

姓名

学号

专业

任课教师

南开大学 2017 级“场论与无穷级数（信）”结课统考试卷（A 卷） 2018 年 6 月 19 日

（说明：答案务必写在装订线右侧，写在装订线左侧无效。影响成绩后果自负。）

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	卷面成绩	核分签名	复核签名
得分											

一、判定下列级数的敛散性(4×5 = 20 分):

(1)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{2n+1};$

一题得分	
------	--

(2)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(\ln n)^2}{n};$

(3)  $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{n}{2n+1})^n;$

(4)  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(\ln n)^9}.$

二、求幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{4n^2-1} x^{2n}$  的收敛域、和函数，并求级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{4n^2-1}$  的和。（本题 10 分）.

二题得分	
------	--

草稿区

姓名

学号

专业

任课教师

三、将函数  $f(x)=\frac{x}{-2x^2+x+1}$  展开为  $x$  的幂级数，并说明其收敛域.（本题 10 分）

三题 得分	
----------	--

四、求下列微分方程的通解或初值问题的解（每小题 5 分）：

(1)  $y'=2x(1+y^2)$ ；

四题 得分	
----------	--

(2)  $y+xy'=4x^3$

(3)  $y''+y=(x+2)e^x$ ；

(4)  $\frac{dy}{dx}=e^{\frac{y}{x}}+(y/x)$ ；

(5)  $(1+x^4)y''=4x^3y', y(0)=1, y'(0)=2$ ；

草稿

姓名
学号
专业
任课教师

五、计算下列广义积分（每小题 5 分）：

(1)  $\int_0^{+\infty} \frac{2x}{1+x^4} dx;$

(2)  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{(4-x)x}}$

六、（本题 9 分）将函数  $f(x)=1-\frac{x}{2\pi},(0\leq x\leq \pi)$  展开为（周期为  $2\pi$  ）的余弦级数.

五题 得分	
----------	--

六题 得分	
----------	--

草稿区

姓名
学号
专业
任课教师

七、（本题 10 分）证明： 广义积分  $\int_0^{+\infty} \frac{\ln x}{1+x^2} dx$  收敛， 并求其值。 .

七题 得分	
----------	--

八、（6 分） 计算下列积分：  $I(\alpha) = \int_0^{\pi/2} \frac{\ln(1+\alpha^2 \cos^2 x)}{\cos^2 x} dx$ ， 其中  $|\alpha|<1$ ，

被积函数在  $x = \pi/2$  之值， 取其在该点的极限。

八题 得分	
----------	--

草稿区