第一章 质点运动学

- 运动学告诉我们物体如何运动
  动力学告诉我们物体因何而动

- 运动学的核心是运动方程，即位置随时间变化的关系。

- 质点是一个理论模型
  模型对于物理研究非常重要，而质点就是我们在大学物理中遇到的第一个物理模型。

- 物理模型能否反映客观实际要通过实践检验。

- 参照系、坐标系、质点、位移、路程、速度、加速度。
- 各概念之间的关系。

第二章 质点动力学
（牛顿运动定律）

§2.1 牛顿运动三定律

- 牛顿第一定律：惯性定律
  给出质点的平衡条件
- 牛顿第二定律：受力不平衡质点的状态描述

$$\vec{R}=\sum_i \vec{F}_i=\frac{d\left(m\vec{v}\right)}{dt}$$

动量形式的牛顿第二定律具有最大的普适性

- 牛顿第三定律：作用力与反作用力定律

注意：这是某一时刻t的力和动量的关系，且m为惯性质量。

§2.2 力学中常见的几种力

- 万有引力

任意两个质点 m_1 和 m_2 之间都存在着相互吸引力。

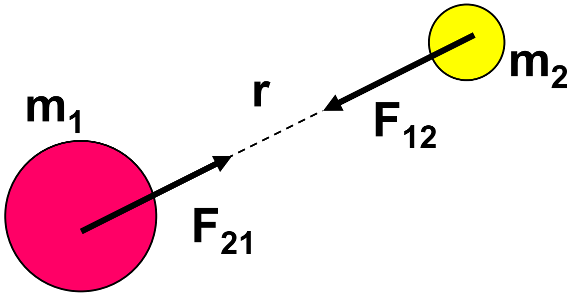
力的大小为：

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

力的方向：在连线方向

力的性质：相互吸引力

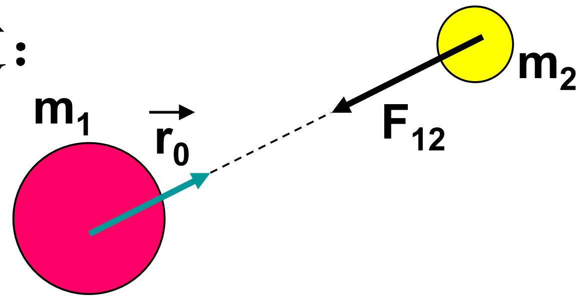
G=6.672×$10^{-11}\,\mathrm{m^3\cdot kg^{-1}\cdot s^{-2}}$称为引力常量。



§2.2 力学中常见的几种力

- 万有引力

质点m_1作用于质点m_2的力$\mathbf{F}_{12}$的矢量表达：



$$\vec{F}_{12} = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\vec{r}_0 = -G\frac{m_1 m_2}{r^3}\vec{r}$$

其中 m_1 和 m_2 称为**引力质量**，常见的用天平称量物体的质量，实际上就是测引力质量。

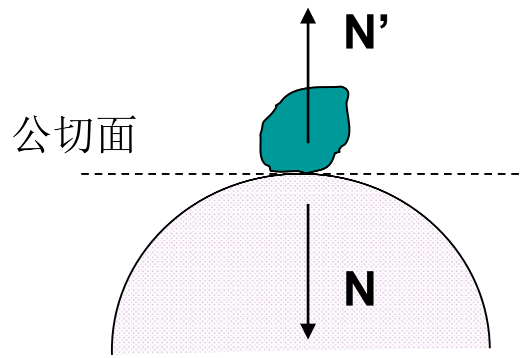
$$\vec{R} = \sum_i \vec{F}_i = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$$ 牛顿第二定律中的质量是**惯性质量**

实验表明，同一物体的引力质量和惯性质量是相等的，目前该实验（厄特沃什实验）的精度已达10^{-11}。

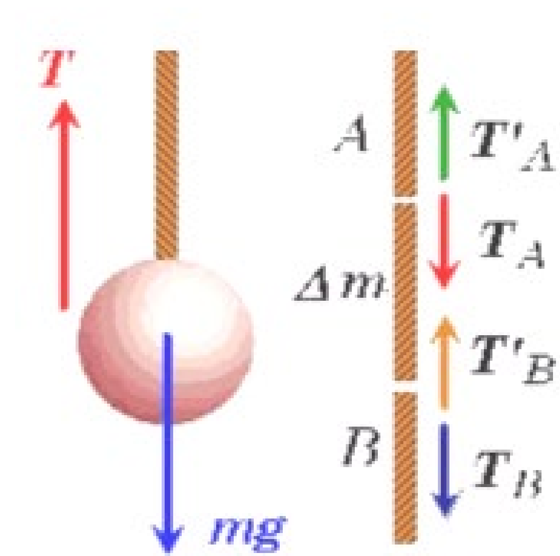
§2.2 力学中常见的几种力

- 弹性力

压力（支撑力）是法向力，力的作用线过接触点且垂直于过接触点的公切面。



张力：当绳子被拉伸时，内部各段均具有张力作用。



压力（compressive stress）和张力（tensile stress），是组成应力波（stress wave）的基本形式。应力波（弹力波）是物质对外界冲击的基本响应形式。

§2.2 力学中常见的几种力

- 摩擦力

  本节主要涉及固-固摩擦力，对于固体-流体摩擦力只简要介绍，两者分别称为干摩擦力和湿摩擦力。

  静摩擦力：由相对运动趋势产生。

  大小：$0\leq f_{静}\leq f\,max$

  其中：$f\,max$为最大静摩擦力$f_{max}=\mu_0 N$， μ_0称为静摩擦系数，它与两物体接触面的材料性质、粗糙程度、干湿情况等因素有关，通常由实验测定。

