第7章 一阶电路和二阶电路的时域分析

本章重点

1.动态电路方程的建立及初始条件的确定；

2.一阶电路的零输入响应、零状态响应和全响应的概念及求解；

3.一阶电路的阶跃响应和冲激响应概念及求解。

7.1 动态电路的方程及其初始条件

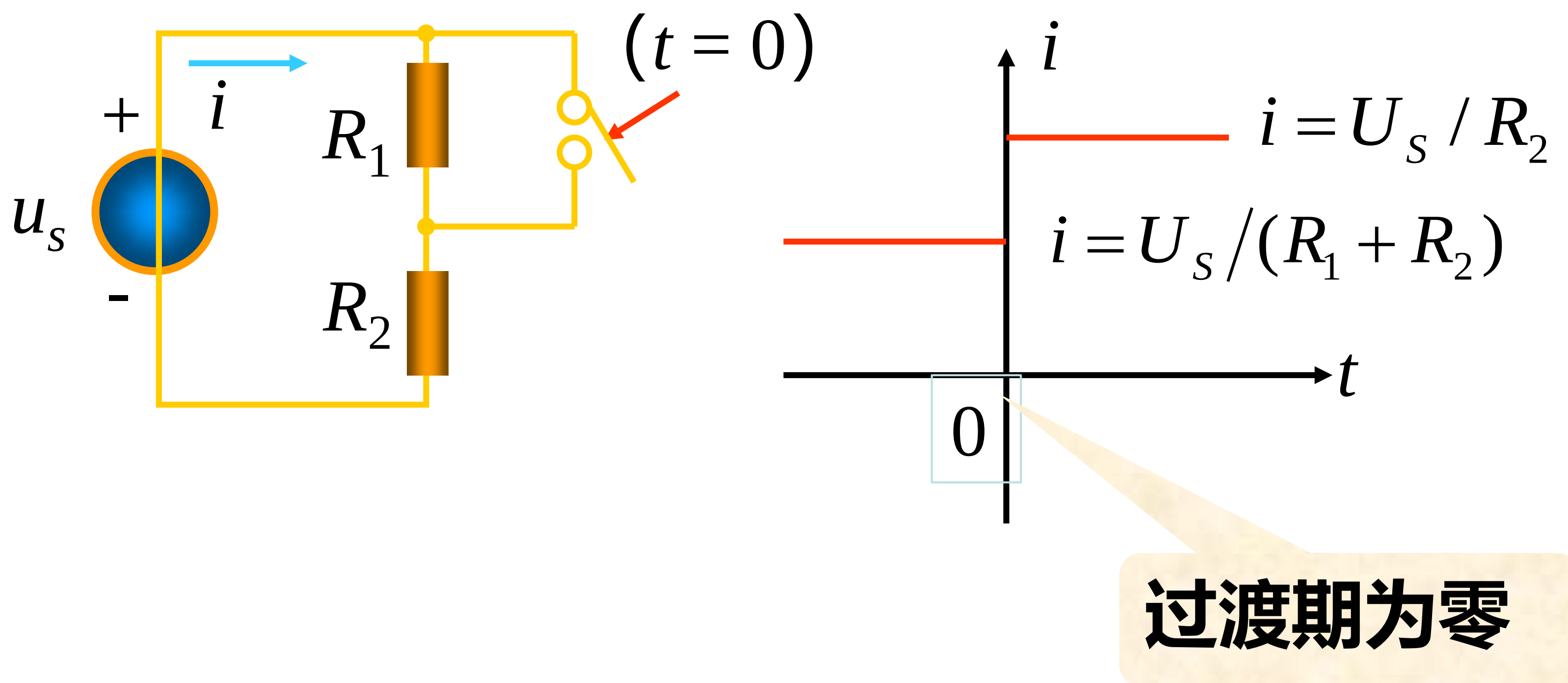
1. 动态电路

含有动态元件电容和电感的电路称动态电路。

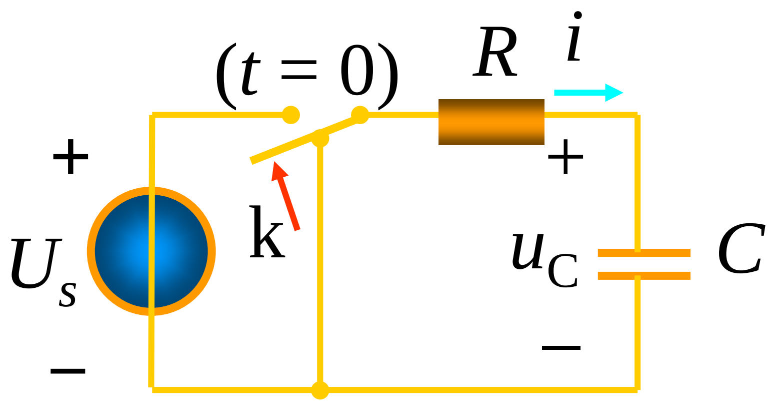
特 点

当动态电路状态发生改变时（换路）需要经历一个变化过程才能达到新的稳定状态。这个变化过程称为电路的过渡过程。

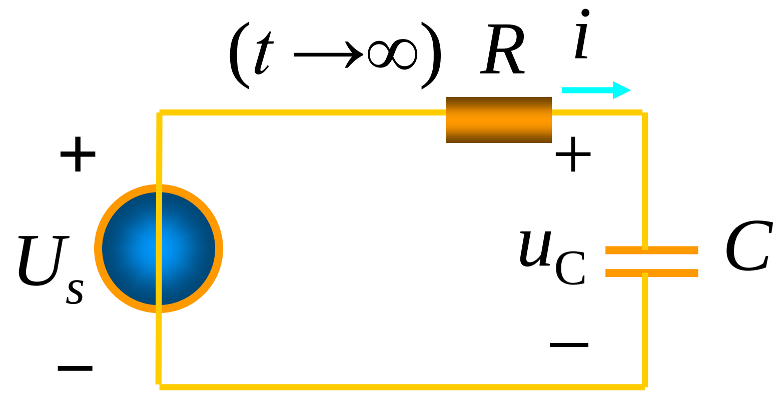
例 **电阻电路**



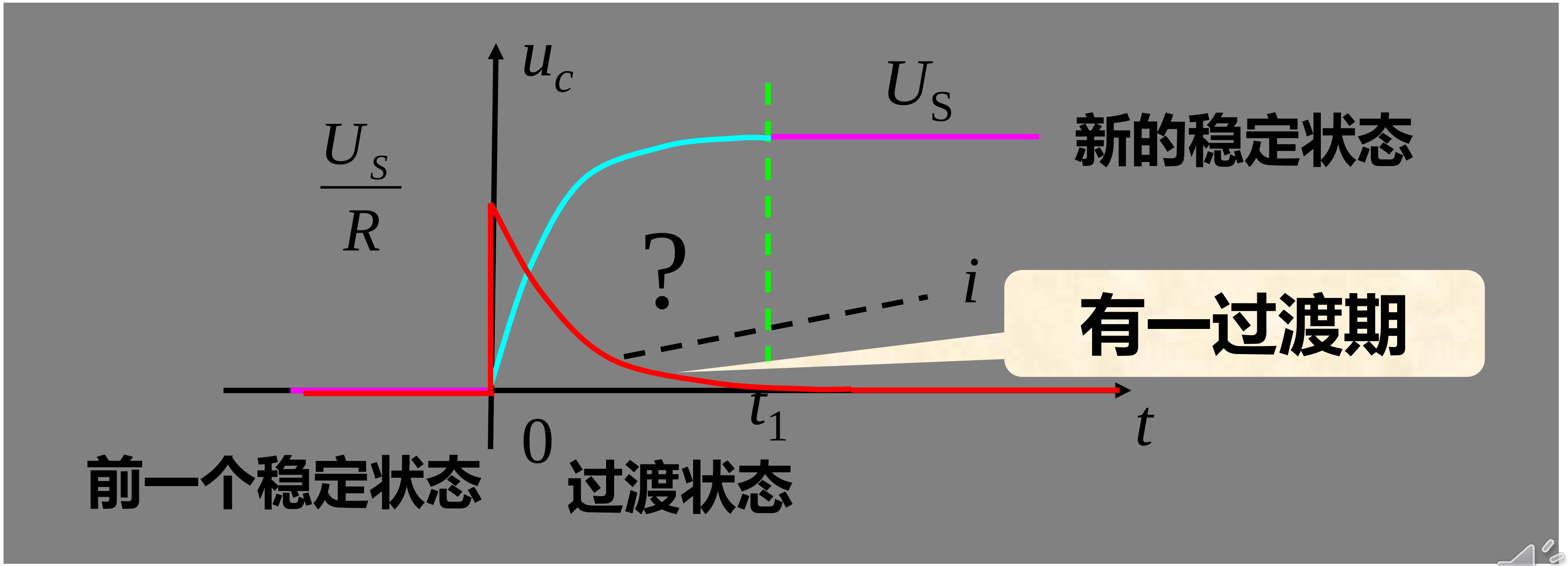
电容电路



$(t=0)$
R
i
$+$
U_s
$-$
k
$+$
u_C
C
$-$

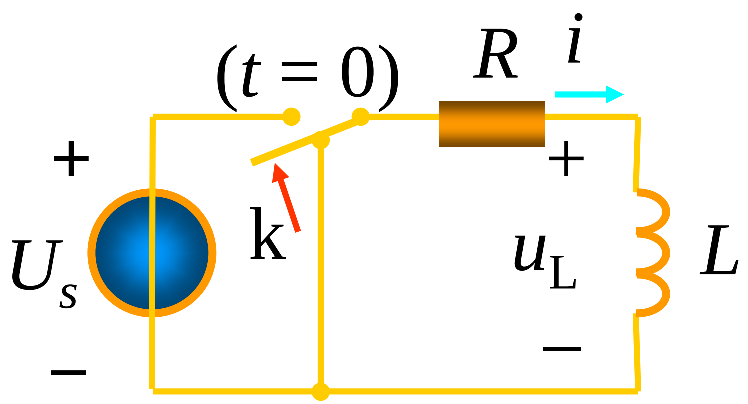


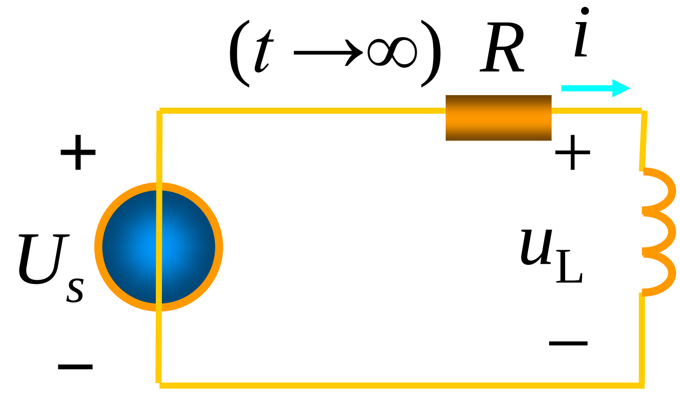
$(t\to\infty)$
R
i
$+$
U_s
$-$
$+$
u_C
C
$-$

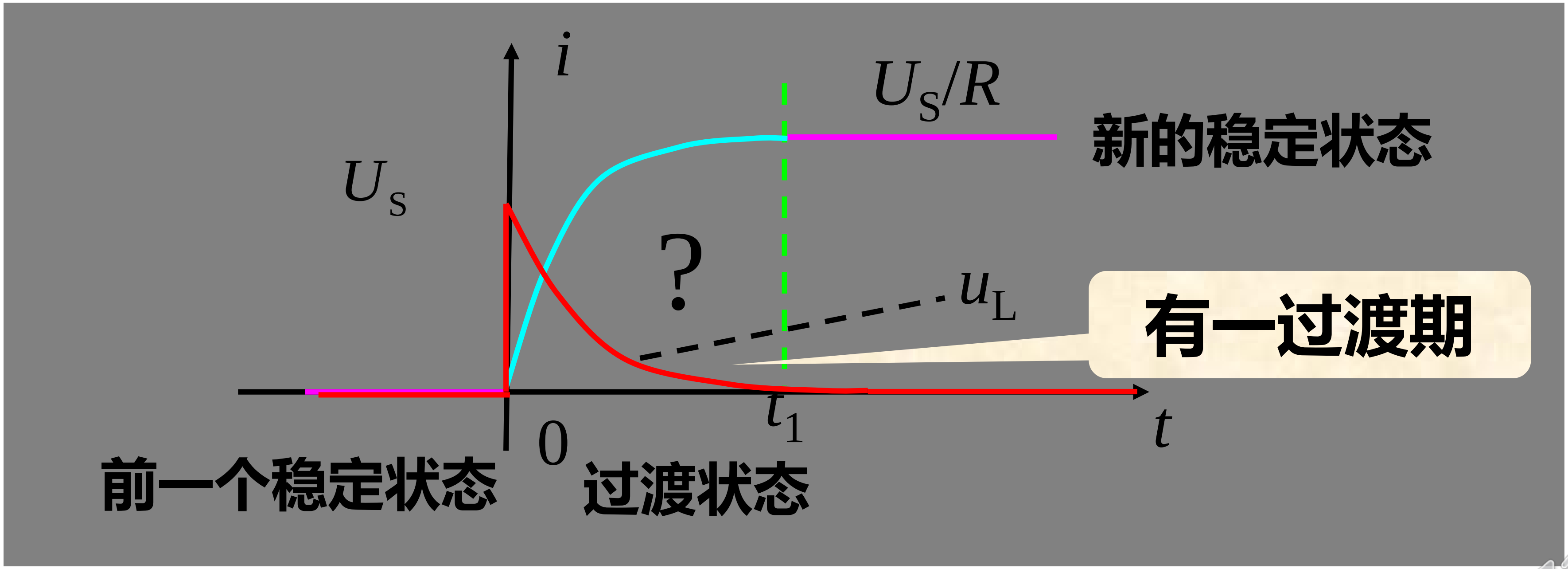


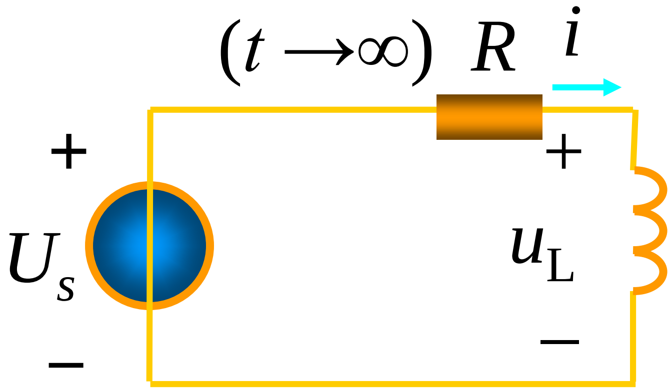
u_c
U_S
新的稳定状态
$\frac{U_s}{R}$
?
i
有一过渡期
t_1
t
0
前一个稳定状态
过渡状态

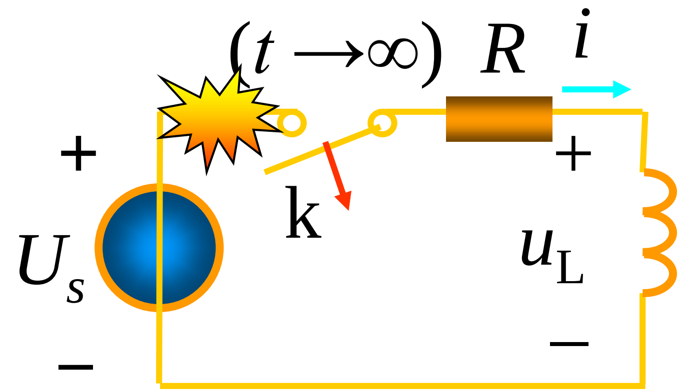
电感电路


(t = 0)
R
i
+
U_s
−
k
+
u_L
−
L


(t →∞)
R
i
+
U_s
−
+
u_L
−


i
U_S/R
新的稳定状态
U_S
?
u_L
有一过渡期
0
t_1
t
前一个稳定状态
过渡状态





k未动作前，电路处于稳定状态： $u_L = 0$， $i = U_s / R$

k断开瞬间 $i = 0$ ， $u_L = \infty$

$u = L\frac{di}{dt}$

 注意 工程实际中在切断电容或电感电路时会出现过电压和过电流现象。

换路 → 电路结构、状态发生变化

$\left\{\begin{array}{l}\text{支路接入或断开}\\ \text{电路参数变化}\end{array}\right.$

过渡过程产生的原因 →

电路内部含有储能元件 L、C，电路在换路时能量发生变化，而能量的储存和释放都需要一定的时间来完成。

$$p=\frac{\Delta w}{\Delta t} \qquad \Delta t \Rightarrow 0 \qquad p \Rightarrow \infty$$

电阻电路与动态电路

电阻电路：电路中仅由电阻元件和电源元件构成。KCL、KVL方程和元件特性均为代数方程。因此描述电路的方程为代数方程。

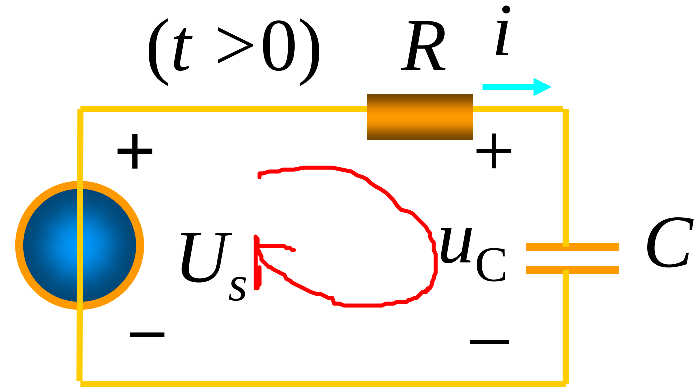
(即时电路)

动态电路：含储能元件$L(M)$、C。KCL、KVL方程仍为代数方程，而元件方程中含微分或积分形式。因此描述电路的方程为微分方程。

(记忆电路)

2. 动态电路的方程

例 $\boxed{RC\text{电路}}$



应用KVL和电容的VCR得：

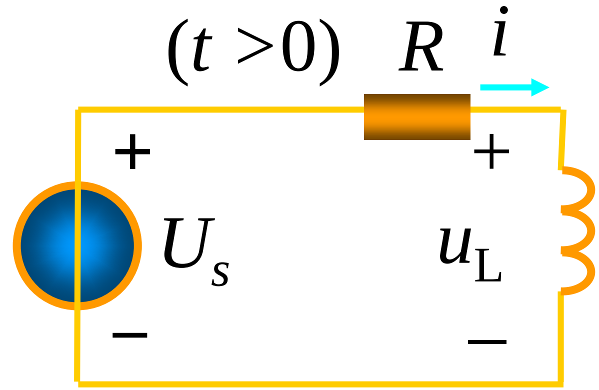
$$\begin{cases} Ri + u_C = u_S(t) \\ i = C\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} \end{cases} \longrightarrow RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = u_S(t)$$

若以电流为变量：

$$Ri + \frac{1}{C}\int i\mathrm{d}t = u_S(t)$$

$$\longrightarrow R\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{i}{C} = \frac{\mathrm{d}u_S(t)}{\mathrm{d}t}$$

*RL*电路



应用KVL和电感的VCR得：

$$\begin{cases} Ri + u_L = u_S(t) \\ u_L = L\dfrac{di}{dt} \end{cases} \longrightarrow Ri + L\frac{di}{dt} = u_S(t)$$

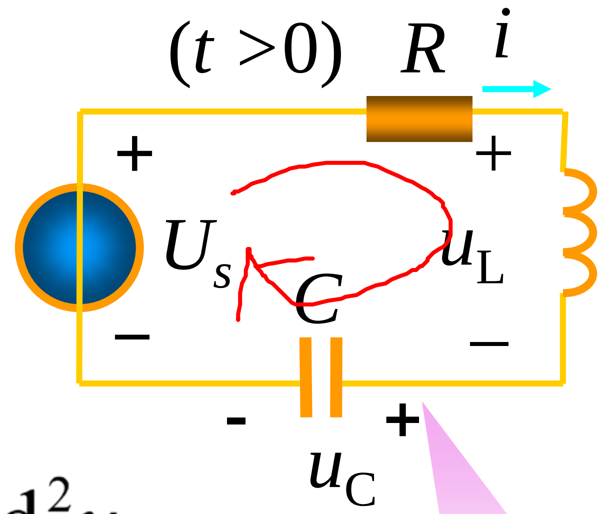
若以电感电压为变量： $\dfrac{R}{L}\int u_L dt + u_L = u_S(t)$

$$\longrightarrow \frac{R}{L}u_L + \frac{du_L}{dt} = \frac{du_S(t)}{dt}$$

结论

含有一个动态元件电容或电感的线性电路，其电路方程为一阶线性非齐次常微分方程，称一阶电路。

RLC电路



二阶电路

应用KVL和元件的VCR得：

$$\begin{cases} Ri + u_L + u_C = u_S(t) \\ i = C\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} \quad u_L = L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = LC\dfrac{\mathrm{d}^2 u_C}{\mathrm{d}t^2} \end{cases}$$

$$\rightarrow LC\frac{\mathrm{d}^2 u_C}{\mathrm{d}t^2} + RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = u_S(t)$$

含有二个动态元件的线性电路，其电路方程为二阶线性常微分方程，称二阶电路。

结论 ①描述动态电路的电路方程为微分方程；

②动态电路方程的阶数通常等于电路中动态元件的个数。

一阶电路 → 一阶电路中只有一个动态元件,描述电路的方程是一阶线性微分方程。

$$a_1\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}+a_0x=e(t)\quad t\geq 0$$

二阶电路 → 二阶电路中有二个动态元件,描述电路的方程是二阶线性微分方程。

$$a_2\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}+a_1\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}+a_0x=e(t)\quad t\geq 0$$

高阶电路 → **电路中有多个动态元件，描述电路的方程是高阶微分方程。**

$$a_n \frac{\mathrm{d}^n x}{\mathrm{d}t^n} + a_{n-1} \frac{\mathrm{d}^{n-1} x}{\mathrm{d}t^{n-1}} + \cdots + a_1 \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + a_0 x = e(t) \quad t \geq 0$$

动态电路的分析方法

①根据KVL、KCL和VCR建立微分方程；

②求解微分方程

本章采用

时域分析法

- 经典法
- 状态变量法
- 卷积积分
- 数值法

复频域分析法

- 拉普拉斯变换法
- 状态变量法
- 付氏变换

工程中高阶微分方程应用计算机辅助分析求解。

线性非齐次常微分方程的求解过程

$$\begin{cases} RC\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+u_C=U_S \\ u_C(0)=U_0 \end{cases}$$

特征方程 $RCp+1=0$

特征根 $p=-1/RC$

齐次通解 $u_C''=A\mathrm{e}^{-t/RC}$

非齐次特解 $u_C'=U_S$

全解 $u_C=A\mathrm{e}^{-t/RC}+U_S$

$u_C(0)=U_0$

$A=U_0-U_S$

$$\boxed{u_C=U_S+(U_0-U_S)\mathrm{e}^{-t/RC} \quad t\geq 0}$$

稳态分析和动态分析的区别

稳态	动态
恒定或周期性激励	任意激励
换路发生很长时间后状态	换路发生后的整个过程
微分方程的特解	微分方程的全解

直流时 $$a_1\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}+a_0x=U_S$$

$$t\Rightarrow\infty\qquad\frac{dx}{dt}=0\qquad a_0x=U_S$$

3.电路的初始条件

① $t=0_+$与$t=0_-$的概念 认为换路在t=0时刻进行

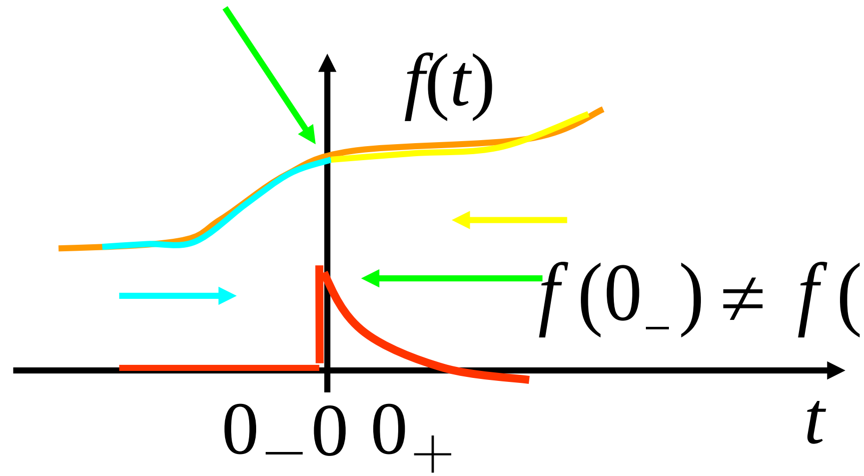
0_- **换路前一瞬间**

$$f(0_-)=\lim_{\substack{t\to 0\\ t<0}} f(t)$$

0_+ **换路后一瞬间**

$$f(0_+)=\lim_{\substack{t\to 0\\ t>0}} f(t)$$

$$f(0_-)=f(0_+)$$

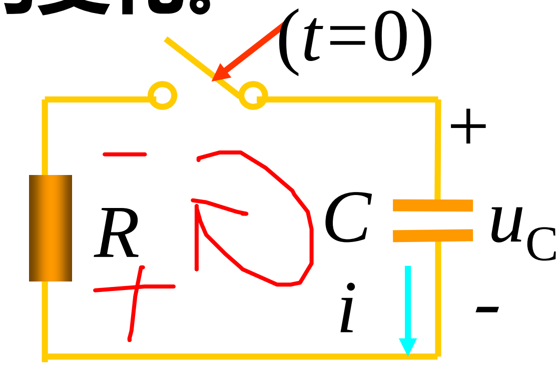


$$f(0_-)\neq f(0_+)$$

注意 **初始条件为 $t=0_+$时u，i 及其各阶导数的值。**

例

图示为电容放电电路，电容原先带有电压U_o,求开关闭合后电容电压随时间的变化。



解 $Ri+u_c=0 \quad (t>0)$

$$\rightarrow \quad RC\frac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t}+u_c=0$$

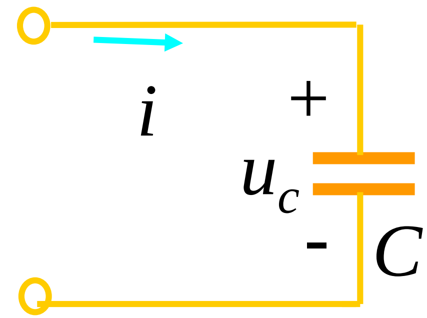
特征根方程： $RCp+1=0 \quad \rightarrow \quad p=-1/RC$

通解： $u_c(t)=ke^{pt}=ke^{-\frac{t}{RC}}$

代入初始条件得： $k=U_o \quad \rightarrow \quad u_c(t)=U_oe^{-\frac{t}{RC}}$

明确 **在动态电路分析中，初始条件是得到确定解答的必需条件。**

②电容的初始条件



$$u_C(t) = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(\xi)\mathrm{d}\xi$$

$$= \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{0_-} i(\xi)\mathrm{d}\xi + \frac{1}{C}\int_{0_-}^{t} i(\xi)\mathrm{d}\xi$$

$$= u_C(0_-) + \frac{1}{C}\int_{0_-}^{t} i(\xi)\mathrm{d}\xi$$

$t = 0_+$ **时刻** $$u_C(0_+) = u_C(0_-) + \frac{1}{C}\cancelto{0}{\int_{0_-}^{0_+} i(\xi)\mathrm{d}\xi}$$

当$i(\xi)$**为有限值时**

$$u_C(0_+) = u_C(0_-)$$

$q = C\,u_C$

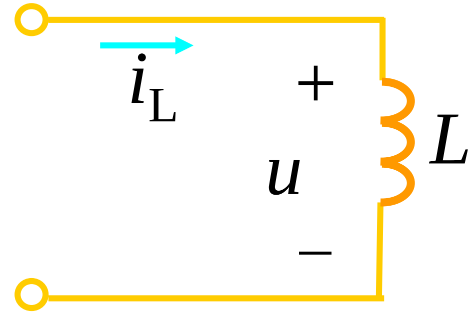
$$q(0_+) = q(0_-)$$

电荷守恒

结论

换路瞬间，若电容电流保持为有限值， 则电容电压（电荷）换路前后保持不变。

③电感的初始条件



$$i_L(t)=\frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t}u(\xi)\mathrm{d}\xi$$

$$=\frac{1}{L}\int_{-\infty}^{0_-}u(\xi)\mathrm{d}\xi+\frac{1}{L}\int_{0_-}^{t}u(\xi)\,\mathrm{d}\xi$$

$$=i_L(0_-)+\frac{1}{L}\int_{0_-}^{t}u(\xi)\mathrm{d}\xi$$

$t=0_+$**时刻** $$i_L(0_+)=i_L(0_-)+\cancelto{0}{\frac{1}{L}\int_{0_-}^{0_+}u(\xi)\mathrm{d}\xi}$$

当u为有限值时

$$\psi = Li_L$$

$$i_L(0_+) = i_L(0_-)$$

$$\psi_L(0_+) = \psi_L(0_-)$$

磁链守恒

结论

换路瞬间，若电感电压保持为有限值， 则电感电流（磁链）换路前后保持不变。

④换路定律

$$\begin{cases} q_c(0_+) = q_c(0_-) \\ u_C(0_+) = u_C(0_-) \end{cases}$$

换路瞬间，若电容电流保持为有限值，则电容电压（电荷）换路前后保持不变。

$$\begin{cases} \psi_L(0_+) = \psi_L(0_-) \\ i_L(0_+) = i_L(0_-) \end{cases}$$

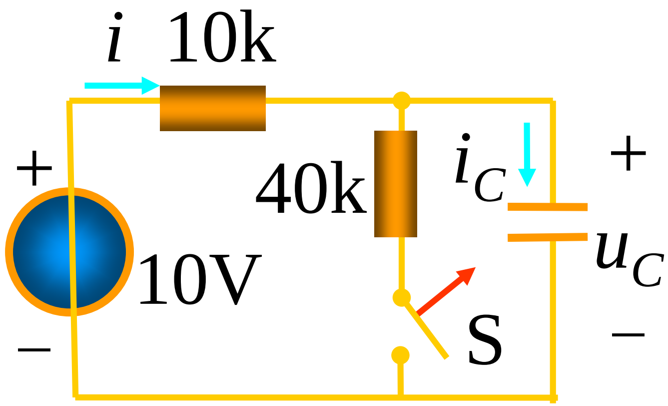
换路瞬间，若电感电压保持为有限值，则电感电流（磁链）换路前后保持不变。

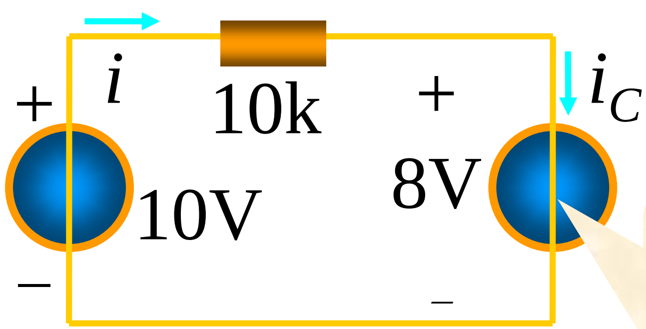
注意 ①电容电流和电感电压为有限值是换路定律成立的条件。

②换路定律反映了能量不能跃变。

⑤电路初始值的确定

例1　求 $i_C(0_+)$

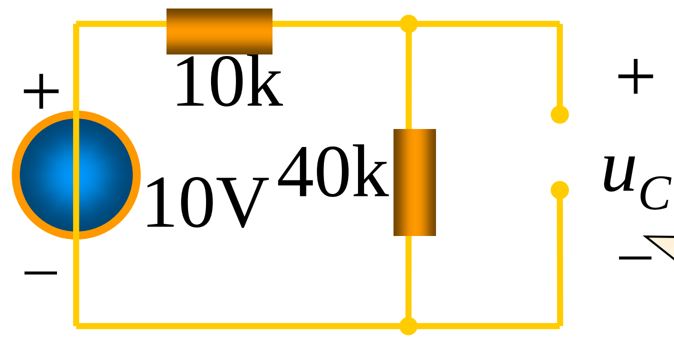




0_+等效电路

电容用电压源替代

(1) 由0_-电路求 $u_C(0_-)$



电容开路

$u_C(0_-)=8\text{V}$

(2)由换路定律

$$u_C(0_+) = u_C(0_-)=8\text{V}$$

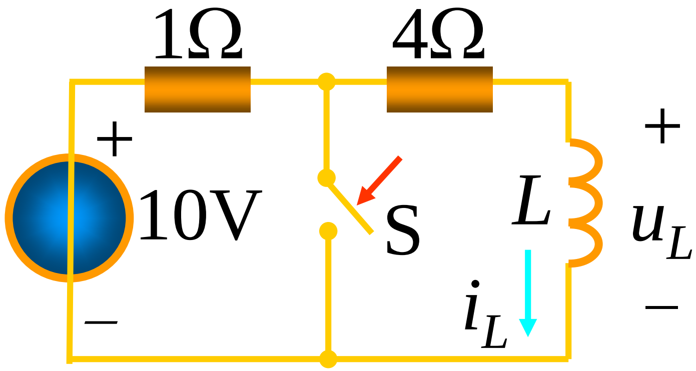
(3) 由0_+等效电路求 $i_C(0_+)$

$$i_C(0_+) = \frac{10-8}{10} = 0.2\text{mA}$$

注意

$$i_C(0_-)=0 \neq i_C(0_+)$$

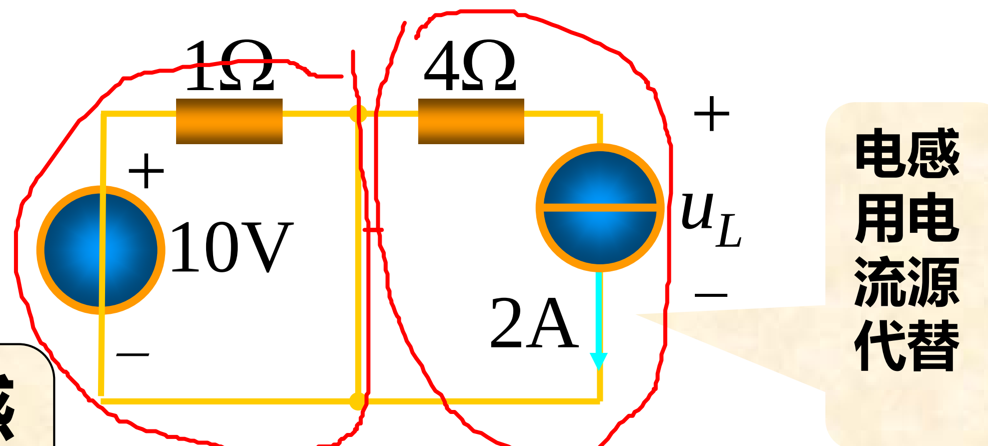
例 2　$t=0$**时闭合开关**k **,求** $u_L(0_+)$



②应用换路定律:

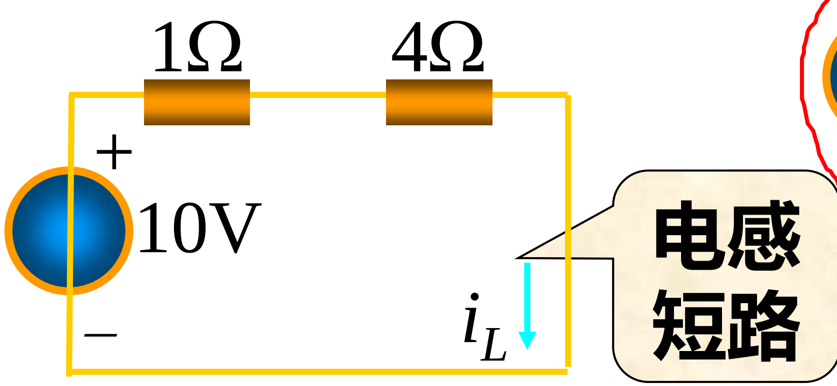
$i_L(0_+)= i_L(0_-) =2\text{A}$

③由0_+**等效电路求** $u_L(0_+)$



$$u_L(0_+)=-2\times4=-8\text{V}$$

解　**①先求** $i_L(0_-)$



$$i_L(0_-)=\frac{10}{1+4}=2\text{A}$$

注意　$u_L(0_-)\neq u_L(0_+)$

小结：求电路初值的步骤

(a) 由换路前的稳态电路求 $u_C(0_-)$ 和 $i_L(0_-)$

0_ 电路（电阻电路）（电容C开路、电感L短路）

(b) 应用换路定理求 $u_C(0_+)$ 和 $i_L(0_+)$

$$u_C(0_+) = u_C(0_-)$$

(c) 画 0_+ 时刻的等效电路

$$i_L(0_+)= i_L(0_-)$$

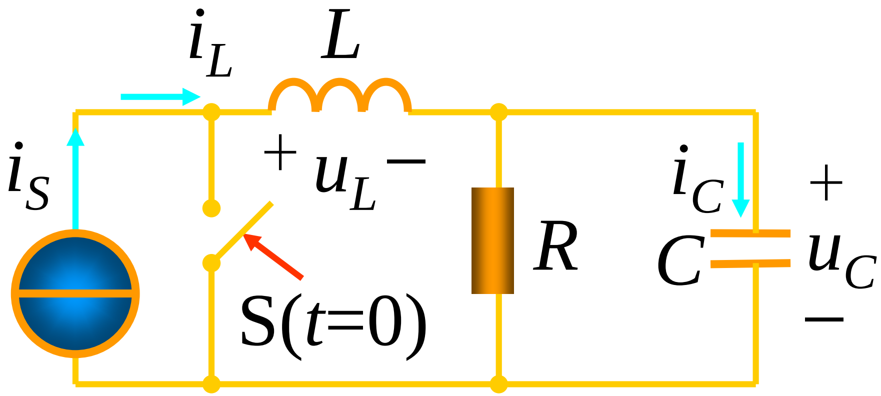
* 换路后的电路，保留电路拓扑结构

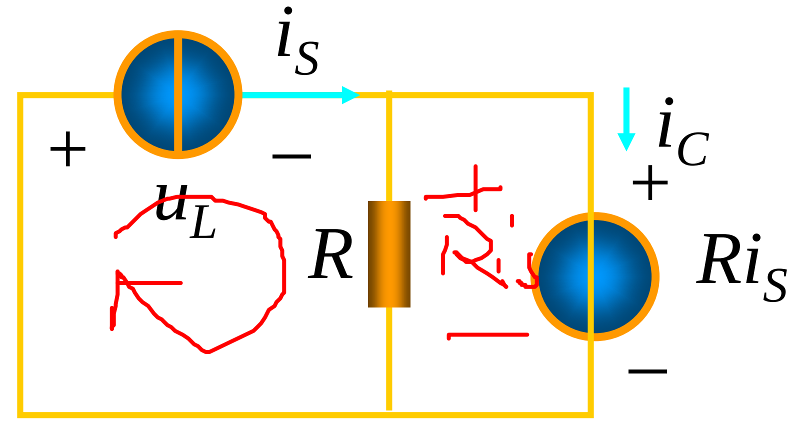
** 用独立电压源替代电容C 、用独立电流源替代电感L

*** 独立电压源值为$u_C(0_+)$ 、独立电流源值为$i_L(0_+)$（方向与原假定的电容电压、电感电流方向相同）。

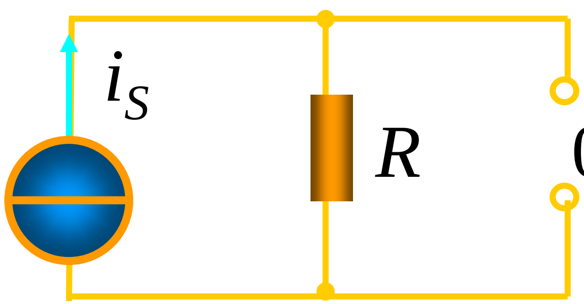
(d) 由0_+ 电路（电阻电路）求电路中其余支路量 0_+ 时刻的值

例3 求 $i_C(0_+)$ ， $u_L(0_+)$





解 **由0_-电路得:**



$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = i_S$$

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = Ri_S$$

由0_+电路得:

$$i_C(0_+) = i_s - \frac{\cancel{R}i_S}{\cancel{R}} = 0$$

$$u_L(0_+) = -Ri_S$$

电路过渡过程分析的关键问题

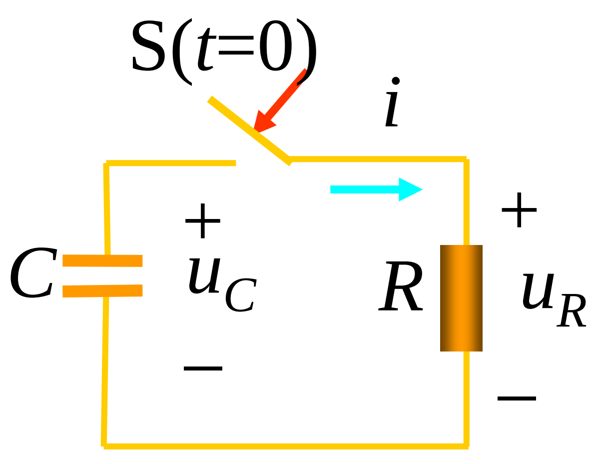
- 如何根据电路列写动态电路方程?
  - KCL+KVL+VCR的元件特性
- 如何获得动态电路方程的初值?
  - 换路定理
- 如何求非齐次动态电路方程的特解?
  - 对于直流和正弦激励，直接求其稳态解
  - 对于其他常见激励，查表寻找特解的函数类型
    - 将查表所得代入方程求出待定系数
  - 对于一般激励，利用卷积积分

7.2 一阶电路的零输入响应

零输入响应 → 换路后外加激励为零，仅由动态元件初始储能产生的电压和电流。

Zero-input response

1.RC电路的零输入响应

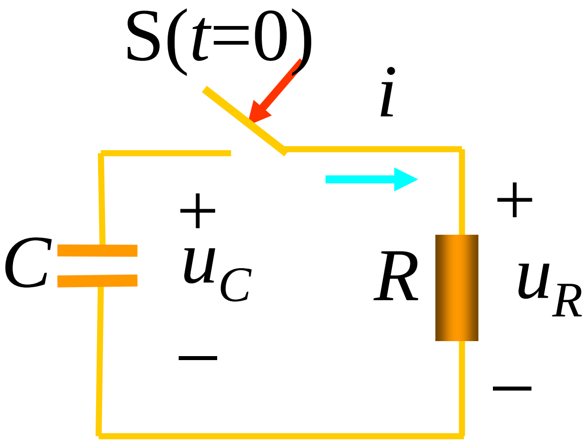


已知 $u_C(0_-)=U_0$

$$-u_R+u_C=0$$

$$i=-C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$$

$$u_R=Ri$$



$$RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+u_C=0$$

$$u_C(0_+)=U_0$$

特征方程 $RCp+1=0$

特征根 $p=-\dfrac{1}{RC}$

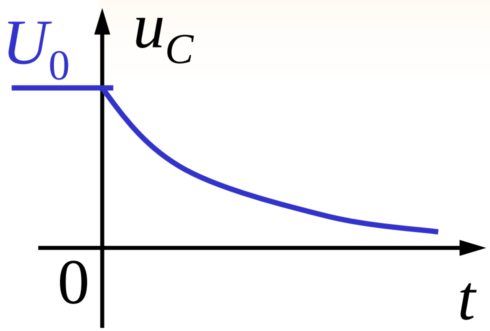
则 $u_C=\mathrm{A}e^{pt}=\mathrm{A}e^{-\frac{1}{RC}t}$

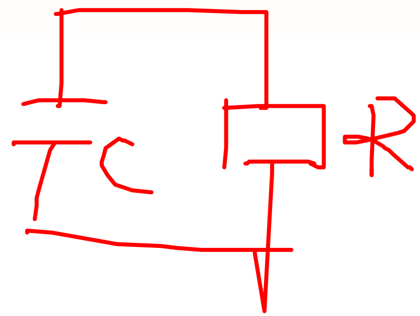
代入初始值 $u_C(0_+)=u_C(0_-)=U_0$

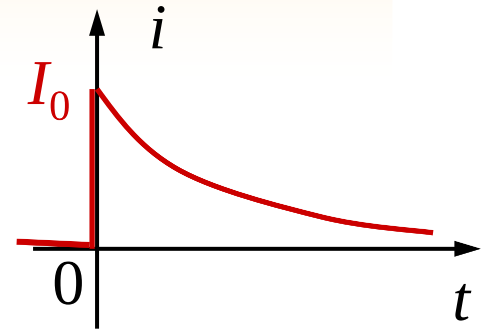
→ 确定系数 $A=U_0$

$$u_c = U_0 e^{-\frac{t}{RC}} \quad t > 0$$

$$t \geq 0+$$







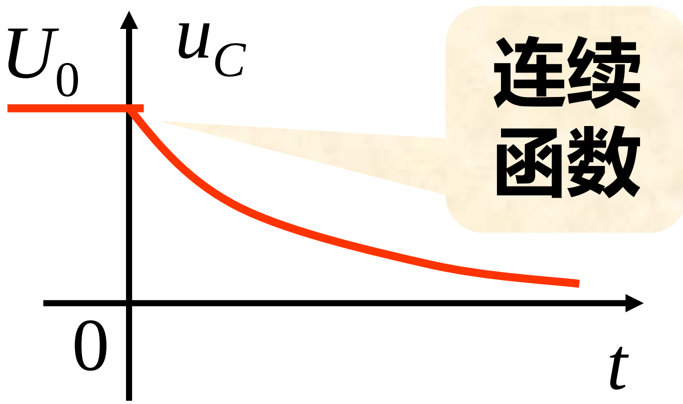
$$i = \frac{u_C}{R} = \frac{U_0}{R} e^{-\frac{t}{RC}} = I_0 e^{-\frac{t}{RC}} \quad t > 0$$

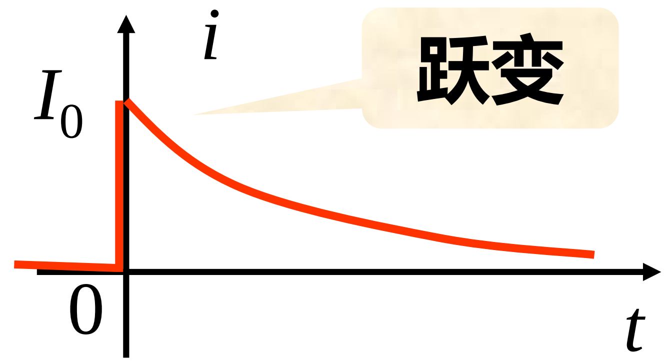
或

$$i = -C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = -CU_0 e^{-\frac{t}{RC}}\left(-\frac{1}{RC}\right) = \frac{U_0}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

表明 $u_c = U_0 e^{-\frac{t}{RC}}$　　$i = I_0 e^{-\frac{t}{RC}}$

①电压、电流是随时间按同一指数规律衰减的函数；





②响应与初始状态成线性关系，其衰减快慢与RC有关;

令 $\tau = RC$ **，称τ为一阶电路的时间常数**

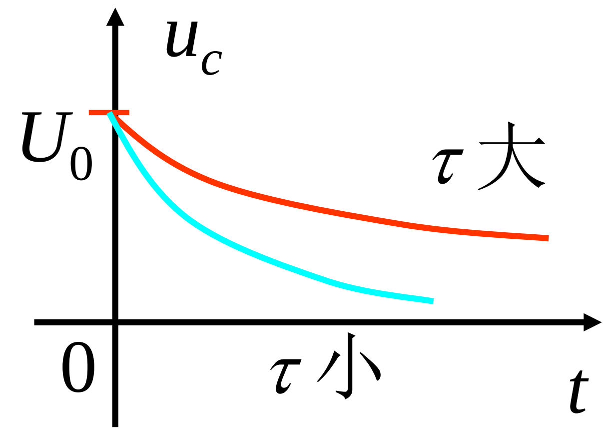
$$[\tau]=[RC]=[欧][法]=[欧]\left[\frac{库}{伏}\right]=[欧]\left[\frac{安秒}{伏}\right]=[秒]$$

$\tau = RC$　　$p = -\dfrac{1}{RC} = -\dfrac{1}{\tau}$　　$u_c = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$

时间常数τ的大小反映了电路过渡过程时间的长短

τ大→过渡过程时间长

τ小→过渡过程时间短



物理含义 → **电压初值一定：**

C **大（R一定）**　$W=Cu^2/2$　**储能大**

R **大（C一定）**　$i=u/R$　**放电电流小**

$\Big\}$ **放电时间长**

t	0	τ	2τ	3τ	5τ
$u_c = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$	U_0	$U_0 e^{-1}$	$U_0 e^{-2}$	$U_0 e^{-3}$	$U_0 e^{-5}$
	U_0	$0.368U_0$	$0.135U_0$	$0.05U_0$	$0.007U_0$

注意

a. τ:电容电压衰减到原来电压36.8%所需的时间。

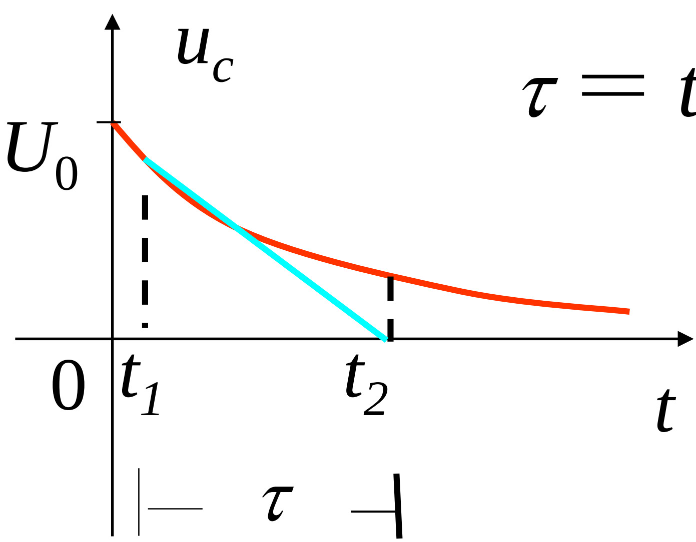
工程上认为, 经过 3τ - 5τ, 过渡过程结束。

b. **时间常数τ的几何意义：**

$$u_c = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

t_1时刻曲线的斜率等于

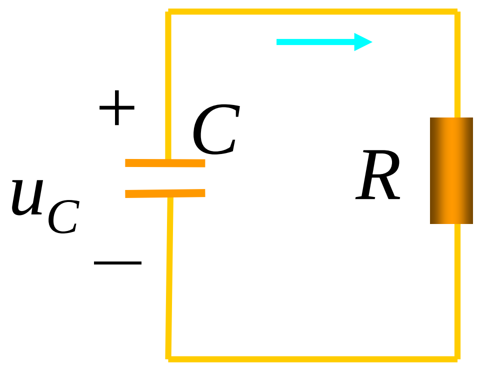
$$\left.\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}\right|_{t_1} = -\frac{U_0}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}\Big|_{t_1} = -\frac{1}{\tau} u_C(t_1) = \frac{u_C(t_1) - 0}{t_1 - t_2}$$



$\tau = t_2 - t_1$ → **次切距的长度**

$$u_C(t_2) = 0.368 u_C(t_1)$$

③能量关系 → 电容不断释放能量被电阻吸收，直到全部消耗完毕.



设 $u_C(0_+)=U_0$

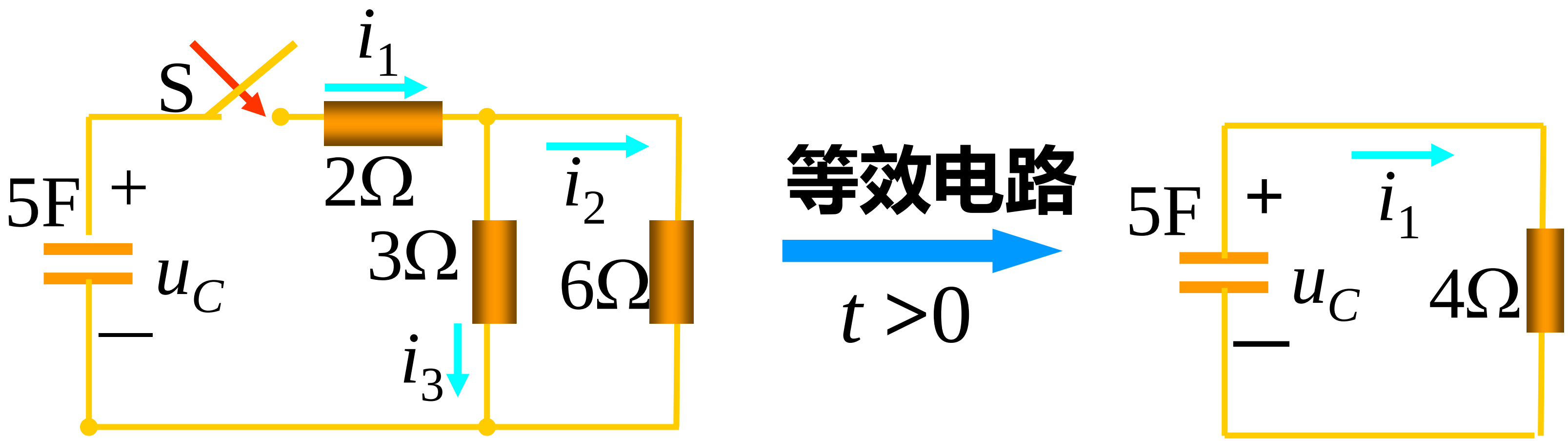
电容放出能量： → $\dfrac{1}{2}CU_0^2$

电阻吸收（消耗）能量： →

$$W_R=\int_0^{\infty}i^2R\mathrm{d}t=\int_0^{\infty}\left(\frac{U_0}{R}e^{-\frac{t}{RC}}\right)^2R\mathrm{d}t$$

$$=\frac{U_0^2}{R}\int_0^{\infty}e^{-\frac{2t}{RC}}\mathrm{d}t=\frac{U_0^2}{R}\left(-\frac{RC}{2}e^{-\frac{2t}{RC}}\right)\Big|_0^{\infty}=\frac{1}{2}CU_0^2$$

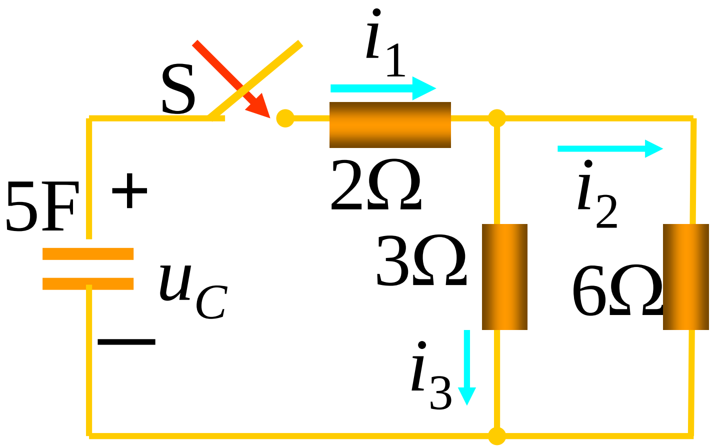
例1 **图示电路中的电容原充有24V电压，求k闭合后，电容电压和各支路电流随时间变化的规律。**

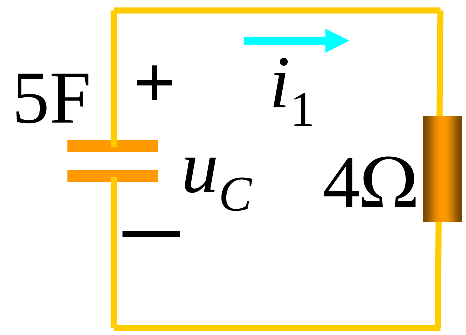


解 **这是一个求一阶*RC* 零输入响应问题，有：**

$$u_C = U_0 e^{-\frac{t}{RC}} \quad t > 0$$

$$U_0 = 24\,\mathrm{V} \quad \tau = RC = 5 \times 4 = 20\,\mathrm{s}$$



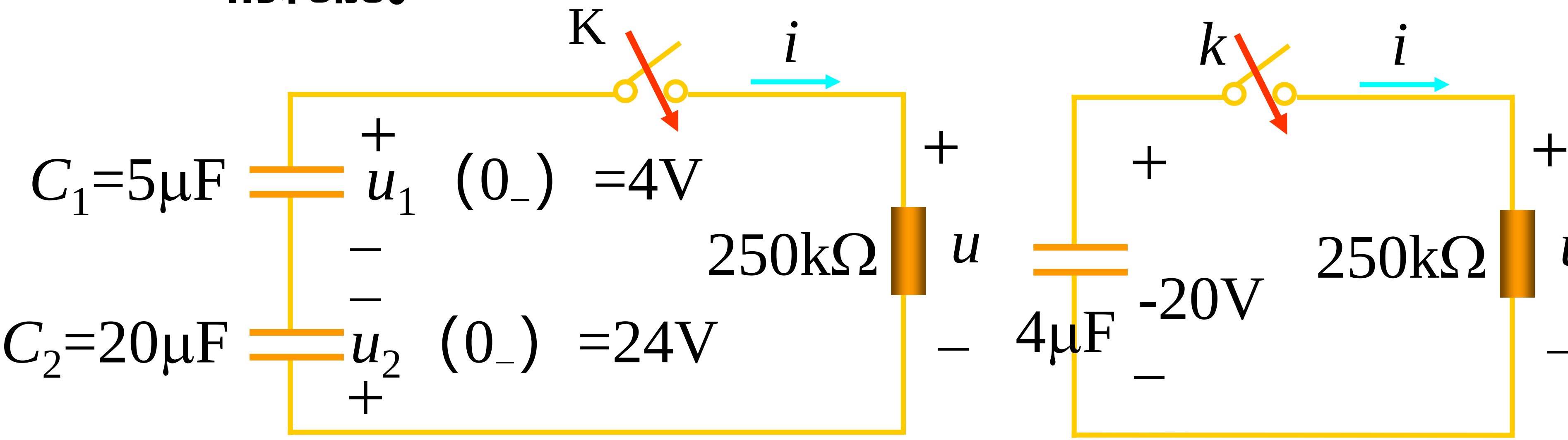


$$u_c = 24e^{-\frac{t}{20}}\mathrm{V} \qquad t > 0$$

$$i_1 = u_C/4 = 6e^{-\frac{t}{20}}\mathrm{A}$$

分流得: $i_3 = \dfrac{2}{3}i_1 = 4e^{-\frac{t}{20}}\mathrm{A}$ $\qquad i_2 = \dfrac{1}{3}i_1 = 2e^{-\frac{t}{20}}\mathrm{A}$

例2　**求:(1)图示电路k闭合后各元件的电压和电流随时间变化的规律，(2）电容的初始储能和最终时刻的储能及电阻的耗能。**

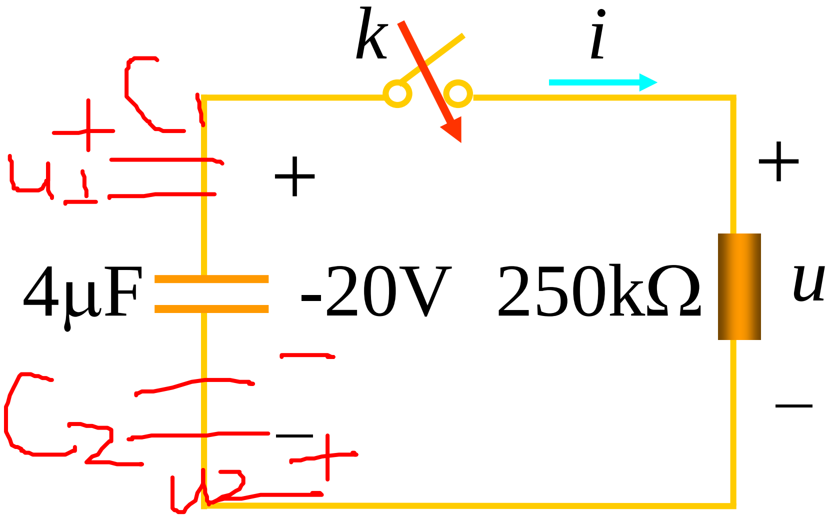


解　**这是一个求一阶*RC* 零输入响应问题，有：**

$$C = \frac{C_2 C_1}{C_1 + C_2} = 4\mu\text{F}$$

$u(0\_)$=4V-24V=-20V

$u\,(0_+)=u(0\_)$ =-20V



$$\tau = RC = 250 \times 4 \times 10^{-3} = 1\,\mathrm{s}$$

$$\underline{u = u(0_+)e^{-t/\mathrm{RC}} = -\mathbf{20}e^{-t}} \quad t > 0$$

$$i = \frac{u}{\mathbf{250 \times 10^3}} = -\mathbf{80}e^{-t}\mu\mathrm{A}$$

$$u_C(t) = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(\xi)\mathrm{d}\xi = u_C(\boldsymbol{t_0}) + \frac{1}{C}\int_{\boldsymbol{t_0}}^{t} i(\xi)\mathrm{d}\xi$$

$$u_1 = u_1(0) - \frac{1}{C_1}\int_0^t i(\xi)d\xi = \mathbf{4} - \frac{1}{5\mu \boldsymbol{F}}\int_0^t -80\mu \boldsymbol{A}\, e^{-t}\mathrm{d}t$$

$$= \mathbf{4} - \mathbf{16}\int_0^t \mathrm{d}e^{-t} = \mathbf{4} - \mathbf{16}\left(e^{-t} - e^{\mathbf{0}}\right) = (\mathbf{-16}e^{-t}\mathbf{+20})\mathrm{V}$$

$$u_1 - u_2 = \boldsymbol{u}$$

$$u_2 = u_2(0) + \frac{1}{C_2}\int_0^t i(\xi)\mathrm{d}\xi = \mathbf{24} + \frac{1}{\mathbf{20}\mu \boldsymbol{F}}\int_0^t -80\mu \boldsymbol{A}\, e^{-t}\mathrm{d}t$$

$$= \mathbf{24} + \mathbf{4}\int_0^t \mathrm{d}e^{-t} = \mathbf{24} + \mathbf{4}\left(e^{-t} - e^{\mathbf{0}}\right) = (4e^{-t} + \mathbf{20})\mathrm{V}$$

