课程编号：A072001

北京理工大学 2005-2006 学年第二学期

# 2005 级《微积分 A》期中试题

一、　完成下列各题(每小题 7 分)

1. 已知 $A(1,1,1), B(2,3,1), C(1,2,3),$，求 $\Delta ABC$ 中以 A 为顶点的内角.

2. 设 $z = f(x\tan y, \frac{x}{y}),$ 其中 $f$ 有二阶连续偏导数，求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

3. 设 $A(2,1,-2)$，$B(2,5,1),$ 求数量场 $u = y^x + \arctan\frac{x}{z}$ 在点 A 处的梯度及 $u$ 在 A 点沿 $\overrightarrow{AB}$ 方向的方向导数.

4. 已知直线方程 $L_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{-1},$ $L_2: \frac{x+1}{-1} = y+2 = 1-z,$ 验证 $L_1$ 与 $L_2$ 相交，并求它们所确定的平面方程.

5. 设在 $f(x,y)$ 全平面上连续，试交换累次积分 $I = \int_0^{\pi} dx \int_0^{\cos x} f(x,y) dy$ 的积分次序.

二、　求解下列各题(每小题 7 分)

1. 计算 $I = \iiint\limits_V (x+y+z) dV$，其中 V 是由 $z = xy, y = x, x = 1, z = 0$ 所围成的区域.

2. 设 $u = f(x,y,z)$ 具有连续偏导数，又设 $y = y(x)$ 和 $z = z(x)$ 分别是由方程 $e^{xy} - x = 0$ 和 $e^z - x\sin z = 0$ 所确定的可微函数，求 $du$.

3. 计算三重积分 $I = \iiint\limits_V [z^2 + z\cos(x+y^2)] dxdydz,$ 其中 $V$ 由 $z^2 \ge x^2 + y^2,$ $x^2 + y^2 + z^2 \le R^2$ 所围成.

4. 求函数 $f(x,y)=x^2+4xy+9y^2-2x+y$ 的极值点和极值.

三、(7 分)求与直线 $\begin{cases} x-y+z=0 \\ 2x-y+3z-2=0 \end{cases}$ 垂直，且与球面 $x^2+y^2+z^2=4$ 相切的平面方程.

四、(7 分)设 $z=f(u(x,y))$，其中 $f$ 可微，$u(x,y)$ 是由方程 $g(u)+\int_{x^2}^{y^2}\varphi(t)dt=0$ 确定的可微函数，又设 $\varphi(t)$ 连续，$g(u)$ 可导，且 $g'(u)\neq 0$，试求 $y\varphi(y^2)\dfrac{\partial z}{\partial x}+x\varphi(x^2)\dfrac{\partial z}{\partial y}$.

五、(8 分)设曲面 $z=x^2+y^2$ 和平面 $z=2x$ 围成几何体 $\Omega$，如果 $\Omega$ 上任一点 $(x,y,z)$ 处的密度为 $\mu=y^2$，求 $\Omega$ 对 z 轴的转动惯量.

六、(9 分)试计算以曲面 $z=x+y$ 为上顶，以 $XY$ 平面上的区域 $D: x^2+y^2\leq x+y$ 为下底的曲顶柱体 $\Omega$ 的体积，并计算此曲顶柱体上顶的面积.

七、(6 分)已知 $\Delta ABC$ 的面积为 S，从 $\Delta ABC$ 内部的点 P 分别向长度为 $a,b,c$ 的三边作垂线，设垂线长度分别为 $x,y,z$，求使三垂线长度的乘积为最大的点 P 的位置.