§2.2 力学中常见的几种力

- 摩擦力

  滑动摩擦力：相对滑动时产生。

  大小：$f = \mu N$

  其中：μ称为滑动摩擦系数，它不仅与两物体接触面的材料性质有关，而且与相对滑动速度有关。通常它比静摩擦系数稍小一些，计算时一般可不加区别，近似地认为$\mu =\mu_0$

摩擦力起源于电磁力，但形成机制至今仍不清楚。

固体运动时的流体阻力

当固体穿过液体或气体运动时，会受到流体阻力，该阻力与运动物体速度方向相反，大小随速度变化。

(1) 当物体速度不太大时，阻力主要由流体的粘滞性产生。这时流体阻力与物体速率成正比。

$$f = b\upsilon$$

(2) 当物体穿过流体的速率超过某限度时（仍低于声速），流体出现旋涡，这时流体阻力与物体速率的平方成正比。

$$f = c\upsilon^2$$

(3) 当物体与流体的相对速度提高到接近空气中的声速时，这时流体阻力将迅速增大。

$$f = d\upsilon^3$$

§2.3 牛顿运动定律的应用

- 与质点运动学相似，质点动力学问题大体可分为三类问题：
  （一）微分问题
  已知运动状态，求质点受到的合力。
  （二）积分问题
  已知质点受到的合力，求运动状态。
  （三）混合问题
  已知质点的部分运动状态和部分受力，求质点的未知运动状态和受力情况。

解题步骤：

1）隔离物体：

把所研究的物体从所有的物体真隔离出来。“隔离”不等于“孤立”，而是把外界和它的联系通过外界对它的力反应出来。

2）隔离物体的受力分析及运动标定：

对物体所受的力的大小、方向一一标出，不能丢掉，也不能无中生有，只能考虑它所受的外力，它施与其他物体的反作用力不可考虑在内。此外要标出物体的加速度。

3 ）选好参照系及坐标系：

一般不要选择具有加速度的参照系。坐标系的选择以计算简单为前提。

4）列出运动方程：

一般列出坐标轴的投影式，即运动的微分方程。还应包括力的分解。

5）解方程：

注意初始条件的应用。

6）对结果进行物理意义的讨论

第三章 功和能

第三章功和能

$\vec{F}$ $\begin{cases} \text{空间积累：功} \\ \text{时间积累：冲量} \end{cases}$

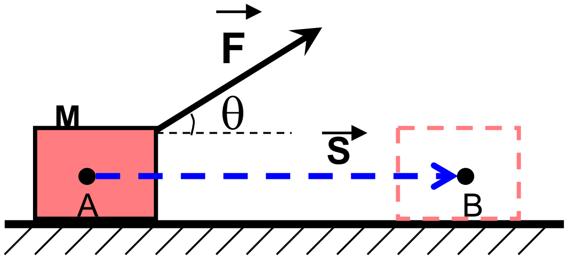
功和冲量都是**过程量**

- 能量是一个状态量，它是系统状态的单值函数，物体处于某一确定的状态，就有一个确定的能量值。
- 功是能量转移或转化的量度。
- 能量发生了转移或转化不一定做了功，有其他的转换方式，比如热传导。

