南开大学 2016 级"一元函数积分 (信)"结课统考试卷 (4卷) 2017年1月2日

说明:答案务必写在装订线右侧,写在装订线左侧无效。影响成绩后果自负。)

题号	_	_	=	四	五	六	七	卷面 成绩	核分 签名	复核 签名
得分										

一、选择题(每小题 4分)

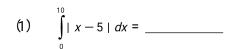
一题 得分

草稿区

(1) 设
$$f(x) = \int_{x}^{x+2\pi} e^{\cos t} (2 + \sin t) dt$$
, 则 $f(x) = ($):

- (A) 为负常数; (B) 为正常数; (C) 恒为零; (D) 不为常数。
- ② 在 $(-\infty, +\infty)$ 上, F(x) = f(x) ,则 $\int f(\sqrt{x} 1) \frac{dx}{\sqrt{x}} = ($):
 - (A) $F(\sqrt{x}-1)$; (B) $F(\sqrt{x}-1)+C$;
 - (C) $\frac{1}{2}F(\sqrt{x}-1)+C$; (D) $2F(\sqrt{x}-1)+C$
- (3) 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} \int_0^{x^2} \frac{\sin 2t}{t} dt, & x \neq 0 \\ t, & x \neq 0 \end{cases}$,则当 a 取()时,函数 f(x) 在 x = 0 点连续:
 - (A) 2; (B) 1; (C) -1; (D) 0
- (4) 设 f(x) 为可导函数, $z = e^x f(2x + y)$,则偏导数 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 为(
 - (A) $e^x + f(2x + y)$; (B) $e^x f(2x + y)$; (C) $e^x 2f(2x + y)$; (D) $e^x + 2f(2x + y)$
- (5) 下列结论正确的是(
 - (A) 若偏导数 $f_x(x_0, y_0)$, $f_y(x_0, y_0)$ 存在,则 f(x, y) 在点 (x_0, y_0) 连续;
 - (B) 若偏导数 $f_{x}(x_{0}, y_{0}), f_{y}(x_{0}, y_{0})$ 存在,则 f(x, y) 在点 (x_{0}, y_{0}) 可微;
 - (C) 若 f(x, y) 在点 (x_0, y_0) 可微,偏导数 $f_x(x, y)$, $f_y(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 连续;
 - (D) 若偏导数 $f_x(x, y)$, $f_y(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 连续,则 f(x, y) 在点 (x_0, y_0) 连续;

二、填空题 每小题4分):





- (4) 设 f(x) 为连续函数,满足 $\int_{-1}^{x^3-1} f(t) dt = x$,则 f(7) =______
- (5) 曲线 $y = 1 x^2$, $(0 \le x \le 1)$ 与 x 轴,y 轴所围的图形绕 x 轴旋转所得旋转体的体积= _______

三、求下列不定积分: 每小题 6 分)

(1)
$$\int \frac{x^2}{(x+1)^8} dx$$
;



(2) $\int e^{x} \ln(1+e^{x}) dx$;

(3) $\int \frac{x^2}{1+x^2} \arctan x dx$;

草稿区

四、求下列定积分 每小题 7 分):

(1)
$$\int_{0}^{1/2} \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx \; ;$$

四题 得分 草稿区

(2)
$$\int_{-1}^{1} (|x| + 2016 \ x) e^{-|x|} dx ;$$

(3)
$$\int_{-1}^{1} \frac{\sin^{2}(\frac{\pi}{2}x)}{1+3^{x}} dx$$

五、(8 分) 设函数 $f(x, y) = \begin{cases} (x^2 + y^2)\cos(x^2 + 2y^2)^{-1}, x^2 + y^2 > 0 \\ 0, x = y = 0 \end{cases}$ 试讨论 f(x, y) 在(0,0) 点是否连续、是否可微?

五题 得分 . 六、(7 分) 求函数 $f(x) = \int_{1}^{x^2} (x^2 - t) e^{-t^2} dt$ 的单调区间与极值。

草稿区

六题	
得分	

七、(6分) 设 f(x) 在[a,b]上二次连续可导,且 $f(\frac{a+b}{2})=0$,

取 $M = \max\{ | f''(x) |; x \in [a, b] \}$,证明:

$$\int_{a}^{b} |f(x)| dx \leq \frac{M}{24} (b-a)^{3}$$

七题 得分