课程编号：07000131；07000150 北京理工大学 2007-2008 学年第二学期

高等数学课程期中考试试卷（A 卷）

2008.4.18

学号 ____________ 班级 ____________ 姓名 _____________ 成绩 _____

一、填空题（每小题 4 分, 共 24 分）

1．曲线$\begin{cases}3x^2+2y^2=13\\ z=0\end{cases}$ 绕 x 轴旋转一周所得旋转曲面 S 的方程为__________________,

S 在点 $(1,-1,2)$ 处的法向量 $\vec{n}=$___________________.

2．已知 $\vec{a}=2\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}$，又设 $\vec{b}$ 是既垂直于 $\vec{a}$ 又垂直于 z 轴，且与 x 轴正向夹角为锐角的单位向量，则 $\vec{b}=$________________.

3．设有直线 $L:\begin{cases}x-y+z+5=0\\ 5x-8y+4z+36=0\end{cases}$ 和平面 $\pi:\lambda x-5y+z=8$，若 $L//\pi$，则 $\lambda=$________,

L 到 π 的距离 $d=$_________.

4．设 $z=z(x,y)$ 是由方程 $2x-2y=z+e^{yz}$ 确定的可微的隐函数，则 $z(x,y)$ 在 $(1,0)$ 点的一阶全微分 $dz(1,0)=$____________________.

5． 设 $z=f(x,y)=x^2+xy-y^2$．已知 $f(x,y)$ 在 $P(2,1)$ 点处沿方向 $\vec{e}$ 的方向导数取最大值，则此方向导数的最大值为 ______________ .

6．设 $f(x,y)$ 是连续函数，将累次积分 $I=\int_0^1 dy\int_{-\sqrt{y}}^{\sqrt{y}} f(x,y)dx+\int_1^4 dy\int_{-\sqrt{y}}^{2-y} f(x,y)dx$ 交换积分次序后的累次积分形式为 $I=$

二、 (10 分) 设 $z=f(x^2y,\dfrac{x}{y})$ 其中 f 具有二阶连续偏导数，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x},\dfrac{\partial z}{\partial y},\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

三、(10 分) 设 $f(x,y)=2x^3+xy-x^2-y^2$． 求 $f(x,y)$ 的极值点和极值.

四、(12 分) 分别求曲线 $\Gamma:\begin{cases}x^2+y^2+2z^2=7\\ 2x+y+z=1\end{cases}$ 在点 $M(1,-2,1)$ 处的切线 L 的方程和曲面 $\Sigma:2z=y^2-2x^2$ 在点 $M(1,-2,1)$ 处的切平面 π 的方程，并求直线 L 与平面 π 的夹角.

五、(10 分) 设 $z=z(x,y)$ 是由方程 $xz+e^z+\int_x^{2y} e^{t^2}dt=0$ 确定的可微函数，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x},\dfrac{\partial z}{\partial y},\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

六、(12 分) 设 D 是由半圆周 $y=\sqrt{2-x^2}$ 、曲线 $x=y^2$ 及 x 轴所围成的闭区域，将二重积分 $I=\iint\limits_D f(x,y)dxdy$ 写成极坐标系下的累次积分，并计算 $I=\iint\limits_D \sqrt{x^2+y^2}dxdy$ 的值.

七、(10 分) 求柱面 $x=y^2$，平面 $x-y+z=2$ 与 xoy 坐标平面所围立体的体积 V .

八、(12 分) 求函数 $u=x^2+y^2+z^2$ 在约束条件 $z=x^2+y^2$ 和 $x+y+z=4$ 下的最大值，并验证：曲线 $\Gamma:\begin{cases} z=x^2+y^2 \\ x+y+z=4 \end{cases}$ 在上述取得最大值的点处的切向量与最大值点的向径正交.（提示：条件极值点的 x 坐标与 y 坐标相等）