课程编号：H0172203 北京理工大学 2017-2018 学年第二学期

《工科数学分析》（下）期末试题(A 卷)

座号 ______ 班级______________ 学号______________ 姓名______________

(试卷共 6 页，十个大题，解答题必须有过程. 试卷后面空白纸撕下做草稿纸. 试卷不得拆散.)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											
签名											

得分	

一、填空题（每小题 4 分，共 20 分）

1. 曲面 $z=x^2(1-\sin y)+y^2(1-\sin x)$ 在点 $(1,0,1)$ 处的切平面方程为______________.

2. 函数 $z=xe^{2y}$ 在点 $P(1,0)$ 处沿从点 $P(1,0)$ 到点 $Q(2,-1)$ 方向的方向导数为______________.

3. 交换积分次序：$\int_0^{\frac{1}{4}}dy\int_y^{\sqrt{y}}f(x,y)dx+\int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}}dy\int_y^{\frac{1}{2}}f(x,y)dx=$ ____________________.

4. 设 L 为圆周 $\begin{cases}x^2+y^2+z^2=a^2\\x+y+z=0\end{cases}$，则曲线积分 $I=\oint_L(3x^2+2y^2+x)dl=$________.

5. 知级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n a^n}{n}$ 绝对收敛,则 a 的取值范围为__________.

得分	

二、计算题（每小题5分，共20分）

1. 在直线 $\frac{x+3}{3}=\frac{y+2}{-2}=z$ 上求与平面 $x+2y+2z+6=0$ 距离为2的点.

2. 设 $z=f(x^2y,\frac{x}{y})$, 其中 f 有二阶连续偏导数，求 $\frac{\partial z}{\partial x},\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

3. 计算 $I=\iint\limits_S(2x+y+2z)dS$, S 是平面 $x+y+z=1$ 在第一卦限中的部分.

4. 设 $\vec{A}=\left\{xe^y, xyz, ze^z\right\}$，计算 $rot\vec{A}$, $div(rot\vec{A})$.

得分	

三、(8 分) 设连续可微函数 $z=z(x,y)$ 由方程 $F(xz-y,x-yz)=0$(其中 $F(u,v)$ 有连续的偏导数)唯一确定，L 为正向单位圆周.

试求 $I=\oint_L(xz^2+2yz)dy-(2xz+yz^2)dx.$

得分	

四、(6 分)由平面图形 $1\le x\le 2, 0\le y\le\sqrt{x}$ 绕 x 轴旋转所生成的旋转体 Ω, 其密度 $\rho(x,y,z)=1$, 求该旋转体 Ω 对 x 轴的转动惯量.

得分	

五、(8 分)已知函数 $f(x,y)=x+y+xy$, 曲线 $C: x^2+y^2+xy=3$, 求 $f(x,y)$在曲线C上的最大方向导数.

得分	

六、(8 分)设 $f(u)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内有连续的导函数，k 是一个待定常数. 已知曲线积分 $\int_\Gamma (x^2y^3+2x^5+ky)dx+[xf(xy)+2y]dy$ 与路径无关，且对任意的t， $\int_{(0,0)}^{(t,-t)}(x^2y^3+2x^5+ky)dx+[xf(xy)+2y]dy=2t^2$

求 $f(u)$ 的表达式和 k 的值，并求 $(x^2y^3+2x^5+ky)dx+[xf(xy)+2y]dy$ 的原函数.

得分	

七、(8 分) 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n+1}{n!}x^{2n}$ 的收敛域及和函数.

得分	

八、(8 分) 将函数 $f(x)=1-x^2(0\le x\le \pi)$ 展开成余弦级数,

并求级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n^2}$ 的和.

得分	

九、(8 分) 计算曲面积分
$I=\iint\limits_{\Sigma}(x^3+az^2)dydz+(y^3+ax^2)dzdx+(z^3+ay^2)dxdy$, 其中 Σ 为上半球面 $z=\sqrt{a^2-x^2-}$ 的上侧.

得分	

十、(6 分) 设 $f(x)$ 是在 $(-\infty,+\infty)$ 内的可微函数，且 $|f'(x)|<mf(x)$, 其中 $0<m<1$. 任取实数 a_0, 定义 $a_n=\ln f(a_{n-1}), n=1,2,\cdots$ 证明：

$\sum\limits_{n=1}^{+\infty}(a_n-a_{n-1})$ 绝对收敛.