初始储能 $w_1 = \frac{1}{2}(5 \times 10^{-6} \times 4^2) = 40\mu\text{J}$ $\quad \frac{1}{2}CU_0^2$

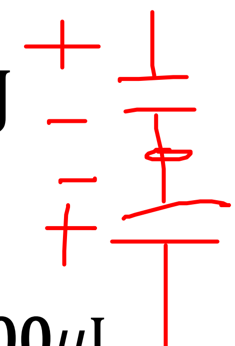
$$w_2 = \frac{1}{2}(20 \times 10^{-6} \times 24^2) = 5760\,\mu\text{J}$$

最终储能

$$= (-16e^{-t}+20) \qquad = (4e^{-t}+20)$$

$$w_F = w_1 + w_2 = \tfrac{1}{2}\left(5 \times 10^{-6} \times u_1(\infty)^2\right) + \tfrac{1}{2}\left(20 \times 10^{-6} \times u_2(\infty)^2\right)$$

$$= \frac{1}{2}(5+20) \times 10^{-6} \times 20^2 = 5000\mu\text{J}$$

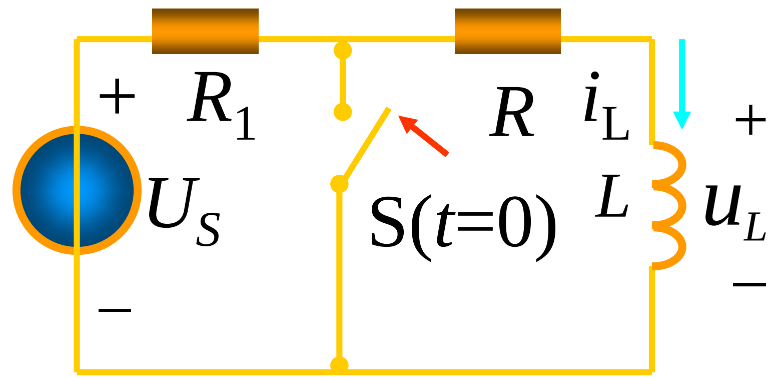


电阻耗能

$$w_R = \int_0^{\infty} Ri^2 \mathrm{d}t = \int_0^{t} 250 \times 10^3 \times (-80e^{-t})^2 \mathrm{d}t = 800\mu\text{J}$$

$$w_R = w_S - w_F$$
$$= 5760\mu\text{J} + 40\mu\text{J} - 5000\mu\text{J}$$

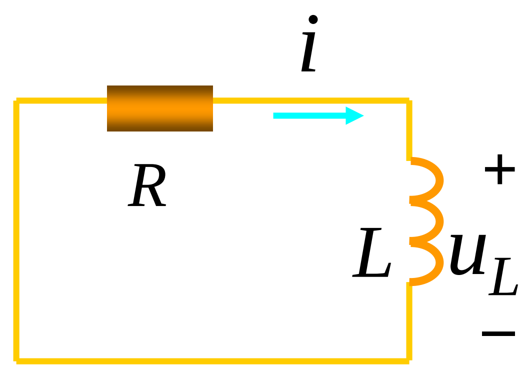
2. *RL*电路的零输入响应



$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = \frac{U_S}{R_1 + R} = I_0$$

$$L\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} + Ri_L = 0 \quad t > 0$$

t >0



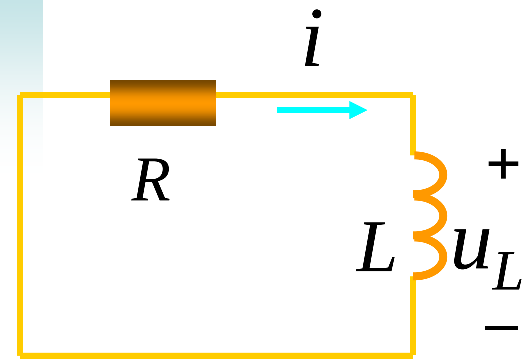
特征方程 $Lp+R=0$

特征根 $p = -\frac{R}{L}$ $\quad i_L(t) = Ae^{pt}$

代入初始值 → $A = i_L(0_+) = I_0$

→ $i_L(t) = I_0 e^{pt} = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} \quad t > 0$

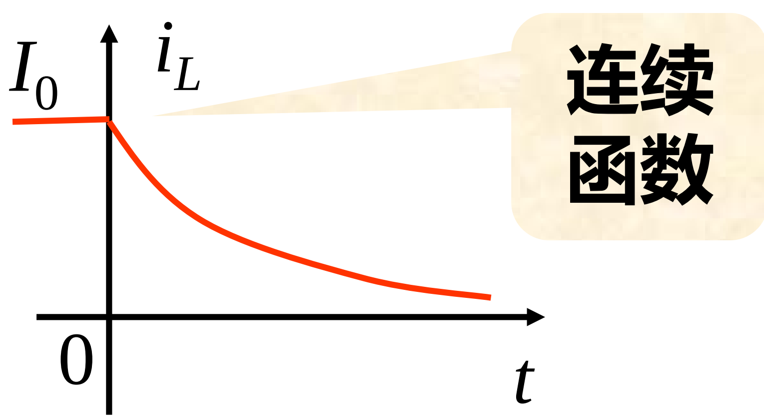
$$i_L(t) = I_0 e^{-\frac{t}{L/R}} \quad t > 0$$

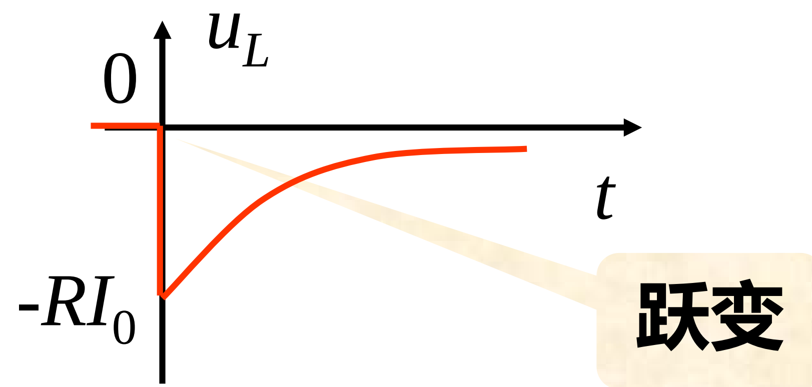


$$u_L(t) = L\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} = -RI_0 e^{-\frac{t}{L/R}}$$

表明

①电压、电流是随时间按同一指数规律衰减的函数；





②响应与初始状态成线性关系，其衰减快慢与L/R有关;

$$i_L(t) = I_0 e^{-\frac{t}{L/R}}$$

$\tau = L/R$ 称为一阶RL电路时间常数

$$[\tau]=[\frac{L}{R}]=[\frac{亨}{欧}]=[\frac{韦}{安\cdot欧}]=[\frac{伏\cdot秒}{安\cdot欧}]=[秒]$$

时间常数τ 的大小反映了电路过渡过程时间的长短

τ 大→过渡过程时间长　　　τ 小→过渡过程时间短

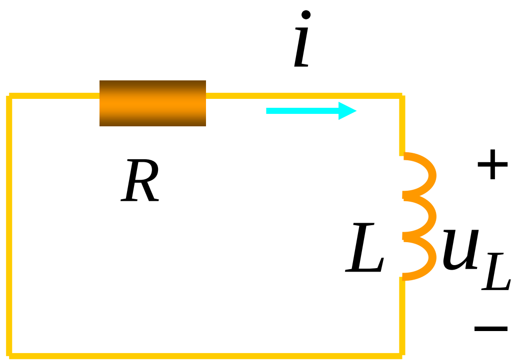
物理含义 → 电流初值$i_L(0)$一定：

L大　$W=Li_L^2/2$　起始能量大

R小　$P=Ri^2$　放电过程消耗能量小

} 放电慢，τ 大

③能量关系 → 电感不断释放能量被电阻吸收，直到全部消耗完毕。



设 $i_L(0_+)=I_0$

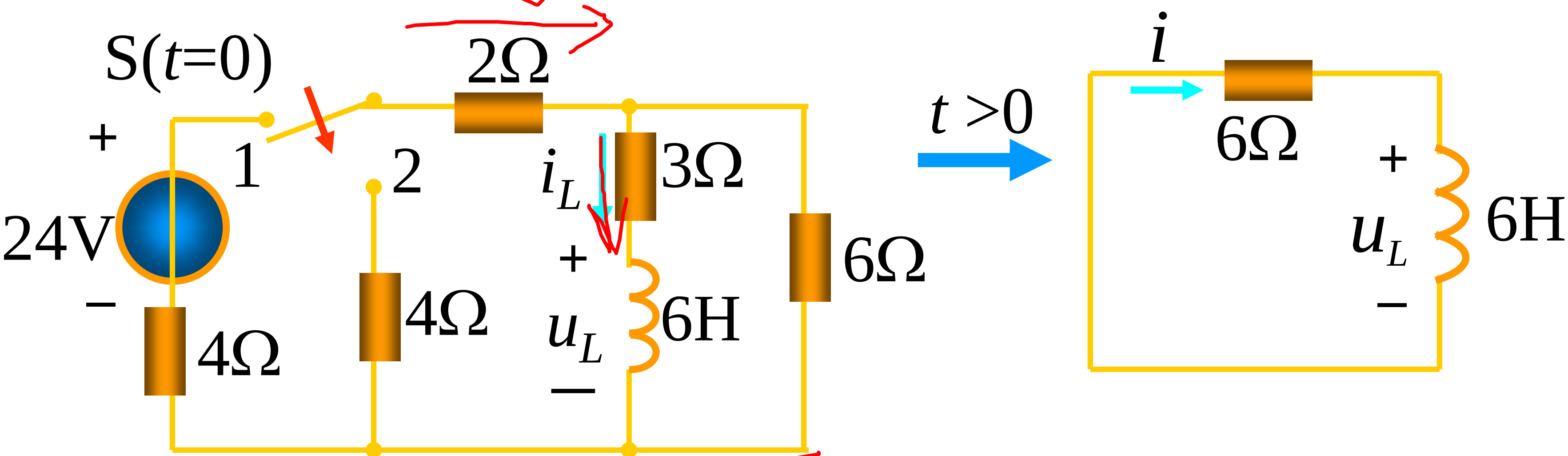
电感放出能量： → $\dfrac{1}{2}LI_0^2$

电阻吸收（消耗）能量： →

$$W_R=\int_0^{\infty} i^2 R\mathrm{d}t=\int_0^{\infty}(I_0 e^{-\frac{t}{L/R}})^2 R\mathrm{d}t$$

$$=I_0^2 R\int_0^{\infty} e^{-\frac{2t}{L/R}}\mathrm{d}t=I_0^2 R(-\frac{L/R}{2}e^{-\frac{2t}{RC}})\Big|_0^{\infty}=\frac{1}{2}LI_0^2$$

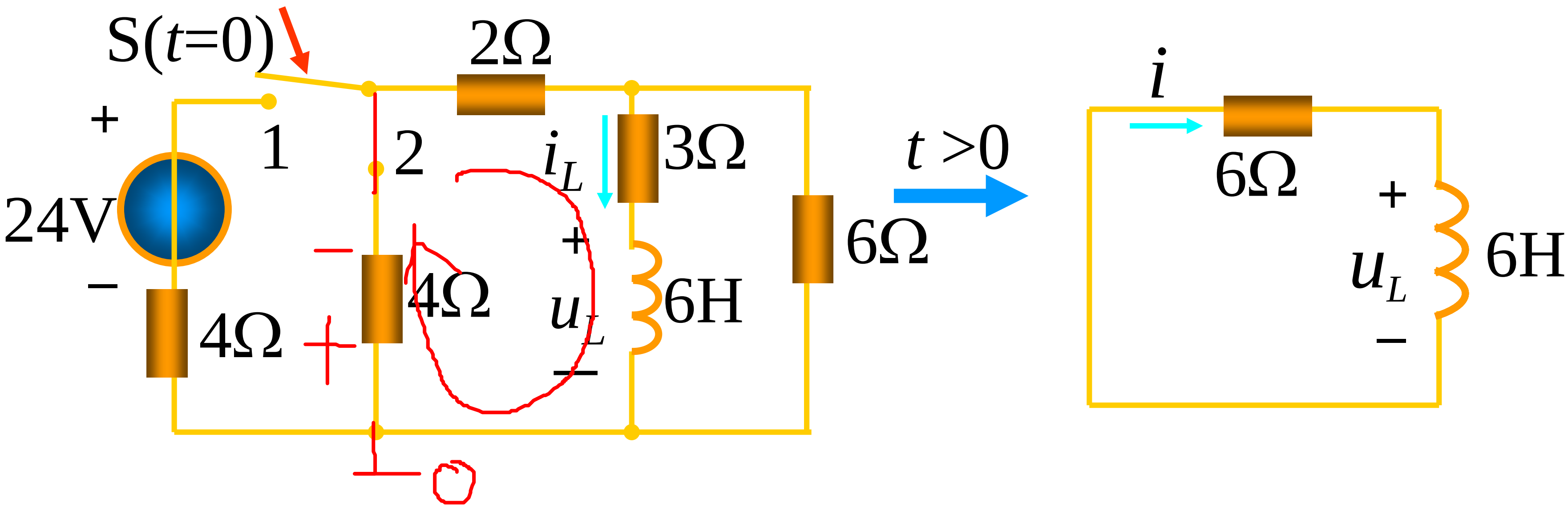
例2　　t=0时,开关S由1→2，求电感电压和电流及开关两端电压u_{12}。



解

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = \frac{24}{4+2+3//6} \times \frac{6}{3+6} = 2\text{A}$$

$$R = 3+(2+4)//6 = 6\Omega \qquad \tau = \frac{L}{R} = \frac{6}{6} = 1\text{s}$$



$$i_L(t) = I_0 e^{-\frac{t}{L/R}}$$

$$i_L = 2e^{-t}\,\text{A} \qquad u_L = L\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} = -12e^{-t}\,\text{V} \qquad t \geq 0_{+}$$

$$u_{12} = u_1 - u_2 = \mathbf{24V} - \mathbf{U2} = \mathbf{24} - \left(\mathbf{0} - u_{4\Omega}\right)$$

$$= 24 + 4 \times \frac{i_L}{2} = 24 + 4e^{-t}\text{V}$$

小结

①一阶电路的零输入响应是由储能元件的初值引起的响应, 都是由初始值衰减为零的指数衰减函数。

$$y(t) = y(0_+)e^{-\frac{t}{\tau}}$$

*RC*电路 $u_C(0_+) = u_C(0_-)$

*RL*电路 $i_L(0_+) = i_L(0_-)$

小结

$$y(t) = y(0_+)e^{-\frac{t}{\tau}}$$

②衰减快慢取决于时间常数τ

RC电路 $\tau = RC$

RL电路 $\tau = L/R$

R为与动态元件相连的一端口电路的等效电阻。

③同一电路中所有响应具有相同的时间常数。

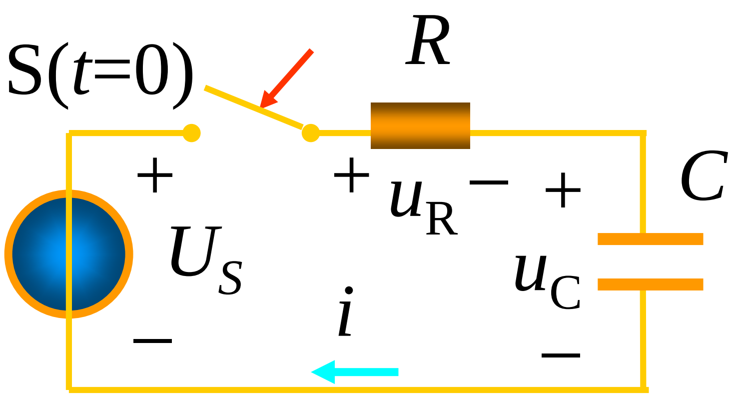
④一阶电路的零输入响应和初始值成正比，称为零输入线性。

7.3 一阶电路的零状态响应

零状态响应 → 动态元件初始能量为零，由$t>0$电路中外加激励作用所产生的响应。

zero-state response

1.RC电路的零状态响应



$u_C(0_-)=0$

非齐次线性常微分方程

方程：$RC\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+u_C=U_S$

解答形式为：

$$u_C=u'_C+u''_C$$

非齐次方程特解

齐次方程通解

u'_C → 特解（强制分量）

$$RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+u_C=U_S$$ 的特解 → $u'_C=U_S$

与输入激励的变化规律有关，为电路的稳态解

u''_C → 通解（自由分量，暂态分量）

$$RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+u_C=0$$ 的通解 → $u''_C=Ae^{-\frac{t}{RC}}$

变化规律由电路参数和结构决定

全解 $u_C(t)=u_C'+u_C''=U_S+Ae^{-\frac{t}{RC}}$

由初始条件 $u_C(0_+)=0$ **定积分常数** A

$u_C(0_+)=A+U_S=0 \longrightarrow A=-U_S$

$$u_C=U_S-U_Se^{-\frac{t}{RC}}=U_S(1-e^{-\frac{t}{RC}}) \quad (t>0)$$

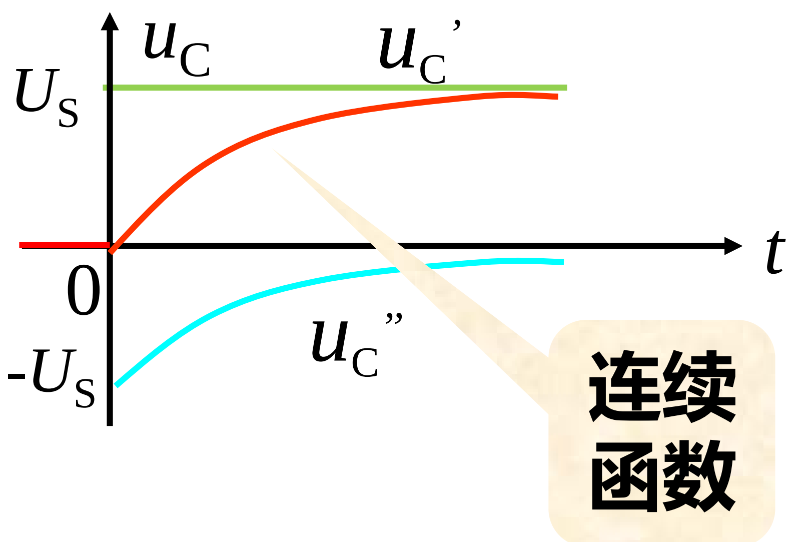
从以上式子可以得出： $i=C\dfrac{du_C}{dt}=\dfrac{U_S}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$

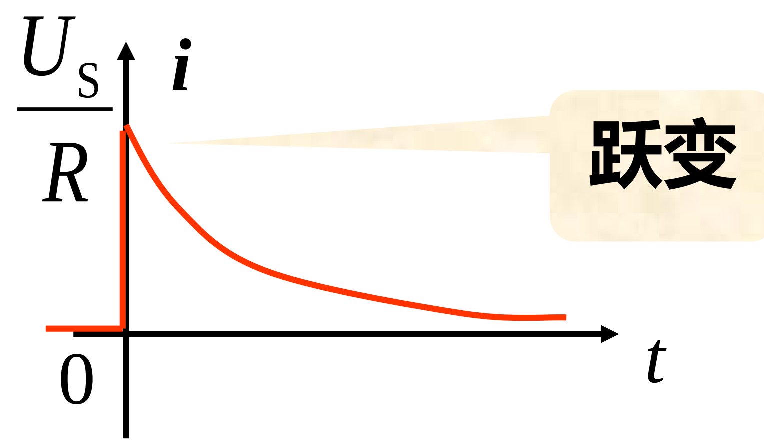
表明

①电压、电流是随时间按同一指数规律变化的函数；电容电压由两部分构成：

稳态分量（强制分量） + **暂态分量（自由分量）**

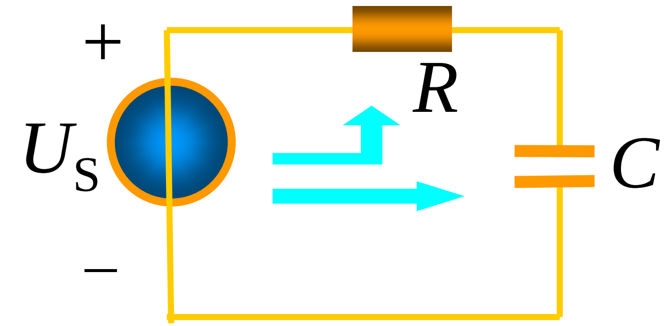
$$u_C = U_S - U_S e^{-\frac{t}{RC}}$$





②响应变化的快慢，由时间常数$\tau = RC$决定；

τ大，充电慢，τ小充电就快。



③响应与外加激励成线性关系；

$$u_C = U_S - U_S e^{-\frac{t}{RC}}$$

④能量关系

电源提供能量：$\int_0^\infty U_S i \mathrm{d}t = U_S q = CU_S^2$

电阻消耗能量：$\int_0^\infty i^2 R \mathrm{d}t = \int_0^\infty \left(\frac{U_S}{R} e^{-\frac{t}{RC}}\right)^2 R \mathrm{d}t$

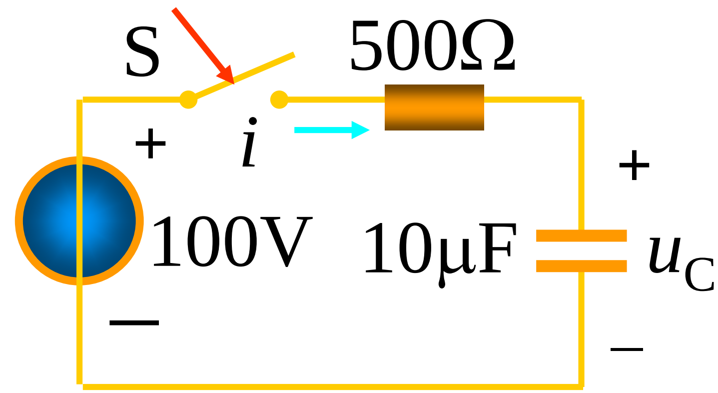
$$= \frac{1}{2} CU_S^2$$

电容储存能量：$\frac{1}{2} CU_S^2$

表明　电源提供的能量一半消耗在电阻上，一半转换成电场能量储存在电容中。

例　t=0时,开关S闭合，已知 $u_C(0_-)=0$，求(1)电容电压和电流,(2) u_C＝80V时的充电时间t 。

解　(1)这是一个RC电路零状态响应问题，有:



$$\tau = RC = 500\times10^{-5} = 5\times10^{-3}\text{s}$$

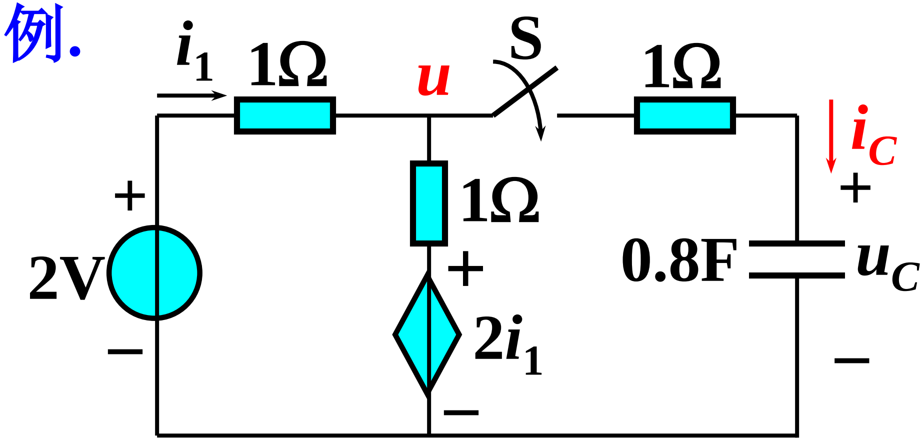
$$u_C = U_S(1-e^{-\frac{t}{RC}}) = 100(1-e^{-200t})\text{V}\quad(t>0)$$

$$i = C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = \frac{U_S}{R}e^{-\frac{t}{RC}} = 0.2e^{-200t}\text{A}$$

(2)设经过t_1秒，u_C＝80V

$$80 = 100(1\text{-}e^{-200t_1}) \rightarrow t_1 = 8.045\text{ms}$$

例.



t= 0时闭合开关S.

求u_C、i_1的零状态响应。

解法1:

$$\begin{cases} \dfrac{2-u}{1} + \dfrac{2i_1 - u}{1} = i_C \\ u = C\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C \end{cases} \Rightarrow 4\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + 4u_C = 6$$

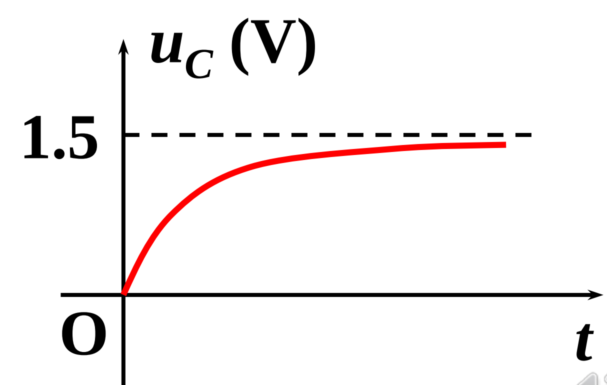
$$4p + 4 = 0 \rightarrow p = -1$$

$$u_C^{'} = Ae^{-t}$$

$$u_C^{''} = 6/4 = 1.5\mathrm{V}$$

$$u_C = 1.5 + Ae^{-t}$$

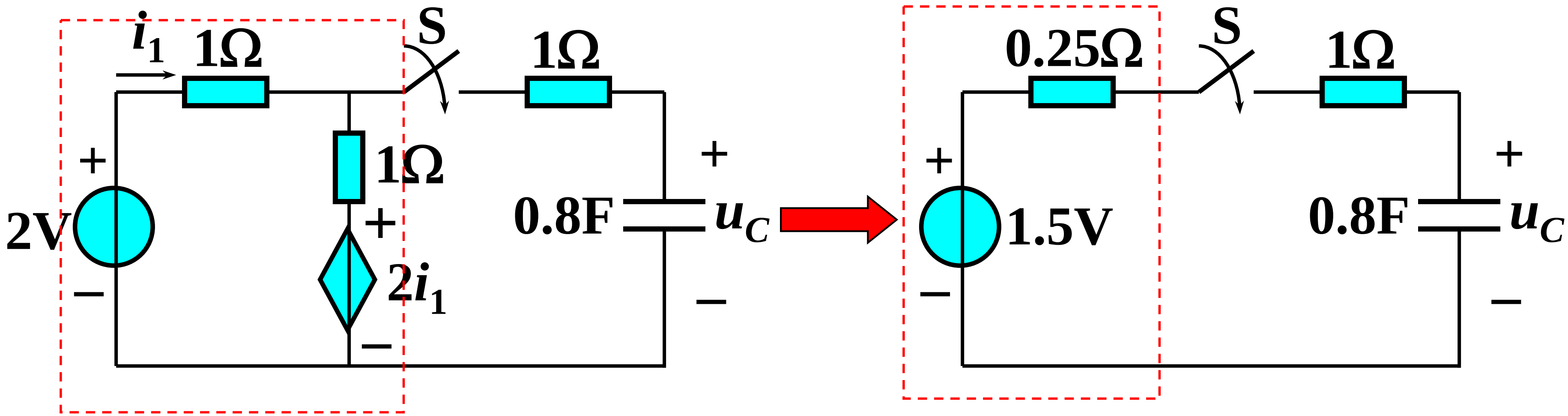
$$\boxed{u_C = 1.5 - 1.5\mathrm{e}^{-t}\ \mathrm{V} \qquad (t > 0)}$$



$$i_1=\frac{2-(C\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+u_C)}{1}=0.5+0.3\mathrm{e}^{-t}\ \mathrm{A}\quad(t>0)$$

$$i_1(0^+)\neq i_1(0^-)$$

解法2: 戴维宁等效.



$$\tau=RC=(1+0.25)\times0.8=1\,\mathrm{s}$$

$$u_C''=1.5\ \mathrm{V}$$

$$u_C=U_S-U_Se^{-\frac{t}{RC}}$$

$$\boxed{u_C=1.5-1.5\mathrm{e}^{-t}\ \mathrm{V}\qquad(t>0)}$$

动态电路的经典解法

- 列（有关待求支路量的）微分方程。
- 由换路前0_ 电路求$u_C(0_-)$和$i_L(0_-)$的值。
- 应用换路定理画 0_+ 电路，求待求支路量的0_+时刻值。
- 求微分方程对应的特征方程，得到齐次通解。
- 求出非齐次微分方程的1个特解，得到非齐次微分方程的全解。全解＝齐次解＋特解
- 由0_+时刻的值确定全解中的待定系数。

