第九章 电路的谐振

谐振是正弦电路在特定条件下所产生的一种特殊物理现象，谐振现象在无线电和电工技术中得到广泛应用，对电路中谐振现象的研究有重要的实际意义。

- 谐振的一般概念
- RLC串联电路的谐振
- RLC串联电路的频率特性
- 串联谐振的应用
- RLC并联谐振
- 并联谐振的应用
- 电路谐振时的一般特性小结
- 谐振滤波器

谐振的一般概念：

1. 定义：

含有 R、L、C 及受控源的一端口电路，外施正弦激励，在特定条件下出现端口电压、电流同相位的现象时，称电路发生了谐振(resonance) 。因此谐振电路的端口电压、电流满足：

$$\frac{\dot{U}}{\dot{I}} = Z = R \qquad (9.0\text{-}1)$$

2. 谐振的条件：

根据谐振的定义可得谐振条件。

由于一端口正弦稳态电路的输入阻抗或导纳可表示为

$$Z(j\omega)=\frac{\dot{U}}{\dot{I}}=R(\omega)+jX(\omega)=|Z(\omega)|\angle\varphi_Z(\omega)$$
$$Y(j\omega)=\frac{\dot{I}}{\dot{U}}=G(\omega)+jB(\omega)=|Y(\omega)|\angle\varphi_Y(\omega) \qquad (9.0\text{-}2)$$

其中R、X、G、B或|Z|、 Φ $_{Y}$、|Y|、 Φ $_{Y}$均是频率的函数。因此电路谐振条件为

$$X(\omega_0)=0 \quad \text{or} \quad \varphi_Z(\omega_0)=0$$
$$B(\omega_0)=0 \quad \text{or} \quad \varphi_Y(\omega_0)=0 \qquad (9.0\text{-}3)$$

式中ω $_{0}$称为谐振频率。

9.1 RLC串联电路的谐振

一、串联谐振–谐振时的电路分析

在R、L、C串联电路中或电路中某一条含L和C串联的支路中发生的谐振，称为**串联谐振**。

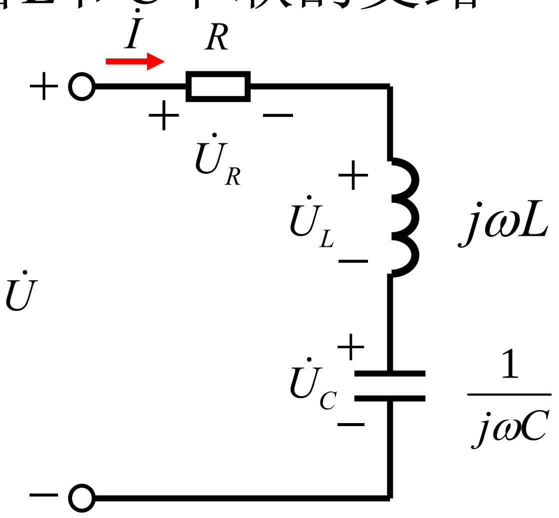


图9.1-1 RLC串联电路或支路

1. 串联谐振的条件（谐振频率）

电路的输入阻抗为：

$$Z = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C}) = R + j(X_L - X_C) = R + jX$$

根据谐振定义，当 $X_L - X_C = X = 0$ 时电路发生谐振，

由此得R、L、C 串联电路的谐振条件是

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} \qquad \text{(感抗与容抗相等)}$$

电路分析：

$$Z = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C}) = R + j(X_L - X_C) = R + jX$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{\dot{U}}{R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})}$$

$$\begin{cases} \omega L > \dfrac{1}{\omega C} & \text{电感性网络} \\ \omega L < \dfrac{1}{\omega C} & \text{电容性网络} \\ \omega L = \dfrac{1}{\omega C} & \text{电阻性网络 谐振} \end{cases}$$

$$\dot{U}_L = j\omega L \cdot \dot{I} = \frac{j\omega L \dot{U}}{R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})}$$

$$\dot{U}_C = \frac{1}{j\omega C} \cdot \dot{I} = \frac{1}{j\omega C} \cdot \frac{\dot{U}}{R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})}$$

谐振时：

$$\omega = \omega_0 \quad \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$$

$$Z_0 = R$$

$$\dot{I}_0 = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{\dot{U}}{R}$$

$$\dot{U}_L = j\omega_0 L \cdot \dot{I} = \frac{j\omega_0 L \dot{U}}{R} = jQ\dot{U}$$

$$\dot{U}_C = \frac{1}{j\omega_0 C} \cdot \dot{I} = \frac{1}{j\omega_0 C} \cdot \frac{\dot{U}}{R} = -jQ\dot{U}$$

于是谐振角频率为：

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad (9.1\text{-}1)$$

谐振频率为：

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \qquad (9.1\text{-}2)$$

上式说明R、L、C串联电路的谐振频率仅由电路的参数决定，因此谐振频率又称**固有频率**。

由谐振条件得串联电路实现谐振或避免谐振的方式为：

1) L、C 不变，改变 ω 达到谐振；2) 电源频率不变，改变 L 或 C (常改变 C) 达到谐振。

2. *R*、*L*、*C* 串联电路谐振时的特点

（1）最突出的特征是谐振时电压与电流同相，电路呈电阻性；

（2）谐振时入端阻抗$Z=R$，阻抗最小、电流最大。

图9.1-2为复平面上表示的|Z|随 ω 变化的图形，可以看出谐振时抗值 |Z| 最小，因此电路中的电流达到最大。

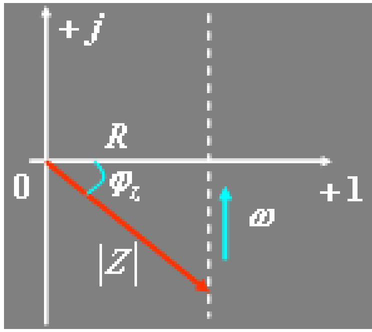


图9.1-2

谐振时电路的电流称为谐振电流，

$$\dot{I}_0 = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{\dot{U}}{R} \qquad (9.1\text{-}3)$$

谐振时的感抗和容抗称为特征阻抗，用 ρ 表示，

$$X_L = X_C = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \rho \qquad (9.1\text{-}4)$$

（3）谐振时电感电压和电容电压分别为：

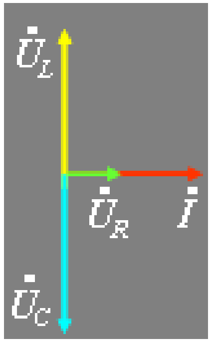


图 9.1-3

$$\dot{U}_L = j\omega_0 L\dot{I}_0 = j\omega_0 L\frac{\dot{U}}{R} = jQ\dot{U} \qquad (9.1\text{-}5)$$

$$\dot{U}_C = \frac{1}{j\omega_0 C}\dot{I}_0 = \frac{1}{j\omega_0 C}\frac{\dot{U}}{R} = -j\omega_0 L\frac{\dot{U}}{R} = -jQ\dot{U} \qquad (9.1\text{-}6)$$

上式表明*L*、*C*上的电压大小相等，相位相反，如图9.1-3所示，串联总电压

$$\dot{U}_L + \dot{U}_C = 0 \qquad (9.1\text{-}7)$$

<u>*LC* 相当于短路</u>，所以串联谐振也称电压谐振，此时电源电压全部加在电阻上，即

$$\dot{U}_R = \dot{U} \qquad (9.1\text{-}8)$$

（4）谐振时出现过电压现象

谐振时电感电压或电容电压与电源电压的比值称为串联电路的品质因数，用Q表示，

$$Q=\frac{U_{L0}}{U}=\frac{U_{C0}}{U}=\frac{\omega_0 L}{R}=\frac{1}{\omega_0 RC}=\frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}=\frac{\rho}{R} \qquad (9.1\text{-}9)$$

$$\left.\begin{aligned}\dot{U}_{L0}&=j\omega_0 L\dot{I}_0=j\frac{\omega_0 L}{R}\dot{U}=jQ\dot{U}\\ \dot{U}_{C0}&=\frac{1}{j\omega_0 C}\dot{I}_0=-j\frac{1}{\omega_0 RC}\dot{U}=-jQ\dot{U}\end{aligned}\right\} \qquad (9.1\text{-}10)$$

如果Q＞1，则有

$$U_L=U_C>U \qquad (9.1\text{-}11)$$

当$X_L=X_C>>R$时，品质因数$Q>>1$时，电感和电容两端出现大大高于电源电压U的高电压，称为过电压现象。

（5）谐振时的功率：谐振时，$\phi=0$，故功率因数 $\lambda=\cos\phi=1$。

1)有功功率为： $$P=UI\cos\varphi=UI \qquad (9.1\text{-}12)$$

即电源向电路输送电阻消耗的功率，电阻功率达最大。

2)无功功率为： $$Q=UI\sin\varphi=Q_L+Q_C=0 \qquad (9.1\text{-}13)$$

其中 $$Q_L=\omega_0 LI_0^2,\quad Q_C=-\frac{1}{\omega_0 C}I_0^2=-\omega_0 LI_0^2 \qquad (9.1\text{-}14)$$

