

第六章 线性系统的校正方法

6-1 系统的设计与校正问题

6-2 常用校正装置及其特性

6-3 串联校正

6-4 反馈校正

6-5 复合校正

6-1 系统的设计与校正问题

- 校正：在系统中加入一些参数可调的装置，改变原系统特性，使之满足给定的性能指标。
 - 减少稳态误差
 - 改善系统动态品质

一. 性能指标

- 系统设计/校正方法的选择，一般依据性能指标的形式而定。
 - 时域指标 (t_p 、 t_s 、 $\sigma\%$ 、 ξ 、 e_{ss})
 - 频域指标 ($\gamma(\omega_c)$ 、 h 、 M_p 、 ω_b)
 - 两类指标通过近似公式可以互换。

二. 系统带宽的确定

要求:

- ✓ 准确跟踪输入信号（低频信号）
- ✓ 抑制噪声扰动信号（高频信号）

系统具有较
大的带宽



系统带宽不
能过大

三. 校正方式

按照校正装置在系统中的连接方式，可以分为串联校正，反馈校正，前馈校正和复合校正。

1、串联校正

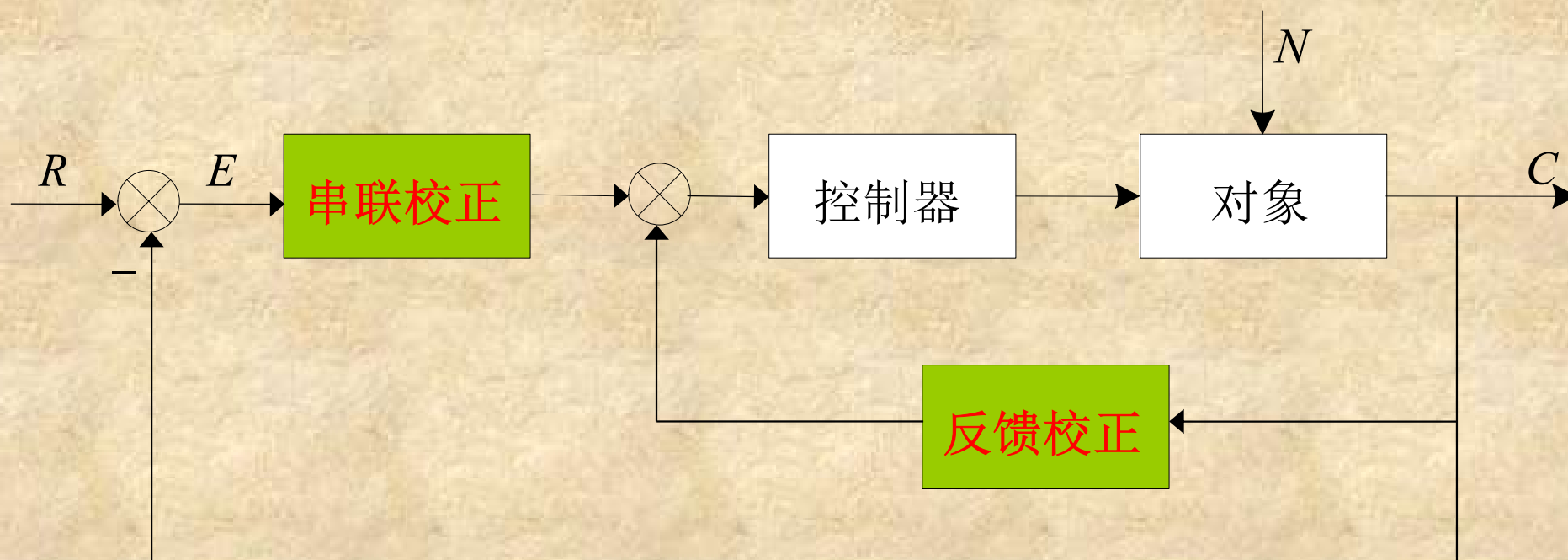
形式：将校正装置接在误差测量点之后和放大器之前，串接于系统前向通道之中。分为无源和有源校正装置。比如**PID**控制器。

特点：设计比较简单，比较常用。

2、反馈校正

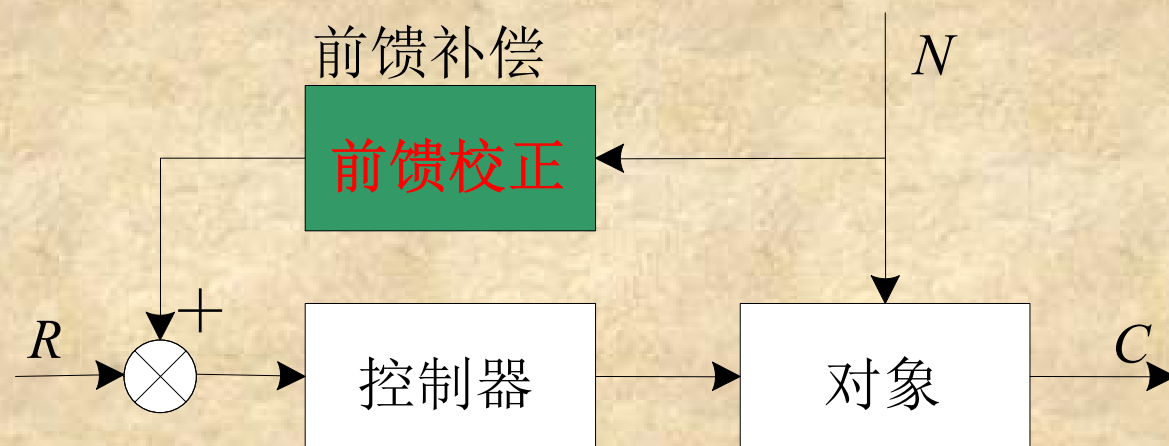
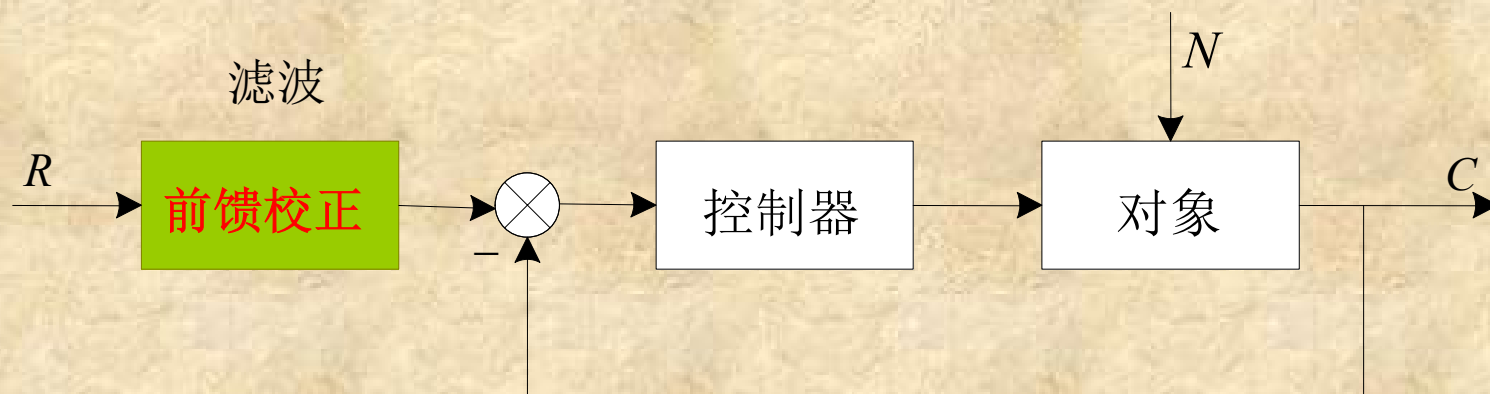
形式：校正装置接在局部反馈通道中。