⇩

- 先对电路做戴维宁等效，转化成标准的动态电路形式
- 计算时间常数，带入之前的公式。
- 根据初始条件计算其他参数

2. RL电路的零状态响应

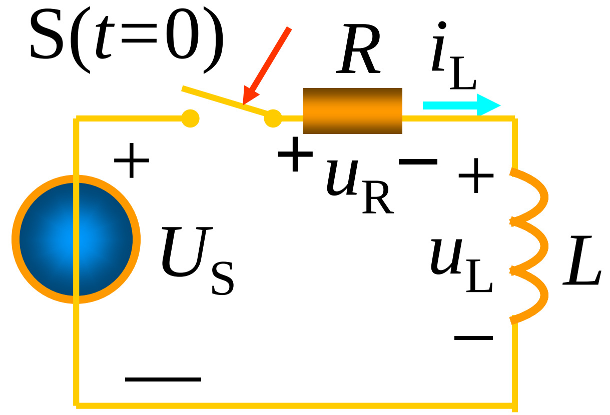
已知$i_L(0_-)=0$，电路方程为：

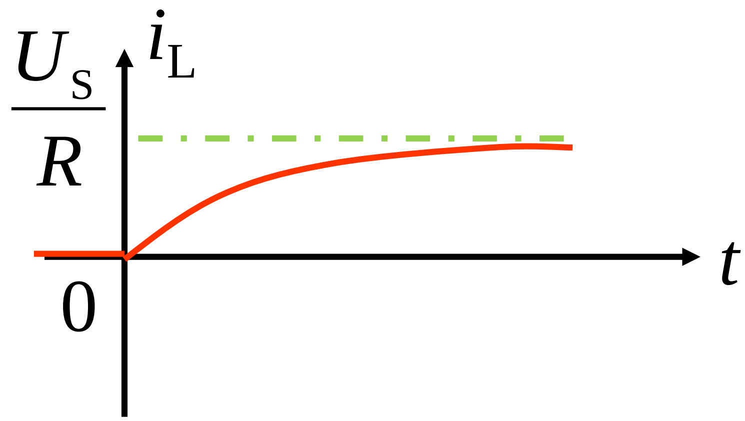
$$L\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}+Ri_L=U_S$$

$$i_L=i_L'+i_L''=\frac{U_S}{R}+Ae^{-\frac{R}{L}t}$$

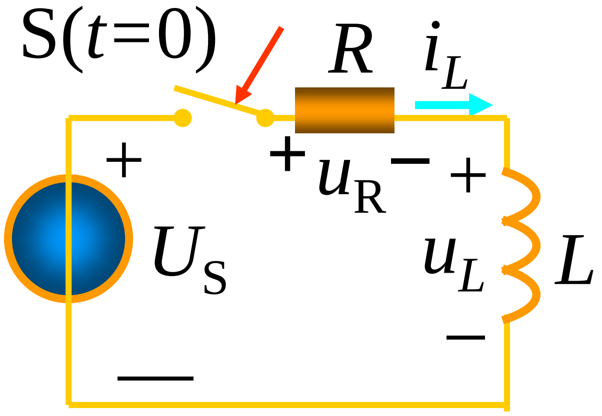
$$i_L(0_+)=0\rightarrow \mathrm{A}=-\frac{U_S}{R}$$

$$i_L=\frac{U_S}{R}(1-e^{-\frac{R}{L}t})$$

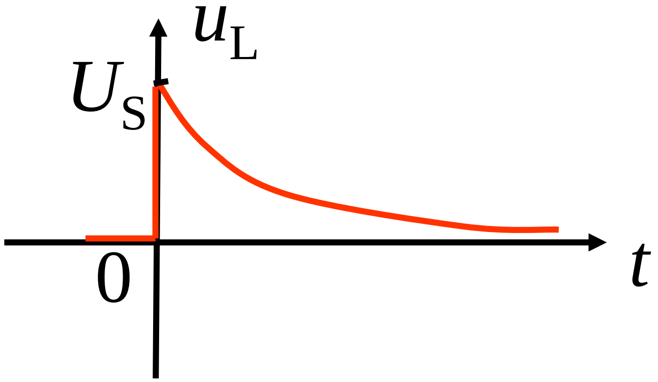




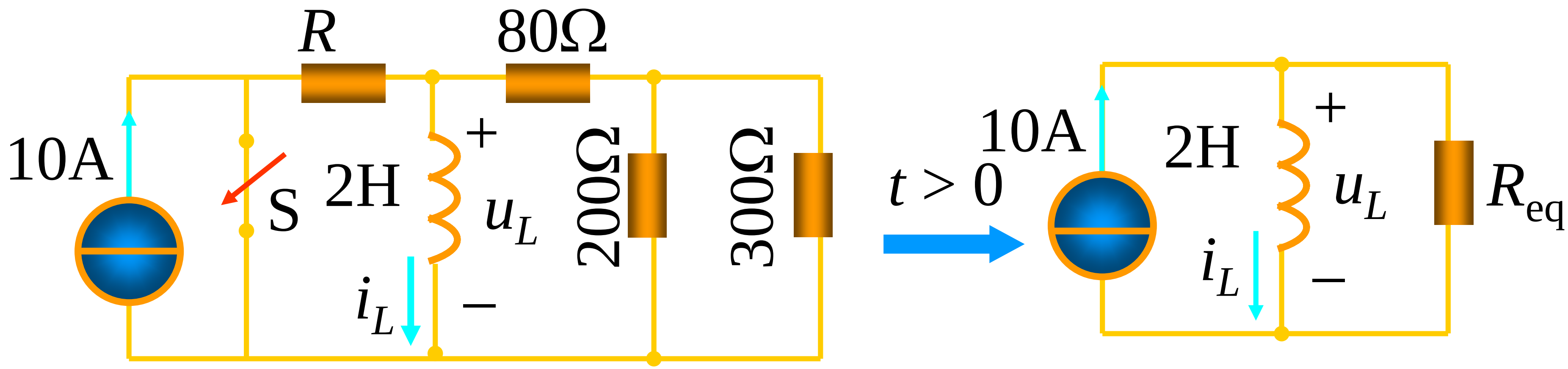
$$i_{\mathrm{L}} = \frac{U_{\mathrm{S}}}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$



$$u_{\mathrm{L}} = L\frac{\mathrm{d}i_{\mathrm{L}}}{\mathrm{d}t} = U_{\mathrm{S}}e^{-\frac{R}{L}t}$$



例1　t=0**时,开关S打开，求**t >0**后**i_L、u_L**的变化规律。**



解　**这是**RL**电路零状态响应问题，先化简电路，有：**

$$R_{eq} = 80 + 200 \,//\, 300 = 200\Omega$$

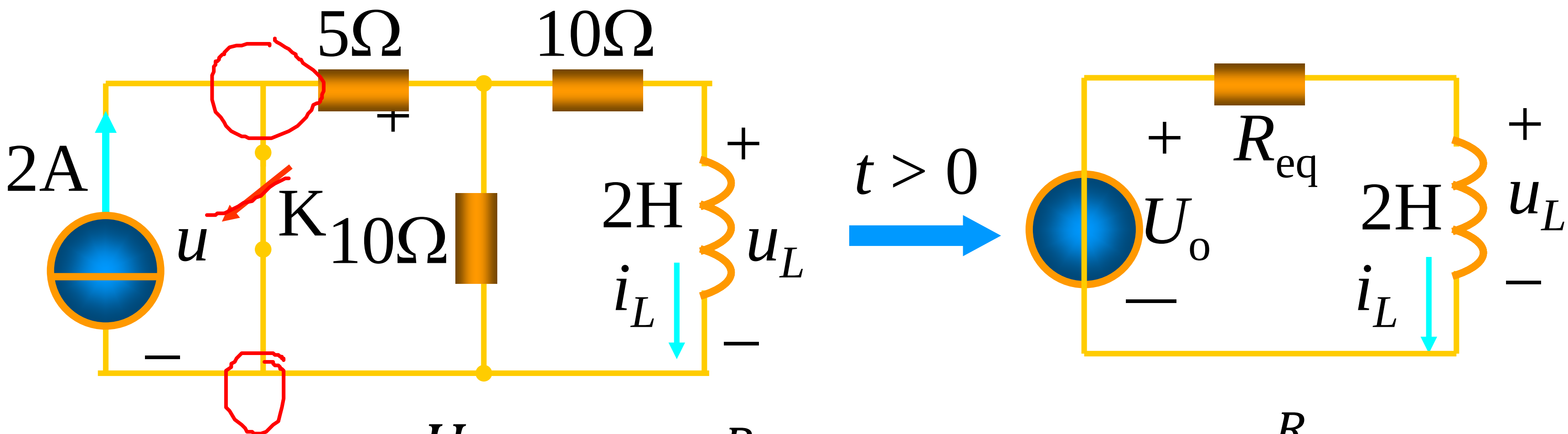
$$i_L = \frac{U_S}{R}(1 - e^{-\frac{R}{L}t})$$

$$i_L(t) = 10(1 - e^{-100t})\text{A}$$

$$u_L = U_S e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$u_L(t) = 10 \times R_{eq} e^{-100t} = 2000e^{-100t}\text{V}$$

例2 t=0开关k打开，求t >0后i_L、u_L及电流源的电压。



$$i_L = \frac{U_S}{R}(1 - e^{-\frac{R}{L}t}) \qquad u_L = U_S e^{-\frac{R}{L}t}$$

解

这是*RL*电路零状态响应问题，先化简电路，有：

$$R_{eq} = 10 + 10 = 20\Omega \qquad U_0 = 2 \times 10 = 20\text{V}$$

$$i_L(t) = (1 - e^{-10t})\text{A} \qquad u_L(t) = U_0 e^{-10t} = 20e^{-10t}\text{V}$$

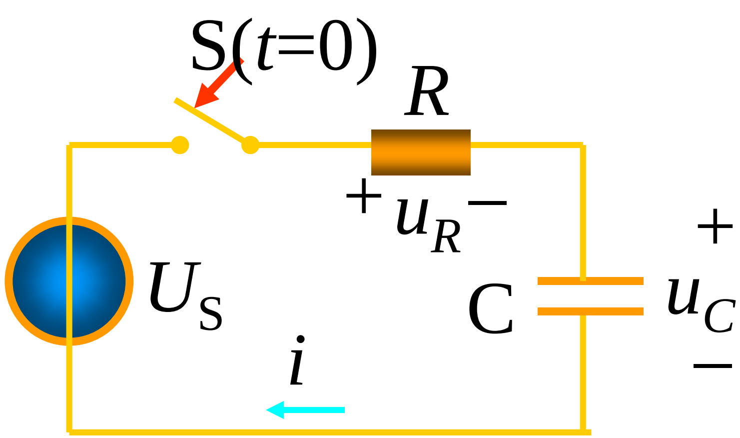
$$u = 5I_S + 10i_L + u_L = (20 + 10e^{-10t})\text{V}$$

7.4 一阶电路的全响应

全响应 → 电路的初始状态不为零，同时又有外加激励源作用时电路中产生的响应。

1. 全响应

以RC电路为例，电路微分方程：



$$RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+u_C=U_\mathrm{S}$$

解答为： $u_C(t) = u_C' + u_C''$

$\tau = RC$

$$\begin{cases} \text{特解} \quad u_C' = U_\mathrm{S} \\ \text{通解} \quad u_C'' = Ae^{-\frac{t}{\tau}} \end{cases}$$

由初始值定A $u_C(0_-)=U_0$ $u_C = U_S + Ae^{\frac{-t}{\tau}}$ $t > 0$

$u_C(0_+)=A+U_S=U_0$ $\therefore A=U_0-U_S$

$$u_C = U_S + Ae^{\frac{-t}{\tau}} = U_S + (U_0 - U_S)e^{-\frac{t}{\tau}} \quad t > 0$$

强制分量(稳态解)

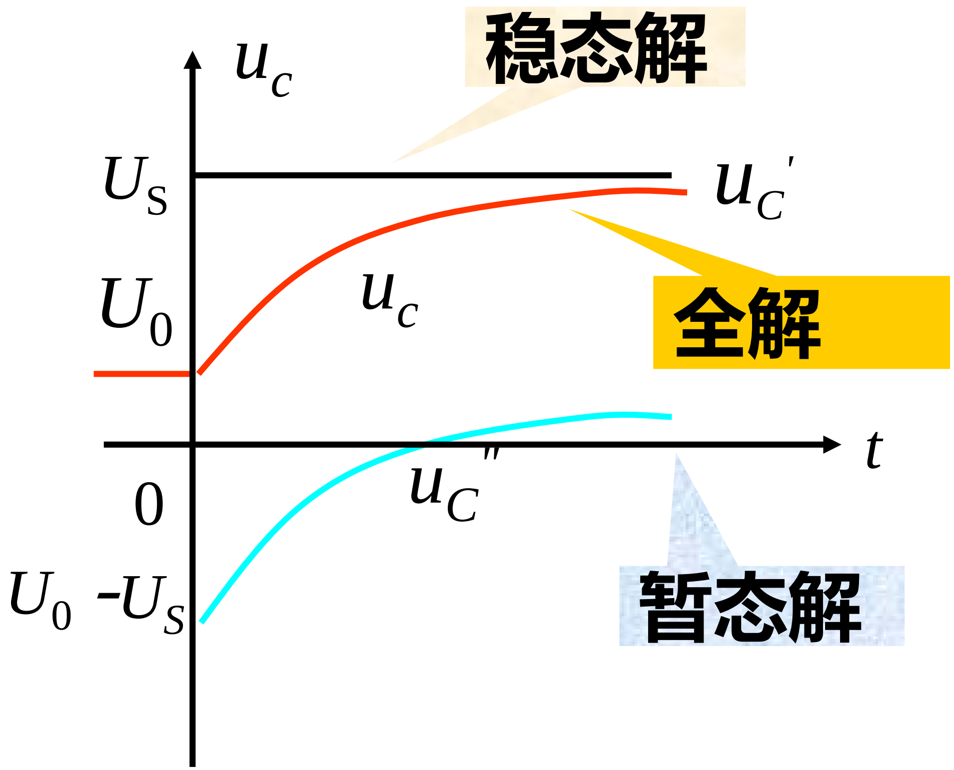
自由分量(暂态解)

2. 全响应的两种分解方式

①着眼于电路的两种工作状态 → 物理概念清晰

全响应 = 强制分量(稳态解)+自由分量(暂态解)

$$u_C = U_S + (U_0 - U_S)e^{-\frac{t}{\tau}}$$



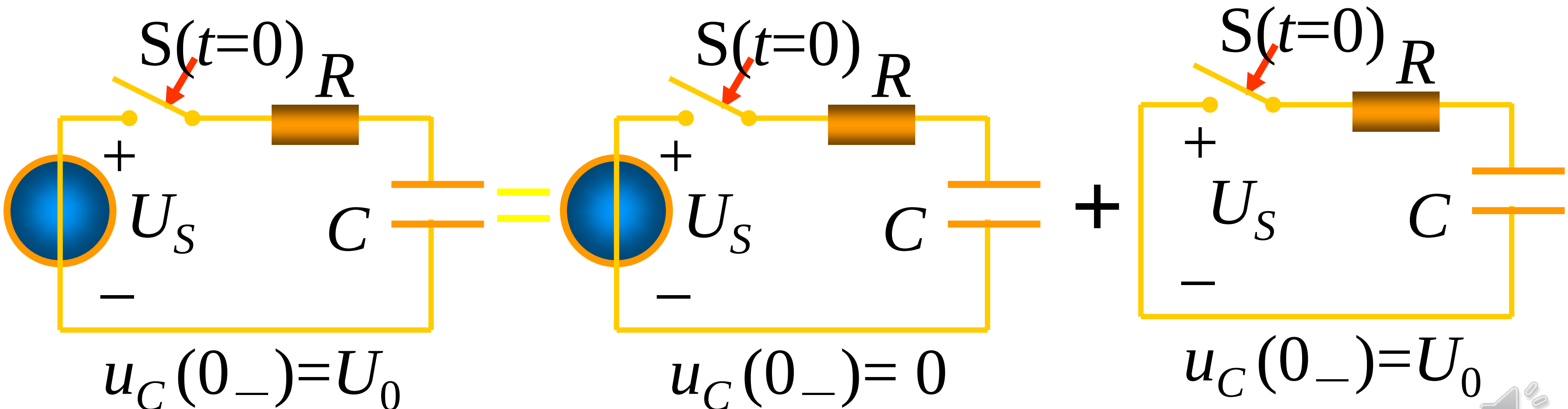
②着眼于因果关系 → 便于叠加计算

$$u_C = U_S(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) + U_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad (t > 0)$$

零状态响应

零输入响应

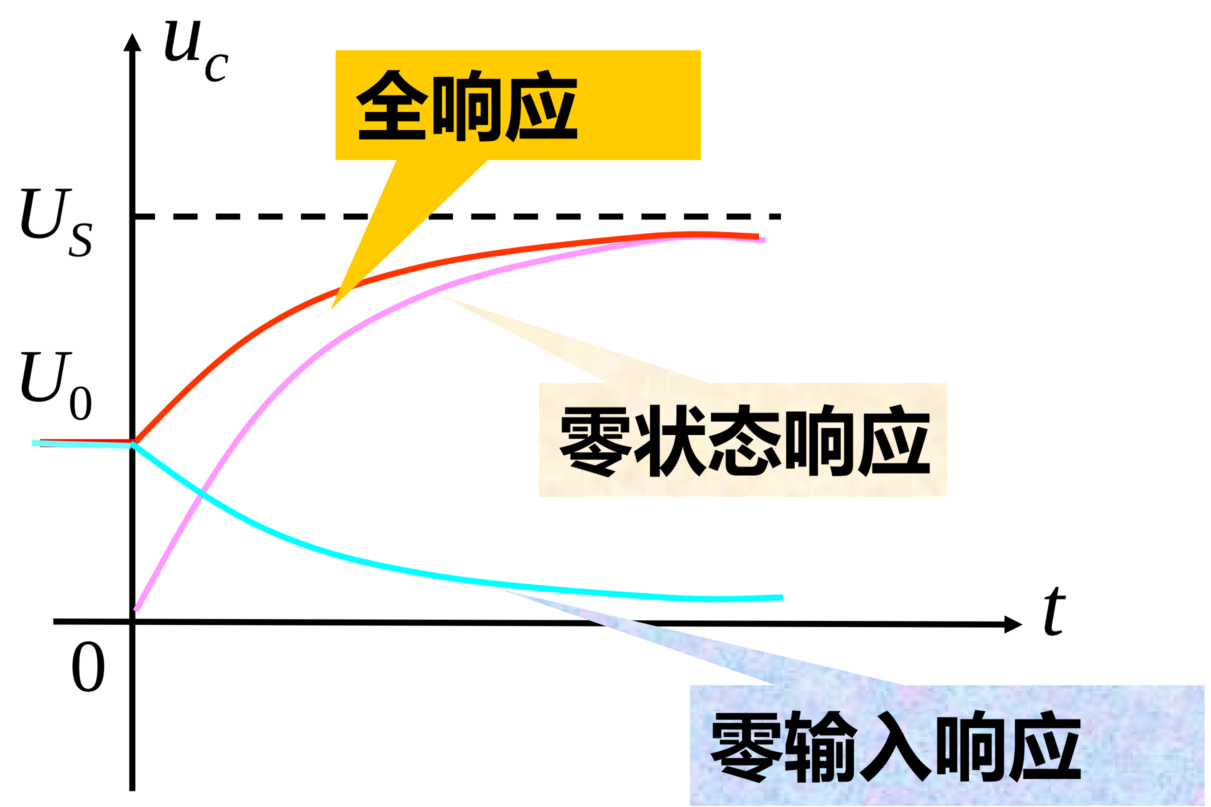
全响应 = 零状态响应 + 零输入响应



$$u_C = U_S(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) + U_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad (t > 0)$$

零状态响应

零输入响应



小结

1. 一阶电路的零状态响应与激励成正比，称为零状态线性

2. 一阶电路的零输入响应和初始值成正比，称为零输入线性

3. 一阶电路的全响应既不与初始值成正比，也不与激励成正比。当激励和初始值同时扩大*k*倍时全响应才扩大*k*倍

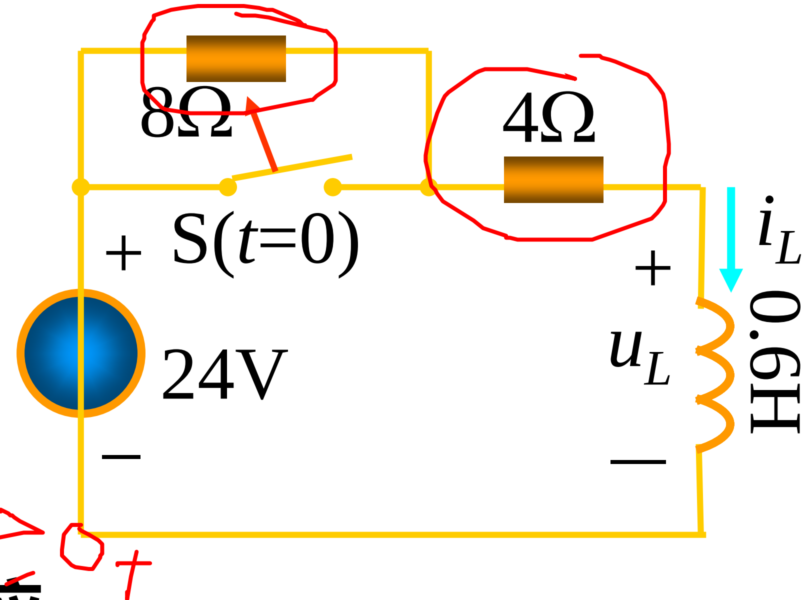
4. 衰减快慢取决于时间常数τ

   *RC*电路　$\tau = RC$ ，　*RL*电路　$\tau = L/R$

5. 同一电路中所有响应具有相同的时间常数

例1　t=0 时，开关k打开，求t >0后的i_L、u_L。

解　这是RL电路全响应问题，



有：　$i_L(0-)=i_L(0+)$
$=24/4=6\text{A}$

$$\tau = L/\underline{R} = 0.6/12 = 1/20\text{s}$$

全响应 = 零状态响应 + 零输入响应

零输入响应：$i'_L(t)=6e^{-20t}\text{A}$　　$i_L(t)=I_0 e^{-\frac{t}{L/R}}$

零状态响应：$i''_L(t)=\dfrac{24}{12}(1-e^{-20t})A$　　$i_L=\dfrac{US}{R}(1-e^{-\frac{R}{L}t})$

全响应：$i_L(t)=6e^{-20t}+2(1-e^{-20t})=2+4e^{-20t}A$

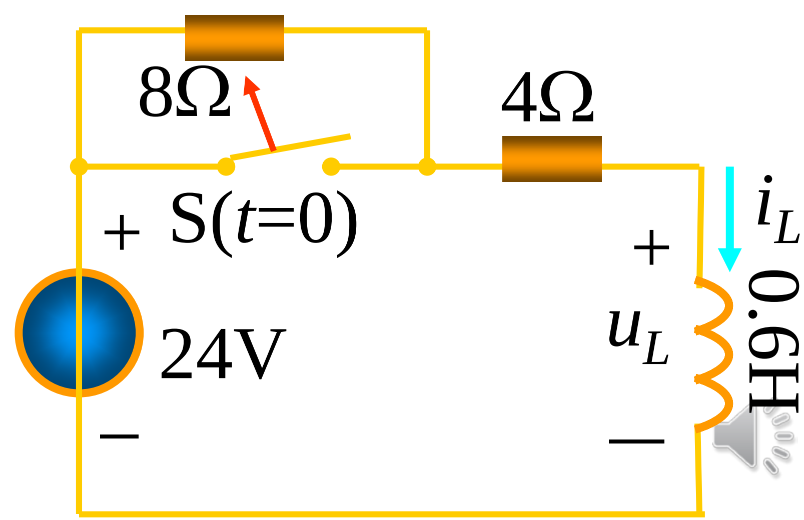
全响应 = 强制分量(稳态解) + 自由分量(暂态解)

或求出稳态分量： $i_L(\infty) = 24/12 = 2\text{A}$

全响应： $i_L(t) = 2 + Ae^{-20t}\ \text{A}$

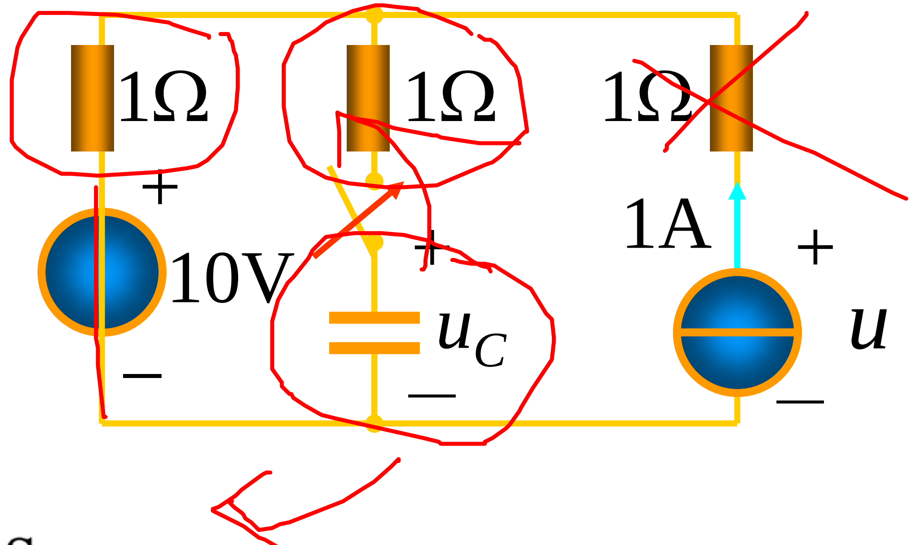
代入初值有： $6 = 2 + A \rightarrow A=4$

$i_L(t) = 2 + 4e^{-20t}\text{A}$



例2　t=0时，开关K闭合，求$t>0$后的i_C、u_C及电流源两端的电压。　$(u_c(0^-)=1\text{V}, C=1F)$

解　这是RC电路全响应问题，有：



稳态分量：

$$u_C(\infty)=10+1=11\text{V}$$

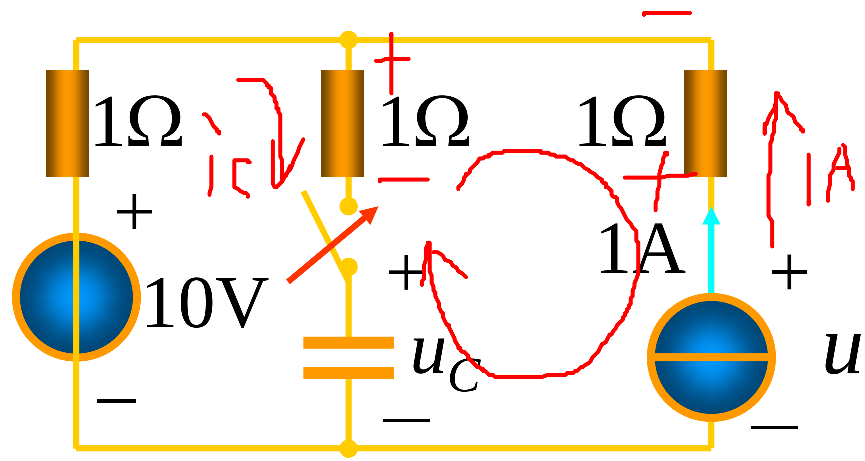
$$\tau=RC=(1+1)\times 1=2\text{s}$$

全响应 = 强制分量(稳态解) + 自由分量(暂态解)

全响应： $u_C(t)=11+Ae^{-0.5t}\text{V}$

全响应:$u_C(t) = 11 + Ae^{-0.5t}\text{V}$

$$(u_C(0^-) = 1\text{V}, C = 1F)$$



$$u_C(t) = 11 - 10e^{-0.5t}\text{V}$$

$$i_C(t) = \frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = 5e^{-0.5t}\text{A}$$

$$u(t) = 1\times1 + 1\times i_C + u_C = 12 - 5e^{-0.5t}\text{V}$$

3. 三要素法分析一阶电路

一阶电路的数学模型是一阶线性微分方程：

$$a\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t}+bf=c$$

特解

其解答一般形式为： $f(t)=f'(t)+Ae^{-\frac{t}{\tau}}$

令 $t=0_+$ $f(0_+)=f'(t)\big|_{0_+}+A$

$\longrightarrow$ $A=f(0_+)-f'(t)\big|_{0_+}$

$$f(t) = f'(t) + [f(0_+) - f'(0_+)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

直流激励时: $f'(t) = f'(0_+) = f(\infty)$

$$\rightarrow f(t) = f(\infty) + [\overbrace{f(0_+) - f(\infty)}^{A}]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\text{三要素}\begin{cases} f(\infty) & \text{稳态解} \\ f(0_+) & \text{初始值} \\ \tau & \text{时间常数} \end{cases}$$

$f(\infty)$ 稳态解 → **用$t\rightarrow\infty$的稳态电路求解**

$f(0_+)$ 初始值 → **用0_+等效电路求解**

注意 **分析一阶电路问题转为求解电路的三个要素的问题。**

三要素法

有些支路量的微分方程列写比较困难

有些支路量的 0^{+} 值获得比较困难

$$f(t)=f(\infty)+[f(0^{+})-f(\infty)]\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}$$

三要素

- $f(\infty)$ 稳态解
- $f(0^{+})$ 初值
- τ 时间常数

优点1：不列写方程直接获得解

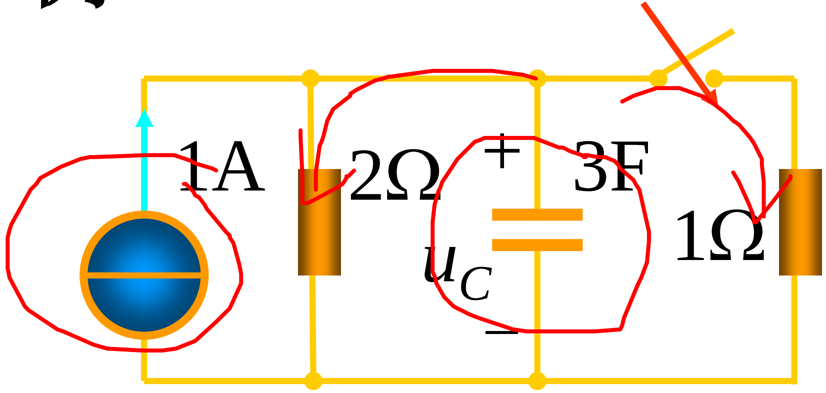
优点2：可适用于各支路量

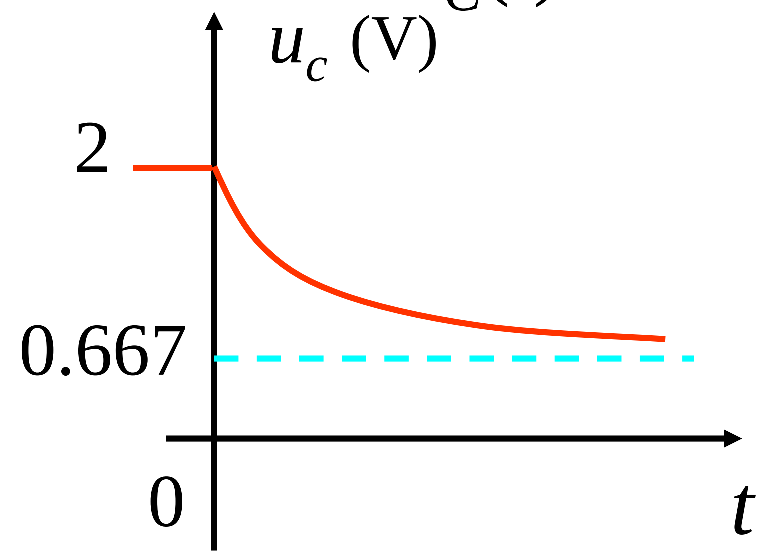
关于三要素法的讨论

- 适用于： $f(t)=f(\infty)+[f(0^+)-f(\infty)\big|_{t=0^+}]\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}\quad t>0$
  - 时间常数、初值、终值比较容易求的场合
    - 直流激励或正弦激励 → 如果 $u(t)=\sin\omega t$

      则稳态解 $f(\infty)$ 一般为 $f(t)=C\sin(\omega t+D)$
  - 可用于求电路任意支路的电压或电流
- 仅对1阶电路适用
- 时间常数的概念仅对1阶电路适用

