2012级《微积分A下》期中试卷

班级____________________ 学号____________________ 姓名____________________

（注：本试卷共6页，九个大题。请撕下试卷最后一张空白纸做草稿）

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分
得分										
评阅人										

一、填空题（每小题4分，共20分）

(1) 设$\overrightarrow{n}$是曲面$x^2+4y^2=2z^2$在$P(2,1,2)$点处与z轴正向夹角为锐角的法线向量，则函数$u=f(x,y,z)=x\sqrt{5y+z^2}$在$P$点处的梯度为________，$f(x,y,z)$在$P$沿方向$\overrightarrow{n}$的方向导数为______________

(2) 已知椭球面$x^2+\frac{y^2}{4}+\frac{z^2}{9}=a^2\quad(a>0)$ 与平面$3x-2y+z=34$相切，则a=_______

(3) 已知$\frac{(x+ay)dx+ydy}{(x+y)^2}$为某函数的全微分，则$a$=_____________

(4) 曲线$C:\begin{cases}x^2+y^2+z^2=1\\ x-y+z=\frac{\sqrt{2}}{2}\end{cases}$ 在点$P(\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{\sqrt{2}}{2})$的切线方程：_____________

(5) 设$f(x)$为连续函数，$F(t)=\int_1^t dy\int_y^t f(x)dx$, 则$F(1)=$____________，$F'(t)$=______________

二、选择题（每小题2分，共10分）

(1). 设$f(x,y)=\sqrt{|xy|}$，则在点$(0,0)$处， ( )

A. 连续，但偏导不存在； B.偏导存在，但不可微；

C. 可微 D.偏导存在且连续.

(2). 函数$z=f(x,y)$的全微分为：$dz=xdx+ydy$，则点$(0,0)$ ( )

A. 不是$f(x,y)$的连续点； B. 不是$f(x,y)$的极值点；

C. 是$f(x,y)$的极大值点； D. 是$f(x,y)$的极小值点.

(3). 设函数$f(x,y,z),g(x,y,z)$都有连续偏导数，$M(x_0,y_0,z_0)$是条件极值 $\begin{cases}\min(\max)f(x,y,z)\\ g(x,y,z)=0\end{cases}$ 的解，且$f(x_0,y_0,z_0)=a$，又设π_1,π_2分别是曲面S_1: $f(x,y,z)=a$与曲面S_2: $g(x,y,z)=0$在点$M(x_0,y_0,z_0)$的切平面，则( )

A. π_1与π_2平行但不重合； B. π_1与π_2重合；

C. π_1与π_2垂直； D. π_1与π_2既不重合也不垂直.

(4). 设$f(x,y)$为连续函数，则$\int_0^{\frac{\pi}{4}}d\theta\int_0^1 f(\rho\cos\theta,\rho\sin\theta)\rho d\rho$ 等于 ( )

A. $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}}dx\int_x^{\sqrt{1-x^2}}f(x,y)dy$; B. $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}}dx\int_0^{\sqrt{1-x^2}}f(x,y)dy$;

C. $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}}dy\int_y^{\sqrt{1-y^2}}f(x,y)dx$; D. $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}}dy\int_0^{\sqrt{1-y^2}}f(x,y)dx$.

(5). 平面区域$D=\{(x,y)|x^2+y^2\le 1\}$，并设$M=\iint\limits_D(x+y)^3dxdy$, $N=\iint\limits_D\cos^2x\cos^2ydxdy$, $P=\iint\limits_D[e^{-(x^2+y^2)}-1]dxdy$，则有 ( )

A. $M>N>P$; B. $N>M>P$;

C. $M>P>N$; D. $N>P>M$.

三、（本题满分10分）求直线L的标准方程（点向式方程），使其满足：(1)过点$A(1,0,-2)$；(2)与平面π：$3x-y+2z+3=0$平行；(3)与直线L_1: $\frac{x-1}{4}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z}{-1}$相交.

四、（本题满分10分）设函数$u=x^kF(\frac{z}{x},\frac{y}{x})$,其中$k$是常数，函数$F$具有连续的一阶偏导数，求$x\frac{\partial u}{\partial x}+y\frac{\partial u}{\partial y}+z\frac{\partial u}{\partial z}$, 并化为最简形式。

五、（本题满分10分）计算二重积分$I=\iint\limits_{D}|y-x^3|d\sigma$，其中，$D=\{(x,y)|-1\le x\le 1,-1\le y\le 1\}$.

六、（本题满分10分）设Ω是球体$x^2+y^2+z^2\le R^2$ 位于第一卦限内的部分，试将三重积分$I=\iiint\limits_{\Omega}(x^2+y^2)dxdydz$ 分别在直角坐标系及球坐标系下化为累次积分，并任选一种方法计算I 的值。

七、（本题满分10分）设均匀物体的形状Ω由曲面$x=\sqrt{y^2+z^2}$与曲面$x=\sqrt{4-y^2-z^2}$围成，求物体的质心坐标$(\bar{x},\bar{y},\bar{z})$.

八、（本题满分10分）设常数$a>0$，平面π通过点$M(-4a,2a,3a)$，且在三坐标轴上的截距相等，

(1)求平面π的方程；(2)在平面π位于第一卦限部分求一点$P(x_0,y_0,z_0)$，使函数$u(x,y,z)=\frac{1}{x\sqrt{y}\sqrt[3]{z}}$在$P$点取得最小值。

九、（本题满分10分）设一礼堂的顶部是一个半椭球面，其方程为$z = 4\sqrt{1-\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{36}}$，求下雨时过房顶上点$P(1,3,\sqrt{11})$处的雨水行走的路线方程。