课程编号：MTH17004　　　北京理工大学 2015-2016 学年第二学期

工科数学分析期中试题

班级________________　　　学号__________________　　　姓名___________________

(本试卷共 6 页，十一个大题. 试卷后面空白纸撕下做草稿纸，试卷不得拆散.)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	总分
得分												

一. 填空题（每小题 4 分，共 20 分）

1. 已知 $|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=\sqrt{2}$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=2$，则 $\vec{a},\vec{b}$ 之间的夹角 $\alpha=$________，$|\vec{a}\times\vec{b}|=$__________。

2. 曲面 $z-e^{z}+2xy=3$ 在点 $(1,2,0)$ 处的切平面方程为________________________________，

   法线方程为____。

3. 设 f 是连续函数，$I=\int_{-2}^{0}dx\int_{0}^{\frac{2+x}{2}}f(x,y)dy+\int_{0}^{2}dx\int_{0}^{\frac{2-x}{2}}f(x,y)dy$，则交换积分次序后，

   $I=$____。

4. 设 $z=xy+xf(\frac{y}{x})$，其中 f 可导，则 $dz=$____。

5. 函数 $u=\ln(x+\sqrt{y^{2}+z^{2}})$ 在点 $A(1,0,1)$ 处沿从 A 到 $B(3,-2,2)$ 方向的方向导数

   $\left.\frac{\partial u}{\partial\overrightarrow{AB}}\right|_{A}=$____________________。

二. (8 分) 求直线 $L:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{-1}$ 在平面 $\pi:x-y+2z-1=0$ 上的投影直线 L_0 的方程。

三. (8 分) 设 $z=\sin(xy)+\varphi(x,\dfrac{x}{y})$，其中 φ 具有二阶连续偏导数，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$， $\dfrac{\partial z}{\partial y}$， $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$。

四. (8 分) 设 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^2y^2}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} & x^2+y^2\neq 0\\ 0 & x^2+y^2=0\end{cases}$，证明在点 $(0,0)$ 处， $f(x,y)$ 连续且偏导数存在，但不可微。

五. (8 分)计算二重积分 $\iint\limits_{D} x(x+y)dxdy$，其中 $D=\left\{(x,y)\middle| x^2+y^2\le 2, y\ge x^2\right\}$。

六. (8 分) 计算三重积分 $I=\iiint\limits_{\Omega} z(x+y+z)dxdydz$，其中 Ω 是由球面 $x^2+y^2+z^2\le 2z$ 和锥面

$z\ge\sqrt{x^2+y^2}$ 所围成立体。

七. (8 分) 求第一类曲线积分 $I=\int_L y\,dl$，其中 L 是摆线 $\begin{cases} x=a(t-\sin t) \\ y=a(1-\cos t) \end{cases}$ $(0\le t\le 2\pi)$ 的一拱。

八. (8 分) 求柱面 $x^2+y^2=R^2$ 与 $x^2+z^2=R^2$ 所围立体的体积和表面积。

九. (8 分) 求由方程$(x^2+y^2)z+\ln z+2(x+y+1)=0$确定的函数$z=z(x,y)$的极值。

十. (8 分) 设曲线$\begin{cases} z=y^2 \\ x=0 \end{cases}$ 绕z轴旋转一周所得的旋转曲面为Σ，Σ与平面$z=2y$所围成的立体为Ω，假设Ω上各点的密度为常数μ。

（1）写出曲面Σ 的方程；（2）求Ω对z的转动惯量。

十一. (8 分) 求函数 $f(x,y)=(x-4)(y+8)$ 在点 (x,y) 处的最大方向导数 $g(x,y)$，并求 $g(x,y)$ 在曲线 $x^2+y^2=20$ 上的最大值和最小值。