

利用 Qutip 研究拉比振荡

周子正 朱哲昊 孙蔚轩

南开大学 物理科学学院、金融学院

2020 年 12 月 25 日

项目地址: <https://github.com/NKUPythonLessonProject/Rabi-Oscillation>

- 1 理论分析
- 2 传统计算方法
- 3 Qutip 计算方法

Section 1

理论分析

背景

对二能级系统，施加频率恰当电磁波，系统中的原子会不断在能级间跃迁，称之为拉比振荡^[1]。

拉比振荡广泛应用于量子计算、量子光学和凝聚态物理等领域。拉比震荡至今仍然有广泛的研究。

2020 年，南开大学物理科学学院陈志刚教授、许京军教授领导的课题组理论研究发现，手性存在于拉比振荡的相位演化中^[2]。

Hamiltonian

根据 Jaynes - Fred Cummings 模型^{[3][4]}, 在谐振器内的二能级原子体系的哈密顿量可以构造为:

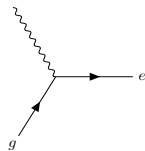
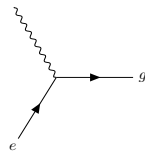
$$\hat{H} = \hbar\omega \hat{a}^\dagger \hat{a} + \hbar\omega_0 \frac{\hat{\sigma}_z}{2} + \hbar g (\hat{a} + \hat{a}^\dagger) (\hat{\sigma}_- + \hat{\sigma}_+). \quad (1)$$

$\hbar\omega$ 是光量子能量、 $\hbar\omega_0$ 是原子内部能级的能隙。 g 是耦合强度。当取 $\delta = \omega - \omega_0$ 趋于 0 时, 体系的振动频率为 $\Omega_r = 2g$, 这就是拉比振荡的频率。

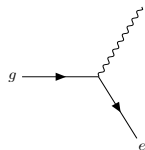
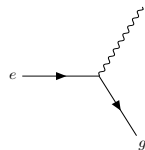
四种可能过程

我们已经构造了完整的 Hamiltonian, 如 Eq. 1。类比费曼图, 可以画出其中发生的四个过程, 如图1。

图1中 $\hat{a}^\dagger \sigma_+$ 和 $\hat{a} \sigma_-$ 项的贡献在慢变场情况可以忽略。



(a)



(b)

旋转波近似

$$\hat{H} = \hbar\omega \hat{a}^\dagger \hat{a} + \hbar\omega_0 \frac{\hat{\sigma}_z}{2} + \hbar g (\hat{a} + \hat{a}^\dagger) (\hat{\sigma}_- + \hat{\sigma}_+). \quad (2)$$

变为：

$$\hat{H}_{RWA} = \hbar\omega \hat{a}^\dagger \hat{a} + \hbar\omega_0 \frac{\hat{\sigma}_z}{2} + \hbar g (\hat{a} \hat{\sigma}_+ + \hat{a}^\dagger \hat{\sigma}_-), \quad (3)$$

这个结果和旋转波近似^[5] 相同。

Section 2

传统计算方法

传统计算方法

在研究具体系统与实验的对应时，传统的求解方法是要将初态 $|\psi(0)\rangle = C_g(0)|g\rangle + C_e(0)|e\rangle$ 将外场的形式带入薛定谔方程直接计算或者处理成微扰项进行近似计算。

在外场对时间只有平庸依赖 $E = E_0 \exp(i\omega t)$ 的情况下可以写出其方程为：

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}C_e &= -i\frac{\omega_0 - \omega}{2}C_e - i\Omega_r C_g \\ \frac{d}{dt}C_g &= +i\frac{\omega_0 - \omega}{2}C_g - i\Omega_r C_e\end{aligned}\tag{4}$$

若同时 Ω_r 与时间无关时，此方程可以精确求解。其振动频率为 Ω_r 。对于更加一般的问题，由于不能精确求解方程，处理方法是利用数值方法进行求解。

Section 3

Qutip 计算方法

Qutip 简介

Python 中的 Quantum Toolbox (QuTiP) 是一个用 Python 编程语言编写的开源框架^{[6][7]}，旨在模拟上述系统的开放量子动力学。QuTiP 是一个开源软件，可以随意修改和使用。它基于 Python 脚本语言，易于阅读，可以快速生成代码，无需修改后再进行编译。QuTiP 旨在提供各种用户友好的和高效的哈密顿量的数值模拟，包括具有任意时间依赖性的哈密顿量，还能与 Matplotlib 包和 Numpy 包交互。

利用 Qutip 构建系统的哈密顿量

Qubit 对无限维的光子场无法处理，在研究问题的背景下，其希尔伯特空间可以通过截断进行处理，此时可以定义出其哈密顿量为：