

数学分析 B 期末试题(A 卷)

班级_____ 学号_____ 姓名_____

(本试卷共 5 页, 九个大题)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分
得分										
评阅人										

一. 填空题 (每小题 4 分, 共 28 分)

1. $\frac{d(\arcsin x)}{d\sqrt{1-x^2}} = \underline{\hspace{2cm}}.$

2. 设 $y = f(x)$ 满足 $y'' = x + \sin x$, 且曲线 $y = f(x)$ 与直线 $y = x$ 在原点处相切, 则
 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}.$

3. 函数 $f(x) = \sin^3 x + \cos^3 x$ 在 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上的最大值 $M = \underline{\hspace{2cm}}$, 最小值 $m = \underline{\hspace{2cm}}.$

4. 微分方程 $\frac{dy}{dx} - \frac{1}{x}y = x^2$ 的通解为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

5. 函数 $f(x) = x \ln(1+x) - e^{x^2}$ 的 5 阶麦克劳林公式(带佩亚诺余项)为
 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}.$

6. 已知 $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos ax}{x^2} & x > 0 \\ 2 & x = 0 \\ \frac{\sqrt{1-x}-1}{bx} & x < 0 \end{cases}$ 是连续函数, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}.$

7. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{\sin x} (1+t)^{\frac{1}{t}} dt}{\int_0^{\tan x} \frac{\sin t}{t} dt} = \underline{\hspace{2cm}}.$

二. (9 分) 求微分方程 $y'' + y' - 2y = e^x$ 的通解.

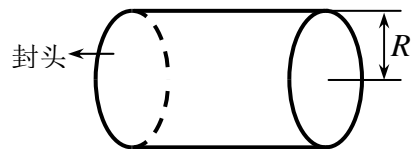
三. (9 分) 求不定积分 $\int x^2 \arctan x dx$.

四. (9 分) 设 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - (ax + bx^2)}{x^2} = 1$, 求 a 和 b 的值.

五. (9 分) 已知油罐车上的油罐是半径为 R 的圆柱体, 两边的封头是半径为 R 米的圆板

(如图), 若油的密度 $\mu = 800 \text{ kg/m}^3$, 并假定油罐

装满了油, 求油罐的每个封头所受的侧压力.



六. (9 分) 求反常积分 $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x+1}}$.

七. (9 分) 已知函数 $f(x)$ 在 $[1, +\infty)$ 上单调增加, 且对任意 $t > 1$, 曲线 $y = f(x)$ 在 $[1, t]$ 上的

弧长等于此曲线与直线 $x = 1$, $x = t$ 及 x 轴所围图形面积的 2 倍, 又曲线过点 $(1, \frac{1}{2})$,

求 $f(x)$.

八. (9 分) (1) 设 $I_1 = \int_0^{\pi} e^{\sin x} \sin x dx$, $I_2 = \int_{\pi}^{2\pi} e^{\sin x} \sin x dx$, 比较 I_1, I_2 的大小(要说明理由);

(2) 设 $F(x) = \int_x^{x+2\pi} e^{\sin t} \sin t dt$, 证明 $F(x)$ 恒为正的常数.

九. (9 分) 设 $f(x)$ 在 $[0, 2]$ 上二阶可导, 且 $|f''(x)| \leq 1$, 又 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 0$. (1) 证明 $f(x)$ 在

$(0, 2)$ 内存在驻点; (2) 证明 $|f'(0)| + |f'(2)| \leq 2$.