课程编号：A072001

北京理工大学2006-2007学年第二学期

2006级《微积分A》期中试题

一、　完成下列各题(每小题7分)

1 设$\vec{\alpha}=\vec{a}+2\vec{b},\vec{\beta}=k\vec{a}+\vec{b}$,其中$|\vec{a}|=2,|\vec{b}|=1$,且$\vec{a}\perp\vec{b}$,问：

（1）k为何值时，$\vec{\alpha}\perp\vec{\beta}$?

（2）k为何值时，以$\vec{\alpha},\vec{\beta}$为邻边的平行四边形面积为10？

2 设$z=yf(\frac{x}{y},2x)$,其中f有二阶连续偏导数，求$\frac{\partial z}{\partial x},\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

3. 设$z=z(x,y)$是由方程$x+xyz=e^{y+z}$确定的在$(1,0)$点邻域内可微的隐函数，求$z'_x(1,0),z'_y(1,0)$和$z''_{xy}(1,0)$.

4 已知$f(x,y)=e^{ax}(x+y^2+by)$在$(2,-2)$点取得极值，求a,b的值，并判断$f(2,-2)$是极大值还是极小值.

5 计算二重积分：$I=\iint\limits_D \sin\frac{x}{y}d\sigma$,其中$D$是由直线$y=x,y=2$和曲线$y=\sqrt[3]{x}\ (x\geq 1)$围成的曲边三角形区域.

二、　求解下列各题(每小题7分)

1 求曲线$\Gamma:\begin{cases}x^2+y^2+z^2=6\\x^2+y^2-z^2=4\end{cases}$在$(2,1,1)$点处的法平面方程.

2 计算$I=\iiint\limits_V(x+y-z)dV$.其中积分区域V是由平面$x=0,y=1,y=x,z=0$及$x+y-z=0$围成.

3 设$u=u(x,y,z)$是由方程$\varphi(x^2,y^2,u^2-z^2)=0$确定的可微的隐函数，其中$\varphi$是可微函数，求$grad\, u(x,y,z)$及$du$.

4 设旋转曲面$z=1-x^2-y^2$与xoy面围成一立体Ω，其上任一点处的密度等于该点到z轴的距离，求立体Ω的重心坐标.

三、(7 分)设$f(x,y)$是连续函数，试改变累次积分$I=\int_0^1 dx\int_{x^2}^{\sqrt{2x-x^2}} f(x,y)dy$的积分次序，并将其写成在极坐标系下的累次积分.

四、(7 分) 求过点$M(1,1,1)$,且与直线L_1: $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+3}{0}$相交，同时与平面$\pi: x-y+2z-1=0$平行的直线$L$的标准方程.

五、(8 分). 设Σ是由双曲线$z^2-4y^2=2$ 中$z>0$的一支绕z轴旋转而成的曲面，已知Σ上 M 点处的切平面π与平面$x+y+z=0$平行. (1)写出曲面Σ的方程并求出点 M 的坐标；(2)若Ω是Σ，π和柱面$x^2+y^2=1$围成的立体，求Ω的体积.

六、(8 分)计算$I=\iiint\sqrt{x^2+y^2+z^2}dV$，其中 V 是由$z=\sqrt{x^2+y^2}$, $z=\sqrt{3(x^2+y^2)}$及$z=1$所围成的区域.

七、(7 分)试利用 Lagrange 乘数法在椭球面$\Sigma: 2x^2+2y^2+z^2=5$上求一点P，使得函数$f(x,y,z)=x^2+y^2+z^2$在P点沿椭球面Σ在 M$(1,1,1)$点处的外法线方向的方向导数最大.