 北京理工大学 2012-2013 学年第一学期

工科数学分析期中试题

班级________________ 学号__________________ 姓名___________________

(本试卷共 6 页，十一个大题. 解答题必须有解题过程. 试卷后面空白纸撕下做草稿纸. 试卷不得拆散.)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	总分
得分												

一. 填空题（每小题 2 分，共 10 分）

1. 设 $y=\sin f(x)+f(\cos x)$，其中 f 是可导函数，则 $\dfrac{dy}{dx}=$______________________________.

2. 设 $x\to 0$ 时 $\sqrt[3]{1+\ln(1+\tan^5 x)}-1$ 与 cx^k 是等价无穷小，则 $c=$________， $k=$__________.

3. 已知 $f'(x_0)=A$，则 $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x_0+\alpha\Delta x)-f(x_0-\beta\Delta x)}{\Delta x}=$______________________.

4. 一质点 P 沿曲线 $9y=4x^2$ 运动，已知质点 P 的横坐标的速率为 30cm/sec，当质点 P 位于点(3,4)(单位:cm)时，从原点到质点 P 的距离随时间的变化率为____________________.

5. $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{2e^{2\sqrt{x}}-e^{\sqrt{x}}-3\sqrt{x}-1}{(e^{\sqrt{x}}-1)^2}=$______________________.

二. (8 分) 设 $\begin{cases} x=\sqrt{1-t^2} \\ y=\arcsin t \end{cases}$，求 $\dfrac{dy}{dx},\dfrac{d^2y}{dx^2}$.

三. (9 分) 求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\ln(1+x)}{x}\right)^{\frac{1}{e^x-1}}$.

四. (9 分) 设 $f(x)=\begin{cases} 3x^2+x\tan x & 0\le x<\dfrac{\pi}{2} \\ x\arctan\dfrac{1}{x^2} & x<0 \end{cases}$，求 $f'(x)$.

五. (9 分) 设 $x_1=\sqrt{3}, x_n=\sqrt{3x_{n-1}}\quad (n\ge 2)$，证明数列 $\{x_n\}$ 有极限，并求此求极限.

六. (9 分) 已知椭圆 $4x^2+y^2=5$，试求与此椭圆切于点 $A(1,-1)$ 和点 $B(-1,-1)$ 的抛物线方程.

七. (8 分) 判断方程$3x^4-4x^3-6x^2+12x-20=0$的实根个数.

八. (9 分) 将半径为R的球切削成一圆柱体，问圆柱体的高h和半径r分别为多少时能使圆柱体的侧面积最大. (要求用微积分的方法)

九. (9 分) 证明不等式 $(x+1)\ln\frac{x+1}{x}>1 \quad (x>0)$.

十. (12 分) 设$y=\frac{(x+1)^3}{(x-1)^2}$，研究函数的性态，并作出函数的图形.

十一. (8 分) 设$f(x)$在区间$[a,b]$上连续，在(a,b)内可导，其中$a>0$，$\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)}{x-a}=1$，证明在$(a,b)$内存在$\xi$，使得 $f(\xi)=\frac{b-\xi}{a}f'(\xi)$.