例1 **已知：**t=0 **时合开关，求换路后的**$u_C(t)$





解 $u_C(0_+) = u_C(0_-) = 2\text{V}$

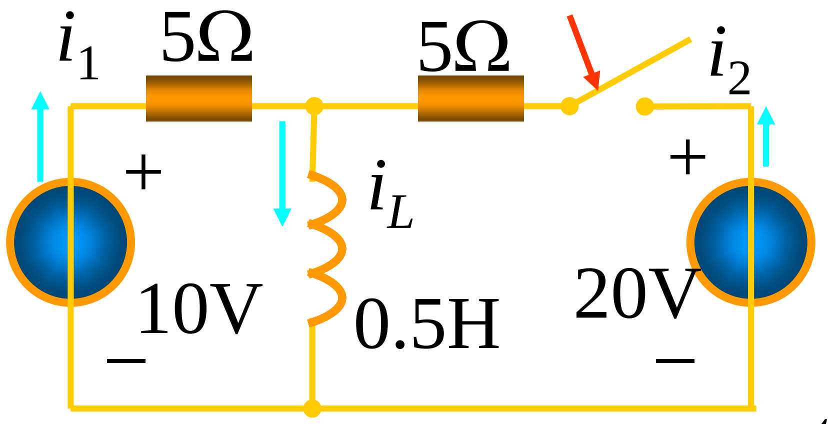
$$u_C(\infty) = (2//1)\times 1 = 0.667\text{V} \qquad \tau = R_{\text{eq}}C = \frac{2}{3}\times 3 = 2\text{ s}$$

$$u_C(t) = u_C(\infty) + [u_C(0_+) - u_C(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$u_C = 0.667 + (2-0.667)e^{-0.5t} = 0.667 + 1.33e^{-0.5t} \quad t>0$$

例2　　t=0时，开关闭合，求$t>0$后的i_L、i_1、i_2

解　**三要素为：**



$$i_L(0_+)=i_L(0_-)=10/5=2\text{A}$$

$$i_L(\infty)=10/5+20/5=6\text{A}$$

$$\tau=L/R=0.5/(5//5)=1/5\text{s}$$

三要素公式　$i_L(t)=i_L(\infty)+[i_L(0_+)-i_L(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$

$$i_L(t)=6+(2-6)e^{-5t}=6-4e^{-5t}\quad t>0$$

$$u_L(t)=L\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}=0.5\times(-4e^{-5t})\times(-5)=10e^{-5t}\text{V}$$

$$i_1(t)=(10-u_L)/5=2-2e^{-5t}\text{A}$$

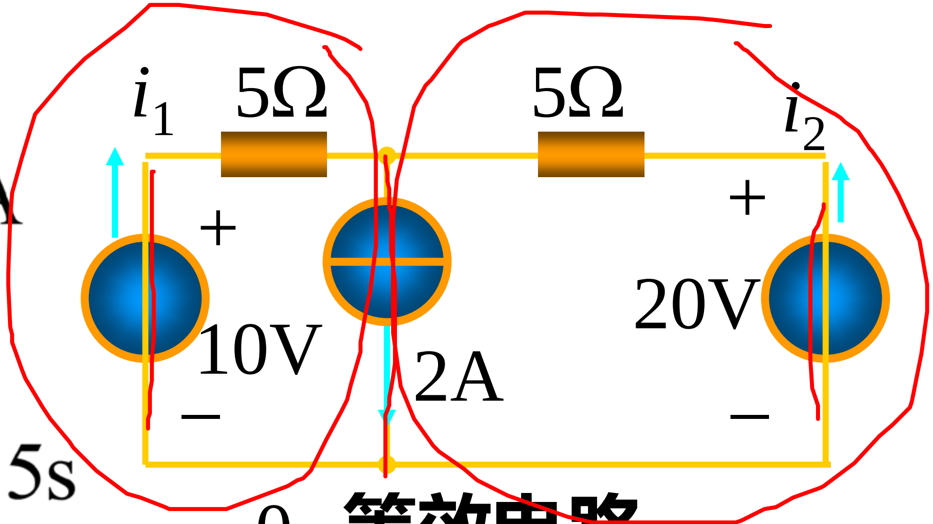
$$i_2(t)=(20-u_L)/5=4-2e^{-5t}\text{A}$$

三要素为：

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 10/5 = 2\text{A}$$

$$i_L(\infty) = 10/5 + 20/5 = 6\text{A}$$

$$\tau = L/R = 0.6/(5//5) = 1/5\text{s}$$



0_+ 等效电路

$$i_1(0_+) = \frac{(10-20)}{10} + 1 = 0\text{A} \qquad i_1(\infty) = 10/5 = 2\text{A}$$

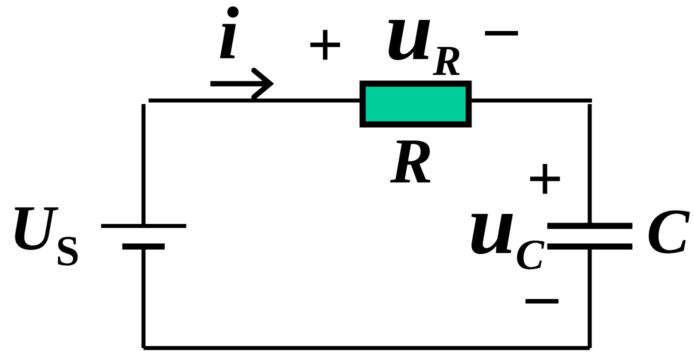
$$i_2(0_+) = \frac{(20-10)}{10} + 1 = 2\text{A} \qquad i_2(\infty) = 20/5 = 4\text{A}$$

$$i_L(t) = i_L(\infty) + [i_L(0_+) - i_L(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i_L(t) = 6 + (2-6)e^{-5t} = 6 - 4e^{-5t} \quad t \geq 0$$

$$i_1(t) = 2 + (0-2)e^{-5t} = 2 - 2e^{-5t}\text{A}$$

$$i_2(t) = 4 + (2-4)e^{-5t} = 4 - 2e^{-5t}\text{A}$$



$$\begin{cases} RC\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+u_C=U_S \\ u_C(0^+)=u_C(0^-) \end{cases} \qquad \begin{cases} RC\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}+i=0 \\ i(0^+)=\dfrac{U_S-u_C(0^+)}{R} \end{cases} \qquad \begin{cases} RC\dfrac{\mathrm{d}u_R}{\mathrm{d}t}+u_R=0 \\ u_R(0^+)=U_S-u_C(0^+) \end{cases}$$

特点:

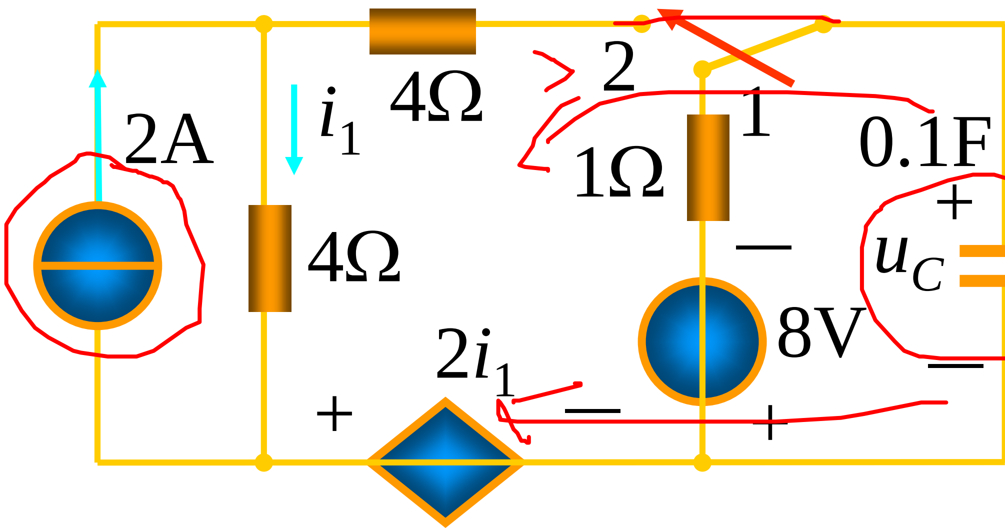
(1) 同一电路不同支路变量微分方程的特征方程完全相同

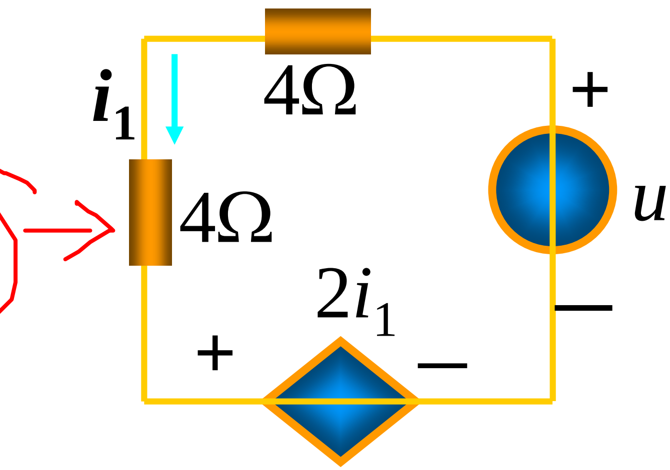
同一电路不同支路变量解的时间常数相同，且与激励无关

(2) 同一电路不同支路变量微分方程等号右端项和初值不同

同一电路不同支路变量解的初值和终值不同

例3　**已知：**t=0**时开关由**1→2，**求换路后的**$u_C(t)$





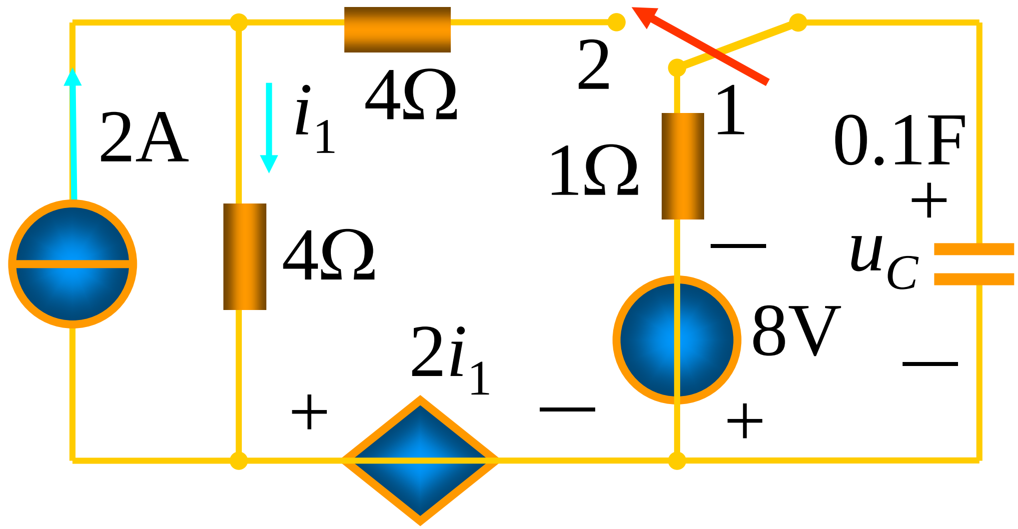
解

三要素为：

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = -8\text{V}$$

$$u_C(\infty) = 4i_1 + 2i_1 = 6i_1 = 12\text{V}$$

$$u = 10i_1 \rightarrow R_{eq} = u / i_1 = 10\Omega$$

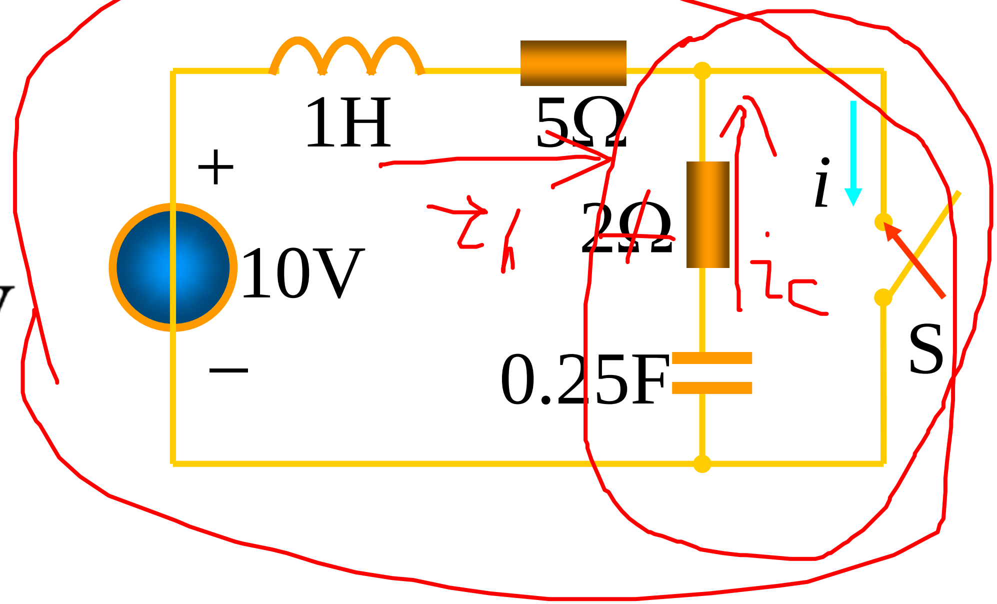


$$\tau = R_{\mathrm{eq}} C = 10 \times 0.1 = 1\mathrm{s}$$

$$u_{\mathrm{C}}(t) = u_{\mathrm{C}}(\infty) + [u_{\mathrm{C}}(0^{+}) - u_{\mathrm{C}}(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$u_{\mathrm{C}}(t) = 12 + [-8 - 12]e^{-t} = 12 - 20e^{-t}\mathrm{V}$$

例4 **已知：**t=0**时开关闭合，求换路后的电流**$i(t)$。



解

三要素为：

$$u_C(0_+)=u_C(0_-)=10\text{V}$$

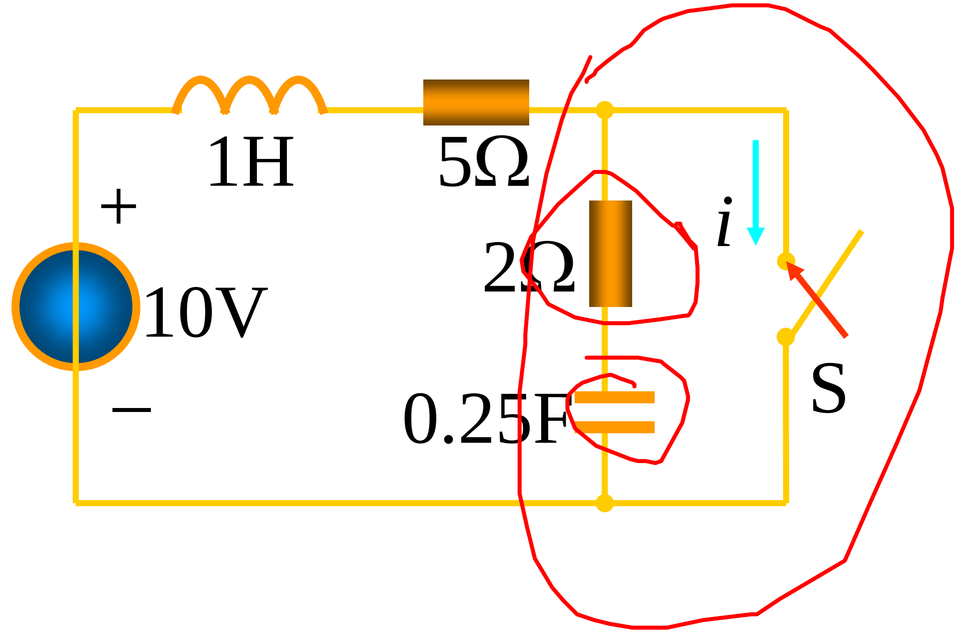
$$u_C(\infty)=0$$

$$\tau_1=R_{eq}C=2\times0.25=0.5\text{s}$$

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 0$$

$$i_L(\infty) = 10/5 = 2\text{A}$$

$$\tau_2 = L/R_{eq} = 1/5 = 0.2\text{s}$$



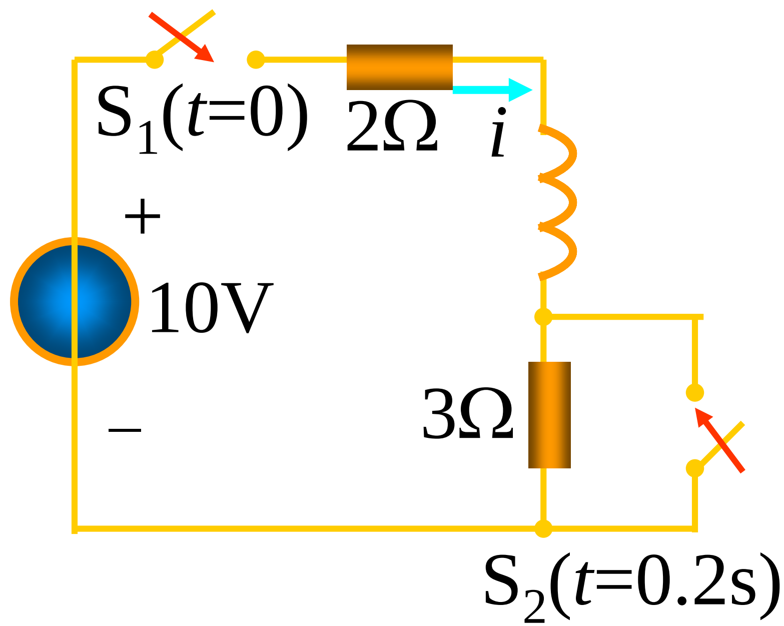
$$u_C(t) = u_C(\infty) + [u_C(0^+) - u_C(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} = 10e^{-2t}\text{V}$$

$$i_L(t) = i_L(\infty) + [i_L(0^+) - i_L(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} = 2(1 - e^{-5t})\text{A}$$

$$i(t) = i_L(t) + \frac{u_C(t)}{2} = (2(1 - e^{-5t}) + 5e^{-2t})\text{A}$$

例5　**已知：电感无初始储能**$t=0$ **时合**S_1，$t=0.2s$ **时合**S_2，**求两次换路后的电感电流**$i(t)$**。**

解　$0<t<0.2s$



$$i(0_+)=i(0_-)=0$$

$$\tau_1=L/R=1/5=0.2\ \text{s}$$

$$i(\infty)=10/5=2\text{A}$$

$$i(t)=2-2e^{-5t}\ \text{A}$$

$t > 0.2\text{s}$

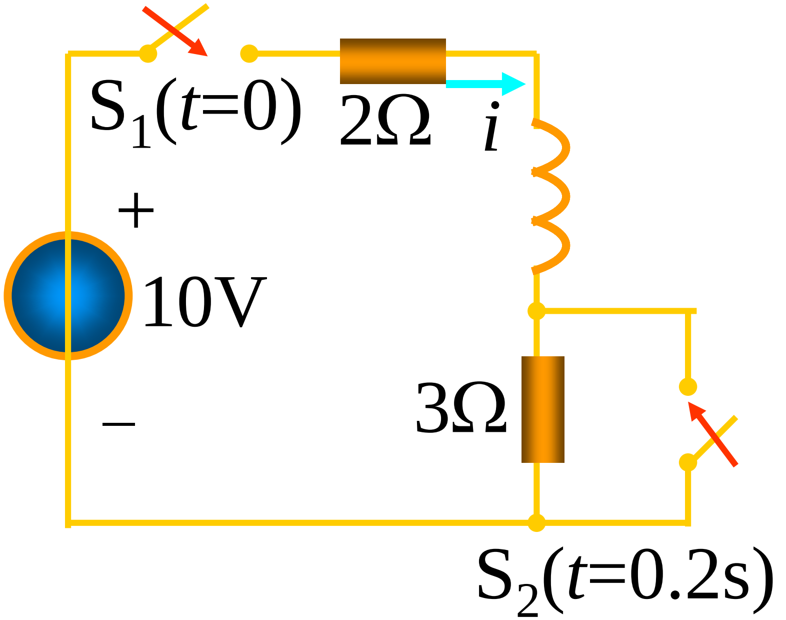
$$i(0.2_-) = 2 - 2e^{-5\times0.2} = 1.26$$

$$i(0.2_+) = 1.26\text{A}$$

$$\tau_2 = L/R = 1/2 = 0.5$$

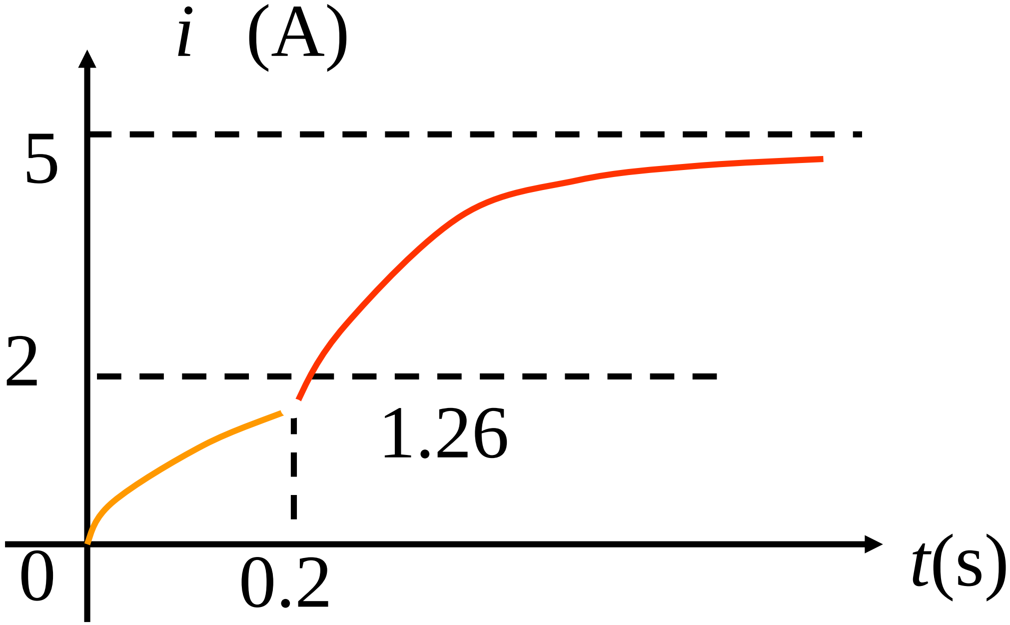
$$i(\infty) = 10/2 = 5\text{A}$$

$$i(t) = 5 - 3.74e^{-2(t-0.2)}\ \text{A}$$



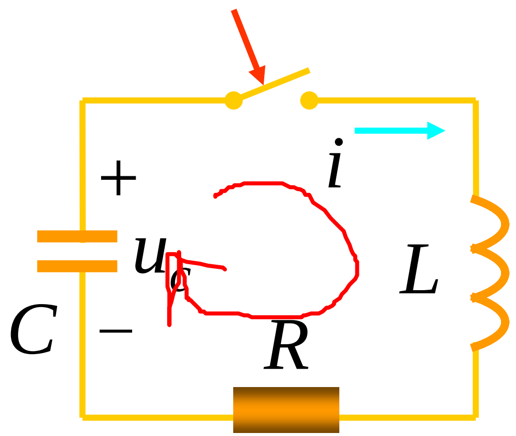
$$i = 2 - 2e^{-5t} \qquad (0 < t \le 0.2\text{s})$$

$$i = 5 - 3.74e^{-2(t-0.2)} \qquad (t \ge 0.2\text{s})$$



7.5 二阶电路的零输入响应

1. 二阶电路的零输入响应



已知： $u_C(0_+)=U_0 \quad i(0_+)=0$

电路方程： $Ri+u_L-u_C=0$

$$i=-C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} \qquad u_L=L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

以电容电压为变量： $LC\frac{\mathrm{d}^2u_C}{\mathrm{d}t}+RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+u_C=0$

以电感电流为变量： $LC\frac{\mathrm{d}^2i}{\mathrm{d}t}+RC\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}+i=0$

以电容电压为变量时的初始条件：

$$u_C(0_+)=U_0 \quad i(0_+)=0 \rightarrow \left.\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}\right|_{t=0_+}=0$$

以电感电流为变量时的初始条件：

$$i(0_+)=0 \qquad u_C(0_+)=U_0 \rightarrow$$

$$u_C(0_+)=u_L(0_+)=L\left.\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}\right|_{t=0_+}=U_0 \rightarrow \left.\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}\right|_{t=0_+}=\frac{U_0}{L}$$

电路方程： $LC\frac{\mathrm{d}^2u_C}{\mathrm{d}t}+RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+u_C=0$

特征方程： $LCP^2+RCP+1=0$

特征根： $P = \dfrac{-R \pm \sqrt{R^2 - 4L/C}}{2L} = -\dfrac{R}{2L} \pm \sqrt{(\dfrac{R}{2L})^2 - \dfrac{1}{LC}}$

2. 零状态响应的三种情况

$R > 2\sqrt{\dfrac{L}{C}}$ 二个不等负实根 **过阻尼**

$R = 2\sqrt{\dfrac{L}{C}}$ 二个相等负实根 **临界阻尼**

$R < 2\sqrt{\dfrac{L}{C}}$ 二个共轭复根 **欠阻尼**

$$(1)\ R > 2\sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$u_{\mathrm{C}} = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}$$

$$u_{\mathrm{C}}(0_+) = U_0 \rightarrow A_1 + A_2 = U_0$$

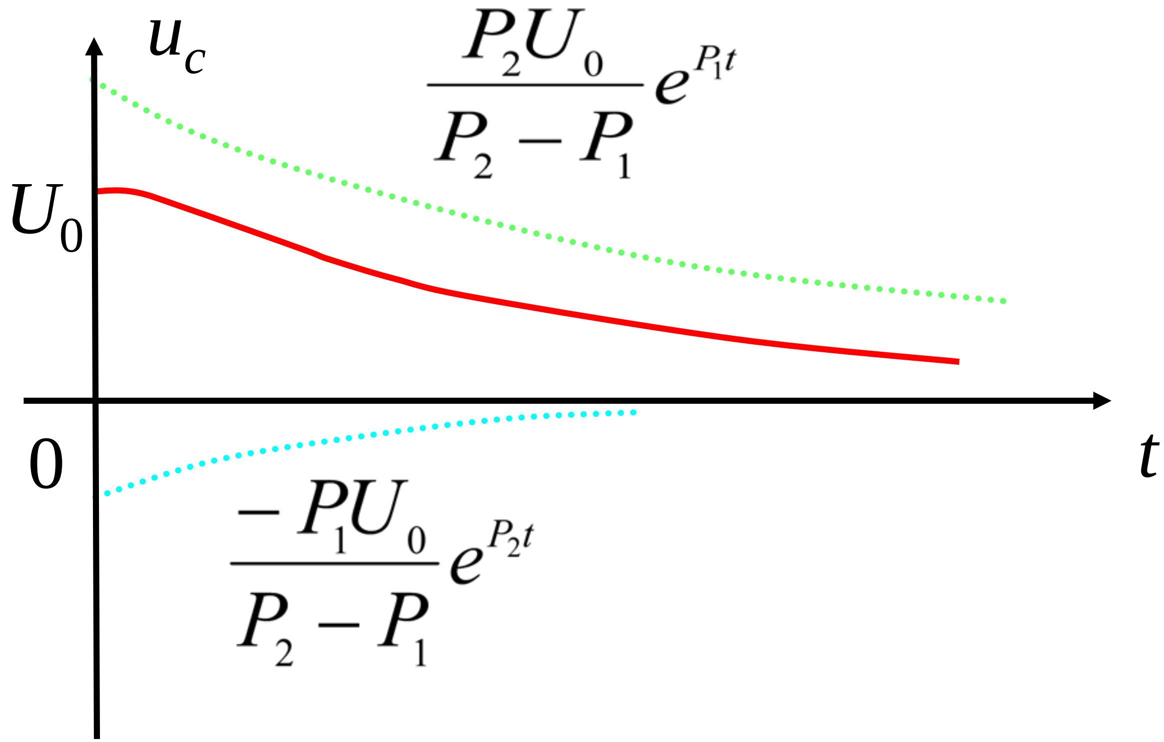
$$\left.\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}\right|_{(0_+)} \rightarrow P_1 A_1 + P_2 A_2 = 0$$

$$\begin{cases} A_1 = \dfrac{P_2}{P_2 - P_1} U_0 \\ A_2 = \dfrac{-P_1}{P_2 - P_1} U_0 \end{cases}$$

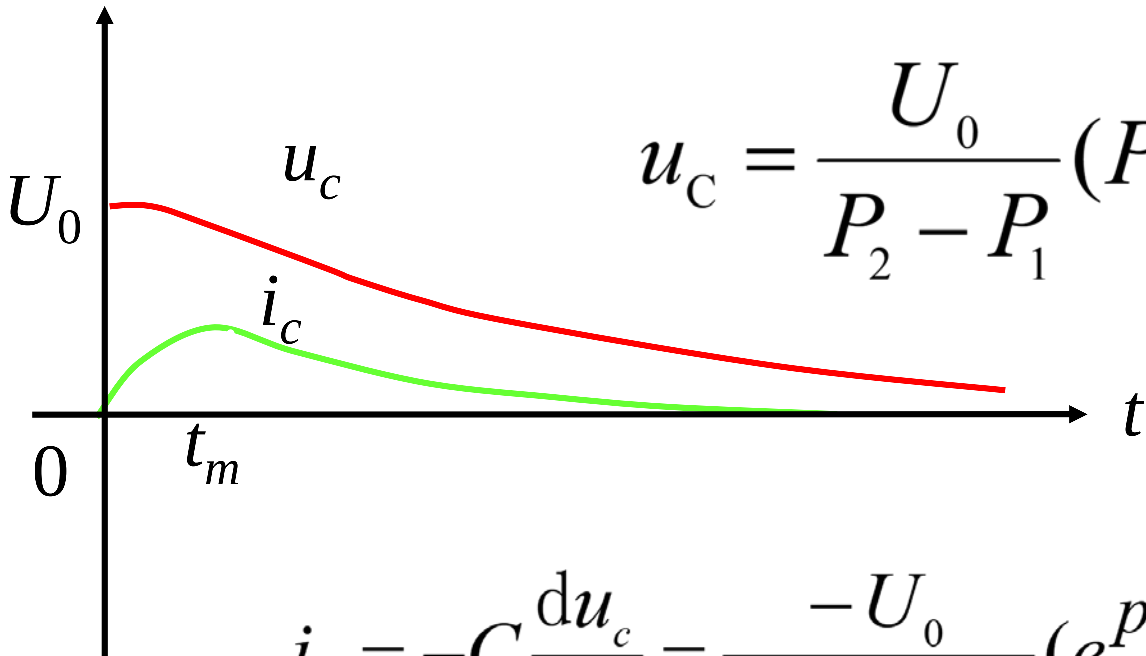
$$u_C = \frac{U_0}{P_2 - P_1}\left(P_2 e^{P_1 t} - P_1 e^{P_2 t}\right)$$

