

第3章 电阻电路的一般分析

本章重点

3.1	电路的图
3.2	KCL和KVL的独立方程数
3.3	支路电流法
3.4	网孔电流法
3.5	回路电流法
3.6	结点电压法



●线性电路的一般分析方法

- 普遍性：对任何线性电路都适用。
- 系统性：计算方法有规律可循。

●方法的基础

- 电路的连接关系—KCL, KVL定律。
- 元件的电压、电流关系特性 VCR关系。

复杂电路的一般分析法就是根据KCL、KVL及元件电压和电流VCR关系列方程、解方程。根据列方程时所选变量的不同进行化简，可分为支路电流法、回路电流法和结点电压法。



●重点

熟练掌握电路方程的列写方法：

支路电流法

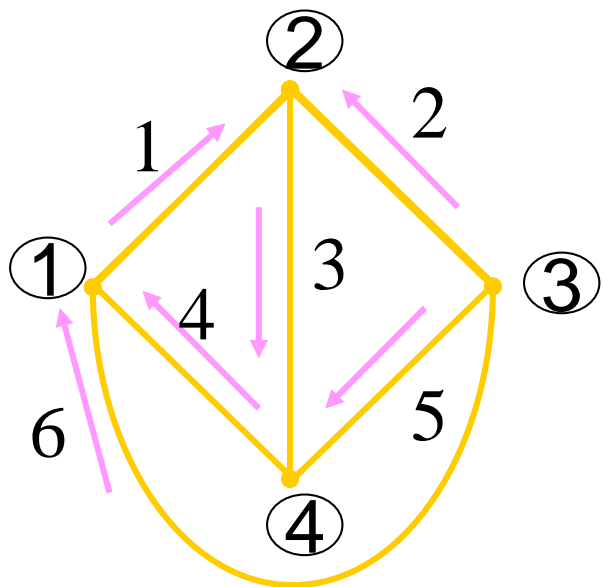
回路电流法

结点电压法



KCL和KVL的方程数

1.KCL的方程数



$$\textcircled{1} \quad i_1 - i_4 - i_6 = 0$$

$$\textcircled{2} \quad -i_1 - i_2 + i_3 = 0$$

$$\textcircled{3} \quad i_2 + i_5 + i_6 = 0$$

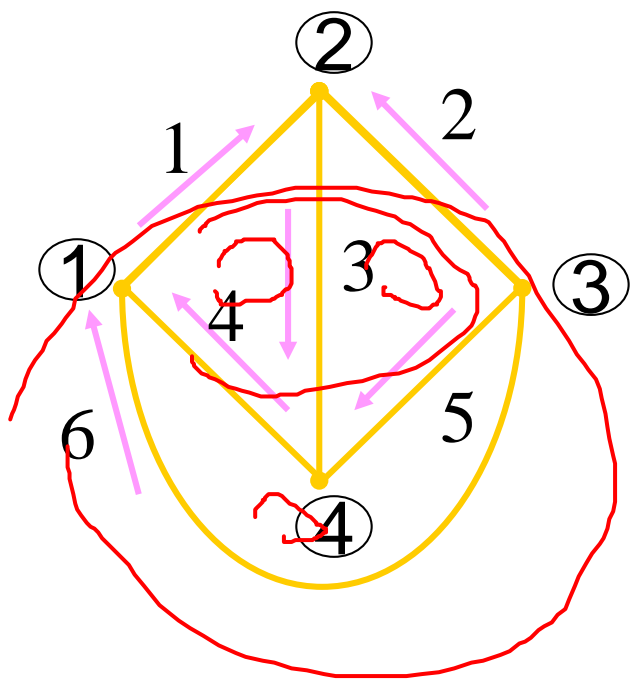
$$\textcircled{4} \quad -i_3 + i_4 - i_5 = 0$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} + \textcircled{3} + \textcircled{4} = 0$$



2.KVL的方程数

对网孔列KVL方程：



$$\textcircled{1} \quad u_1 + u_3 + u_4 = 0$$

$$\textcircled{2} \quad u_2 + u_3 - u_5 = 0$$

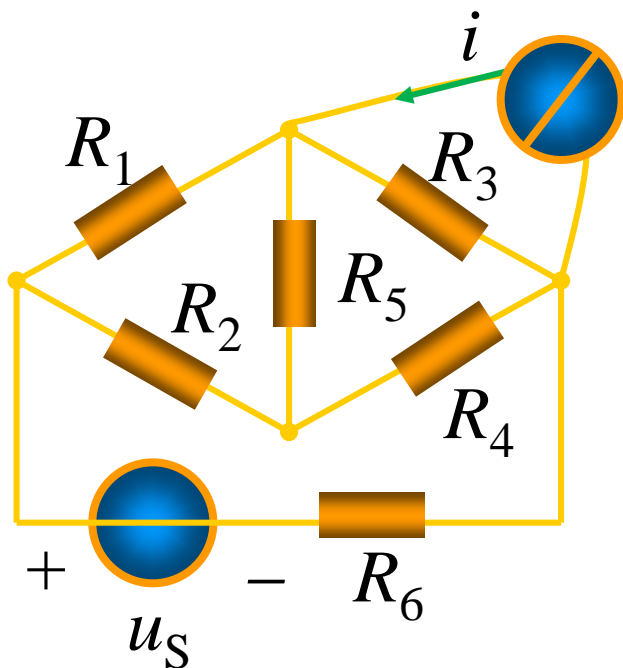
$$\textcircled{3} \quad u_4 + u_5 - u_6 = 0$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \quad u_1 - u_2 + u_4 + u_5 = 0$$

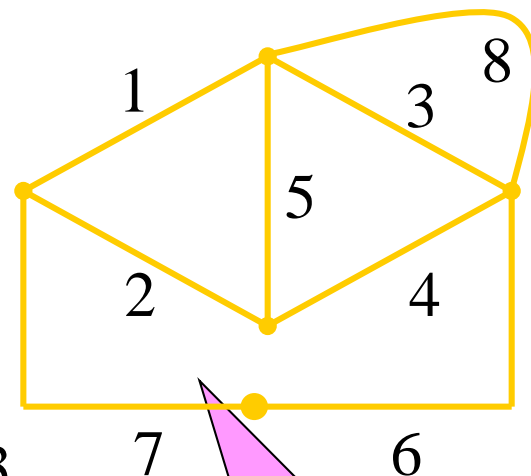
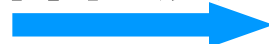


3.1 电路的图

$$n = 5 \quad b = 8$$

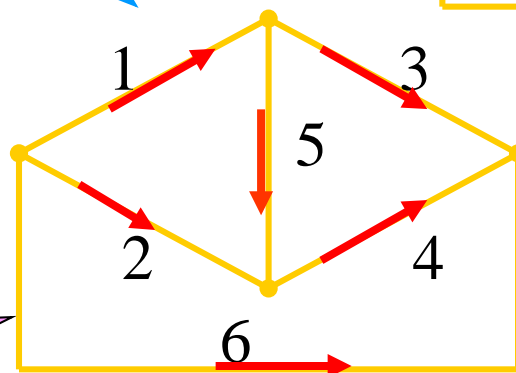


抛开元
件性质



元件的串联及并联
组合作为一条支路

一个元件作
为一条支路



有向图

$$n = 4 \quad b = 6$$

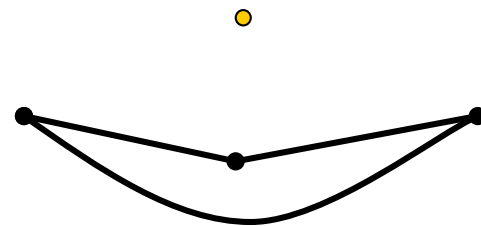




结论 电路的图是用以表示电路几何结构的图形，图中的支路和结点与电路的支路和结点一一对应。

(1)图的定义(Graph) $\longrightarrow G = \{\text{支路}, \text{结点}\}$

- ①图中的结点和支路各自是一个整体。
- ②移去图中的支路，与它所联接的结点依然存在，因此允许有孤立结点存在。
- ③如把结点移去，则应把与它联接的全部支路同时移去。

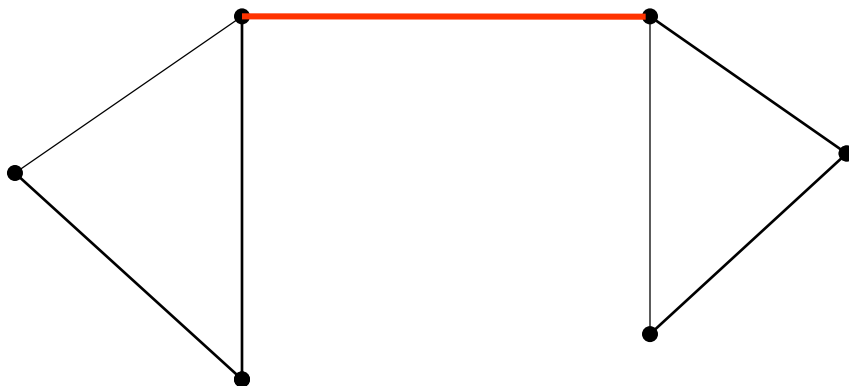


(2) 路径

→ 从图G的一个结点出发沿着一些支路连续移动到达另一结点所经过的支路构成路径。

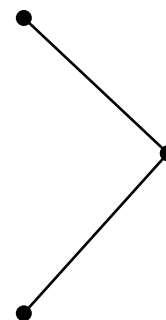
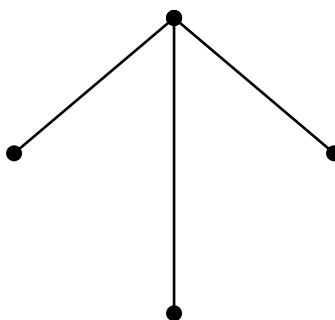
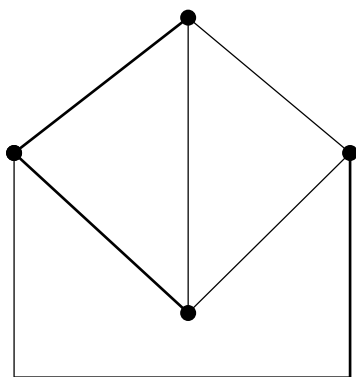
(3) 连通图

→ 图G的任意两结点间至少有一条路径时称为连通图，非连通图至少存在两个分离部分。



(4)子图

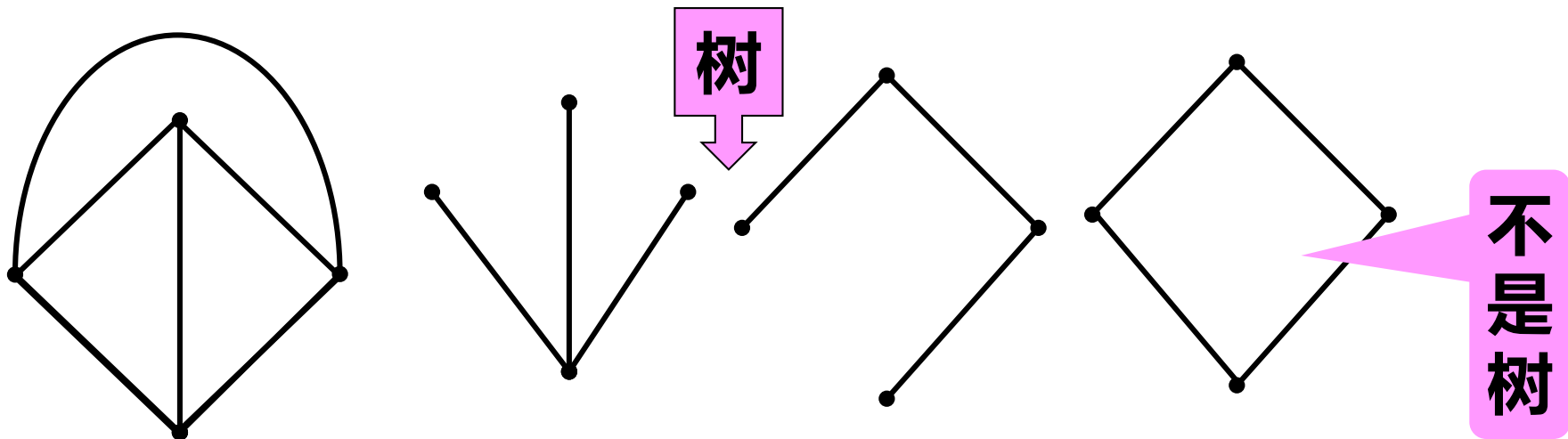
→ 若图 G_1 中所有支路和结点都是图 G 中的支路和结点，则称 G_1 是 G 的子图。



①树(Tree) → T是连通图的一个子图且满足下列条件：

- a. 连通
- b. 包含所有结点
- c. 不含闭合路径





树支：构成树的支路 连支：属于G而不属于T的支路



明确

①对应一个图有很多的树

②树支的数目是一定的

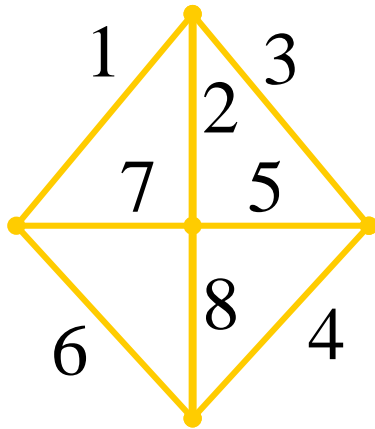
$$b_t = n - 1$$

连支数：

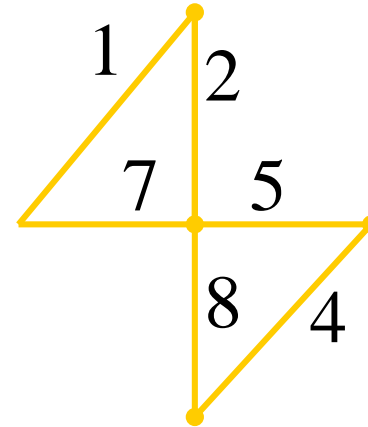
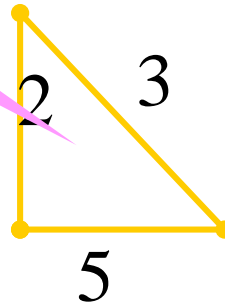
$$b_l = b - b_t = b - (n - 1)$$



L是连通图的一个子图，构成一条
②回路(Loop) → 闭合路径，并满足：(1)连通，
(2)每个结点关联2条支路。



回路



不是回路

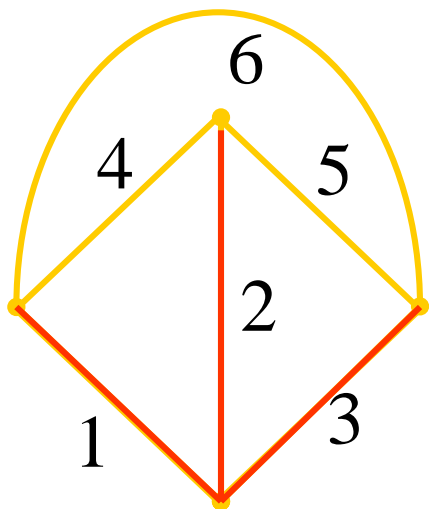
明确

- 1) 对应一个图有很多的回路；
- 2) 基本回路的数目是一定的，为连支数；

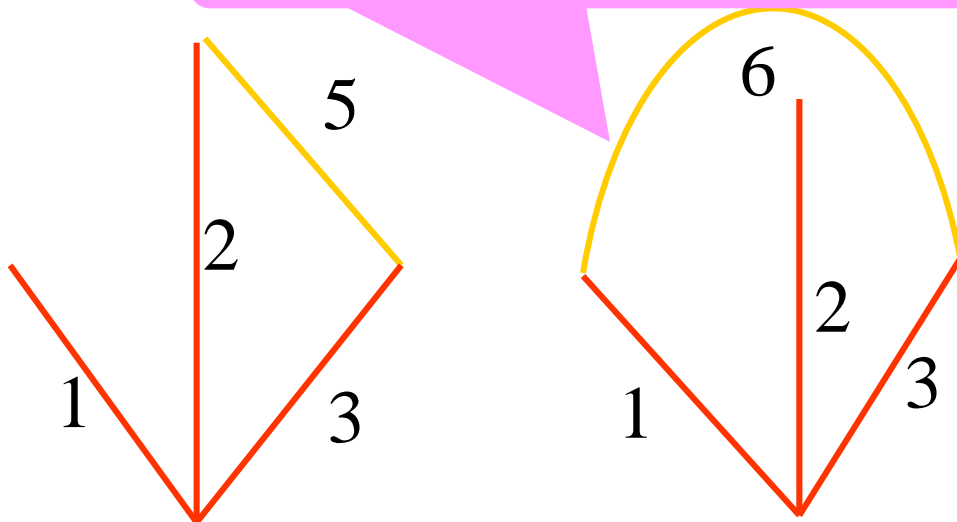
$$l = b_l = b - (n - 1)$$



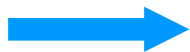
基本回路(单连支回路)