特点：实现比较简单，可以消除系统固定部分参数波动对系统性能的影响，比较常用。



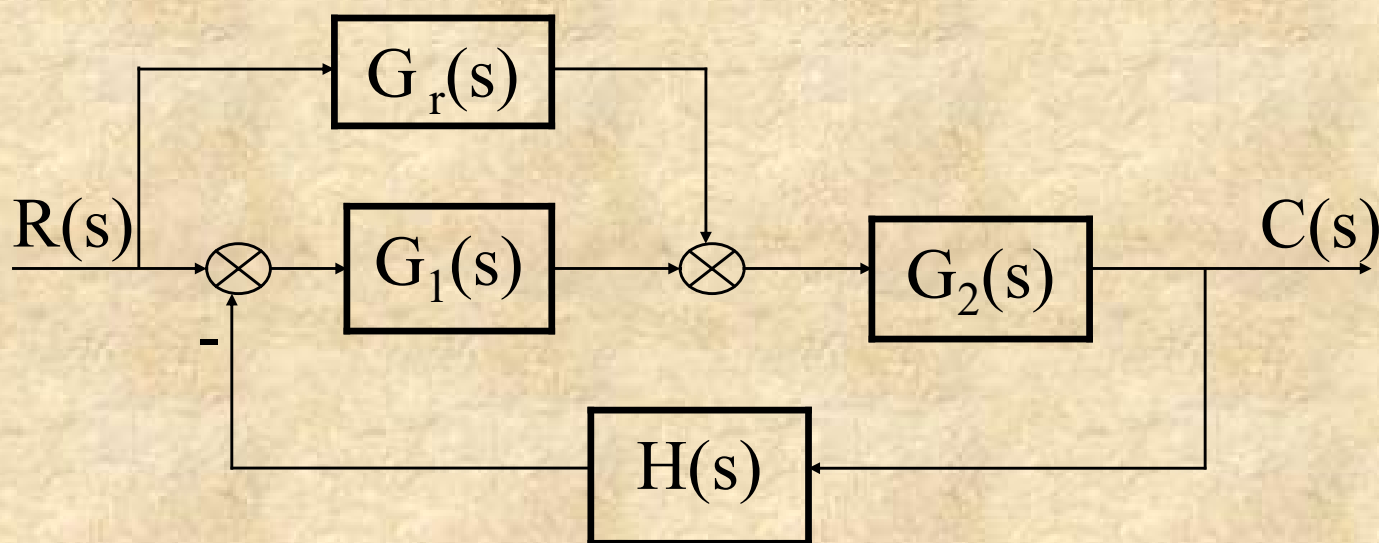
3、前馈校正（顺馈校正）

形式：在主反馈之外采用的校正方式。有两种形式：滤波和补偿。

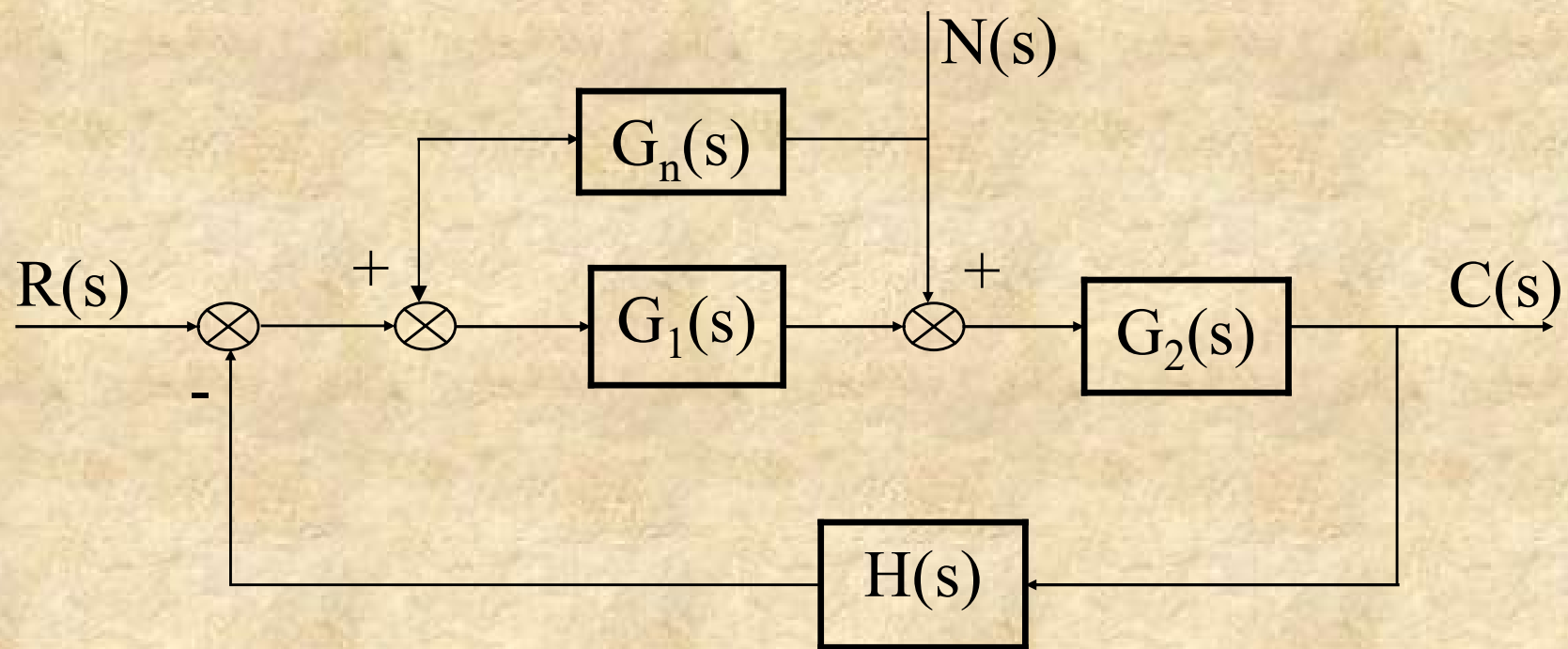


4、复合校正

形式：在反馈控制回路中，加入前馈校正通路，组成一个有机整体。可以分为按扰动补偿的复合控制和按输入补偿的复合控制两种。



按输入补偿的复合控制



按扰动补偿的复合控制

四. 基本控制规律

控制律：根据被控对象的控制要求，校正装置所提供的控制规律。比如：比例控制律、微分控制律、积分控制律等。

1、比例（**P**）控制律

- ✓ 比例控制律是一个具有可调增益的放大器。
- ✓ 可以提高开环增益，减小稳态误差，也会造成系统闭环不稳定。

2、比例—微分（**PD**）控制律

✓具有比例—微分规律的控制器的，称为**PD**控制器。

✓控制器输出 $m(t)$ 与输入 $e(t)$ 的关系如下：

$$m(t) = K_p e(t) + K_p \tau \frac{de(t)}{dt}$$

✓微分控制律反映输入信号的变化趋势，对动态过程起作用，能增加系统的阻尼。在串联校正时可以增加一个开环零点，提高相角裕度，但对系统噪声比较敏感。

