课程编号：MTH17004, MTH17006 北京理工大学 2010-2011 学年第二学期

工科数学分析期末试题（A 卷）

班级________________ 学号__________________ 姓名___________________

(本试卷共 6 页，十一个大题，试卷后面空白纸撕下作草稿纸)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	总分
得分												

一. 填空题（每小题 2 分，共 10 分）

1. 已知$|\vec{a}|=3$，$|\vec{b}|=26$，$|\vec{a}\times\vec{b}|=72$，且$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角是钝角，则$\vec{a}\cdot\vec{b}=$______。

2. 设$u=x^2y+ye^z+yz\ln x$，则$\mathrm{div}(\mathrm{grad}u)\big|_{(1,1,1)}=$_______________。

3. 已知向量$\vec{a},\vec{b},\vec{c}$不共面，但向量$\vec{a}+2\vec{b},\vec{b}+\vec{c},\lambda\vec{a}+\vec{c}$共面，则$\lambda=$ __________。

4. 设 L 是曲线 $x=t,y=t^3,z=1$ 上从 $A(0,0,1)$ 到 $B(2,8,1)$ 的一段，若将 $I=\int_L x^2dx+ydy+zdz$ 化成第一类曲线积分，则有$I=$ ___________________________。

5. 变量替换$u=x,v=\dfrac{y}{x}$可将微分方程$x\dfrac{\partial z}{\partial x}+y\dfrac{\partial z}{\partial y}=z$化成 ___________________________。

二. (9 分) 交换积分次序并计算$I=\int_0^1 dy\int_y^{\sqrt{y}}\dfrac{e^x}{x}dx$。

三. (9 分) 求函数$f(x,y)=x^2y+\dfrac{1}{2}y^2-y$的极值和极值点。

四. (9 分)设方程$z^3-2xz+y=5$确定函数$z=z(x,y)$，求$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$。

五. (9 分) 在曲面$z=xy$上求一点，使曲面在此点处的切平面垂直于直线$\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z}{1}$，并写出切平面方程。

六. (8 分) 证明方程$yx^{y-1}dx+x^y\ln xdy=0$是全微分方程，并求出通解。

七. (10 分) 求幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}n(n+1)x^{n-1}$的收敛域及和函数。

八. (10 分) 设V是球面$x^2+y^2+(z-1)^2=1\,(z\ge 1)$与锥面$z=\sqrt{x^2+y^2}$所围的立体，其上每点的密度与此点到原点的距离的平方成反比（比例系数为 1），求V的质量及质心。

九.(9 分) 将$f(x)=(x^2+1)\arctan x$展开成x的幂级数，并指出收敛域。

十.(9 分) 利用高斯公式计算$I=\iint\limits_S (y^2-x)dydz+(z^2-y)dzdx+(x^2-z)dxdy$，其中$S$是抛物面$z=2-x^2-y^2\ (z\ge 1)$的上侧。

十一.(8 分) 设$a_n>0$，且级数$\sum_{n=1}^{\infty}a_n$收敛，$b_n=1-\dfrac{\lambda\ln(1+a_n)}{a_n}$（$\lambda$是常数），判断级数$\sum_{n=1}^{\infty}b_n$的收敛性。