基本回路具有独占的一条连支



结论



支路数 = 树支数 + 连支数
= 结点数 - 1 + 基本回路数

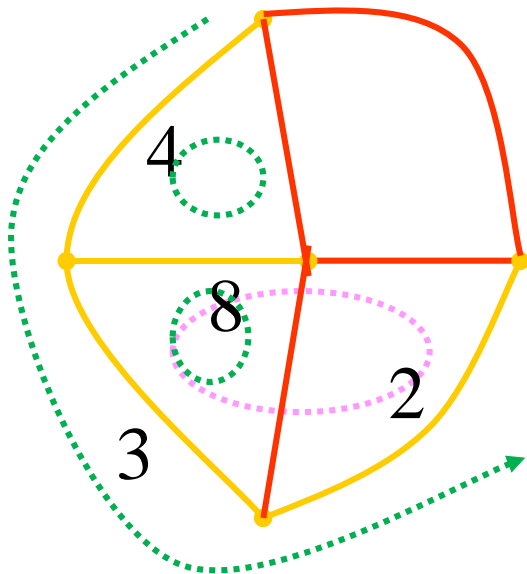
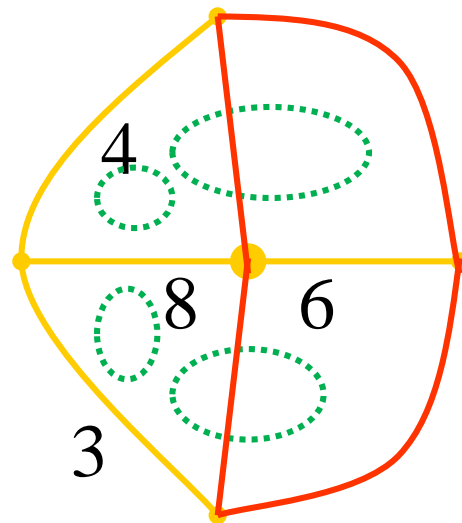
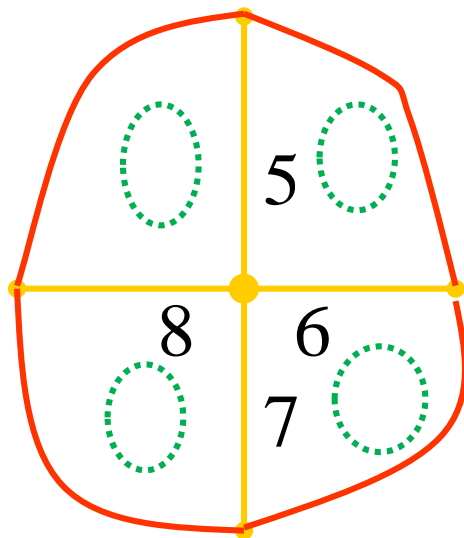
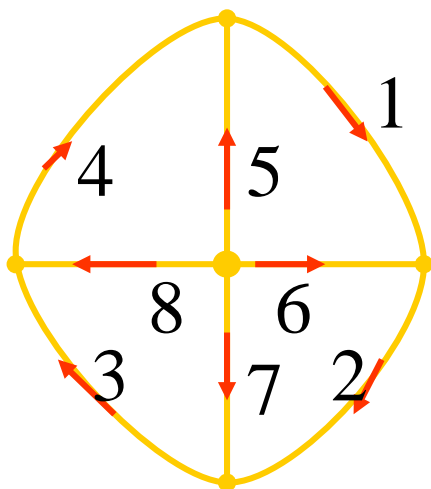
结点、支路和
基本回路关系

$$b = n + l - 1$$



例

图示为电路的图，画出三种可能的树及其对应的基本回路。



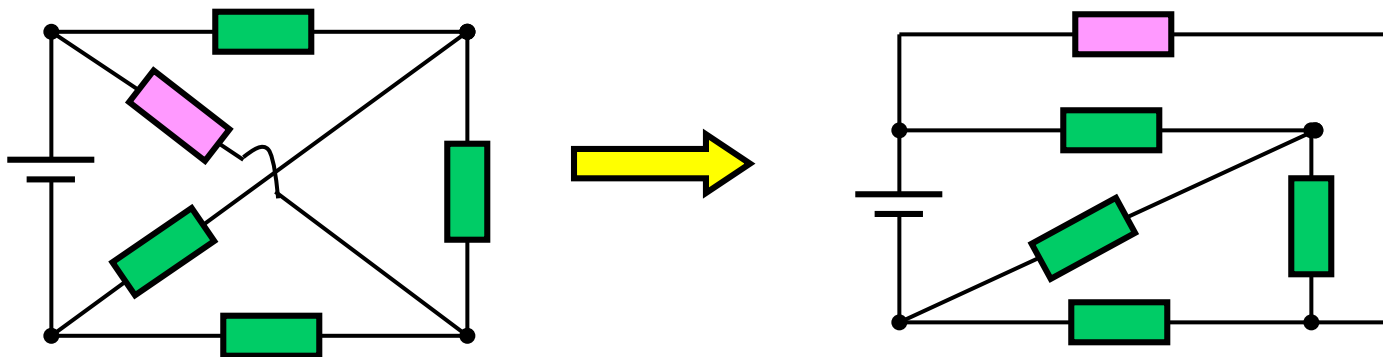
注意

对于平面电路，

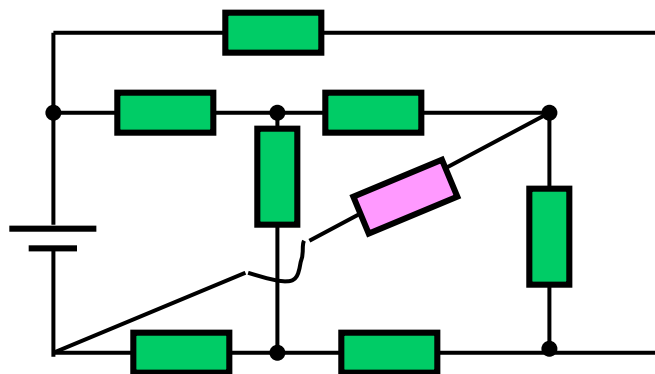
网孔数与基本回路数相等。



平面电路：可以画在平面上，不出现支路交叉的电路。

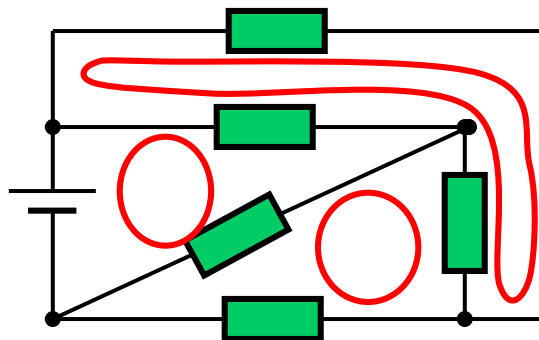
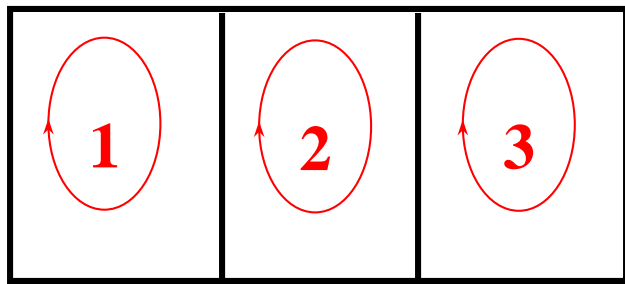


非平面电路：在平面上无论将电路怎样画，总有支路相互交叉。



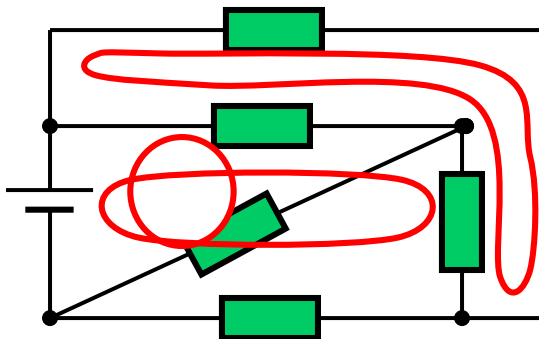
如何选择独立回路，建立独立方程

★ 平面电路可选网孔（网格）作为独立回路



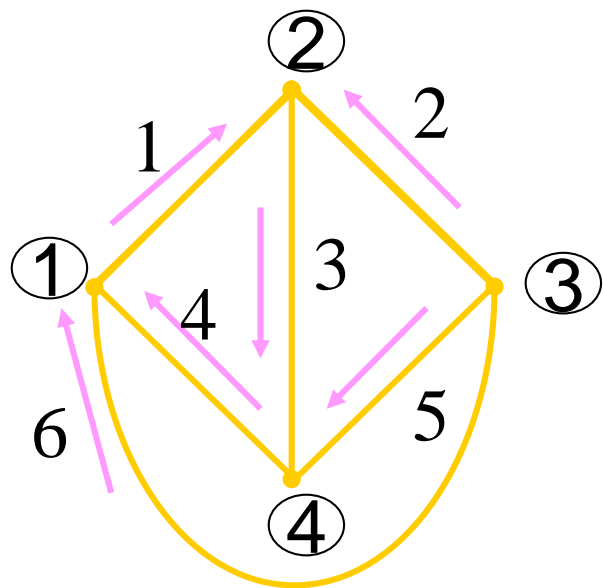
★ 一般情况（适合平面和非平面电路）

每增选一个回路使这个回路至少具有一条新支路，也就是基本回路



3.2 KCL和KVL的独立方程数

1.KCL的独立方程数



$$\textcircled{1} \quad i_1 - i_4 - i_6 = 0$$

$$\textcircled{2} \quad -i_1 - i_2 + i_3 = 0$$

$$\textcircled{3} \quad i_2 + i_5 + i_6 = 0$$

$$\textcircled{4} \quad -i_3 + i_4 - i_5 = 0$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} + \textcircled{3} + \textcircled{4} = 0$$



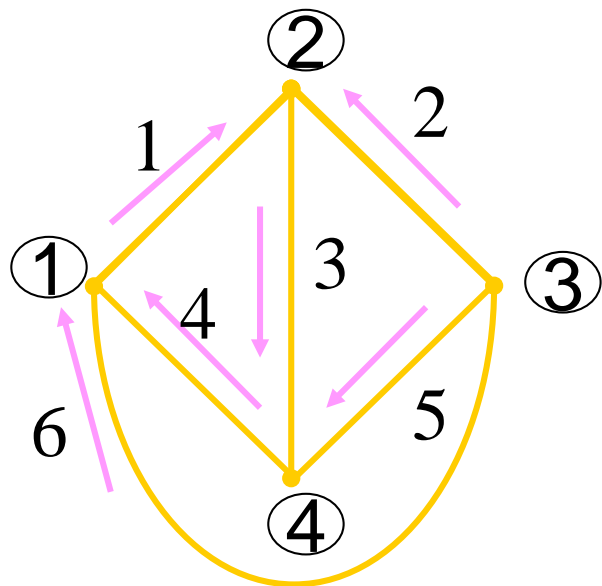
结论

n 个结点的电路, 独立的KCL方程为 $n-1$ 个。



2.KVL的独立方程数

对网孔列KVL方程：

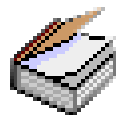


$$\textcircled{1} \quad u_1 + u_3 + u_4 = 0$$

$$\textcircled{2} \quad u_2 + u_3 - u_5 = 0$$

$$\textcircled{3} \quad u_4 + u_5 - u_6 = 0$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \quad u_1 - u_2 + u_4 + u_5 = 0$$



注意 可以证明通过对以上三个网孔方程进行加、减运算可以得到其他回路的KVL方程：



结论

① KVL的独立方程数=基本回路数= $b - (n - 1)$

② n 个结点、 b 条支路的电路, 独立的KCL和KVL方程数为:

$$(n - 1) + b - (n - 1) = b$$



3.3 支路电流法

1. 支路电流法 → 以各支路电流为未知量列写电路方程分析电路的方法。

对于有 n 个结点、 b 条支路的电路，要求解支路电流,未知量共有 b 个。只要列出 b 个独立的电路方程，便可以求解这 b 个变量。

2. 独立方程的列写

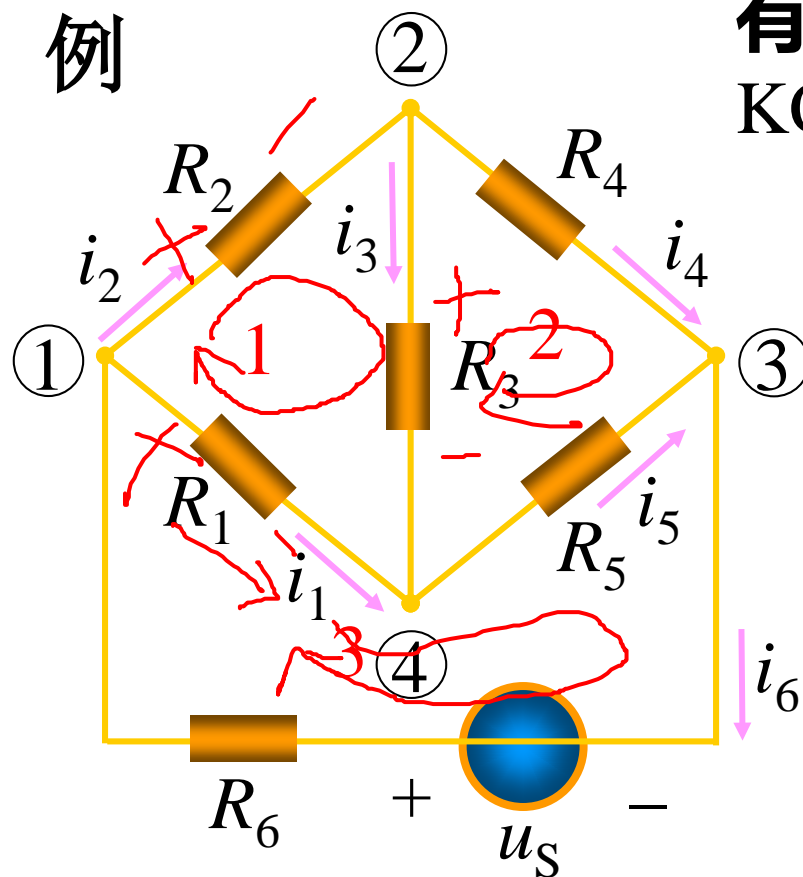
①从电路的 n 个结点中任意选择 $n-1$ 个结点列写

KCL方程

②选择基本回路列写 $b-(n-1)$ 个KVL方程。



例



有6个支路电流，需列写6个方程。
KCL方程：

$$\textcircled{1} \quad i_1 + i_2 - i_6 = 0$$

$$\textcircled{2} \quad -i_2 + i_3 + i_4 = 0$$

$$\textcircled{3} \quad -i_4 - i_5 + i_6 = 0$$

取网孔为独立回路，沿顺时针方向绕行列KVL写方程：

回路1

$$\underline{u_2} + \underline{u_3} - \underline{u_1} = 0$$

回路2

$$\underline{u_4} - \underline{u_5} - \underline{u_3} = 0$$

回路3

$$u_1 + u_5 + u_6 = 0$$



这一步可以省去

回路1

$$u_2 + u_3 - u_1 = 0$$

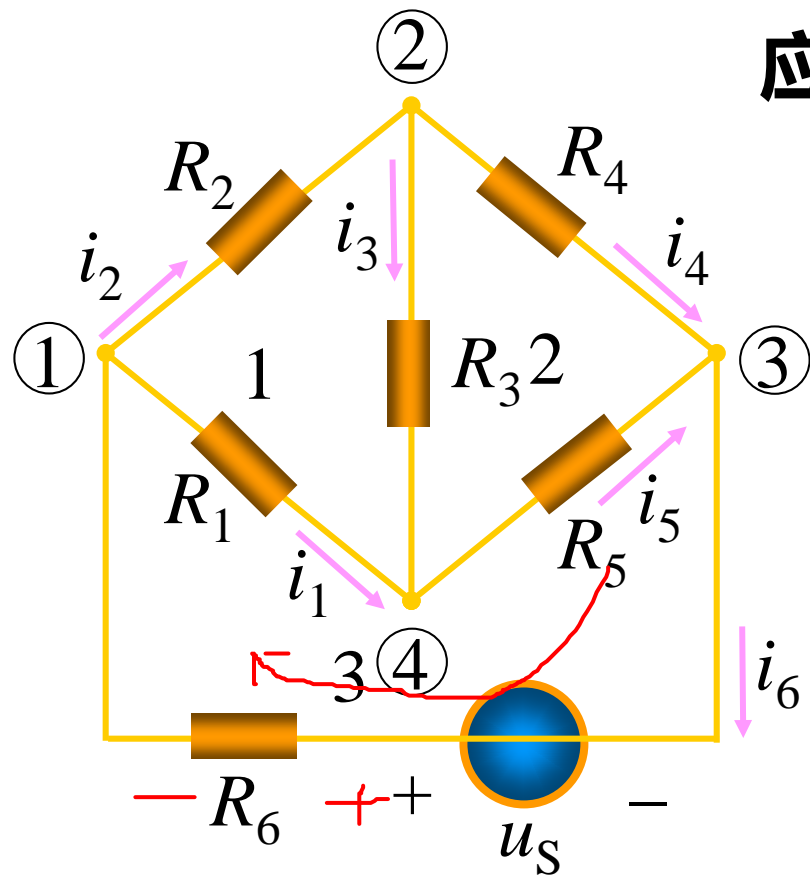
回路2

$$u_4 - u_5 - u_3 = 0$$

回路3

$$u_1 + u_5 + u_6 = 0$$

应用欧姆定律消去支路电压得：



$$R_2 i_2 + R_3 i_3 - R_1 i_1 = 0$$

$$R_4 i_4 - R_5 i_5 - R_3 i_3 = 0$$

$$R_1 i_1 + R_5 i_5 + R_6 i_6 = u_S$$





小结

(1) 支路电流法的一般步骤:

- ① 标定各支路电流（电压）的参考方向;
- ② 选定 $(n-1)$ 个结点，列写其KCL方程;
- ③ 选定 $b-(n-1)$ 个独立回路，指定回路绕行方向，结合KVL和支路方程列写;

$$\sum R_k i_k = \sum u_{sk}$$

- ④ 求解上述方程，得到 b 个支路电流;
- ⑤ 进一步计算支路电压和进行其它分析。



(2) 支路电流法的特点:

支路法列写的是KCL和KVL方程，所以方程列写方便、直观，但方程数较多，宜于在支路数不多的情况下使用。

$n-1$ 个KCL独立**方程**

$b-(n-1)$ 个独立的KVL变化方程

$$\sum R_k i_k = \sum u_{sk}$$



例1 求各支路电流及各电压源发出的功率。

解

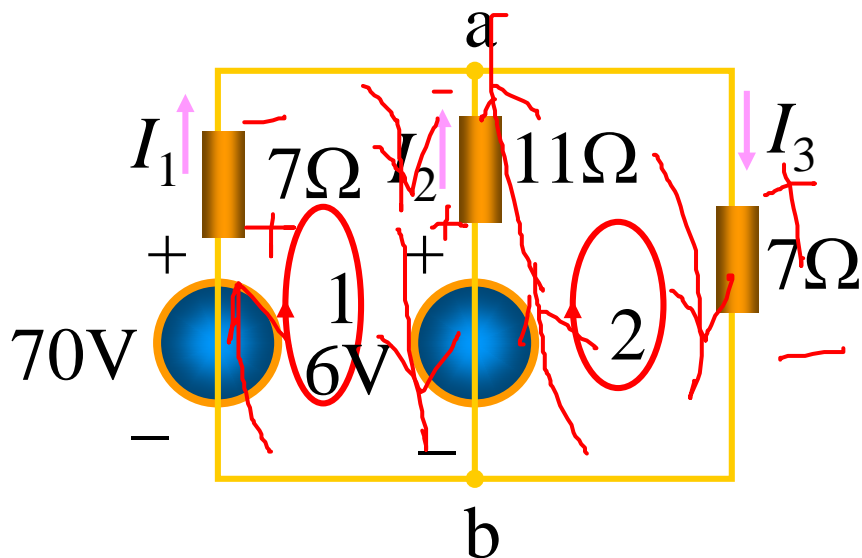
① $n-1=1$ 个KCL方程:

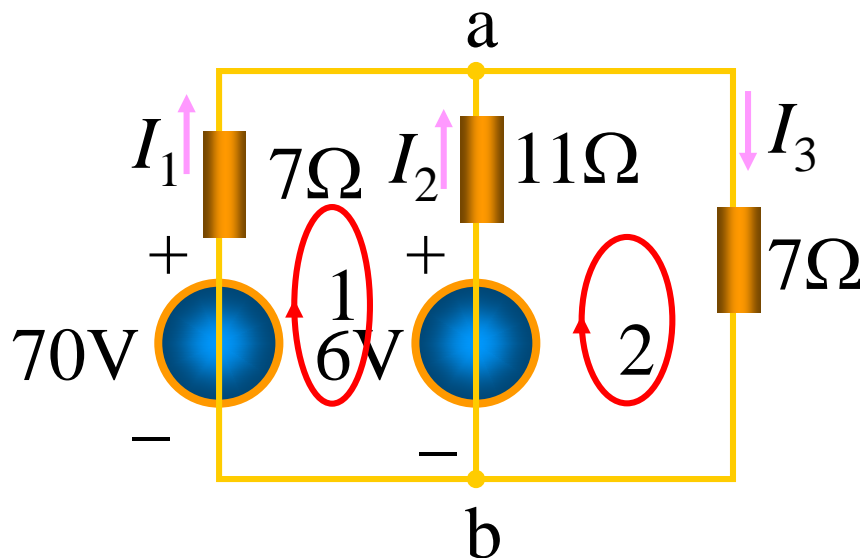
结点a: $-I_1 - I_2 + I_3 = 0$

② $b-(n-1)=2$ 个KVL方程:

$$\begin{cases} 7I_1 - 11I_2 = 70 - 6 = 64 \\ 11I_2 + 7I_3 = \underline{\underline{6}} \end{cases}$$

$$\sum U = \sum U_s$$





$$I_1 = 1218/203 = 6A$$

$$I_2 = -406/203 = -2A$$

$$I_3 = I_1 + I_2 = 6 - 2 = 4A$$

$$P_{70} = 6 \times 70 = 420W$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 7 & -11 & 0 \\ 0 & 11 & 7 \end{vmatrix} = 203$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 64 & -11 & 0 \\ 6 & 11 & 7 \end{vmatrix} = 1218$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 7 & 64 & 0 \\ 0 & 6 & 7 \end{vmatrix} = -406$$

$$P_6 = -2 \times 6 = -12W$$



例2 列写支路电流方程.(电路中含有理想电流源)

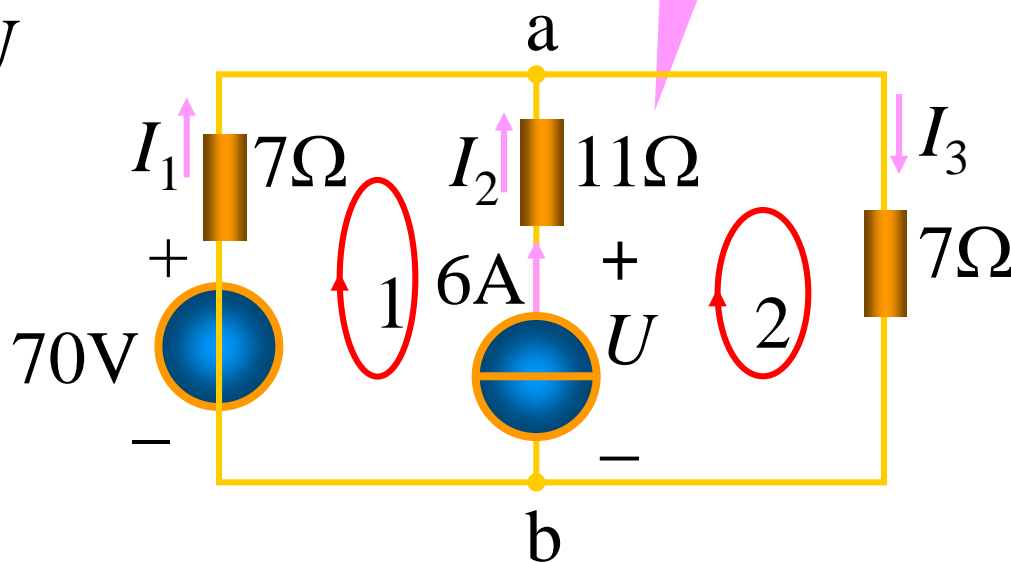
解1 (1) $n-1=1$ 个KCL方程:

结点a: $-I_1 - I_2 + I_3 = 0$

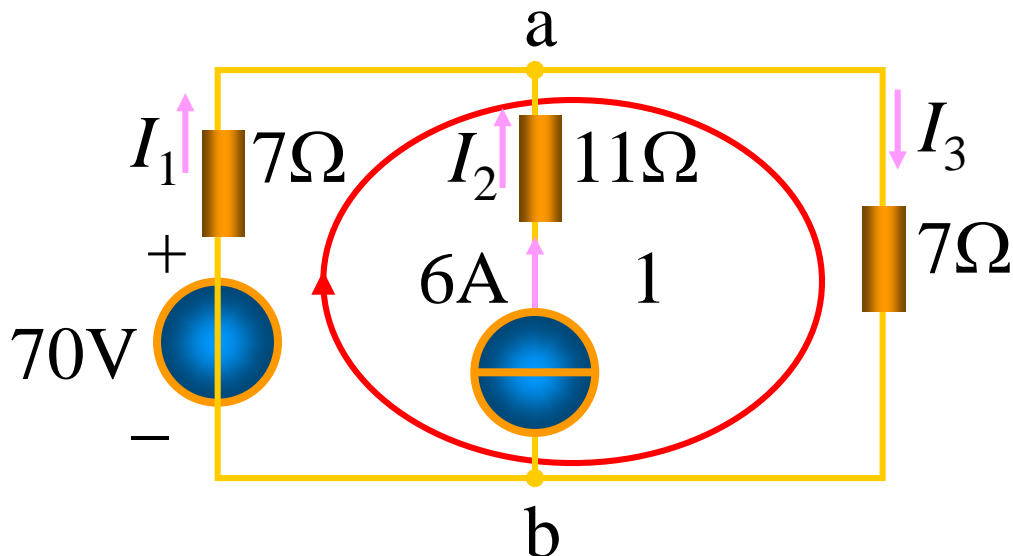
(2) $b-(n-1)=2$ 个KVL方程:

$$\begin{cases} 7I_1 - 11I_2 = 70 - U \\ 11I_2 + 7I_3 = U \end{cases}$$

增补方程: $I_2 = 6A$



解2



由于 I_2 已知，故只列写两个方程

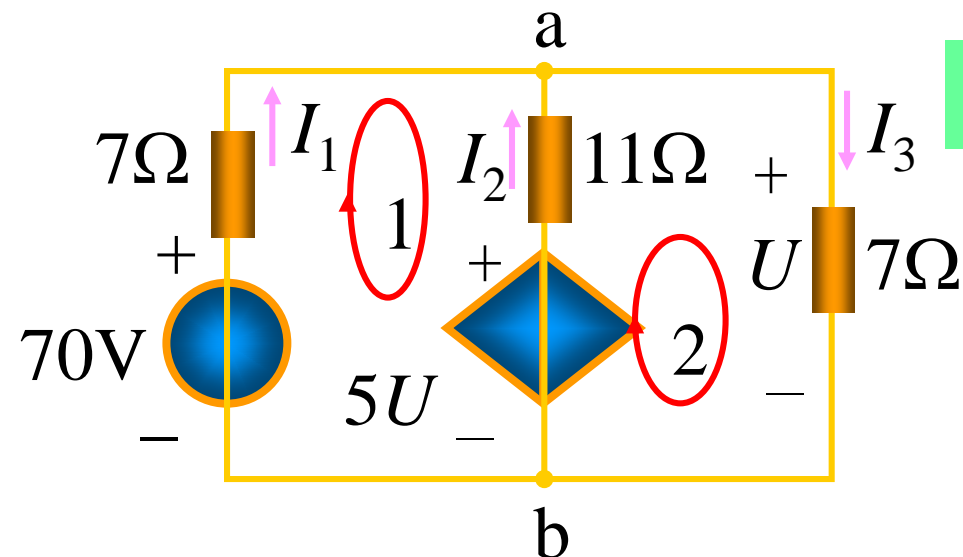
结点a: $-I_1 + I_3 = 6$

避开电流源支路取回路: $7I_1 + 7I_3 = 70$



列写支路电流方程.(电路中含有受控源)

例3



解

结点a:

$$\begin{cases} -I_1 - I_2 + I_3 = 0 \\ 7I_1 - 11I_2 = 70 - 5U \\ 11I_2 + 7I_3 = 5U \end{cases}$$

增补方程: $U = 7I_3$



注意

有受控源的电路，方程列写分两步：

- ① 先将受控源看作独立源列方程；
- ② 将控制量用未知量表示，并代入①中所列的方程，消去中间变量。



3.4 网孔电流法

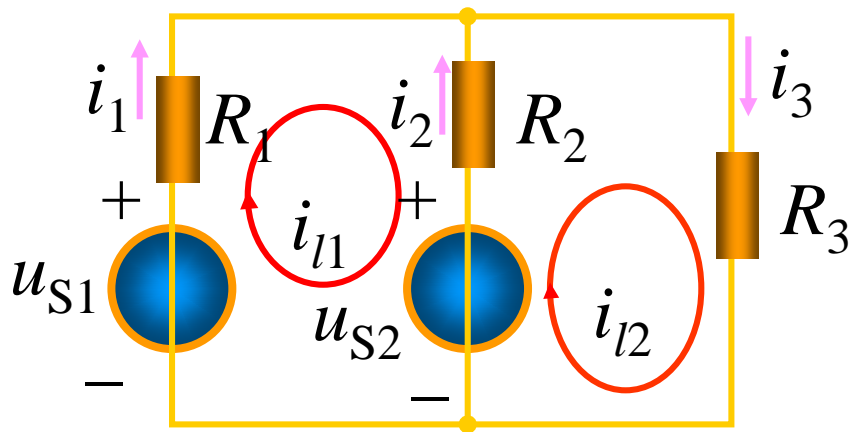
1.网孔电流法

以沿网孔连续流动的假想电流为未知量列写电路方程分析电路的方法称网孔电流法。它仅适用于平面电路。

基本思想

为减少未知量(方程)的个数，假想每个回路中有一个回路电流。各支路电流可用回路电流的线性组合表示，来求得电路的解。





独立回路数为2。选图
示的两个独立回路，支路
电流可表示为：

$$i_1 = i_{l1} \quad i_3 = i_{l2}$$

$$i_2 = i_{l2} - i_{l1}$$

列写的方程

网孔电流在网孔中是闭合的，对每个相关结点均流进一次，流出一次，所以KCL自动满足。因此网孔电流法是对网孔回路列写KVL方程，方程数为网孔数。

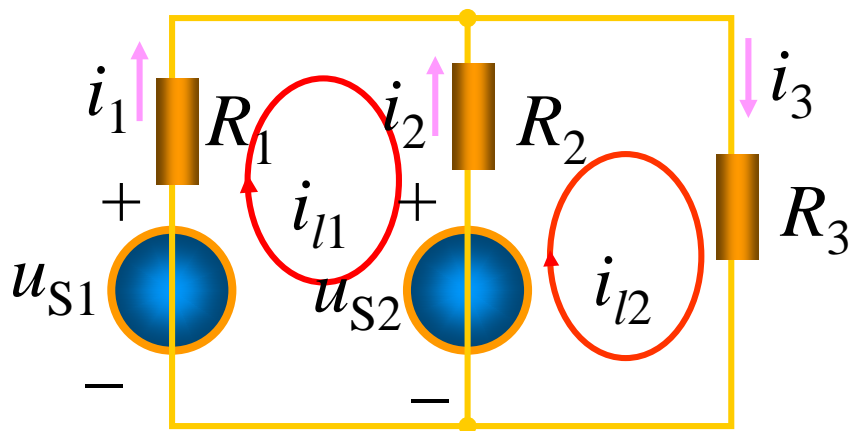


2. 方程的列写

$$\text{网孔1: } R_1 i_{l1} + R_2(i_{l1} - i_{l2}) - u_{S1} + u_{S2} = 0$$

$$\text{网孔2: } R_2(i_{l2} - i_{l1}) + R_3 i_{l2} - u_{S2} = 0$$

$$\text{整理得: } \begin{cases} (R_1 + R_2) i_{l1} - R_2 i_{l2} = u_{S1} - u_{S2} \\ -R_2 i_{l1} + (R_2 + R_3) i_{l2} = u_{S2} \end{cases}$$



