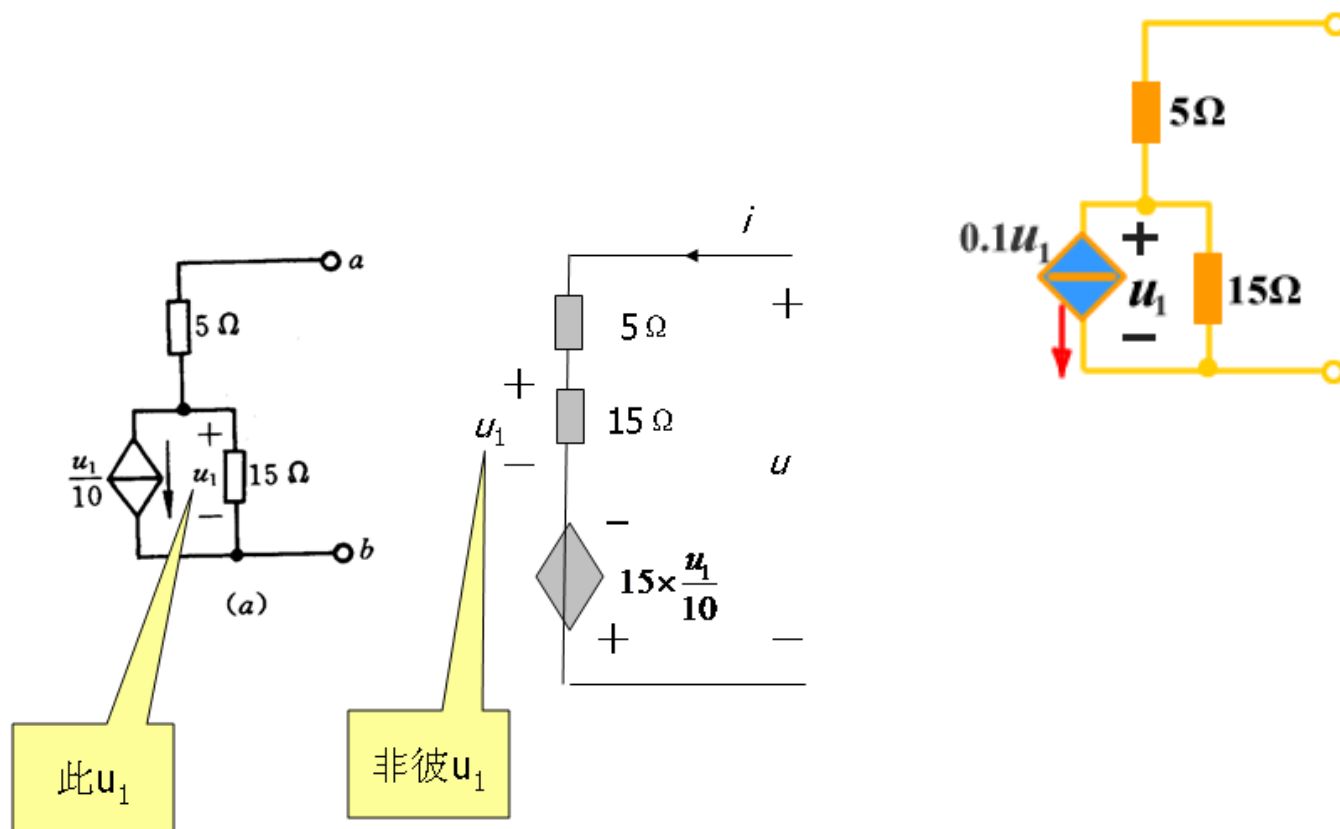
$$i = i_1 + i_2 = 2.5i_1$$

$$u = 5i + u_1 = 5 \times 2.5i_1 + 15i_1 = 27.5i_1$$

$$R_{in} = u/i = 27.5i_1 / 2.5i_1 = 11\Omega$$

## § 2—6

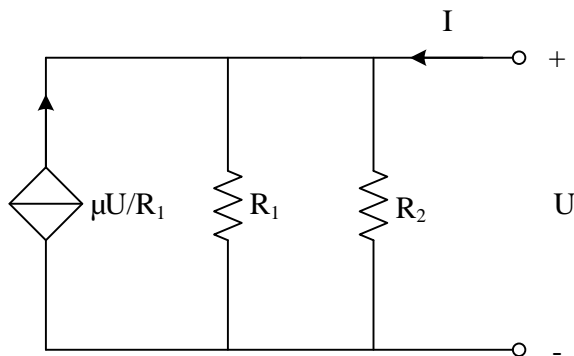
## 输入电阻



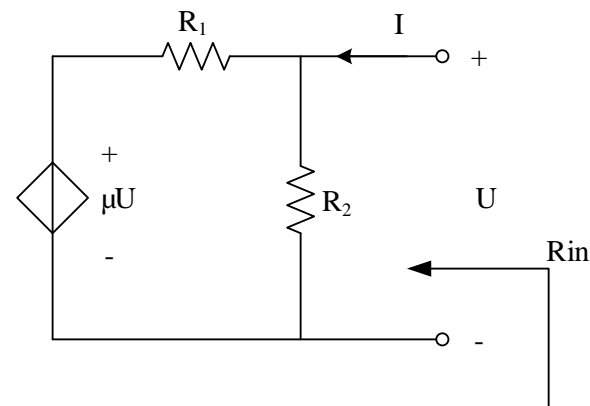
## § 2-6

## 输入电阻

例2、计算图示电路的输入电阻

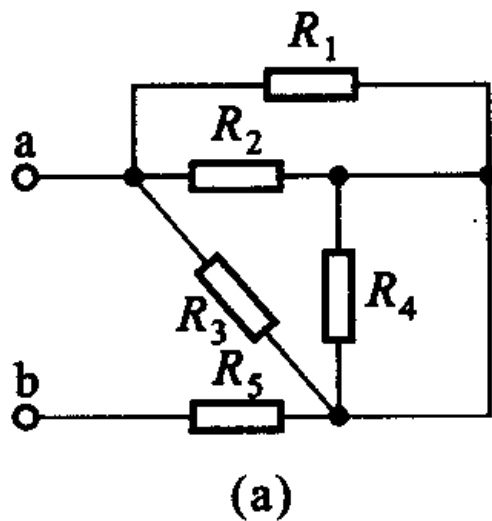


$$\begin{aligned}
 I &= \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} - \frac{\mu U}{R_1} \\
 &= \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} - \frac{\mu}{R_1} \right) \cdot U \\
