

工科数学分析期中试题

班级_____ 学号_____ 姓名_____

(本试卷共 6 页, 十一个大题. 试卷后面空白纸撕下做草稿纸, 试卷不得拆散.)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	总分
得分												

一. 填空题 (每小题 2 分, 共 10 分)

1. 平面 $\pi_1: 3x + 2y - z + 8 = 0$ 与 $\pi_2: 3x + 2y - z - 9 = 0$ 之间的距离 $d =$ _____.

2. 直线 $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-2}{1}$ 与平面 $2x + y + z = 7$ 的夹角 $\varphi =$ _____.

3. $f(x, y) = \ln(1 + x + 2y)$ 的二阶麦克劳林公式(带佩亚诺余项)为

$f(x, y) =$ _____.

4. 圆 $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 10y \\ x + 2y + 2z = 19 \end{cases}$ 的圆心坐标为_____.

5. 设 f 是连续函数, 将 $I = \int_0^1 dx \int_{-\sqrt{x}}^{\sqrt{x}} f(x, y) dy + \int_1^4 dx \int_{x-2}^{\sqrt{x}} f(x, y) dy$ 交换积分次序后

$I =$ _____.

二. (8 分) 设点 $A(1, 1, 0), B(1, -1, 2), C(2, 3, 1), D(2, 3, 9)$. (1) 求 $\triangle ABC$ 的面积 S ; (2) 求四面体 $ABCD$ 的体积 V .

三. (9 分) 设 $z = f(x^2 - y^2, xy)$, 其中 f 有二阶连续偏导数, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

四. (9 分) 计算 $I = \iiint_V x^2 dx dy dz$, 其中 V 是平面 $x + y + z = 1$ 与三坐标面所围成的区域.

五. (9 分) 设 $z + \ln z + \int_y^x \sin t^2 dt = 0$, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

六. (8 分) 设 $z = f(x, y)$ 满足 $f''_{xx}(x, y) = 2y$, $f'_x(0, y) = e^y$, $f(1, y) = 0$, 求 $f(x, y)$.

七. (9 分) 求由曲面 $x^2 + y^2 = x$, $x^2 + y^2 = 2x$, $z = 0$, $x + z = 2$ 所围成的立体的体积.

八. (10 分) (1) 求曲线 $\begin{cases} x+y+z=4 \\ x^2+y^2=\frac{1}{2}z^2 \end{cases}$ 在点 (1,1,2) 处的切线 L 的方程;

(2) 求过直线 $L_1: \begin{cases} x+5y-z+10=0 \\ 2x+y+z+1=0 \end{cases}$ 且与 L 平行的平面 π 的方程.

九. (9 分) 计算 $I = \iiint_V (z + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}) dV$, 其中 V 是由曲面 $x^2 + y^2 + z^2 = 2z$ ($z \geq \frac{1}{2}$)

与 $x^2 + y^2 = 3z^2$ 所围成的空间有界闭区域.

十. (11 分) 设 π 是椭球面 $2x^2 + y^2 + z^2 = 3$ ($x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$) 上点 M 处的切平面, 求点

M , 使 π 与三坐标面所围成的四面体具有最小体积.

十一. (8 分) 求常数 a, b, c 的值, 使函数 $f(x, y, z) = axy^2 + byz + cx^3z^2$ 在点 (1,2,-1) 处沿 y 轴

正方向的方向导数有最大值 48.