信息学院本科生06-07学年第一学期线性代数 课程期末考试试卷（A卷）

平时成绩：________ 卷面成绩：________ 总成绩：________(期末成绩和平时成绩比例：80/20）

专业：__________年级：_____学号：___________姓名：___________

注意：此次课本为《高等数学》，四川大学版

题目	一	二	三	四	五	六	七	八	九	卷面成绩
分数										

一、选择填空（仅有一个正确答案）及判断正误（正确打“√”；错误打“×”）（每题2分，本题共16分）

1. 若 $A_{n\times n}x_{n\times 1}=2x_{n\times 1}$，则 2 是 $A_{n\times n}$ 的一个特征值. (　　)

2. 若齐次方程组 $Ax=0$ 中方程的个数少于未知量的个数, 则 $Ax=0$ 一定有非零解.　　(　　)

3. 若 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_4,\boldsymbol{\alpha}_5$ 都是 $Ax=b$ 的解，则 $\boldsymbol{\alpha}_1+4\boldsymbol{\alpha}_2-3\boldsymbol{\alpha}_3+6\boldsymbol{\alpha}_4-8\boldsymbol{\alpha}_5$ 是 $Ax=0$ 的一个解.(　　)

4. 已知 V 是一个向量空间，则（　　）。
（A）V 中一定有零向量；　（B） V 中一定有非零向量；
（C） V 中一定有线性无关向量；　（D） V 中一定有无穷多个向量.

5. 若 A,B 都是三阶可逆矩阵，则(　　).
(A) A 与 B 可换；　(B) A 与 B 相似；　(C) A 与 B 合同；　(D) A 与 B 等价.

6. 以下说法正确的是：(　　)
(A) 负定矩阵的各阶顺序主子式都小于0　(B) A正定，则 A^{-1} 也正定
(C) 两个n阶正定矩阵的乘积仍正定　(D) 一个二次型若既不正定，也不负定，则必为常数0

7. 三个n阶矩阵A，B，C满足ABC = E, 以下说法正确的是：(　)
(A) CAB = E;　(B) CBA = E;　(C) 秩(A)≠n;　(D) $|A|=|B|=|C|=1$

8. 设 $A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{11}+a_{31} & a_{12}+a_{32} & a_{13}+a_{33} \end{pmatrix}$ $p_1=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$，$p_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$，则以下各式正确的是（　　）
(A) $Ap_1p_2=B$　(B) $Ap_2p_1=B$　(C) $p_1p_2A=B$　(D) $p_2p_1A=B$

二、计算下列行列式（每题7分，共14分）

1. $D=\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 & x-1 \\ 1 & -1 & x+1 & -1 \\ 1 & x-1 & 1 & -1 \\ x+1 & -1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$　　2. $D=\begin{vmatrix} 1 & a & & \\ -1 & 1-a & b & \\ & -1 & 1-b & c \\ & & -1 & 1-c \end{vmatrix}$

三、设矩阵 $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$,矩阵X满足 $A^*X=A^{-1}+2X$, 其中 A^* 是矩阵A的伴随矩阵，求矩阵X。

（本题10分）

四、已知 $\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s\}$ 线性无关, 向量 $\beta=\alpha_1+\alpha_2+\cdots+\alpha_s$。

证明：向量组$\{\beta-\alpha_1,\beta-\alpha_2,\cdots,\beta-\alpha_s\}$线性无关 （9 分）

五、已知线性方程组$\begin{cases} x_1+x_2 \quad\quad =1 \\ x_1 \quad\quad -x_3=1 \\ x_1+ax_2+x_3=b \end{cases}$，

（1）常数a,b取何值时，方程组有无穷多解、唯一解、无解？

（2）当方程组有解时，求其解.（本题共 13 分）

六、已知实二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=2x_1x_2-2x_2x_3+2x_3x_1$ 求正交变换$X=QY$，化$f(x_1,x_2,x_3)$为标准形，并写出正交变换$X=QY$。并判别二次型的正定性（正定、负定、或者二者都不是）（本题共 15 分）

七、设R^3的两组基$\alpha_1=\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$，$\alpha_2=\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$，$\alpha_3=\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}$；

$\beta_1=\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$，$\beta_2=\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$，$\beta_3=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$ （本题共 10 分）

（1） 求由基 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$到 β_1,β_2,β_3 的过渡矩阵P；

（2） 已知向量$\alpha=\alpha_1+3\alpha_2$，求向量$\alpha$在基 β_1,β_2,β_3 下的坐标

八、设向量组$\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s\}$;$\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s,\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_t\}$； $\{\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_t\}$的秩分别为$r_1,r_3,r_2$，证明：$\max\{r_1,r_2\}\le r_3\le r_1+r_2$ （本题 8 分）

九、m×n 矩阵 A 的秩为 r，证明存在一个 m×r 矩阵 P 和一个 r×n 矩阵 Q，使得 A = PQ, 其中 P 和 Q 的秩都等于 r。（5 分）