本章研究力在空间的积累效应——功、动能、势能、动能定理、机械能守恒定律、能量守恒定律。

§ 3.1 功

- 恒力的功



- **功的定义：** $A = \vec{F} \cdot \vec{s}$ 力和位移的标积

$$A = Fs\cos\theta$$

功是标量，有正负

$F\cos\theta$ 将力投影到了位移的方向

只有位移方向上的分力作功，与位移方向垂直的分力不作功。

- **功的正负：**

$$0 \le \theta < \pi/2\,, \quad A > 0$$

$$\pi/2 < \theta \le \pi\,, \quad A < 0$$

§ 3.1 功

- 变力的功

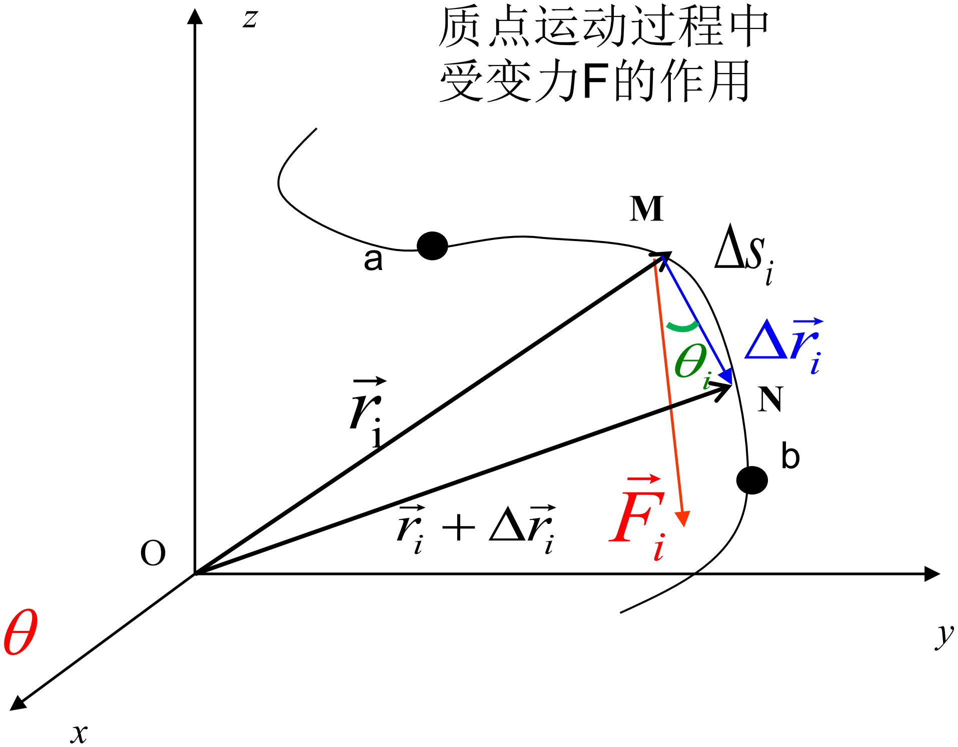
- 路程元、位移元：

$\Delta s_i \to 0$ ⇨ $\Delta s_i = \left|\Delta \vec{r}_i\right|$

⇨ $\vec{F}_i$ 可以看做恒力。

- 元功

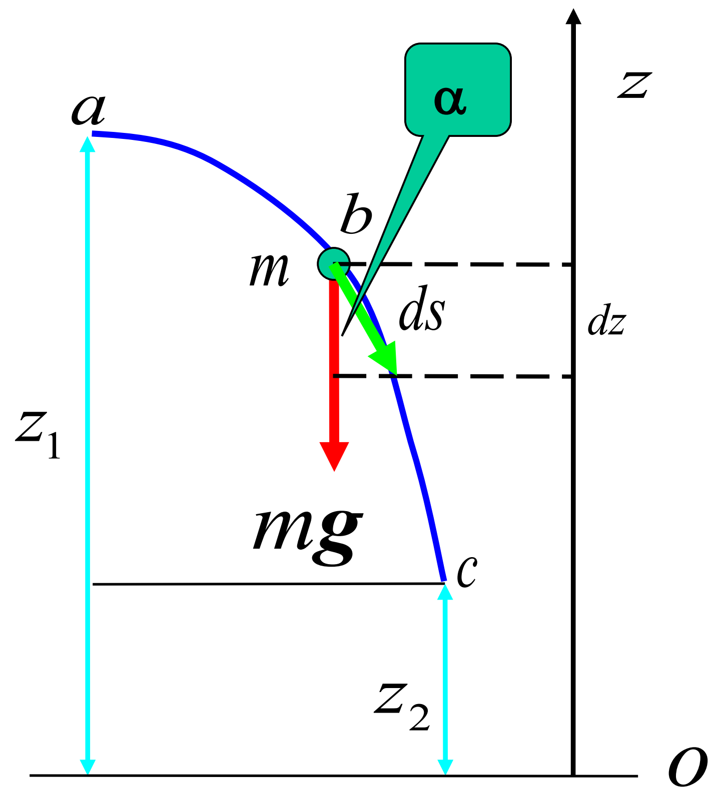
$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{r} = F\left|d\vec{r}\right|\cos\theta = F ds \cos\theta$$



§3.2 几种常见力的功

- 重力的功

设 m，在重力作用下，沿任意路径 ***abc*** 运动，已知 ***a*** 点的高度为 z_1，***c*** 点的高度为 z_2，我们来计算重力在这段曲线路径上所作的功。



$$A=\int_{a(L)}^{c}(-mg)\vec{k}_z\cdot d\vec{r}$$

$$=\int_{a(L)}^{c}(-mg)\vec{k}_z\cdot(dx\vec{k}_x+dy\vec{k}_y+dz\vec{k}_z)$$

$$=\int_{a(L)}^{c}(-mg)\vec{k}_z\cdot dz\vec{k}_z$$

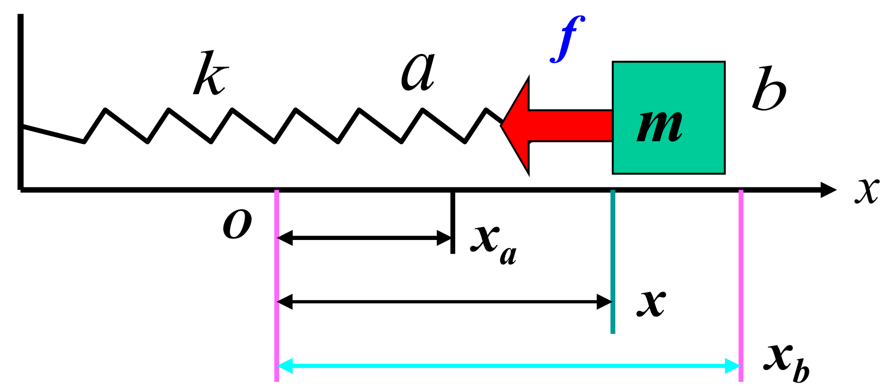
$$=\int_{a(L)}^{c}(-mg)dz=mg(z_1-z_2)$$

结论：重力对质点所作的功与路径无关，仅于其始末位置有关

§3.2 几种常见力的功

- 弹性力的功

已知 $\vec{\mathrm{f}} = -kx\vec{\mathrm{i}}$



当质点由a 点运动到 b 点时

元功：

$$dA = \vec{F}\cdot d\vec{r} = F_x\ dx = -kx\ dx$$

$$\boxed{A = -\int_{x_a}^{x_b} kxdx = \frac{1}{2}kx_a{}^2 - \frac{1}{2}kx_b{}^2}$$