即电源不向电路输送无功，电感中的无功与电容中的无功大小相等，互相补偿，彼此进行能量交换。如图9.1-4所示。

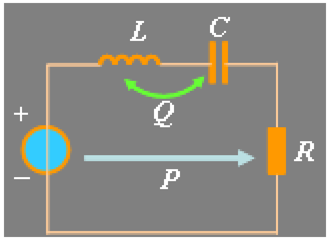


图9.1-4

6）谐振时的能量关系

设电源电压 $u(t)=\sqrt{2}U\cos(\omega_0 t+\varphi)$

则谐振时电流为 $i(t)=\dfrac{\sqrt{2}U}{R}\cos(\omega_0 t+\varphi)=\sqrt{2}I\cos(\omega_0 t+\varphi)$

电阻消耗的瞬时功率

$$p_R(t)=Ri^2=2RI^2\cos^2(\omega_0 t+\varphi)=RI^2\left[1+\cos(2\omega_0 t+2\varphi)\right] \tag{9.1-15}$$

电感储能

$$w_L(t)=\frac{1}{2}Li^2=LI^2\cos^2(\omega_0 t+\varphi)=\frac{1}{2}LI^2\left[1+\cos(2\omega_0 t+2\varphi)\right] \tag{9.1-16}$$

电容储能 $u_C=\dfrac{\sqrt{2}I}{\omega_0 C}\cos(\omega_0 t+\varphi-90^\circ)=\sqrt{\dfrac{L}{C}}\sqrt{2}I\sin(\omega_0 t+\varphi)$

$$w_C(t)=\frac{1}{2}Cu_C^2=LI^2\sin^2(\omega_0 t+\varphi)=\frac{1}{2}LI^2\left[1-\cos(2\omega_0 t+2\varphi)\right] \tag{9.1-17}$$

从式(9.1-15)－(9.1-17)得出结论：

1）电感和电容能量按正弦规律变化，且最大值相等，即

$$W_{Lm} = W_{Cm} = LI^2 \qquad (9.1\text{-}18)$$

L、*C*的电场能量和磁场能量作周期振荡性的能量交换，而不与电源进行能量交换。

2）电路储存的总能量是常量，不随时间变化，正好等于最大值，即

$$w_{total} = w_L + w_C = \frac{1}{2}LI_m^2 = \frac{1}{2}CU_{Cm}^2 = LI^2 \qquad (9.1\text{-}19)$$

电感、电容储能的总值与品质因数的关系为：

$$Q=\frac{\omega_0 L}{R}=\omega_0\cdot\frac{LI_0^2}{RI_0^2}=2\pi\cdot\frac{LI_0^2}{RI_0^2T_0}=2\pi\cdot\frac{\text{谐振时电路中电磁场的总储能}}{\text{谐振时一周期内电路消耗的能量}}$$

(9.1-20)

即品质因数 Q 是反映谐振回路中电磁振荡程度的量，品质因数越大，总的能量就越大，维持一定量的振荡所消耗的能量愈小，振荡程度就越剧烈。则振荡电路的“品质”愈好。一般应用于谐振状态的电路希望尽可能提高 Q 值。

二、RLC串联电路的频率响应—频率特性分析

（*RLC* 串联谐振电路的谐振曲线和选择性）

前面只讨论了"谐振点"的特性。物理量与频率关系的图形称谐振曲线，研究谐振曲线可以加深对谐振现象的认识。

1、阻抗的频率特性

串联阻抗 $Z = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C}) = |Z(\omega)| \angle \varphi(\omega)$ (9.1-21)

其中

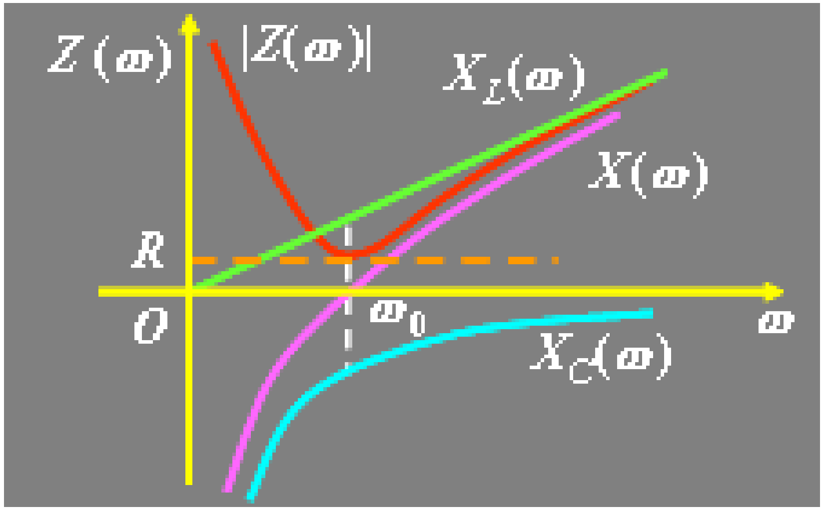
$$|Z(\omega)| = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} = \sqrt{R^2 + (X_L + X_C)^2} = \sqrt{R^2 + X^2}$$

（阻抗幅频特性）

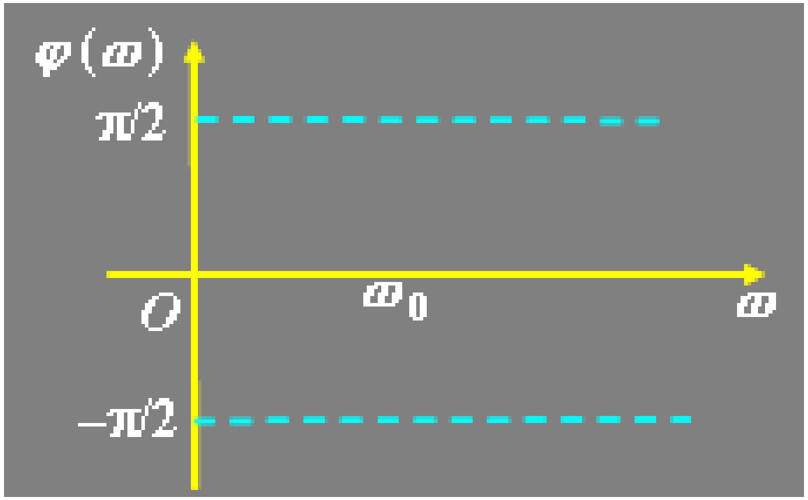
$$\varphi(\omega) = tg^{-1}\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} = tg^{-1}\frac{X_L + X_C}{R} = tg^{-1}\frac{X}{R}$$

（阻抗相频特性）

图9.1-5(a)给出了阻抗幅频特性曲线，(b)给出了阻抗相频特性曲线。



（a）



（b）

图9.1-5

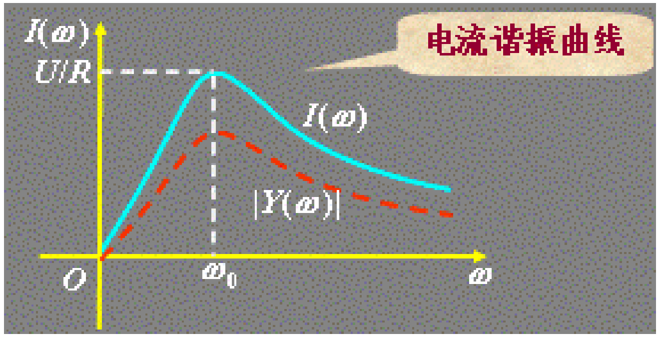


图9.1-6

2、电流频率特性 – 谐振曲线

电流幅值与频率的关系为：

$$I(\omega)=\frac{U}{\sqrt{R^2+(\omega L-\frac{1}{\omega C})^2}}=|Y(\omega)|U \qquad (9.1\text{-}22)$$

得电流谐振曲线如图9.1-6所示。

从电流谐振曲线看出谐振时电流达到最大，当 ω 偏离 ω_0 时，电流从最大值U/R下降，即：串联谐振电路对不同频率的信号有不同的响应，对谐振信号最突出(表现为电流最大)，而对远离谐振频率的信号加以抑制(电流小)。这种对不同输入信号的选择能力称为“选择性”。

为了不同谐振回路之间进行比较，把电流谐振曲线的横、纵坐标分别除以 ω_0和$I(\omega_0)$，即

$$\omega \to \frac{\omega}{\omega_0} = \eta, \quad I(\omega) \to \frac{I(\omega)}{I(\omega_0)} = \frac{I(\eta)}{I_0} \qquad (9.1\text{-}23)$$

得

$$\frac{I(\omega)}{I(\omega_0)} = \frac{U/|Z|}{U/R} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{\omega L}{R} - \frac{1}{\omega RC})^2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{\omega_0 L}{R}\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{1}{\omega_0 RC}\frac{\omega_0}{\omega})^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (Q\frac{\omega}{\omega_0} - Q\frac{\omega_0}{\omega})^2}}$$

所以

$$\frac{I(\eta)}{I_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2(\eta - \frac{1}{\eta})^2}} \qquad (9.1\text{-}24)$$

上式得通用谐振曲线如图9.1-7所示。显然*Q* 越大，谐振曲线越尖。当稍微偏离谐振点时，曲线就急剧下降，电路对非谐振频率下的电流具有较强的抑制能力，所以选择性好。因此，<u>*Q*是反映谐振电路性能的一个重要指标</u>。

