课程编号：MTH17004　　北京理工大学 2011-2012 学年第二学期

# 工科数学分析期末试题(A 卷)

班级________　学号________　姓名________

(本试卷共 6 页，十一个大题. 试卷后面空白纸撕下做草稿纸，试卷不得拆散.)

| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 八 | 九 | 十 | 十一 | 总分 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 得分 | | | | | | | | | | | | |
| 签名 | | | | | | | | | | | | |

一. 填空题（每小题 2 分，共 10 分）

1. 平面 $\pi_1: 3x+2y-z+6=0$ 与 $\pi_2: 3x+2y-z-7=0$ 之间的距离 $d=$________.

2. 设 $f(x,y)=\sqrt{x^2+|y|^3}$，根据偏导数的定义，$f_y'(0,0)=$________.

3. 设 $\vec{A}=e^{xy}\vec{i}+\sin(xy)\vec{j}+\sin(xz^2)\vec{k}$，则 $div\vec{A}=$________.

4. 设曲面 $S: x^2+y^2+z^2=a^2$，则 $\iint\limits_S (x^2+\frac{1}{2}y^2+\frac{1}{4}z^2)dS=$________.

5. $f(x)=\ln x$ 在 $x_0=3$ 处的泰勒级数展开式为 $f(x)=$________.

二. (8 分)已知 $e^z-xz=y$ 确定函数 $z=z(x,y)$，求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

三. (8 分) 证明曲线 $\begin{cases} x^2-z=0 \\ 3x+2y+1=0 \end{cases}$ 在点 $P(1,-2,1)$ 处的切线与直线 $\begin{cases} 3x-5y+5z=0 \\ x+5z+1=0 \end{cases}$ 垂直.

四. (11 分) 求函数 $z=xy(1-x-y)$ 的极值点和极值.

五. (9 分) 将 $I=\int_0^1 dx\int_{1-\sqrt{1-x^2}}^{x}\frac{dy}{\sqrt{(x^2+y^2)(4-x^2-y^2)}}$ 化成极坐标系中的累次积分，并求出积分的值.

六. (9 分) 求幂级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{x^n}{n+2}$ 的收敛域及和函数.

七. (9 分) 设$V$是由柱面$y=x^2$，平面$y+z=1$以及$xOy$面所围成的空间有界闭区域，计算 $I=\iiint\limits_V x^2 dxdydz.$

八. (10 分) 已知$\frac{ax+y}{x^2+y^2}dx-\frac{x-y+b}{x^2+y^2}dy$在右半平面$(x>0)$是函数$u(x,y)$的全微分，求$a,b$的值，并求$u(x,y)$.

九. (8 分) 设 $f(x)=\begin{cases}-1 & -\pi\le x<0\\ 1 & 0\le x<\pi\end{cases}$，求$f(x)$在$[-\pi,\pi]$上以$2\pi$为周期的傅里叶级数展开式中$\sin nx$的系数$b_n$，并给出此傅里叶级数在$[-\pi,\pi]$上的和函数$S(x)$的表达式.

十. (9 分) 利用高斯公式计算$I=\iint\limits_S xz^2dydz+(x^2y-z^3)dzdx+(2xy+y^2z+3)dxdy$，其中 S 是曲面$z=\sqrt{1-x^2-y^2}$的下侧.

十一. (9 分) 设函数$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$可导，且满足$f(x)=\sin x+\int_0^x(x-u)f(u)du$，求$f(0)$, $f'(0)$，并证明$\sum_{n=1}^{\infty}f(\frac{1}{n})$发散，$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n f(\frac{1}{n})$收敛.