弹性力是保守力。

结论：弹力作功同样与质点运动路径无关，仅决定于始末位置

§3.2 几种常见力的功

- 万有引力的功

$$A=-\int_{r_a}^{r_b} G\frac{Mm}{r^2}dr=-\left[G\frac{Mm}{r_a}-G\frac{Mm}{r_b}\right]$$

万有引力是保守力

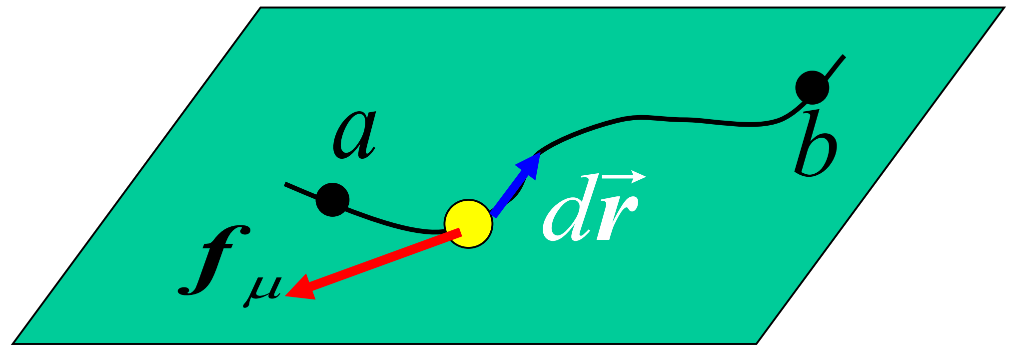
$$=GMm\left(\frac{1}{r_b}-\frac{1}{r_a}\right)$$

§ 3.2 几种常见力的功

- 摩擦力的功

设当一个物体从 a 点沿某一路径运动到 b 点时，摩擦力为

$$\vec{f}_\mu = -f\vec{\tau}$$



则摩擦力所作的元功：

$$dA_\mu = \vec{f}_\mu \cdot d\vec{r}$$

$$A_\mu = \int_{a(\mathrm{L})}^{b} \vec{\mathbf{f}}_\mu \cdot d\vec{\mathbf{r}} = -\int_{a(\mathrm{L})}^{b} f\vec{\boldsymbol{\tau}} \cdot ds\vec{\boldsymbol{\tau}} = -f\int_{a(\mathrm{L})}^{b} ds = -fs_{ab}$$

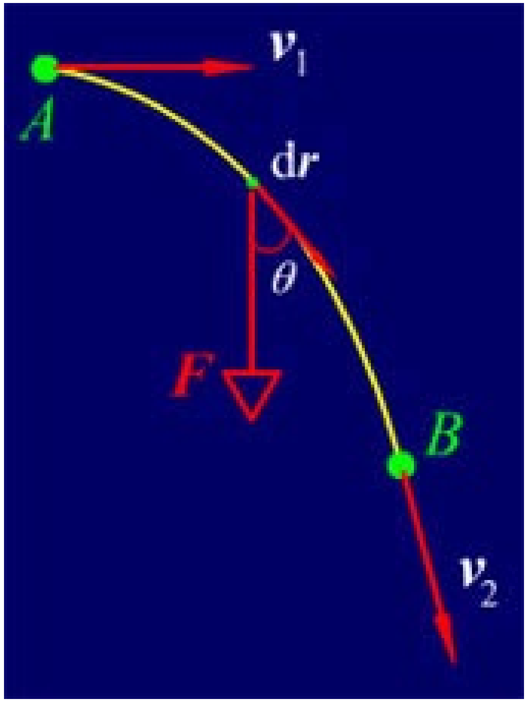
结论：摩擦力作的功决定于质点运动的路径，路径不同，

§ 3.3 动能定理

- 动能定理

合外力F对质点所作的元功为：

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{r} = F\cos\theta\left|d\vec{r}\right| = F\cos\theta ds$$



质点所受合外力为F

在切向上，有：$F\cos\theta = ma_\tau = m\dfrac{dv}{dt}$

$$dA = m\frac{dv}{dt}ds = mvdv = d\left(\frac{1}{2}mv^2\right)$$

$$dA = d\left(\frac{1}{2}mv^2\right)$$ 质点动能定理的微分形式

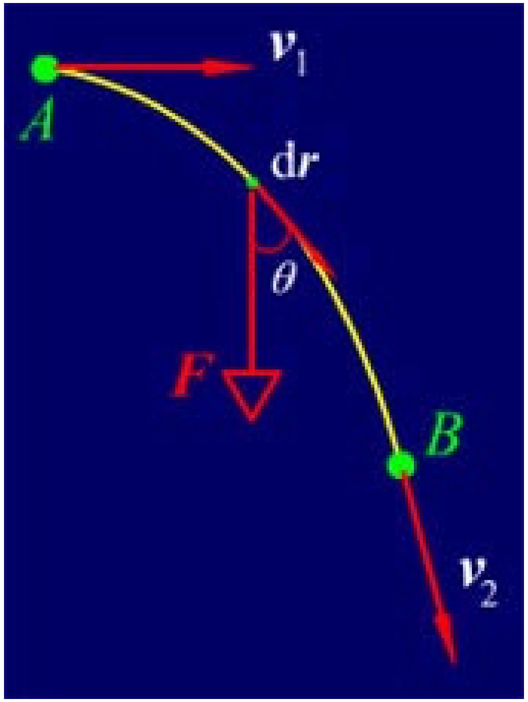
§3.3 动能定理

- 动能定理

因此，质点自点A移动至点B这一过程中，合外力所作的总功为：

$$A=\int_{A(L)}^{B}dA=\int_{v_1}^{v_2}d(\frac{1}{2}mv^2)=\frac{1}{2}m{v_2}^2-\frac{1}{2}m{v_1}^2$$

