课程编号：MTH17006　　北京理工大学 2010-2011 学年第二学期

《微积分 A》（下）期末试题(A 卷)

班级________　学号________　姓名________

(本试卷共 6 页，十一个大题，试卷后面空白纸撕下作草稿纸)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	总分
得分												
签名												

一、填空题（每小题 4 分，共 20 分）

1. 过点 $M(-1,2,1)$ 且与直线 $\begin{cases} x=3t-2 \\ y=t+4 \\ z=-t+1 \end{cases}$ 垂直的平面方程为________.

2. 设平面曲线 L 为下半圆周 $y=-\sqrt{1-x^2}$，则曲线积分 $\int_L (x^2+y^2)dl =$____.

3. 设级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{n^p}\arctan\frac{1}{\sqrt{n}}$ $(p$为常数$)$，则当 ________时该级数绝对收敛；当________时该级数条件收敛.

4. 设 $I=\int_0^2 dy\int_0^{\sqrt{2y-y^2}}\sqrt{x^2+y^2}dx$，则 I 在极坐标系中的累次积分为 $I=$________________；I 的值为________.

5 设函数 $f(x)=\pi x+x^2$ 在 $[-\pi,\pi]$ 上展开的傅里叶级数为 $\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos nx+b_n\sin nx)$，其和函数为 $s(x)$，则系数 $b_3=$________；$s(\pi)=$________.

二、(8 分)在曲面 $z=xy$ 上求一点 M，使 M 点处的法线垂直于平面 $x+3y+z+9=0$，并写出这条法线方程.

三、(8 分)计算三重积分 $I=\iiint\limits_V z\sqrt{x^2+y^2}\,dxdydz$，其中 V 是由半球面 $z=\sqrt{2-x^2-y^2}$ 与抛物面 $z=x^2+y^2$ 围成的区域.

四、(8 分)求函数$u = xy + 2yz$在约束条件 $x^2 + y^2 + z^2 = 10$下的最大值和最小值.

五、(8 分)求上半圆锥面S：$z = \sqrt{x^2 + y^2}$ $(0 \le z \le 1)$ 对z轴的转动惯量，已知圆锥面的面密度等于该点到原点的距离.

六、(8 分)求幂级数$\sum_{n=1}^{\infty} nx^n$的收敛域及和函数，并求数项级数$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^n}$的和.

七 （8 分）设$z = f(x-2y) + g(y, xe^y)$，其中函数$f(t)$二阶可导，$g(u,v)$具有连续的二阶偏导数，求$\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ 及$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

八、(8 分)计算曲线积分$I = \oint_L ydx + zdy + xdz$，其中 L是球面$x^2 + y^2 + z^2 = 1$与平面$x + y + z = 0$的交线，从z轴正向看是逆时针方向.

九、(8 分)利用高斯公式计算第二类曲面积分

$$I = \iint_{\Sigma} x^3 dydz + y^3 dzdx + (z^3 + x^2 + y^2) dxdy,$$

其中Σ为上半球面$z = \sqrt{R^2 - x^2 - y^2}$ 的上侧.

十 （8 分）将 $f(x) = \frac{1}{x^2 + 4x + 3}$展开为$x-1$的幂级数，并求 $f^{(10)}(1)$的值.

十一、（8 分）设在右半平面$x > 0$内，有力$\vec{F} = -\frac{k}{r^3}(x\vec{i} + y\vec{j})$构成的力场，其中$k$为常数，$r = \sqrt{x^2 + y^2}$. 写出功的表达式并证明在此力场中，场力所做的功与所取的路径无关.