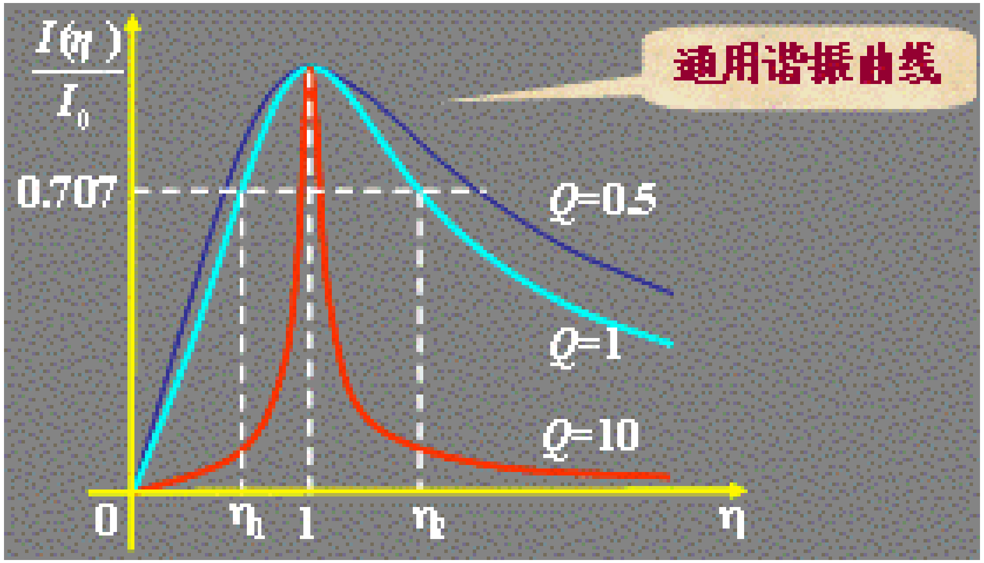


图9.1-7

根据声学研究，如信号功率不低于原有最大值一半，人的听觉辨别不出。

在通用谐振曲线$I/I_0 = 1/\sqrt{2} = 0.707$ 处作一水平线，与每一谐振曲线交于两点，对应横坐标分别为 η_1、η_2，称半功率点，有

$$\eta_1 = \frac{\omega_1}{\omega_0}, \quad \eta_2 = \frac{\omega_2}{\omega_0}, \quad \omega_2 > \omega_1 \qquad (9.1\text{-}25)$$

把 $\omega_2 - \omega_1$ 称为通频带，通频带规定了谐振电路允许通过信号的频率范围。是比较和设计谐振电路的指标。可以证明 Q 与通频带的关系为：

$$Q = \frac{1}{\eta_2 - \eta_1} = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1} \qquad (9.1\text{-}26)$$

3、$U_L(\omega)$与$U_C(\omega)$的频率特性

因为

$$U_L(\omega)=\omega LI=\omega L\cdot\frac{U}{|Z|}=\frac{\omega LU}{\sqrt{R^2+(\omega L-\frac{1}{\omega C})^2}}=\frac{QU}{\sqrt{\frac{1}{\eta^2}+Q^2(1-\frac{1}{\eta^2})^2}} \quad (9.1\text{-}27)$$

$$U_C(\omega)=\frac{I}{\omega C}=\frac{U}{\omega C\sqrt{R^2+(\omega L-\frac{1}{\omega C})^2}}=\frac{QU}{\sqrt{\eta^2+Q^2(\eta^2-1)^2}} \quad (9.1\text{-}28)$$

它们的曲线如图9.1-8所示。

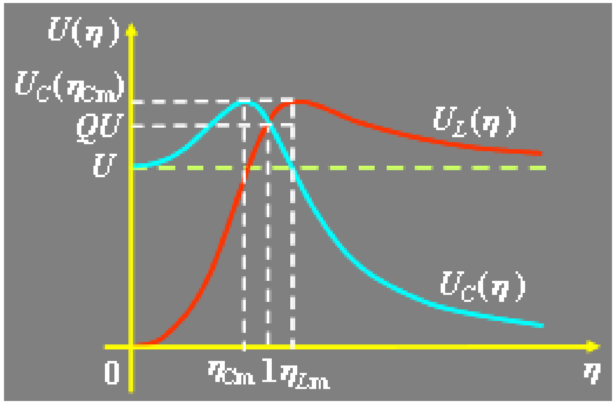


图9.1-8

可以证明当 $Q > 1/\sqrt{2}$ 时，$U_L(\omega)$与$U_C(\omega)$获最大值，峰值的频率为：

$$\omega_{Cm} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}} < \omega_0 \qquad (9.1\text{-}29)$$

$$\omega_{Lm} = \omega_0 \sqrt{\frac{2Q^2}{2Q^2 - 1}} > \omega_0 \qquad (9.1\text{-}30)$$

峰值为

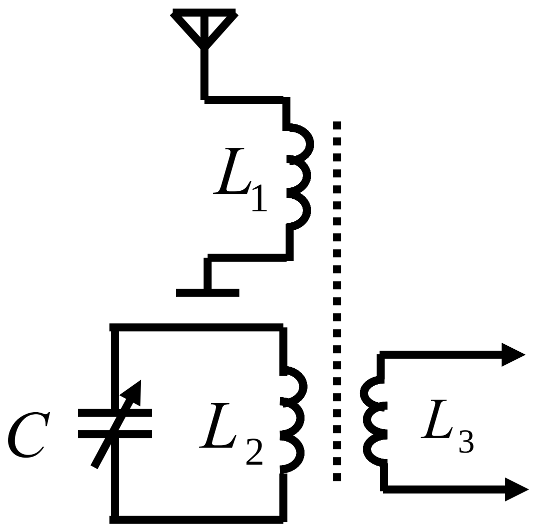
$$U_C(\omega_{Cm}) = U_C(\omega_{Lm}) = \frac{QU}{\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}} > QU \qquad (9.1\text{-}31)$$

Q 越高，峰值频率越靠近谐振频率。

返回

三. 串联谐振应用举例

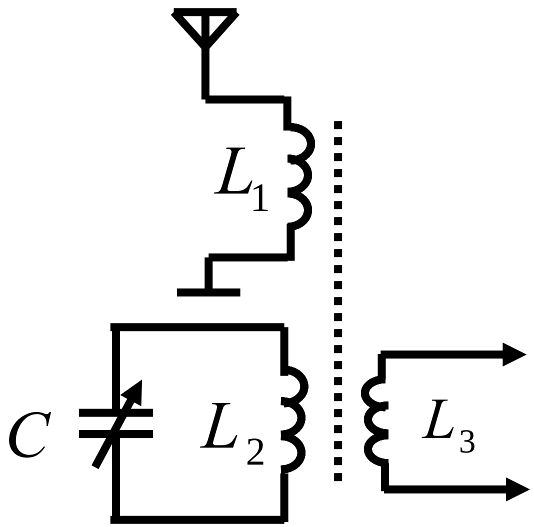
收音机接收电路

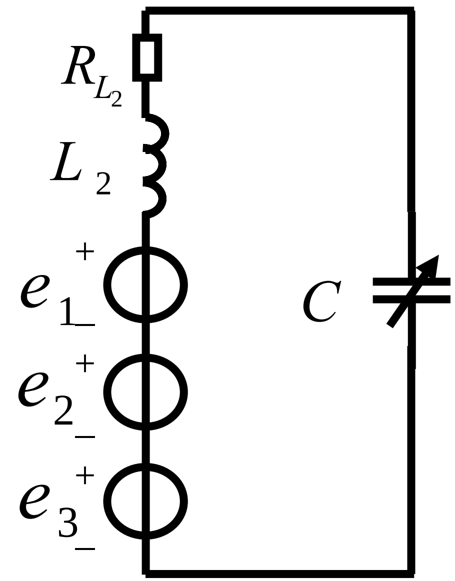


L_1： 接收天线

L_2与C：组成谐振电路

L_3： 将选择的信号送接收电路

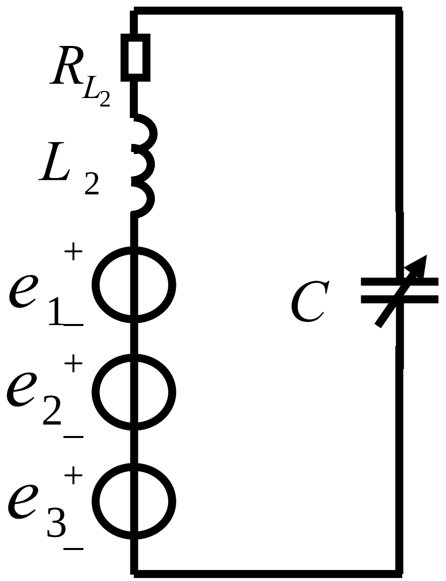




e_1、e_2、e_3 为来自**3**个不同电台（不同频率）的电动势信号；

L_2C 组成谐振电路，选出所需的电台。

问题1： 如果要收听 e_1 节目，**C** 应配多大？



已知：$L_2 = 250\mu\text{H}$、 $R_{L_2} = 20\Omega$

$f_1 = 820 \ \text{kHz}$

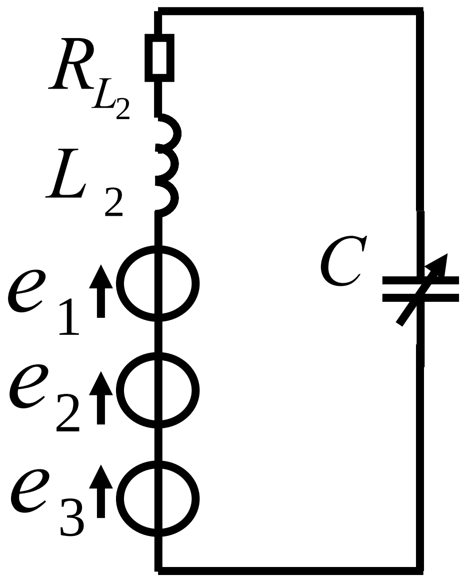
解：

$$f_1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_2 C}}$$

$$C = \frac{1}{(2\pi f)^2 L_2}$$

$$\boxed{C = \frac{1}{\left(2\pi \times 820 \times 10^3\right)^2 \cdot 250 \times 10^{-6}} = 150\,\text{pF}}$$

