

第二章 电路分析中的等效变换

2.1 电路等效的一般概念

2.2 一端口网络的VCR和等效电路

电阻网络的等效变换

└ 2.3 二端电阻网络的等效变换(串联&并联)

└ 2.4 电阻的 Δ —Y等效变换

含独立电源网络的等效变换

└ 2.5 独立源的串联和并联等效

└ 2.6 实际电源的两种模型及电源变换原理

含受控电源网络的等效变换

└ 2.7 含受控电源网络的等效变换

2.8 本章小结

2.1 电路等效的一般概念

一、分解法概念：

1、引言

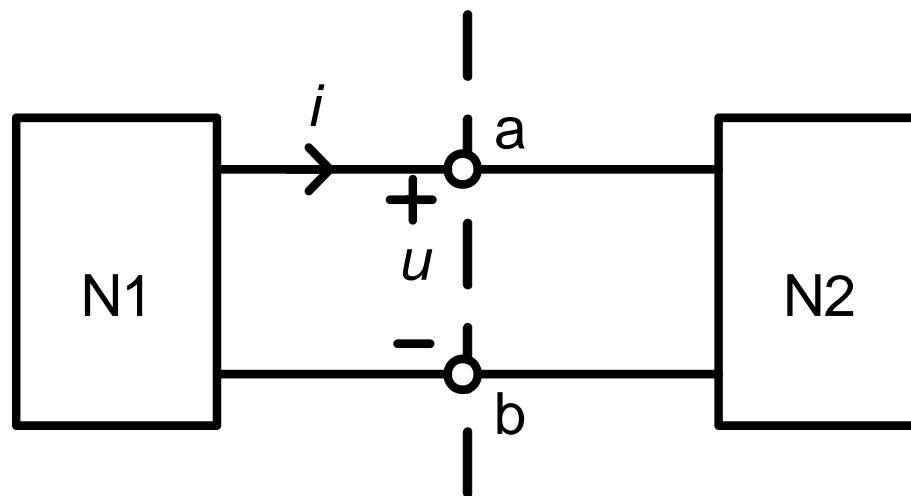
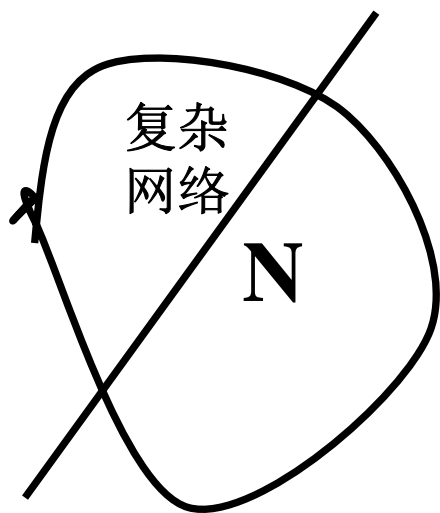
- 一个复杂的电路，用第三章的分析方法，需要布列和求解多个联立方程。
- 本章介绍的分析的方法，是将复杂的电路进行分割，然后利用“等效”的手段，把电路化简，以便于求解所需的电路变量。

电路分析方法的简化途径：

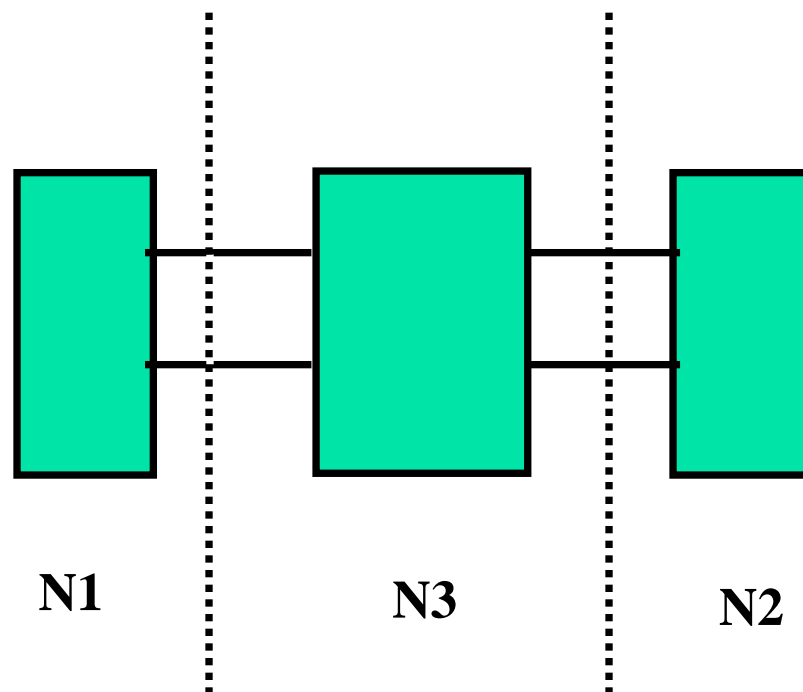
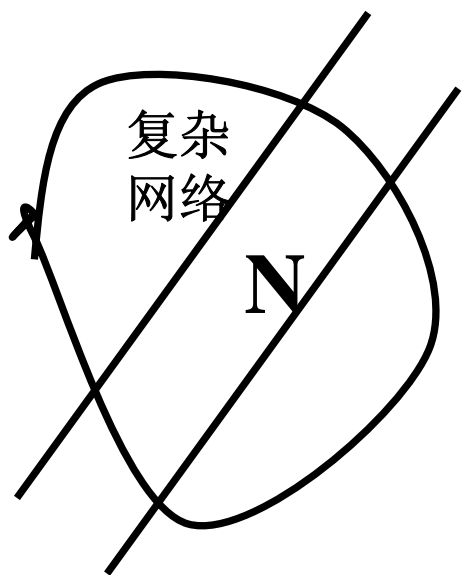
- 叠加法：将多个激励源的电路化成单个激励源电路求解；
- 分解法：将复杂电路（网络）拆分成简单电路求解，
一般转换成一端口网络求解；
- 变换法：电路变换和数学变换。
 - 电路变换法：将复杂电路（网络）变换成等效的简单电路求解；
 - 域变换法：即数学变换法，通过数学方法将电路从时域变换到频域或复频域求解，然后再变回时域。

2、分解的概念：

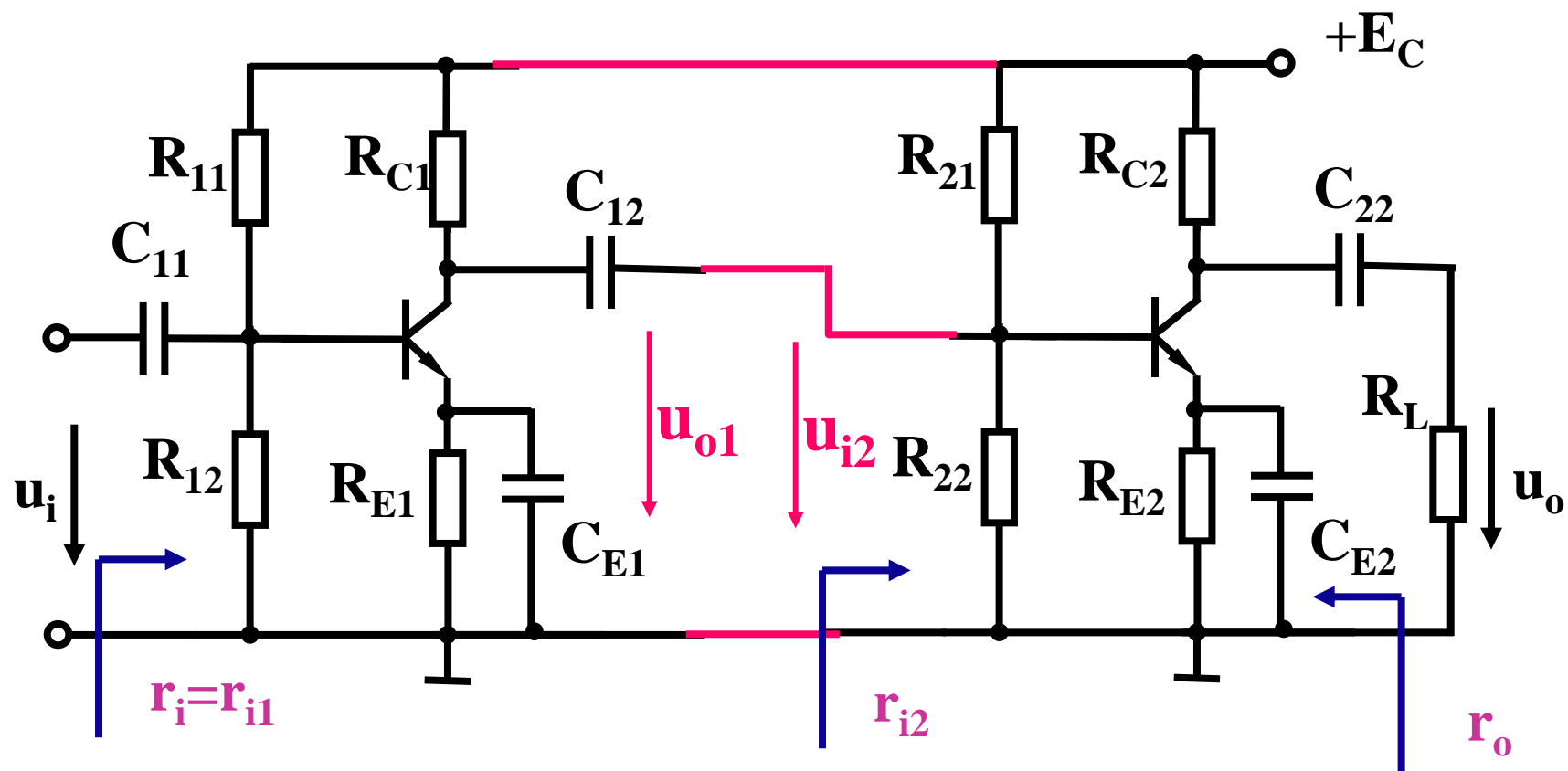
- ◆把复杂的电路分解为两个简单的一端口网络。



◆把复杂的电路分解为两个简单的一端口网络，加上若干二端口网络。



为什么研究分解的方法？



第二章 电路的等效变换

1.5节介绍的单回路、单偶节电路是简单的电阻电路，应用**KCL**、**KVL**和电阻元件的**VCR**可方便地求取电路的相应。实际的电路大多比上述电路复杂，但某些电路通过对其中局部电路的等效变换即可简化成上述单回路或单偶节电路，从而给电路分析带来方便。

电路的等效变换就是把电路的一部分用结构不同但端子数和端子上电压、电流关系相同的另一部分电路代换。因为代换部分电路与被代换部分电路的电压、电流关系相同，对电路没有变换的部分（外接电路，简称**外电路**）来说，它们具有完全相同的影响，没有丝毫区别。像这样的两部分电路互相称为**等效电路**。当电路的一部分用它的等效电路代换后，往往可以简化电路，有利于未变换部分（外电路）的分析计算。

下面以二端网络为例详细说明等效变换的概念，并讨论二端网络、三端网络的等效变换。

第二章 电路的等效变换

以二端网络为例，说明电路等效和等效变换的概念。

3. 一端口（二端网络）

- 任何一个复杂的电路, 向外引出两个端钮, 则称这一电路为**二端网络**。
- 若二端网络仅由无源元件(即 R 、 L 、 C)构成, 称**无源二端网络**; 若含有有源元件, 则称**有源二端网络**。
- 二端网络端口电压、电流之间的关系称为二端网络的伏安特性 (**VCR**) 。

显然, 单个二端元件是二端网络最简单的形式.

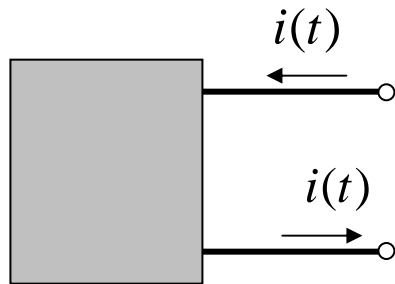


图2.1-1 二端网络（一端口）

二、等效的概念：

1. 电路等效的定义

结构和参数完全不同的两个二端网络**B**与**C**，若对任意外电路A，二者相互代换能使外电路A中有相同的电压、电流、功率，则称**B**电路与**C**电路是互为等效的（或者说**B**与**C**互为等效电路）。这就是电路等效的一般定义。



图 2.1- 2 电路等效示意图

注意，等效是指对任意的外电路等效，而不是指对某一特定的外电路等效。也就是说，要求在外接任何电路A时，**B**与**C**的效果都一样，才是等效的。

2. 电路等效的条件

单个二端元件有它的**VCR**，一个二端网络也有它的**VCR**，这些**VCR**都是用它的端电压 u 和端电流 i 来表示的。

要对任意外电路等效，要求**B**电路与**C**电路的具有**相同的VCR**，即端口具有相同的电压电流关系。这就是电路的等效条件。

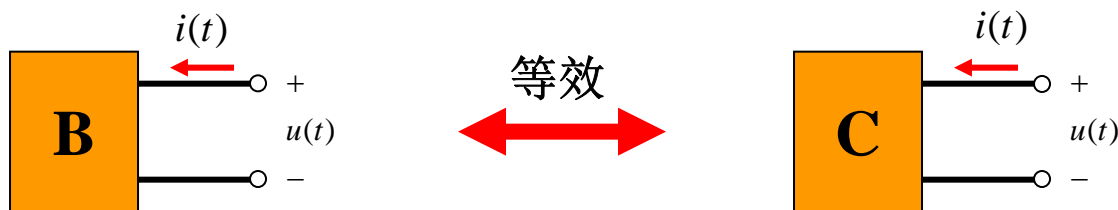


图 2.1-3 具有相同VCR的两部分电路相互等效

3. 电路的等效代换（等效的对象）

相等效的两部分电路**B**与**C**在电路中可以相互代换，代换前的电路和代换后的电路对**任意外电路A**中的电流、电压和功率而言是等效的。



图 2.1-4 (a)

(b)

需要明确的是：

上述等效是用以求解**A**部分电路中的电流、电压和功率。若要求解图(a)中**B**部分电路的电流、电压和功率，不能用图(b)等效电路来求，因为，**B**电路和**C**电路对**A**电路来说是等效的，但**B**电路和**C**电路本身是不相同的。

第二章 电路元件和电路定律

小结:

(1) 电路等效变换的条件: 相互代换的两部分电路具有相同的**VCR**;

(2) 电路等效的对象: 未变化的外电路**A** (也就是电路未变化的部分) 中的电流、电压、功率;

(3) 电路等效变换的目的: 简化电路, 方便计算。

2-2 一端口的VCR和等效电路

一、一端口的VCR：

1、定义：

一端口网络的端口电压与端电流的关系称一端口的伏安关系（表现为数学公式或特性曲线）。

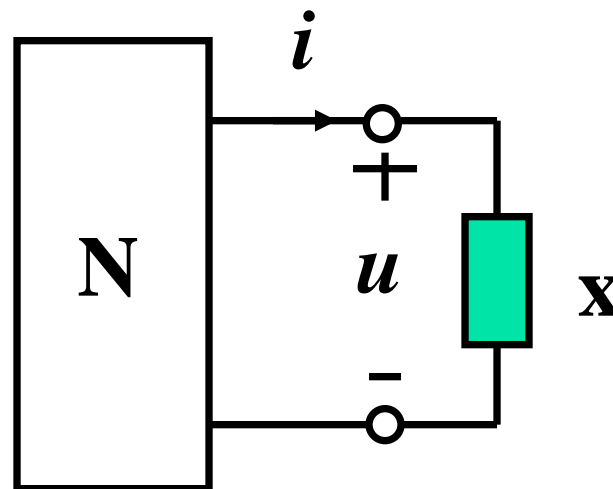
一端口网络的**VCR**由单口本身的特性确定，与外部电路无关，如同 $10\ \Omega$ 的电阻元件，其**VCR**总是 $u=10i$ 一样。因而：

- (a) 可以孤立出一端口，而用外施电源法求它的**VCR**;
- (b) 求解一端口(例如 N_2)内各电压、电流时，其外部(例如 N_1)可用适当的电路代替——分解(partition)方法的依据。

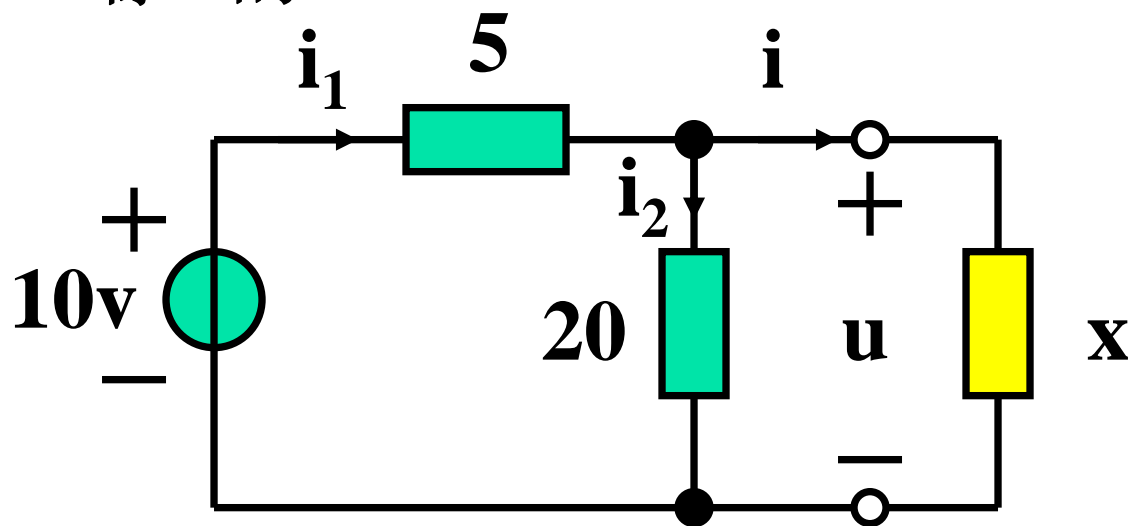
2、一端口VCR的求取方法：

方法一：外接元件法。

注意：N内部必需含独立源
才可使用本方法。



例1：求图示一端口的VCR。



$$10 = 5i_1 + u \quad (1)$$

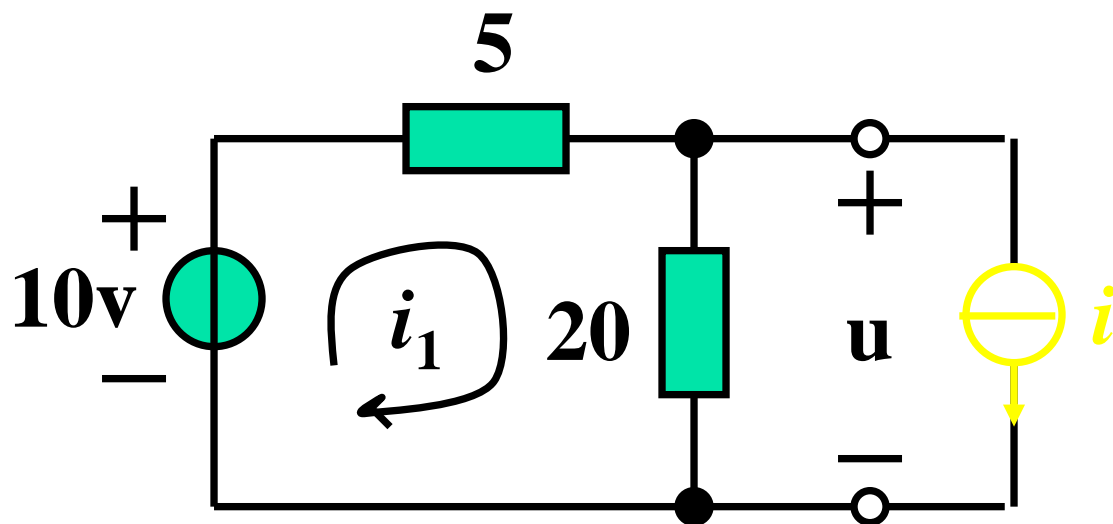
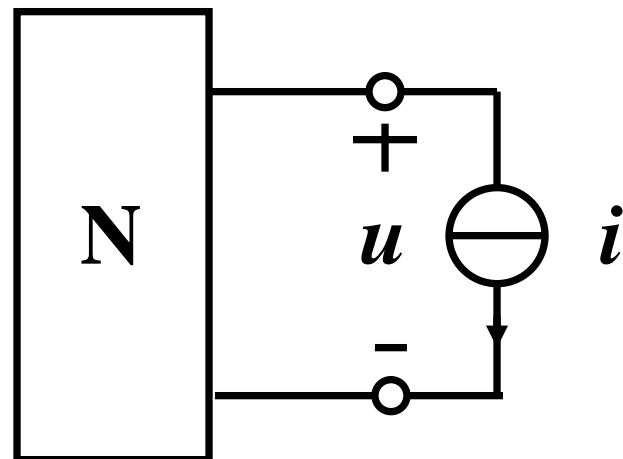
$$u = 20i_2 = 20 \times (i_1 - i) \quad (2)$$

由 (1) : $i_1 = (10 - u)/5 \quad (3)$

代入 (2) : $u = 20i - 20 \times (10 - u)/5 \quad (4)$

$$u = 8 - 4i$$

方法二：外接电流源法。

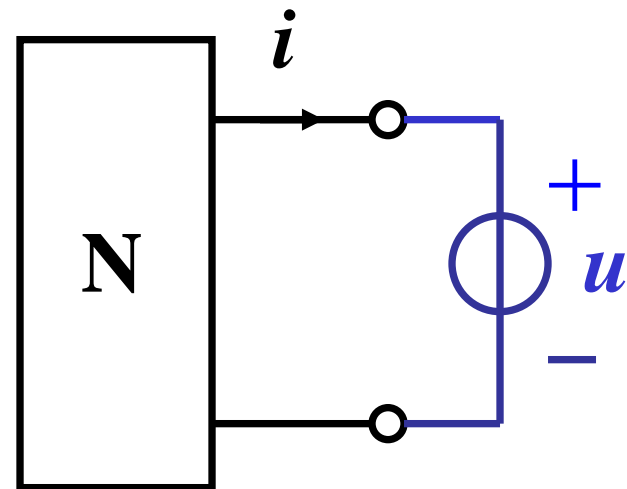
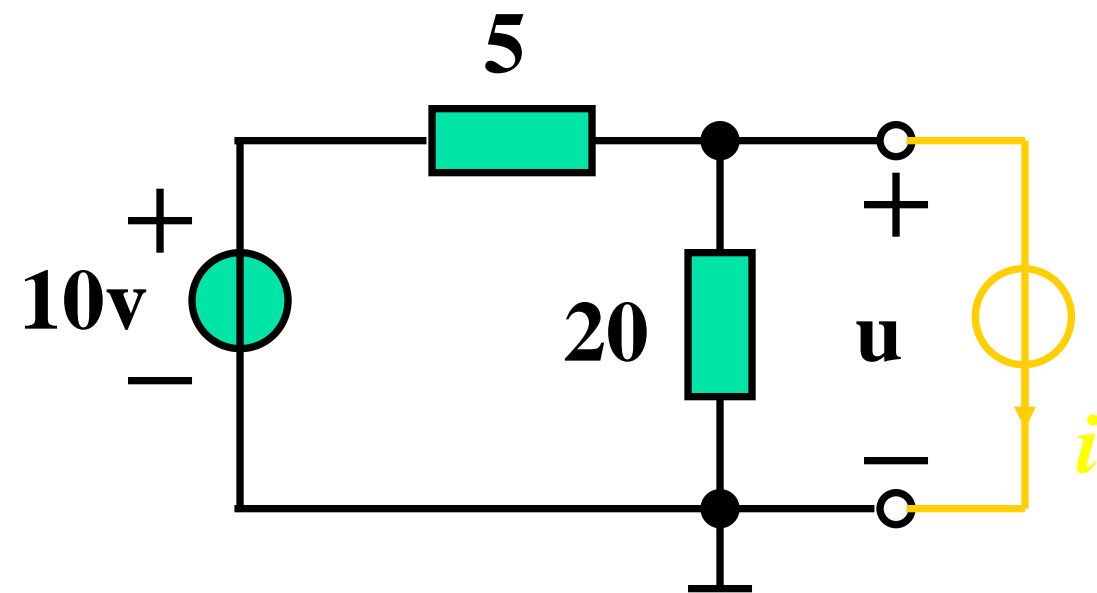


$$\begin{cases} (5 + 20)i_1 - 20i = 10 \\ u = 20(i_1 - i) \end{cases}$$

得到：

$$u = 8 - 4i$$

方法三：外接电压源法

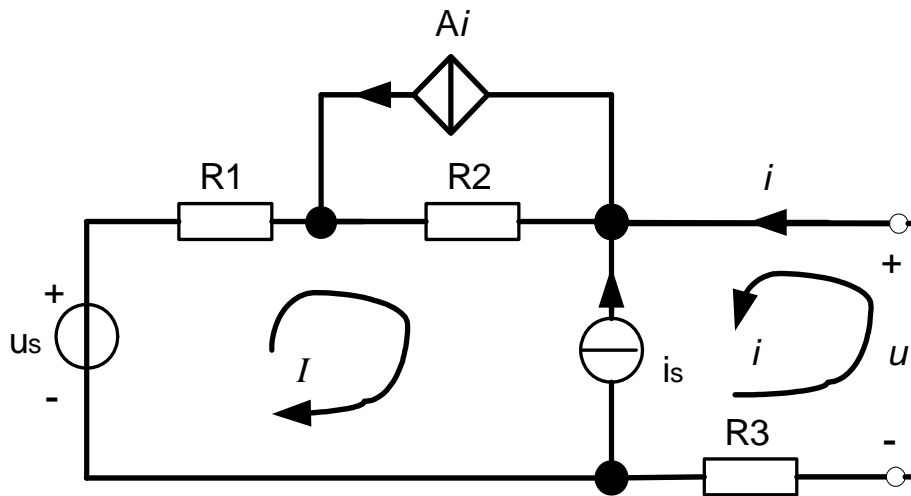


$$\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{20}\right)u - \frac{1}{5} \times 10 = -i$$

