

学号 _____ 班级 _____ 姓名 _____ 成绩 _____

一、填空题 (每小题 4 分, 共 24 分)

1. 曲线 $\begin{cases} 3x^2 + 2y^2 = 13 \\ z = 0 \end{cases}$ 绕 x 轴旋转一周所得旋转曲面 S 的方程为 _____, S 在点 $(1, -1, 2)$ 处的法向量 $\vec{n} =$ _____.2. 已知 $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$, 又设 \vec{b} 是既垂直于 \vec{a} 又垂直于 z 轴, 且与 x 轴正向夹角为锐角的单位向量, 则 $\vec{b} =$ _____.3. 设有直线 $L: \begin{cases} x - y + z + 5 = 0 \\ 5x - 8y + 4z + 36 = 0 \end{cases}$ 和平面 $\pi: \lambda x - 5y + z = 8$, 若 $L // \pi$, 则 $\lambda =$ _____,
 L 到 π 的距离 $d =$ _____.4. 设 $z = z(x, y)$ 是由方程 $2x - 2y = z + e^{yz}$ 确定的可微的隐函数, 则 $z(x, y)$ 在 $(1, 0)$ 点的一阶全微分 $dz(1, 0) =$ _____.5. 设 $z = f(x, y) = x^2 + xy - y^2$. 已知 $f(x, y)$ 在 $P(2, 1)$ 点处沿方向 \vec{e} 的方向导数取最大值, 则此方向导数的最大值为 _____.6. 设 $f(x, y)$ 是连续函数, 将累次积分 $I = \int_0^1 dy \int_{-\sqrt{y}}^{\sqrt{y}} f(x, y) dx + \int_1^4 dy \int_{-\sqrt{y}}^{2-y} f(x, y) dx$ 交换积分次序后的累次积分形式为 $I =$ _____.二、(10 分) 设 $z = f(x^2 y, \frac{x}{y})$ 其中 f 具有二阶连续偏导数, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ 三、(10 分) 设 $f(x, y) = 2x^3 + xy - x^2 - y^2$. 求 $f(x, y)$ 的极值点和极值.四、(12 分) 分别求曲线 $\Gamma: \begin{cases} x^2 + y^2 + 2z^2 = 7 \\ 2x + y + z = 1 \end{cases}$ 在点 $M(1, -2, 1)$ 处的切线 L 的方程和曲面 $\Sigma: 2z = y^2 - 2x^2$ 在点 $M(1, -2, 1)$ 处的切平面 π 的方程, 并求直线 L 与平面 π 的夹角.五、(10 分) 设 $z = z(x, y)$ 是由方程 $xz + e^z + \int_x^{2y} e^{t^2} dt = 0$ 确定的可微函数, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

六、(12 分) 设 D 是由半圆周 $y = \sqrt{2-x^2}$ 、曲线 $x = y^2$ 及 x 轴所围成的闭区域，将二重积分 $I = \iint_D f(x, y) dx dy$ 写成极坐标系下的累次积分，并计算 $I = \iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$ 的值.

七、(10 分) 求柱面 $x = y^2$ ，平面 $x - y + z = 2$ 与 xoy 坐标平面所围立体的体积 V .

八、(12 分) 求函数 $u = x^2 + y^2 + z^2$ 在约束条件 $z = x^2 + y^2$ 和 $x + y + z = 4$ 下的最大值，并验证：曲线 $\Gamma: \begin{cases} z = x^2 + y^2 \\ x + y + z = 4 \end{cases}$ 在上述取得最大值的点处的切向量与最大值点的向径

正交. (提示：条件极值点的 x 坐标与 y 坐标相等)