结论： 当 ***C*** 调到 **150 *pF*** 时，可收听到 e_1 的节目。



问题2：e_1信号在电路中产生的电流 有多大？在 C 上 产生的电压是多少？

已知：$E_1 = 10\,\mu\text{V}$　$L_2 = 250\,\mu\text{H}$

$R_{L_2} = 20\Omega$　$C_1 = 150\,p\text{F}$

解答：$f_1 = 820\ \text{kHz}$

$$X_L = X_C = \omega L = 2\pi f_1 = 1290\Omega$$

$$\boxed{I = E_1 / R_2 = 0.5\,\mu\text{A}}$$

$$\boxed{U_{C1} = IX_C = 645\,\mu\text{V}}$$

所希望的信号被放大了64.5倍。

9.2 RLC并联谐振

一、RLC并联谐振谐振–谐振频率和特点

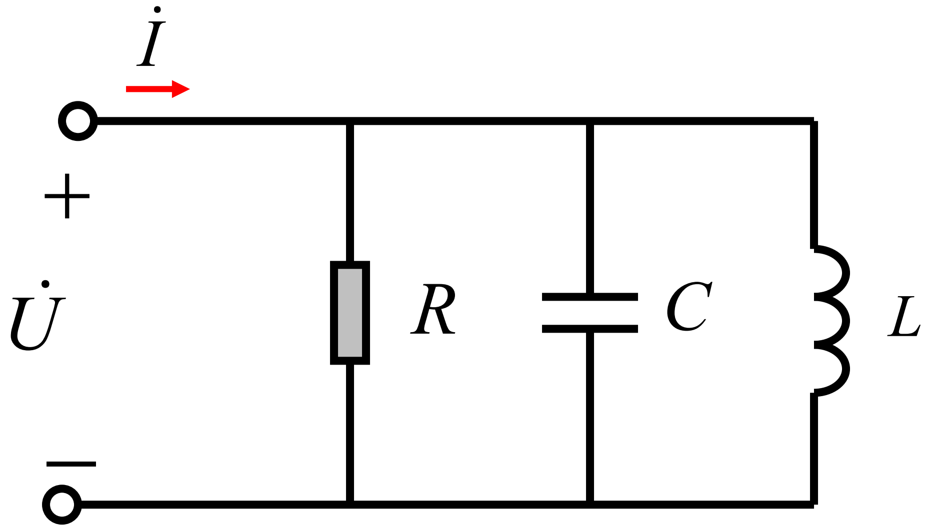


图9.2-1

　　在**R**、***C***、***L*** 并联电路或含**C**、**L**并联的支路中发生的谐振称并联谐振。并联电路的入端导纳为：

$$Y = G + j(\omega C - \frac{1}{\omega L}) \qquad (9.2\text{-}1)$$

谐振时应满足

$$\omega_0 C = \frac{1}{\omega_0 L} \qquad \text{(感抗与容抗相等)}$$

谐振角频率

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad (9.2\text{-}2)$$

采取与串联谐振电路同样的分析方法得并联谐振电路的特点为：

（1）谐振时电路端口电压和端口电流同相位；

（2）谐振时入端导纳$Y=G$为纯电导，导纳$|Y|$最小，如图9.1-2所示，因此电路中的电压达到最大。如图9.2-3所示。

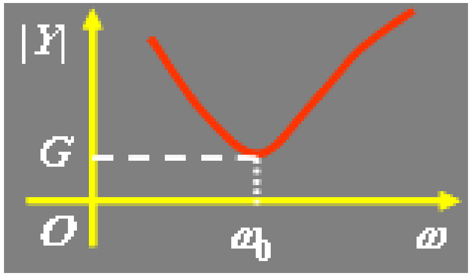


图9.2-2

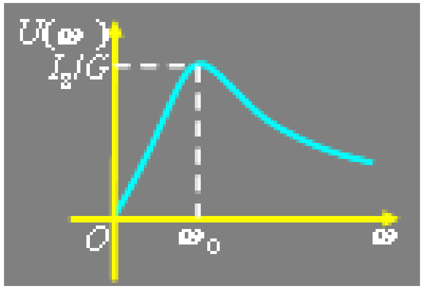


图9.2-3

(3) 谐振时电感电流和电容电流分别为：

$$\dot{I}_L = -j\frac{\dot{U}}{\omega_0 L} = -j\frac{R\dot{I}_S}{\omega_0 L} = -jQ\dot{I} \qquad (9.2\text{-}3)$$

$$\dot{I}_C = j\omega_0 C\dot{U} = j\omega_0 CR\dot{I}_S = jQ\dot{I} \qquad (9.2\text{-}4)$$

上二式表明 *L*、*C* 上的电流大小相等，相位相反，如图9.2-4所示，并联总电流，

$$\dot{I}_L + \dot{I}_C = 0 \qquad (9.2\text{-}5)$$

LC 相当于开路，所以并联谐振也称电流谐振，此时电源电流全部通过电导，即

$$\dot{I}_R = \dot{I} \qquad (9.2\text{-}6)$$

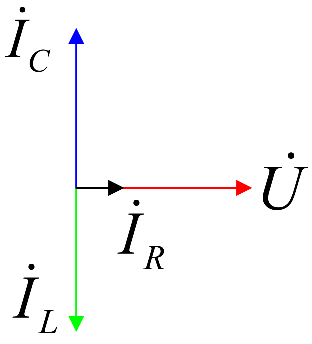


图9.2-4

(4) 谐振时出现过电流现象

电感电流和电容电流表示式中的Q称为并联电路的品质因数，有

$$Q=\omega_0 RC=\frac{R}{\omega_0 L}=R\sqrt{\frac{C}{L}} \qquad (9.2\text{-}7)$$

如果 $Q>1$，则有 $I_L=I_C>I$；当 $Q>>1$ 时，电感和电容中出现大大高于电源电流的大电流，称为过电流现象。

(5) 谐振时的功率

有功功率为： $P = UI = U^2 / R = I^2 R$ (9.2-8)

即电源向电路输送电阻消耗的功率，电阻功率达最大。

无功功率为： $Q = UI\sin\varphi = Q_L + Q_C = 0$ (9.2-9)

$$|Q_L| = |Q_C| = \omega_0 C U^2 = \frac{U^2}{\omega_0 L} \tag{9.2-10}$$

即电源不向电路输送无功，电感中的无功与电容中的无功大小相等，互相补偿，彼此进行能量交换。两种能量的总合为常量：

$$w_C + w_L = LQ^2 I^2 \tag{9.2-11}$$

二、电感线圈与电容器的并联谐振

实际的电感线圈总是存在电阻，因此当电感线圈与电容器并联时，电路如图9.2-5所示。

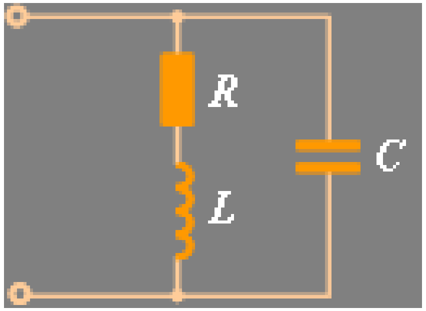


图9.2-5

（1）谐振条件

电路的入端导纳为：

$$Y = j\omega C + \frac{1}{R + j\omega L} = \frac{R}{R^2 + (\omega L)^2} + j(\omega C - \frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2}) = G + jB \tag{9.2-12}$$

谐振时 *B* =0，即 $\omega_0 C - \frac{\omega_0 L}{R^2 + (\omega_0 L)^2} = 0$

谐振角频率 $$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - (\frac{R}{L})^2} \tag{9.2-13}$$

上式说明该电路发生谐振是有条件的，在电路参数一定时，必须满足

$$\frac{1}{LC}-(\frac{R}{L})^2>0 \quad 即 \quad R<\sqrt{\frac{L}{C}} \qquad (9.2\text{-}14)$$

时才能发生谐振。

考虑到一般线圈电阻 R<<ωL，则等效导纳近似为

$$\begin{aligned} Y &= \frac{R}{R^2+(\omega L)^2}+j(\omega C-\frac{\omega L}{R^2+(\omega L)^2}) \\ &\approx \frac{R}{(\omega L)^2}+j(\omega C-\frac{1}{\omega L}) \\ &= G_e+jB_e \end{aligned} \qquad (9.2\text{-}15)$$

谐振角频率近似为

$$\omega_0 \approx \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad (9.2\text{-}16)$$

电路的等效电阻为：

$$R_e = \frac{1}{G_e} \approx \frac{(\omega_0 L)^2}{R} \qquad (9.2\text{-}17)$$

等效电路如图9.2-6所示。电路的品质因数为：

$$Q = \frac{\omega_0 C}{G_e} = \frac{\omega_0 C}{R/(\omega_0 L)^2} = \frac{\omega_0^3 C L^2}{R} = \frac{\omega_0 L}{R} \qquad (9.2\text{-}18)$$