$$A=E_{k2}-E_{k1}$$



上式表明：合外力对质点所作的功，等于质点动能的增量。这就是质点动能定理

它表述了做功与物体运动状态改变（即动能的增量）之间的关系

§3.4 势能 机械能守恒定律

- 保守力

如果力所做的功与路径无关，而只决定于物体的始末相对位置，这样的力称为保守力。

保守力沿闭合路径一周所做的功为零。 即

$$\oint_L \vec{f} \cdot d\vec{r} = 0$$

例如重力、万有引力、弹性力都是保守力。

作功与路径有关的力称为非保守力。

例如：摩擦力

保守力（conservative force），能够维持机械能守恒的力。保守=守恒（conservation）

§3.4 势能 机械能守恒定律

- 质点的机械能守恒定律

质点*m*在保守力场（***F***）中运动，保守力所做的功为：

$$A_{保}=-(E_{pB}-E_{pA})$$

假设仅有保守力做功，根据动能定理有：

$$A_{保}=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2$$

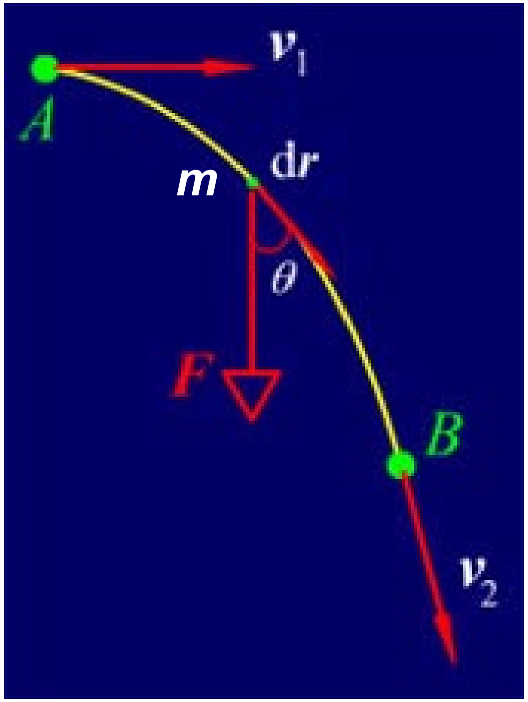
$$\Downarrow$$

$$-(E_{pB}-E_{pA})=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2$$

$$E_{pA}+\frac{1}{2}mv_1^2=E_{pB}+\frac{1}{2}mv_2^2$$

动能定理本身即包括保守力做功又包括非保守力做功。

当质点受到几种保守力的作用时，势能应理解为各种势能的总和。



在仅有保守力做功时，机械能守恒。这就是机械能守恒定律。

§3.4 势能 机械能守恒定律

- 机械能守恒定律的应用 书P128 例3.18

——伯努利方程的推导

一些基本概念

1. 流体的粘滞性：

实际流体在流动时．其内部有相对运动的相邻两部分之间存在类似两固体相对运动时存在的摩擦阻力(内摩擦力)，流体的这种性质称为粘滞性。

2. 流体的可压缩性：

实际流体在外界压力作用下、其体积会发生变化，即具有可压缩性；

3. 理想流体模型：

绝对不可压缩、没有粘滞性（忽略内摩擦力）的流体叫做理想流体；

一般情况下，在所研究的问题中，密度不发生明显变化的气体或者液体、粘滞性小的流体均可看成理想流体．

伯努利方程就是用于研究理想流体的方程

§3.4 势能 机械能守恒定律

- 机械能守恒定律的应用

——伯努利方程的推导

流体的运动形式：

1. 一般流动形式：

流体通常被看做是由大量流体质点组成的连续介质。

一般情况下，流体运动时，流体各部分可以有相对运动，空间各位置的流动速度是空间位置的函数，又是时间t的函数。

2. 定常流动：

流体质点经过空间各点的流速虽然可以不同，但如果空间每一点的流速不随时间而改变，这样的流动方式称为定常流动，也称为稳定流动

这是一种理想化的流动方式。

伯努利方程就是用于研究稳定流动的方程。

第四章 冲量和动量

第四章 冲量和动量

- **动量**（**momentum**）是描写物体机械运动**状态**的物理量。但动量的概念并不局限于力学范畴，微观粒子（光子、电子）等也有动量。

由于动量与物体的质量和运动速度有关，所以动量是状态量

$$\boxed{\vec{P} = m\vec{v} \quad \text{动量是矢量}}$$

- **冲量**（**impulse**）是描写力对物体作用一段时间的积累效应的物理量。

由于物体所受的冲量不仅与力有关，而且还与力的作用时间有关，所以冲量是过程量。

$$\boxed{\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt \quad \text{冲量是矢量}}$$