3、积分（I）控制律

✓积分控制器输出 $m(t)$ 与输入 $e(t)$ 的关系如下：

$$m(t) = K_i \int_0^t e(t) dt$$

✓在串联校正时，采用积分控制器可以提高系统的型别，有利于提高系统稳态性能，但积分控制使系统增加一个位于原点的开环极点，产生相角滞后，不利于系统的稳定。

4、比例—积分（**PI**）控制律

✓具有比例—积分控制规律的控制器的，称为**PI**控制器。

✓控制器输出 $m(t)$ 与输入 $e(t)$ 的关系如下：

$$m(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt$$

✓在控制系统中，**PI**控制器主要用来改善系统的稳态性能。

5、比例—积分—微分（**PID**）控制律

✓具有比例—积分—微分控制规律的控制器的控制器，称PID控制器。

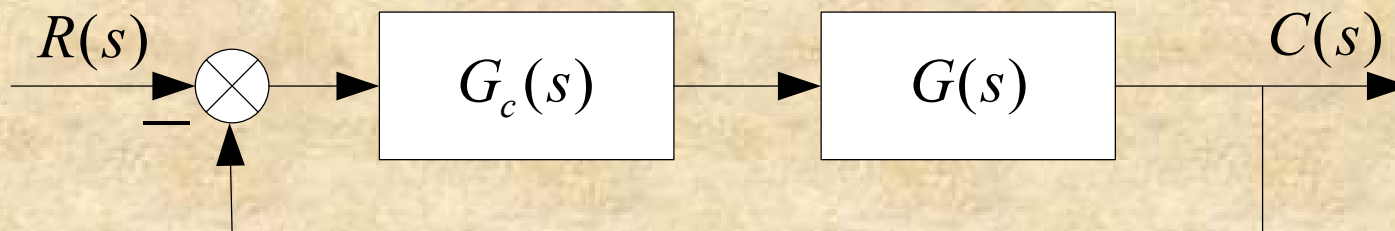
✓控制器输出 $m(t)$ 与输入 $e(t)$ 的关系如下：

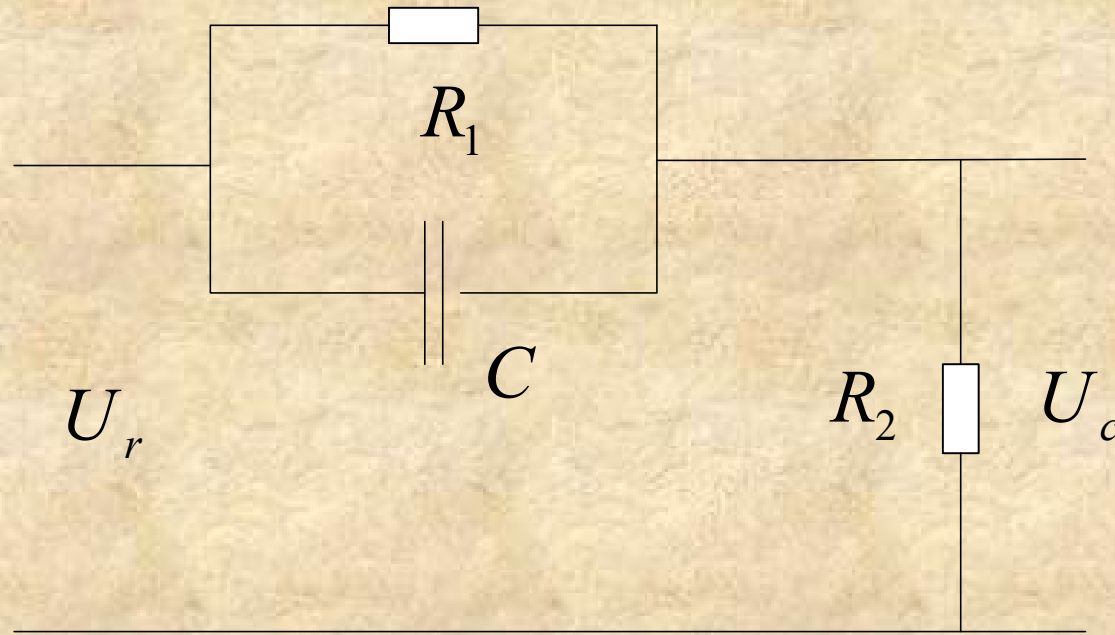
$$m(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt + K_p \tau \frac{de(t)}{dt}$$

