**南开大学2008级信息类高等数学统考试卷 （A卷）**

一、（12分）设具有连续的二阶偏导数，试求。

解：，



二、（12分）在曲面上求一点，使曲面在此点的切平面与下列直线平行：



|  |  |
| --- | --- |
| 二题得分 |  |



解：的方向为，的方向为，所以所求切平面的法向量方向为，设所求曲面上的点为则过改点的切平面法向量为。所以由题意可知，设

，则，代入曲面方程，得

。所以，即为所求点。

三、（11分）求在上的最大值，最小值。

解：由，解得，点及点为驻点，其中仅有在区域内部。

因为，，，所以在点处有，，从而点是极大值点，且。

在边界和上，。

在边界上有，从而。令，得，且。所以点是边界上的极小值点，且，点是边界上的极大值点，且。综上所述，在区域上的最大值为，最小值为。

【另】做拉格朗日函数，解方程组

。

四、（10分）计算其中。

解：令，其中，

。则







五、（12分）计算其中是的球体。

解：由对称性知，

所以原式



或：原式

六、（12分）计算曲面积分，其中为锥面在平面及之间的内侧。

解：取锥面内侧，因为，所以 ，其中

，所以





七、（12分）设是单位球面的外侧，求曲面积分



解：

易验证，当时，。取充分小，使得椭球面

完全被包含在单位球面的内部。令

，取内侧，则由Gauss公式





这里是所围区域。

八、（6分）计算，其中是沿由到的曲线段。

解：如图连接到的直线段，则构成封闭曲线。由已知

，所以当时，。

取充分小，使得完全在内部，并且取逆时针方向，设区域为曲线围城的部分。则由格林公式

原式