得到：

$$u = 8 - 4i$$

注意：不同的方法求出的VCR是一样的，说明。。。。



例2：求图示一端口的**VCR**。

要点：

- 用方便的方法布列关于u和*i*的方程；
- 设法消去中间变量，得到**VCR**。

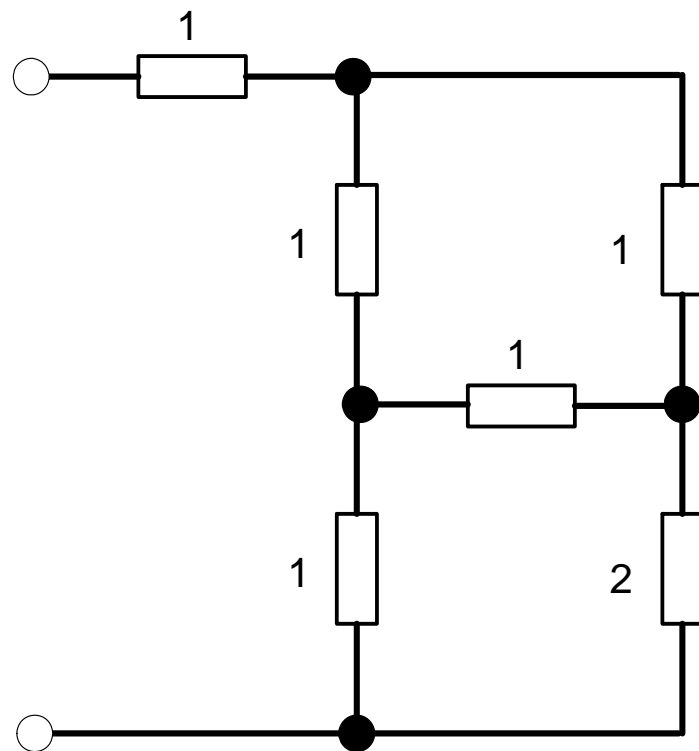
$$\begin{cases} (R_1 + R_2)I + R_2 Ai = u_s - u_0 \\ u_0 = u - R_3 i \\ i + I = -i_s \end{cases}$$

$$u = [R_1 + R_3 + (1 - A)R_2]i + [u_s + (R_1 + R_2)i_s]$$



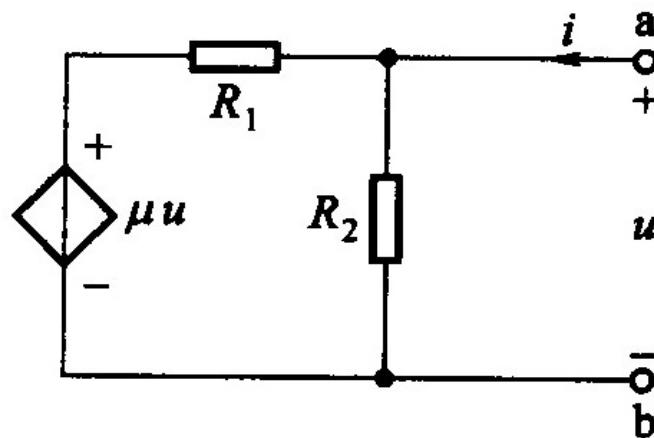
启示：由例1和例2可见，含独立电源一端口网络的**VCR**总可以表示成 **$u = A + Bi$** 的形式。

例3：求图示单口的
的**VCR**。



$$u = \frac{24}{11}i$$

例4：求图示一端口的VCR。



$$R_{in} = \frac{u}{i} = \frac{1}{(1-\mu)G_1 + G_2}$$

启示：

由例3和例4可见，不含独立源的一端口网络的VCR总可以表示为 $u=Bi$ 的形式。（B即一端口网络的等效电阻或输入电阻。在含受控源时，输入电阻可能为负值。）

二、一端口的等效与化简

复习:

◆ 什么是单口的**VAR**? 如何求?

单口可以用下列几种方式之一来描述:

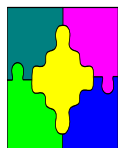
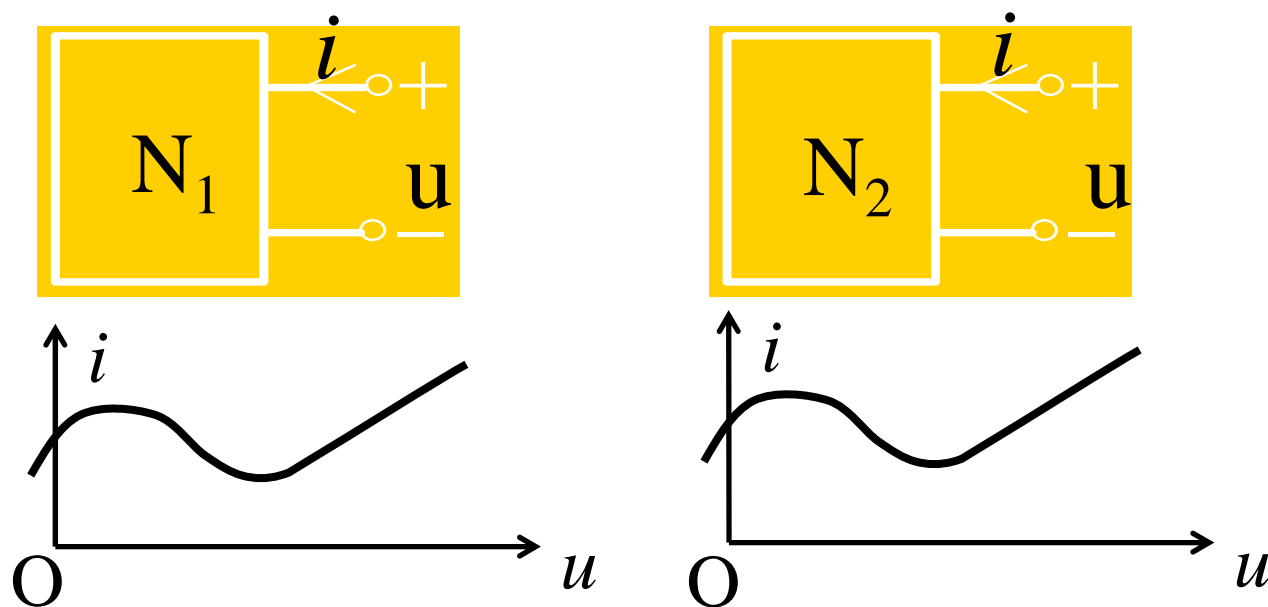
◆ ①详尽的电路模型;

◆ ②端口电压与电流的约束关系, 表示为方程或曲线形式;

◆ ③等效电路。

二、单口网络的等效电路

1、定义：具有相同伏安关系的两个或两个以上的单口网络，称为相互等效的网络。



意义：

- (1) 相互等效的二端网络在电路中可以相互代换；以简单的单口代替复杂的单口称化简；
- (2) 只对外等效，内部并不一样。

2、等效电路的求法：根据等效的定义，求某一单口网络的等效电路实质上是求该单口网络**VCR**的问题仍需用到 § 4-2 所述的方法。

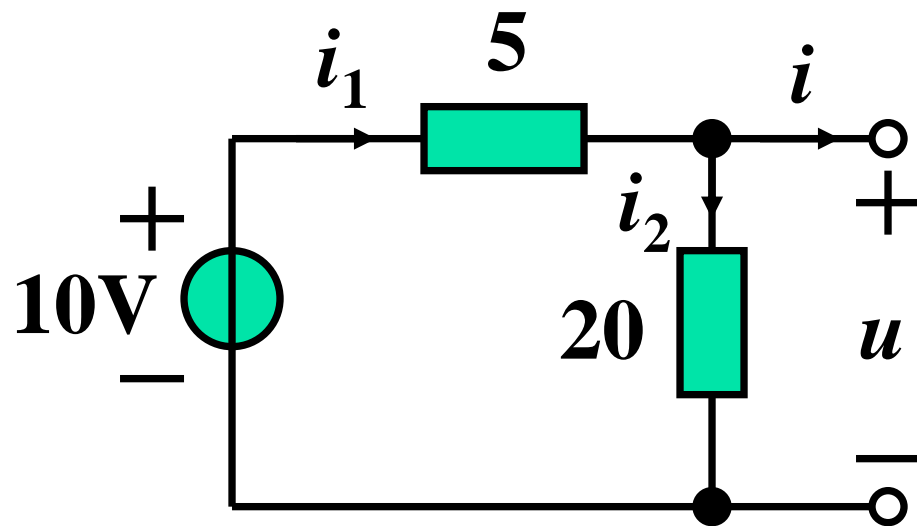
1、含独立源的一端口 – 两种最简等效电路：

含独立电源单口网络的**VCR**总可以表示成如下形式（戴维宁定理或诺顿定理）：

$$u = A + Bi$$

$$i = C + Du$$

§ 4-2 例1：求图示单口的最简等效电路。

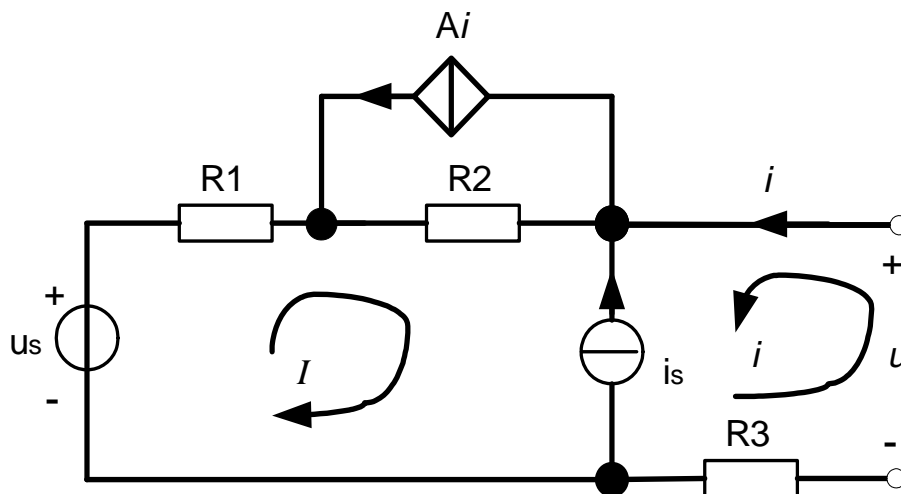


$$u = 8 - 4i$$



$$i = 2 - \frac{u}{4}$$

§ 4-2 例2：求图示单口的最简等效电路。



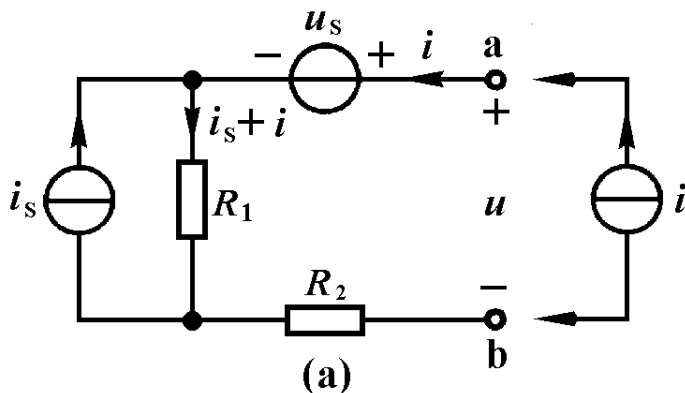
$$u = [R_1 + R_3 + (1 - A)R_2]i + [u_s + (R_1 + R_2)i_s]$$

启示：含独立电源单口网络的VCR总可以表示成 $u=A+Bi$ 的形式。



含独立电源单口网络总可以等效为电压源-串联电阻 或 电流源-并联电阻 组合

例3：图（a），已知 $u_S=6V$ ， $i_S=2A$ ， $R_1=2\Omega$ ， $R_2=3\Omega$ 。
求：单口网络的伏安关系，并画出单口的等效电路。

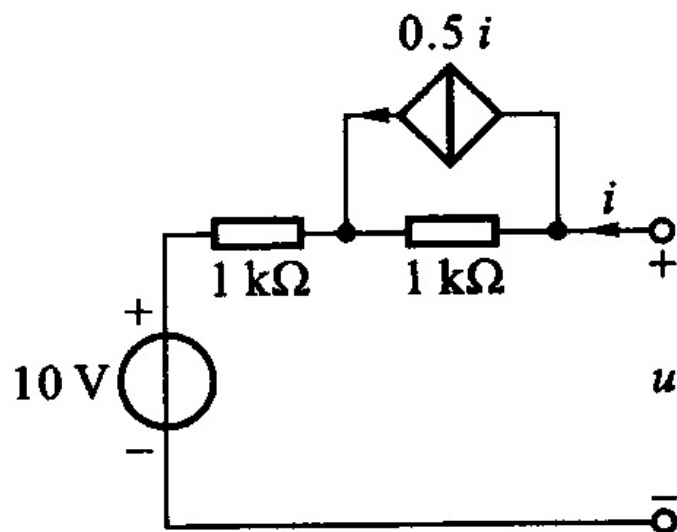


解：在端口外加电流源 i ，求端口电压

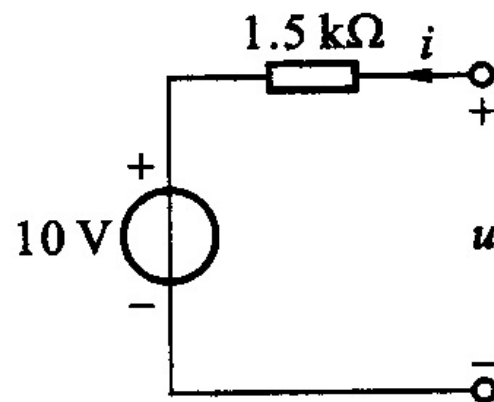
$$\begin{aligned} u &= u_S + R_1(i_S + i) + R_2i = (R_1 + R_2)i + u_S + R_1i_S \\ &= 5 \times i + 6 + 2 \times 2 = 5i + 10 = R_o i + u_{oc} \end{aligned}$$

单口等效电路是电阻 R_o 和电压源 u_{oc} 的串联，
如图(b)所示。

例4、（书p145 例4-7）化简图a所示一端口。



(a)



(b)

$$u = 1000(i - 0.5i) + 1000i + 10 = 1500i + 10$$

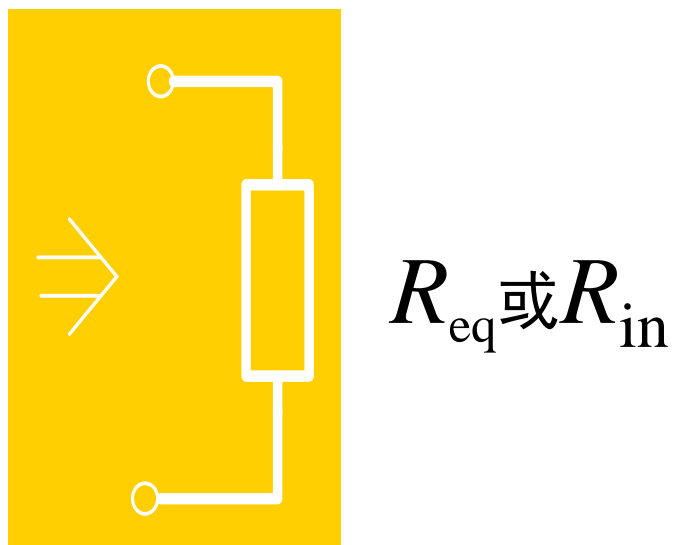
2、不含独立源的一端口 - 输入电阻:

□不含独立源的单口网络的**VCR**总可以表示为 $u=Bi$ 的形式（齐次性定理）。

□**B**定义为单口网络的**等效电阻或输入电阻**。

➤若单口网络不含受控源（只有电阻组成），等效电阻始终为正；

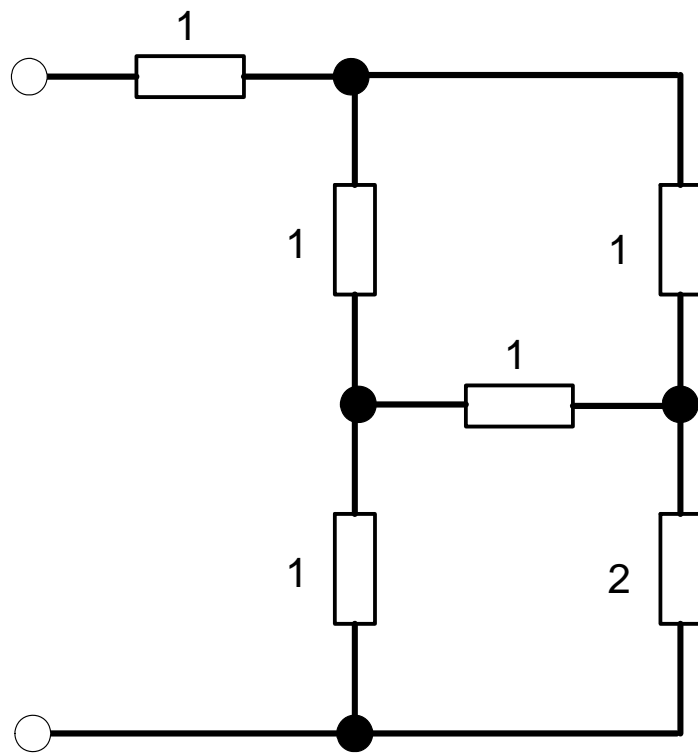
➤若单口含受控源，输入电阻可能为负。



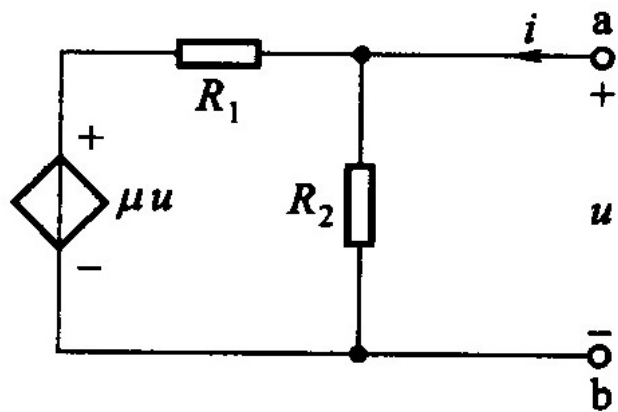
§ 4-2例3：求图示单口的最简等效电路。

$$u = \frac{24}{11} i$$

$$R_{eq} = \frac{u}{i} = \frac{24}{11} \Omega$$



例 求图示一端口的输入电阻。



$$u = R_1 \left(i - \frac{u}{R_2} \right) + \mu u$$

$$u = \frac{R_1}{1 + \frac{R_1}{R_2} - \mu} i$$

$$R_{in} = \frac{u}{i} = \frac{R_1}{1 + \frac{R_1}{R_2} - \mu}$$

常用的等效规律和公式

一、电阻网络的等效变换：

串、并联电阻的等效电路和等效电阻
Y- Δ 连接的等效变换

二、独立源网络的等效变换：

三、含受控源网络的等效变换：

- 1、含独立源
- 2、不含独立源

第二章 电路元件和电路定律

2.3 二端电阻网络的等效变换

一电阻的串联等效和并联等效

一、二端电阻网络的等效电阻

若二端网络内只有电阻组成，则在端口电压、电流为关联参考方向下，二者比值一定是一个正常数。亦即二端电阻网络的VCR为

$$u = R_{eq} i$$

可见，二端电阻网络的等效电路是一个阻值等于 R_{eq} 的电阻。称 R_{eq} 为二端网络的等效电阻。

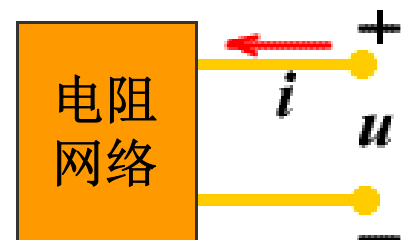
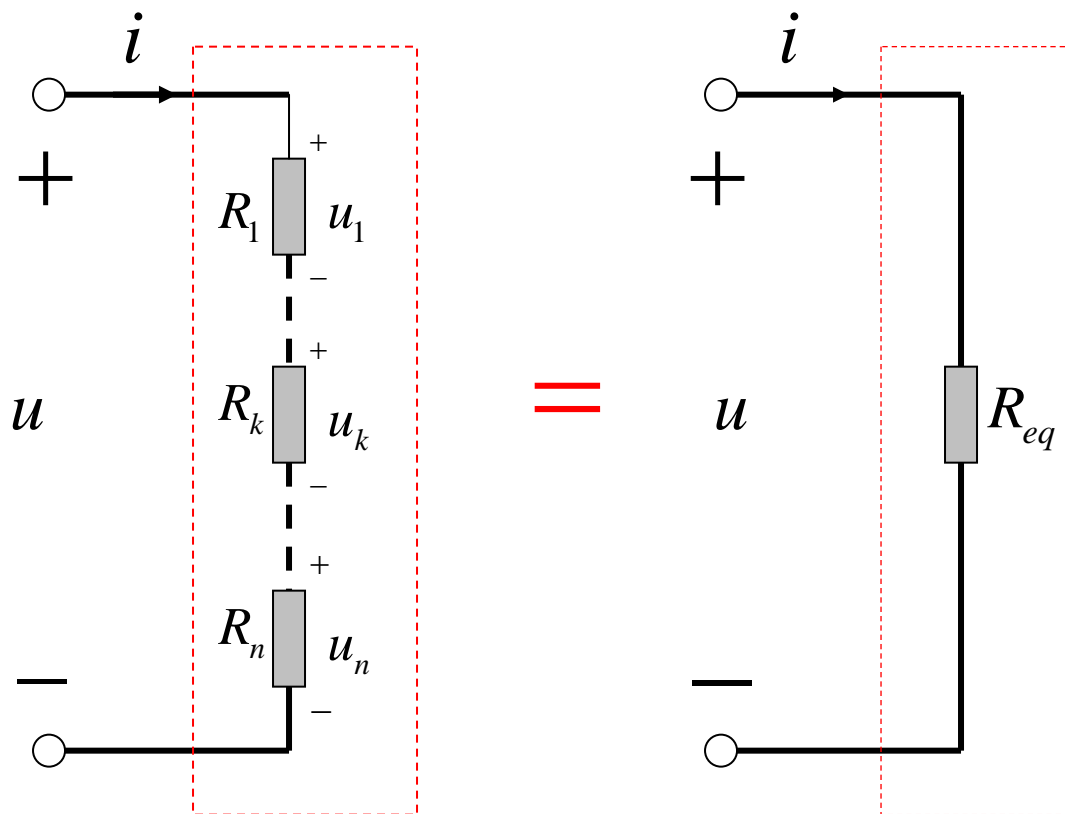


图 2.2-1

第二章 电路的等效变换

二、电阻的串联(Series Connection of Resistors)



B

图 2.2-1 电阻串联及等效电路

C

第二章 电路的等效变换

1、约束方程:

(1) 电路约束（电路特点）：

图示为n个电阻的串联，设电压、电流参考方向关联，由基尔霍夫定律得电路约束（电路特点）：

(a) 各电阻顺序连接，根据**KCL**知，各电阻中流过的电流相同，

$$i = i_1 = i_2 = \cdots = i_n \quad (2.2-1)$$

(b) 根据**KVL**，电路的总电压等于各串联电阻的电压之和，

$$u = u_1 + \cdots + u_k + \cdots + u_n \quad (2.2-2)$$

(2) 元件约束： 每个电阻元件**VCR**,

$$u_k = R_k i_k \quad (k = 1, 2, 3, \cdots, n) \quad (2.2-3)$$

第二章 电路的等效变换

2、等效电阻:

将2.2-3式带入2.2-2并利用2.2-1, 得到,

$$u = (R_1 + \cdots + R_k + \cdots + R_n)i \quad (2.2-4)$$

若把图2.1-2(a)看作等效电路定义中所述的**B**电路, (2.2-4)式就是它的**VCR**。另有单个电阻 R_{eq} 的电路, 视它为等效电路定义中所述的**C**电路, 如图2.1-2(b)所示。由欧姆定律写它的**VCR**为

$$u = R_{eq}i$$

根据等效的概念, 有

$$(R_1 + \cdots + R_k + \cdots + R_n)i = R_{eq}i$$

所以等效电阻

$$R_{eq} = R_1 + \cdots + R_k + \cdots + R_n = \sum_{k=1}^n R_k > R_k \quad (2.2-5)$$

可见, 1) 电阻串联, 其等效电阻等于相串联各电阻之和;
2) 等效电阻大于任意一个串联的分电阻。

第二章 电路的等效变换

3、串联分压公式:

电阻串联有分压关系。若知串联电阻两端的总电压，求相串联各电阻上的电压，称**分压**。

由图（a）和图（b）知：

$$u_k = R_k i = R_k \frac{u}{R_{eq}} = \frac{R_k}{R_{eq}} u = \frac{R_k}{R_1 + R_2 + \cdots + R_n} u < u \quad (2.2-6)$$

$$\text{满足: } u_1 : u_2 : \cdots : u_k : \cdots : u_n = R_1 : R_2 : \cdots : R_k : \cdots : R_n \quad (2.2-7)$$

最经常使用的两个电阻串联时的分压公式：

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= \frac{R_1}{R_1 + R_2} u \\ u_2 &= \frac{R_2}{R_1 + R_2} u \end{aligned} \right\} \quad \frac{u_1}{u_2} = \frac{R_1}{R_2} \quad (2.2-8)$$

结论：电阻串联，各分电阻上的电压与电阻值成正比，电阻值大者分得的电压大。因此串连电阻电路可作分压电路。

第二章 电路的等效变换

4、功率：

各电阻的功率为：

$$p_1 = R_1 i^2, p_2 = R_2 i^2, \cdots p_k = R_k i^2, \cdots p_n = R_n i^2$$

所以：

$$p_1 : p_2 : \cdots : p_k : \cdots : p_n = R_1 : R_2 : \cdots : R_k : \cdots : R_n \quad (2.2-9)$$

总功率： $p = p_1 + p_2 + \cdots + p_k + \cdots + p_n$

$$= R_1 i^2 + R_2 i^2 + \cdots + R_k i^2 + \cdots + R_n i^2$$

$$= (R_1 + R_2 + \cdots + R_k + \cdots + R_n) i^2 = R_{eq} i^2 \quad (2.2-10)$$

从上各式得到结论：

1) 电阻串联时，各电阻消耗的功率与电阻大小成正比，即电阻值大者消耗的功率大；

2) 等效电阻消耗的功率等于各串联电阻消耗功率的总和。

第二章 电路的等效变换

三、电阻的并联(Paralell Connection of Resistors)

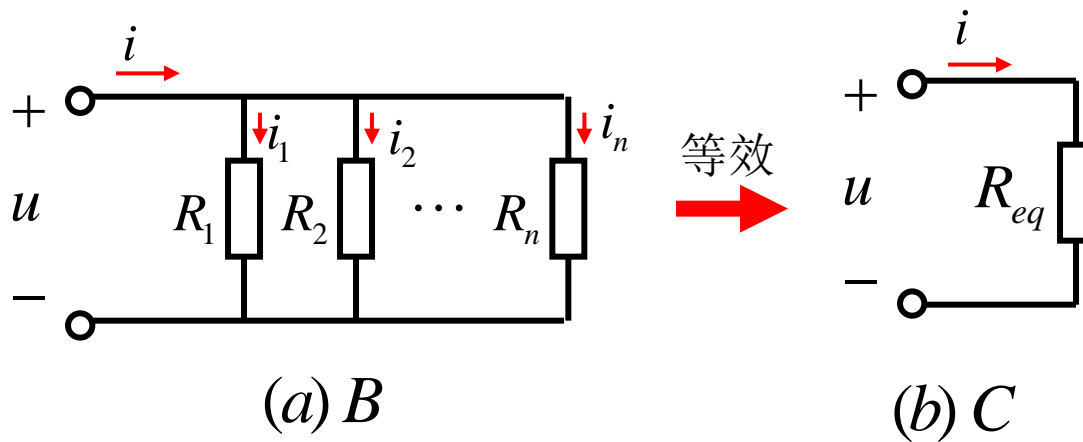


图 2.2-2 电阻并联及等效电路

1、约束方程:

(1) 电路约束 (电路特点):

图示为 n 个电阻的并联, 设电压、电流参考方向关联, 由基尔霍夫定律得电路特点:

第二章 电路的等效变换

a) 各电阻两端分别接在一起，根据**KVL**知，各电阻两端为同一电压：

$$u = u_1 = \cdots = u_k = \cdots = u_n \quad (2.2-12)$$

b) 根据**KCL**，电路的总电流等于流过各并联电阻的电流之和，即：

$$i = i_1 + i_2 + \cdots + i_n \quad (2.2-13)$$

(2) 元件约束：

$$u_k = R_k i_k \quad \text{或} \quad i_k = G_k u_k$$

第二章 电路的等效变换

2、等效电阻:

把欧姆定律代入电流表示式中得:

$$\begin{aligned} i &= i_1 + i_2 + \cdots + i_n = \frac{u}{R_1} + \frac{u}{R_2} + \cdots + \frac{u}{R_n} \\ &= u(G_1 + G_2 + \cdots + G_n) = G_{eq}u \end{aligned}$$

其中 $G=1/R$ 为电导。以上式子说明图(a)多个电阻的并联电路与图(b)单个电阻的电路具有相同的VCR，是互为等效的电路。

等效电导为

$$G_{eq} = G_1 + G_2 + \cdots + G_n = \sum_{k=1}^n G_k > G_k \quad (2.2-14)$$

等效电阻为

$$\frac{1}{R_{eq}} = G_{eq} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n}, \quad R_{eq} < R_k \quad (2.2-15)$$

第二章 电路的等效变换

最常用的两个电阻并联时求等效电阻的公式

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}, \quad R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (2.2-16)$$

结论:

- 1) 电阻并联, 其等效电导等于各电导之和且大于分电导;
- 2) 等效电阻之倒数等于各分电阻倒数之和, 等效电阻小于任意一个并联的分电阻。

第二章 电路的等效变换

3、并联电阻的电流分配:

电阻并联有分流关系。若知并联电阻电路的总电流，求相并联各电阻上的电流称**分流**。由图(a)和图(b)知：

$$\frac{i_k}{i} = \frac{u / R_k}{u / R_{eq}} = \frac{G_k}{G_{eq}} \quad \text{or} \quad i_k = \frac{G_k}{G_{eq}} i \quad (2.2-17)$$

满足：

$$i_1 : i_2 : \cdots : i_k : \cdots : i_n = G_1 : G_2 : \cdots : G_k : \cdots : G_n \quad (2.2-18)$$

对于两电阻并联，

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= \frac{G_1}{G_1 + G_2} i = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i \\ i_2 &= \frac{G_2}{G_1 + G_2} i = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i \end{aligned} \right\} \quad \frac{i_1}{i_2} = \frac{R_2}{R_1} \quad (2.2-19)$$

结论：电阻并联，各分电阻上的电流与电阻值成反比，电阻值大者分得的电流小。因此并连电阻电路可作分流电路。

第二章 电路的等效变换

4、功率：

各电阻的功率为：

$$p_1 = \frac{u^2}{R_1} = G_1 u^2, p_2 = \frac{u^2}{R_2} = G_2 u^2, \dots, p_k = \frac{u^2}{R_k} = G_k u^2, p_n = \frac{u^2}{R_n} = G_n u^2$$

满足，

$$\begin{aligned} p_1 : p_2 : \dots : p_k : \dots : p_n &= G_1 : G_2 : \dots : G_k : \dots : G_n \\ &= \frac{1}{R_1} : \frac{1}{R_2} : \dots : \frac{1}{R_k} : \dots : \frac{1}{R_n} \end{aligned} \quad (2.2-20)$$

总功率：

$$\begin{aligned} p &= G_{eq} u^2 = (G_1 + G_2 + \dots + G_n) u^2 \\ &= G_1 u^2 + G_2 u^2 + \dots + G_n u^2 = p_1 + p_2 + \dots + p_n \end{aligned} \quad (2.2-21)$$

从上各式得到结论：

1) 电阻并联时，各电阻消耗的功率与电阻大小成反比，即电阻值大者消耗的功率小；

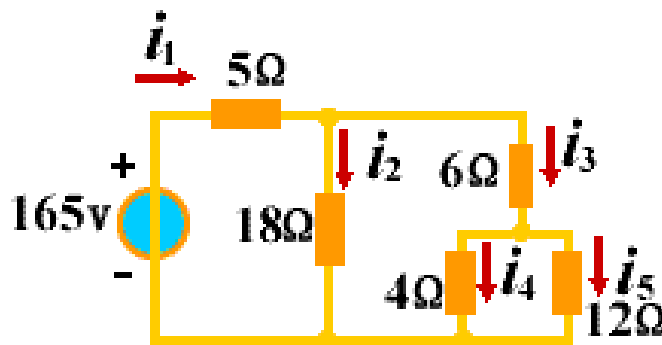
2) 等效电阻消耗的功率等于各并联电阻消耗功率的总和。

第二章 电路的等效变换

四、电阻的混联

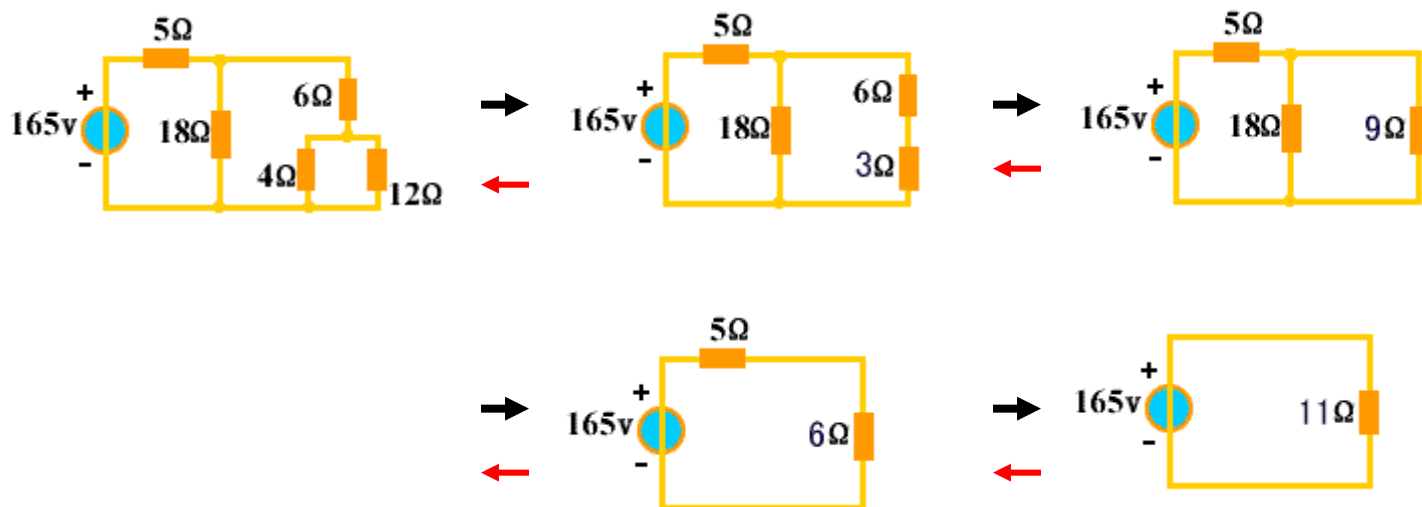
电路中既有电阻串联、又有电阻并联的电路称电阻的串并联电路，或电阻混联电路。电阻相串联的部分具有电阻串联电路的特点，电阻相并联的部分具有电阻并联电路的特点。

例2. 2-1 电路如图所示，计算各支路的电压和电流。



第二章 电路的等效变换

解：这是一个电阻串、并联电路，首先求出等效电阻 $R_{eq} = 11\ \Omega$ ，



则各支路电流和电压为：

$$i_1 = 165/11 = 15\text{A} \quad u_2 = 6i_1 = 6 \times 15 = 90\text{V}$$

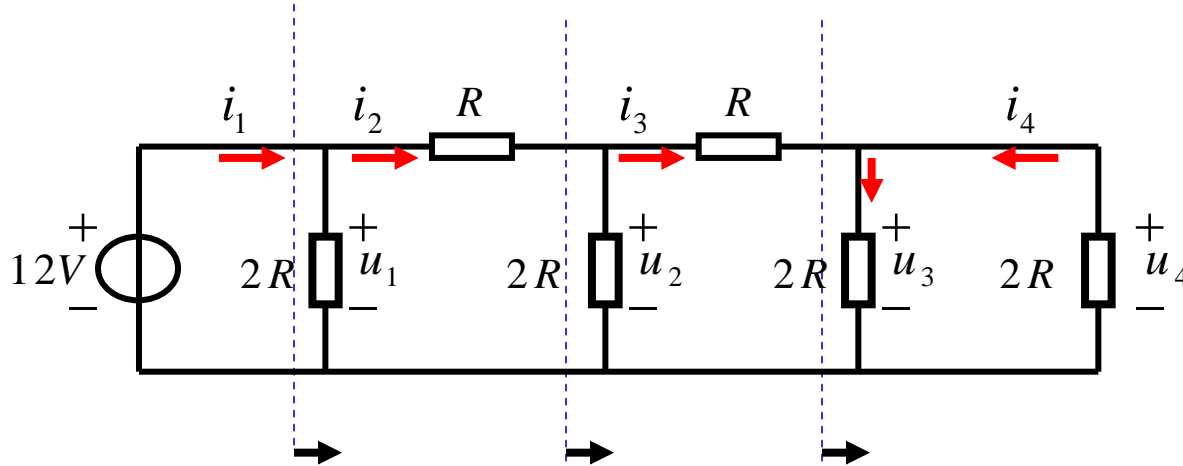
$$i_2 = 90/18 = 5\text{A} \quad u_3 = 6i_3 = 6 \times 10 = 60\text{V}$$

$$i_3 = 15 - 5 = 10\text{A} \quad u_4 = 3i_3 = 30\text{V}$$

$$i_4 = 30/4 = 7.5\text{A} \quad i_5 = 10 - 7.5 = 2.5\text{A}$$

第二章 电路的等效变换

例2.2-2 求图示电路的 i_1 , i_4 , u_4 。



解：电路特点：从3条虚线向右看去得电阻均为R

① 用分流方法做

$$i_4 = -\frac{1}{2}i_3 = -\frac{1}{4}i_2 = -\frac{1}{8}i_1 = -\frac{1}{8} \frac{12}{R} = -\frac{3}{2R}$$

$$u_4 = -i_4 \times 2R = 3V$$

$$i_1 = \frac{12}{R}$$

第二章 电路的等效变换

②用分压方法做

$$u_4 = \frac{u_2}{2} = \frac{1}{4}u_1 = 3V$$

$$i_4 = -\frac{3}{2R}$$

第二章 电路的等效变换

从以上例题可得**求解串、并联电路的一般步骤**:

- (1) 求出等效电阻或等效电导;
- (2) 应用欧姆定律求出总电压或总电流;
- (3) 应用欧姆定律或分压、分流公式求各电阻上的电流和电压。

因此, 分析串并联电路的关键问题是判别电路的串、并联关系。

判别电路的串并联关系一般应掌握下述4点:

(1) 看电路的结构特点。若两电阻是首尾相联就是串联, 是首首尾尾相联就是并联。

(2) 看电压电流关系。若流经两电阻的电流是同一个电流, 那就是串联; 若两电阻上承受的是同一个电压, 那就是并联。

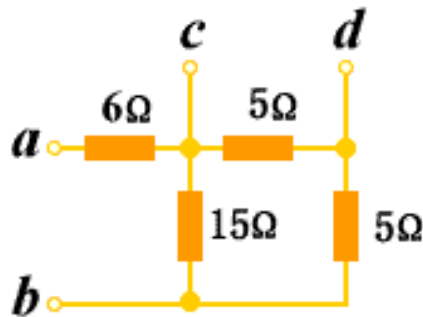
第二章 电路的等效变换

(3) 对电路作变形等效。如左边的支路可以扭到右边，上面的支路可以翻到下面，弯曲的支路可以拉直等；对电路中的短线路可以任意压缩与伸长；对多点接地可以用短路线相连。一般，如果真正是电阻串联电路的问题，都可以判别出来。

(4) 找出等电位点。对于具有对称特点的电路，若能判断某两点是等电位点，则根据电路等效的概念，一是可以用短接线把等电位点联起来；二是把联接等电位点的支路断开（因支路中无电流），从而得到电阻的串并联关系。

第二章 电路的等效变换

例2.2-3 求图示电路的等效电阻： R_{ab} ， R_{cd}



解：

$$R_{ab} = (5 + 5) // 15 + 6 = 12\Omega$$

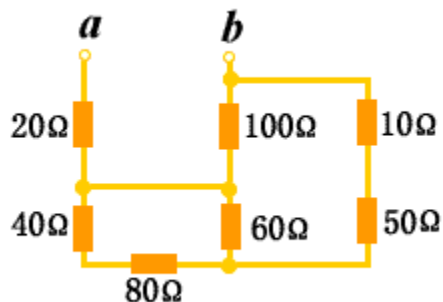
$$R_{cd} = (15 + 5) // 5 = 4\Omega$$

这里，“//”表示两元件并联，其运算规律遵守该类元件并联公式。

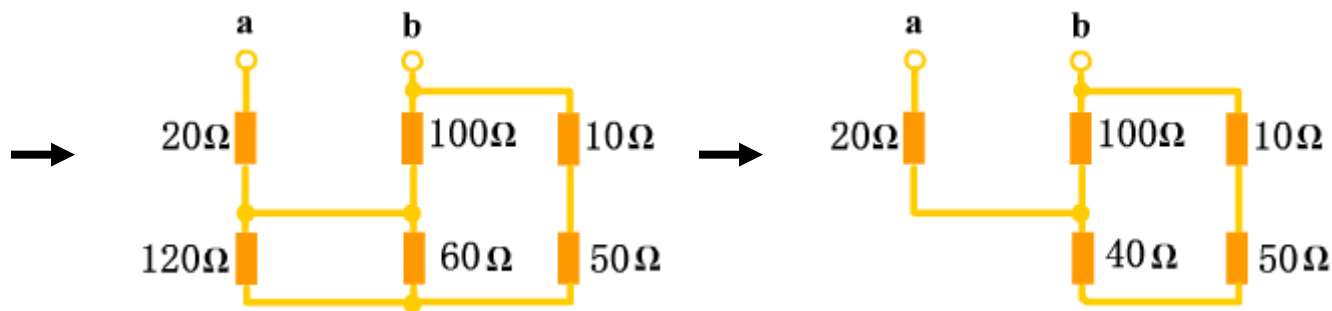
本题的求解说明：等效电阻是针对电路的某两端而言的，否则无意义。

第二章 电路的等效变换

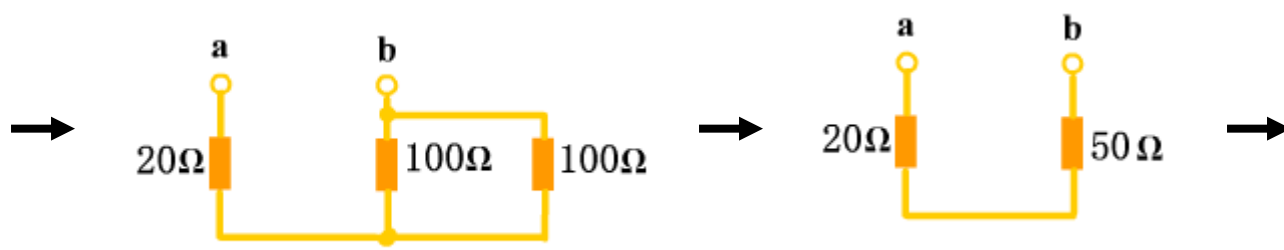
例2.2-4 求图示电路的等效电阻： R_{ab} 。



解：应用电阻串并联等效，原图的等效过程为

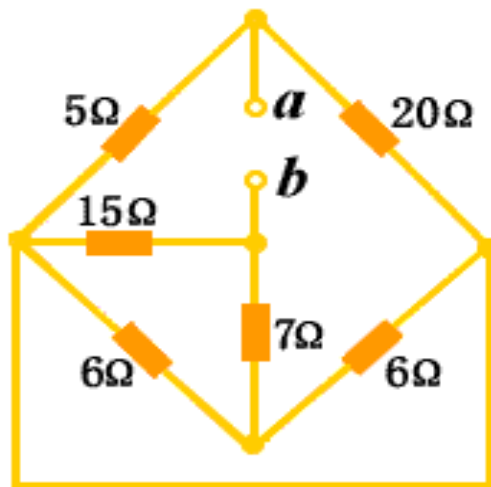


最后得： $R_{ab}=70\Omega$



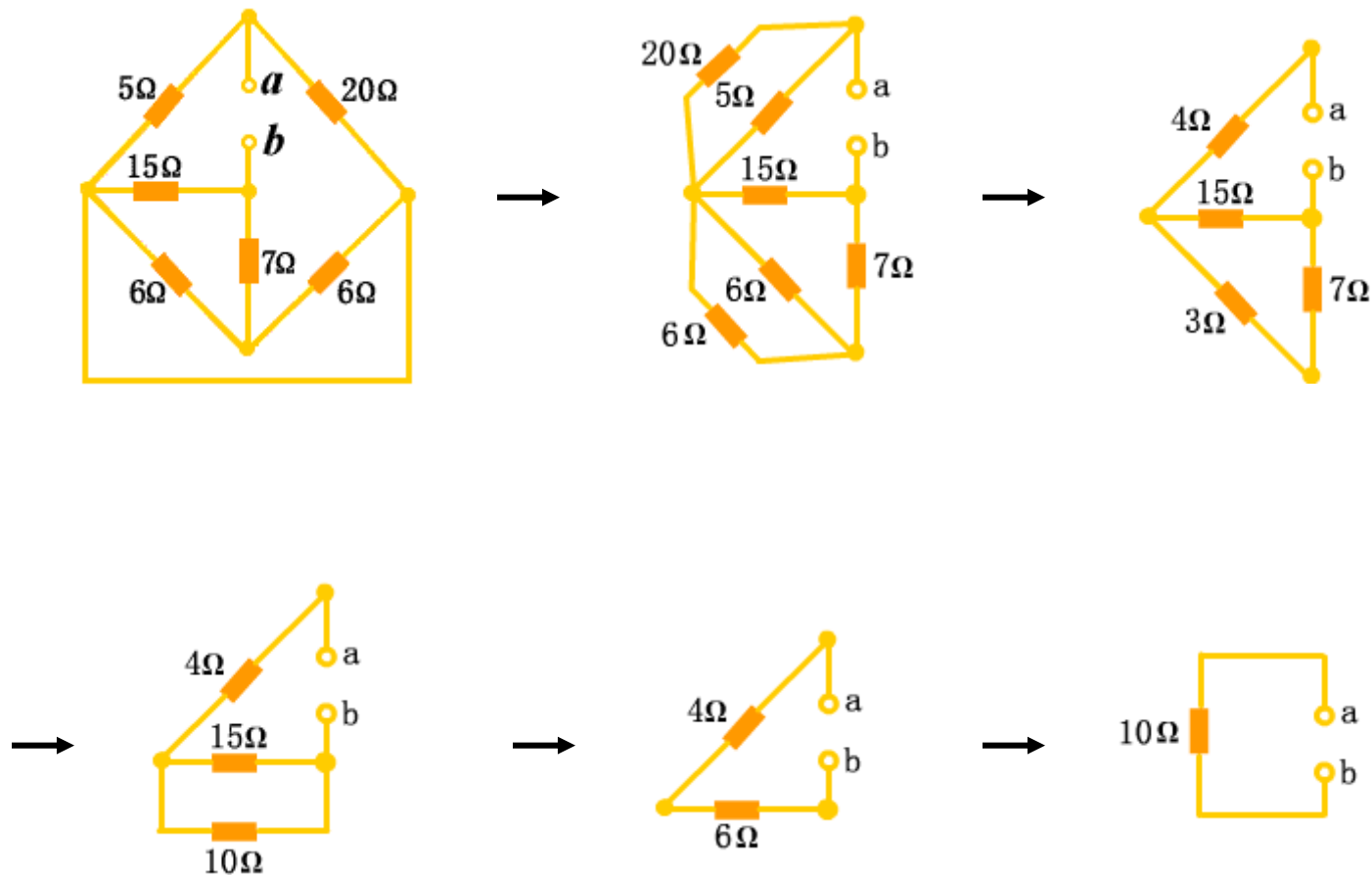
第二章 电路的等效变换

例2.2-5 求图示电路的等效电阻: R_{ab} 。



解：首先缩短无电阻支路，如图示，再进行电阻的串、并联等效，如图示：

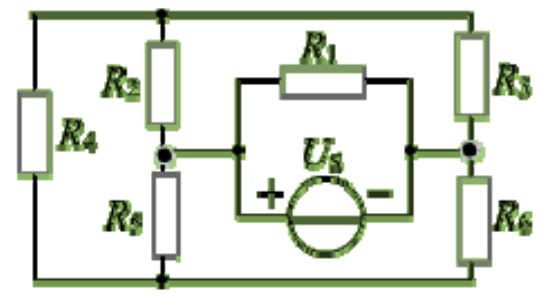
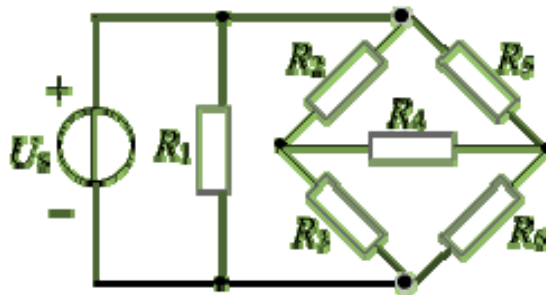
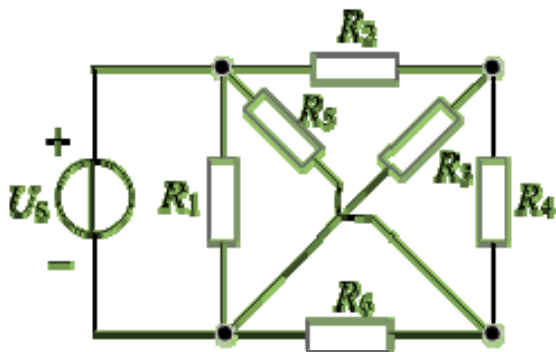
第二章 电路的等效变换