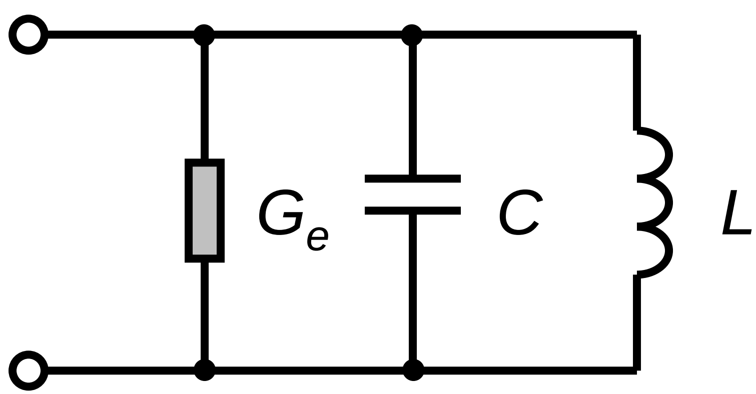


图9.2-6

（2）谐振特点

1) 电路发生谐振时，输入阻抗很大

$$Z(\omega_0)=R_0=\frac{R^2+(\omega_0 L)^2}{R}\approx\frac{(\omega_0 L)^2}{R}=\frac{L}{RC} \qquad (9.2\text{-}19)$$

2) 电流一定时，总电压较高

$$U_0=I_0 Z=I_0\frac{L}{RC} \qquad (9.2\text{-}20)$$

3) 支路电流是总电流的 Q 倍，相量图如图9.2-7 所示。

设R＜＜ωL

$$I_L\approx I_C\approx\frac{U}{\omega_0 L}=U\omega_0 C \qquad (9.2\text{-}21)$$

$$\frac{I_L}{I_0}=\frac{I_C}{I_0}=\frac{U/\omega_0 L}{U/(RC/L)}=\frac{1}{\omega_0 RC}=\frac{\omega_0 L}{R}=Q \qquad (9.2\text{-}22)$$

$$I_L\approx I_C=QI_0\gg I_0 \qquad (9.2\text{-}23)$$

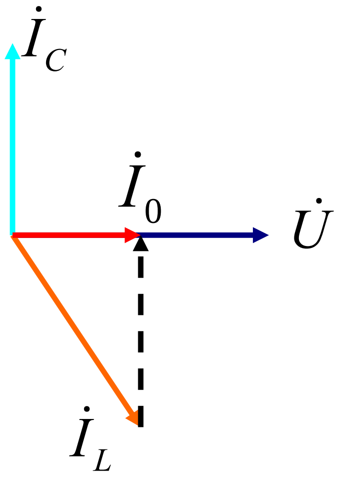
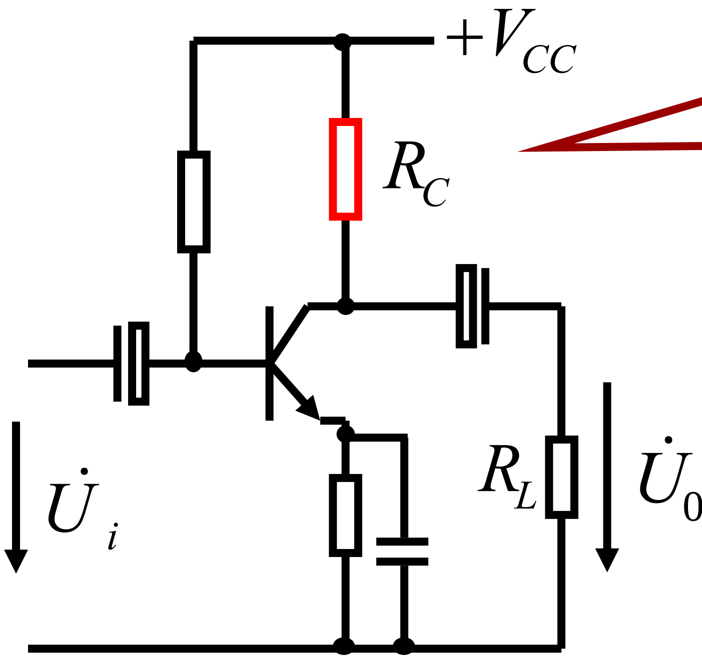
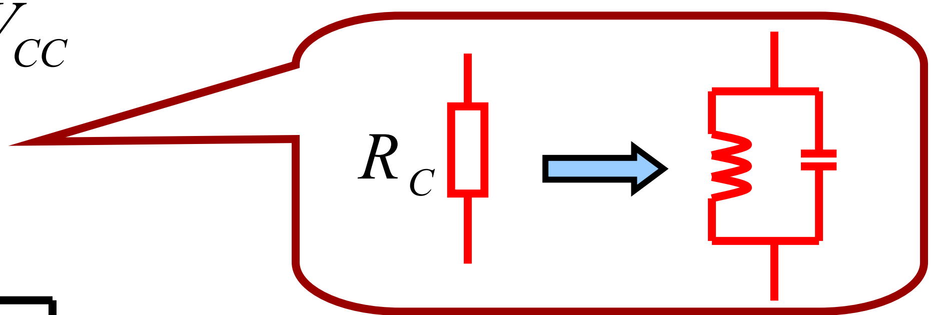


图9.2-7

三、并联谐振应用举例





$$\dot{A}=\frac{\dot{U}_O}{U_i}=\frac{\beta\left(R_C // R_L\right)}{r_{be}}$$

替代后，在谐振频率下放大倍数将提高。该种频率的信号得到较好的放大，起到选频作用。

9.3 谐振一般分析

例9.3-1

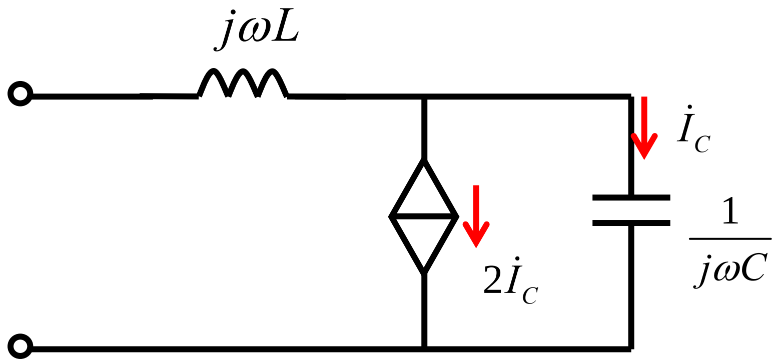


图9.3-1

串联谐振频率 $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{3LC}}$

例**9.3-2** 求图9.3-2所示电路的谐振频率。

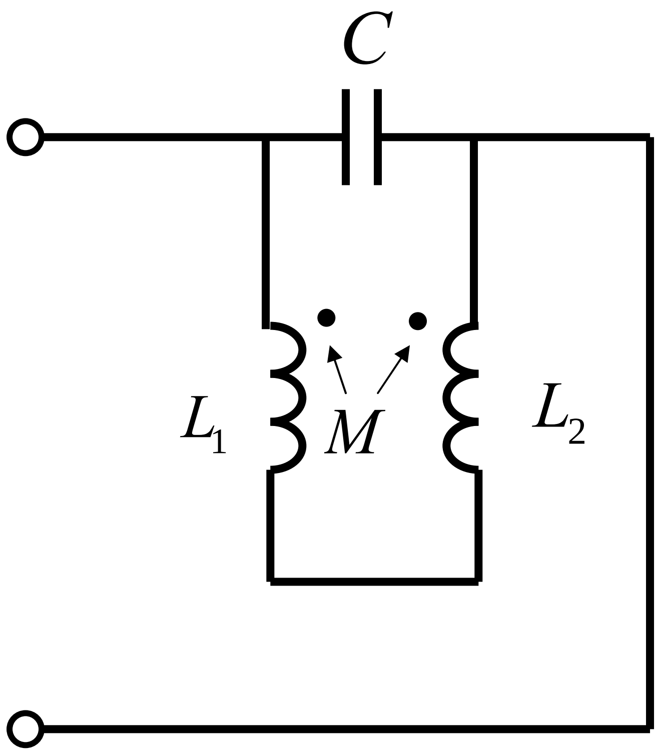


图9.3-2

解 L_1、L_2为两线圈的反向串联，等效电感为$L_{eq}=L_1+L_2-2M$
于是端口阻抗为

$$Z=\frac{1}{j\omega C}//j\omega L_{eq}=j\frac{\omega L_{eq}}{1-\omega^2 L_{eq}C}$$

当

$$\omega=\frac{1}{\sqrt{L_{eq}C}}=\frac{1}{\sqrt{(L_1+L_1-2M)C}}$$

时，发生并联谐振。

例**9.3-3** 求图9.3-3所示电路的谐振频率。

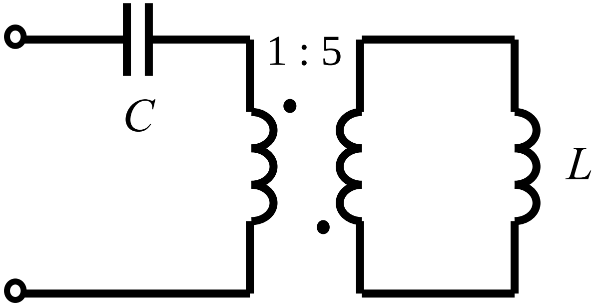
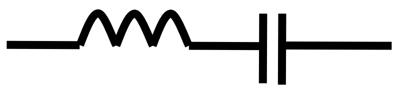