6-2 串联校正装置及特性

一、串联超前校正（提供超前的相角）

特点：增加一个正的 $\varphi(\omega_c)$ ，使系统中频段相角增加，不改变低频段特性。





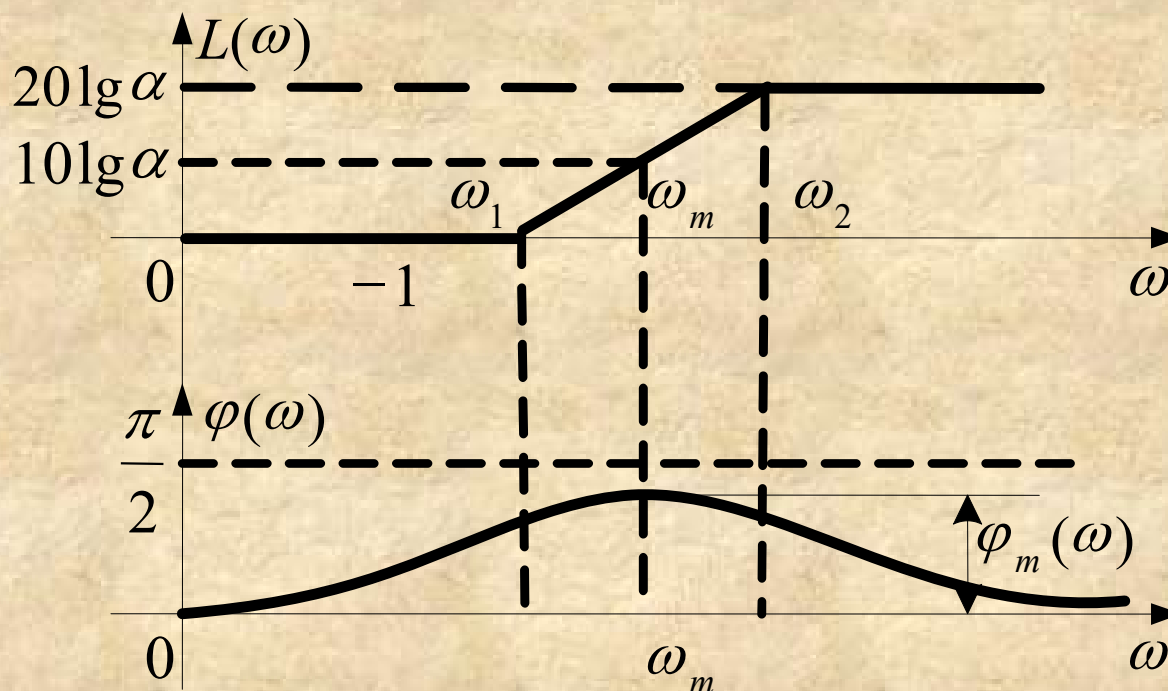
$$G_c(s) = \frac{U_c(s)}{U_r(s)} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1 + R_1 C s}{1 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C s} = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{1 + \alpha T s}{1 + T s}$$

$$T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C \qquad \alpha = \frac{R_1 + R_2}{R_2} > 1$$

传函为: $\alpha G_c(s) = \frac{1 + \alpha Ts}{1 + Ts}$


令:

$$\omega_1 = \frac{1}{\alpha T} \quad \omega_2 = \frac{1}{T} = \alpha \omega_1 \quad \longrightarrow \quad \varphi(\omega) = \operatorname{tg}^{-1} \alpha T \omega - \operatorname{tg}^{-1} T \omega$$



提供了超前相角

$$\varphi(\omega) = \operatorname{tg}^{-1} \alpha T \omega - \operatorname{tg}^{-1} T \omega = \operatorname{tg}^{-1} \left[\frac{(\alpha - 1) T \omega}{1 + \alpha T^2 \omega^2} \right]$$

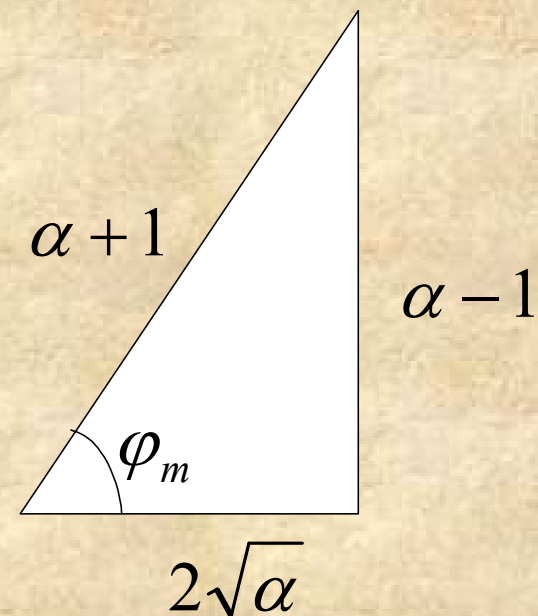
$$1 + \alpha T^2 \omega^2 \geq 2\sqrt{\alpha} T \omega$$


$$\varphi(\omega) \leq \operatorname{tg}^{-1} \left[\frac{(\alpha - 1) T \omega}{2\sqrt{\alpha} T \omega} \right] = \operatorname{tg}^{-1} \left[\frac{(\alpha - 1)}{2\sqrt{\alpha}} \right]$$

最大超前角频率： $\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{\alpha}} = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$

最大超前角： $\varphi_m = \arcsin \left(\frac{\alpha - 1}{\alpha + 1} \right)$

ω_m 处的对数幅频值： $L(\omega_m) = 10 \lg(\alpha)$

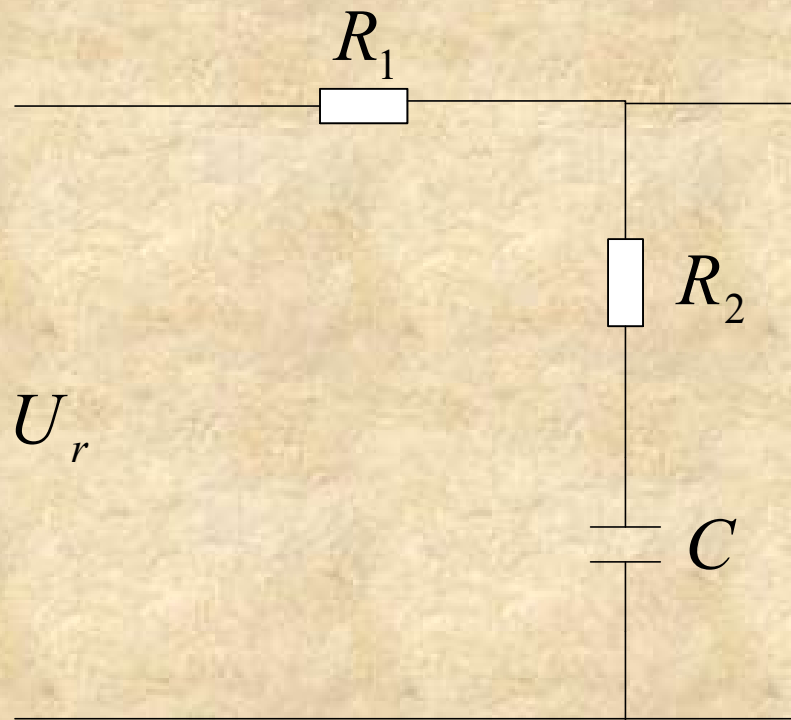


说明：

- 1) 最大超前相角仅与分度系数 α 有关；
- 2) ω_m 处在 ω_1 和 ω_2 的几何中心上；
- 3) 一般取 $\alpha \leq 20$ 。