最后得: $R_{ab} = 10\Omega$

第二章 电路的等效变换

在电路学习中，有时同一电路有几种不同画法，只要抓住其各支路与相关联的节点之间的联系，就不难找到各元件在不同电路中的对应位置，如下三个电路图，看似有区别，实际上其联接关系都是相同的。



第二章 电路的等效变换

例 2.2-6 求图 1.6-9(a) 电路 ab 端的等效电阻。

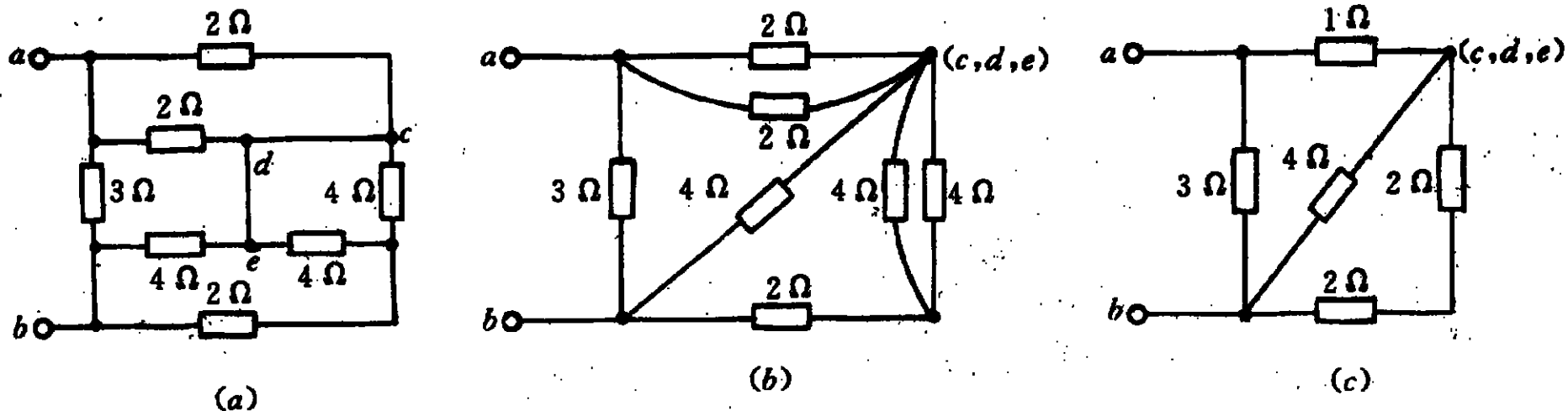


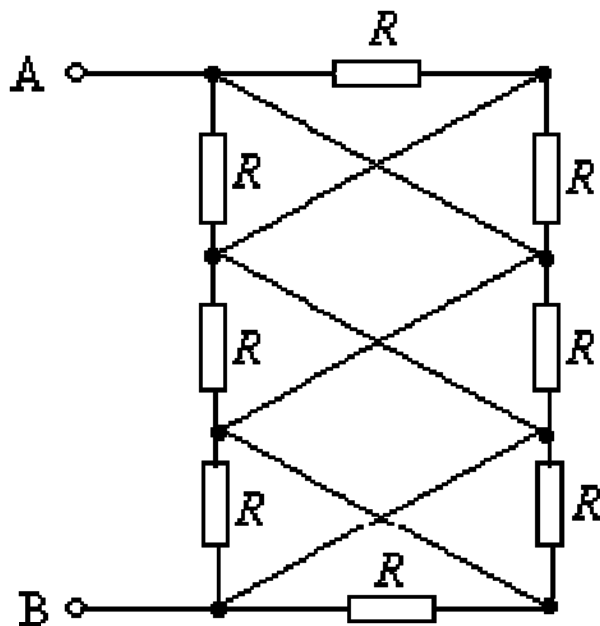
图 2.2-6 例图

解 将短路线压缩， c 、 d 、 e 三个点合为一点，如图 (b)，再将能看出串并联关系的电阻用其等效电阻代替，如图 (c)，由 (c) 图就可方便地求得

$$R_{eq} = R_{ab} = [(2 + 2) // 4 + 1] // 3 = 1.5\Omega$$

第二章 电路的等效变换

例2.2-7 图示电阻连线网络，试求AB间等效电阻 R_{AB} 。

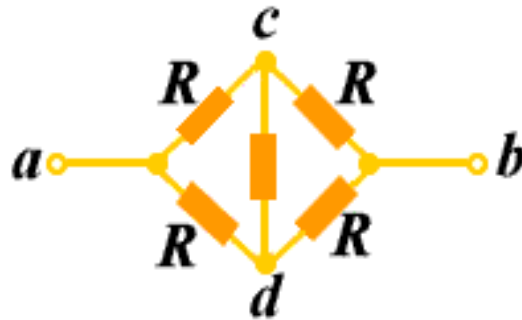


解：

$$R_{AB} = \frac{1}{8} R$$

第二章 电路的等效变换

例2.2-8 求图示电路的等效电阻: R_{ab} 。

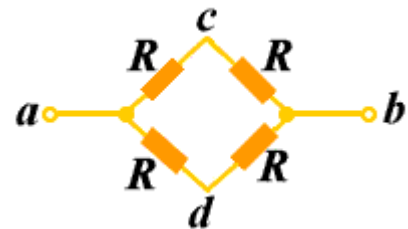


解：图示电路不是串并联电路，不能直接应用串、并联等效方法求解，可采用如下方法：

(1) 电路为对称电路，因此 c 、 d 等电位， c 、 d 间的电阻中无电流，可以断开 c 、 d 支路，如右图所示：

显然

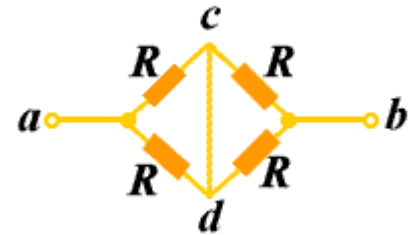
$$R_{ab} = R$$



第二章 电路的等效变换

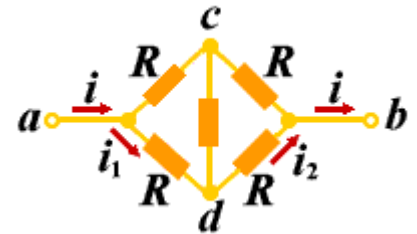
(2) 把c、d支路短路，如右图所示：

显然
$$R_{ab} = R$$



(3) 如右图示，根据电流分配 $i_1 = \frac{1}{2}i = i_2$

所以
则
$$u_{ab} = i_1 R + i_2 R = \left(\frac{1}{2}i + \frac{1}{2}i\right)R = iR$$

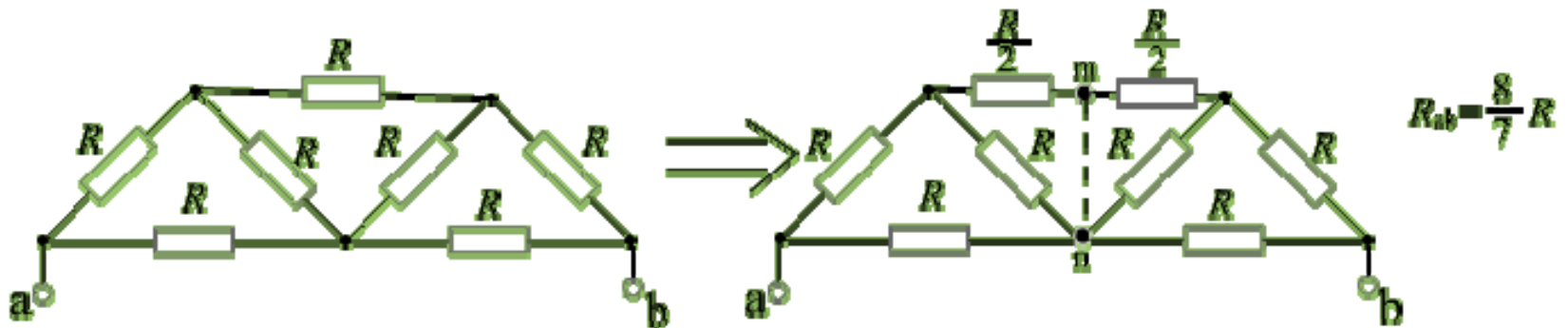


$$R_{ab} = \frac{u_{ab}}{i} = R$$

第二章 电路的等效变换

例2.2-9 求图示电阻电路a、b端的入端电阻 R_{ab}

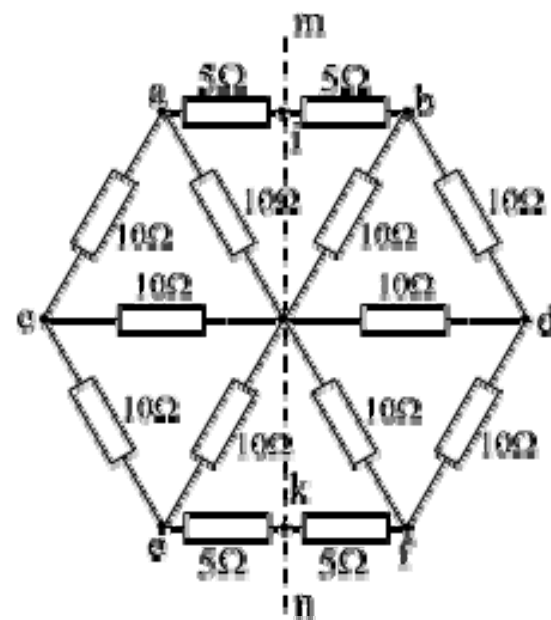
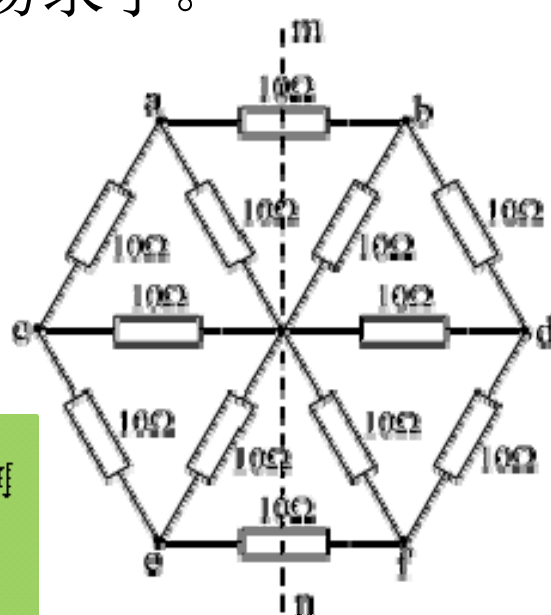
解：如果利用 Δ —Y变换（2.4节介绍）求解不甚简便。观察电路，利用平衡对称网络的特点，将上面的 R 分成两个 $R/2$ 的串联，则图中m、n两点等电位，故求得 R_{ab} 如下：



第二章 电路的等效变换

例2.2-10 如图电路每边电阻均为 10Ω ,求cd端电阻。

解：与cd垂直的中分面mn将该网路分成左右两边完全对称的网络，这样的网络称为平衡对称网络。在平衡对称网络中，与中分面相交的点均为等电位点。例如图中i、j、h三点为等电位点。将这三个等电位点联接在一起，则cd两端钮的等效电阻就很容易求了。



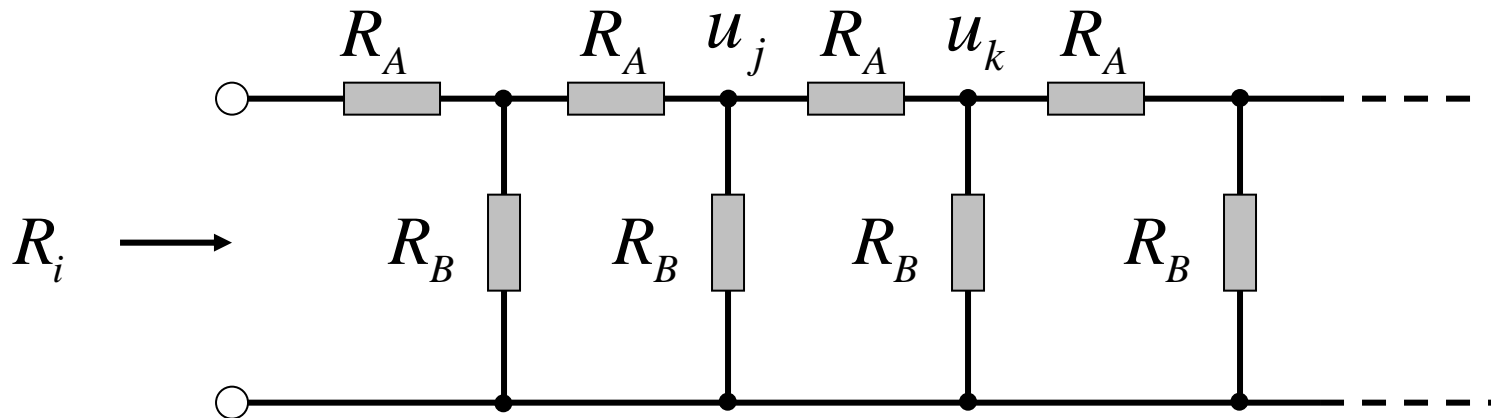
$$\text{令 } R_1 = 10 + \frac{5 \times 10}{5 + 10}, R_2 = 10\Omega, \text{ 则}$$

$$R_{cd} = 2(R_1 // R_2 // R_1)$$

第二章 电路的等效变换

例2.2-11

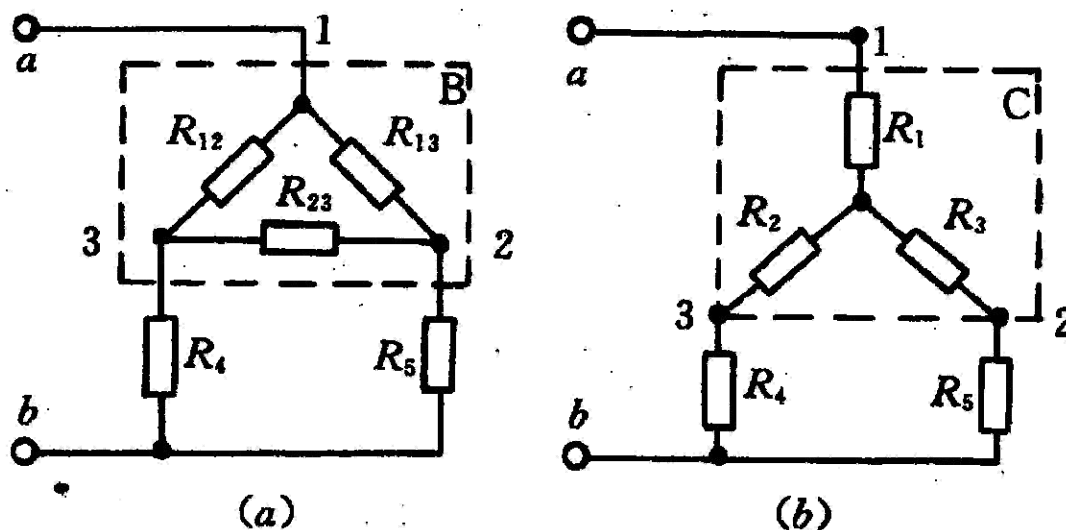
- (a) 求图示无限长链形网络的入端电阻 R_i ；
- (b) 若在端口用一电流源激励，试求任意相邻两点的节点电位之比；
- (c) 若欲使前一个节点的电位 u_j 与后一个节点的电位 u_k 之比为 n ，求 R_A/R_B 是多少？



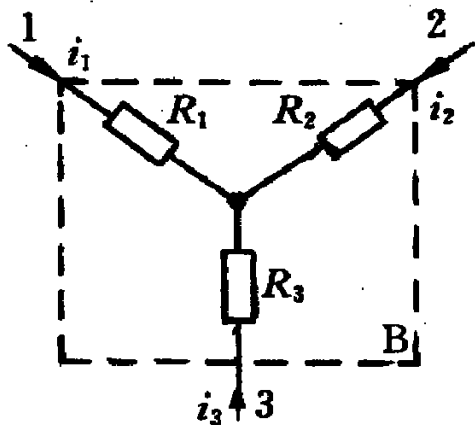
第二章 电路的等效变换

2.4 电阻的 Δ —Y等效变换1. 电阻的 Δ 、Y连接:

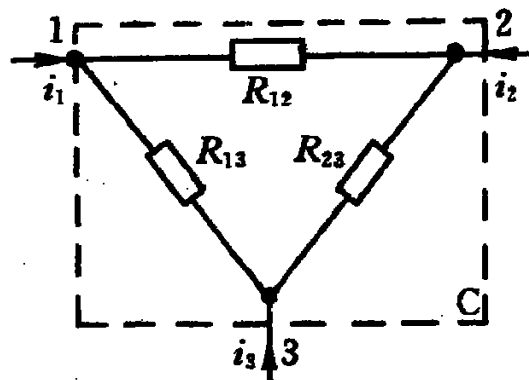
如图所示电路，电路中各个电阻之间既不是串联又不是并联，而是 Δ 、Y连接结构，其中 R_{12} 、 R_{23} 和 R_{31} 构成 Δ 结构(也称 π 形电路)，而 R_1 、 R_2 和 R_3 构成Y结构(也称T形电路)。

图 2.3-1 Δ —Y结构连接的电路

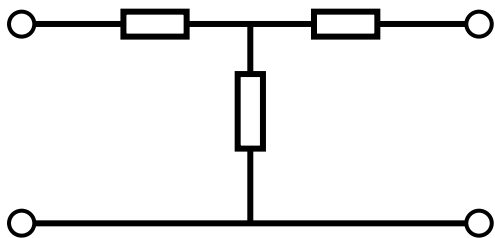
第二章 电路的等效变换



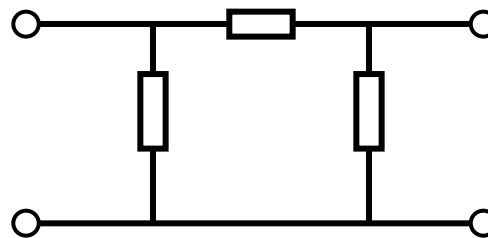
(a) Y形网络

(b) Δ 形网络

Δ , Y 结构的变形:



T形电路 (Y、星 型)

 π 形电路 (Δ 型)图 2.3-2 Y形(T形)、 Δ 形(Π 形)连接电路

第二章 电路的等效变换

图示表明：三个电阻分别接在每两个端钮之间就构成 Δ (π)形电路。三个电阻一端共同连接于一个结点上，而电阻的另一端接到3个不同的端钮上，就构成了Y (T)形电路。因此， Δ 、Y电路为三端电路。这两个电路当它们的电阻满足一定的关系时，能够相互等效变换。

2. Y \rightarrow Δ 等效变换：

所谓Y形电路等效变换为 Δ 形电路，就是已知Y形电路中三个电阻 R_1 、 R_2 、 R_3 ，通过变换公式求出 Δ 形电路中的三个电阻 R_{12} 、 R_{23} 、 R_{31} ，将之接成 Δ 形去代换Y形电路的三个电阻，这就完成了Y形互换等效为 Δ 形的任务。

第二章 电路的等效变换

根据电路的等效条件，为使图（a）和图（b）两电路等效，必须满足如下端口条件：

$$\left. \begin{array}{lll} i_{1\Delta} = i_{1Y} & i_{2\Delta} = i_{2Y} & i_{3\Delta} = i_{3Y} \\ u_{12\Delta} = u_{12Y} & u_{23\Delta} = u_{23Y} & u_{31\Delta} = u_{31Y} \end{array} \right\}$$

可以在两电路3个端子间加相同电压 u_{12} 、 u_{23} 、 u_{31} ，求出两电路3个端子电流表达式，令其对应系数相等得到等效变换关系；或者，对两电路3个端子加相同电流 i_1 、 i_2 、 i_3 ，求出两电路3个端电压表达式，再令其系数相等得到变换关系。

这里采用前一方式求解，设在两个电路3个端子间施加相同的电压 u_{12} 、 u_{23} 、 u_{31} ，下面分别求 Δ 、Y电路3个端子电流表达式。

第二章 电路的等效变换

对于 Δ 连接电路，由 **KCL**、电阻元件**VCR**可知端子电流分别为

$$\left. \begin{aligned} i_1' &= i_{12} - i_{31} = \frac{u_{12}}{R_{12}} - \frac{u_{31}}{R_{31}} \\ i_2' &= i_{23} - i_{12} = \frac{u_{23}}{R_{23}} - \frac{u_{12}}{R_{12}} \\ i_3' &= i_{31} - i_{23} = \frac{u_{31}}{R_{31}} - \frac{u_{23}}{R_{23}} \end{aligned} \right\} \quad (2.3-1)$$

第二章 电路的等效变换

对于Y连接电路，由 KCL、KVL，

$$\left. \begin{aligned} i_1 + i_2 + i_3 &= 0 \\ R_1 i_1 - R_2 i_2 &= u_{12} \\ R_2 i_2 - R_3 i_3 &= u_{23} \\ R_3 i_3 - R_1 i_1 &= u_{31} \end{aligned} \right\}$$

由KCL方程和KVL方程中任意2个联立，解出端子电流，

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= \frac{R_3 u_{12}}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1} - \frac{R_2 u_{31}}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1} \\ i_2 &= \frac{R_1 u_{23}}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1} - \frac{R_1 u_{12}}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1} \\ i_3 &= \frac{R_2 u_{31}}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1} - \frac{R_1 u_{23}}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1} \end{aligned} \right\} \quad (2.3-2)$$

第二章 电路的等效变换

由于不论 u_{12} 、 u_{23} 、 u_{31} 为何值，两个等效电路对应端子电流均相等，故式 (2.4-1)、 (2.4-2)中电压 u_{12} 、 u_{23} 、 u_{31} 前面的系数应该对应相等。于是得到，

$$\left. \begin{aligned} R_{12} &= \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_3} \\ R_{23} &= \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_1} \\ R_{31} &= \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_2} \end{aligned} \right\} \quad (2.4-3) \quad \left. \begin{aligned} G_{12} &= \frac{G_1 G_2}{G_1 + G_2 + G_3} \\ G_{23} &= \frac{G_2 G_3}{G_1 + G_2 + G_3} \\ G_{31} &= \frac{G_3 G_1}{G_1 + G_2 + G_3} \end{aligned} \right\}$$

(2.4-3)式就是由Y形连接变换等效为 Δ 形连接的变换公式。

第二章 电路的等效变换

3. $\Delta \rightarrow Y$ 等效变换:

所谓 Δ 形电路等效变换为Y形电路，就是已知 Δ 形电路中三个电阻 R_{12} 、 R_{23} 、 R_{31} ，通过变换公式求出Y形电路中的三个电阻 R_1 、 R_2 、 R_3 ，将之接成Y形去代换 Δ 形电路中的三个电阻，这就完成了 Δ 形互换等效为Y形的任务。

只需将(2.4-3)式中 R_{12} 、 R_{23} 、 R_{31} 看作已知， R_1 、 R_2 、 R_3 看作未知，便可得出Y形电路等效变换为 Δ 形电路的变换公式：

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= \frac{R_{12}R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \\ R_2 &= \frac{R_{23}R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \\ R_3 &= \frac{R_{31}R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \end{aligned} \right\} \quad (2.4-4)$$

$$\text{or} \quad \left. \begin{aligned} G_1 &= \frac{G_{12}G_{23} + G_{23}G_{31} + G_{31}G_{12}}{G_{23}} \\ G_2 &= \frac{G_{23}G_{31} + G_{31}G_{12} + G_{12}G_{23}}{G_{31}} \\ G_3 &= \frac{G_{31}G_{12} + G_{12}G_{23} + G_{23}G_{31}}{G_{12}} \end{aligned} \right\}$$

第二章 电路的等效变换

简记方法：

$$\mathbf{Y} \rightarrow \Delta: \quad G_{\Delta} = \frac{\text{Y形相邻电导之积}}{\sum G_Y} \quad (2.3-5)$$

$$\Delta \rightarrow \mathbf{Y}: \quad R_Y = \frac{\Delta\text{形相邻电阻之积}}{\sum R_{\Delta}} \quad (2.3-6)$$