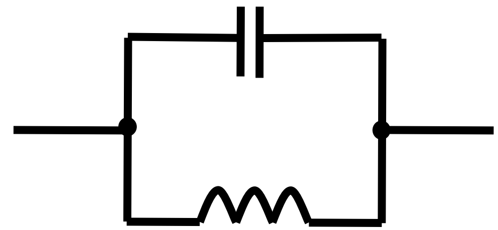
图9.3-3

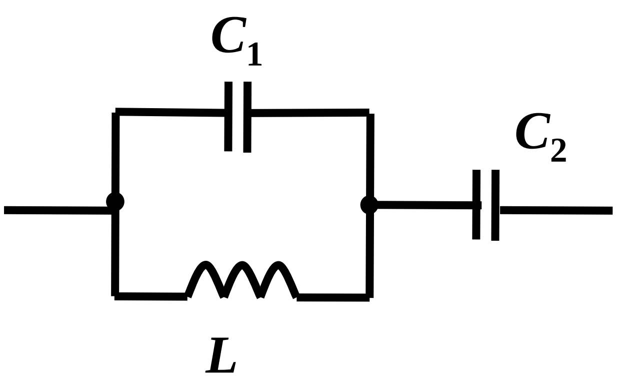
串联谐振频率 $\omega_0 = \dfrac{5}{\sqrt{LC}}$

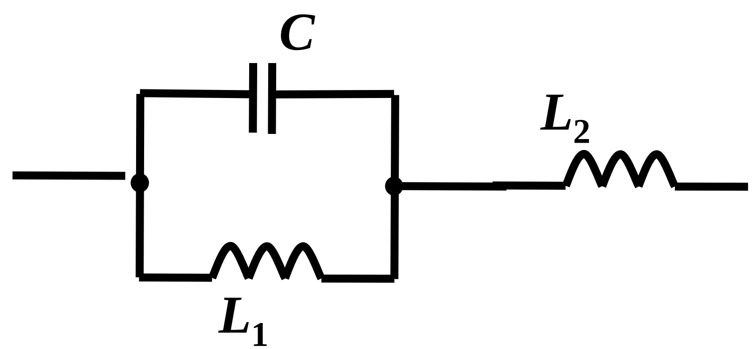
电路谐振时的一般特性小结：

谐振时阻抗最小－串联谐振
谐振时阻抗最大－并联谐振







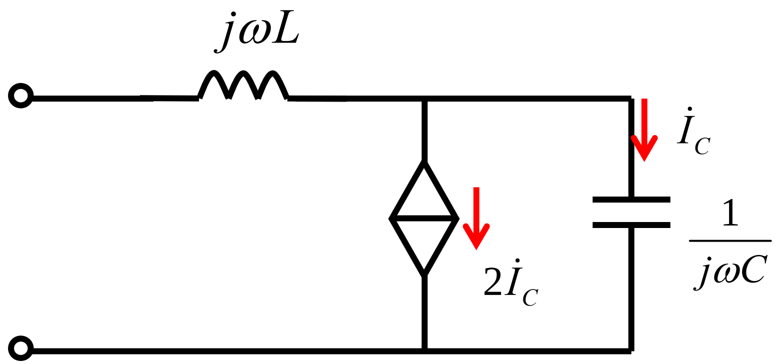


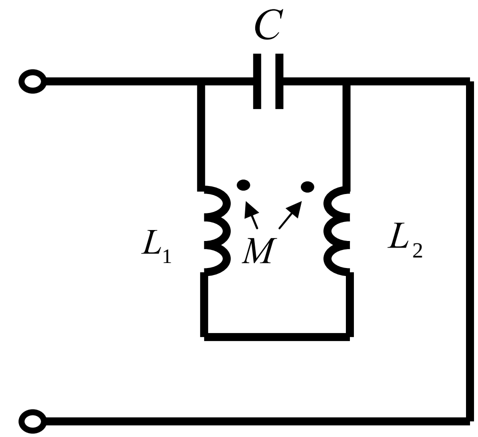
$$\omega=\frac{1}{\sqrt{LC_1}}$$ 是并联谐振频率（阻抗无限大）

$$\omega=\frac{1}{\sqrt{L_1C}}$$ 是并联谐振频率

$$\omega=\frac{1}{\sqrt{L(C_1+C_2)}}$$ 是串联谐振频率（阻抗为零）

$$\omega=\sqrt{\frac{1}{C}\left(\frac{1}{L_1}+\frac{1}{L_2}\right)}$$ 是串联谐振频率

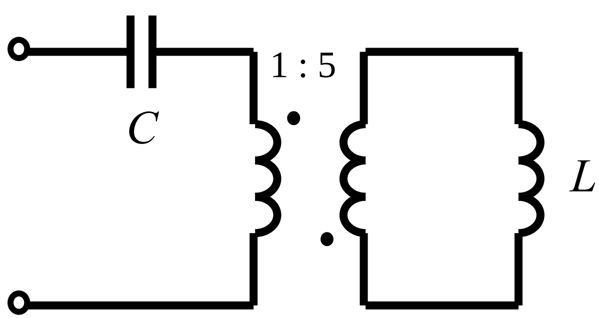




串联谐振频率 $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{3LC}}$

并联谐振频率

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{L_{eq}C}} = \frac{1}{\sqrt{(L_1 + L_1 - 2M)C}}$$

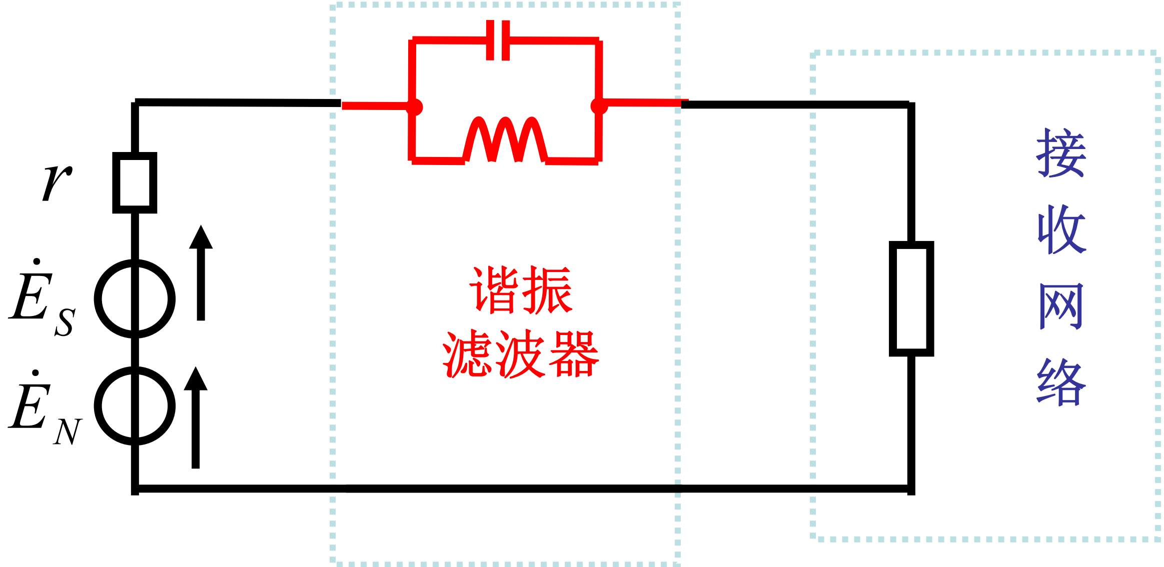


串联谐振频率 $\omega_0 = \dfrac{5}{\sqrt{LC}}$

9.4 谐振滤波器

1. 消除噪声

利用谐振进行选频、滤波



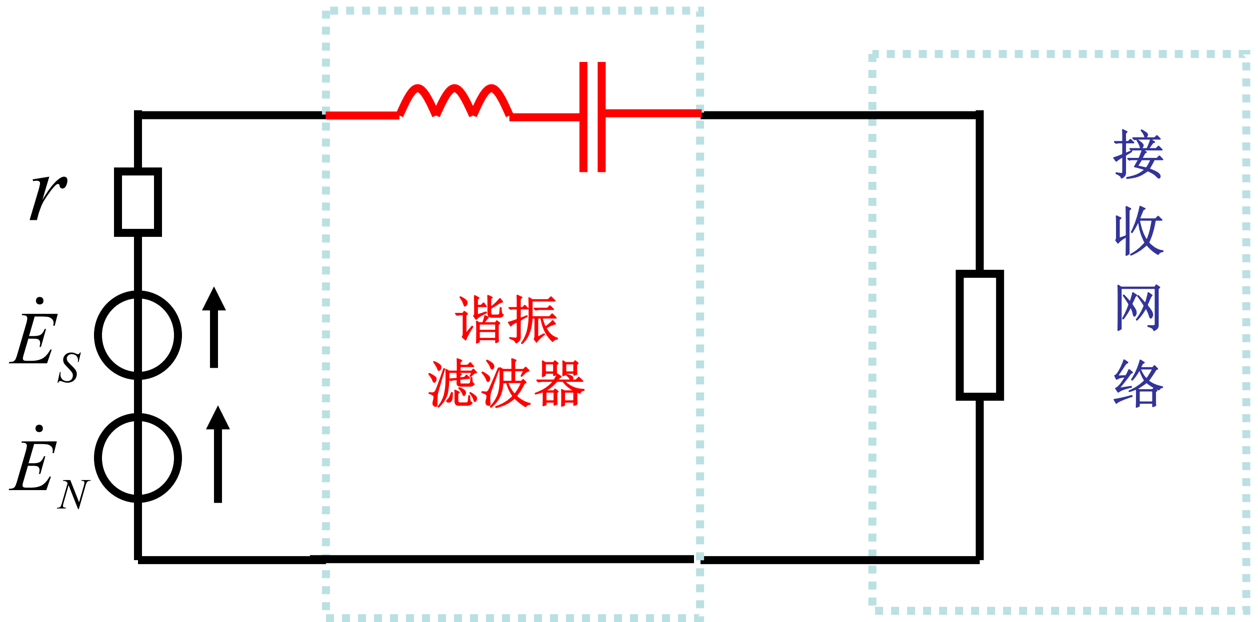
已知：

$$\begin{cases} \dot{E}_S(\omega_S) & \text{- 信号源} \\ \dot{E}_N(\omega_N) & \text{- 噪声源} \end{cases}$$