$$\begin{cases} R_{11} i_{l1} + R_{12} i_{l2} = u_{sl1} \\ R_{21} i_{l1} + R_{22} i_{l2} = u_{sl2} \end{cases}$$



$$\begin{cases} R_{11}i_{l1} + R_{12}i_{l2} = u_{sl1} \\ R_{21}i_{l1} + R_{22}i_{l2} = u_{sl2} \end{cases} \quad \begin{cases} (R_1 + R_2)i_{l1} - R_2i_{l2} = u_{S1} - u_{S2} \\ -R_2i_{l1} + (R_2 + R_3)i_{l2} = u_{S2} \end{cases}$$

$$R_{11} = R_1 + R_2$$

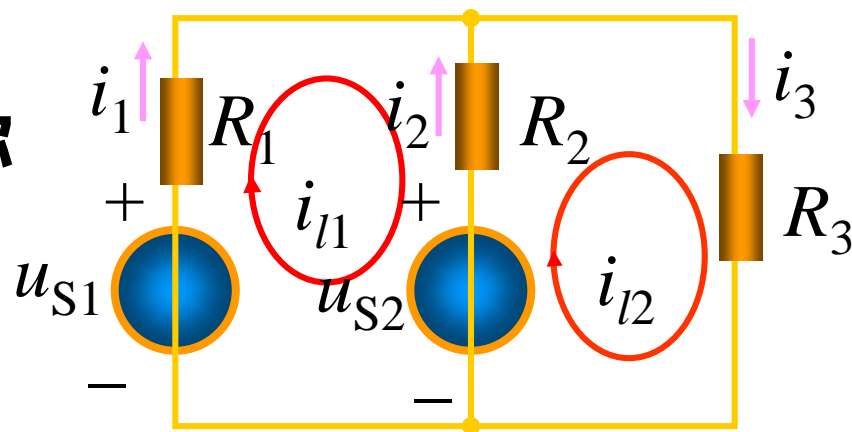
网孔1中所有电阻之和，称网孔1的自电阻。

$$R_{22} = R_2 + R_3$$

网孔2中所有电阻之和，称网孔2的自电阻。

$$R_{12} = R_{21} = -R_2$$

网孔1、网孔2之间的互电阻。



$u_{sl1} = u_{S1} - u_{S2}$ **网孔1中所有电压源电压的代数和。**

$u_{sl2} = u_{S2}$ **网孔2中所有电压源电压的代数和。**





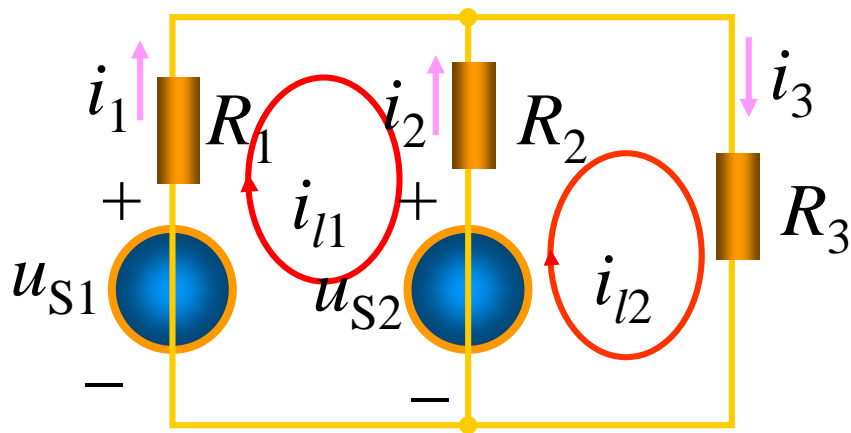
注意

①自电阻总为正。

②当两个网孔电流流过相关支路方向相同时，互电阻取正号；否则为负号。

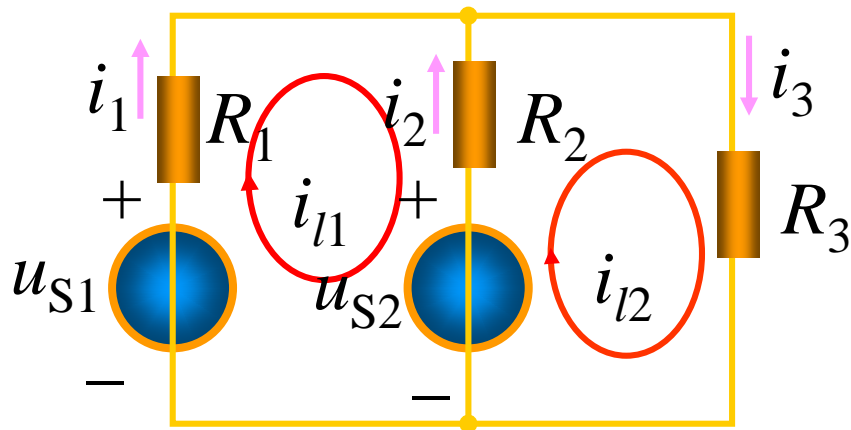
③当电压源电压方向与该网孔电流方向一致时，取负号；反之取正号。

$$\begin{cases} R_{11}i_{l1} + R_{12}i_{l2} = u_{s1} \\ R_{21}i_{l1} + R_{22}i_{l2} = u_{s2} \end{cases}$$



方程的标准形式:

$$\begin{cases} R_{11}i_{l1} + R_{12}i_{l2} = u_{sl1} \\ R_{21}i_{l1} + R_{22}i_{l2} = u_{sl2} \end{cases}$$



对于具有 l 个网孔的电路, 有:

$$\begin{cases} R_{11}i_{l1} + R_{12}i_{l2} + \cdots + R_{1l}i_{ll} = u_{sl1} \\ R_{21}i_{l1} + R_{22}i_{l2} + \cdots + R_{2l}i_{ll} = u_{sl2} \\ \cdots \\ R_{l1}i_{l1} + R_{l2}i_{l2} + \cdots + R_{ll}i_{ll} = u_{sll} \end{cases}$$



$$\begin{cases} R_{11}i_{l1} + R_{12}i_{l2} + \cdots + R_{1l}i_{ll} = u_{sl1} \\ R_{21}i_{l1} + R_{22}i_{l2} + \cdots + R_{2l}i_{ll} = u_{sl2} \\ \cdots \\ R_{l1}i_{l1} + R_{l2}i_{l2} + \cdots + R_{ll}i_{ll} = u_{sll} \end{cases}$$



注意

R_{kk} : 自电阻(总为正)

R_{jk} : 互电阻 →

- + : 流过互阻的两个网孔电流方向相同;
- : 流过互阻的两个网孔电流方向相反;
- 0 : 无关。



例1 用网孔电流法求解电流 i

解

选网孔为独立回路：

$$(R_S + R_1 + R_4)i_1 - R_1i_2 - R_4i_3 = U_S$$

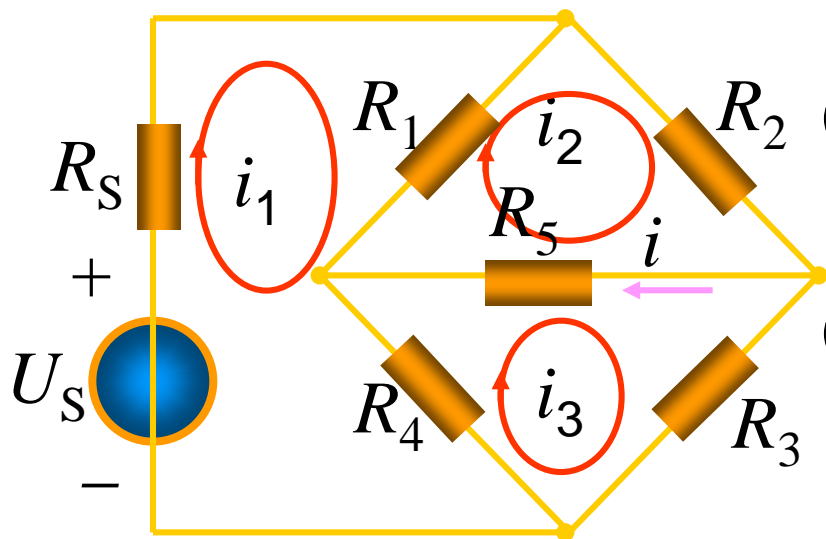
$$-R_1i_1 + (R_1 + R_2 + R_5)i_2 - R_5i_3 = 0$$

$$-R_4i_1 - R_5i_2 + (R_3 + R_4 + R_5)i_3 = 0$$

$$i = i_2 - i_3$$



表明

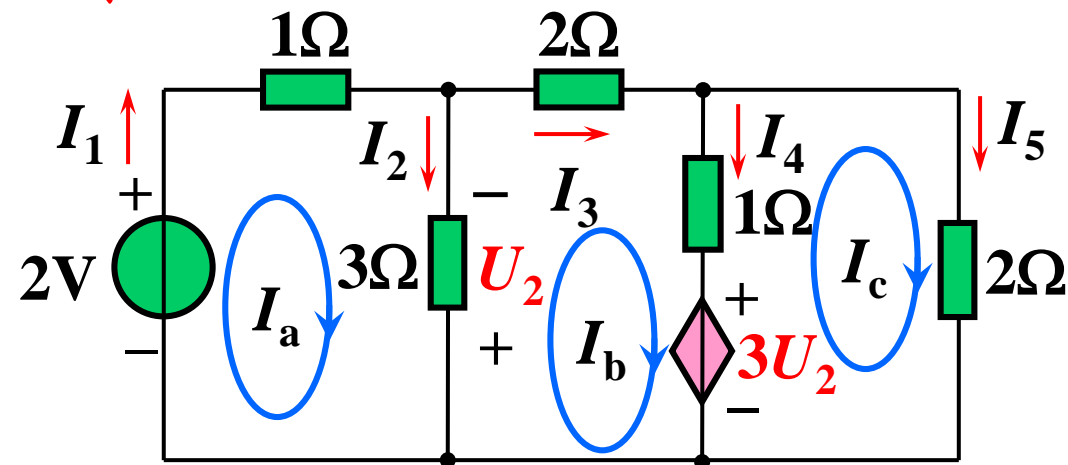


①无受控源的线性网络 $R_{jk}=R_{kj}$,
系数矩阵为对称阵。

②当网孔电流均取顺（或逆）
时针方向时， R_{jk} 均为负。



例2 用网孔法求各支路电流。



① 将VCVS看作独立源建立方程；

$$\begin{cases} 4I_a - 3I_b = 2 \\ -3I_a + 6I_b - I_c = -3U_2 \\ -I_b + 3I_c = 3U_2 \end{cases}$$

② 找出控制量和网孔电流关系。

$$U_2 = 3(I_b - I_a)$$

得

$$\begin{cases} 4I_a - 3I_b = 2 \\ -12I_a + 15I_b - I_c = 0 \\ 9I_a - 10I_b + 3I_c = 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{解得}} \begin{cases} I_a = 1.19\text{A} \\ I_b = 0.92\text{A} \\ I_c = -0.51\text{A} \end{cases}$$

各支路电流

$$I_1 = I_a = 1.19\text{A}$$

$$I_2 = I_a - I_b = 0.27\text{A}$$

$$I_3 = I_b = 0.92\text{A}$$

$$I_4 = I_b - I_c = 1.43\text{A}$$

$$I_5 = I_c = -0.52\text{A}$$

* 有一个控制量（电压或电流），就要增加一个控制量和回路电流关系的补充方程。

** 由于含受控源，方程的系数矩阵一般不对称。





小结

(1) 网孔电流法的一般步骤:

- ①选网孔为独立回路，并确定其绕行方向；
- ②以网孔电流为未知量，列写其KVL方程；
- ③求解上述方程，得到 l 个网孔电流；
- ④求各支路电流；
- ⑤其它分析。

(2) 网孔电流法的特点:

仅适用于平面电路。



3.5 回路电流法

1.回路电流法

以基本回路中沿回路连续流动的假想电流为未知量列写电路方程分析电路的方法。它适用于平面和非平面电路。

列写的方程

回路电流法是对独立回路列写KVL方程，
方程数为：

$$b - (n - 1)$$



注意

与支路电流法相比，方程数减少 $n-1$ 个。

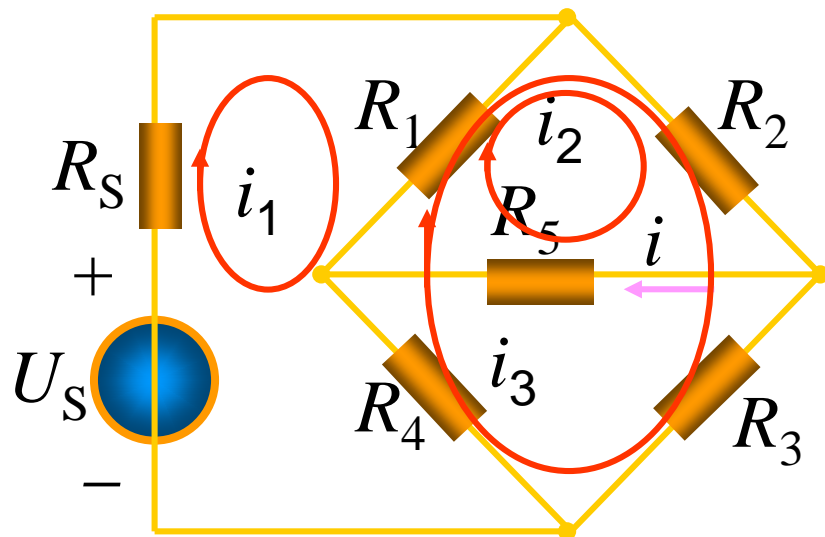


2. 方程的列写

例 用回路电流法求解电流 i 。

解

只让一个回路电流经过 R_5 支路。



$$\begin{aligned}(R_S + R_1 + R_4)i_1 - R_1i_2 - (R_1 + R_4)i_3 &= U_S \\ -R_1i_1 + (R_1 + R_2 + R_5)i_2 + (R_1 + R_2)i_3 &= 0 \\ -(R_1 + R_4)i_1 + (R_1 + R_2)i_2 + (R_1 + R_2 + R_3 + R_4)i_3 &= 0 \\ i &= i_2\end{aligned}$$



方程的标准形式:

对于具有 $l=b-(n-1)$ 个回路的电路, 有:

$$\begin{cases} R_{11}i_{l1} + R_{12}i_{l2} + \dots + R_{1l}i_{ll} = u_{sl1} \\ R_{21}i_{l1} + R_{22}i_{l2} + \dots + R_{2l}i_{ll} = u_{sl2} \\ \vdots \\ R_{l1}i_{l1} + R_{l2}i_{l2} + \dots + R_{ll}i_{ll} = u_{sll} \end{cases}$$



注意 R_{kk} : 自电阻(总为正)

R_{jk} :
互电阻 $\begin{cases} + : \text{流过互阻的两个回路电流方向相同;} \\ - : \text{流过互阻的两个回路电流方向相反;} \\ 0 : \text{无关。} \end{cases}$





(1) 回路法的一般步骤:

- ①**选定 $l=b-(n-1)$ 个独立回路，并确定其绕行方向；**
- ②**对 l 个独立回路，以回路电流为未知量，列写其KVL方程；**
- ③**求解上述方程，得到 l 个回路电流；**
- ④**求各支路电流；**
- ⑤**其它分析。**



(2) 回路法的特点:

- ①通过灵活的选取回路可以减少计算量;**
- ②互有电阻的识别难度加大, 易遗漏互有电阻。**



3.理想电流源支路的处理

- 引入电流源电压，增加回路电流和电流源电流的关系方程。

例 $(R_S + R_1 + R_4)i_1 - R_1i_2 - R_4i_3 = U_S$

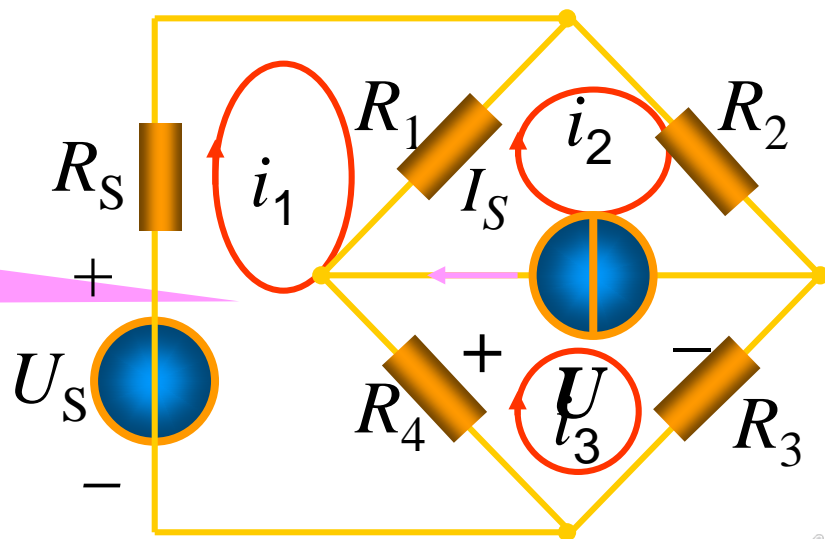
$$-R_1i_1 + (R_1 + R_2)i_2 = U$$

$$-R_4i_1 + (R_3 + R_4)i_3 = -U$$

方程中应包括
电流源电压

增补方程：

$$I_S = i_2 - i_3$$

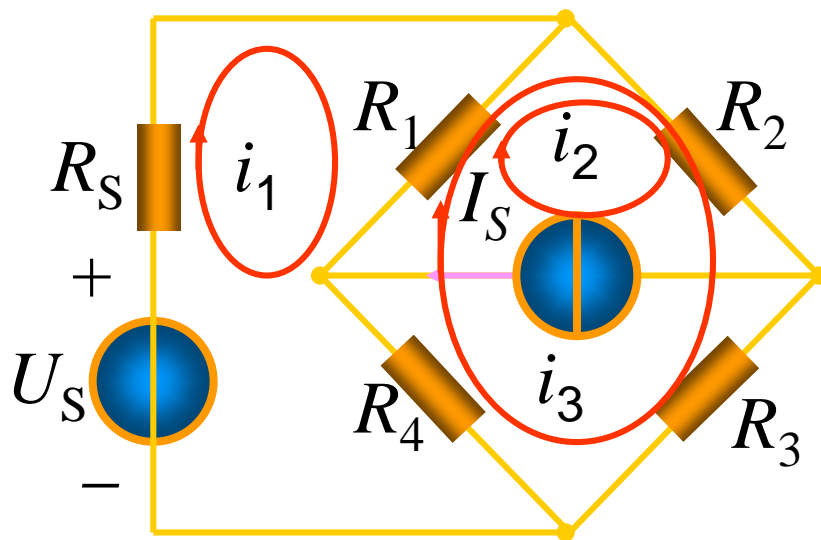


●选取独立回路，使理想电流源支路仅仅属于一个回路，该回路电流即 I_S 。

例 $(R_S + R_1 + R_4)i_1 - R_1 i_2 - (R_1 + R_4)i_3 = U_S$

$i_2 = I_S$ 已知电流，实际减少了一方程

$$-(R_1 + R_4)i_1 + (R_1 + R_2)i_2 + (R_1 + R_2 + R_3 + R_4)i_3 = 0$$

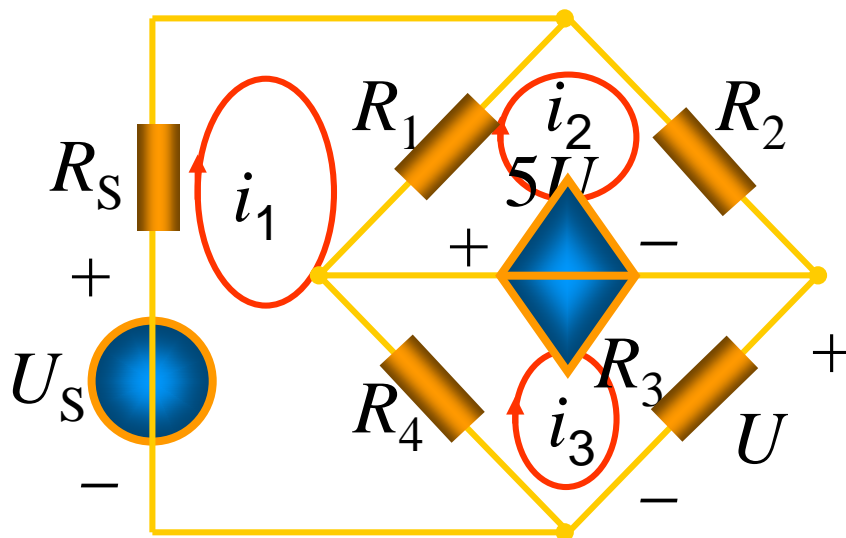


4.受控电源支路的处理

对含有受控电源支路的电路，可先把受控源看作独立电源按上述方法列方程，再将控制量用回路电流表示。



例1



增补方程:

$$U = R_3 i_3$$

$$(R_s + R_1 + R_4)i_1 - R_1 i_2 - R_4 i_3 = U_s$$

$$-R_1 i_1 + (R_1 + R_2)i_2 = 5U$$

$$-R_4 i_1 + (R_3 + R_4)i_3 = -5U$$

受控源看
作独立源
列方程



例2 列回路电流方程

解1

选网孔为独立回路

$$(R_1 + R_3)i_1 - R_3i_3 = -U_2$$

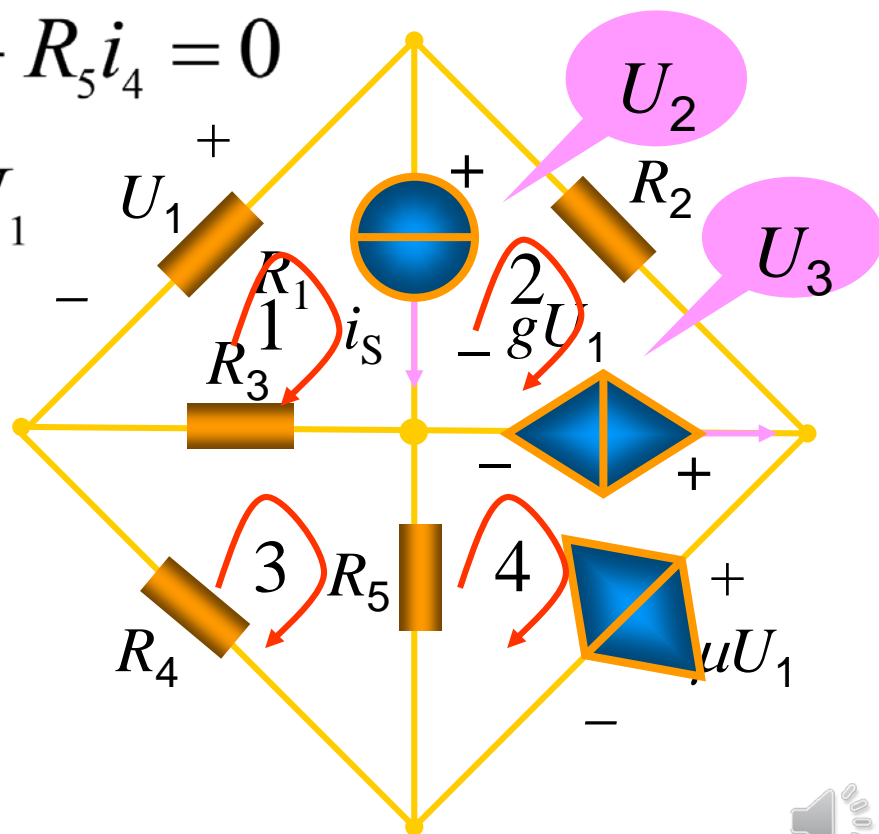
$$R_2i_2 = U_2 - U_3$$

$$-R_3i_1 + (R_3 + R_4 + R_5)i_3 - R_5i_4 = 0$$

$$-R_5i_3 + R_5i_4 = U_3 - \mu U_1$$

增补方程:

$$\begin{cases} i_1 - i_2 = i_s \\ i_4 - i_2 = gU_1 \\ U_1 = -R_1i_1 \end{cases}$$



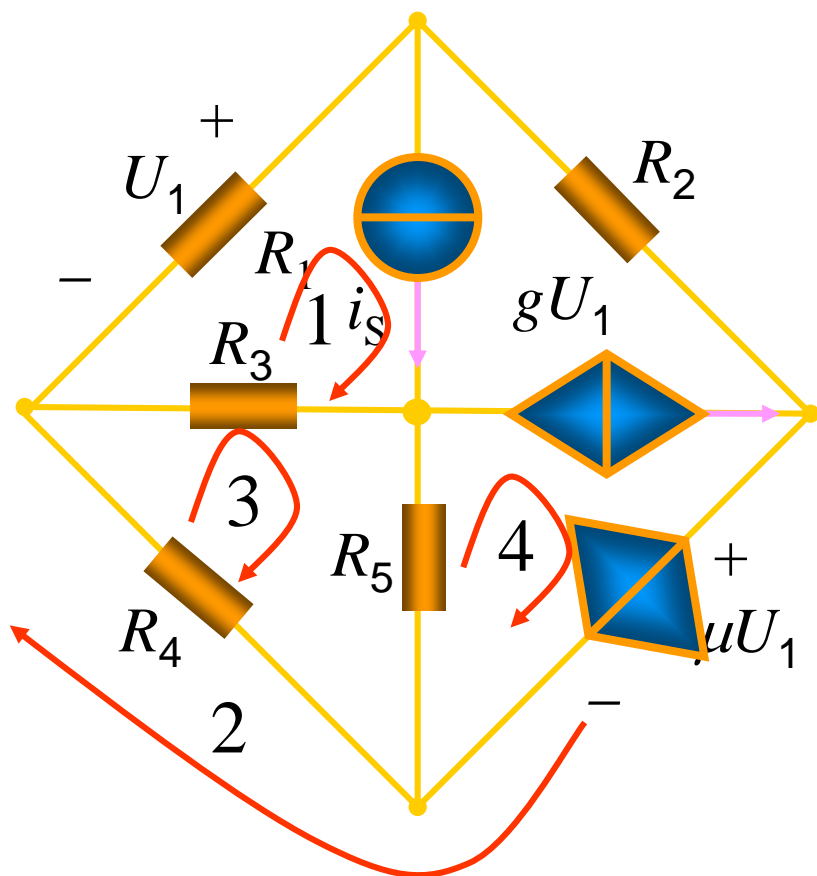
解2

回路2选大回路

$$i_1 = i_s$$

$$R_1 i_1 + (R_1 + R_2 + R_4) i_2 + R_4 i_3 = -\mu U_1$$

$$-R_3 i_1 + R_4 i_2 + (R_3 + R_4 + R_5) i_2 - R_5 i_4 = 0$$



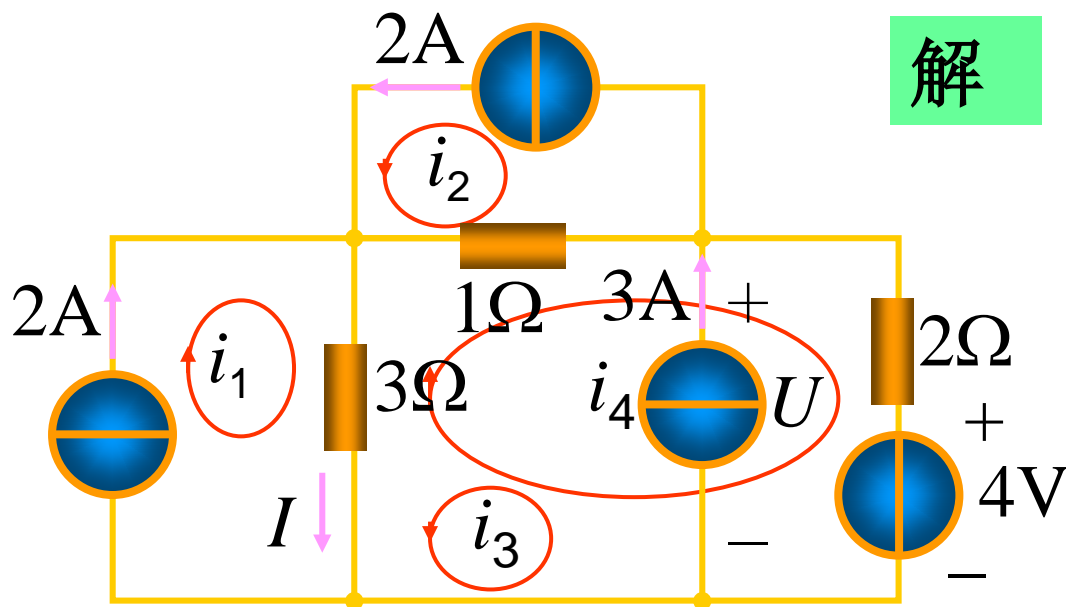
$$i_4 = gU_1$$

增补方程:

$$U_1 = -R_1(i_1 + i_2)$$



例3 求电路中电压 U ，电流 I 和电压源产生的功率



解

$$i_1 = 2A \quad i_2 = 2A$$

$$i_3 = 3A$$

$$6i_4 - 3i_1 + i_2 - 4i_3 = -4$$

$$i_4 = (6 - 2 + 12 - 4) / 6 = 2A$$

$$I = 2 + 3 - 2 = 3A$$


$$U = 2i_4 + 4 = 8V$$

$$P = 4 \times i_4 = 8W(\text{吸收})$$

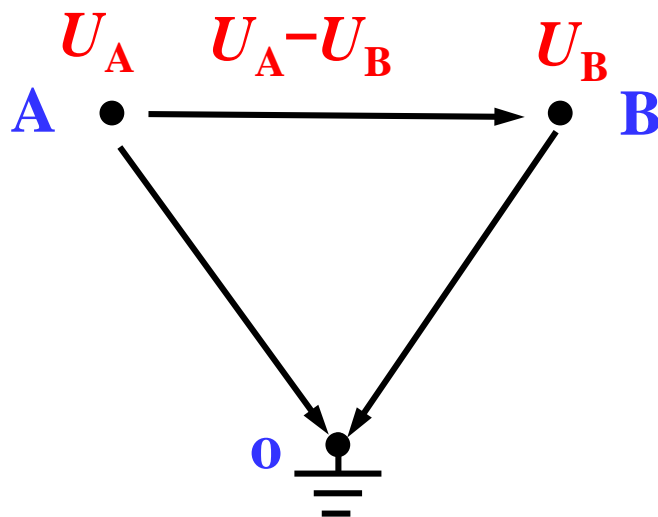


如何减少方程的数量？

支路电流法需要 $b-n+1$ 个 **KVL** 方程，
 $n-1$ 个 **KCL** 方程。

 ? 假定一组电位变量，使之自动满足 **KVL** 方程，从而减少联立方程的个数。

电位的单值性



$$(U_A - U_B) + U_B - U_A \equiv 0$$

KVL 自动满足

结点电压

任意选择参考点

独立结点到参考点的电压（降）即是 **结点电压（位）**，
方向 为独立结点指向参考节点。



3.6 结点电压法

1. 结点电压法

以结点电压为未知量列写电路方程分析电路的方法。适用于结点较少的电路。

基本思想：

选结点电压为未知量，则KVL自动满足，无需列写KVL 方程。各支路电流、电压可视为结点电压的线性组合，求出结点电压后，便可方便地得到各支路电压、电流。



列写的方程

结点电压法列写的是结点上的KCL方程，

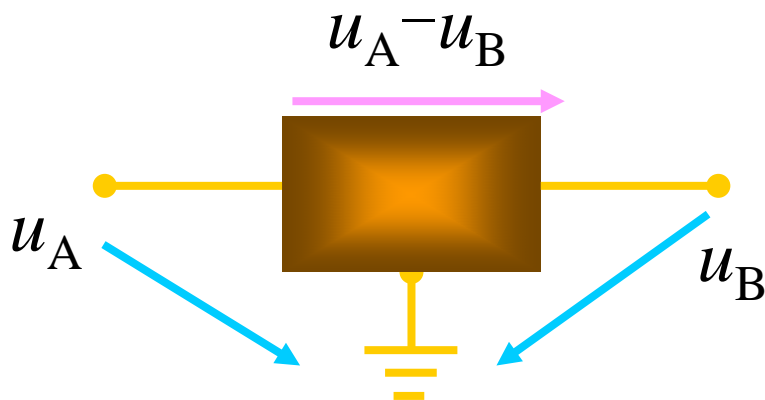
独立方程数为：

$$(n - 1)$$



注意

- ①与支路电流法相比，方程数减少 $b-(n-1)$ 个。
- ②任意选择参考点：其它结点与参考点的电位差即为结点电压(位)，方向为从独立结点指向参考结点。



$$(u_A - u_B) + u_B - u_A = 0$$

KVL自动满足



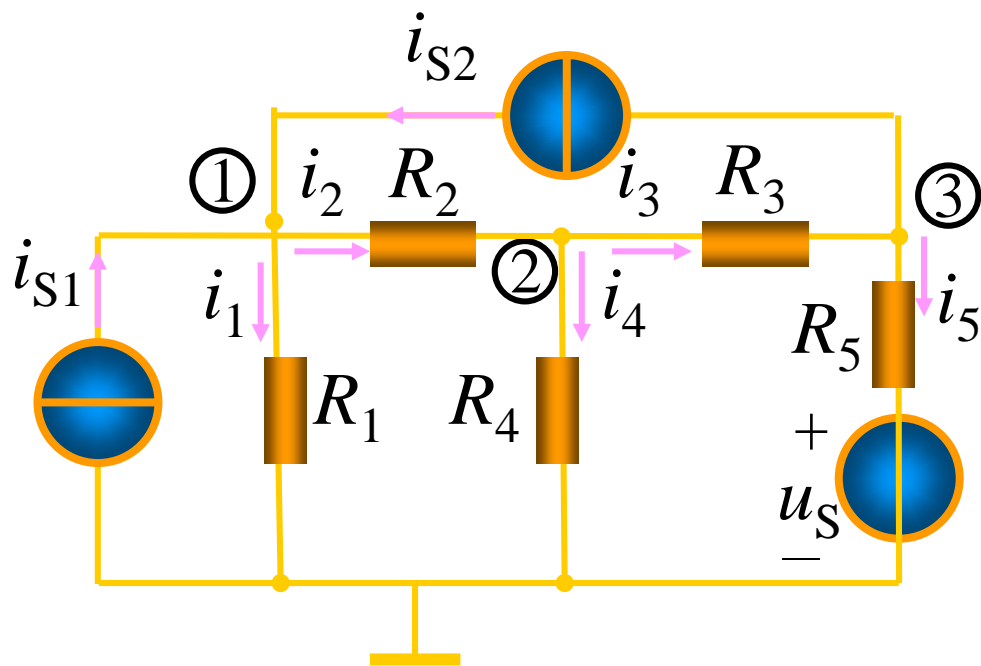
2. 方程的列写

①选定参考结点，标明其余 $n-1$ 个独立结点的电压；

②列KCL方程：

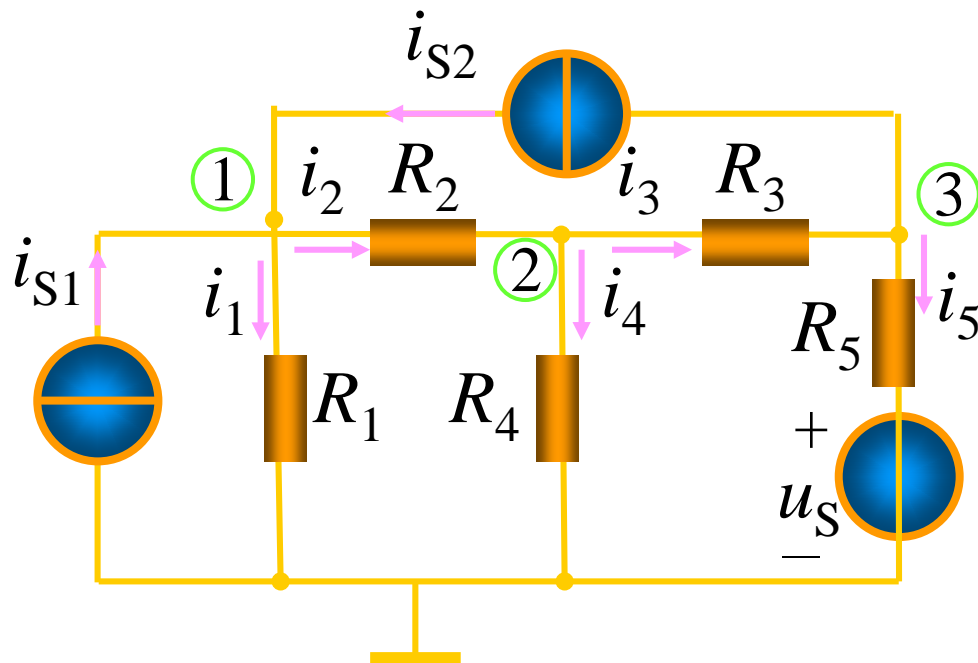
$$\sum i_{\text{R出}} = \sum i_{\text{S入}}$$

$$\begin{cases} i_1 + i_2 = i_{S1} + i_{S2} \\ -i_2 + i_4 + i_3 = 0 \\ -i_3 + i_5 = -i_{S2} \end{cases}$$



$$\begin{cases} i_1 + i_2 = i_{S1} + i_{S2} \\ -i_2 + i_4 + i_3 = 0 \\ -i_3 + i_5 = -i_{S2} \end{cases}$$

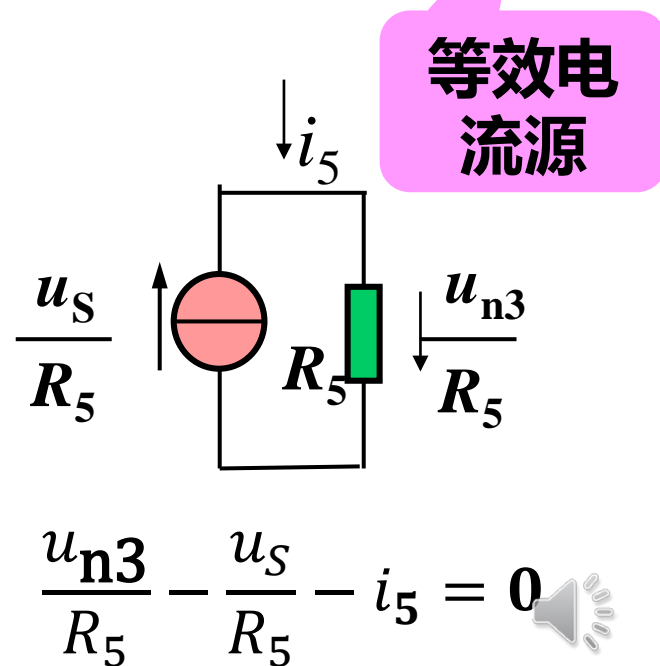
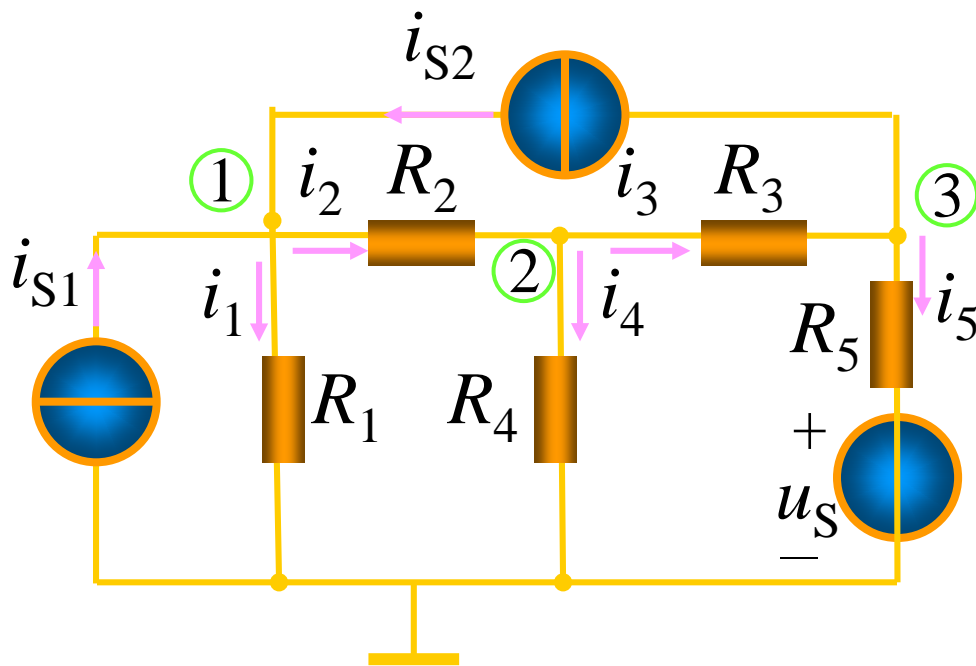
**把支路电流用结点
电压表示：**



$$\begin{cases} \frac{u_{n1}}{R_1} + \frac{u_{n1} - u_{n2}}{R_2} = i_{S1} + i_{S2} \\ -\frac{u_{n1} - u_{n2}}{R_2} + \frac{u_{n2} - u_{n3}}{R_3} + \frac{u_{n2}}{R_4} = 0 \\ -\frac{u_{n2} - u_{n3}}{R_3} + \frac{u_{n3} - u_S}{R_5} = -i_{S2} \end{cases}$$



$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{u_{n1}}{R_1} + \frac{u_{n1} - u_{n2}}{R_2} = i_{S1} + i_{S2} \\ -\frac{u_{n1} - u_{n2}}{R_2} + \frac{u_{n2} - u_{n3}}{R_3} + \frac{u_{n2}}{R_4} = 0 \\ -\frac{u_{n2} - u_{n3}}{R_3} + \frac{u_{n3} - u_S}{R_5} = -i_{S2} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)u_{n1} - \left(\frac{1}{R_2}\right)u_{n2} = i_{S1} + i_{S2} \\ -\frac{1}{R_2}u_{n1} + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right)u_{n2} - \frac{1}{R_3}u_{n3} = 0 \\ -\left(\frac{1}{R_3}\right)u_{n2} + \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5}\right)u_{n3} = -i_{S2} + \frac{u_S}{R_5} \end{array} \right.$$



整理得：

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) u_{n1} - \left(\frac{1}{R_2}\right) u_{n2} = i_{S1} + i_{S2} \\ -\frac{1}{R_2} u_{n1} + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right) u_{n2} - \frac{1}{R_3} u_{n3} = 0 \\ -\left(\frac{1}{R_3}\right) u_{n2} + \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5}\right) u_{n3} = -i_{S2} + \frac{u_S}{R_5} \end{array} \right.$$

令 $G_k = 1/R_k, k=1, 2, 3, 4, 5$

上式简记为：

$$\left\{ \begin{array}{l} G_{11}u_{n1} + G_{12}u_{n2} + G_{13}u_{n3} = i_{Sn1} \\ G_{21}u_{n1} + G_{22}u_{n2} + G_{23}u_{n3} = i_{Sn2} \\ G_{31}u_{n1} + G_{32}u_{n2} + G_{33}u_{n3} = i_{Sn3} \end{array} \right.$$

标准形式的结点
电压方程





小结

$$\begin{cases} G_{11}u_{n1} + G_{12}u_{n2} + G_{13}u_{n3} = i_{Sn1} \\ G_{21}u_{n1} + G_{22}u_{n2} + G_{23}u_{n3} = i_{Sn2} \\ G_{31}u_{n1} + G_{32}u_{n2} + G_{33}u_{n3} = i_{Sn3} \end{cases}$$

$$G_{11} = G_1 + G_2 \quad \text{结点1的自电导}$$

$$G_{22} = G_2 + G_3 + G_4 \quad \text{结点2的自电导}$$

$$G_{33} = G_3 + G_5 \quad \text{结点3的自电导}$$

结点的自电导等于接在该结点上所有支路的电导之和。

$$G_{12} = G_{21} = -G_2 \quad \text{结点1与结点2之间的互电导}$$

$$G_{23} = G_{32} = -G_3 \quad \text{结点2与结点3之间的互电导}$$

互电导为接在结点与结点之间所有支路的电导之和，总为负值。



$i_{Sn1} = i_{S1} + i_{S2}$ 流入结点1的电流源电流的代数和。

$i_{Sn3} = -i_{S2} + u_S/R_5$ 流入结点3的电流源电流的代数和。

流入结点取正号，流出取负号。

由结点电压方程求得各结点电压后即可求得各支路电压，各支路电流可用结点电压表示：

$$i_1 = \frac{u_{n1}}{R_1}$$

$$i_2 = \frac{u_{n1} - u_{n2}}{R_2}$$

$$i_3 = \frac{u_{n2} - u_{n3}}{R_3}$$

$$i_4 = \frac{u_{n2}}{R_4}$$

$$i_5 = \frac{u_{n3} - u_S}{R_5}$$



结点法标准形式的方程：

$$\left\{ \begin{array}{l} G_{11}u_{n1} + G_{12}u_{n2} + \dots + G_{1,n-1}u_{n,n-1} = i_{Sn1} \\ G_{21}u_{n1} + G_{22}u_{n2} + \dots + G_{2,n-1}u_{n,n-1} = i_{Sn2} \\ \dots \dots \dots \dots \\ G_{n-1,1}u_{n1} + G_{n-1,2}u_{n2} + \dots + G_{n-1,n}u_{n,n-1} = i_{Sn,n-1} \end{array} \right.$$

G_{ii} —自电导，总为正。

$G_{ij} = G_{ji}$ —互电导，

结点*i*与结点*j*之间所有支路电导之和，总为负。

i_{Sni} — 流入结点*i*的所有电流源电流的代数和。



注意 电路不含受控源时，系数矩阵为对称阵。



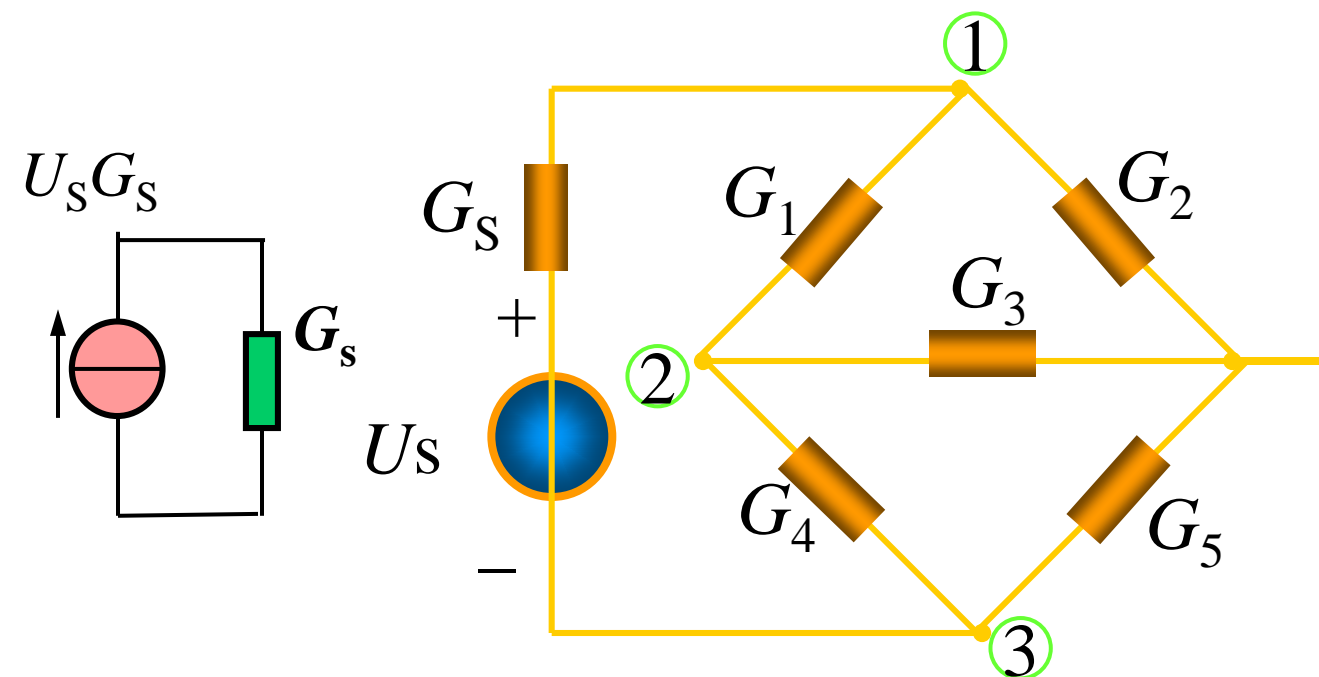


结点法的一般步骤:

- (1) 选定参考结点, 标定 $n-1$ 个独立结点;
- (2) 对 $n-1$ 个独立结点, 以结点电压为未知量, 列写其KCL方程;
- (3) 求解上述方程, 得到 $n-1$ 个结点电压;
- (4) 通过结点电压求各支路电流;
- (5) 其它分析。



例 试列写电路的结点电压方程



$$\begin{cases} (G_1 + G_2 + G_S)U_1 - G_1U_2 - G_SU_3 = G_SU_S \\ -G_1U_1 + (G_1 + G_3 + G_4)U_2 - G_4U_3 = 0 \\ -G_SU_1 - G_4U_2 + (G_4 + G_5 + G_S)U_3 = -U_SG_S \end{cases}$$