§4.1 质点动量定理

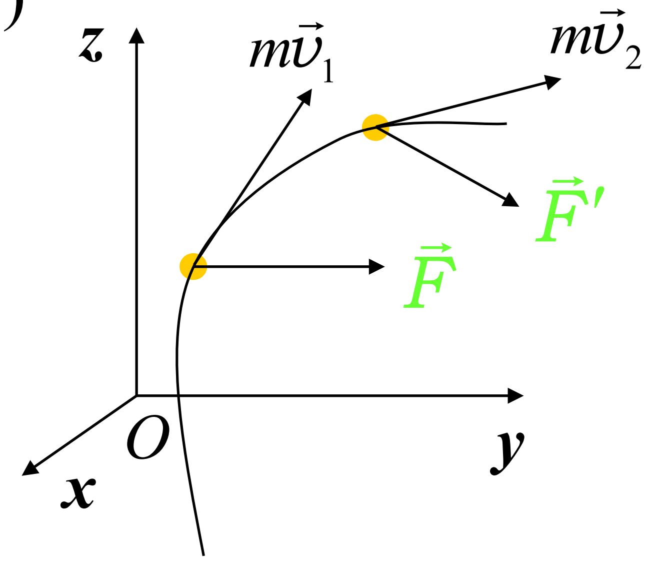
从牛顿第二定律出发， $\dfrac{d\left(m\vec{v}\right)}{dt}=\vec{F}$ 力是动量变化率

$$d\left(m\vec{v}\right)=\vec{F}\,dt=d\vec{I}\qquad(*)$$

上式表明：在某段时间内质点所受**合外力的冲量**等于同一时间段内质点动量的增量，这一关系叫做**质点动量定理的微分形式**。实际上它是牛顿第二定律的另一种形式。

§4.1 质点动量定理

$$d\left(m\vec{v}\right)=\vec{F}\,dt=d\vec{I}\quad(*)$$

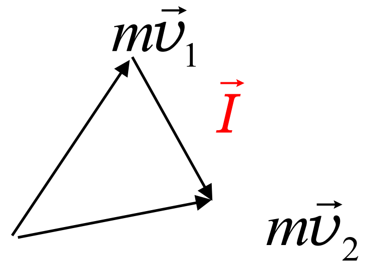


对（*）式积分，得到：

$$\int_{m\vec{v}_1}^{m\vec{v}_2} d\left(m\vec{v}\right)=\int_{t_1}^{t_2}\vec{F}\,dt \quad\Rightarrow\quad m\vec{v}_2-m\vec{v}_1=\int_{t_1}^{t_2}\vec{F}\,dt$$

上式称为**质点动量定理的积分形式**。

冲量的方向与动量的增量方向相同



§4.2 质点系动量定理

若合外力的矢量和$\boldsymbol{F}_1+\boldsymbol{F}_2=0$，　　则由式

$$\int_{t_1}^{t_2}(\boldsymbol{F}_1+\boldsymbol{F}_2)\mathrm{d}t=(m_1\boldsymbol{v}_1+m_2\boldsymbol{v}_2)-(m_1\boldsymbol{v}_{10}+m_2\boldsymbol{v}_{20})$$

可得

$$m_1\boldsymbol{v}_1-m_1\boldsymbol{v}_{10}=-(m_2\boldsymbol{v}_2-m_2\boldsymbol{v}_{20})$$

该式表明：每个质点的动量都可能发生变化，其中一个质点动量的增加，等于(或来源于)另一个质点动量的减少(即动量增量的负值)。亦即，两者交换了动量。

- 牛顿定律表述的是力的瞬时效果，而动量定理表述的是力对时间的积累效果。

§4.3 质点系动量守恒定律

由质点系动量定理： $\boxed{\mathrm{d}(\sum_i m_i\vec{v}_i)=\sum_i \vec{F}_\mathrm{i}\mathrm{d}t \quad \vec{F}_\mathrm{i}\text{是外力}}$

得到： $\sum_i \vec{F}_i=0$ ➡ $\mathrm{d}\left(\sum m_i\vec{v}_i\right)=0 \quad \left(\sum m_i\vec{v}_i\right)=\text{常矢量}$

如果系统不受外力或所受合外力为零，或者在所考虑的时间内,所受外力与系统的内力相比甚小而可忽略不计时,系统的总动量守恒。这个结论称为质点系动量守恒定律。

注意这里的求和符号均为矢量求和。

应当注意区分动量是矢量，动能是标量；动量为零，动能不一定为零。例如绕中心轴旋转的匀质飞轮。

§4.4 质心 质心运动定理

质心运动定理

体会质心的物理意义

$$\vec{r}_c = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{N} m_i} = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i}{m}$$

上式对时间求导，得到：

$$\vec{v}_c = \frac{d\vec{r}_c}{dt} = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt}}{m} = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{v}_i}{m} \quad \Rightarrow m\vec{v}_c = \sum_{i=1}^{N} m_i \vec{v}_i$$

质点系总质量与质心速度的乘积等于质点系总动量

再次对时间求导，得到：

质点系动量定理

质点系的合外力

$$m\frac{d\vec{v}_c}{dt} = \frac{d\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{v}_i}{dt} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i$$