特例：若三个电阻相等(对称)，则有：

$$R_Y = \frac{1}{3} R_{\Delta} \quad (2.3-7)$$

第二章 电路的等效变换

注意点：

(1) Δ — Y 电路的等效变换属于多端子电路的等效，在应用中，除了正确使用电阻变换公式计算各电阻值外，还必须正确连接各对应端子。

(2) 等效是对外部(端钮以外)电路有效，对内不成立。

(3) 等效电路与外部电路无关。

(4) 等效变换用于简化电路，因此注意不要把本是串并联的问题看作 Δ 、 Y 结构进行等效变换，那样会使问题的计算更复杂。

第二章 电路的等效变换

例 2.3-1 如图 2.3-3(a)电路, 求负载电阻 R_L 上消耗的功率 P_L 。

解 本例电路中各电阻之间既不是串联又不是并联, 而是 Π -T 形结构连接。应用 Π 、T 互换将 (a) 图等效为 (b) 图, 再应用电阻串联等效及 Π 、T 互换等效为 (c) 图。在 (c) 图中, 应用分流公式, 得

$$I_L = \frac{(10 + 40)}{(10 + 40) + (10 + 40)} \times 2 = 1A$$

$$P_L = P_L I_L^2 = 40 \times 1^2 = 40W$$

第二章 电路的等效变换

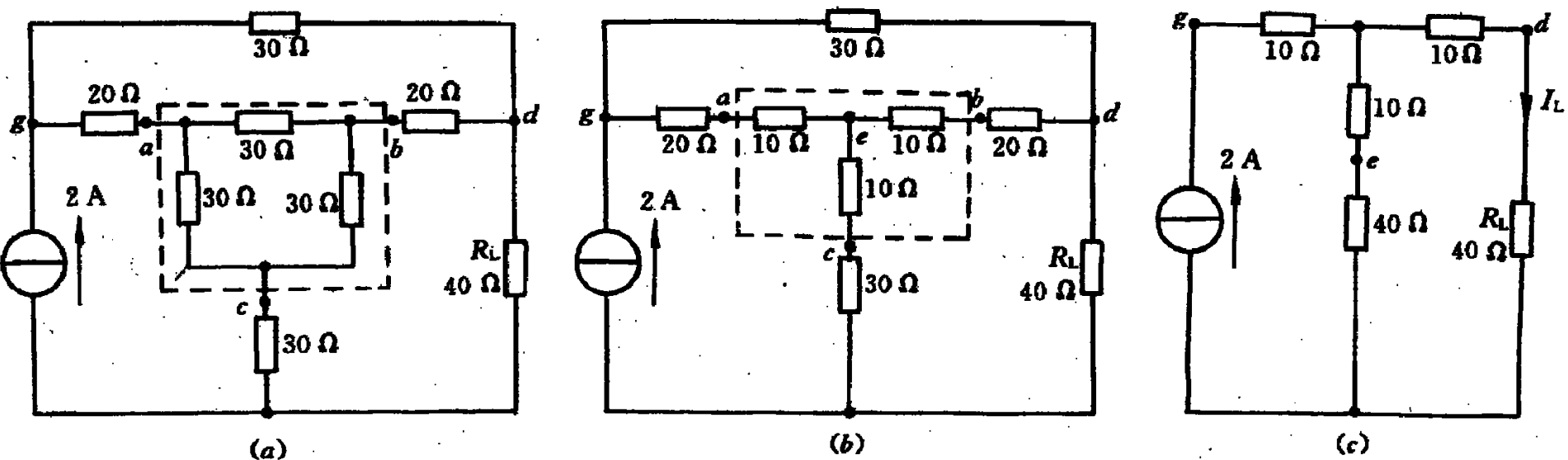


图 2.3-3 例 2.3-1 用图

第二章 电路的等效变换

2.5 电压源、电流源的串联和并联

电压源、电流源的串联和并联问题的分析是以电压源和电流源的定义及外特性为基础，结合电路等效的概念进行的。

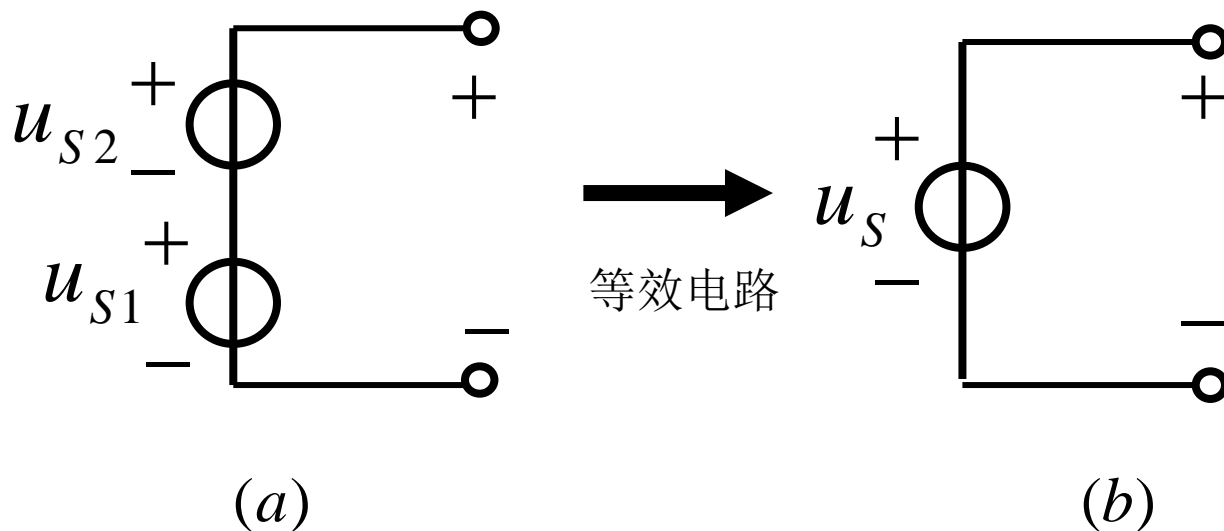
一、理想电压源的串联和并联

1. 串联

n个电压源的串联，根据**KVL**得总电压为：

$$u_s = u_{s1} + u_{s2} + \cdots + u_{sn} = \sum_{k=1}^n u_{sk}$$

第二章 电路的等效变换



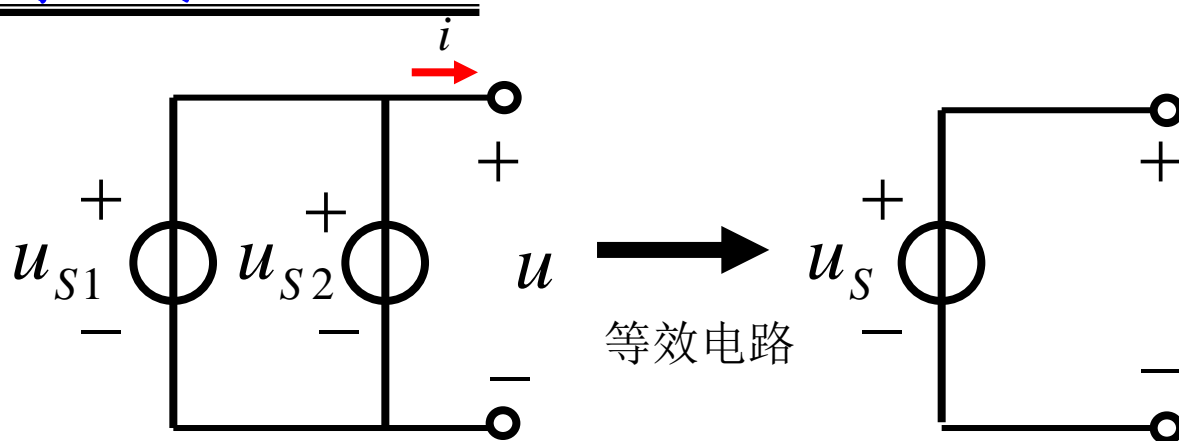
注意： 式中 $u_{sk}(t)$ 的参考方向与 $u_s(t)$ 的参考方向一致时， $u_{sk}(t)$ 在式中取“+”号，不一致时取“-”号。

根据电路等效的概念，可以用图 (b) 所示电压为 u_s 的单个电压源等效替代图 (a) 中的 n 个串联的电压源。等效源的端电压等于相串联理想电压源端电压的代数和。

通过电压源的串联可以得到一个高的输出电压。

第二章 电路的等效变换

2. 并联



图示为**2**个电压源的并联，根据**KVL**得：

$$u_s = u_{s1} = u_{s2}$$

上式说明**只有电压相等且极性一致的电压源才能并联**，此时并联电压源的对外特性与单个电压源一样，根据电路等效概念，可以用**(b)**图的单个电压源替代**(a)**图的电压源并联电路。

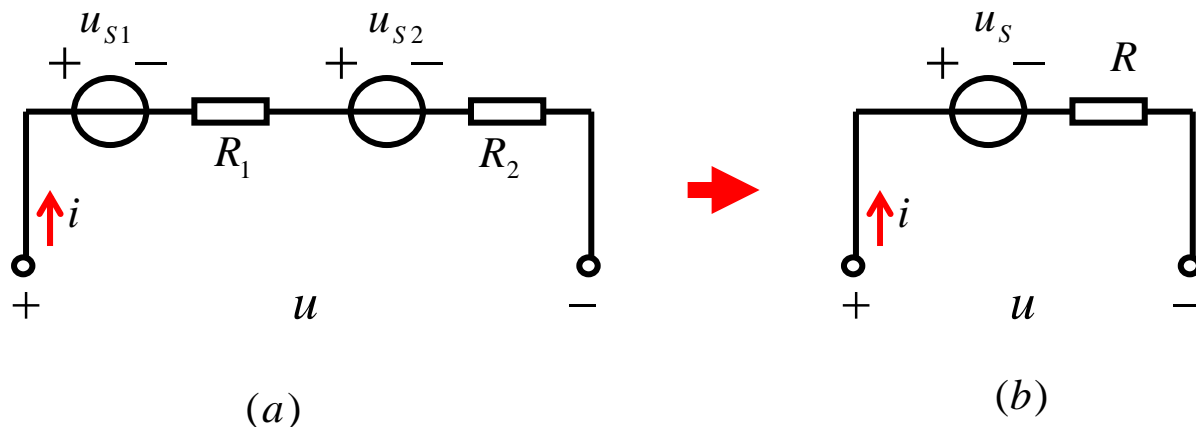
注意：（1）不同值或不同极性的电压源是不允许并联的，否则违反**KVL**。

（2）电压源并联时，每个电压源中的电流是不确定的。

第二章 电路的等效变换

二、理想电压源与支路的串、并联等效

1. 串联



图(a)为2个电压源和电阻支路的串联，根据**KVL**得端口电压、电流关系为：

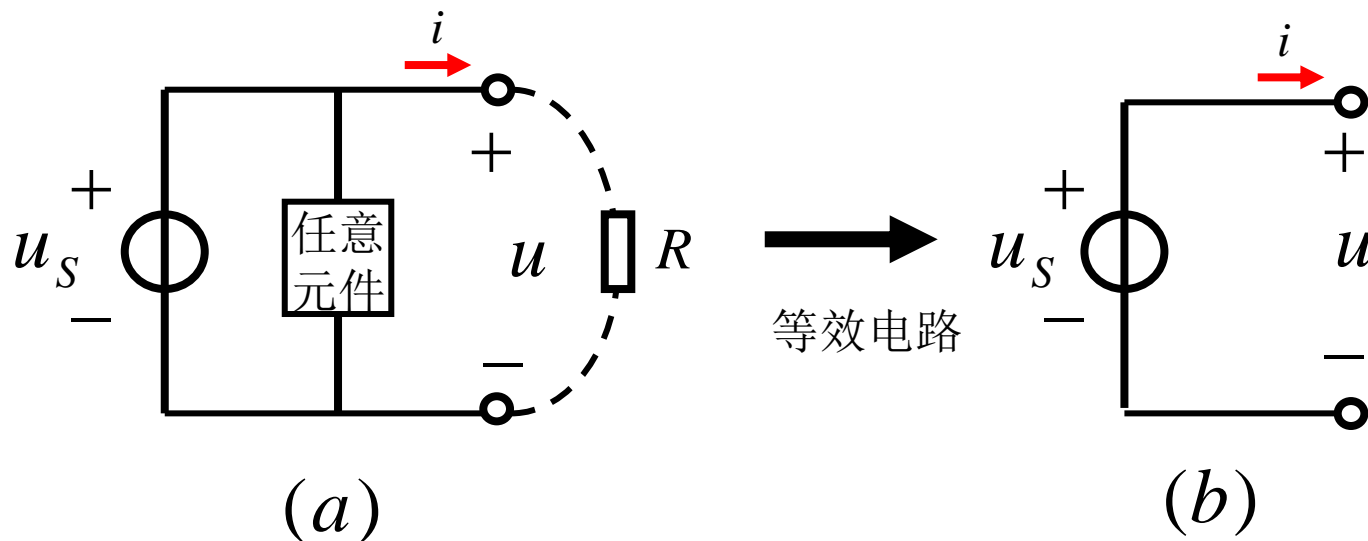
$$u = u_{s1} + R_1 i + u_{s2} + R_2 i = (u_{s1} + u_{s2}) + (R_1 + R_2) i = u_s + R i$$

根据电路等效的概念，图(a)电路可以用图(b)所示电压为 u_s 的单个电压源和电阻为 R 的单个电阻的串联组合等效替代图(a)，其中

$$u_s = u_{s1} + u_{s2}, \quad R = R_1 + R_2$$

第二章 电路的等效变换

2. 并联



图(a)为电压源和任意元件(当然也包含理想电流源元件)的并联, 设外电路接电阻 R , 根据**KVL**和**VCR**得端口电压、电流为:

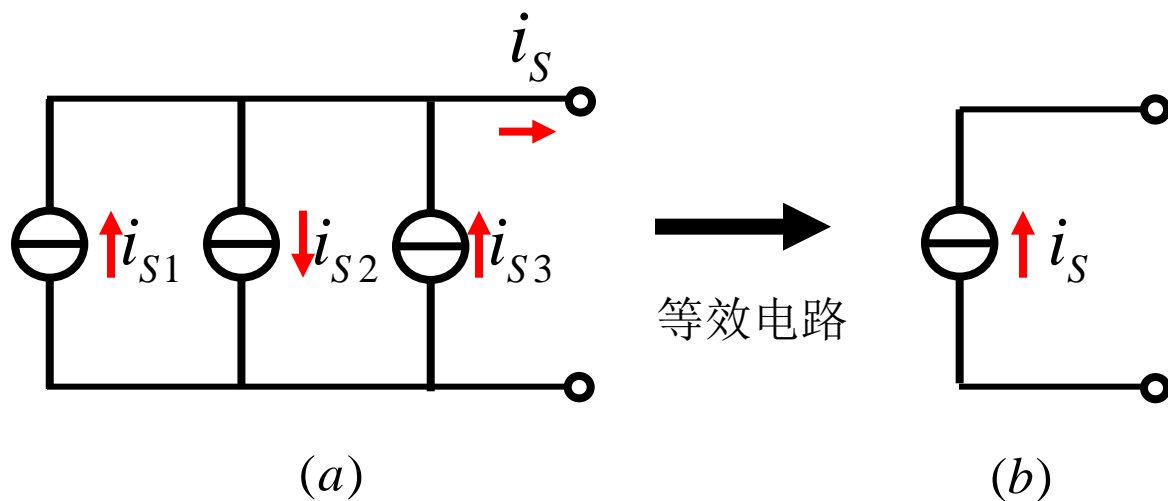
$$u = u_s, \quad i = \frac{u}{R}$$

即: 端口电压、电流只由电压源和外电路决定, 与并联的元件无关, 对外特性与图(b)所示电压为 u_s 的单个电压源一样。因此, 电压源和任意元件并联就等效为电压源。

第二章 电路的等效变换

三、理想电流源的串联和并联

1. 并联



KCL:
$$i_s = i_{s1} - i_{s2} + i_{s3}$$

第二章 电路的等效变换

对于**n**个电流源的并联，根据**KCL**得总电流为：

$$i_s = i_{s1} + i_{s2} + \cdots + i_{sn} = \sum_{k=1}^n i_{sk}$$

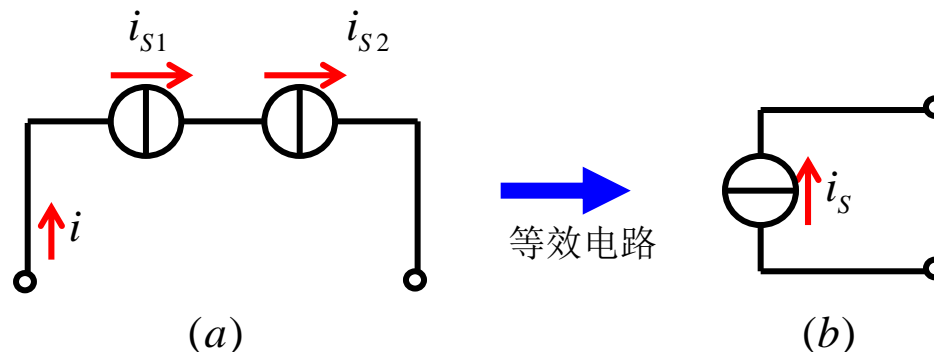
注意：式中 i_{sk} 的参考方向与 i_s 的参考方向一致时， i_{sk} 在式中取“+”号，不一致时取“-”号。

根据电路等效的概念，可以用图(b)所示电流为 i_s 的单个电流源等效替代图(a)中的**n**个并联的电流源。等效源的输出电流等于相并联理想电流源输出电流的代数和。

通过电流源的并联可以得到一个大的输出电流。

第二章 电路的等效变换

2. 串联



图示为2个电流源的串联，根据KCL得：

$$i_s = i_{s1} = i_{s2}$$

上式说明只有电流相等且输出电流方向一致的电流源才能串联,此时串联电流源的对外特性与单个电流源一样，根据电路等效概念，可以用(b)图的单个电流源替代(a)图的电流源串联电路。

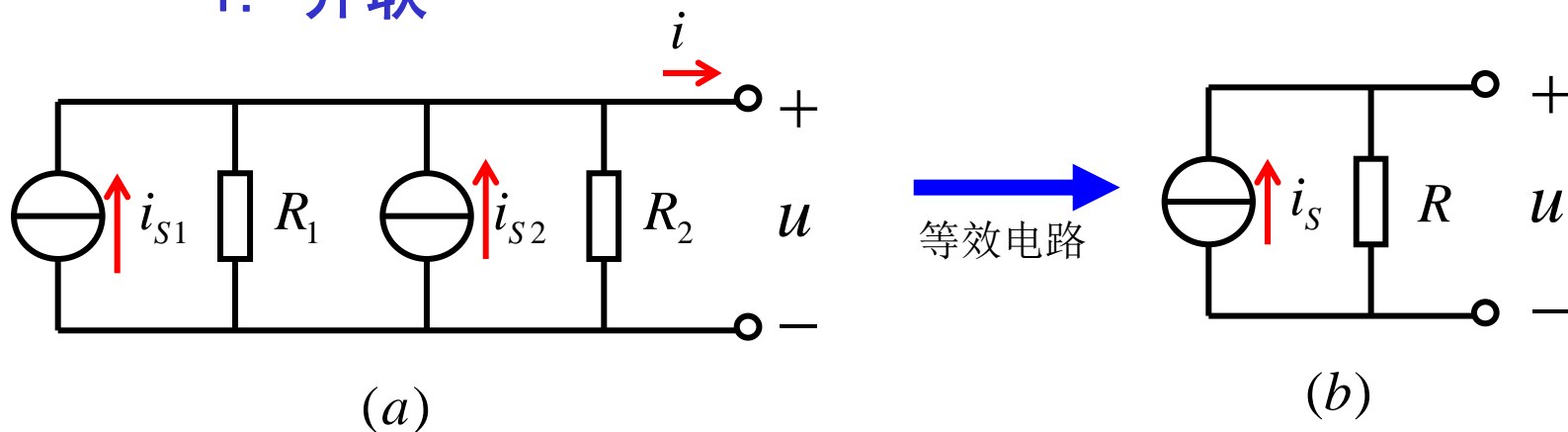
注意：

- (1) 不同值或不同流向的电流源是不允许串联的，否则违反KCL。
- (2) 电流源串联时，每个电流源上的电压是不确定的。

第二章 电路的等效变换

四、理想电流源与支路的串、并联等效

1. 并联



图(a)为2个电流源和电阻支路的并联，根据KCL得端口电压、电流关系为：

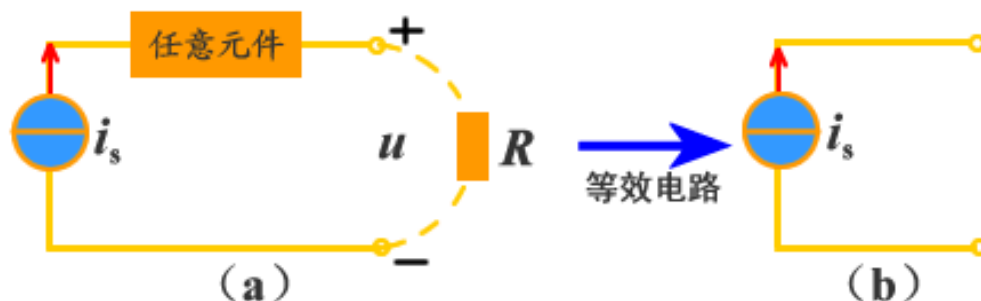
$$i = i_{s1} - u / R_1 + i_{s2} - u / R_2 = (i_{s1} + i_{s2}) - (1 / R_1 + 1 / R_2)u = i_s - u / R$$

第二章 电路的等效变换

上式说明图(a)电路的对外特性与图(b)所示电流为 i_s 的单个电流源和电阻为 R 的单个电阻的并联组合一样，因此，图(a)可以用图(b)等效替代，其中

$$i_s = i_{s1} + i_{s2}, \quad \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

2. 串联



图(a)为电流源和任意元件(当然也包含理想电压源)的串联，设外电路接电阻 R ，

第二章 电路的等效变换

根据KVL和欧姆定律得端口电压、电流为：

$$i = i_s, \quad u = Ri_s$$

即：端口电压、电流只由电流源和外电路决定，与串联的元件无关，对外特性与图(b)所示电流为 i_s 的单个电流源一样。因此，电流源和任意元件串联就等效为电流源。

第二章 电路的等效变换

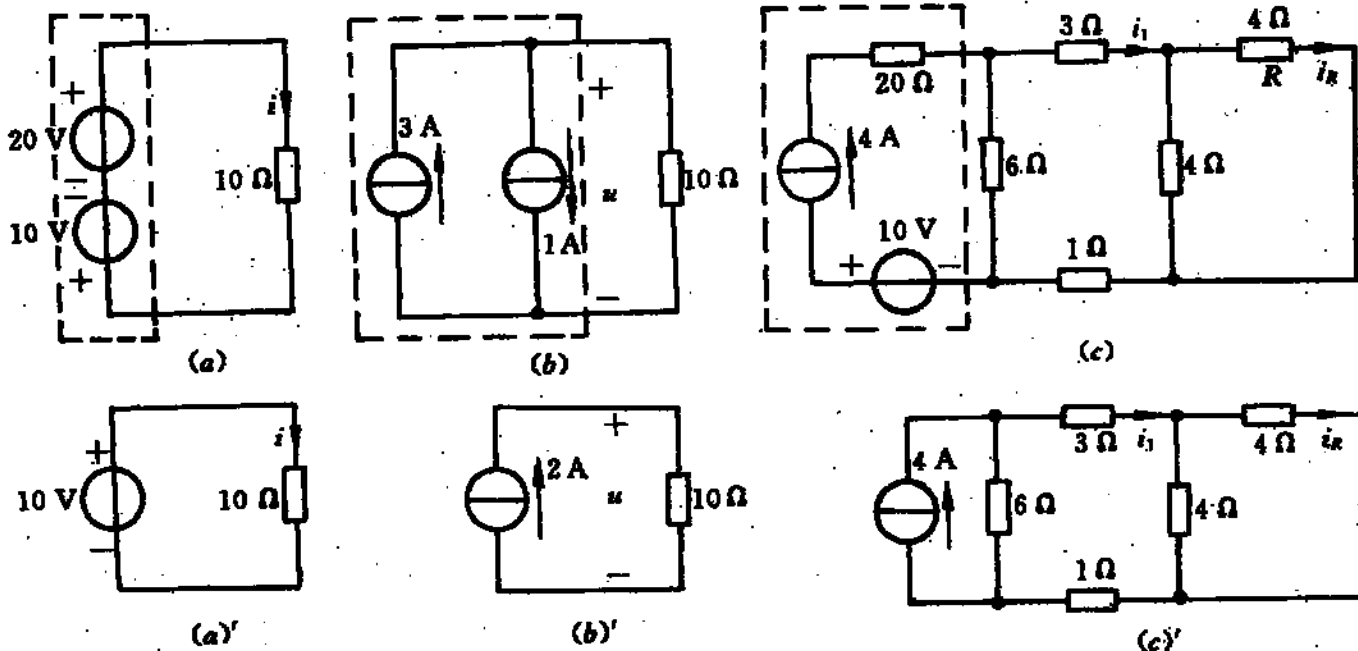
结论：

- 1、电压源串联：可等效为一个电压源，该电压源电压为串联的各电压源电压之代数和；
- 2、电压源与支路并联：支路相当于开路；
- 3、电流源并联：可等效为一个电流源，该电流源电流为并联的各电流源电流之代数和；
- 4、电流源与支路串联：支路相当于短路。