令滤波器工作在噪声频率下，即可消除噪声。

$$f_0 = f_N = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

2.提取信号



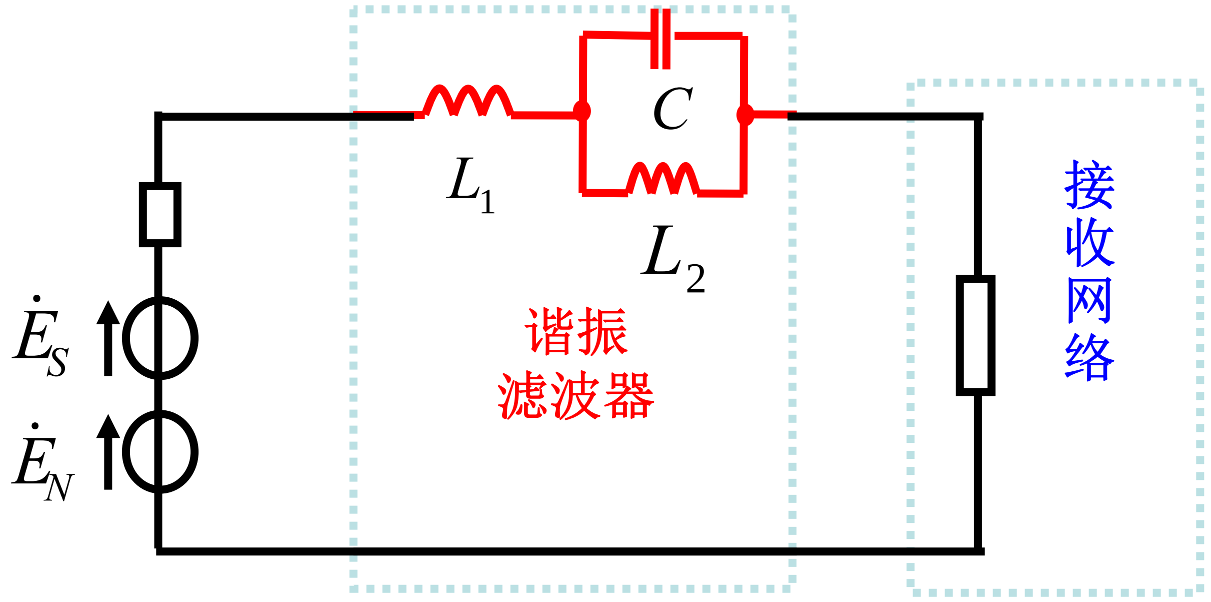
已知：

$$\begin{cases} \dot{E}_S(\omega_S) \text{ - 信号源} \\ \dot{E}_N(\omega_N) \text{ - 噪声源} \end{cases}$$

令滤波器工作在 f_S 频率下，信号即可顺利地到达接收网络。

$$f_0 = f_S = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

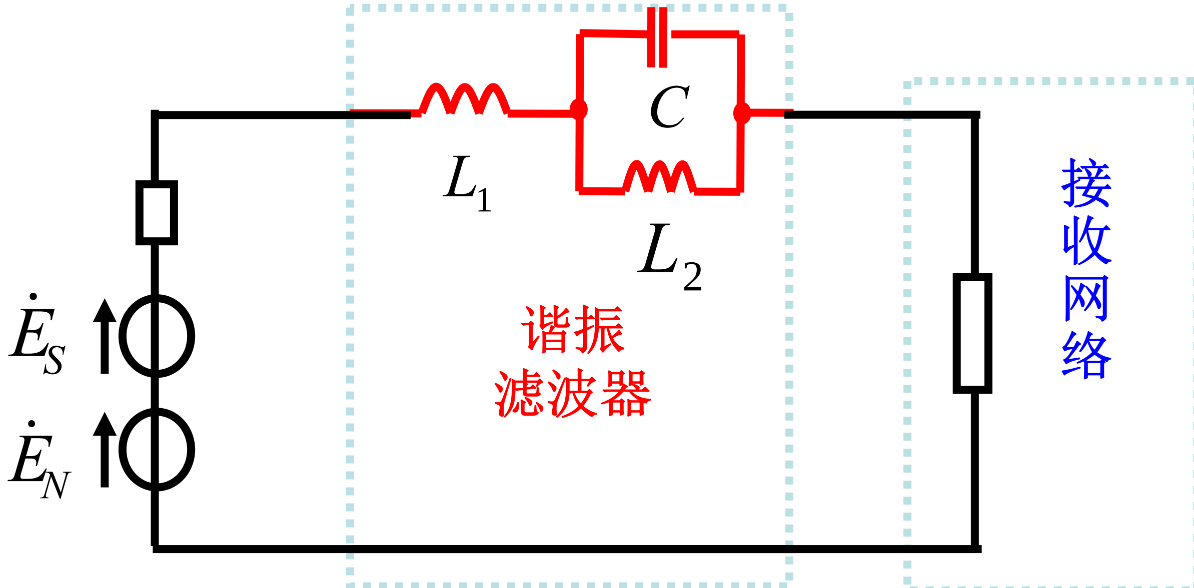
3.消除噪声
提取信号

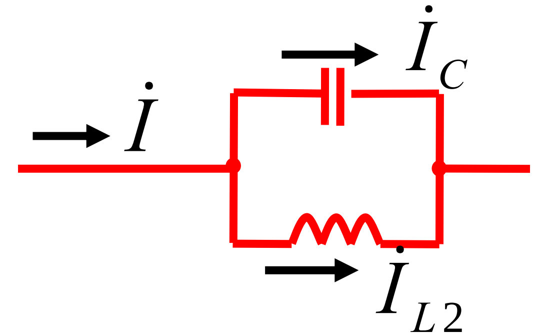


分析1：抑制噪声　　令：$f_0=\dfrac{1}{\sqrt{L_2C}}=f_N$　　$\dot{E}_N$ 信号被滤掉了

分析2：提取信号　　若　$f_1=\sqrt{\dfrac{1}{C}\left(\dfrac{1}{L_1}+\dfrac{1}{L_2}\right)}=f_S$

