2013级《微积分A下》期末试卷（B卷）

班级________________ 学号________________ 姓名________________

（注：本试卷共6页，十个大题。请撕下试卷最后一张空白纸做草稿）

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											
评阅人											

一、填空（每小题4分，共20分）

(1) 设$u = e^{-x}\sin\frac{x}{y}$, 则$\frac{\partial u}{\partial x}$=___________

(2) 设L是xOy平面上的椭圆，周长为a，其方程为$\frac{x^2}{9} + y^2 = 1$, 则$\oint\limits_L (xy + x^2 + 9y^2)dl$=___

(3) 设$\Sigma = \{(x, y, z)|x + y + z = 1, x \ge 0, y \ge 0, z \ge 0\}$, 则积分$\iint\limits_\Sigma y^2 ds$=_________

(4) 判断级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(\frac{1}{n^2+4} + \frac{n}{n^2+4})$的敛散性________

(5) 已知幂级数$\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n(x+2)^n$在$x = 0$处收敛，在$x = -4$处发散，则幂级数$\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n(x-3)^n$的收敛域为：___________

二、选择题（每小题2分，共10分）

(1). 设有平面区域$D=\{(x,y)|-a\le x\le a, x\le y\le a\}$, $D_1=\{(x,y)|0\le x\le a, x\le y\le a\}$, 则$\iint\limits_D (xy+\cos x\sin y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$= (　　)

A. $2\iint\limits_{D_1}\cos x\sin y\mathrm{d}x\mathrm{d}y$　　B. $\iint\limits_{D_1} xy\mathrm{d}x\mathrm{d}y$

C. $4\iint\limits_{D_1}(xy+\cos x\sin y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$　　D. 0

(2). 设曲线积分$\int\limits_L (f(x)-e^x)\sin ydx - f(x)\cos ydy$与路径无关，其中$f(x)$具有一阶连续导数，且$f(0)=0$, 则$f(x)$等于 (　　)

A.$\frac{e^{-x}-e^x}{2}$;　　B.$\frac{e^x-e^{-x}}{2}$;　　C.$\frac{e^{-x}+e^x}{2}$;　　D.$1-\frac{e^{-x}+e^x}{2}$.

(3). 设$f(x,y)$为闭区域$D=\{(x,y)|x^2+y^2\le y, x\ge 0\}$上连续，且$f(x,y)$=$\sqrt{1-x^2-y^2}-\frac{8}{\pi}\iint\limits_D f(x,y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$, 则$f(x,y)=$ (　　)

A. $\sqrt{1-x^2-y^2}+\frac{8}{9\pi}-\frac{2}{3}$;　　B. $\sqrt{1-x^2-y^2}+\frac{8}{9\pi}+\frac{2}{3}$;

C. $\sqrt{1-x^2-y^2}+\frac{8}{9\pi}$;　　D. $\sqrt{1-x^2-y^2}+\frac{2}{3}$

(4)设$L:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, 则曲线积分$\oint\limits_L\frac{-ydx+xdy}{x^2+y^2}$ (　　)

A. 与L的取向无关，与a,b 的大小有关；

B. 与L的取向无关，与a,b 的大小无关；

C. 与L的取向有关，与a,b 的大小有关；

D. 与L的取向有关，与a,b 的大小无关.

(5). 若级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$收敛，则由下列选项(　　)中能得出级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n$一定收敛.

A. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{b_n}{a_n}=1$.　　B. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{b_n}{a_n}=0$.

C. $\lim\limits_{n\to\infty}n(a_n-b_n)=1$.　　D. $\lim\limits_{n\to\infty}n^2(a_n-b_n)=1$.

三（本题满分9分）已知$z=f(u,v)$具有二阶连续偏导, $u=xy$, $v=x^2+y^2$, 求$\frac{\partial z}{\partial x}$ 和$\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

四（本题满分9分）已知平面区域$D=\{(x,y)|0\le x\le\pi,0\le y\le\pi\}$, L为D的正向边界，证明：$\oint_L xe^{\sin y}dy-ye^{-\sin x}dx=\oint_L xe^{-\sin y}dy-ye^{\sin x}dx$.

五（本题满分9分）计算二重积分$\iint\limits_{D} \sqrt{|y-x^2|}dxdy$, 其中$D$：$\{-1 \le x \le 1,\ 0 \le y \le 2\}$.

六（本题满分9分）设平面薄片所占的闭区域D是由直线$x+y=2$, $y=x$和x轴所围成，各点的面密度等于该点到原点$(0,0)$距离的平方，求该薄片的质量与质心.

七（本题满分9分）计算曲线积分$\int_L xy\mathrm{d}x + x^2\mathrm{d}y$, 其中$L: y = 1 - |x|$, $(x \in [-1,1])$, 起点$A(-1,0)$, 终点$B(1,0)$.

八（本题满分9分）计算曲面积分$\oiint\limits_S x^3 dydz + y^3 dzdx - zdxdy$, 其中$S$是由曲线$L: \begin{cases} y^2 - z^2 = 1 \\ x = 0 \end{cases}$ 绕z轴旋转一周而成的旋转曲面与平面$z = -1, z = 1$围成的空间闭区域Ω的边界曲面，取外侧.

九（本题满分8分）求幂级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2n-1}{2^n}x^{2n-2}$的和函数（注明收敛域），并求数项级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2n-1}{2^n}$的和.

十（本题满分8分）设$f(x)=\begin{cases}\sin x, & 0<x<\frac{\pi}{2}\\ 0, & \frac{\pi}{2}\le x<\pi\end{cases}$ 请在区间$(-\pi,0)$内把函数$f(x)$延拓成以2π为周期的正弦级数，并写出和函数在$(-\pi,0)$上的表达式.