$$m\vec{a}_c = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i$$

第五章 刚体运动学

第六章 刚体动力学

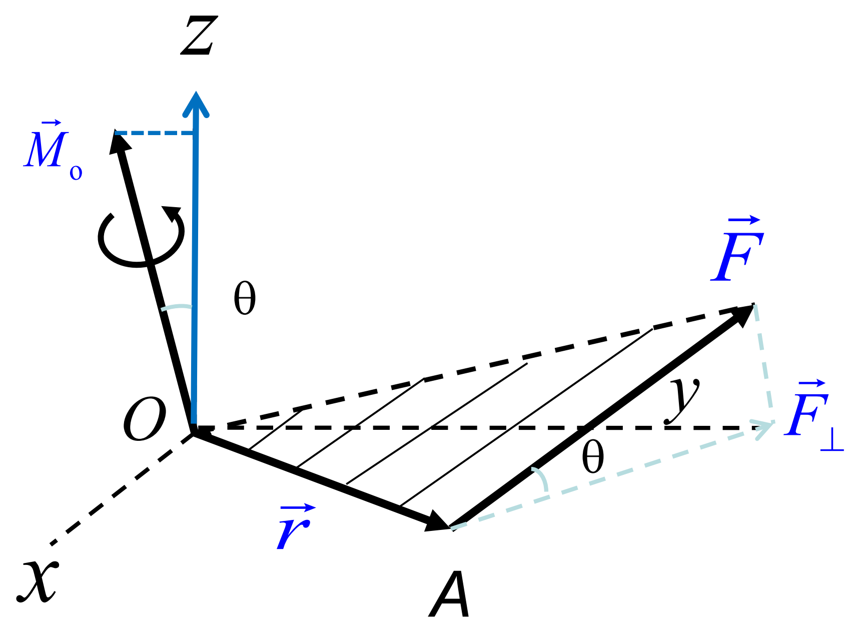
第六章 刚体动力学

主要内容：

1. 刚体绕定轴转动的微分方程和动能定理；
2. 力矩、动量矩（角动量）、冲量矩；
3. 动量矩定理和动量矩守恒定律；
4. 进动；
5. 刚体的平面平行运动

§6.1 力矩 刚体绕定轴转动微分方程

一. 力矩



力 ***F*** 对点***O***的力矩

$$\vec{M}_O(\vec{F}) = \vec{r} \times \vec{F}$$ 【2】

力矩的方向由右螺旋法则确定

力对任意点的力矩，在通过该点的任一轴上的投影，等于该力对该轴的力矩.

上述的力矩定义是普遍适用的，即使点和轴不在刚体上也适用。

§ 6.1 力矩 刚体绕定轴转动微分方程

二. 刚体绕定轴转动的微分方程

$$\vec{M}_z = J_z \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

也称转动定律，是解决刚体绕定轴转动动力学问题的基本方程。

转动惯量是标量，描述刚体对轴转动惯性大小的物理量。

刚体对某轴的转动惯量等于刚体上各质点（质量元）的质量与该质点到转轴垂直距离平方的乘积之和。

$$J_z = \sum \Delta m_k r_k^2 = \int_V r^2 dm$$

§6.1 力矩 刚体绕定轴转动微分方程

三. 转动惯量

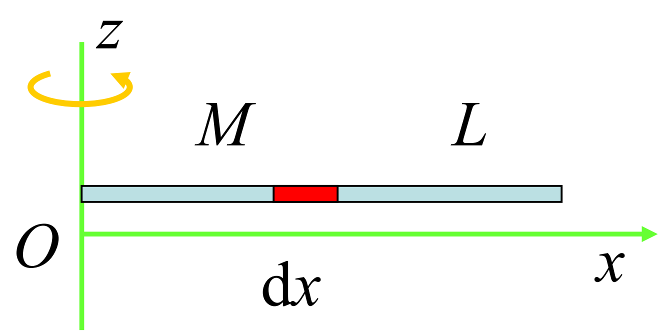
$$J_z=\sum \Delta m_k r_k^{\ 2}=\int_V r^2 dm$$ 【4】

转轴的位置、刚体的质量、质量对轴的分布情况

- 对形状复杂的刚体，实际中多用实验方法测定其绕某轴的转动惯量。
- 下面计算几种几何形状简单、质量分布均匀的刚体的转动惯量。

例1：细木棒绕端点轴的转动惯量

$$J=\int_0^L x^2\lambda \mathrm{d}x=\int_0^L x^2\frac{M}{L}\mathrm{d}x=\frac{1}{3}ML^2$$



§6.2 绕定轴转动刚体的动能 动能定理

一. 转动动能

$$E_k = \frac{1}{2} J_z \omega^2$$

结论 绕定轴转动刚体的动能等于刚体对转轴的转动惯量与其角速度平方乘积的一半

刚体的定轴转动动能 $E_k = \frac{1}{2} J_z \omega^2$

质点的动能 $E_k = \frac{1}{2} m v^2$

§ 6.2 绕定轴转动刚体的动能　动能定理

三. 转动动能定理　—— 力矩功的效果

$$\mathrm{d}A = M\mathrm{d}\theta = (J\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t})\mathrm{d}\theta = J\omega\mathrm{d}\omega = \mathrm{d}(\frac{1}{2}J\omega^2)$$

力矩的元功等于转动动能增量，M是合外力距。

对于一有限过程

$$A = \int_{\theta_1}^{\theta_2}\mathrm{d}A = \int_{\omega_1}^{\omega_2}\mathrm{d}(\frac{1}{2}J\omega^2) = \frac{1}{2}J\omega_2{}^2 - \frac{1}{2}J\omega_1{}^2 = \Delta E_k$$

绕定轴转动刚体在任一过程中动能的增量，等于在该过程中作用在刚体上所有外力所作功的总和。这就是绕定轴转动刚体的动能定理。

定轴转动中的力矩、角速度等矢量，方向均平行于转轴，因此，可做标量处理。

§6.3 动量矩和动量矩守恒定律

一. 质点动量矩 (角动量)定理和动量矩守恒定律

2、质点的动量矩定理

$$\vec{M}_o = \frac{d\vec{L}_o}{dt}$$

质点的动量矩定理：质点对任意固定点的动量矩对时间的导数，等于作用在质点上所有力的合力对同一点的力矩。

质点的动量矩定理只在惯性系中成立。（因从牛顿第二定律推出）

$$\int_{t_1}^{t_2} \vec{M}\,\mathrm{d}t = \vec{L}_2 - \vec{L}_1$$

(质点动量矩定理的积分形式)