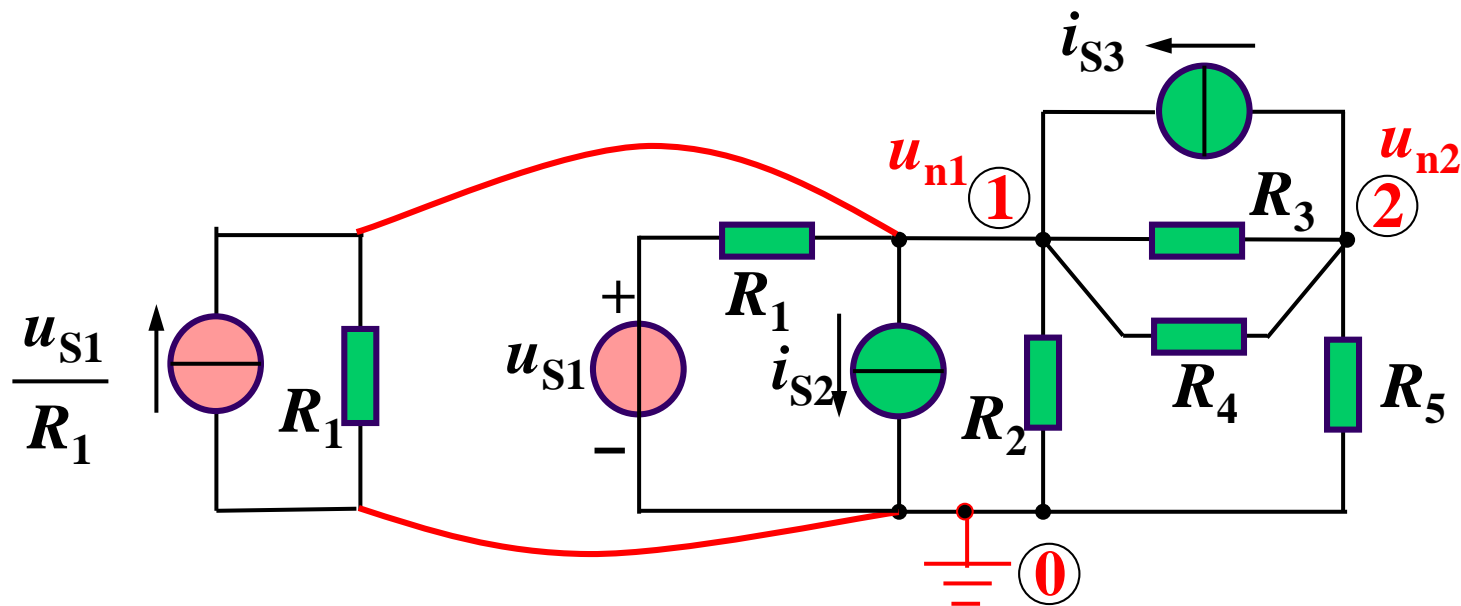


几种特殊情况的处理：

- 1. 电路中含电压源与电阻串联的支路；**
- 2. 电路中含无串联电阻（无伴）的独立电压源支路；**
- 3. 电路中含受控电流源；**
- 4. 电路中电流源与电阻串联的支路；**



特殊情况1：电路中含电压源与电阻串联的支路。



$$\begin{cases} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right) u_{n1} - \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right) u_{n2} = \frac{u_{S1}}{R_1} - i_{S2} + i_{S3} \\ - \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right) u_{n1} + \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \right) u_{n2} = -i_{S3} \end{cases}$$

等效电流源电流

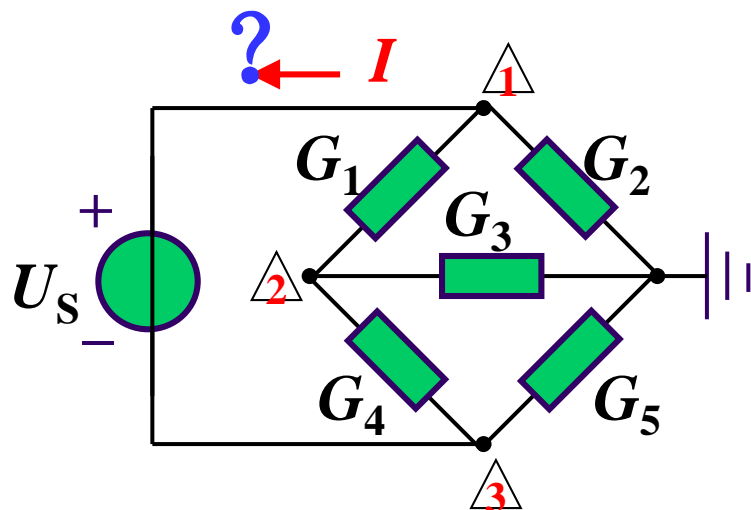


特殊情况2：无串联电阻（无伴）的独立电压源支路。

例 试列写下图含理想电压源电路的结点电压方程。

方法1 设电压源电流变量 I ，列方程

$$\begin{cases} (G_1+G_2)U_1-G_1U_2=\boxed{-I} \\ -G_1U_1+(G_1+G_3+G_4)U_2-G_4U_3=0 \\ -G_4U_2+(G_4+G_5)U_3=\boxed{I} \end{cases}$$



增加结点电压与电压源电压间的关系

$$U_1 - U_3 = U_S$$

问题在哪里？

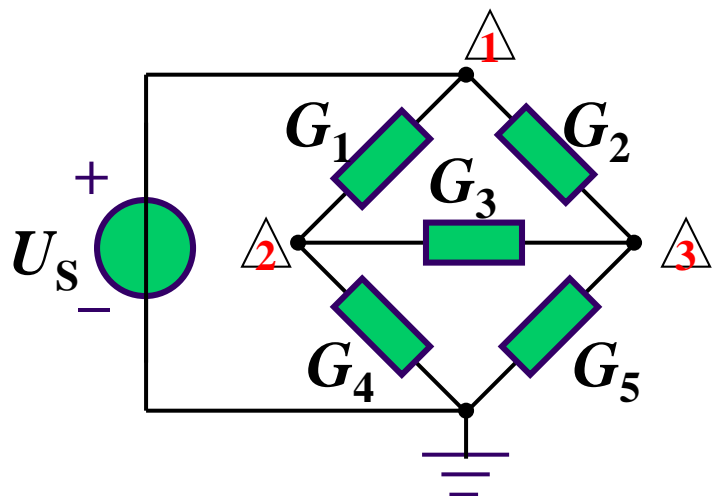
每增加一个变量，就要增加一个补充方程。

电流

KVL



方法2: 选择合适的参考点

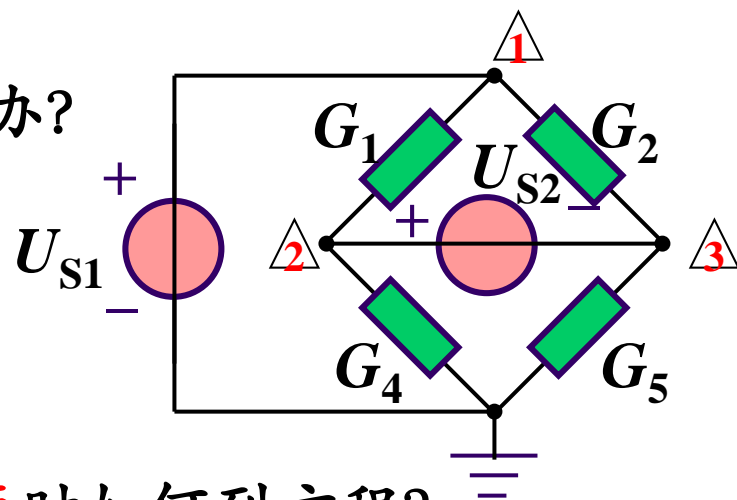


$$U_1 = U_S$$

$$-G_1 U_1 + (G_1 + G_3 + G_4) U_2 - G_3 U_3 = 0$$

$$-G_2 U_1 - G_3 U_2 + (G_2 + G_3 + G_5) U_3 = 0$$

问题: 如果存在两个电压源支路怎么办?



?

电路中含有流(压)控电压源时如何列方程?

有串联电阻? 无串联电阻?



特殊情况3 受控电源支路的处理

对含有受控电源支路的电路，先把受控源看作独立电源列方程，再增补方程：将控制量用结点电压表示。

电压（电流）控制的电流源，直接当做独立电流源看待，然后增补控制量方程；

电压（电流）控制的电压源，直接当做独立电压源看待，

A) 如果有串联电阻，先做等效变换成电流源并联电阻，之后增补结点电压与控制量的关系；

B) 如果没有串联电阻，无伴的电压源情况，先做假设 I 。之后再增补方程，一是增补结点电压与控制量关系，二是增补结点电压和电压源的关系；



特殊情况3：电路中含受控电流源。

CCCS如何处理

例3 列写下图含VCCS电路的结点电压方程。

(1) 把受控源当作独立源，
列方程

$$(G_1 + G_2)u_{n1} - G_1u_{n2} = i_{S1}$$

$$-G_1u_{n1} + (G_1 + G_3)u_{n2} = -gu - i_{S1}$$

(2) 用结点电压表示控制量。

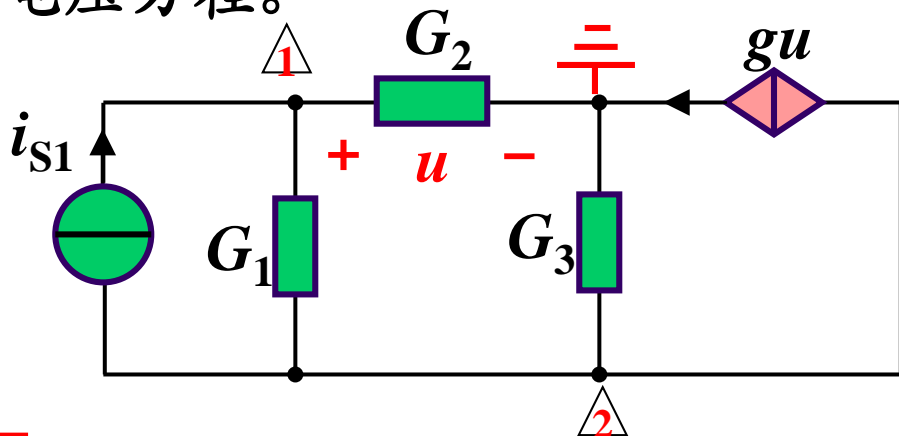
$$u = u_{n1}$$

* 有一个控制量（电压或电流），就要增加一个控制量和结点电压的补充方程。

(3) 整理，得 $(G_1 + G_2)u_{n1} - G_1u_{n2} = i_{S1}$

$$(g - G_1)u_{n1} + (G_1 + G_3)u_{n2} = -i_{S1}$$

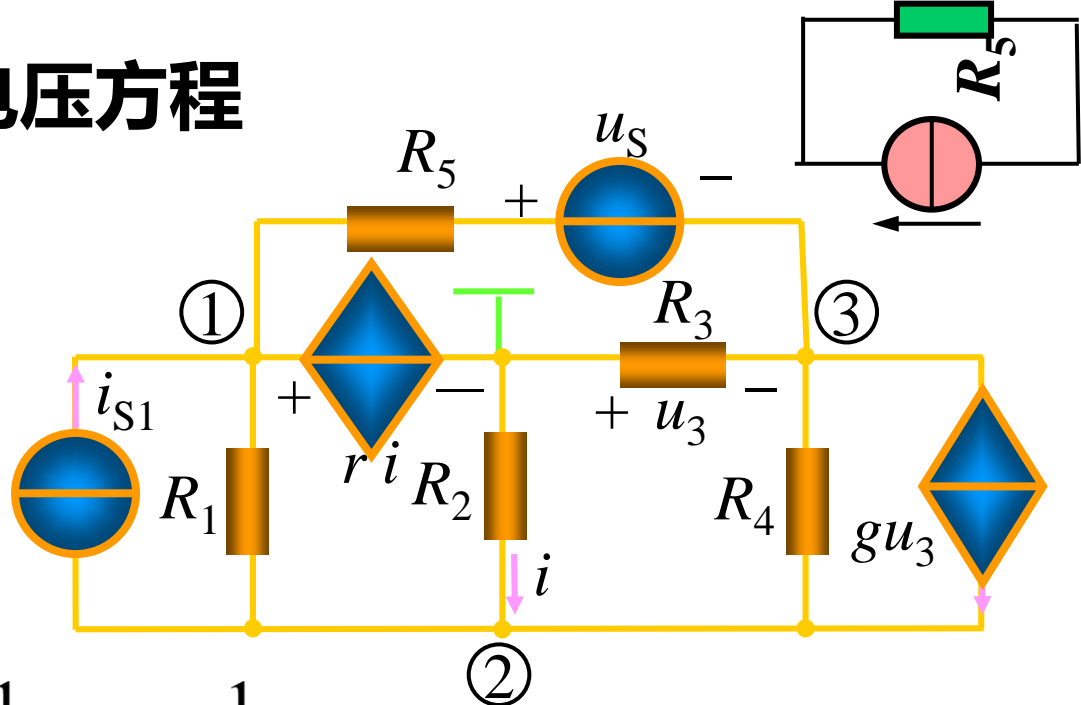
** 由于含受控源，方程的系数矩阵一般不对称。



例2 列写电路的结点电压方程

解 ①设参考点

②把受控源当作独立源列方程;

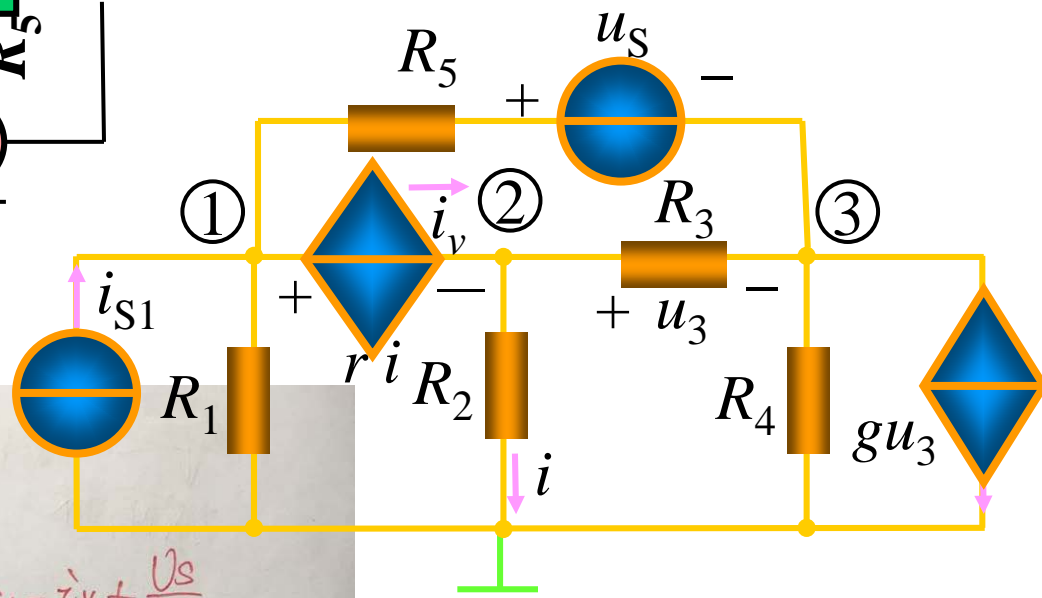


$$\begin{cases} u_{n1} = ri \\ \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4}\right)u_{n2} - \frac{1}{R_1}u_{n1} - \frac{1}{R_4}u_{n3} = -i_{S1} + gu_3 \\ -\frac{1}{R_5}u_{n1} - \frac{1}{R_4}u_{n2} + \left(\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5}\right)u_{n3} = -gu_3 - \frac{u_S}{R_5} \end{cases}$$

③用结点电压表示控制量。

$$\begin{aligned} u_3 &= -u_{n3} \\ i &= -u_{n2}/R_2 \end{aligned}$$





假设, i_{in} 电流为 i_v

$$\textcircled{2}: \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) u_{n2} - 0 - \frac{1}{R_3} u_{n3} = i_y$$

②自等 ①-②同除 ②-③同除 流入④

$$\textcircled{3}: \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}\right) U_{n3} - \frac{1}{R_5} U_{n1} - \frac{1}{R_3} U_{n2} = -\frac{U_S}{R_5} - gU_3$$

③自导 ①-③互导 ②-③互导 流出③ 流出③ 代入

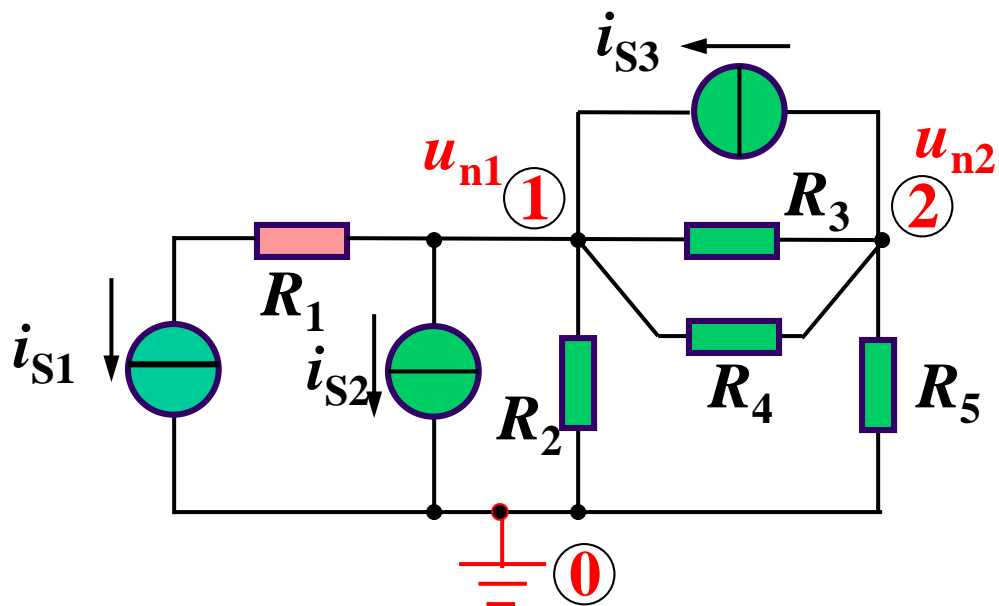
CCVS补 VCCS补

③ 时 $\begin{cases} \text{CCVS 增补} & V_{CCVS} \text{ 增补} \\ \text{把iv补列方程左端, 并增加增补方程} & \begin{cases} U_{n1} - U_{n2} = R_2 \dot{v} & U_{n3} = U_{n2} - U_{n3} \\ \dot{v} = \frac{U_{n2} - 0}{R_2} \Rightarrow U_{n1} - \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) U_{n2} = 0 \end{cases} \end{cases}$

①-④ 有4个方程. 求 u_1, u_2, u_3 和 c_v .