二、串联滞后校正（提供滞后的相角）

$$G_c(s) = \frac{U_c(s)}{U_r(s)} = \frac{R_2 + \frac{1}{sC}}{R_1 + R_2 + \frac{1}{sC}} = \frac{1 + sR_2C}{\frac{s(R_1 + R_2)}{R_2} R_2C + 1} = \frac{1 + bTs}{1 + Ts}$$

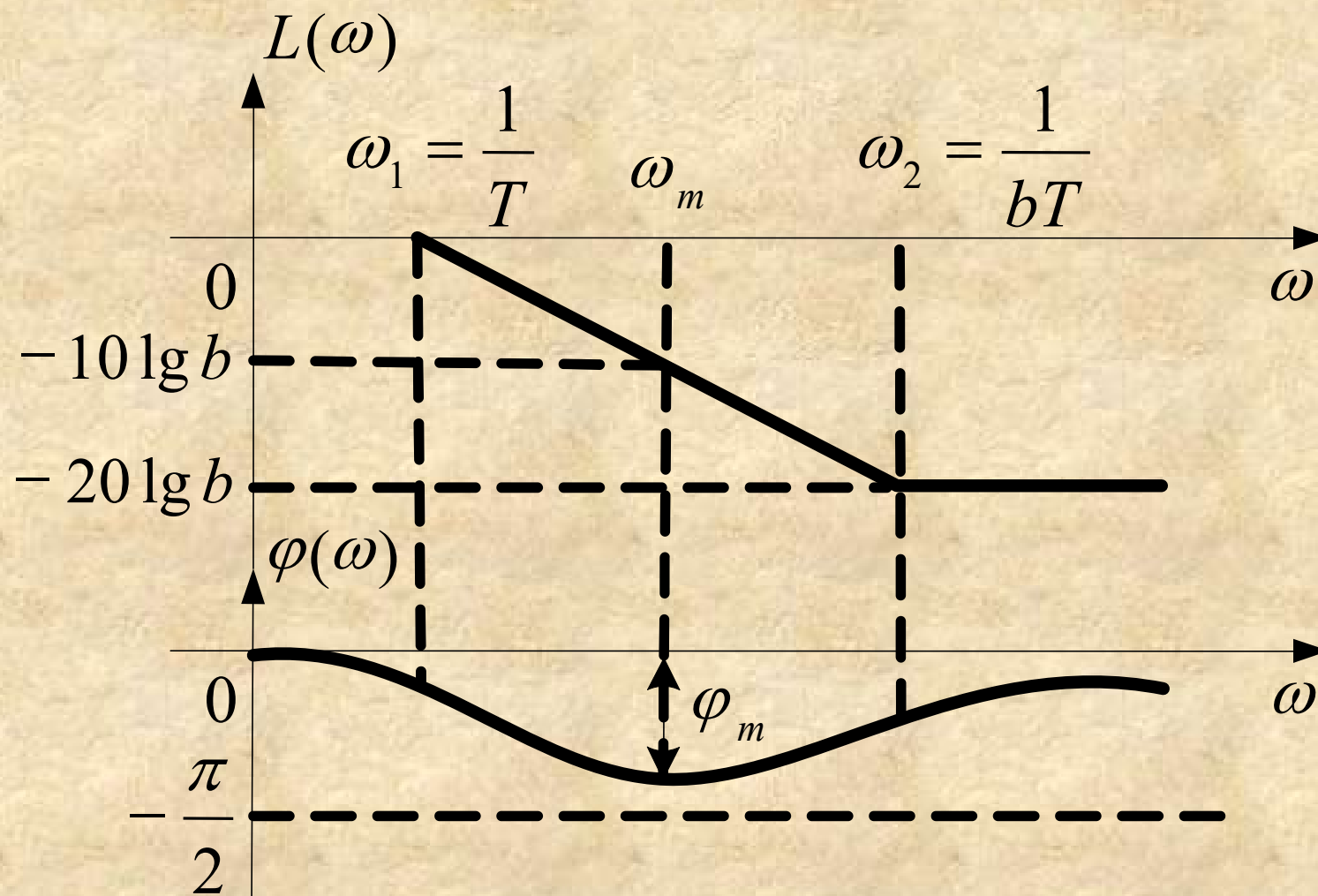


$$b = \frac{R_2}{R_1 + R_2} < 1$$

滞后网络分度系数

$$A(\omega) = \frac{\sqrt{1 + (bT\omega)^2}}{\sqrt{1 + (T\omega)^2}}$$

$$\varphi(\omega) = \operatorname{tg}^{-1} bT\omega - \operatorname{tg}^{-1} T\omega$$



$$\varphi(\omega) = \operatorname{tg}^{-1} b T \omega - \operatorname{tg}^{-1} T \omega = -\operatorname{tg}^{-1} \left[\frac{(1-b) T \omega}{1+b T^2 \omega^2} \right]$$

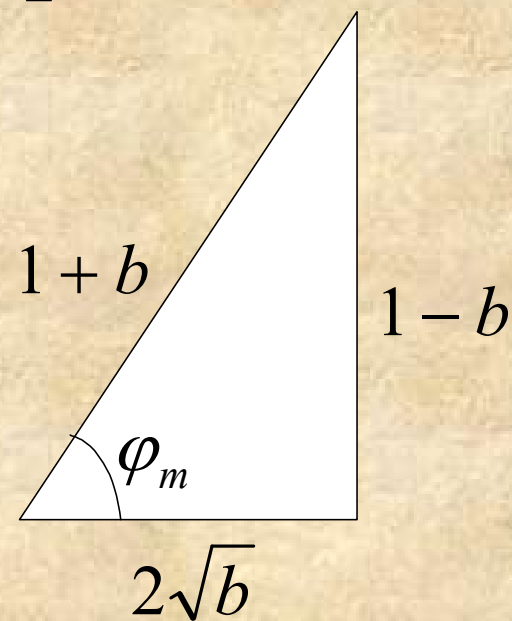
$$1 + b T^2 \omega^2 \geq 2\sqrt{b} T \omega$$

$$\varphi(\omega) \geq -\operatorname{tg}^{-1} \left[\frac{(1-b) T \omega}{2\sqrt{b} T \omega} \right] = -\operatorname{tg}^{-1} \left[\frac{(1-b)}{2\sqrt{b}} \right]$$

最大滞后角频率： $\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{b}} = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$

最大滞后角： $\varphi_m = \arcsin \left(\frac{1-b}{1+b} \right)$

ω_m 处的对数幅频值： $L(\omega_m) = 10 \lg(b)$



说明:

- 1) 最大滞后相角仅与分度系数 b 有关;
- 2) ω_m 处在 ω_1 和 ω_2 的几何中心上;
- 3) 选择网络参数时, 应避免使最大滞后角发生在已校正开环系统的截止频率 ω_c'' 处。通常取:

$$\omega_c'' = 10\omega_2 = 10\frac{1}{bT}$$



$$\varphi(\omega_c'') \approx \operatorname{tg}^{-1} [0.1(b-1)]$$

6-3 串联校正

一、频率响应法校正设计

校正方法：

- 分析法（试探法）：工程技术界常用；
- 综合法（期望特性法）：将期望指标与原有特性相比较，从而确定校正方式

频域响应法校正是一种间接设计方法，其基础是频域性能指标与时域性能指标具有对应关系。

开环系统频率特性分析

低频段：表征闭环系统的稳态性能 → 增益充分大，保证稳态误差要求；

中频段：表征闭环系统的动态性能 → 斜率 $-20dB/dec$ ，带宽充分大，保证相角裕度要求；

高频段：表征系统的复杂性和噪声抑制性能 → 增益尽快减小，削弱噪声影响；

频域法设计依据：开环系统频率特性满足-2/-1/-2形式。

二. 串联超前校正

1、校正原理

- 利用超前相角改善系统动态性能。
- 通过调整开环增益来满足系统稳态性能要求。

2、串联超前校正设计方法

选择校正网络参数，使其最大校正相角所对应的频率 ω_m 等于校正后系统的截止频率 ω_c'' 。

3、串联超前校正设计步骤

- ① 根据稳态误差要求确定系统型别和开环增益；
- ② 确定待校正系统的相角裕度和校正网络所需增加的相角；
- ③ 根据期望的截止频率要求，计算超前校正网络参数；
- ④ 验算已校正系统的相角裕度；
- ⑤ 必要时进行计算机仿真验证。

例 6-3

三. 串联滞后校正

1、校正原理

利用网络的高频幅值衰减特性，使已校正系统截止频率下降，从而使其获得足够的相角裕度。

2、串联滞后校正设计方法

避免校正网络最大滞后角发生在系统截止频率附近。

3、串联滞后校正设计步骤

- ① 根据稳态误差要求确定系统型别和开环增益;
- ② 确定待校正系统的截止频率和相角裕度;
- ③ 根据相角裕度要求, 选择截止频率 ω_c'' :

$$\gamma'' = \gamma(\omega_c'') + \varphi(\omega_c'')$$

通常取: $\varphi(\omega_c'') = -6^\circ$

- ④ 计算滞后网络参数:
$$\begin{cases} 20 \lg b + L'(\omega_c'') = 0 \\ \frac{1}{bT} = 0.1 \omega_c'' \end{cases}$$
- ⑤ 验算性能指标。

四、串联滞后-超前校正设计（自学）

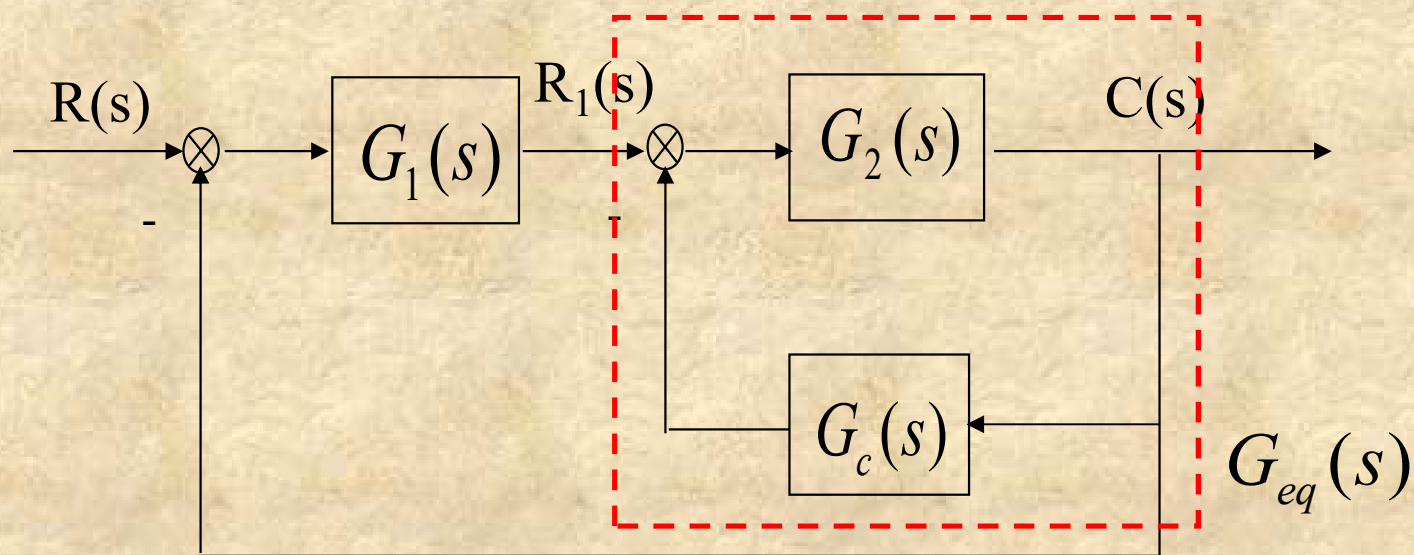
五、串联综合法校正（自学）

六、串联工程设计方法（自学）

6-4 反馈校正

一、反馈校正的原理与特点

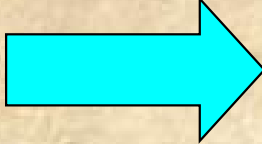
1. 反馈校正原理



$$G_B(s) = \frac{G_1(s)G_{eq}(s)}{1 + G_1(s)G_{eq}(s)}$$

$$G_{eq}(s) = \frac{G_2(s)}{1 + G_2(s)G_c(s)}$$

如果合理选择反馈校正装置 $G_c(s)$, 使得:

$$G_2(s)G_c(s) \approx 1$$


$$G_{eq}(s) = \frac{G_2(s)}{1 + G_2(s)G_c(s)} \approx \frac{G_2(s)}{G_2(s)G_c(s)} = \frac{1}{G_c(s)}$$

