对于到达临界浓度以前的溶液,令电导率与浓度的关系为  $y_1 = a_1x + b_1$ ,而在临界浓度以后,令其为  $y_2 = a_2x + b_2$ 。

则考虑以 logistic 函数来区分是否到达临界浓度,而且由于到达临界浓度时, $y_2=y_1$ , $CMC=\frac{b_2-b_1}{a_1-a_2}$ ,故定义  $y=y_1g(x)+y_2(1-g(x))$ ,其中  $g(x)=\frac{1}{1+e^{\sigma(x-CMC)}}$ 。当  $\sigma$  非常大时(比如大于  $10^5$  时),在  $|x-CMC|>10^{-4}$  的时候  $\min(|y_1-y|,|y_2-y|)<10^{-4}y$ ,故设置该函数对拟合过程并无影响。

将所有的数据代入并改变  $(a_1,a_2,b_1,b_2)$  以达到残差平方和最小值,可得如下函数

$$y = (59645x + 47)\left(\frac{1}{1 + e^{10^5(x - 7.65 \times 10^{-3})}}\right) + (37413x + 217)\left(1 - \frac{1}{1 + e^{10^5(x - 7.65 \times 10^{-3})}}\right)$$

可以计算得出此处  $CMC = \frac{b_2 - b_1}{a_1 - a_2} = 7.65 \times 10^{-3} mol \cdot L^{-1}$ 作图如下:

