

# 线性代数

## 2020-2021 第一学期

计算机学院556

黄申为

[shenweihuang@nankai.edu.cn](mailto:shenweihuang@nankai.edu.cn)

# 个人简介

- 本科硕士毕业于上海大学数学系



- 博士毕业于加拿大西蒙弗雷泽大学（Simon Fraser University），导师为Pavol Hell



- 2年博士后经历

# 课程性质

- 线性代数是高等院校理工类专业的一门公共基础课，是大学生培养计划中非常有效的一门素质教育课程。本学院所学是数学一的内容。

日本数学家米山国藏指出：“无论对于科学工作者、技术人员，还是数学教育工作者，最重要的就是数学的精神、思想和方法，而数学则只是第二位的。”

# 课程内容

- 行列式
- 矩阵
- 线性方程组
- 线性空间
- 线性变换
- 二次型

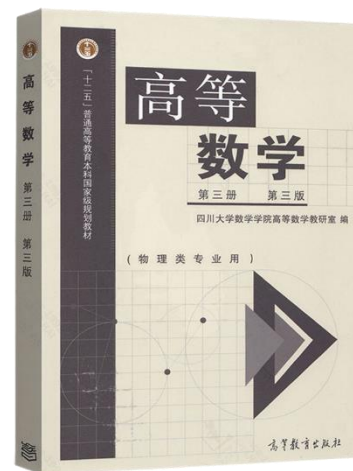
# 教材与参考书

- 《工程数学线性代数》 第六版  
同济大学数学系编  
高等教育出版社 2014

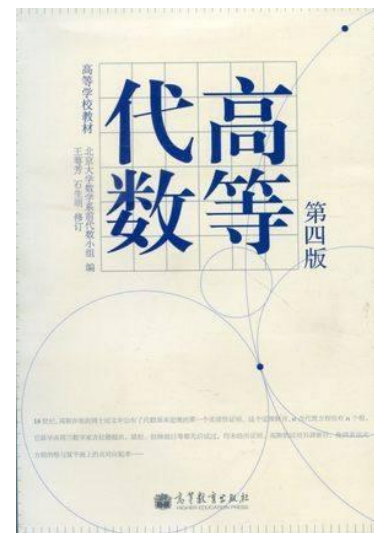


# 教材与参考书

- 《高等数学》第三册 第三版  
四川大学数学学院编  
高等教育出版社 2010



- 《高等代数》第四版  
北京大学数学系编  
高等教育出版社 2013



# 为什么学线性代数

- 后续专业课的基础：概率论、数学优化、图像处理等。
- 考研科目：考研数学中占22%。

# 为什么学线性代数

- 科研工具：近期理论计算机研究中的一个重大突破Sensitivity Conjecture的证明仅仅用到了线性代数的基础知识。

## Induced subgraphs of hypercubes and a proof of the Sensitivity Conjecture

Hao Huang \*

### Abstract

In this paper, we show that every  $(2^{n-1} + 1)$ -vertex induced subgraph of the  $n$ -dimensional cube graph has maximum degree at least  $\sqrt{n}$ . This result is best possible, and improves a logarithmic lower bound shown by Chung, Füredi, Graham and Seymour in 1988. As a direct consequence, we prove that the sensitivity and degree of a boolean function are polynomially related, solving an outstanding foundational problem in theoretical computer science, the Sensitivity Conjecture of Nisan and Szegedy.

### 1 Introduction

Let  $Q^n$  be the  $n$ -dimensional hypercube graph, whose vertex set consists of vectors in  $\{0, 1\}^n$ , and two vectors are adjacent if they differ in exactly one coordinate. For an undirected graph  $G$ , we use the standard graph-theoretic notations  $\Delta(G)$  for its maximum degree, and  $\lambda_1(G)$  for the largest eigenvalue of its adjacency matrix. In 1988, Chung, Füredi, Graham, and Seymour [2] proved that if  $H$  is an induced subgraph of more than  $2^{n-1}$  vertices of  $Q^n$ , then the maximum degree of  $H$  is at least  $(1/2 - o(1)) \log n$ . Moreover, they constructed a  $(2^{n-1} + 1)$ -vertex induced subgraph whose maximum degree is  $\lfloor \sqrt{n} \rfloor$ .

In this short paper, we prove the following result, establishing a sharp lower bound that matches their construction.

**Theorem 1.1.** *For every integer  $n \geq 1$ , let  $H$  be an arbitrary  $(2^{n-1} + 1)$ -vertex induced subgraph of  $Q^n$ , then*

$$\Delta(H) \geq \sqrt{n}.$$

*Moreover this inequality is tight when  $n$  is a perfect square.*



## ANNALS OF MATHEMATICS

Princeton University & Institute for Advanced Study

Home

About

Editorial Board

Submission Guidelines

Subscriptions

Contact

Search

Online Content on  
JSTOR 1884–2019

To appear in  
forthcoming issues

2019

Vol. 190:	1	2
Vol. 189:	1	2 3

2018

Vol. 188:	1	2 3
Vol. 187:	1	2 3

### Induced subgraphs of hypercubes and a proof of the Sensitivity Conjecture

From to appear in forthcoming issues by Hao Huang

#### Abstract

In this paper, we show that every  $(2^{n-1} + 1)$ -vertex induced subgraph of the  $n$ -dimensional cube graph has maximum degree at least  $\sqrt{n}$ . This result is best possible, and improves a logarithmic lower bound shown by Chung, Füredi, Graham and Seymour in 1988. As a direct consequence, we prove that the sensitivity and degree of a boolean function are polynomially related, solving an outstanding foundational problem in theoretical computer science, the Sensitivity Conjecture of Nisan and Szegedy.

#### Keywords

Boolean function, eigenvalue interlacing, hypercube

#### Mathematical Subject Classification

Primary: 05C35 Secondary: 68Q17, 94C10



# 为什么学线性代数

- 思维乐趣。

做自己喜欢和擅长的事所得到的幸福有两大特点：（1）会长久地沉浸在忘我的喜悦之中；（2）会有发自内心的踏实和充实。

# 如何学好线性代数

- 课前预习、课上认真听讲并积极思考提问、课后及时复习、多做练习题。
- 理解>死记硬背。理解课程中的概念和定理并能建立不同概念之间的联系。
  - 清晰地将课程内容解释给自己、同学或者老师听。
  - 用多种角度理解一个概念。
  - 出有意思的练习题。

# 如何学好线性代数

- 多做习题，举一反三。

乔治·波利亚 (G·Polya): “解题可以认为是人最富有特征的活动。……解题是一种本领，就像旅游、滑雪、弹钢琴一样，你只能靠模仿和实践才能学会。……你想从解题中得到最大的收获，就应该在新做的题目中找出它的特征，那些特征在求解其他问题时，能起到指导作用。一种解题方法，若是经过你自己的努力得到的，那么对你来讲，它就是一种楷模，碰上类似的问题时，就成为供你仿照的模型。”

# 课程考核

- 期末考试80%，学院统一命题和考试。
- 平时成绩20%，上课考勤、回答问题、作业。
  - 作业周四布置，下一个周四上课前由课代表收齐。
  - 答疑时间待定。