2012级《微积分A上》期末试卷（A）

班级____________________ 学号____________________ 姓名____________________

（注：本试卷共6页，十个大题。请撕下试卷最后一张空白纸做草稿）

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											
评阅人											

一、填空（每小题4分，共20分）

(1) 求极限$\lim\limits_{x\to0}\frac{x\ln(1+x)}{1-\cos x}=$__________

(2) 求曲线$\begin{cases} x=e^t\cos t \\ y=e^t\sin t \end{cases}$ 在$t=0$点处的切线方程：________________

(3) 设$x\neq0$, $\int\frac{f(x)}{x}\mathrm{d}x=\arcsin x+C$, 则$f(x)$=____________________;

$\int f(x)\mathrm{d}x$=________________

(4) 求定积分$\int_{-\pi}^{\pi}(\sqrt{1+\cos2x}+|x|\sin^3x)\mathrm{d}x=$____________________

(5) 微分方程$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}+y=e^{-x}$的通解为：______________________________

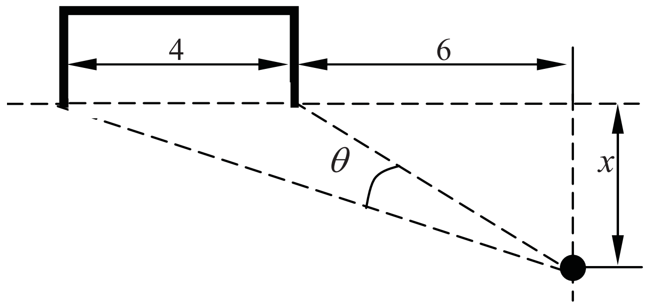
二、（本题满分9分）求极限: $\lim_{x \to 0} \frac{\int_0^{\tan 2x} \ln(1+t^2)\mathrm{d}t}{x^2 \sin x}$.

三、（本题满分9分）设$y = f(\tan x)$，$f'(x) = e^{x^2-2x+2}$，求$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}|_{x=0}$ 的值.

四、（本题满分9分）已知曲线$y=\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{6x(e^{nx}-\sin e^{nx})}{(1+x^2)e^{3nx}}$, $x\in(-\infty,+\infty)$, 直线$y=\dfrac{1}{2}x$和直线$x=1$, 求它们所围成平面图形的面积.

五、（本题满分9分）已知$f(x)$的一个原函数是e^{-x^2}, 求$\displaystyle\int xf'(x)\mathrm{d}x$.

六、（本题满分9分）假定足球门宽度为4米，在距离右门柱6米处一球员沿垂直于底线的方向带球前进，问：他在距离底线几米的地方将获得最大的射门张角？



七、（本题满分9分）求曲线$y=\int_0^x \tan t\mathrm{d}t,\ (0\le x\le \dfrac{\pi}{4})$的弧长.

八、（本题满分9分）设$f(x)=e^{-x}+\int_0^x (x-t)f(t)\mathrm{d}t$, 其中$f(x)$ 连续，求$f(x)$.

九、（本题满分9分）设有一个质量为m的均匀直细棒放在xoy平面的第一象限，细棒两端的坐标分别为$(2,0)$, $(0,2)$，有一个单位质量的质点位于坐标原点，求细棒对质点的引力在x轴正方向的分力。

十、（本题满分8分）函数$f(x)$在$[a,b]$上具有连续二阶导数，且$f(x)$为下凸函数, $(x \in [a,b])$. 又已知$\omega(x)$是在$[a,b]$上连续的非负函数，且满足$\int_a^b \omega(x)\mathrm{d}x = 1$. 证明：

(1) $a \leq \int_a^b x \cdot \omega(x)\mathrm{d}x \leq b$;

(2) $\int_a^b \omega(x) \cdot f(x)\mathrm{d}x \geq f[\int_a^b x \cdot \omega(x)\mathrm{d}x]$