

## 高等数学期中试题(A 卷)

班级\_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_

(本试卷共 4 页, 七个大题)

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								

一. 填空题 (每小题 4 分, 共 32 分)

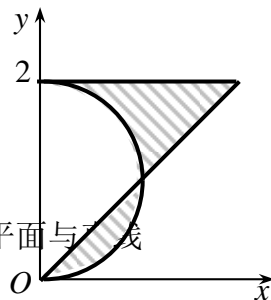
1. 已知  $|\vec{a}|=1, |\vec{b}|=2$ , 向量  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的夹角  $(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{3}$ , 则  $\vec{a} \cdot \vec{b} =$  \_\_\_\_\_, $|2\vec{a} - 3\vec{b}| =$  \_\_\_\_\_.2. 点  $P(2,3,4)$  到直线  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-3}{6}$  的距离  $d =$  \_\_\_\_\_.3. 设  $u = x^2y + xy^2z$ , 在点  $(2,1,0)$  处沿方向 \_\_\_\_\_  $u$  增加得最快, 且沿此方向  $u$  的变化率为 \_\_\_\_\_.4. 曲线  $x = 2\cos\theta, y = 2\sin\theta, z = 5\theta$  是什么曲线: \_\_\_\_\_, 此曲线上  $\theta = \frac{\pi}{2}$  的点处的切向量  $\vec{s} =$  \_\_\_\_\_.5. 函数  $f(x, y) = e^x \ln(1+y)$  的二阶麦克劳林公式(带佩亚诺余项)为 $f(x, y) =$  \_\_\_\_\_.6. 设  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{x}{1+y^2}$ ,  $\frac{\partial z}{\partial x} \Big|_{y=0} = \sqrt{1+x}$ ,  $z \Big|_{x=0} = y$ , 则  $z =$  \_\_\_\_\_.7. 设  $z = f(x^2 + y^2, e^{x+y})$ , 其中  $f$  有二阶连续偏导数, 则  $\frac{\partial z}{\partial x} =$  \_\_\_\_\_, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$  \_\_\_\_\_.8. 函数  $f(x, y) = x^2 + 2y^2 - 5$  在区域  $D: x^2 + y^2 \leq 1$  上的最大值  $M =$  \_\_\_\_\_, 最小值  $m =$  \_\_\_\_\_.

二. (10 分) 设  $x^2 + y^2 + z^2 = f(xy, z - 2x)$ , 其中  $f$  有连续偏导数, 求  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ .

三. (12 分) 证明直线  $L_1: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{2}$  与  $L_2: \begin{cases} x+2y=1 \\ y+z=2 \end{cases}$  共面, 并求过直线  $L_1$  与  $L_2$  的平面方程.

四. (12 分) 计算二重积分  $\iint_D \frac{|y-x|}{x^2+y^2} dx dy$ , 其中  $D$  是由直线  $y=x$ ,

$y=2$ , 与圆  $x^2 + (y-1)^2 = 1$  所围成的阴影部分区域(如图).



五. (11 分) 在曲面  $3x^2 + y^2 + z^2 = 16$  上求一点, 使曲面在此点的切平面与两直线

$L_1: \frac{x-3}{4} = \frac{y-6}{5} = \frac{z+1}{8}$  和  $L_2: x=y=z$  都平行.

六. (11 分) 计算三重积分  $I = \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \int_0^{1-x-y} e^{\frac{y}{1-x-z}} dz$ .

七. (12 分) 设  $M$  是椭圆  $\begin{cases} 2x^2 - y^2 + z^2 = 5 \\ x+y=0 \end{cases}$  上的点,  $\frac{\partial f}{\partial \vec{e}}$  是函数  $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$  在

点  $M$  处沿方向  $\{1, -1, 1\}$  的方向导数, 求使  $\frac{\partial f}{\partial \vec{e}}$  取得最大值和最小值的点  $M$  及  $\frac{\partial f}{\partial \vec{e}}$  的最大值和最小值.