此时, 系统特性只与校正装置有关, 因此可以选择合适的装置来包围系统中性能不好的环节。

2. 反馈校正的特点

- ✓ 削弱非线性特性的影响
- ✓ 减小系统的时间常数
- ✓ 降低系统对参数变化的敏感性
- ✓ 抑止系统噪声

3. 测速-超前网络反馈校正（自学）

4. 综合法反馈校正（自学）

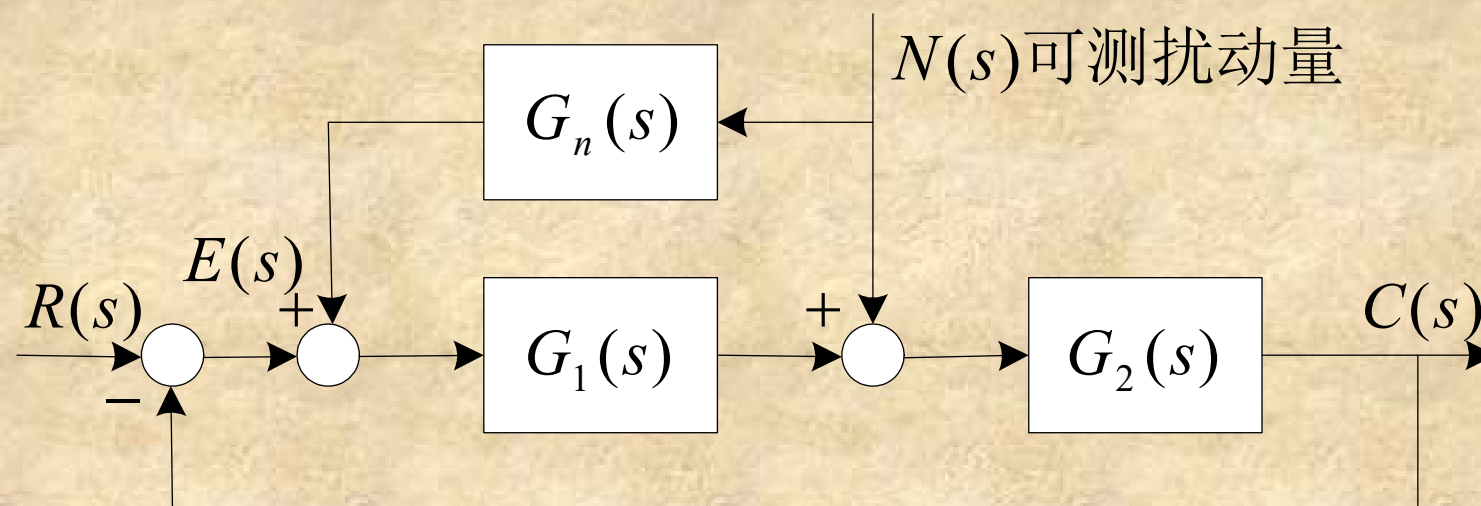
6-5 复合校正

一、复合校正的概念

- ✓ 复合校正：前馈与反馈相结合
- ✓ 前馈：按不变性原理进行设计

- ① 对可测量的强扰动（如电网电压波动、电流波动等）进行补偿，消除其影响；
- ② 改善系统的性能指标（控制精度、稳定性、快速性）。

二、按扰动补偿的复合校正



设系统输入 $R(s) = 0$ ，扰动作用下的输出为：

$$C_n(s) = \frac{G_2(s)[1 + G_1(s)G_n(s)]}{1 + G_1(s)G_2(s)} N(s)$$

$$C_n(s) = \frac{G_2(s)[1 + G_1(s)G_n(s)]}{1 + G_1(s)G_2(s)} N(s)$$

若选择前置补偿环节的传函为：

$$G_n(s) = -\frac{1}{G_1(s)} \quad \text{— 一对扰动误差全补偿条件}$$

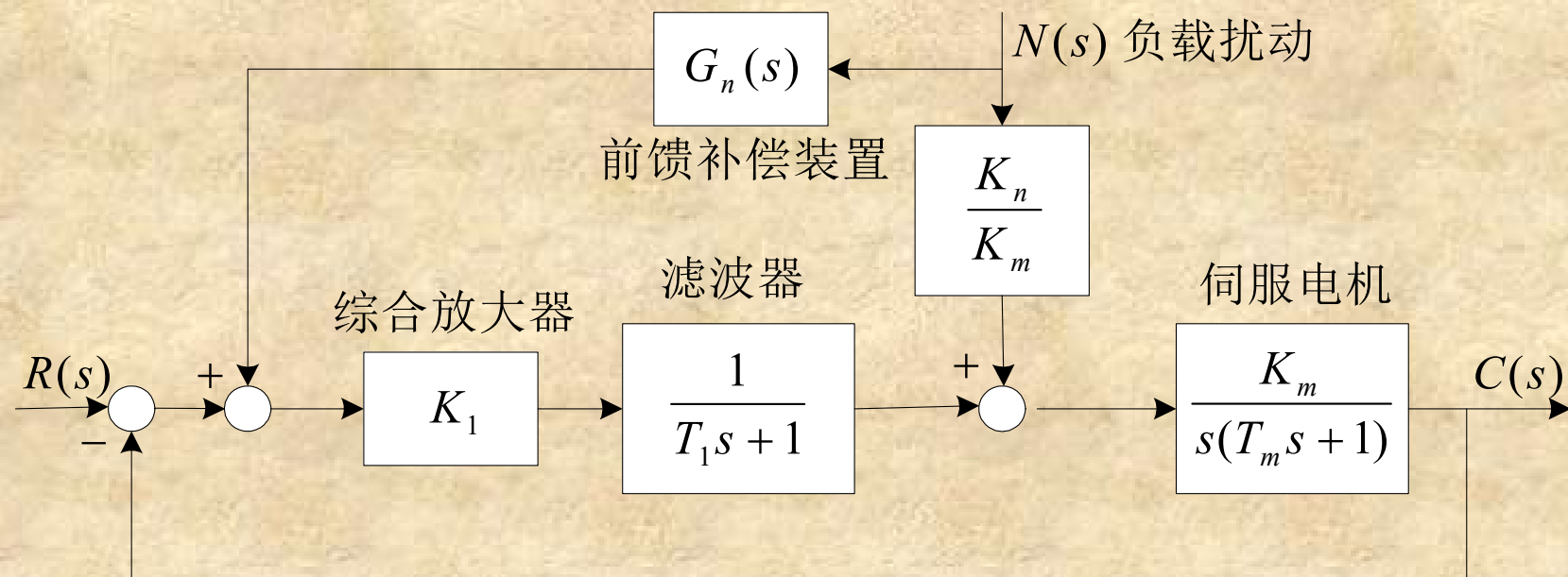
则扰动输出 $C(s) = 0$ 。

扰动作用下的误差为：

$$E(s) = -C_n(s) = -\frac{G_2(s)[1 + G_1(s)G_n(s)]}{1 + G_1(s)G_2(s)} N(s) = 0$$

前馈补偿不改变系统的特性，可以抑制扰动，有利于反馈控制更好地发挥作用。

例：按扰动补偿的控制系统如图：



系统输出为：

$$C_n(s) = \frac{\frac{K_m}{s(T_m s + 1)} \left[\frac{K_n}{K_m} + \frac{K_1}{T_1 s + 1} G_n(s) \right]}{\Delta(s)} N(s)$$