①电容电压 $$u_C = \frac{U_0}{P_2 - P_1}(P_2 e^{P_1 t} - P_1 e^{P_2 t})$$

设 $|P_2| > |P_1|$



②电容和电感电流



$$u_C = \frac{U_0}{P_2 - P_1}(P_2 e^{P_1 t} - P_1 e^{P_2 t})$$

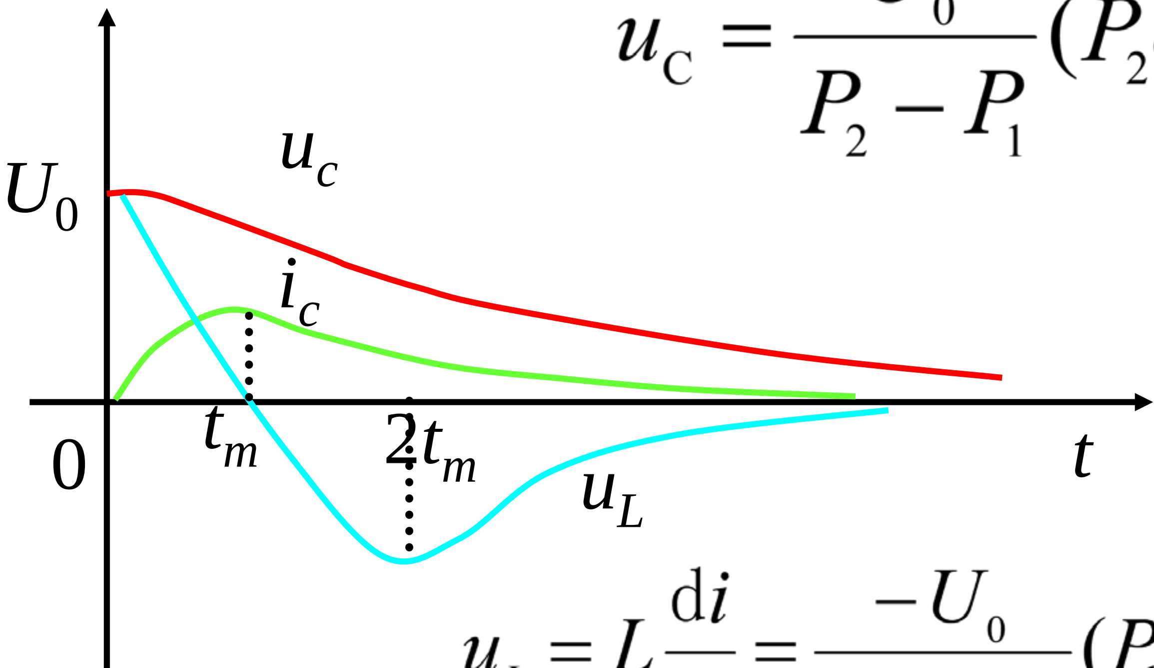
$$i_C = -C\frac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t} = \frac{-U_0}{L(P_2 - P_1)}(e^{p_1 t} - e^{p_2 t})$$

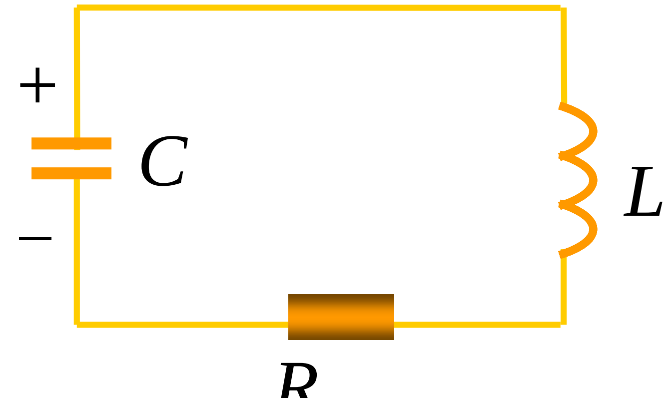
$t=0_+$　$i_c=0$，$t=\infty$　$i_c=0$

$i_c>0$　$t = t_m$ 时 i_c 最大

③电感电压

$$u_C = \frac{U_0}{P_2 - P_1}(P_2 e^{P_1 t} - P_1 e^{P_2 t})$$





$$u_L = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = \frac{-U_0}{(P_2 - P_1)}(P_1 e^{p_1 t} - P_2 e^{p_2 t})$$

$t = 0,\ u_L = U_0 \quad t = \infty,\ u_L = 0$

$0 < t < t_m$，i **增加**，$u_L>0$，$t > t_m$ i **减小**，$u_L <0$

$t=2\,t_m$**时**$|u_L|$**最大**

$$u_L = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = \frac{-U_0}{(P_2 - P_1)}(P_1 e^{p_1 t} - P_2 e^{p_2 t})$$

$i_C=i$ **为极值时，即** $u_L=0$ **时的** t_m **计算如下**:

$$(P_1 e^{p_1 t} - P_2 e^{p_2 t}) = 0 \qquad \frac{P_2}{P_1} = \frac{e^{P_1 t_m}}{e^{P_2 t_m}}$$

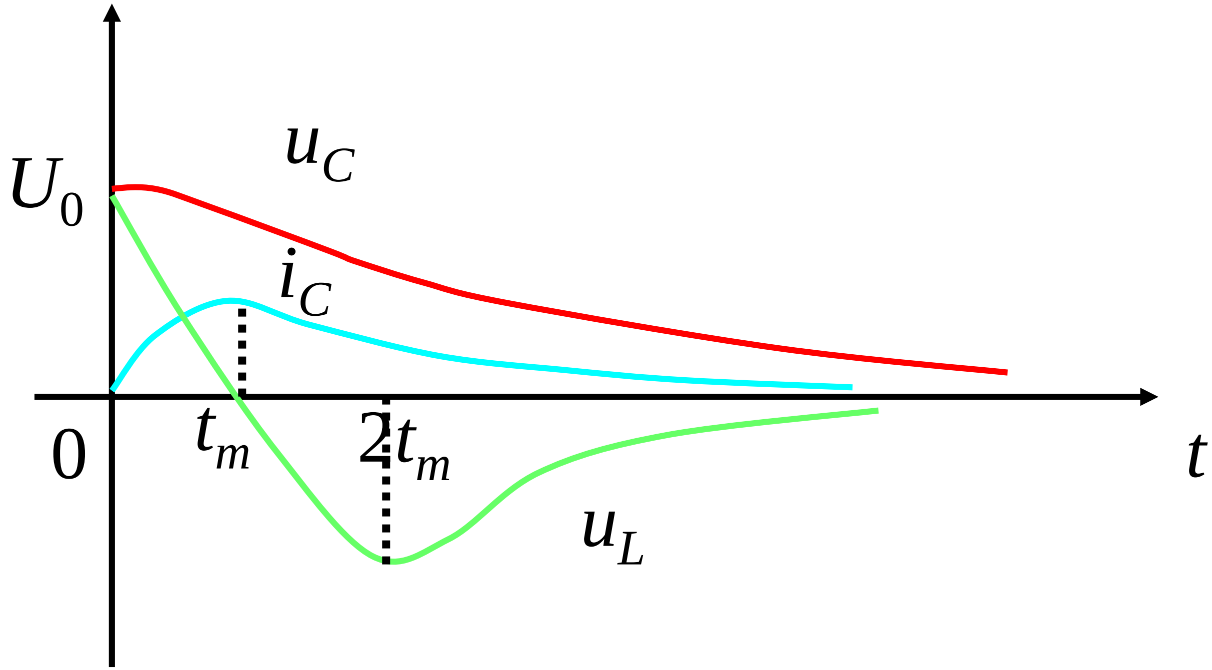
$$t_m = \frac{\ell n \dfrac{p_2}{p_1}}{p_1 - p_2}$$

由 $\mathrm{d}u_L/\mathrm{d}t$ **可确定** u_L **为极小时的** t .

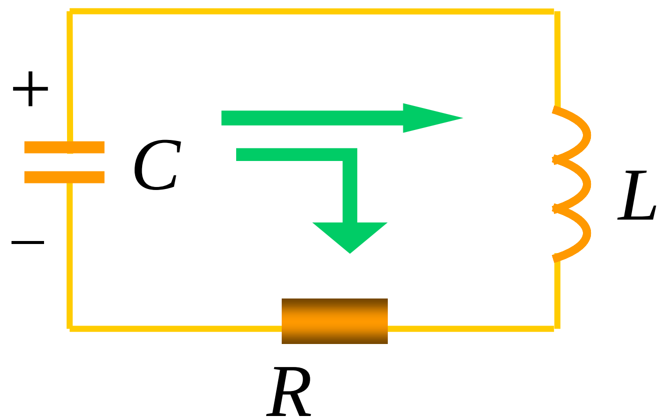
$$(P_1^2 e^{p_1 t} - P_2^2 e^{p_2 t}) = 0 \qquad t = \frac{2\ell n \dfrac{p_2}{p_1}}{p_1 - p_2}$$

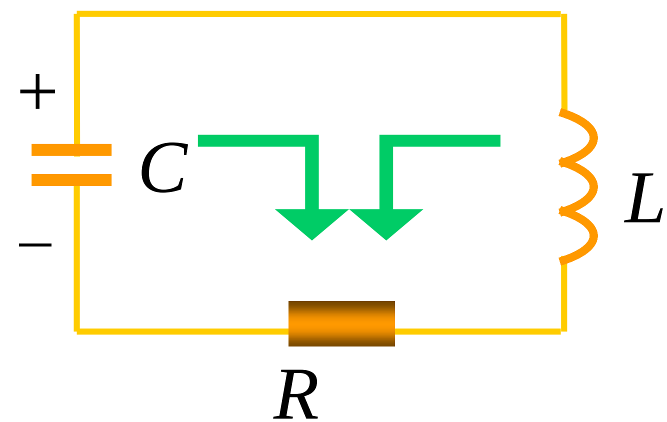
$$\rightarrow \quad t = 2t_m$$

④能量转换关系



$0 < t < t_m$　u_C减小，i 增加。$t > t_m$　u_C减小，i 减小.





$\boxed{(2)\ \ R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}}$

$$P_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$$

共轭复根

令：$\delta = \frac{R}{2L}$（衰减系数），$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$（谐振角频率

$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$（固有振荡角频率） $P = -\delta \pm j\omega$

u_c 的解答形式：

$$u_C = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t} = e^{-\delta(t)}\left(A_1 e^{j\omega t} + A_2 e^{-j\omega t}\right)$$

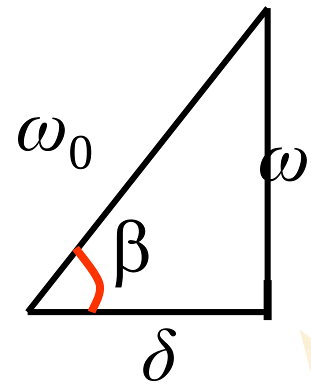
经常写为：

$$u_C = A e^{-\delta t}\sin(\omega t + \beta)$$

$$u_C = \frac{\omega_0}{\omega} U_0 e^{-\delta t} \sin(\omega t + \beta)$$

$$\text{由初始条件}\begin{cases} u_C(0^+) = U_0 \rightarrow A\sin\beta = U_0 \\ \dfrac{du_C}{dt}(0^+) = 0 \rightarrow A(-\delta)\sin\beta + A\omega\cos\beta = 0 \end{cases}$$

$$A = \frac{U_0}{\sin\beta} \quad , \quad \beta = arctg\frac{\omega}{\delta}$$



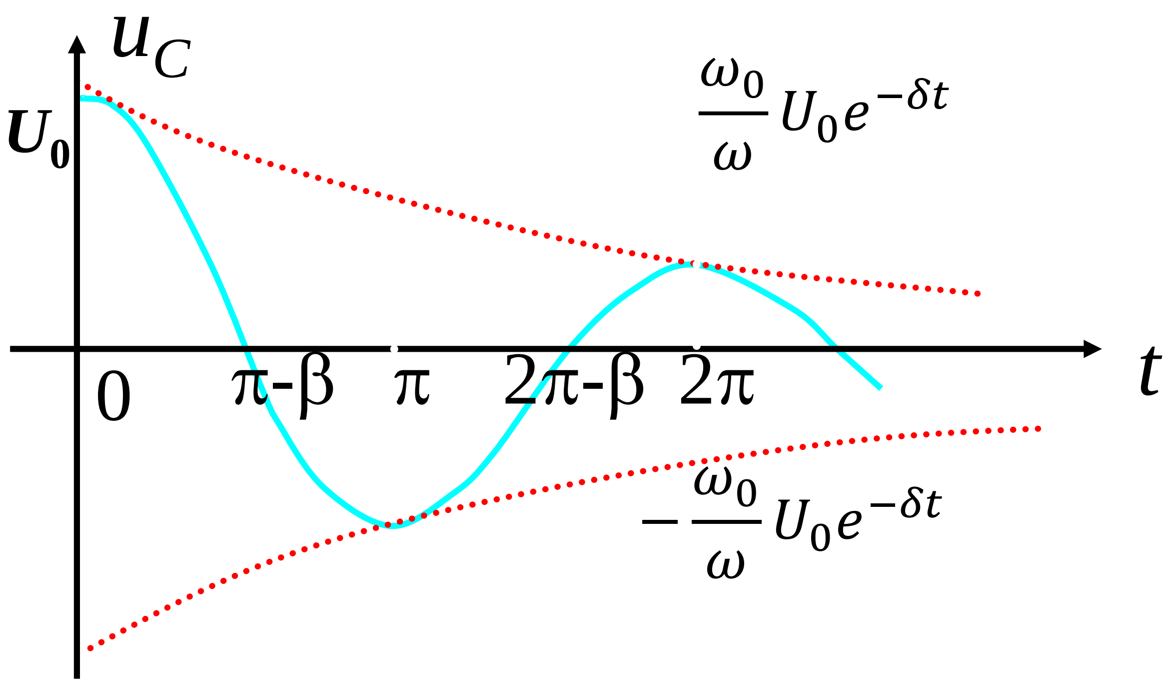
$$\sin\beta = \frac{\omega}{\omega_0} \qquad A = \frac{\omega_0}{\omega} U_0$$

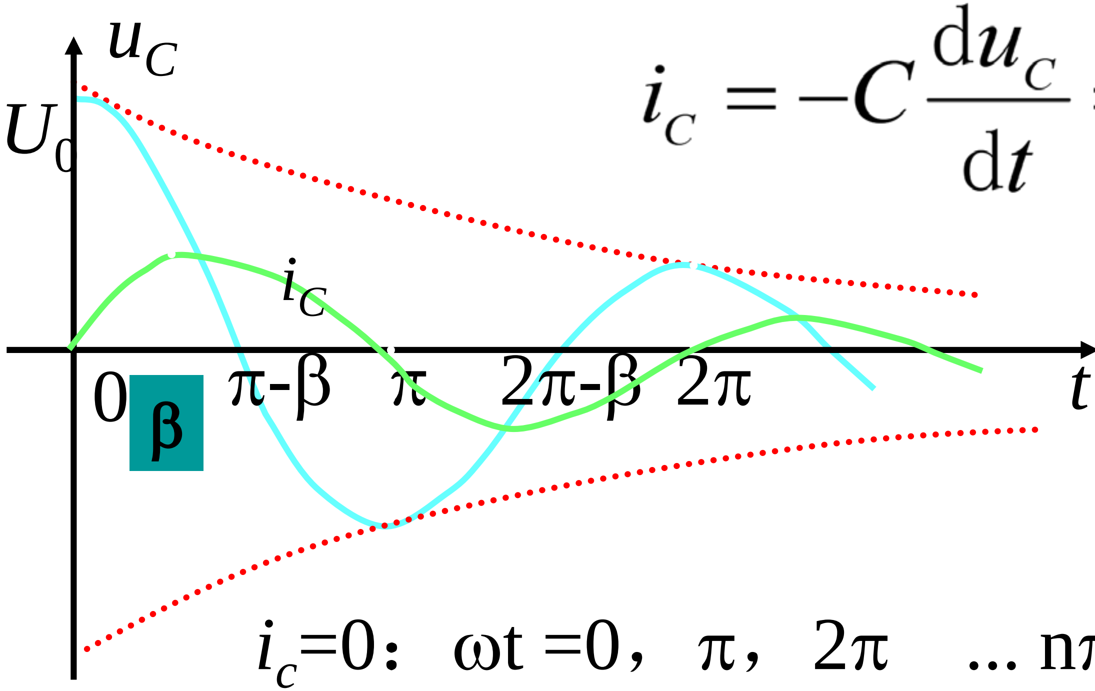
ω，ω0，δ的关系

$$u_C = \frac{\omega_0}{\omega} U_0 e^{-\delta t} \sin(\omega t + \beta)$$

u_C是振幅以$\pm \frac{\omega_0}{\omega} U_0$为包线依指数衰减的正弦函数。

t=0 **时** $u_c = U_0$　　　u_C=0：ωt = π-β，2π-β … nπ-β





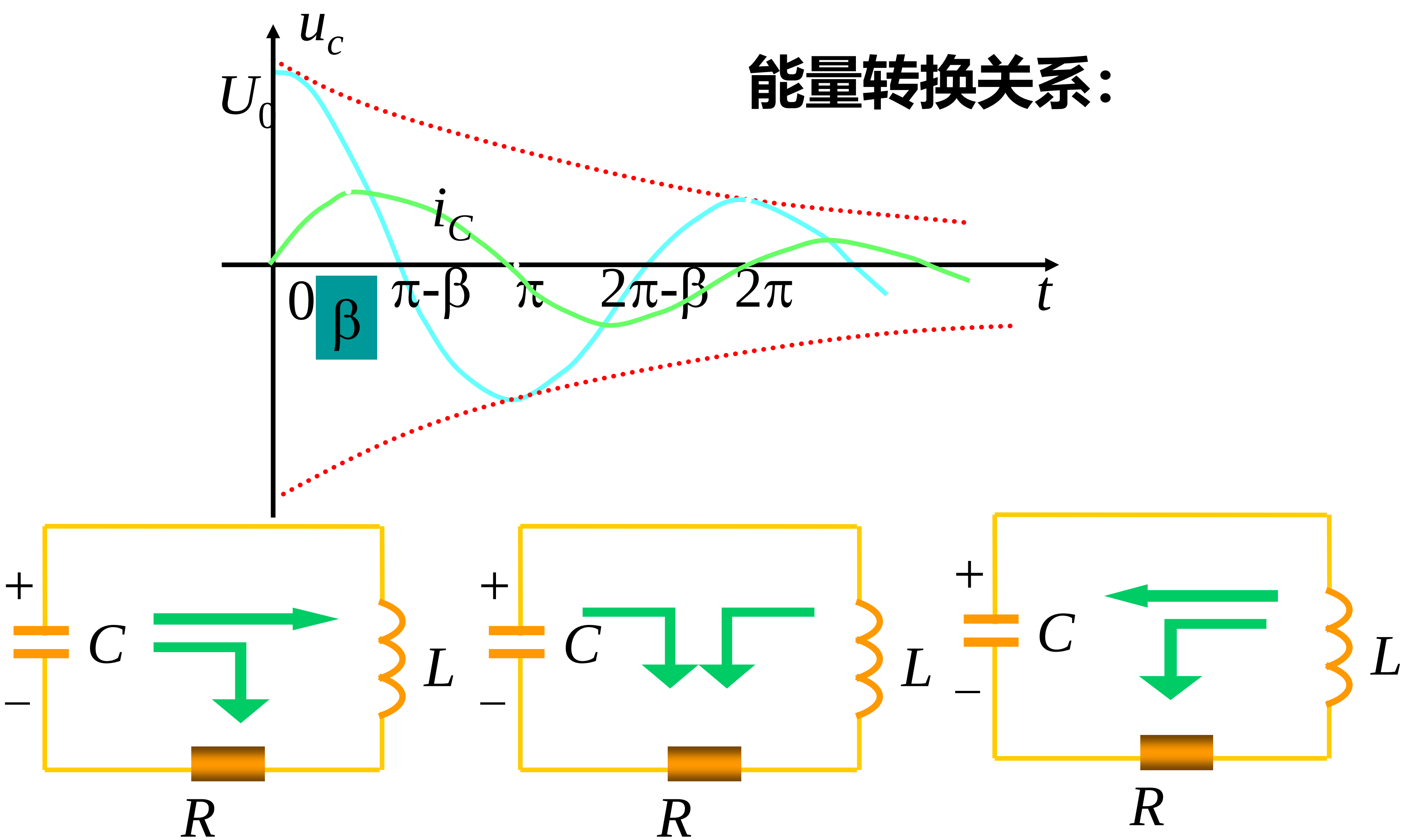
$$i_C = -C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = \frac{U_0}{\omega L}e^{-\delta t}\sin\omega t$$

i_c=0： ωt =0， π， 2π … nπ ，**为 u_c极值点，**
i_c **的极值点为 u_L 零点。**

$$u_L = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = -\frac{\omega_0}{\omega}U_0 e^{-\delta t}\sin(\omega t - \beta)$$

u_L=0： ωt = β ， π+β， 2π+β … nπ+β

能量转换关系：



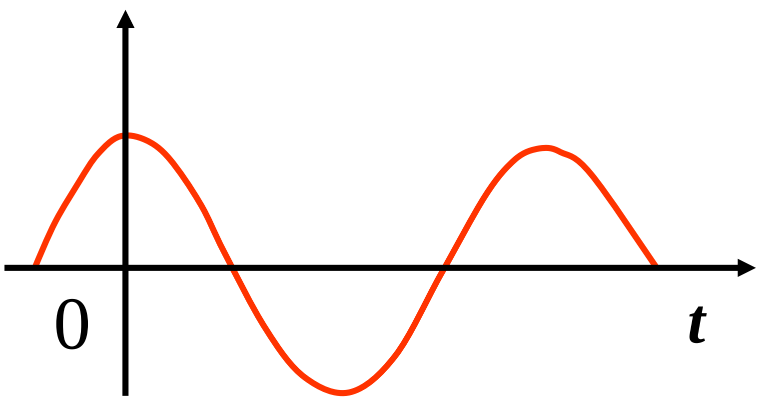
$0 < \omega t < \beta$ $\beta < \omega t < \pi-\beta$ $\pi-\beta < \omega t < \pi$

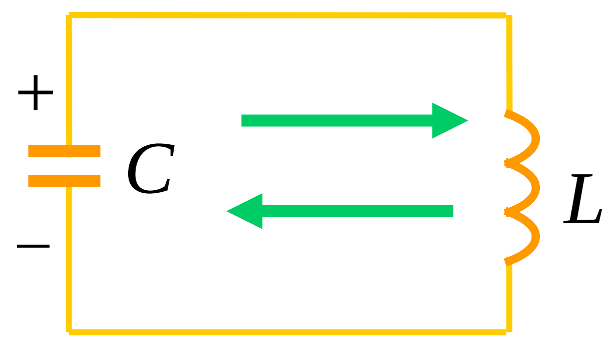
特例： R=0 **时**　$\delta = 0$ ，$\omega = \omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ ，$\beta = \dfrac{\pi}{2}$

$$u_C = U_0 \sin(\omega t + 90^0) = u_L$$

$$i = \frac{U_0}{\omega L} \sin \omega t$$

等幅振荡





$$\boxed{(3)\ R = 2\sqrt{\frac{L}{C}}} \qquad P_1 = P_2 = -\frac{R}{2L} = -\delta$$

相等负实根

$$u_C = A_1 e^{-\delta t} + A_2 t e^{-\delta t}$$

$$\text{由初始条件}\begin{cases} u_c(0^+) = U_0 \rightarrow A_1 = U_0 \\ \dfrac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t}(0^+) = 0 \rightarrow A_1(-\delta) + A_2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A_1 = U_0 \\ A_2 = U_0\delta \end{cases}$$

$$u_C = A_1 e^{-\delta t} + A_2 t e^{-\delta t}$$

$$A_1 = U_0 \qquad A_2 = U_0 \delta$$

$$\left.\begin{aligned}
u_C &= U_0 e^{-\delta t}(1+\delta t) \\
i_C &= -C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = \frac{U_0}{L} t e^{-\delta t} \\
u_L &= L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = U_0 e^{-\delta t}(1-\delta t)
\end{aligned}\right\}\text{非振荡放电}$$

小结

可推广应用于一般二阶电路

$R > 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ 过阻尼， 非振荡放电

$$u_C = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}$$

$R = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ 临界阻尼， 非振荡放电

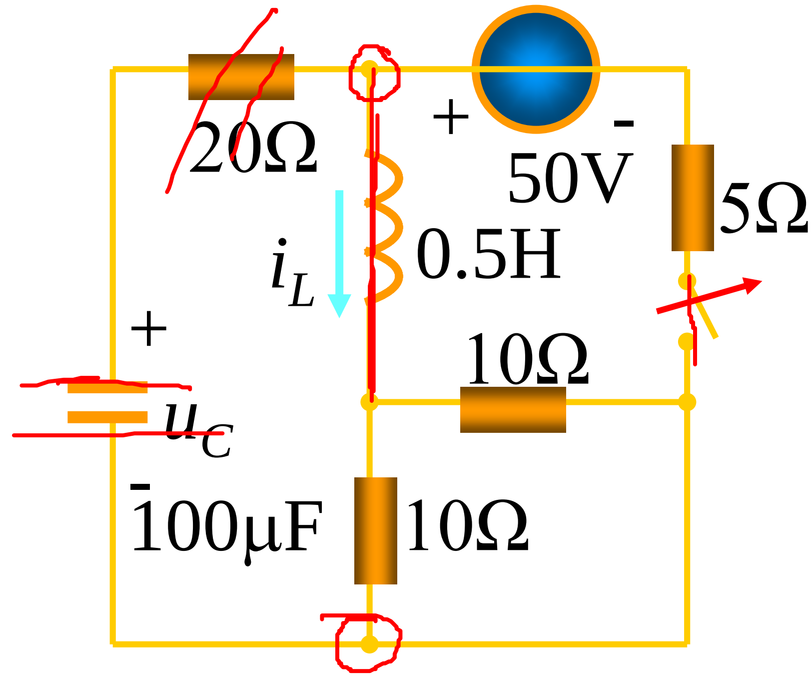
$$u_C = A_1 e^{-\delta t} + A_2 t e^{-\delta t}$$

$R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ 欠阻尼， 振荡放电

$$u_C = A e^{-\delta t} \sin(\omega t + \beta)$$

由初始条件$\begin{cases} u_C(0_+) \\ \dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}(0_+) \end{cases}$ **定常数**

例1 **电路如图，** t=0 **时打开开关。求** u_C**并画出其变化曲线。**



解

（1） $u_C(0_-)=25\text{V}$

$i_L(0_-)=5\text{A}$

（2）**开关打开为**RLC**串联电路，方程为：**

$$LC\frac{\mathrm{d}^2u_C}{\mathrm{d}t}+RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+u_C=0$$

特征方程为： $50P^2+2500P+10^6=0$

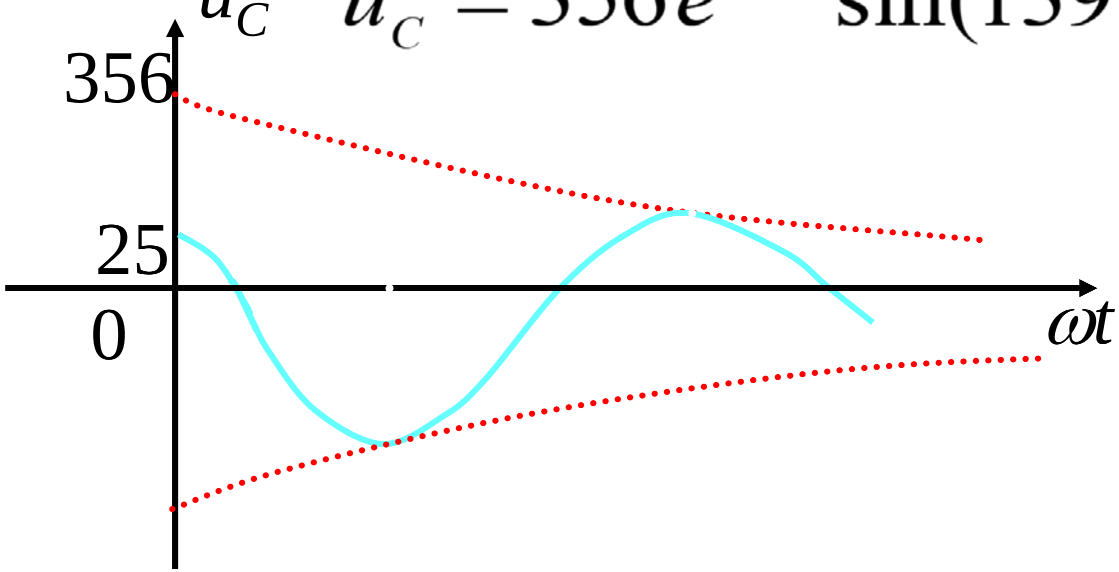
$$P=-25\pm j139 \qquad u_C=Ae^{-25t}\sin(139t+\beta)$$

$$u_C = Ae^{-25t}\sin(139t+\beta)$$

$$(3)\ \begin{cases} u_C(0_+) = 25 \\ C\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}\Big|_{0_+} = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A\sin\beta = 25 \\ A(139\cos\beta - 25\sin\beta) = \dfrac{-5}{10^{-4}} \end{cases}$$

$$A = 356, \quad \beta = 176^0$$

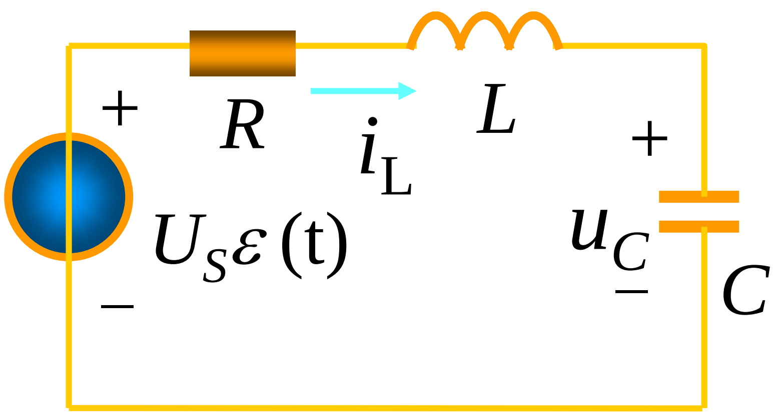
$$u_C = 356e^{-25t}\sin(139t + 176^0)\mathrm{V}$$