第二章 电路的等效变换

例2.4-1 图 2.4-1 所示电路，求：

- (1) 图(a)中电流 i ;
- (2) 图(b)中电压 u ;
- (3) 图(c)中 R 上消耗的功率 p_R 。



第二章 电路的等效变换

解(1) 将(a)图虚线框部分等效为一个理想电压源, 如(a)' 图所示。由(a)' 图得

$$i = \frac{10}{10} = 1A$$

(2) 将(b)图虚线框部分等效为一个理想电流源, 如(b)' 图所示。由(b)' 图得

$$u = 2 \times 10 = 20V$$

第二章 电路的等效变换

(3) 将(c)图中虚线部分等效为**4A**理想电流源，如(c)'图所示。在(c)'中，应用并联分流公式(注意分流两次)，得

$$i_1 = \frac{6}{6 + [3 + 4 // 4 + 1]} \times 4 = 2A$$

$$i_R = \frac{4}{4 + 4} \times i_1 = \frac{1}{2} \times 2 = 1A$$

所以电阻 **R** 上消耗的功率

$$p_R = Ri_R^2 = 4 \times 1^2 = 4W$$

第二章 电路的等效变换

2.6 实际电源的两种模型及其等效变换 —电源变换原理

一、实际电源的两种模型

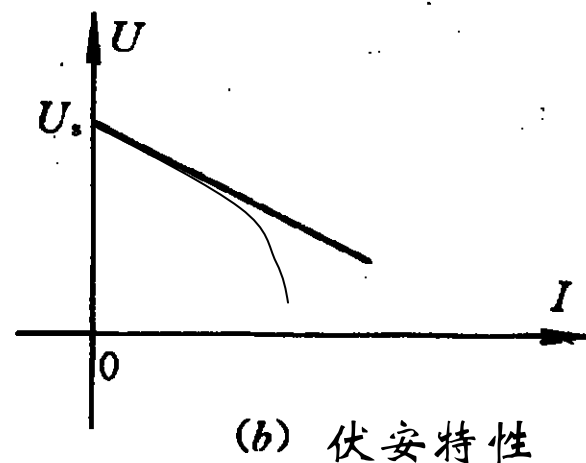
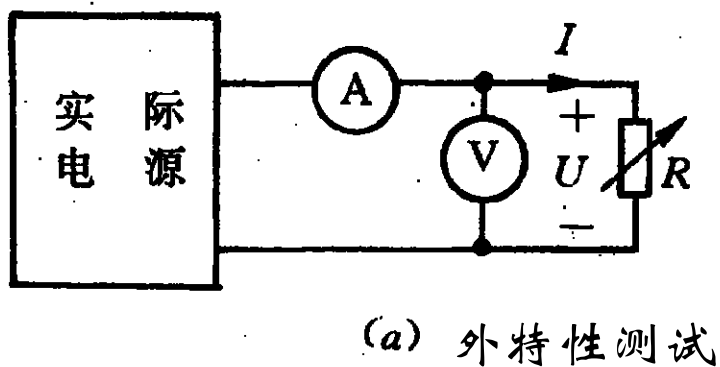


图 2.5-1 实际电源

第二章 电路的等效变换

$$U = U_s - R_s I$$

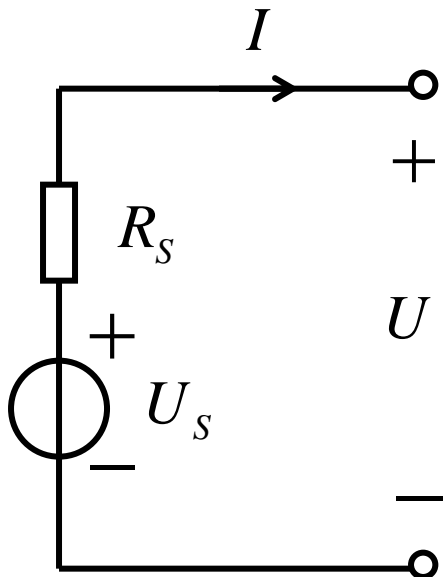
式两端同除以 R_s ，并经移项整理，得

$$I = \frac{U_s}{R_s} - \frac{U}{R_s}$$

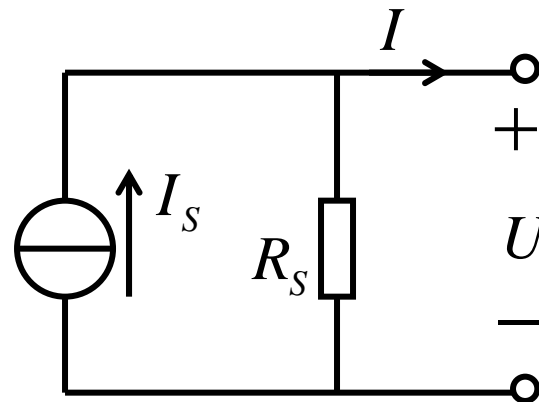
令 $I_s = U_s / R_s$ 并代入上式，得

$$I = I_s - \frac{U}{R_s}$$

第二章 电路的等效变换



(a) 电压源组合模型



(b) 电流源组合模型

图 2.5-2 实际电源的两种模型

第二章 电路的等效变换

二、电压源、电流源组合模型互换等效

电压源组合模型、电流源组合模型之间可以进行等效变换。

由电压源组合模型得输出电压 u 和输出电流 i 满足关系：

$$u = u_s - R_s i$$

由电流源组合模型得输出电压 u 和输出电流 i 满足关系：

$$i = i_s - \frac{u}{R_s}$$

比较以上两式，如令：

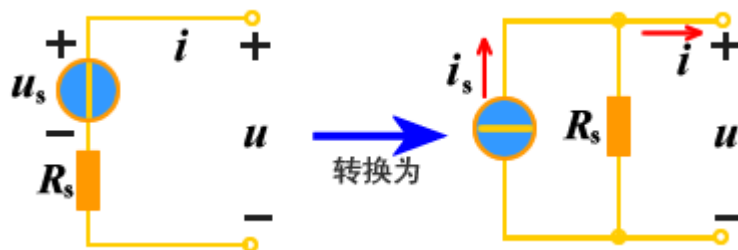
$$u_s = R_s i_s$$

则电压源组合模型和电流源组合模型的输出特性将完全相同。因此，根据电路等效的概念，当上述两式满足时，电压源组合模型和电流源组合模型可以等效变换。

第二章 电路的等效变换

变换的过程为：

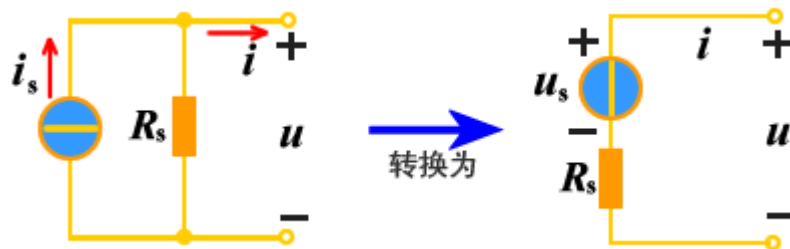
电压源变换为电流源：



其中

$$i_s = u_s / R_s$$

电流源变换为电压源：



其中

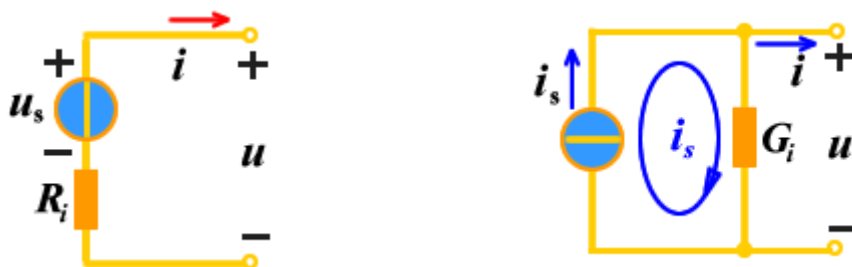
$$u_s = R_s i_s$$

第二章 电路的等效变换

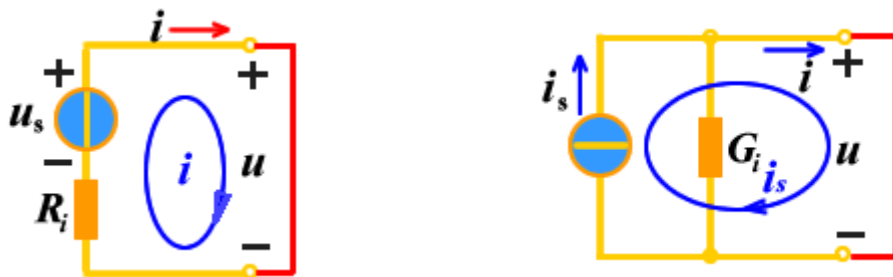
应用电源互换等效分析电路问题时需要注意的是：

(1) 变换关系，即要满足上述参数间的关系，还要满足方向关系：电流源电流方向与电压源电压方向相反。

(2) 电源互换是电路等效变换的一种方法。这种等效是对电源以外部分的电路等效，对电源内部电路是不等效的。表现为：如图示



开路的电压源中无电流流过 R_i ；开路的电流源可以有电流流过并联电导 G_i 。



电压源短路时，电阻中 R_i 有电流；电流源短路时，并联电导 G_i 中无电流。

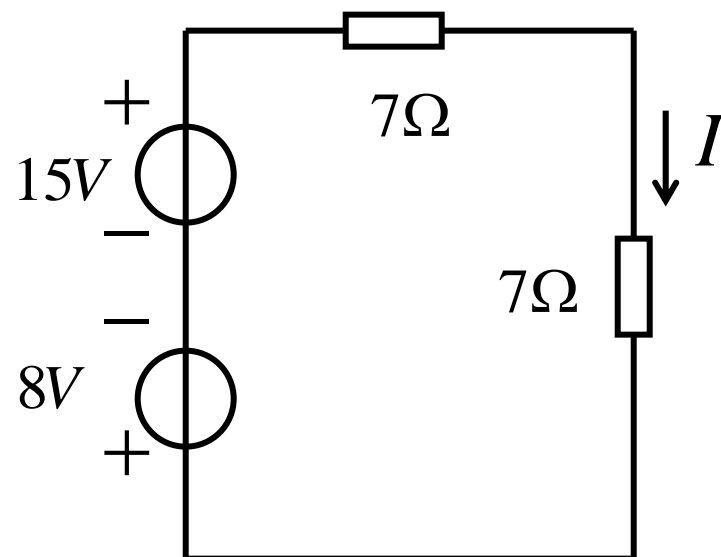
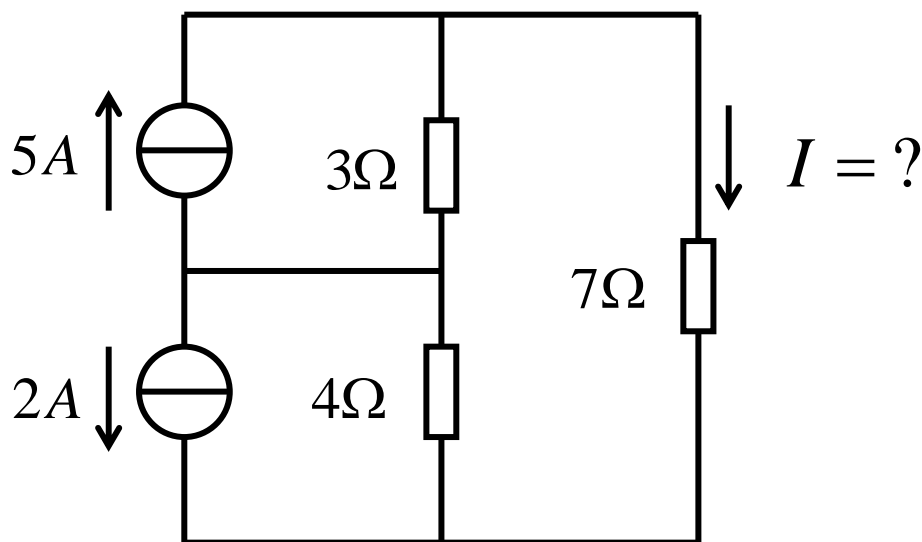
第二章 电路的等效变换

(3) 有内阻 R_s 的实际电源，它的电压源组合模型与电流源组合模型之间可以互换等效；理想的电压源与理想的电流源之间不能相互转换，因为这两种理想电源定义本身是相互矛盾的，二者不会有相同的VCR。

(4) 电源等效互换的方法可以推广运用，如果理想电压源与外接电阻串联，可把外接电阻看作内阻，即可互换为电流源形式；如果理想电流源与外接电阻并联，可把外接电阻看作内阻，互换为电压源形式。电源互换等效在推广应用中要特别注意等效端子。

第二章 电路的等效变换

例2.5-1 利用电源等效互换简化电路计算图示电路中的电流 I 。



解：

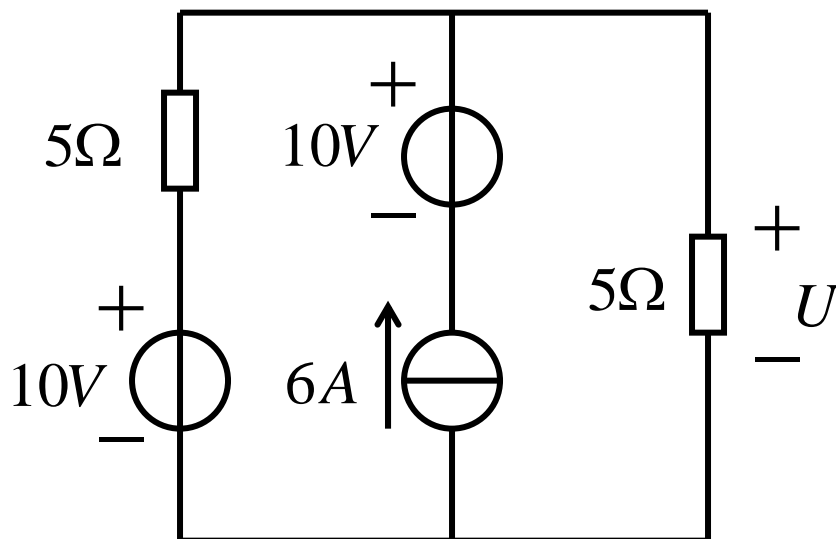
把图中电流源和电阻的并联组合变换为电压源和电阻的串联组合(注意电压源的极性)

从**KVL**可解得：

$$I = \frac{15 - 8}{14} = 0.5A$$

第二章 电路的等效变换

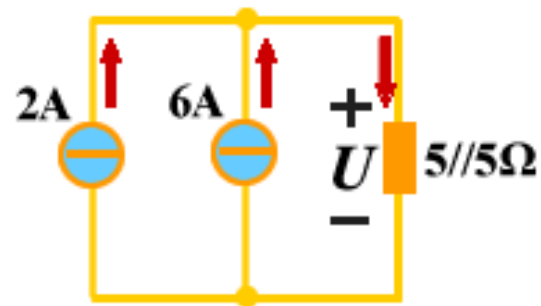
例2.5-2： 利用电源等效互换计算图示电路中的电压 U 。



解：把 5Ω 电阻作为外电路， 10V 电压源和 5Ω 电阻的串联变换为 2A 电流源和 5Ω 电阻的并联， 6A 电流源和 10V 电压源的串联等效为 6A 电流源，如图所示。

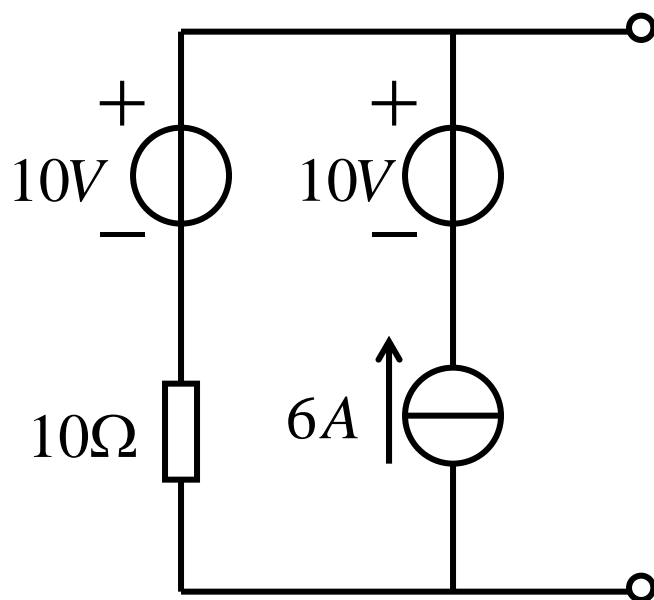
则

$$U = (2 + 6) \times (5 // 5) = 20\text{V}$$

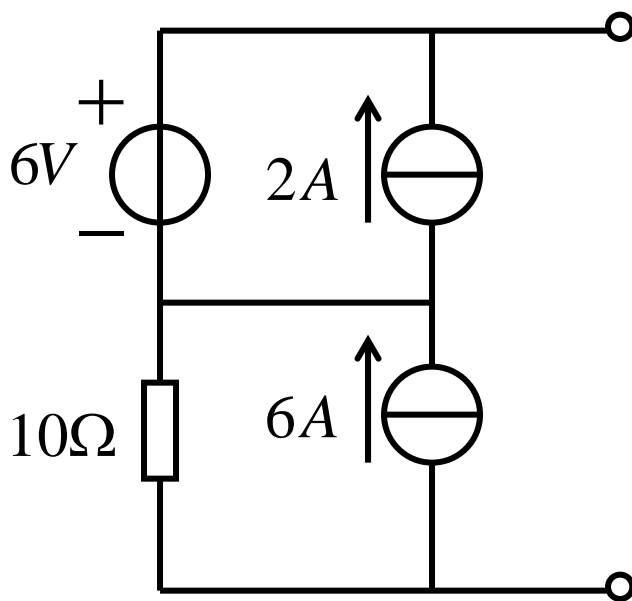


第二章 电路的等效变换

例2.5-3： 把图示电路转换成一个电压源和一个电阻的串联组合。



(a)

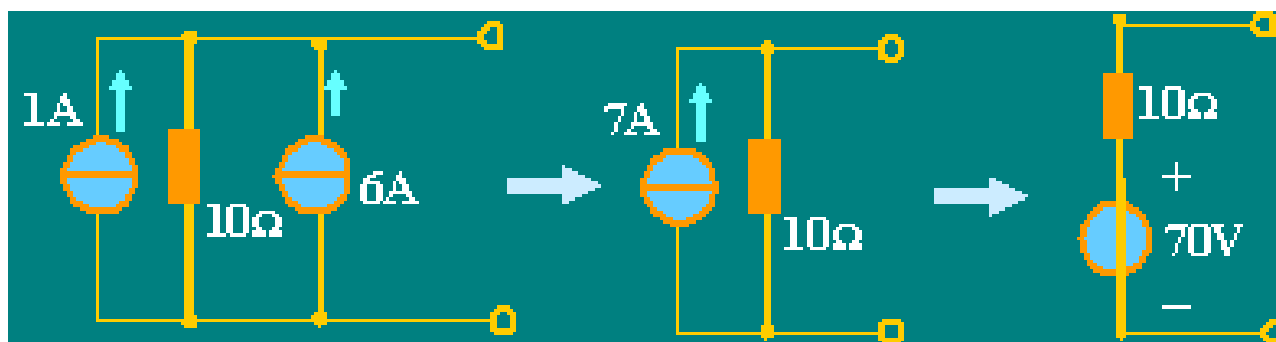


(b)

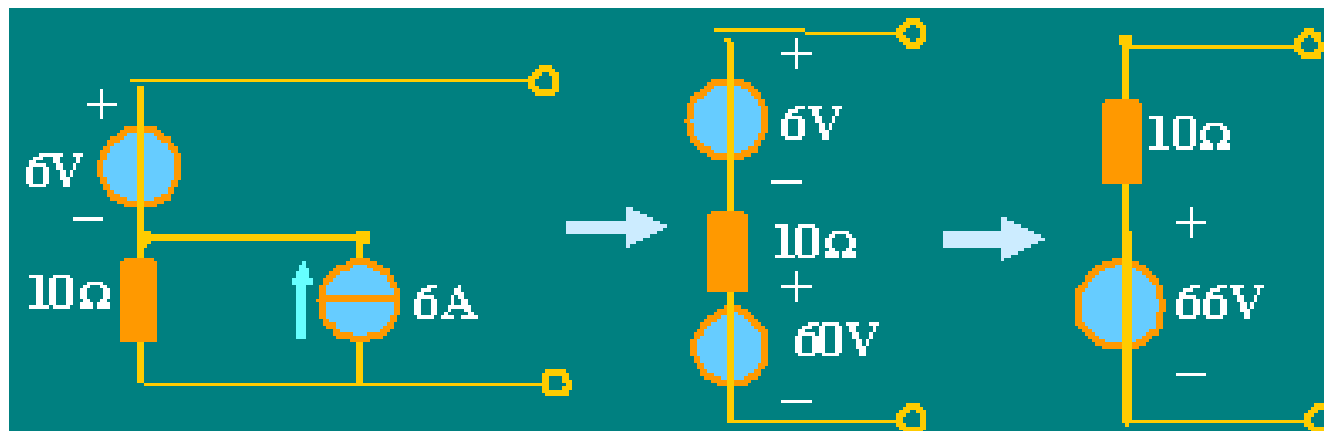
第二章 电路的等效变换

解：

图a电路的转换过程如下图所示：

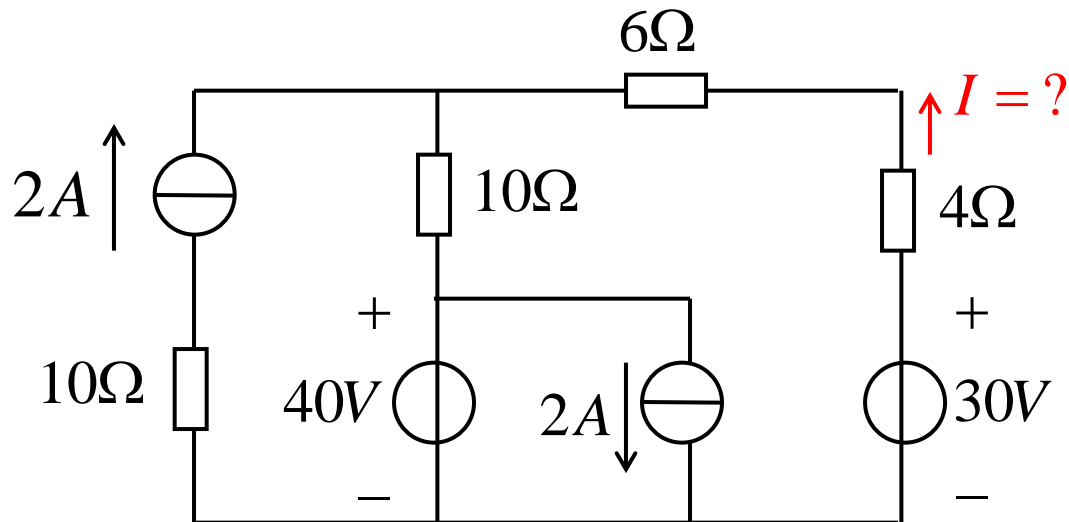


图b电路的转换过程如下图所示：

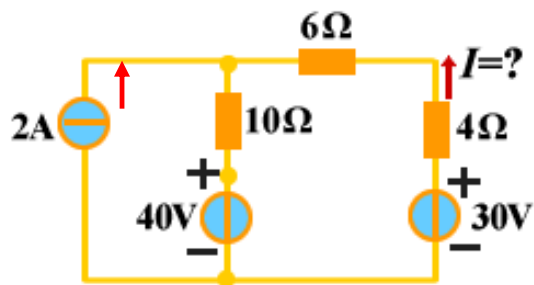


第二章 电路的等效变换

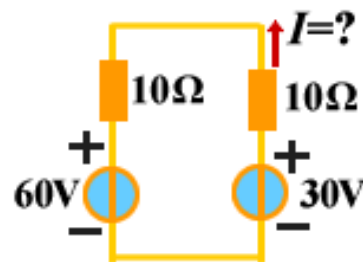
例2.5-4：计算图示电路中的电流 I 。



解：利用电源等效变换，把电路依次转换为图（a）和（b）



(a)



(b)

因此

$$I = \frac{30 - 60}{20} = -1.5A$$

第二章 电路的等效变换

例 2.5-5 如图 (a) 电路, 求 b 点电位 V_b 。

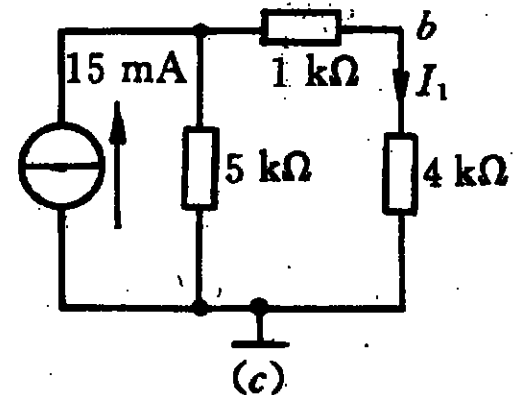
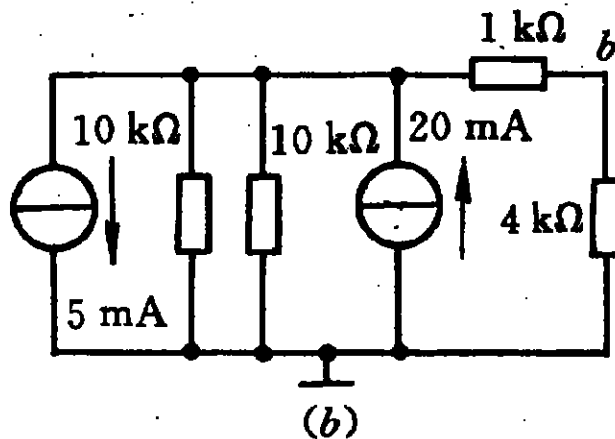
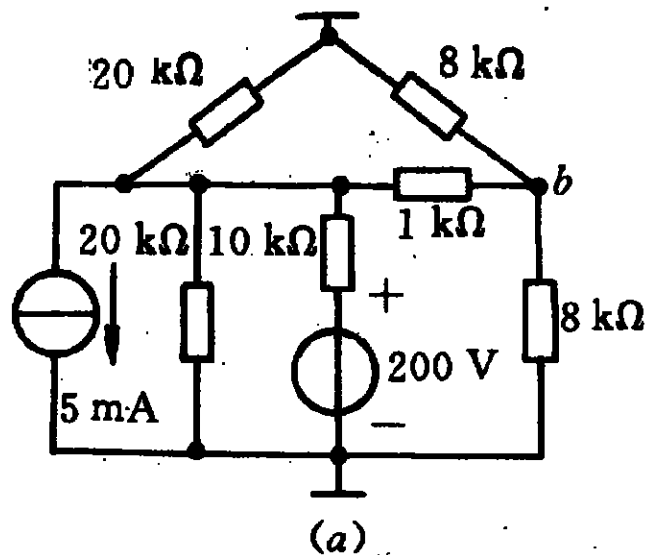