特殊情况4：电路中电流源与电阻串联的支路。



$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right)u_{n1} - \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right)u_{n2} = -i_{S1} - i_{S2} + i_{S3}$$

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right)u_{n1} - \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right)u_{n2} = -i_{S1} - i_{S2} + i_{S3} \\ -\left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right)u_{n1} + \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}\right)u_{n2} = -i_{S3} \end{cases}$$



特殊情况4：电路中电流源与电阻串联的支路。

解

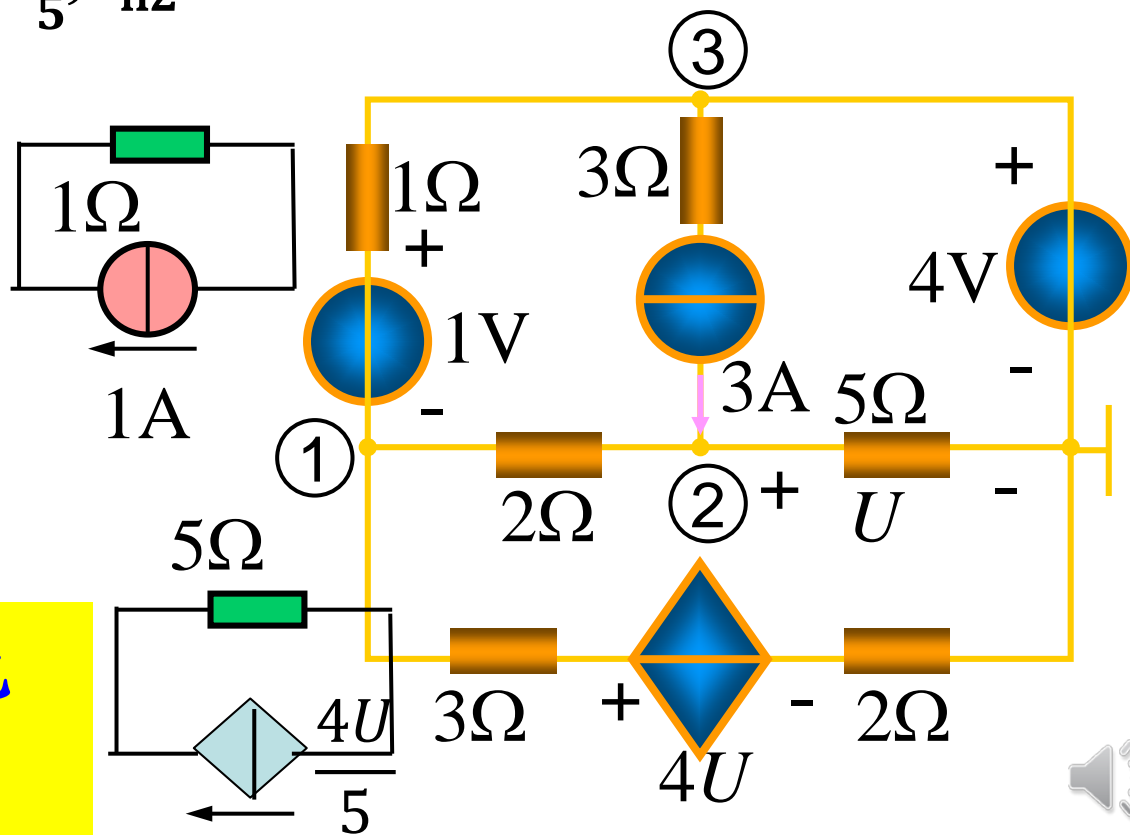
$$(\frac{1}{\mathbf{1}} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3+2})u_{\mathbf{n1}} - \frac{1}{2}u_{\mathbf{n2}} - \frac{1}{\mathbf{1}}u_{\mathbf{n3}} = -1 + \frac{4U}{5}$$

$$-\frac{1}{2}u_{\mathbf{n1}} + (\frac{1}{2} + \frac{1}{5})u_{\mathbf{n2}} = 3A$$

$$u_{n3} = 4V$$

$$U = U_{n2}$$


与电流源串接的电阻不参与列方程。



例 求电压 U 和电流 I

解1 应用结点法

$$u_{n1} = 100V$$

$$u_{n2} = 100 + 110 = 210V$$

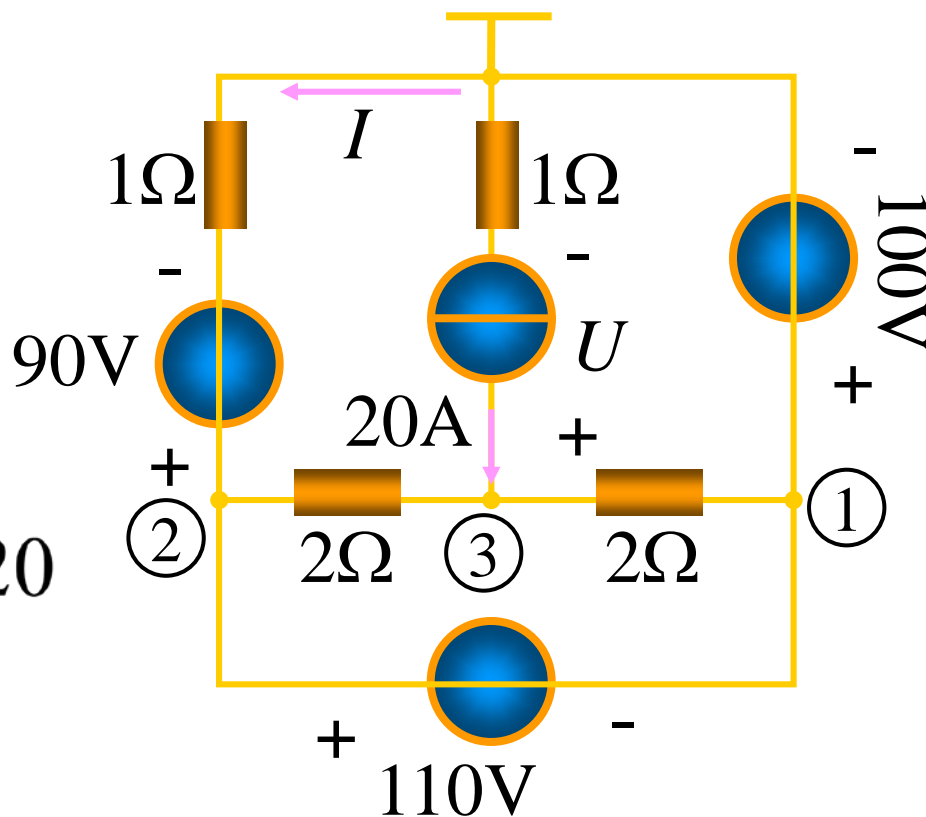
$$-0.5u_{n1} - 0.5u_{n2} + u_{n3} = 20$$

解得：

$$u_{n3} = 20 + 50 + 105 = 175V$$

$$U = u_{n3} + 1 \times 20 = 195V$$

$$I = -(u_{n2} - 90)/1 = -120A$$



解2 应用回路法

$$i_1 = 20\text{A}$$

$$i_2 + i_1 = 100 + 110 - 90 \\ = 120$$

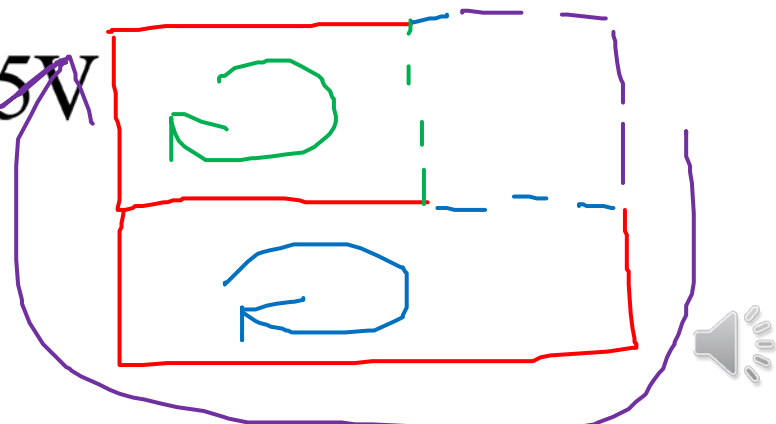
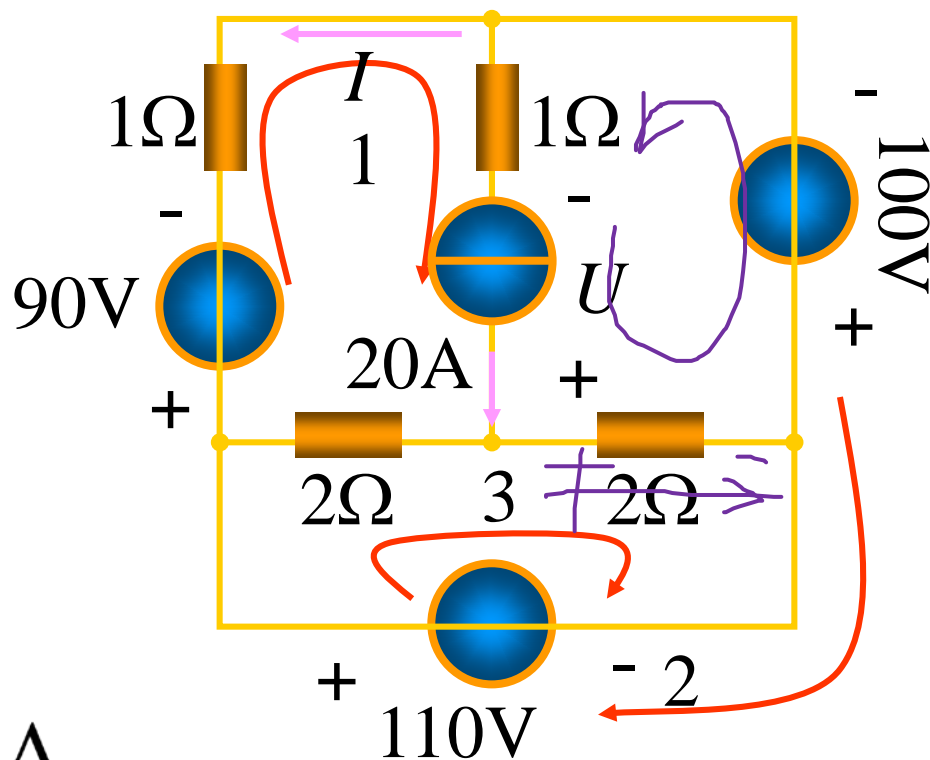
$$-2i_1 + 4i_3 = 110$$

$$\rightarrow i_3 = 150 / 4$$

解得：

$$I = -(i_1 + i_2) = -120\text{A}$$

$$U = 2i_3 + 100 + 1 \times 20 = 195\text{V}$$



线性电阻电路的一般分析方法

KVL+KCL+VCR: 2b法

支路电流法

——基础

回路电流法

} 重点

结点电压法



重新考虑减少方程数量的问题

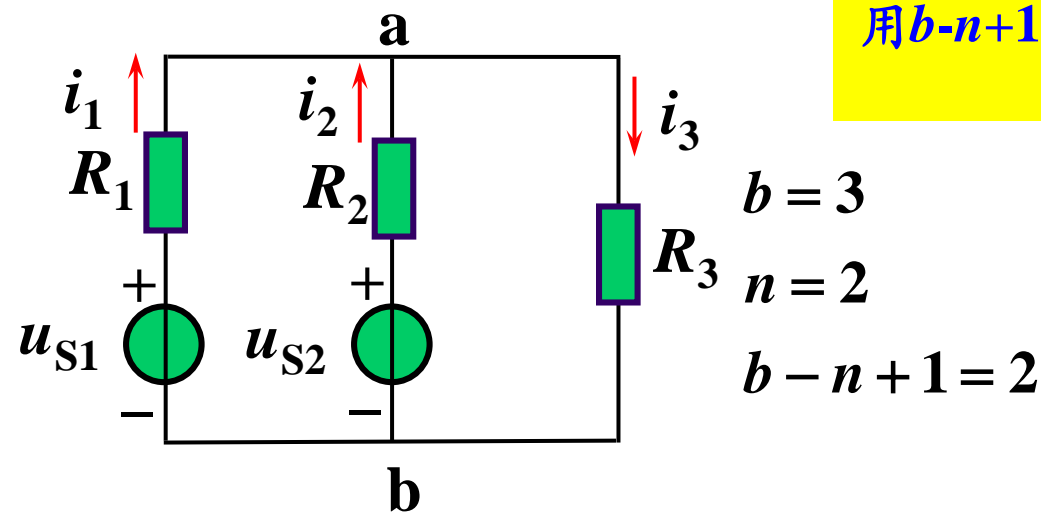
支路电流法用支路电流作为变量，
需要 $b-n+1$ 个KVL方程， $n-1$ 个KCL方程。

结点电压法用结点电压作为变量，只需要 $n-1$ 个KCL方程。

用 $n-1$ 个结点电压表示支路电压和支路电流
 $b-n+1$ 个KVL方程自动满足

回路电流法用回路电流作为变量，只需要 $b-n+1$ 个KVL方程。

用 $b-n+1$ 个回路电流表示支路电压和支路电流
 $n-1$ 个KCL方程自动满足



支路电流法的一般步骤

- (a) 标定各支路电流的参考方向;
- (b) 选定 $(n-1)$ 个节点, 列写KCL方程;
- (c) 选定 $b-n+1$ 个独立回路, 列写KVL方程(用支路电流表示支路电压);
- (d) 求解上述方程, 得到 b 个支路电流;



网孔/回路电流法

方程变量—回路电流

假想的电流

支路电流是回路电流的组合

方程形式—KVL

沿回路方向

电阻上的电压降=电压源上的电压升

$$\sum U_R (\text{压降}) = \sum U_S (\text{压升})$$

要求

观察电路结构（自电阻，互电阻，...）

直接列出标准形式的回路电流方程



结点电压法

方程变量—结点电压

独立结点到参考结点之间的电压

电路中要设定参考结点

方程形式—KCL

电阻上流出结点的电流 = 电流源流入结点的电流

$$\sum i_{R\text{出}} = \sum i_{iS\text{入}}$$

要求

观察电路结构（自电导，互电导，...）

直接列出标准形式的结点电压方程



支路法、回路法和结点法的小结和比较

(1) 方程数的比较

	KCL方程	KVL方程	方程总数
支路法	$n-1$	$b-n+1$	b
回路法	0	$b-n+1$	$b-n+1$
结点法	$n-1$	0	$n-1$

(2) 对于非平面电路，选独立回路不容易，而独立结点较容易。

(3) 结点法、回路法易于编程。目前用计算机分析网络
(电网，集成电路设计等)采用结点法较多。



Homework

3-2

3-7

3-8

3-12

3-14

3-16

3-18