7.6 二阶电路的零状态响应和全响应

1. 二阶电路的零状态响应

例　$u_C(0_-)=0$ ，$i_L(0_-)=0$



微分方程为：

$$LC\frac{d^2u_C}{dt}+RC\frac{du_C}{dt}+u_C=U_S$$

特征方程为：

$$LCP^2+RCP+1=0$$

特解：　$u'_C=U_S$

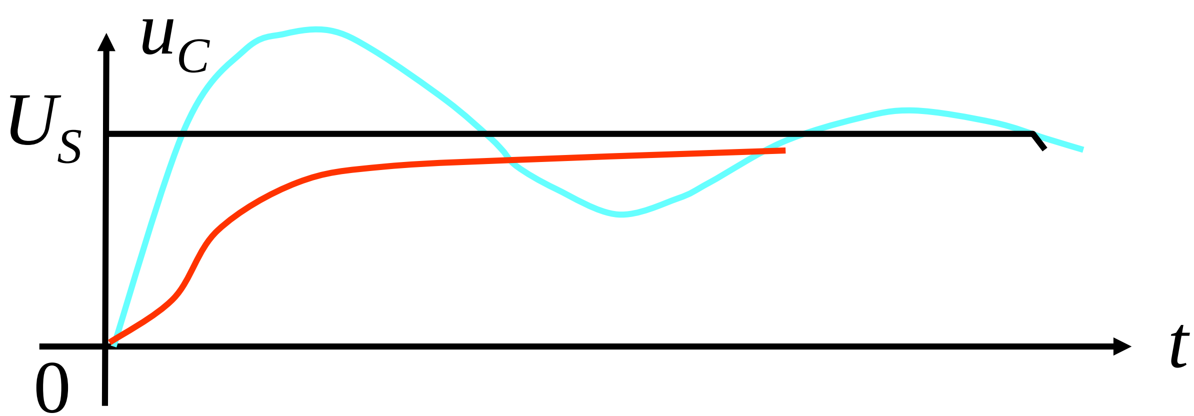
$$u_C=u'_C+u''_C$$

特解　**通解**

u_C解答形式为：

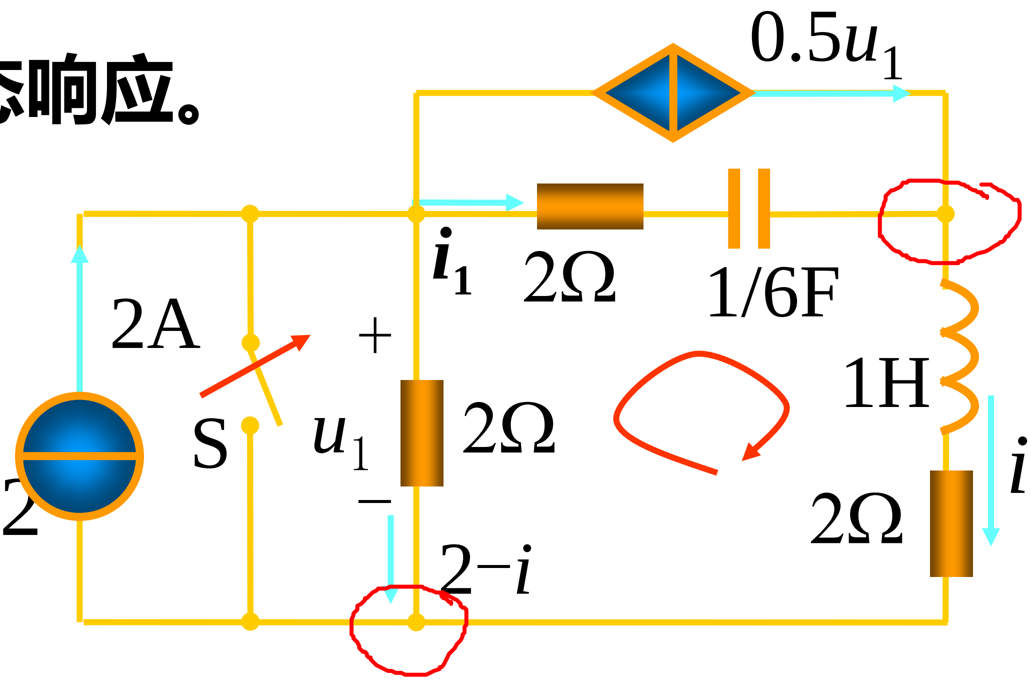
$$\begin{cases} u_C = U_S + A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t} & (p_1 \neq p_2) \\ u_C = U_S + A_1 e^{-\delta t} + A_2 t e^{-\delta t} & (P_1 = P_2 = -\delta) \\ u_C = U_S + A e^{-\delta t} \sin(\omega t + \beta) & (P_{1、2} = -\delta \pm j\omega) \end{cases}$$

由初值 $u_C(0_+)$，$\dfrac{\mathrm{d}u(0_+)}{\mathrm{d}t}$ 确定二个常数



例　**求电流 i 的零状态响应。**

解　**首先写微分方程**



$$i_1 = i - 0.5u_1$$
$$= i - 0.5(2 - i)\times 2$$
$$= 2i - 2$$

由KVL：$$2(2-i) = 2i_1 + 6\int i_1 dt + \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + 2i$$

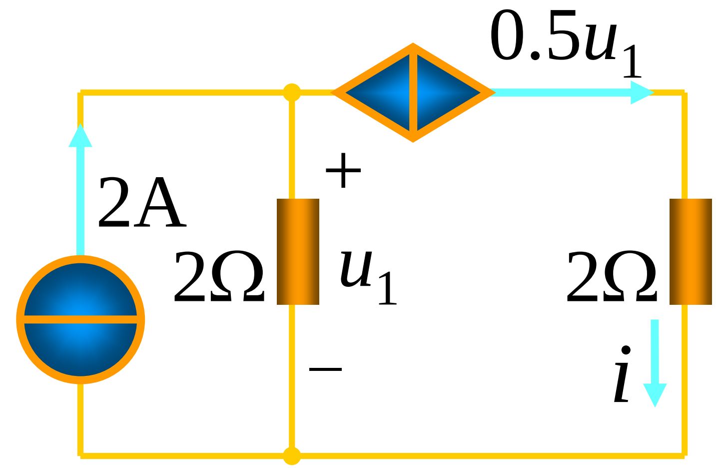
整理得：$$\frac{\mathrm{d}^2 i}{\mathrm{d}t^2} + 8\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + 12i = 12$$

二阶非齐次常微分方程

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + 8\frac{di}{dt} + 12i = 12$$

解答形式为： $i = i' + i''$

第二步求通解 i''



特征根为： $P_1 = -2$ ， $P_2 = -6$

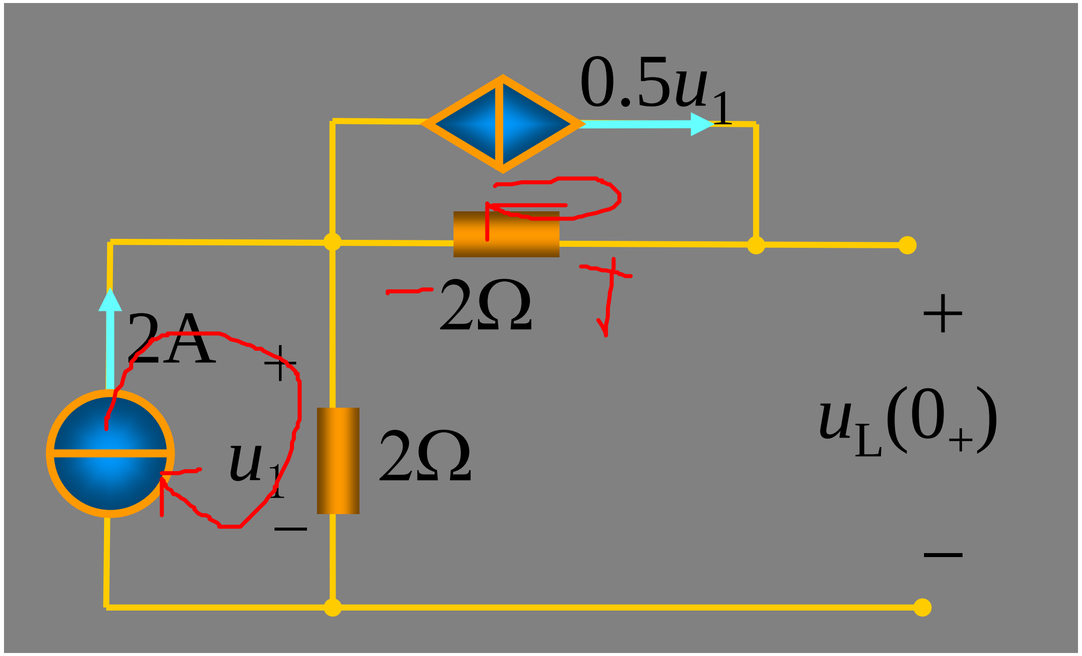
稳态模型

$$i'' = A_1 e^{-2t} + A_2 e^{-6t}$$

第三步求特解 i'

由稳态模型有： $i' = 0.5\,u_1$ $\quad u_1 = 2(2 - 0.5u_1)$

$\longrightarrow$ $u_1 = 2$ $\quad i' = 1\text{A}$



第四步定常数

$$i = 1 + A_1 e^{-2t} + A_2 e^{-6t}$$

$$\begin{cases} i(0_+) = i(0\_) = 0 \\ L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}(0_+) = u_L(0_+) \end{cases}$$

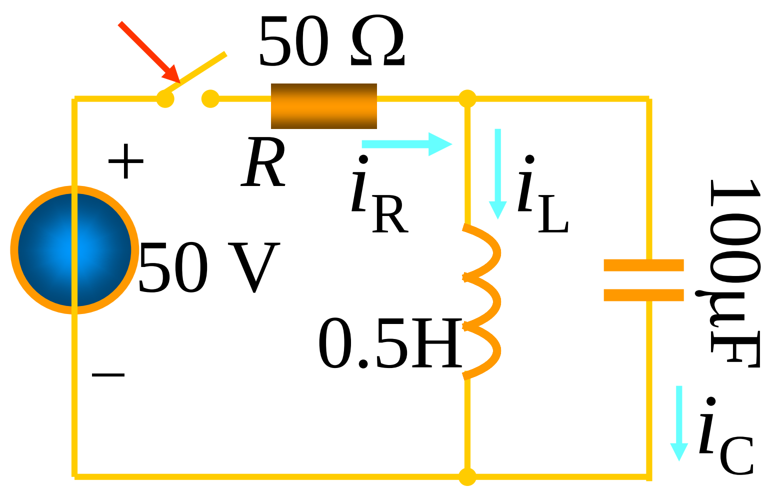
由0_+**电路模型：** $u_L(0_+) = 0.5u_1 \times 2 + u_1 = 2u_1 = 8\text{V}$

$$\begin{cases} 0 = 1 + A_1 + A_2 \\ 8 = -2A_1 - 6A_2 \end{cases} \qquad \begin{cases} A_1 = 0.5 \\ A_2 = -1.5 \end{cases}$$

$$\therefore \quad i = 1 + 0.5e^{-2t} - 1.5e^{-6t} \quad \text{A}$$

2. 二阶电路的全响应

例　**已知**：$i_L(0_-)=2\text{A}$　$u_C(0_-)=0$　**求**：i_L，　i_R



解　(1) **列微分方程**

应用结点法：

$$\frac{L\dfrac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}-50}{R}+i_L+LC\frac{\mathrm{d}^2 i_L}{\mathrm{d}t^2}=0$$

$$RLC\frac{\mathrm{d}^2 i_L}{\mathrm{d}t^2}+L\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}+Ri_L=50$$

(2)**求特解**

$$i_L'=1\text{A}$$

$$RLC\frac{\mathrm{d}^2 i_L}{\mathrm{d}t^2}+L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}+Ri_L=50$$

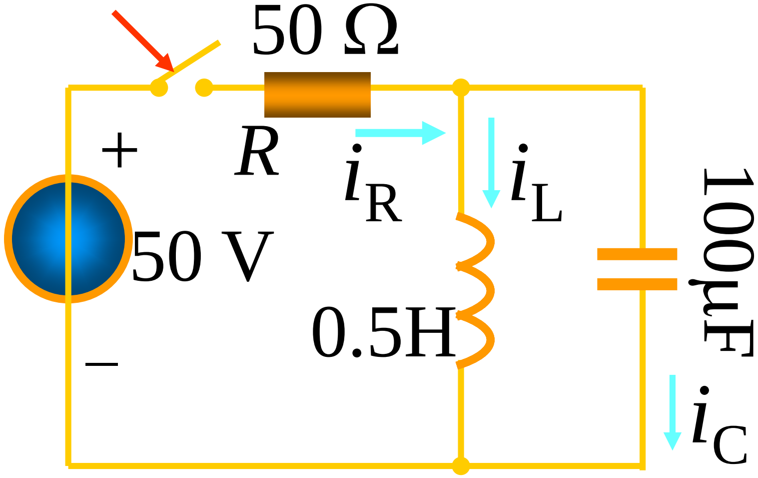
(3)**求通解**　　**特征方程为：** $P^2+200P+20000=0$

特征根为： $P=-100\pm\mathrm{j}100$

$$\rightarrow\quad i=1+Ae^{-100t}\sin(100t+\varphi)$$

(4)**定常数** $\begin{cases}1+A\sin\varphi=2 & \leftarrow i_L(0_+)\\ 100A\cos\varphi-100A\sin\varphi=0 & \leftarrow u_L(0_+)\end{cases}$

$$\begin{cases}\varphi=45^\circ\\ A=\sqrt{2}\end{cases}\quad\rightarrow\quad i_L=1+\sqrt{2}e^{-100t}\sin(100t+45^\circ)$$



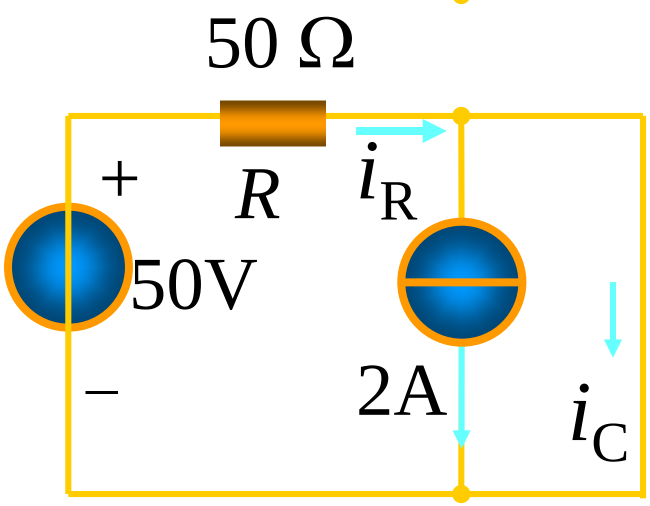
(5)求i_R

$$i_R = i_L + i_C = i_L + LC\frac{d^2 i_L}{dt^2}$$

或设解答形式为：

$$i_R = 1 + Ae^{-100t}\sin(100t+\varphi)$$

定常数



$$\begin{cases} i_R(0_+) = 1 \quad i_C(0_+) = -1 \\ \dfrac{di_R}{dt}(0_+) = ? \quad i_R = \dfrac{50-u_C}{R} \end{cases}$$

$$\frac{di_R}{dt}(0_+) = -\frac{1}{R}\frac{du_C}{dt}(0_+) = -\frac{1}{RC}i_C(0_+) = 200$$

$$i_R = 1 + Ae^{-100t}\sin(100t + \varphi)$$

$$\begin{cases} 1 + A\sin\varphi = 1 \\ 100A\cos\varphi - 100A\sin\varphi = 200 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \varphi = 0 \\ A = 2 \end{cases}$$

3. 二阶电路响应的分析步骤

(0) **求出0_+时刻电路初始值**

(a) **画出0_+电路，列写$t>0_+$电路的微分方程**

(b)**求通解**

(c)**求特解**

(d)**全响应=强制分量+自由分量**

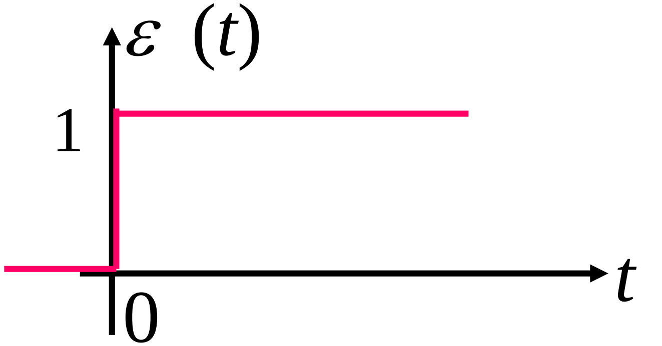
$$(e)\text{由初值}\left.\begin{array}{l} f(0_+) \\ \dfrac{df}{dt}(0_+) \end{array}\right\rangle \text{定常数}$$

7.7 一阶电路和二阶电路的阶跃响应

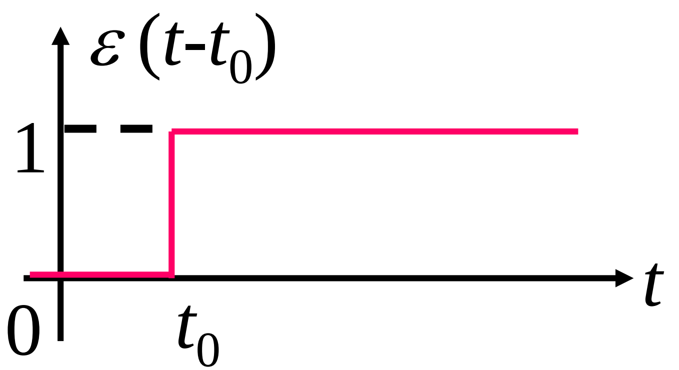
1. 单位阶跃函数

● **定义**

$$\varepsilon(t)=\begin{cases}0 & (t<0)\\ 1 & (t>0)\end{cases}$$

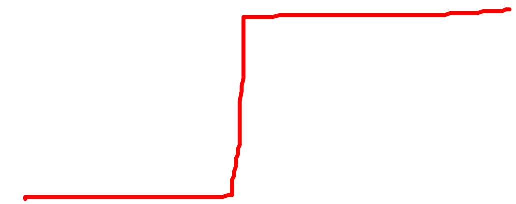


● **单位阶跃函数的延迟**



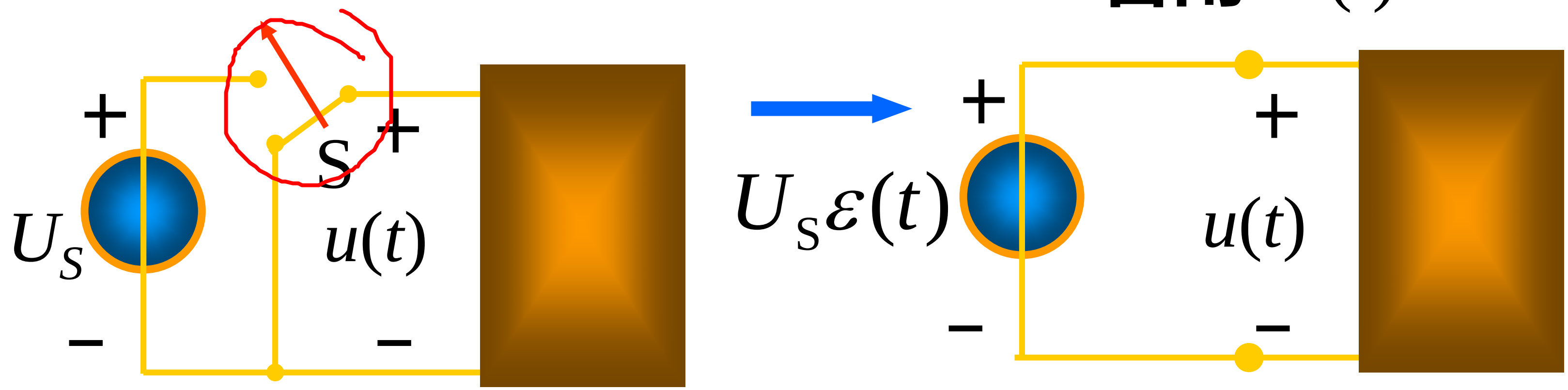
$$\varepsilon(t-t_0)=\begin{cases}0 & (t<t_0)\\ 1 & (t>t_0)\end{cases}$$

● 单位阶跃函数的作用

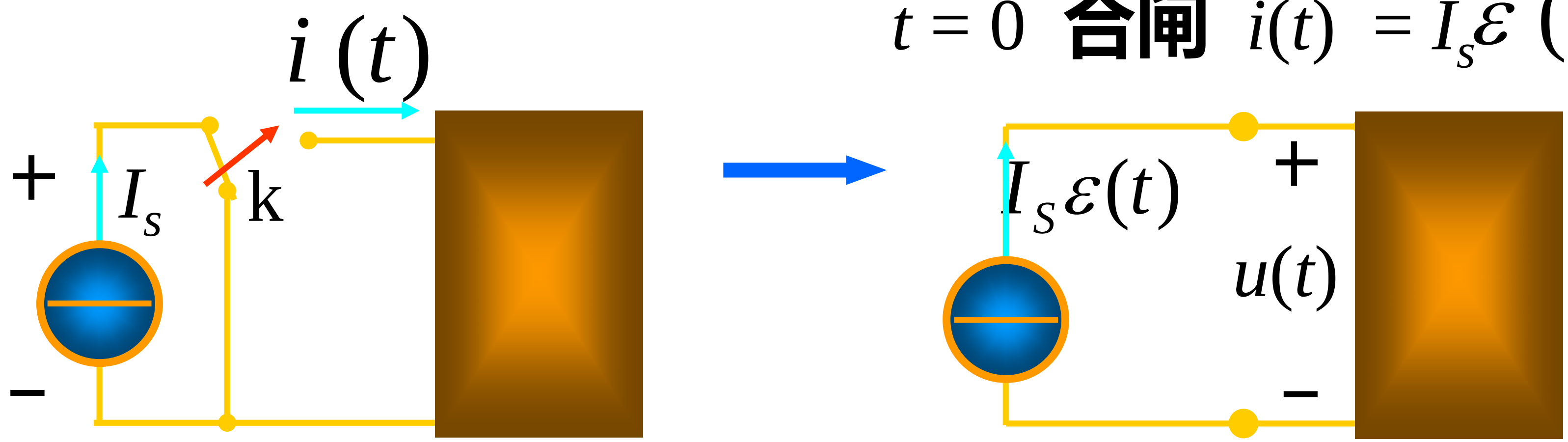


①在电路中模拟开关的动作

$t = 0$ 合闸 $u(t) = E\varepsilon(t)$

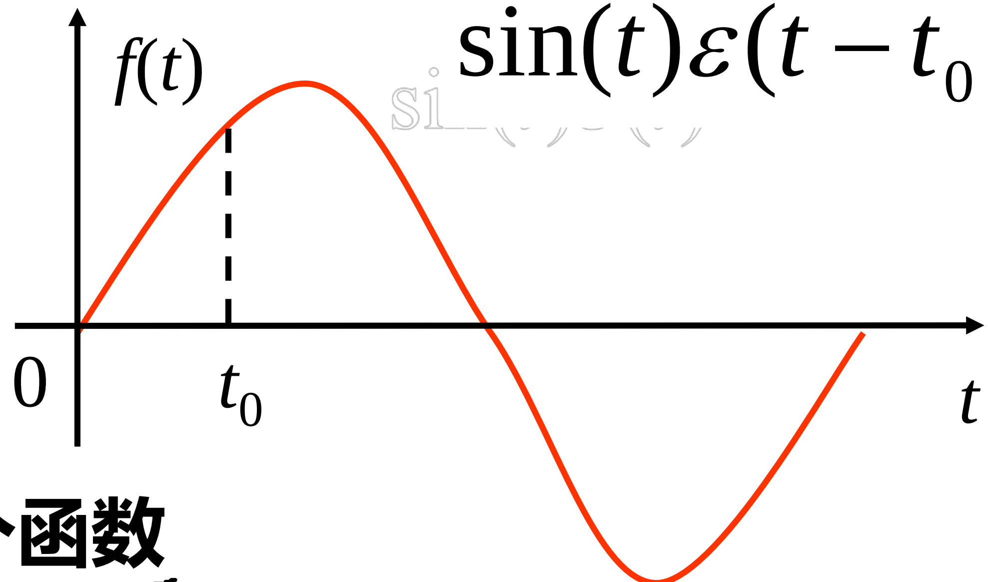


$t = 0$ 合闸 $i(t) = I_s\varepsilon(t)$



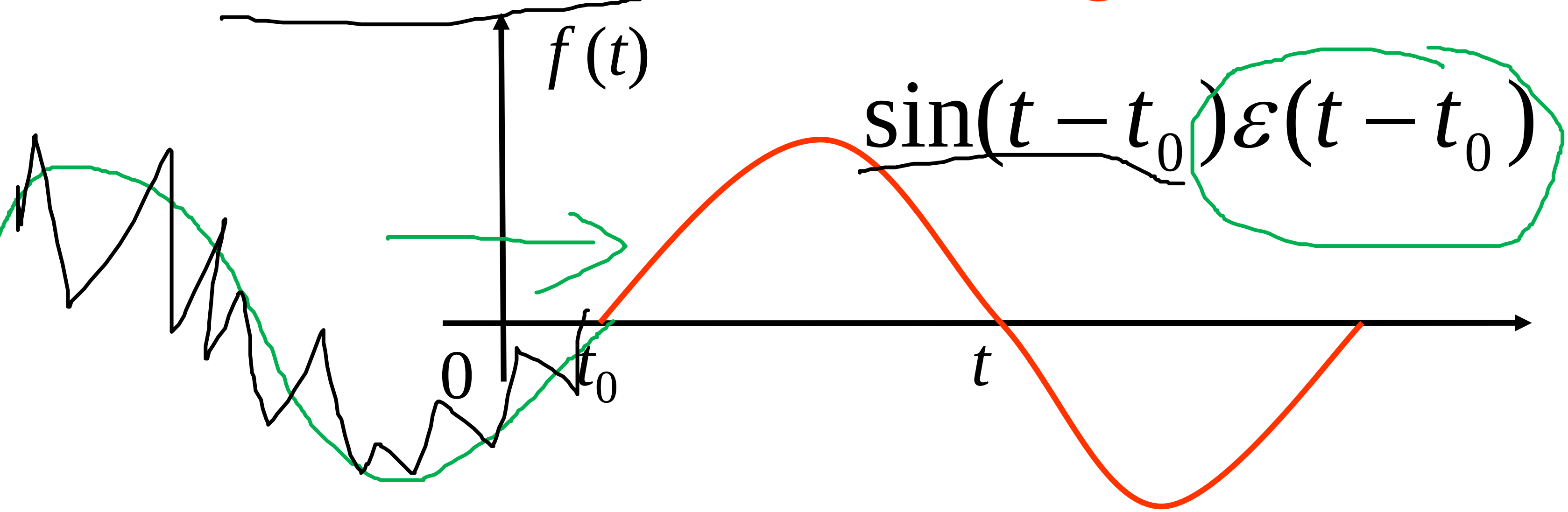
②起始一个函数

$$\sin(t)\varepsilon(t-t_0)$$



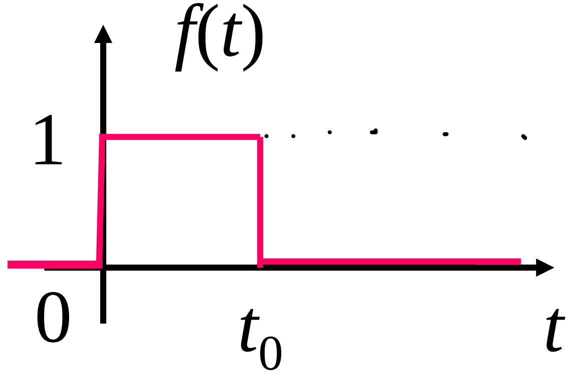
③延迟一个函数

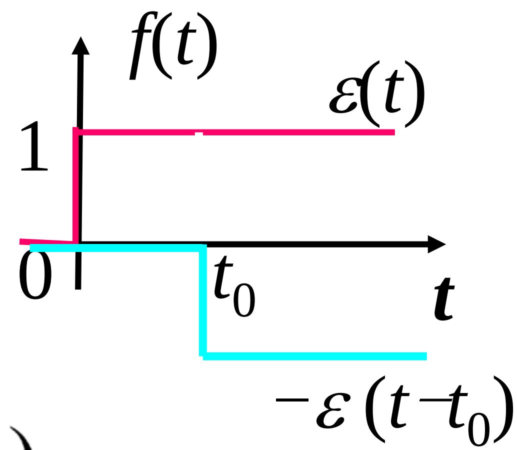
$$\sin(t-t_0)\varepsilon(t-t_0)$$



● 用单位阶跃函数表示复杂的信号

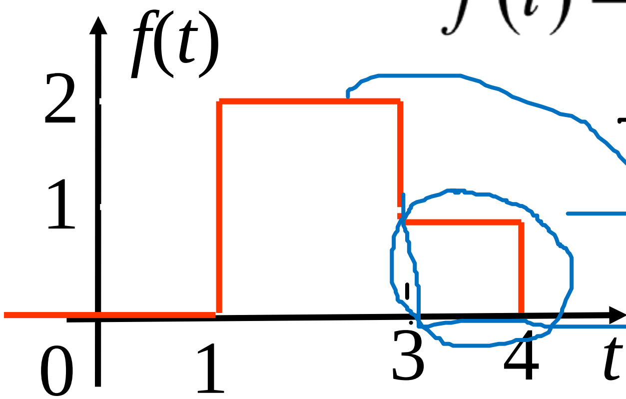
例 1





$$f(t)=\varepsilon(t)-\varepsilon(t-t_0)$$

例 2

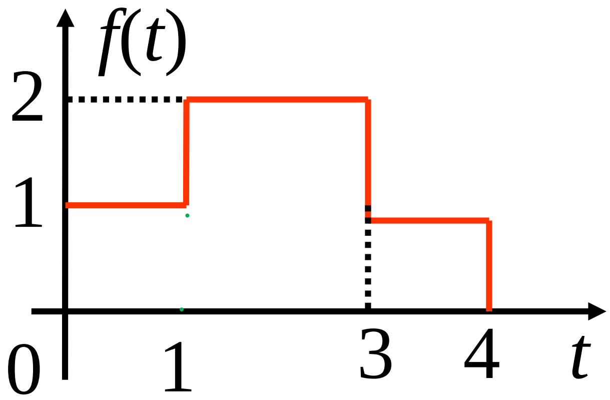


$$f(t)=2\varepsilon(t-1)-\varepsilon(t-3)-\varepsilon(t-4)$$

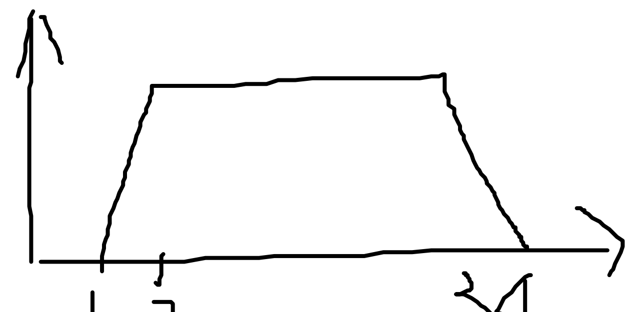
$2\varepsilon(t-1)-2\varepsilon(t-3)$

$+\varepsilon(t-3)-\varepsilon(t-4)$

例 3



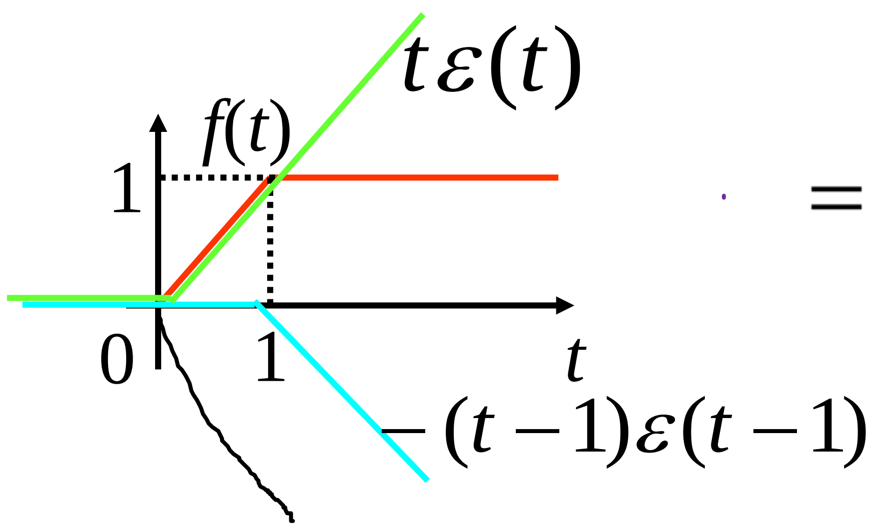
$$f(t)=\varepsilon(t)+\varepsilon(t-1)-\varepsilon(t-3)-\varepsilon(t-4)$$