图 例 2.5-5 用图

第二章 电路的等效变换

解 一个电路若有几处接地，可以将这几点用短路线连在一起，连接以后的电路与原电路是等效的。应用电阻并联等效、电压源互换为电流源等效，将(a)图等效为(b)图。再应用电阻并联等效与电流源并联等效，将(b)图等效为(c)图。由(c)图应用分流公式求得

$$I_1 = \frac{5}{5 + 4 + 1} \times 15 = 7.5mA$$

$$V_b = 4I_1 = 4 \times 7.5 = 30V$$

第二章 电路的等效变换

例 2.5-6 如图 (a) 电路, 求电流 I 。

解 应用任意元件(也可是任意二端电路)与理想电压源并联可等效为该电压源及电源互换等效, 将 (a) 图等效为 (b) 图, 再应用理想电压源串联等效, 将 (b) 图等效为 (c) 图。由 (c) 图算得

$$I = \frac{66}{10 + 23} = 2 \text{ A}$$

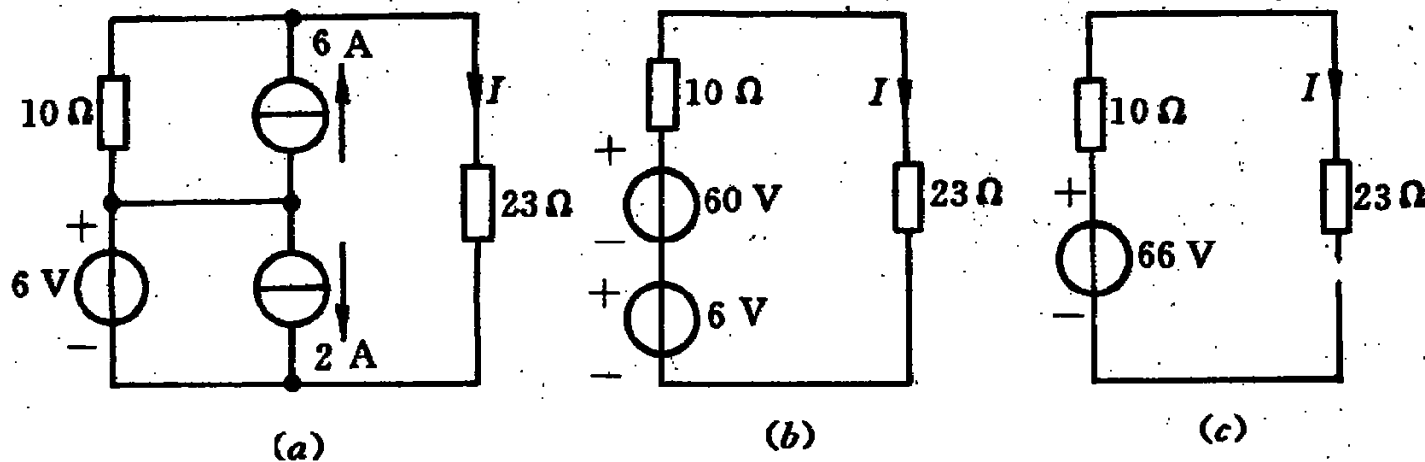


图 例 2.5-6 用图

2.7 含受控电源网络的等效变换

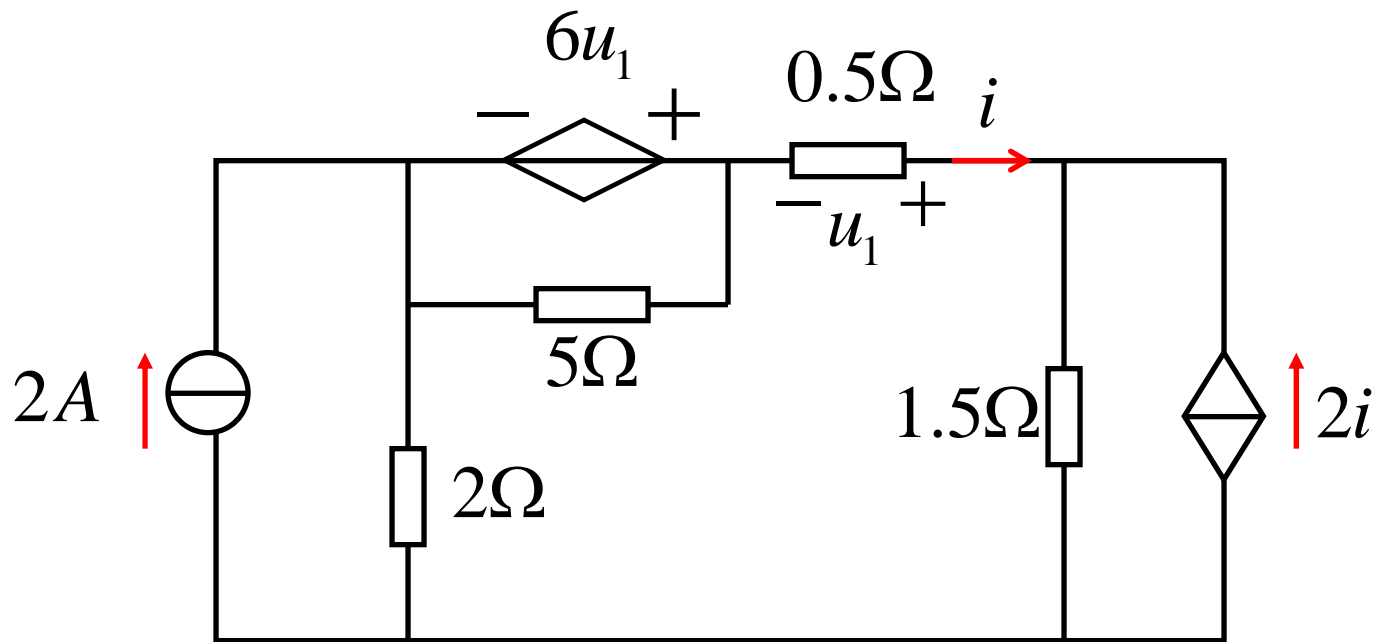
在分析和等效受控源电路时，仅需注意下面两点：

- （1）受控源可按独立源处理，前述有关独立源的各种等效变换对受控源同样适用；
- （2）受控源是四端元件，只要电路中受控源还存在，受控源的控制量不能消失。

第二章 电路的等效变换

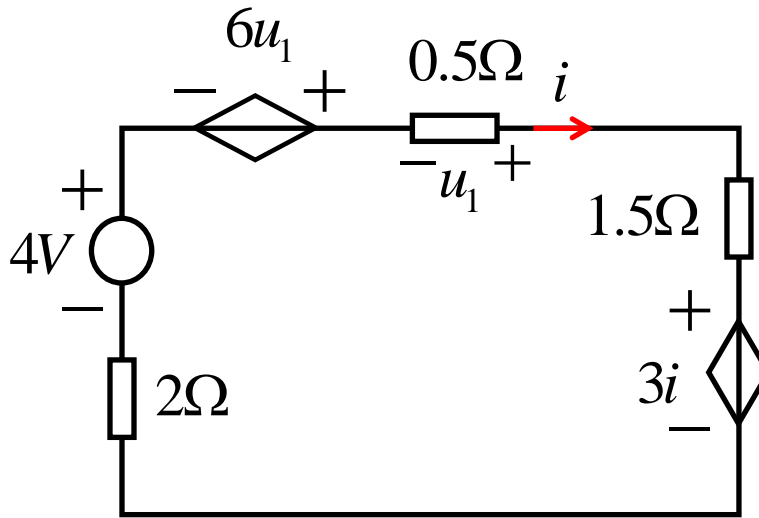
一、含独立源的受控源网络：

例2.6-1 计算图2.6-1所示电路中的电流 i 。



第二章 电路的等效变换

解 应用等效变换把图2.6-1电路转换成图2.6-2所示单回路电路。



电源等效变换原理
也适用于受控源

由KVL和电阻VCR可得

$$\begin{cases} 4 = 2i - 6u_1 + 0.5i + 1.5i + 3i \\ u_1 = -0.5i \end{cases}$$

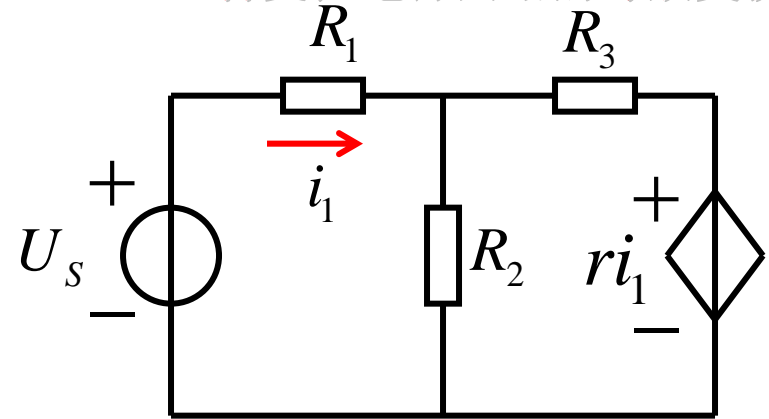
得

$$4 = 2i + 3i + 0.5i + 1.5i + 3i = 10i$$

$$i = 0.4A$$

第二章 电路的等效变换

例2.6-2 求图示电路中的电流 i_1



解：利用电源等效变换，把电路依次转换为图（a）和（b）

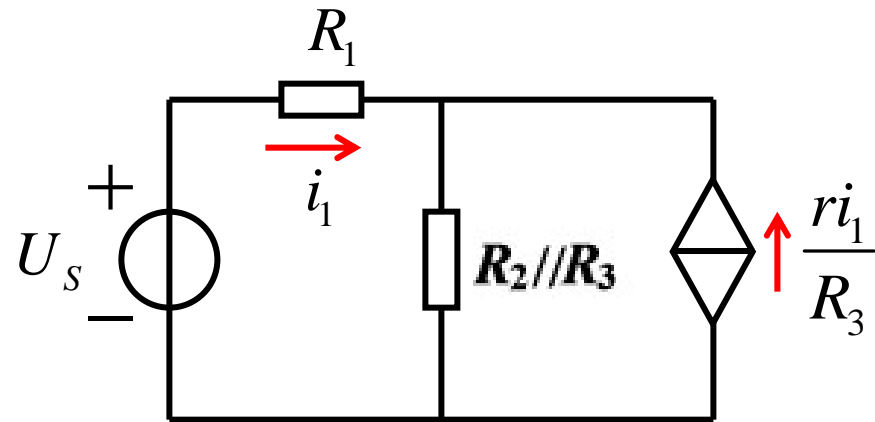
则
$$R = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$$

由KVL得：

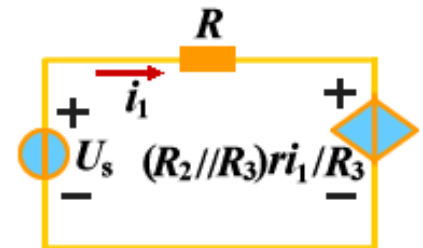
$$Ri_1 + (R_2 // R_3)ri_1 / R_3 = U_s$$

从中解得：

$$i_1 = \frac{U_s}{R + (R_2 // R_3)r / R_3}$$



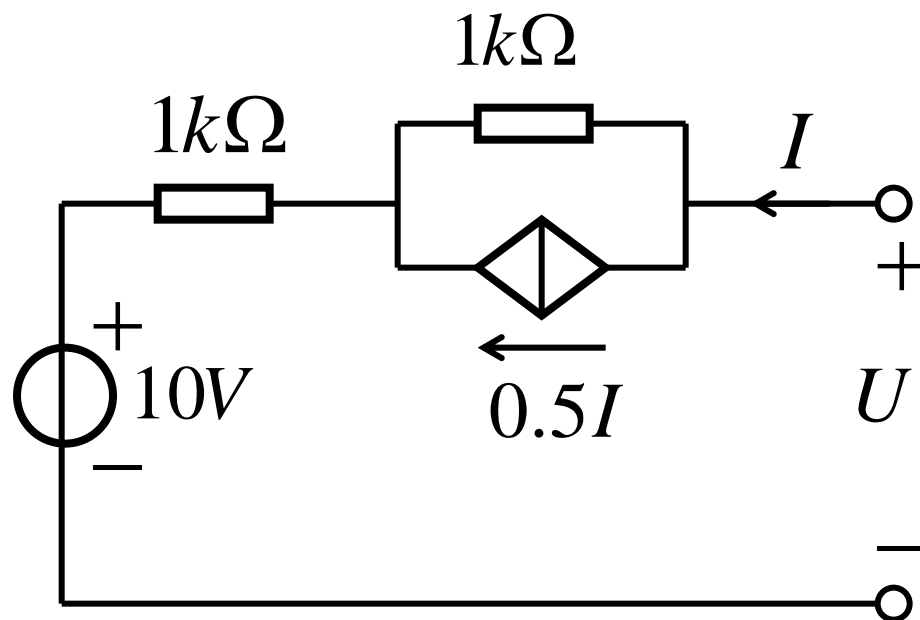
(a)



(b)

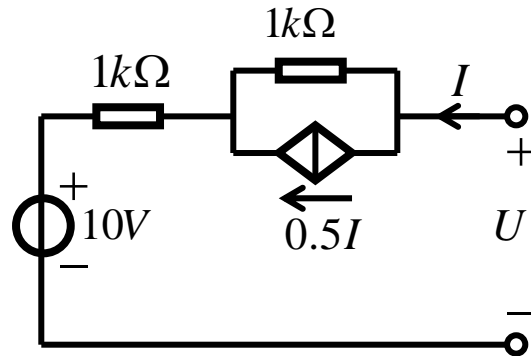
第二章 电路的等效变换

例2.6-3： 把图示电路转换成一个电压源和一个电阻的串联。



第二章 电路的等效变换

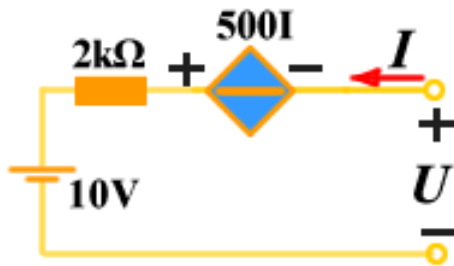
例2.6-3： 把图示电路转换成一个电压源和一个电阻的串联。



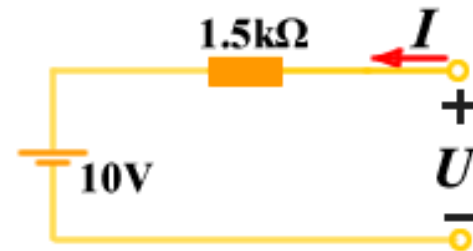
解：利用电源等效变换，把电路转换为图(a)，
根据**KVL**得端口电压和电流关系为：

$$U = -500I + 2000I + 10 = 1500I + 10$$

因此得等效电路如图(b)所示。



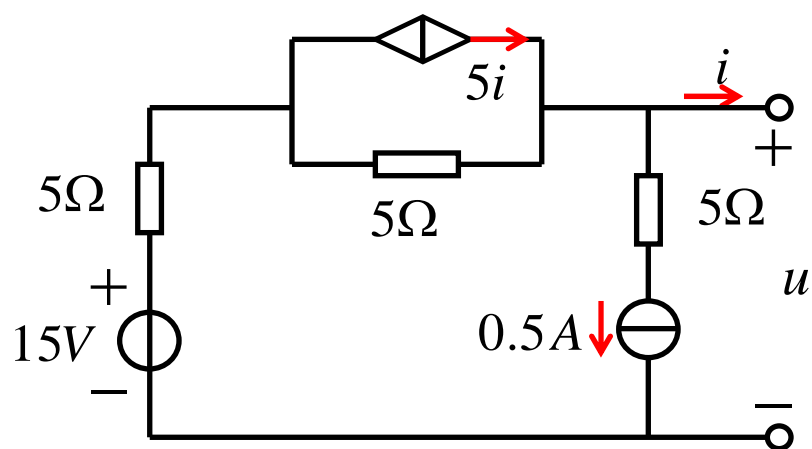
(a)



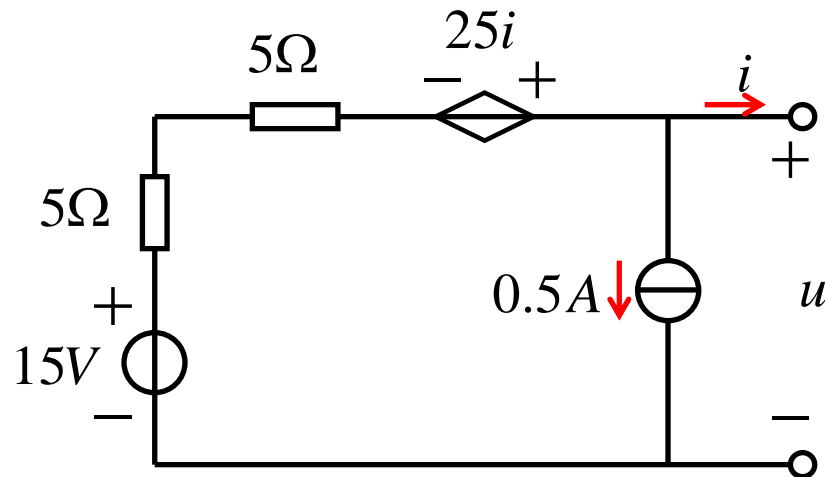
(b)

第二章 电路的等效变换

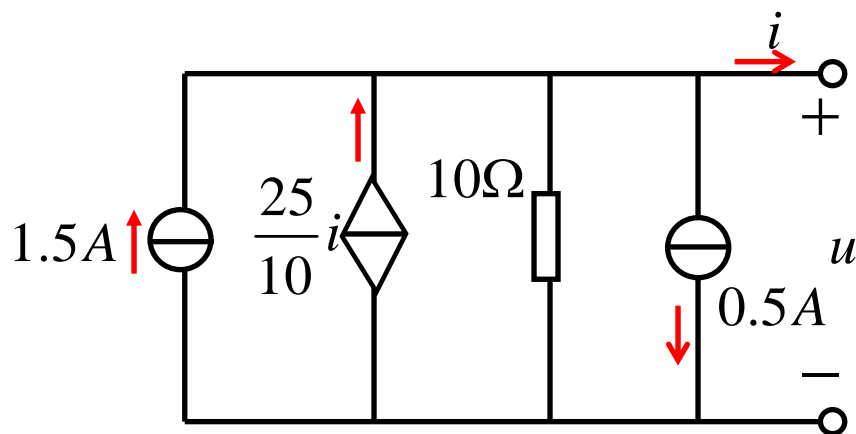
例2.6-4 试将图2.6-4所示电路化简成电压源组合模型。



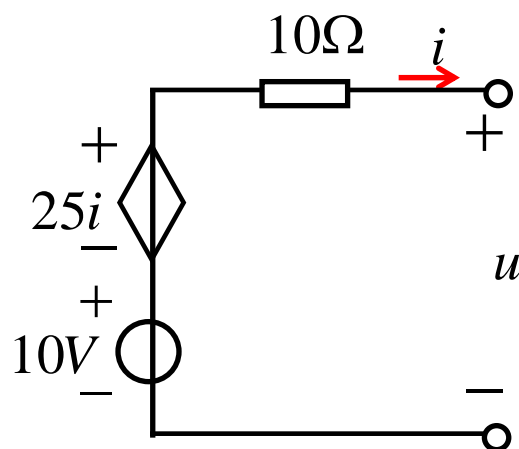
(a)



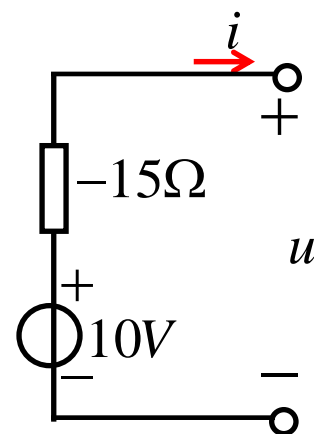
(b)



(c)



(d)



(e)

图2.6-4

第二章 电路的等效变换

解 一般情况下，含受控源电路化简，并非一定要先求取受控源自身的等效电阻，而是遇到局部串联电路可把它们等效转换为电压源模型，遇到局部并联电路可把它们等效转换为电流源模型，直至化简为单回路（或双节偶）电路。最后列写**KVL**（或**KCL**）方程，其形式必然为

$$u = ai + b$$

式中， a 、 b 为常数， u 、 i 为有源二端网络的端口电压和电流。

化简按图2.6-4所示依次进行。图（d）为单回路电路，列写KVL方程为

$$u = -10i + 25i + 10$$

$$u = 15i + 10$$

最后得到图（e）最简电路。

第二章 电路的等效变换

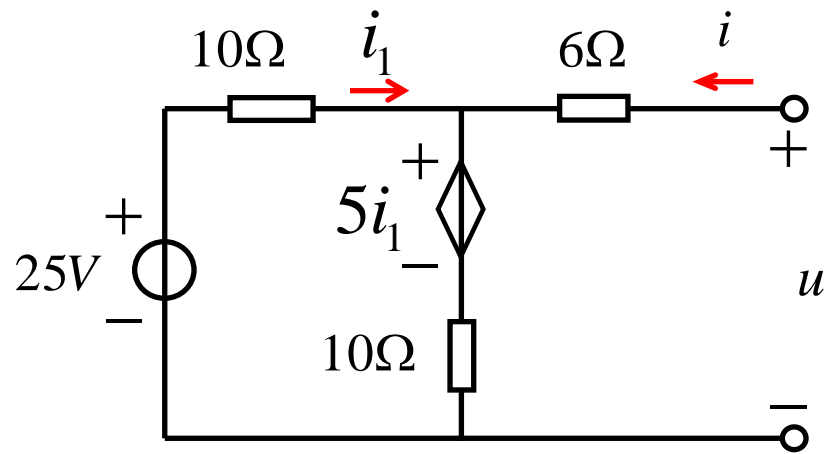
需要说明的是在化简过程中，受控源可与独立源一起参与等效变换，如图（b）中 $25i$ 的受控电压源与 $15V$ 的独立电压源串联（相加）后等效变换为图（c）电流源模型。图（c）中 $25i/10$ 的受控电流源与 $1A$ 的独立电流源并联（相加）后等效化简为（d）电压源模型。图（e）电路中电阻值的正负视化简结果结合参考方向来确定。

以上例题的求解说明：

- 1) 受控源和独立源一样可以进行电源转换；
- 2) 但转换过程中要特别注意不要把受控源的控制量变换掉！

第二章 电路的等效变换

例2.6-5 试将图2.6-5所示电路化简成最简单的形式。

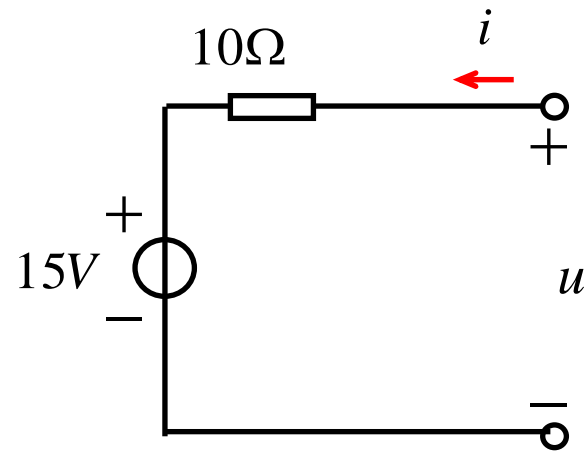


第二章 电路的等效变换

$$\begin{cases} 6i + 5i_1 + 10(i + i_1) = u \\ 6i - 10i_1 + 25 = u \end{cases}$$

消去 i_1 ,

$$u = 10i + 15$$

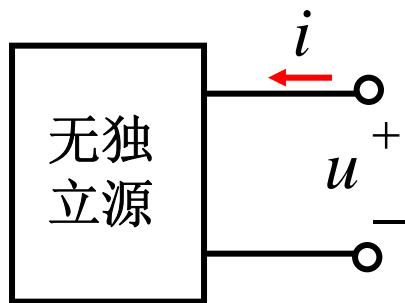


第二章 电路的等效变换

二、不含独立源的受控源网络——输入电阻

1. 定义

对于一个不含独立源的一端口电路，不论内部如何复杂，其端口电压和端口电流成正比，定义这个比值为一端口电路的输入电阻（如图示）。



$$R_{in} \equiv \frac{u}{i} \quad (2.6-1)$$

第二章 电路的等效变换

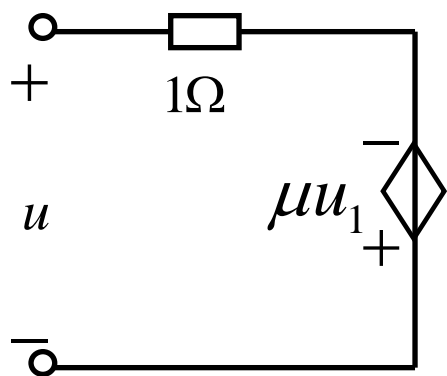
2. 计算方法

根据输入电阻的定义，可得如下计算方法：

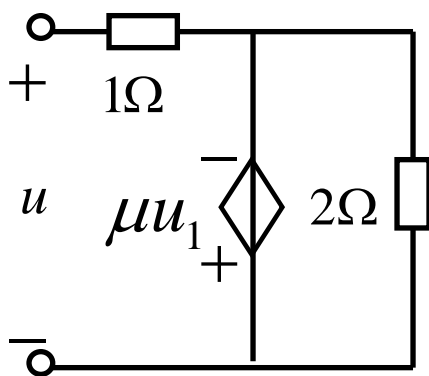
(1) 如果一个端口内部仅含电阻（无源一端口），则应用电阻的串、并联和 Δ —Y变换等方法求它的等效电阻，输入电阻等于等效电阻；

