

姓名

学号

专业

任课教师

南开大学 2017 级信息类一元函数微分学统考试卷（A 卷） 2017 年 11 月 25 日

（说明：答案务必写在装订线右侧，写在装订线左侧无效。影响成绩后果自负。）

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	卷面成绩	核分签名	复核签名
得分											

一、选择题(每小题 4 分)

(1) 设 $f(x) = x \sin \frac{1}{x^2}$, 则 $x = 0$ 为 其():

(A) 跳跃间断点; (B) 振荡间断点; (C) 可去间断点; (D) 无穷间断点.

一题得分	
------	--

(2) 设 $f(x)$ 在 x_0 点存在左、右导数, 则有():

(A) $f(x)$ 在 x_0 点可微; (B) $f(x)$ 在 x_0 点连续; (C) $f(x)$ 在 x_0 点发散; (D) $f(x)$ 在 x_0 点可导.

(3) 若对函数 $y = f(x)$, 有 $f'(x_0) = 2$, 则当 $\Delta x \rightarrow 0$, 该函数在 $x = x_0$ 处的微分 dy 是 ():

(A) 与 Δx 等价的无穷小; (B) 比 Δx 低阶的无穷小;
(C) 比 Δx 高阶的无穷小; (D) 与 Δx 同阶的无穷小;

(4) 设数列 $\{x_n\}$ 通项为 $x_n = \begin{cases} \sqrt{n} - \frac{1}{n}, & \text{当 } n \text{ 为奇数,} \\ \frac{1}{n}, & \text{当 } n \text{ 为偶数} \end{cases}$, 则当 $n \rightarrow \infty$, 该数列是():

(A) 无穷大量; (B) 无穷小量; (C) 无界变量; (D) 有界变量.

(5) 若函数 $f(x)$ 为偶函数, 且其导数 $f'(x)$ 存在, 则有(),

(A) $f'(x)$ 是奇函数; (B) $f'(x)$ 是偶函数; (C) $f'(x)$ 的奇偶性不确定; (D) $f'(x)$ 非奇, 非偶.

二、填空题（每小题 4 分）:

(1) 设有曲线 $y = x^2 + 5x + 4$, 若直线 $y = 3x + b$ 是它的切线, 则 $b =$ _____

二题得分	
------	--

(2) 设 $f(x) = \begin{cases} e^x, & x < 0, \\ a + x, & x \geq 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处连续, 则 $a =$ _____

(3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{6 \sin x + (e^x - 1)}{\ln(1 + 3x)} =$ _____

草稿区

草稿区

- (4) 函数 $f(x)=3x^2+x^2|x|$, 则使 $f^{(n)}(0)$ 存在的最高阶数 $n=$ _____ ,
- (5) 设函数 $y=y(x)$ 由方程 $\sin(xy)+\ln(y-x)=5x$,则 $\frac{dy}{dx}|_{x=0}=$ _____ ,

三、求下列极限：（每小题 5 分）

- (1) $\lim_{x\rightarrow\infty}(\cos\frac{1}{x}+5\sin\frac{1}{x})^x$;
- (2) $\lim_{x\rightarrow 0}\frac{\sqrt[3]{1+x}-\sqrt[3]{1-x}}{x}$;

三 题 得分	
-----------	--

- (3) $\lim_{n\rightarrow\infty}(\sqrt{n^2+3n+1}-\sqrt{n^2+n+3})$

四、求下列函数的导数（每小题 5 分）：

- (1) 设 $y=(x^2+x+3)^x$,求 $\frac{dy}{dx}$;
- (2) 设 $y=y(x)$ 是参数方程 $\begin{cases} x=t^2-2t \\ y=t^3-3t \end{cases},(t\neq 1)$ 所确定的函数, 求 $\frac{d^2y}{dx^2}|_{t=0}$;
- (3) 设 $f(x)=\frac{(x-1)(x-2)...(x-10)}{(x+1)(x+2)...(x+10)}$, 求 $f'(1)$

四 题 得分	
-----------	--

姓名
学号
专业
任课教师



五、证明下列不等式：（每小题 6 分）

(1) 当 $\frac{\pi}{2} > x > 0, \sin x + 2013 \tan x > 2014x$;

(2) 当 $x > 0, \ln(1 + x) < \frac{x}{\sqrt{1 + x}}$

六、求函数 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 5$ 的极值.（本题 6 分）

伍 题 得分	
-----------	--

六 题 得分	
-----------	--

草稿区

姓名

学号

专业

任课教师



七、(6分) 设函数 $f(x)=\begin{cases} |x|^{\alpha}\cos(1/x),x\neq 0\\ 0,x=0 \end{cases}$, 试分别讨论 α 取何值时,

(1) $f'(0)$ 存在; (2) $f'(x)$ 在 $x=0$ 处连续

七 题 得分	
-----------	--

八、(6分) 设函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续, 在 $(0,1)$ 内可导, 且 $f(0)=0, f(1)=1$,

证明: 对 $0<\alpha<1$, 存在不同的 $\xi,\eta\in(0,1)$, 使 $\frac{\alpha}{f'(\xi)}+\frac{1-\alpha}{f'(\eta)}=1$

八 题 得分	
-----------	--

草稿区