 &= \left( \frac{1-\mu}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \cdot U
 \end{aligned}$$



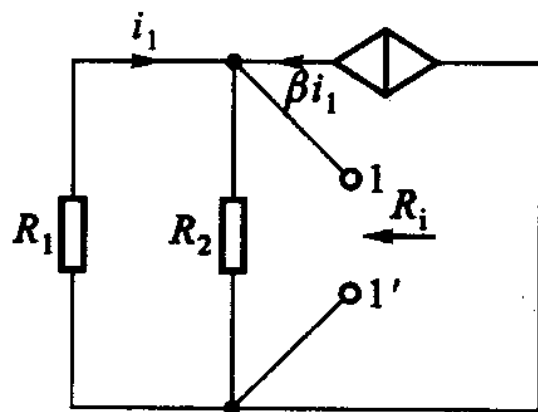
$$\begin{aligned}
 R_{in} &= \frac{U}{I} \\
 &= \frac{1}{\frac{1-\mu}{R_1} + \frac{1}{R_2}} \\
 &= \frac{1}{(1-\mu)G_1 + G_2}
 \end{aligned}$$

**2-4** 求题 2-4 图所示各电路的等效电阻  $R_{ab}$ , 其中  $R_1 = R_2 = 1\ \Omega$ ,  $R_3 = R_4 = 2\ \Omega$ ,  $R_5 = 4\ \Omega$ ,  $G_1 = G_2 = 1\ \text{S}$ ,  $R = 2\ \Omega$ 。

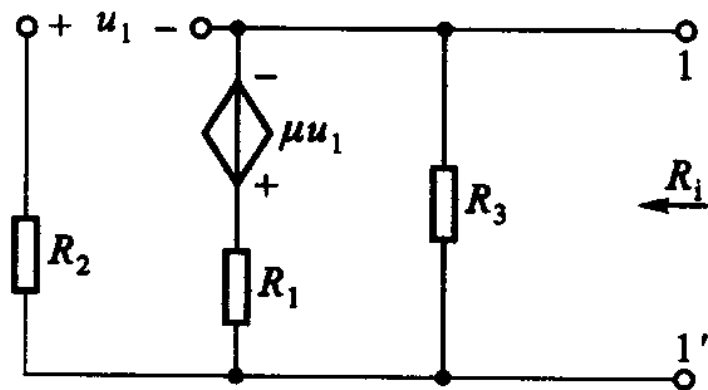


2-15

试求题 2-15 图(a)、(b)的输入电阻  $R_i$ 。



(a)



(b)

题 2-15 图