

2011级《微积分A》期中试卷

班级_____学号_____姓名_____成绩_____

(本试卷共六页, 十一个大题。)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	总分
得分												

一、填空 (每小题4分, 共20分)

1. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2\sin x} - x - 1}{x \ln(1+x)} =$ _____.

2. 设 $y = \sqrt{x} e^{\sin \frac{1}{x}} + f(\tan^2(x))$, 其中 f 为可微函数,

则 $dy =$ _____.

3. 设函数 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - xe^{nx}}{x + e^{nx}}$, 则用分段函数表示的 $f(x) =$ _____,
 $f(x)$ 的间断点及间断点的类型为_____.

4. 设曲线的极坐标方程为 $\rho = 2(1 - \cos \theta)$, 则曲线在 $\theta = \frac{\pi}{2}$ 处的切线方程_____.

5. 设 $y = (x^2 + x + 2)\sin x$, 则 $y^{(10)}(0) =$ _____.

二、(8分) 设 $f(x)$ 为连续函数, 且 $f(0) = f'(0) = 1$, 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(\sin x) - 1}{\ln f(x)}$.

三 (8分) 证明: $\cosh x \geq 1 + \frac{x^2}{2}$. (注: $\cosh x$ 是双曲余弦函数)

四、(8分) 设函数 $y = y(x)$ 由方程 $y - 2x = (x - y)\ln(x - y)$ 确定, 求 $\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}$ 及 $y''(0)$.

五 (8分) (1) 求曲线 $y = x^3 + 3x^2 - x - 1$ 的凹凸区间和拐点;

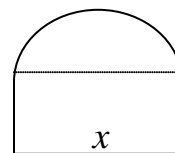
(2) 求曲线 $y = x \ln(2 + \frac{1}{x})$ 的渐近线.

六、(8分) 求极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\frac{\pi}{2} - \arctan x)^{\frac{1}{\ln x}}$.

七 (8分) 设 $f(x) = \begin{cases} b(1+2x) & x < 0 \\ e^{ax} & x \geq 0 \end{cases}$, 试确定常数 a, b 的值, 使 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导, 并求 $f'(x)$.

八、(8分) 确定常数 a, b, c 的值, 使当 $x \rightarrow 0$ 时, $x - (a + b \cos x) \sin x$ 与 $c(\sqrt[3]{1+x^5} - 1)$ 是等价无穷小.

- 九、（8分）防空洞的截面拟建成矩形加半圆（如图所示），截面的面积为5平方米，问底宽 x 为多少米时才能使建造时所用的材料最省？（运用所学微分学知识）



- 十、（8分）设 $0 < x_1 < \sqrt{3}$, $x_{n+1} = \frac{3(1+x_n)}{3+x_n}$, $(n=1,2,\cdots)$. 证明：数列 $\{x_n\}$ 极限存在，并求此极限.

十一、(8分) 设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 在 (a, b) 内可导, 若 $f(a) = f(b) = 1$, 证明:
存在 $\xi, \eta \in (a, b)$ 使得 $e^\xi [f(\xi) + f'(\xi)] = e^\eta$.