(2) 对含有受控源和电阻的两端电路，应用在端口加电源的方法求输入电阻：加电压源，求得电流；或加电流源，求电压，然后计算电压和电流的比值得输入电阻。这种计算方法称为加压求流法、加流求压法。当控制量是端口电流或电压时，可以用等效变换的方法。

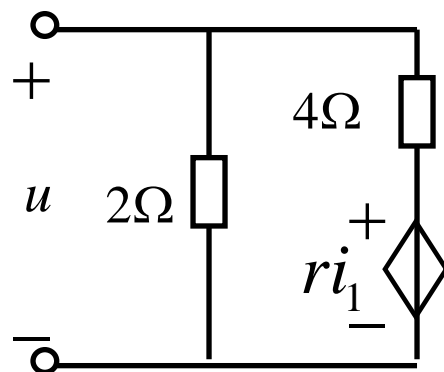
求图示各一端口的输入电阻。



(a)



(b)



(c)

$$\frac{1}{1+\mu}; \frac{1}{1+\mu}; \frac{8}{6-\mu}$$

第二章 电路的等效变换

例 2.6-7 对图 2.6-3(a) 电路，求 ab 端的输出电阻 R_o 。

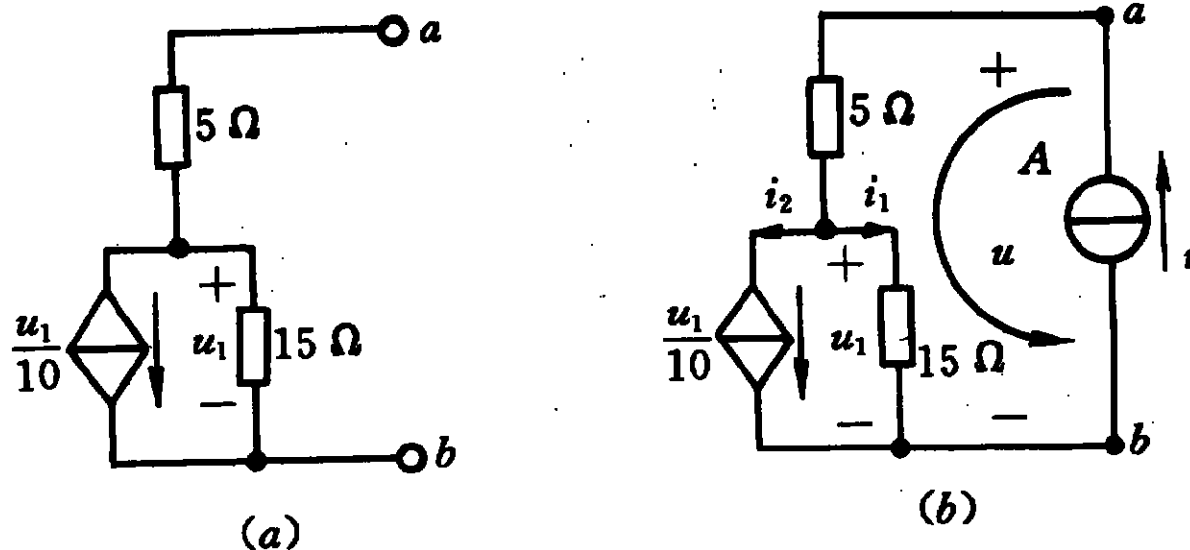


图 2.6-3 例 2.6-7 用图

解：在 ab 端外加电流源 i ，设电压 u 使 u 、 i 对二端网络来说参考方向关联，并设电流 i_1 、 i_2 参考方向如 (b) 图上所标。

第二章 电路的等效变换

因 $u_1 = 15i_1, \quad i_2 = \frac{u_1}{10} = \frac{15}{10}i_1 = 1.5i_1$

又 $i_1 + i_2 = i$

所以 $i_1 = \frac{1}{2.5}i$

由KVL列回路A的KVL方程

即 $5i + 15i_1 - u = 0$

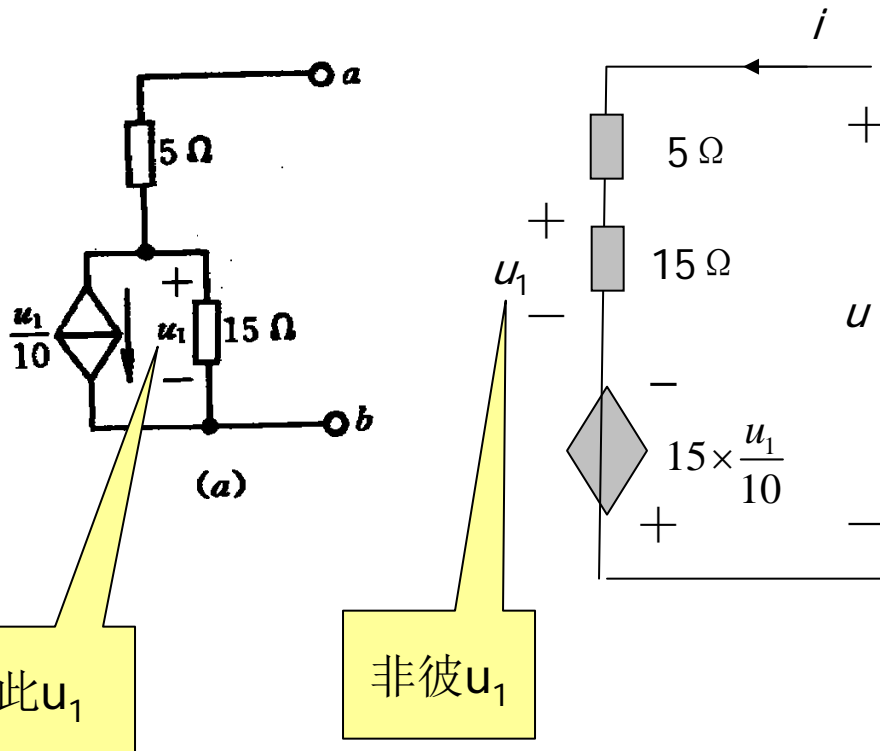
$$5i + 15 \times \frac{1}{2.5}i = u$$

所以输出电阻

$$R_o = \frac{u}{i} = 11\Omega$$

第二章 电路的等效变换

另一种方法求图 (a) a、b 端口电阻:



如图设在端口加电流源 i ,
根据 KVL, 有

$$u = (5 + 15)i - 15 \times \frac{15i}{10}$$

于是

$$R_{in} = \frac{u}{i} = (5 + 15) - 15 \times \frac{15}{10} = -2.5 \Omega$$

2.8 本章小结

一、电路等效：

1. 等效定义

两部分电路 **B** 与 **C**，若对任意外电路 **A**，二者相互代换能使外电路 **A** 中有相同的电压、电流、功率，则称 **B** 电路与 **C** 电路是互为等效的。

2. 等效条件

B 与 **C** 电路具有相同的VCR。

3. 等效对象

任意外电路 **A** 中的电流、电压、功率。

4. 等效目的

为简化电路方便分析(求解)。

最简电路形式：

- 1、单回路
- 2、双节点电路

第二章 电路元件和电路定律

5. 二端网络的几种等效情况

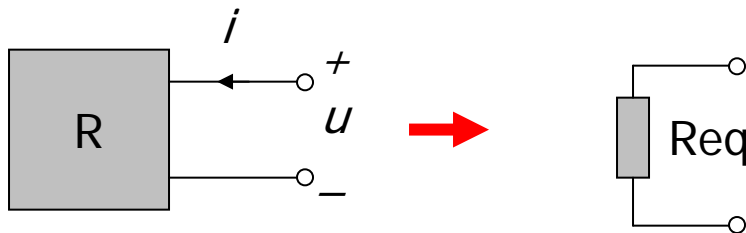
根据电路等效的概念可知，如果知道了一个二端网络**B**的**VCR**，就可以构造其等效电路**C**。

在线性电路中有以下几种情况：

1)若二端网络内只有电阻组成，则在端口电压、电流为关联参考方向下，二者比值一定是一个正常数。亦即二端电阻网络的**VCR**为

$$u = R_{eq} i$$

可见，二端电阻网络的等效电路是一个阻值等于 R_{eq} 的电阻。称 R_{eq} 为二端网络的等效电阻。

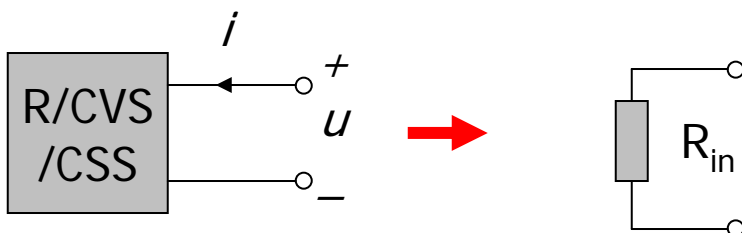


第二章 电路元件和电路定律

2)若二端网络内除电阻外还有受控源，则在端口电压、电流为关联参考方向下，二者比值也是一个常数。亦即二端网络的**VCR**为

$$u = R_{in} i$$

可见，含受控源二端网络的等效电路是一个阻值等于 R_{in} 的电阻。称 R_{in} 为该二端网络的**输入电阻或输出电阻**。



R_{eq} 与 R_{in} 的不同：输入电阻可正、可负、可零。而等效电阻总是大于零。

等效电阻和输入电阻可以通称二端网络的**端口电阻**。

第二章 电路元件和电路定律

3)若二端网络内含独立源，在 u 、 i 非关联参考方向下，其VCR为，

$$u = u_S - R_S i \quad \text{或} \quad i = i_S - u / R_S$$

这时二端网络的等效电路为一个电压源与电阻的串联、或一个电流源与电阻的并联。

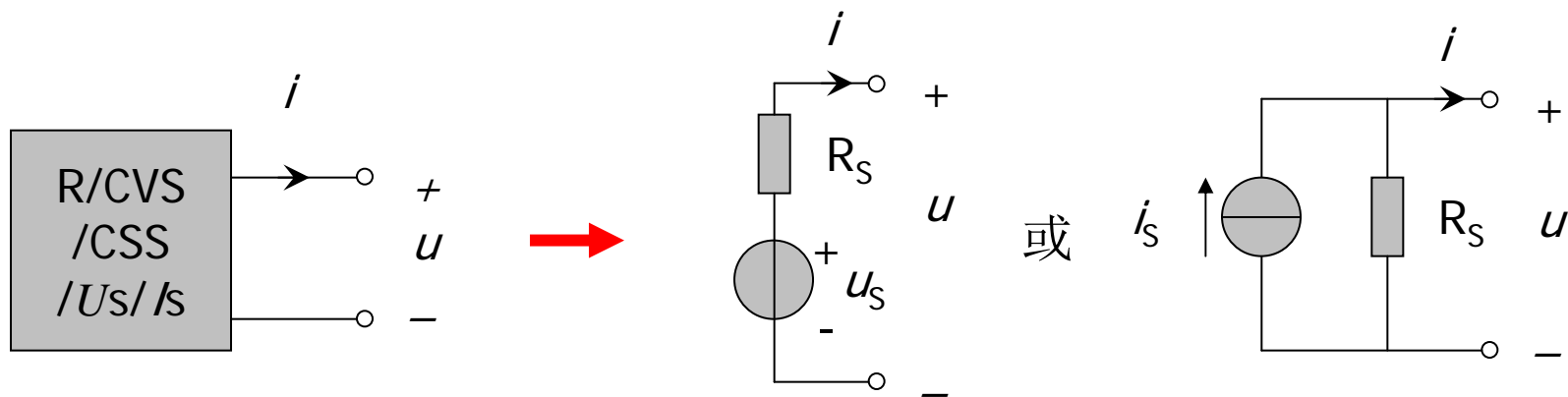


图 2.1-5(c)

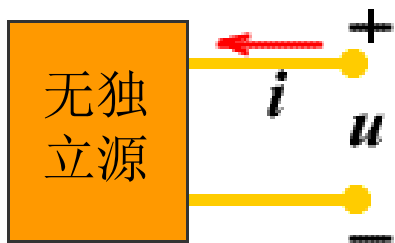
特例：二端网络等效为电压源或电流源。

第二章 电路的等效变换

二、不含独立源的二端网络（输入电阻）：

1. 定义

对于一个不含独立源的一端口电路，不论内部如何复杂，其端口电压和端口电流成正比，定义这个比值为端口电路的输入电阻。



$$R_{in} \equiv \frac{u}{i}$$

第二章 电路的等效变换

2. 计算方法

根据输入电阻的定义，可得如下计算方法：

(1) 如果一个端口内部仅含电阻（无源一端口），则应用电阻的串、并联和 Δ —Y变换等方法求它的等效电阻，输入电阻等于等效电阻；

(2) 对含有受控源和电阻的两端电路，应用在端口加电源的方法求输入电阻：加电压源，求得电流；或加电流源，求电压，然后计算电压和电流的比值得输入电阻。这种计算方法称为加压求流法、加流求压法。（受控源可使用电源变换原理。）

第二章 电路元件和电路定律

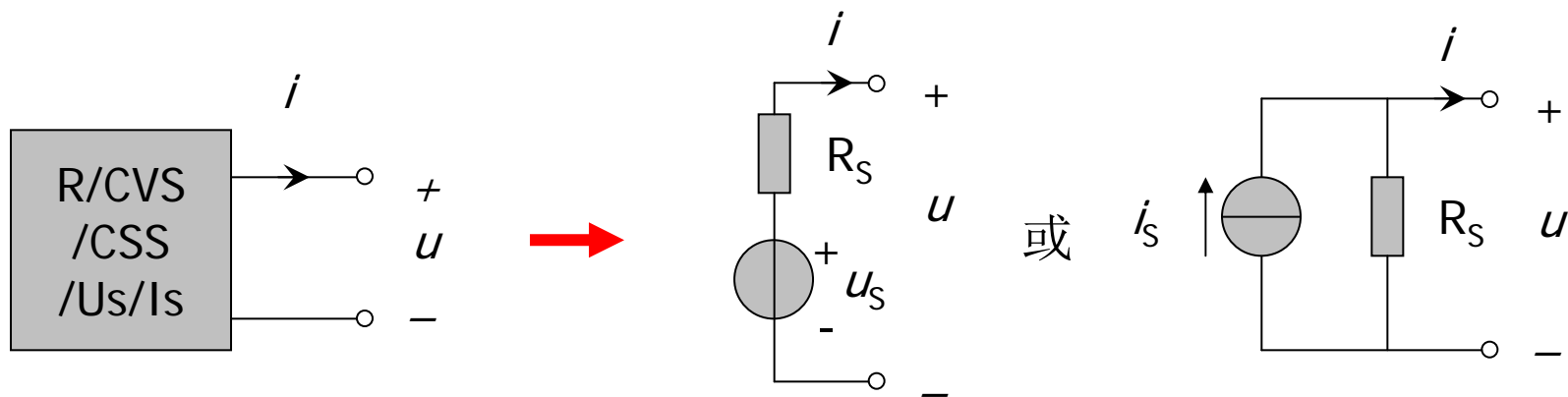
三、含独立源的二端网络：

1. 等效电路：

在 u 、 i 非关联参考方向下，其VCR为，

$$u = u_S - R_S i \quad \text{或} \quad i = i_S - u / R_S$$

这时二端网络的等效电路为一个电压源与电阻的串联、或一个电流源与电阻的并联。



特例：二端网络等效为电压源或电流源。

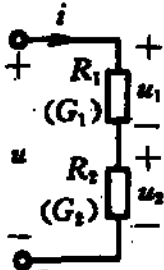
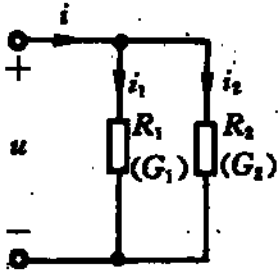
第二章 电路的等效变换

2. 求等效电路方法:

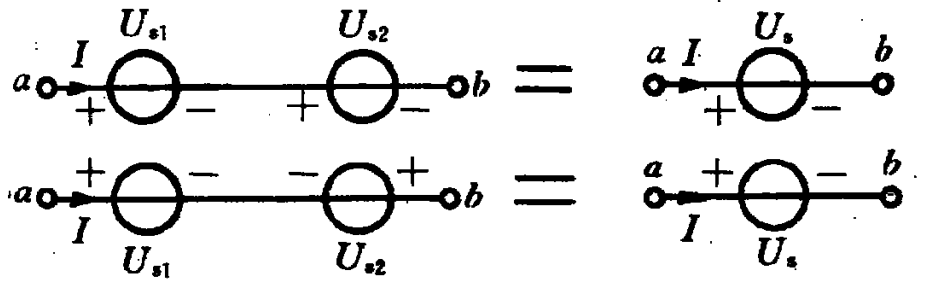
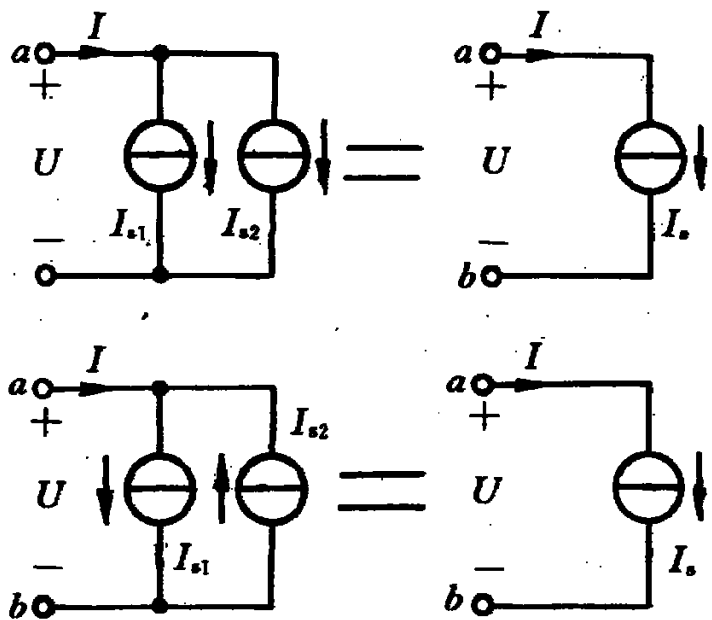
- 1) 用电压源、电流源串并联化简;
- 2) 用电源变换原理;
- 3) 用戴维宁定理: 即求开路电压和端口电阻;
用诺顿定理: 即求短路电流和端口电阻;
- 4) 最一般方法: 在端口电压和电流为非关联方向下求二端网络的VCR, 与 $u = u_s - R_s i$ 或 $i = i_s - u / R_s$ 相比较。

第二章 电路的等效变换

*二端网络等效时可利用的关系:

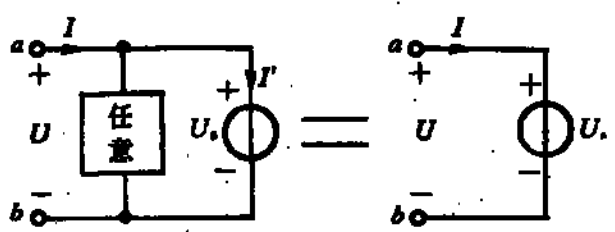
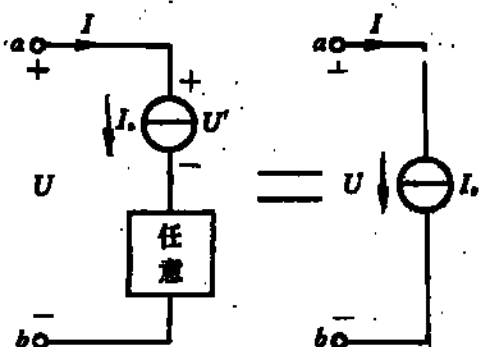
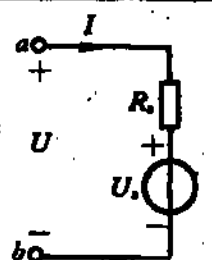
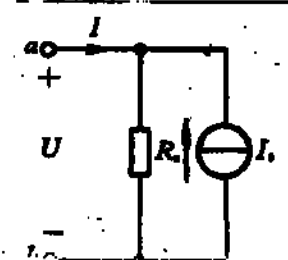
二 端 电	电阻(电导)串并联	类别	结构形式	重要公式
		串 联		$R_{eq} = R_1 + R_2 \quad \left(G_{eq} = \frac{G_1 G_2}{G_1 + G_2} \right)$ $u_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} u \quad \left(u_1 = \frac{G_2}{G_1 + G_2} u \right)$ $u_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} u \quad \left(u_2 = \frac{G_1}{G_1 + G_2} u \right)$ $p = p_1 + p_2 \quad (p = p_1 + p_2)$ $\frac{p_1}{p_2} = \frac{R_2}{R_1} \quad \left(\frac{p_1}{p_2} = \frac{G_2}{G_1} \right)$
		并 联		$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (G_{eq} = G_1 + G_2)$ $i_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i \quad \left(i_1 = \frac{G_1}{G_1 + G_2} i \right)$ $i_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i \quad \left(i_2 = \frac{G_2}{G_1 + G_2} i \right)$ $p = p_1 + p_2 \quad (p = p_1 + p_2)$ $\frac{p_1}{p_2} = \frac{R_2}{R_1} \quad \left(\frac{p_1}{p_2} = \frac{G_2}{G_1} \right)$

第二章 电路的等效变换

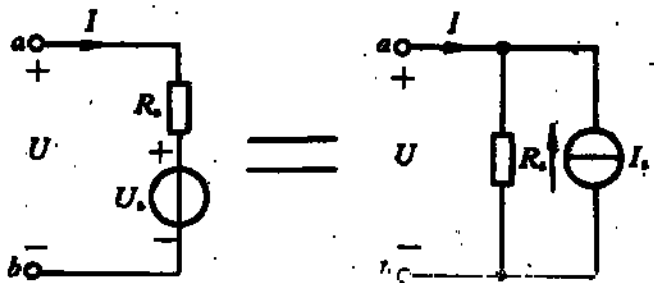
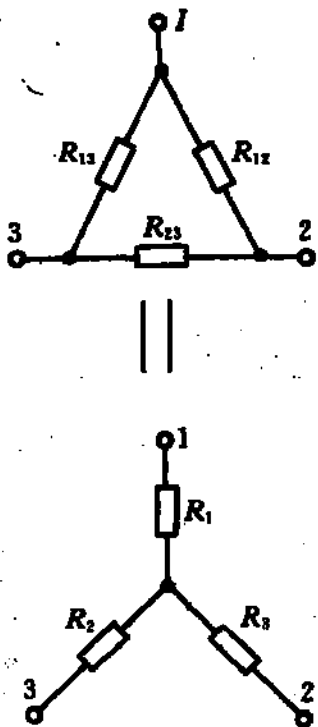
路		类别	等效形式	重要关系
等效	理想电源串联与并联	理想电压源串联		$U_s = U_{s1} + U_{s2}$ $U_s = U_{s1} - U_{s2}$
		理想电流源并联		$I_s = I_{s1} + I_{s2}$ $I_s = I_{s1} - I_{s2}$

第二章 电路的等效变换

续表

二端电路等效	理想电源串联与并联	类别	等效形式	重要关系
		任意元件与理想电压源并联		$U = U_s$ $I \neq I'$
		任意元件与理想电流源串联		$I = I_s$ $U \neq U'$
电源互换等效	等效形式		重要关系	
			$U_s = R_s I_s$ $I_s = \frac{U_s}{R_s}$	

第二章 电路的等效变换

	电源互换等效	<p>等效形式</p> 	<p>重要关系</p> $U_s = R_s I_s$ $I_s = \frac{U_s}{R_s}$
多端电路等效	电阻Y形连接与T形连接等效	<p>等效形式</p> 	<p>变换关系</p> $R_{12} = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_3}$ $R_{23} = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_1}$ $R_{13} = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_2}$ $R_1 = \frac{R_{12} R_{13}}{R_{12} + R_{23} + R_{13}}$ $R_2 = \frac{R_{12} R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{13}}$ $R_3 = \frac{R_{13} R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{13}}$