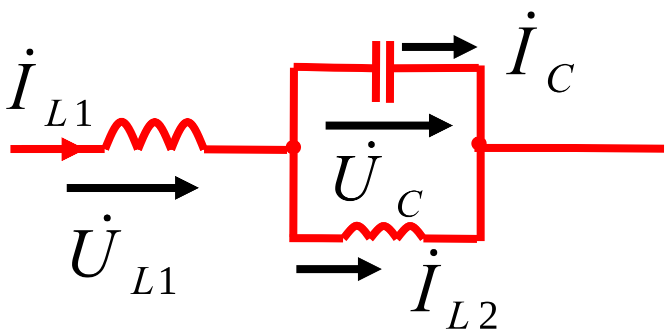
则信号全部降落在接收网络上。

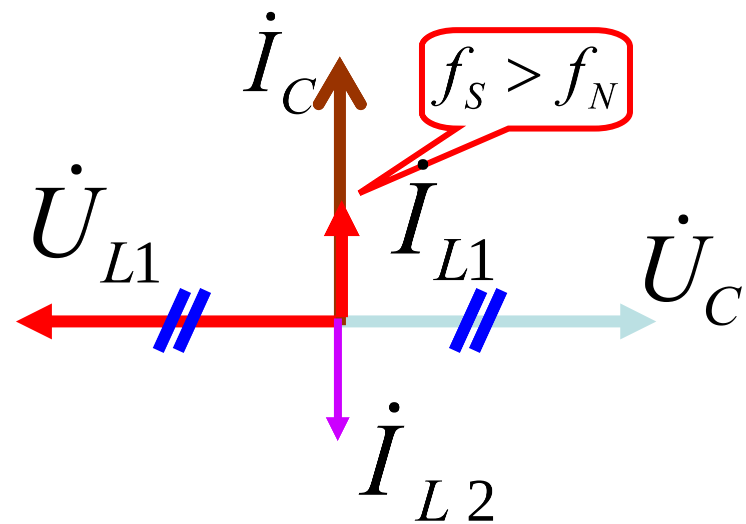




令： $f_0 = \dfrac{1}{\sqrt{L_2 C}} = f_N$

$\dot{E}_N$ 信号被滤掉了

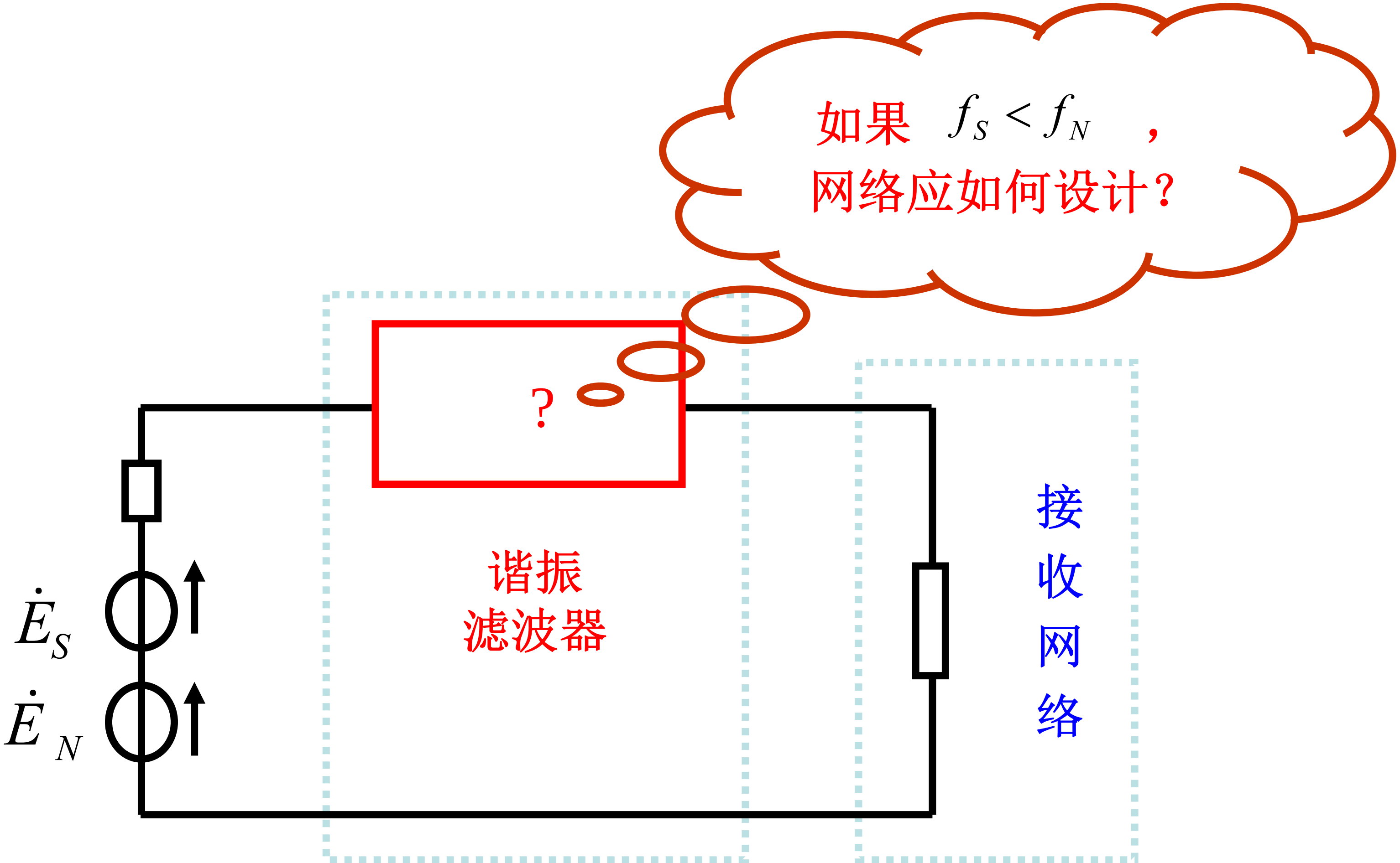




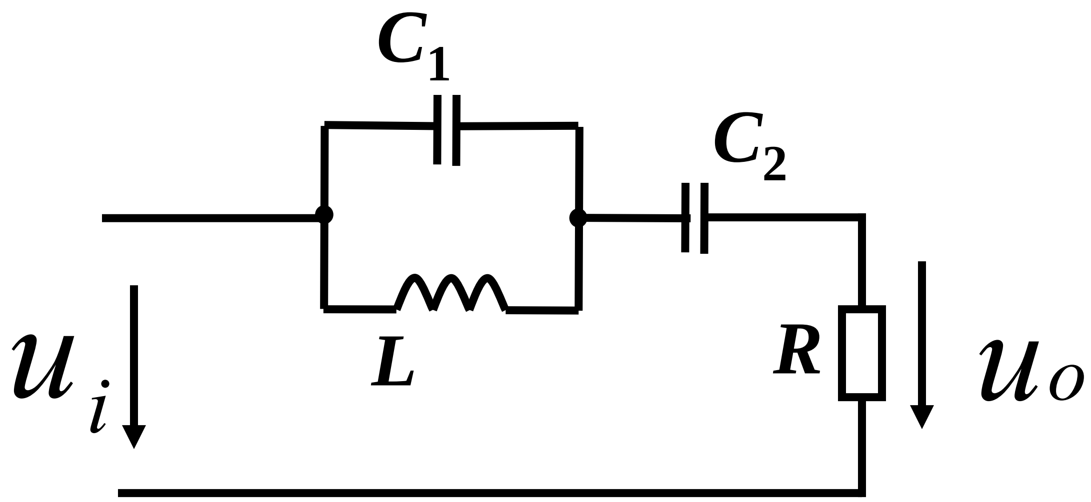
若在 f_S 下 $\dot{U}_C + \dot{U}_{L1} = 0$

则信号全部降落在接收网络上。

思考题：用上页类似的形式，设计消除噪声、提取信号的电路。



例9.4-1、 选频电路



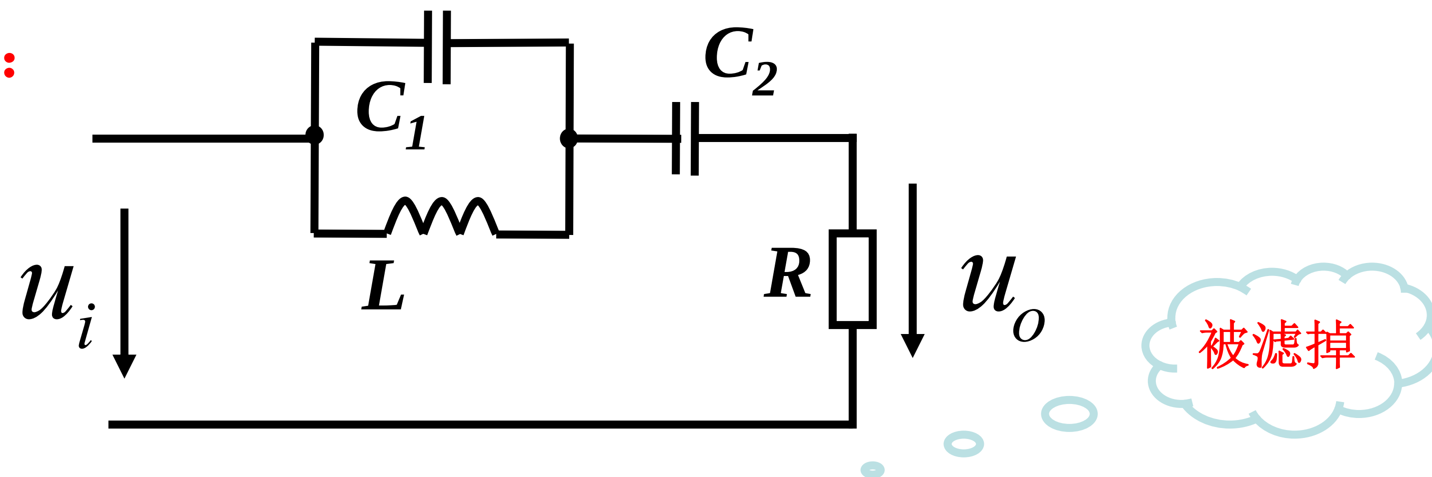
已知： $u_i = \sqrt{2}U_1 \sin \omega t + \sqrt{2}U_2 \sin 3\omega t \quad \text{V}$

$L = 0.12 \ \text{H} \qquad \omega = 314 \quad \text{rad/s}$

若使 $u_o = \sqrt{2}U_1 \sin \omega t$

$C_1 = ? \quad C_2 = ?$

解：



已知： $u_i = \sqrt{2}U_1 \sin \omega t + \sqrt{2}U_2 \sin 3\omega t \ \ \text{V}$

（1） 若使 $u_o = \sqrt{2}U_1 \sin \omega t$ ，L 、C_1 应在 3ω 下产生并联谐振，3ω 的信号才能被滤掉。

$$\therefore \quad X_{C1} = X_L \Rightarrow \frac{1}{3\omega C_1} = 3\omega L$$

代入 ω 和 L 值得：

$$\boxed{C_1 = 9.4 \ \ \mu\text{F}}$$

（**2**）电路总阻抗在 $\boldsymbol{\omega}$ 频率下应等于零，才能使

$$u_o = \sqrt{2}U_1 \sin \omega t$$

无衰减输出。

$$\therefore \quad Z = \frac{j\omega L\left(\dfrac{1}{j\omega C_1}\right)}{j\omega L + \dfrac{1}{j\omega C_1}} + \frac{1}{j\omega C_2} = 0$$

代入 $\boldsymbol{\omega}$、$\boldsymbol{L}$、$\boldsymbol{C_1}$得：

$$\boxed{C_2 = 75.1\ \mu\mathrm{F}}$$