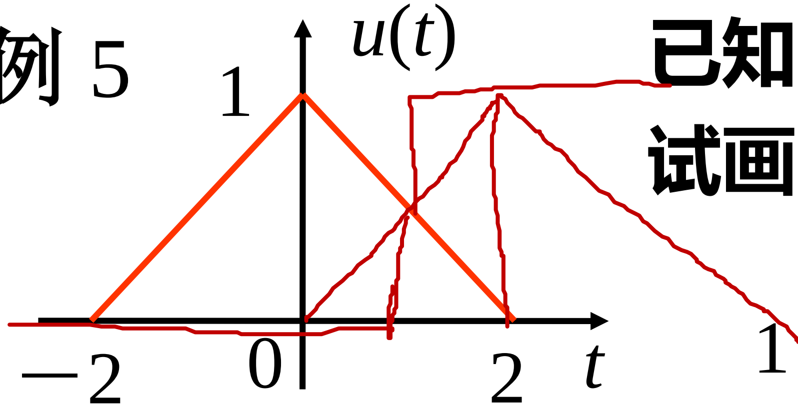
例 4

$$f(t)=t[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-1)]+\varepsilon(t-1)$$

$$=t\,\varepsilon(t)-(t-1)\,\varepsilon(t-1)$$

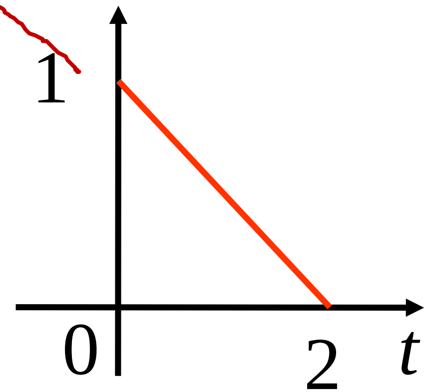


例 5

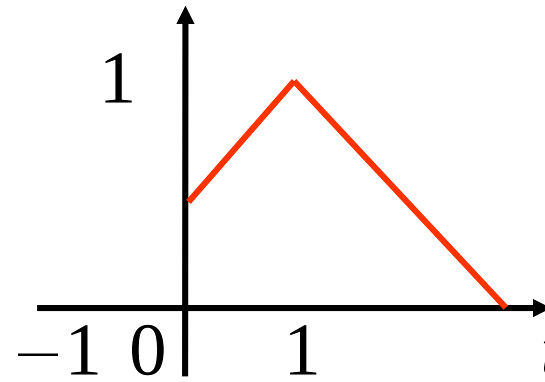


已知电压u(t)的波形如图，试画出下列电压的波形。

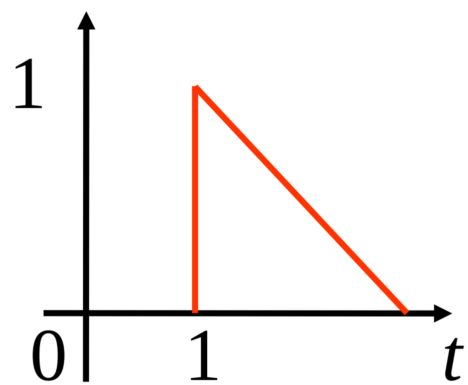
(1) $u(t)\varepsilon(t)$



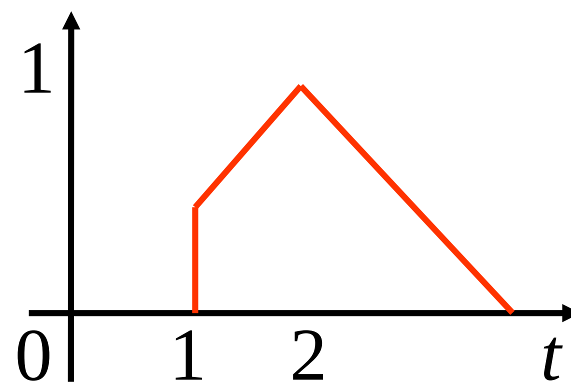
(2) $u(t-1)\varepsilon(t)$



(3) $u(t-1)\varepsilon(t-1)$



(4) $u(t-2)\varepsilon(t-1)$

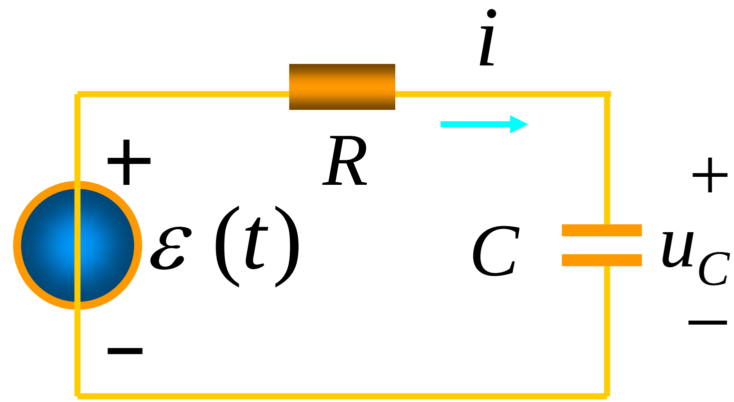


2. 一阶电路的阶跃响应

阶跃响应 → **激励为单位阶跃函数时，电路中产生的零状态响应。**

$$u_C(t) = (1 - e^{-\frac{t}{RC}})\varepsilon(t)$$

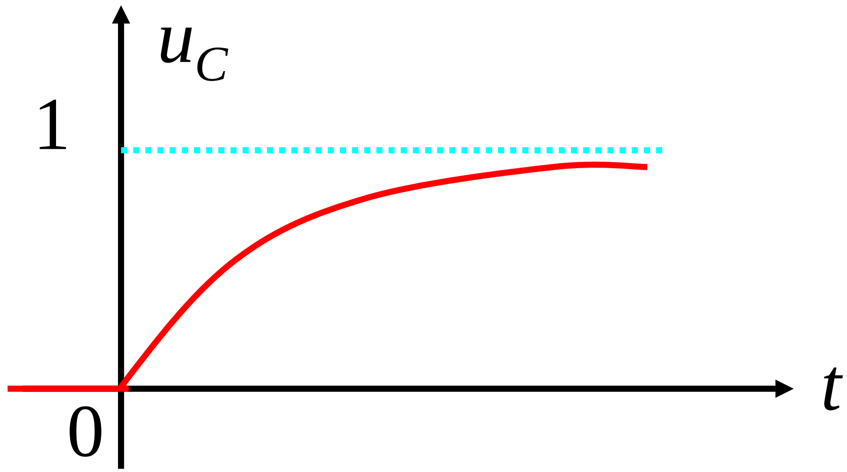
$$i(t) = \frac{1}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \varepsilon(t)$$

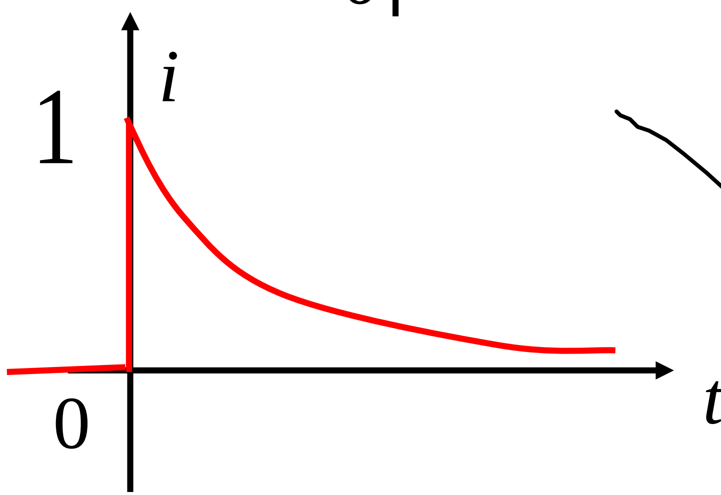


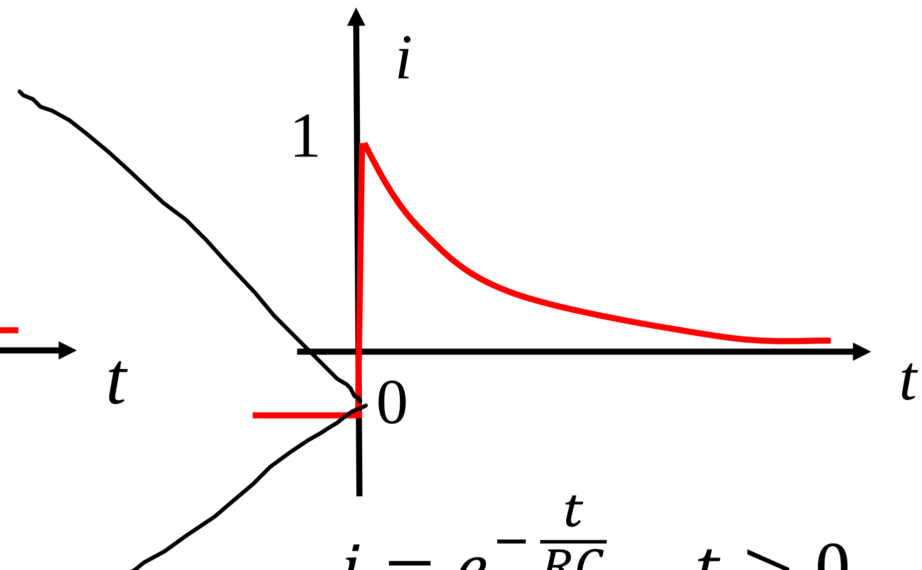
$$u_C(0_-)=0$$

注意

$$i = e^{-\frac{t}{RC}}\varepsilon(t)$$ **和** $$i = e^{-\frac{t}{RC}} \quad t > 0$$ **的区别**





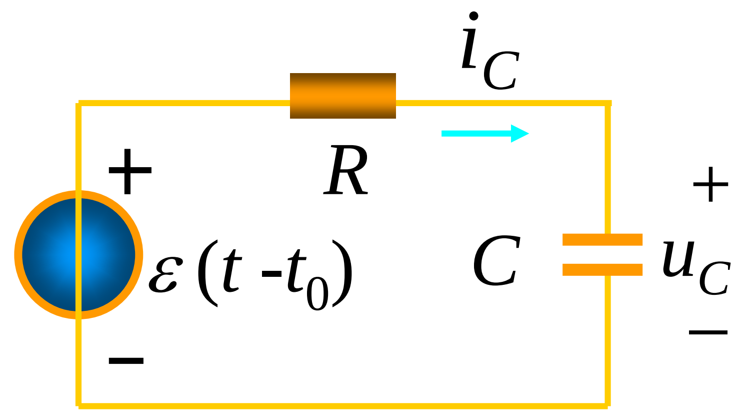


$$i = e^{-\frac{t}{RC}}\varepsilon(t)$$

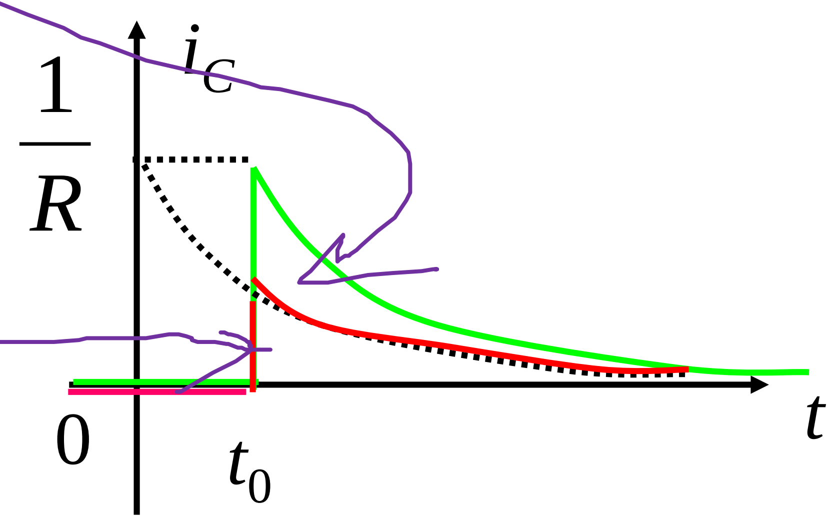
$$i = e^{-\frac{t}{RC}} \qquad t > 0$$

$t < 0$

激励在 $t = t_0$ 时加入，则响应从$t = t_0$开始。



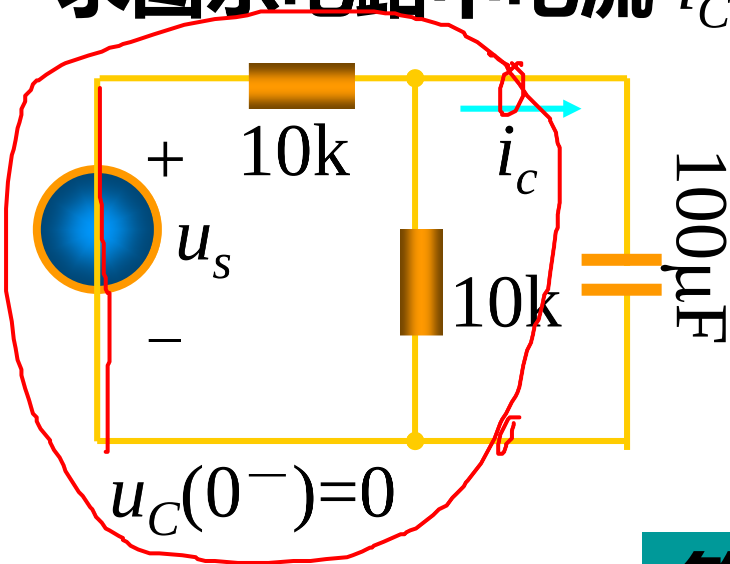
$$i_C = \frac{1}{R} e^{-\frac{t - t_0}{RC}} \varepsilon(t - t_0)$$

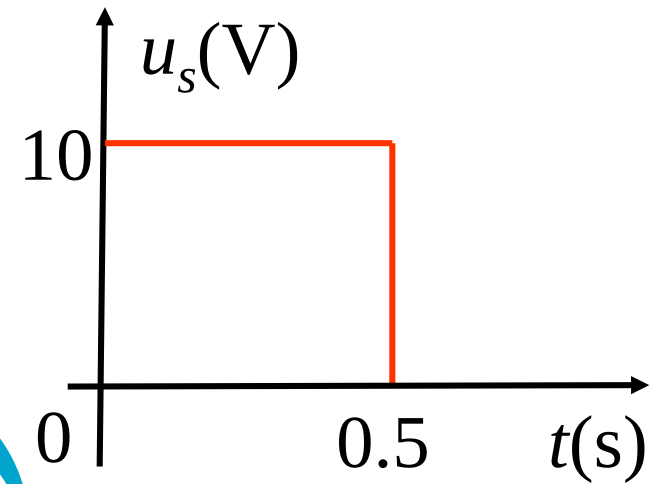


注意 **不要写为：**

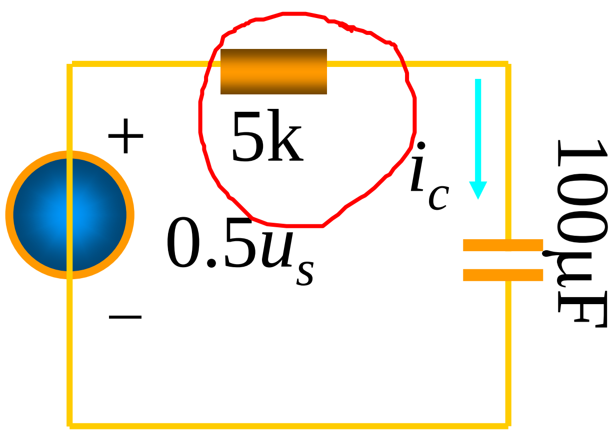
$$\frac{1}{R} e^{\frac{-t}{RC}} \varepsilon(t - t_0)$$

例 **求图示电路中电流** $i_C(t)$





等效

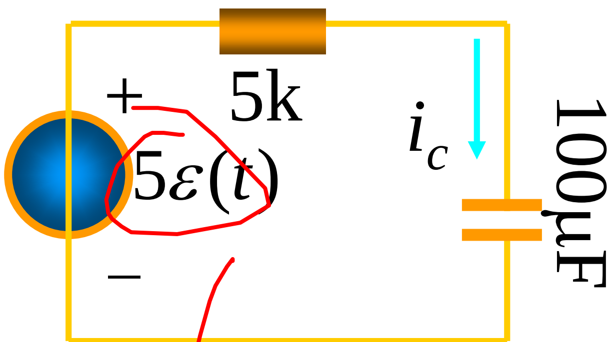


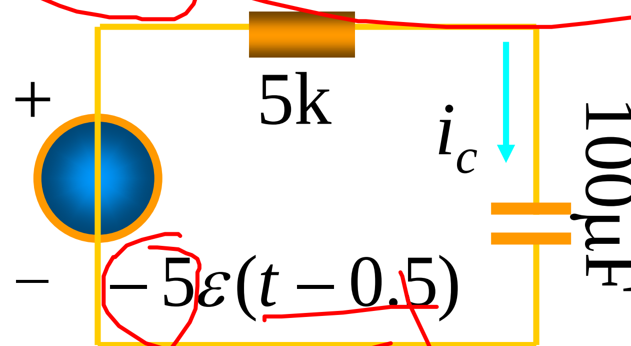
$u_C(0^-)=0$

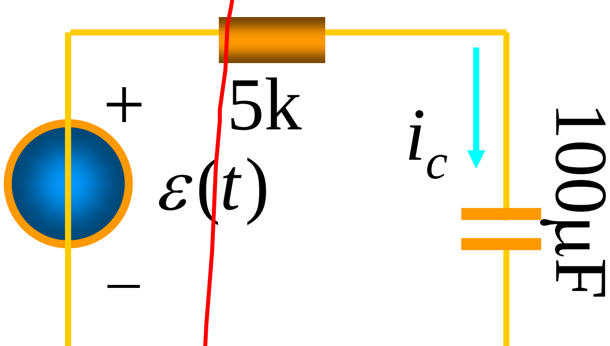
$$u_S = 10\varepsilon(t) - 10\varepsilon(t-0.5)$$

应用叠加定理

$$u_S = 10\varepsilon(t) - 10\varepsilon(t-0.5)$$







阶跃响应为：

$$\tau = RC = 100\times10^{-6}\times5\times10^{-3} = 0.5\text{s}$$

$$u_C(t) = (1-e^{-2t})\varepsilon(t)$$

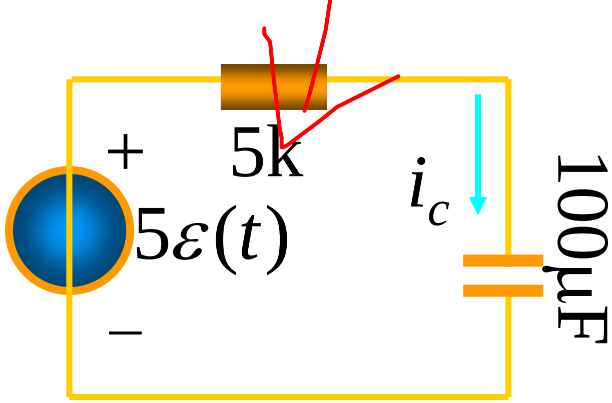
$$i_C = C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{5}e^{-2t}\varepsilon(t)\ \text{mA}$$

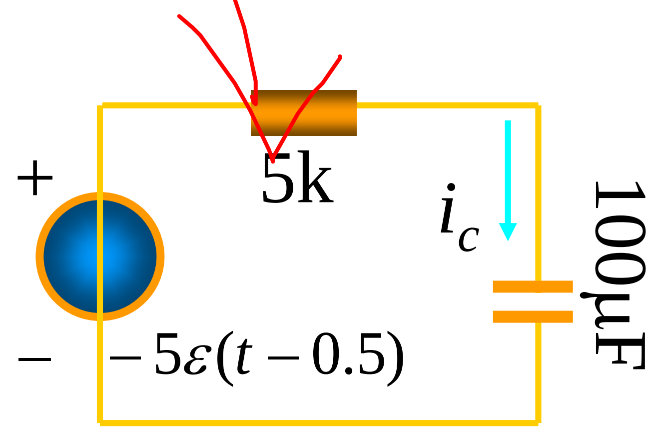
$$i = 5\times\frac{1}{5}e^{-2t}\varepsilon(t) + (-5)\times\frac{1}{5}e^{-2(t-0.5)}\varepsilon(t-0.5)$$

由齐次性和叠加性得实际响应为：

$$i_C = 5\left[\frac{1}{5}e^{-2t}\varepsilon(t) - \frac{1}{5}e^{-2(t-0.5)}\varepsilon(t-0.5)\right]$$

$$= e^{-2t}\varepsilon(t) - e^{-2(t-0.5)}\varepsilon(t-0.5) \quad \text{mA}$$





分段表示为：

$$i_C = e^{-2t}\varepsilon(t) - e^{-2(t-0.5)}\varepsilon(t-0.5)$$

$0 < t < 0.5 \quad \varepsilon(t) = 1 \quad \varepsilon(t-0.5) = 0$

$$i_\mathrm{C} = e^{-2t}$$

$0.5\mathrm{s} < t \quad \varepsilon(t) = 1 \quad \varepsilon(t-0.5) = 1$

$$i_\mathrm{C} = e^{-2t} - e^{-2(t-0.5)} = e^{-2(t-0.5)}(e^{-1} - 1)$$

$$= -0.632e^{-2(t-0.5)}$$

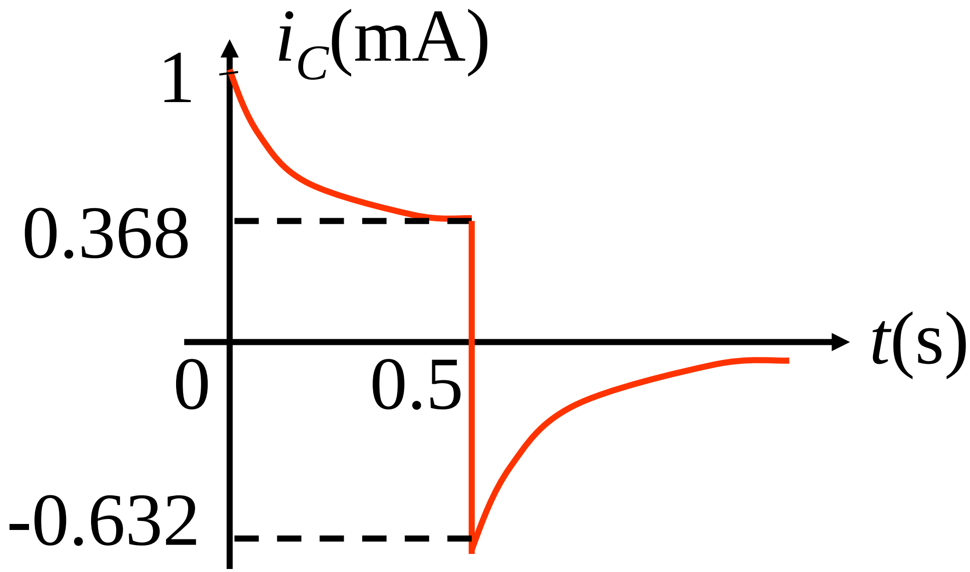
$$= e^{-2t}\varepsilon(t) - e^{-2(t-0.5)}\varepsilon(t-0.5) \quad \text{mA}$$

$$i_C = e^{-2t}[\varepsilon(t) - \varepsilon(t-0.5)]$$

$$-0.632e^{-2(t-0.5)}\varepsilon(t-0.5)$$

分段表示为： $i_C(t) = \begin{cases} e^{-2t} \ \text{mA} & (0 < t < 0.5\text{s}) \\ -0.632e^{-2(t-0.5)} \ \text{mA} & (t > 0.5\ \text{s}) \end{cases}$

波形

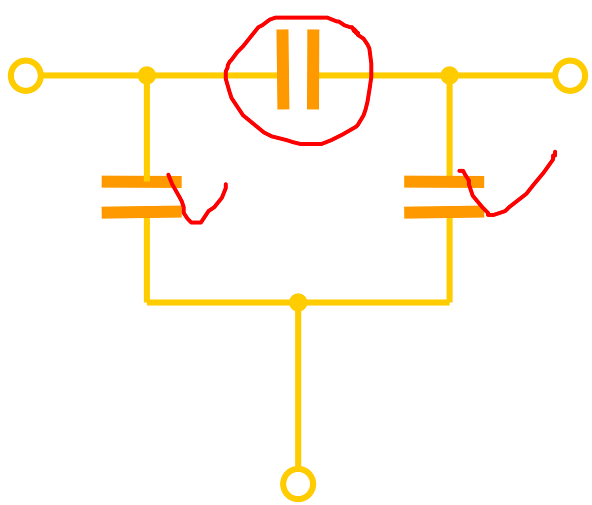


7.11* 动态电路时域分析中的几个问题

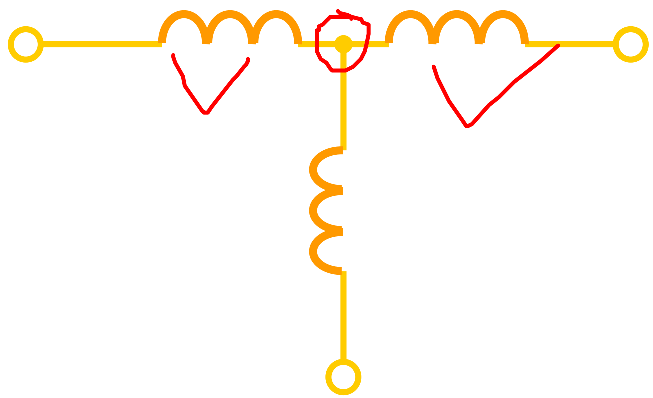
1.动态电路微分方程的阶数与电路结构的关系

动态电路微分方程的阶数与电路中所含的独立动态元件的个数相等。

例 ①当一个网络中存在纯电容回路，由KVL可知其中必有一个电容电压可由回路中其它元件的电压求出，此电容电压为非独立的电容电压。

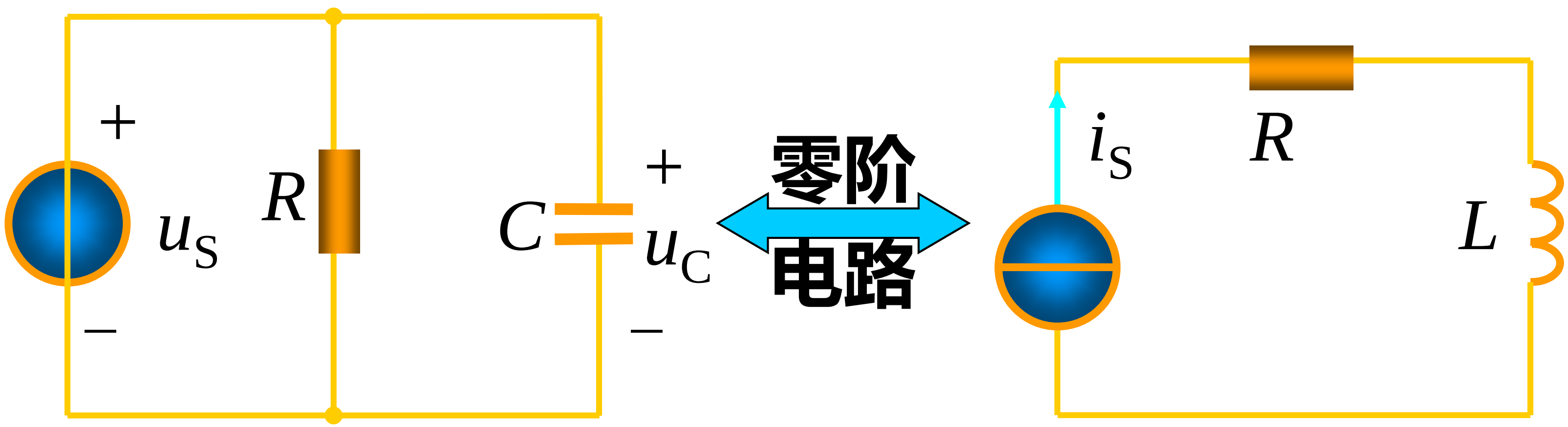


②当网络中存在纯电感结点，由KCL可知其中必有一个电感电流可由其它元件的电流求出，此电感电流时非独立的。



③网络中与独立电压源并联的电容元件，其电压u_C由u_S决定。

④网络中与独立电流源串联的电感元件，其i_L由i_S决定。



以上四种请况中非独立的u_C和i_L不能作为状态变量，不含以上四种情况的网络称为常态网络。状态变量数等于C、L元件总数。含有以上四种情况的网络称为非常态网络，网络的状态变量数小于网络中C、L元件总数，下面着重讨论常态网络。

2.动态电路中初始值的计算

对于通常电路，初始值由下面关系确定

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) \qquad i_L(0_+) = i_L(0_-)$$

在下面情况下 $u_C(0_+) \neq u_C(0_-)$

$$i_L(0_+) \neq i_L(0_-)$$

①换路后的电路有纯电容构成的回路，或有由电容和独立电压源构成的回路，且回路中各个电容上电压值$u_C(0_-)$的代数和不等于该回路中各个电压源初始值的代数和。

②换路后的电路有纯电感构成的结点（或割集）或有由电感和独立电流源构成的结点（或割集），且结点上各电感的电流值$i_L(0_-)$与电流源电流的初始值的代数和不等于零，

在上述两种情况下，求初始值，必须遵循换路前后电路中电荷守恒和磁通链守恒的约束关系，即

$$\Sigma q_k(0_+) = \Sigma q_k(0_-)$$

或

$$\Sigma C_k u_k(0_+) = \Sigma C_k u_k(0_-)$$

$$\Sigma \psi_k(0_+) = \Sigma \psi_k(0_-)$$

或

$$\Sigma L_k i_k(0_+) = \Sigma L_k i_k(0_-)$$

3.动态电路中特解的计算

直流激励或者正弦函数，可以稳态解代替特解

但注意：特解具有任意性，只要满足电路的非齐次方程即可。

但其他函数不一定是稳态解
指数函数，可以是指数函数做特解
正弦函数，可以是正弦函数做特解
T的多项式，可以是同阶的t的多项式做特解

需要用经典法去求特解，而不能用稳态解来代替特解

Homework

7-2
7-4
7-12
7-18
7-19
7-27