

姓名

学号

专业

任课教师

南开大学 2016 级 “场论与无穷级数 (信)” 结课统考试卷 (A 卷) 2017 年 6 月 12 日

草稿区

(说明：答案务必写在装订线右侧，写在装订线左侧无效。影响成绩后果自负。)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	卷面 成绩	核分 签名	复核 签名
得分											

一、判定下列级数的敛散性(4 × 5 = 20 分):

(1) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+6}{n^2+1};$

一题 得分	
----------	--

(2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n};$

(3) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{2^n} (1 + \frac{1}{n})^{n^2};$

(4) $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n-1} (1 - \cos \frac{\pi}{n}).$

二、求幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} (n^2 - n + 1) x^n$ 的收

敛域，并求其和函数。(本题 10 分) .

二题 得分	
----------	--

姓名

学号

专业

任课教师

姓名

三、将函数 $f(x) = \frac{1}{x^2 + 4x + 3}$ 展开为 $(x-1)$ 的幂级数. (本题 10 分)

三题 得分	
----------	--

四、求下列微分方程的通解或初值问题的解 (每小题 5 分) :

(1) $y' + 2xy = x$;

四题 得分	
----------	--

(2) $(1 + x^2) y' = y^2$

(3) $y'' + y = 2x$;

(4) $(y - x) \frac{dy}{dx} = x + y$;

(5) $(1 + x^2) y'' = 2xy'$, $y(0) = 1, y'(0) = 3$;

五、计算下列广义积分 (每小题 5 分) :

(1) $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{(1+\sqrt{x})^3}$;

五题 得分	
----------	--

(2) $\int_0^1 \frac{dx}{(2-x)\sqrt{1-x}}$

六、(本题 9 分) 将函数 $f(x)=2x^2,(0 \leq x \leq \pi)$ 展开为正弦级数.

六题 得分	
----------	--

姓名

学号

专业

任课教师

七、(本题 10 分) 讨论广义积分 $\int_0^{+\infty} \frac{\ln(1+x)}{x^\alpha} dx$ 敛散性, 其中 $\alpha > 0$.

七题 得分	
----------	--

八、(6 分) 计算下列积分： $I(a) = \int_0^{\pi/2} \frac{\arctan(a \tan x)}{\tan x} dx$, 其中 $a > 0$.

八题 得分	
----------	--

草稿区