① 令 $G_n(s) = -\frac{K_n}{K_1 K_m} (T_1 s + 1)$ — 扰动误差全补偿

$$\textcircled{2} \text{ 令 } G_n(s) = -\frac{K_n}{K_1 K_m} \cdot \frac{(T_1 s + 1)}{(T_2 s + 1)} \quad T_1 \gg T_2$$

— 对扰动误差近似全补偿条件

$$C_n(s) = \frac{K_n}{s(T_m s + 1)} \left[1 - \frac{1}{T_2 s + 1} \right] N(s) \approx 0$$

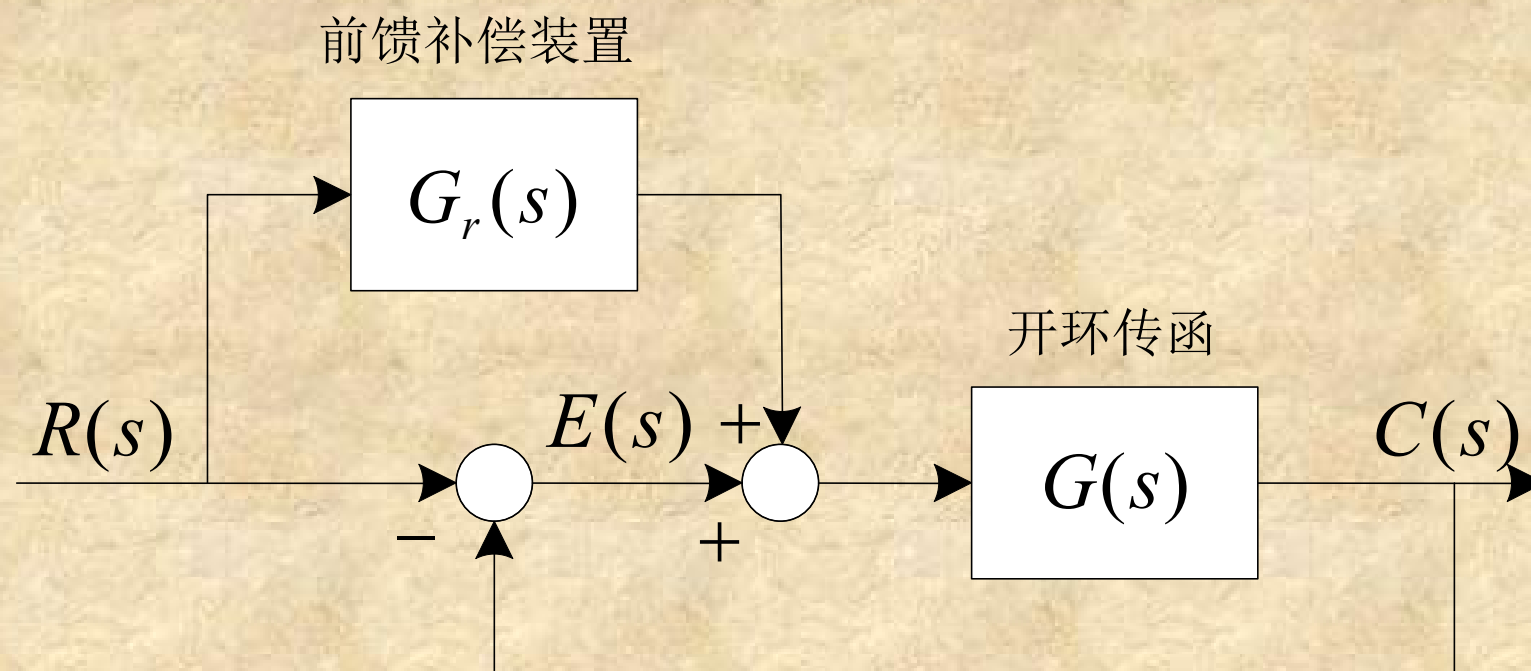
此时，校正装置在主要频段内进行了全补偿。

$$\textcircled{3} \text{ 令 } G_n(s) = -\frac{K_n}{K_1 K_m} \quad \text{— 稳态全补偿条件}$$

$$C_n(s) = \frac{K_n}{s(T_m s + 1)} \cdot \frac{T_1 s}{T_1 s + 1} \cdot N(s) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0$$

在稳态时，系统输出不受扰动的影响。

二、按输入补偿的复合校正



$$G_B(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{[1 + G_r(s)]G(s)}{1 + G(s)}$$

定义等效开环传函：

$$G_k(s) = \frac{G_B(s)}{1 - G_B(s)} = \frac{[1 + G_r(s)G(s)]}{1 - G_r(s)G(s)}$$

1、全补偿条件

$$G_r(s) = \frac{1}{G(s)} \quad \rightarrow$$

$$G_B(s) = \frac{[1 + G_r(s)]G(s)}{1 + G(s)} = \frac{[1 + \frac{1}{G(s)}]G(s)}{1 + G(s)} = 1 \quad \rightarrow$$

$$E(s) = R(s) - C(s) = 0$$

2、部分补偿条件

设
$$G(s) = \frac{K_v}{s(a_n s^{n-1} + a_{n-1} s^{n-2} + \cdots + a_1)}$$

—I型系统

① 取纯微分补偿环节 $G_r(s) = \lambda_1 s$

$$G_B(s) = \frac{[1 + G_r(s)]G(s)}{1 + G(s)} = \frac{K_v(1 + \lambda_1 s)}{s(a_n s^{n-1} + a_{n-1} s^{n-2} + \cdots + a_1) + K_v}$$

$$G_k(s) = \frac{G_B(s)}{1 - G_B(s)} = \frac{K_v(1 + \lambda_1 s)}{s(a_n s^{n-1} + a_{n-1} s^{n-2} + \cdots + a_1) - K_v \lambda_1 s}$$

$$\lambda_1 = \frac{a_1}{K_v} \quad \longrightarrow \quad G_k(s) = \frac{a_1 s + K_v}{s^2(a_n s^{n-2} + a_{n-1} s^{n-3} + \cdots + a_2)}$$

—II型系统

② 取补偿环节为: $G_r(s) = \lambda_2 s^2 + \lambda_1 s$

$$G_B(s) = \frac{[1 + G_r(s)]G(s)}{1 + G(s)} = \frac{K_v(1 + \lambda_1 s + \lambda_2 s^2)}{s(a_n s^{n-1} + a_{n-1} s^{n-2} + \cdots + a_2 s + a_1) + K_v}$$

$$\lambda_1 = \frac{a_1}{K_v} \quad \lambda_2 = \frac{a_2}{K_v} \quad \rightarrow$$

$$G_k(s) = \frac{a_2 s^2 + a_1 s + K_v}{s^3(a_n s^{n-3} + a_{n-1} s^{n-4} + \cdots + a_3)}$$

—III型系统

复合控制系统很好地解决了一般反馈控制在提高控制精度与确保系统稳定性之间存在的矛盾。

对本章内容有疑问？