§6.3 动量矩和动量矩守恒定律

一. 质点动量矩 (角动量)定理和动量矩守恒定律

3、质点的动量矩守恒定律

若质点所受的合外力矩为零，即 M=0，

$$\vec{L}=\vec{r}\times m\vec{v}=\text{恒矢量}$$

动量矩守恒定律：当质点所受的对参考点的合外力矩为零时，质点对该参考点的动量矩为一恒矢量。

两种情况：

a、质点不受外力

b、合外力或合外力矩为零

§6.3 动量矩和动量矩守恒定律

一. 质点动量矩 (角动量)定理和动量矩守恒定律

3、质点的动量矩守恒定律

动量矩守恒的例子：
如果只有有心力的作用，质点对力心的动量矩总是守恒的；
并且在这种情况下，质点将被限制在与动量矩矢量垂直的平面内运动。

动量矩守恒定律是物理学的基本定律之一，它不仅适用于宏观体系，也适用于微观体系，且在高速低速范围均适用

质点、质点系、刚体的动量矩和动量矩守恒问题

§6.3 动量矩和动量矩守恒定律

三. 刚体定轴转动的动量矩定理和动量矩守恒定律

3、刚体定轴转动的动量矩守恒定律

若刚体所受的合外力矩为零，即M=0 ⇨ $J\vec{\omega}$＝恒矢量

角动量守恒定律：当刚体所受的合外力矩为零，或者不受合外力的作用，则刚体的动量矩保持不变。

讨论：分两种情况：

1) 如果转动惯量不变，刚体作匀速转动；

2) 如果转动惯量发生改变，则刚体的角速度随转动惯量也发生变化，但二者的乘积不变。当转动惯量变大时，角速度变小；当转动惯量变小时，角速度变大。

第七章(上) 机械振动

第七章 机械振动

本章内容：

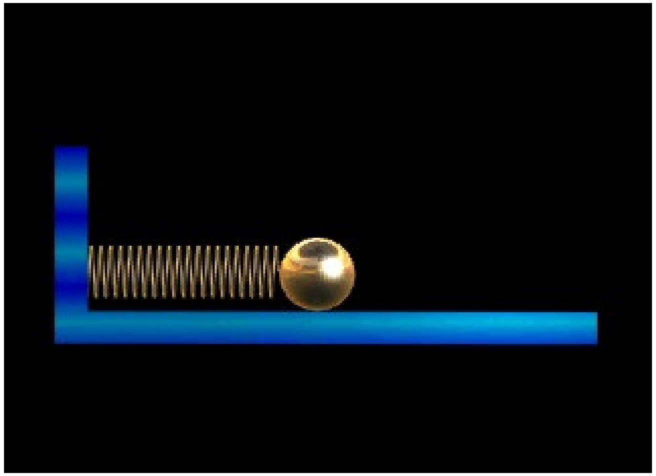
1. 简谐振动；
2. 谐振动的合成；
3. 阻尼振动和受迫振动；
4. 傅里叶分解和频谱。

§7.1 简谐振动

★ **简谐振动(谐振动，simple harmonic oscillation)**

物体振动时，若决定其位置的坐标按余弦（或正弦）函数规律随时间 变化，这样的运动称为简谐振动。

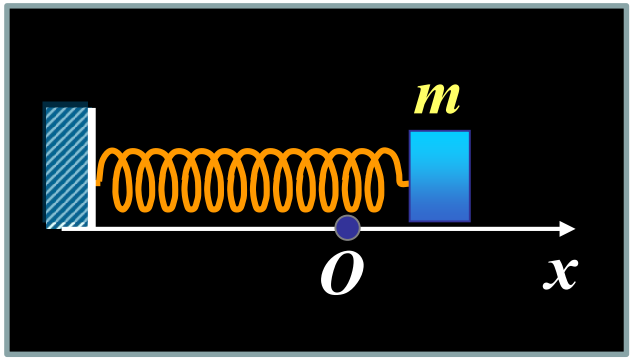
复杂振动可由谐振动组合而成，或复杂振动可以分解为多个谐振动之和。



本节中，我们使用弹簧振子模型来研究简谐振动的性质。

§7.1 简谐振动

1. 弹簧振子的受力



$$F = -kx$$

2. 运动学特征

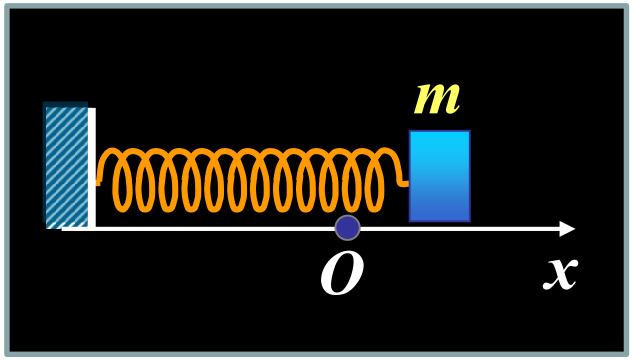
由牛顿定律： $m\dfrac{d^2x}{dt^2} = -kx$ **得：** $\dfrac{d^2x}{dt^2} + \dfrac{k}{m}x = 0$

令： $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$ **得谐振动的微分方程：**

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

简谐振动的动力学（特征）方程

§ 7.1 简谐振动



3. 上述微分方程的通解:

$$x = A\cos(\omega t + \varphi)$$

简谐振动的运动学方程

其中A和φ是待定常数需要根据初始条件和边界条件来确定。

体现了简谐振动的定义

证明一个运动是简谐振动的三个判据:

这三个判据是等价的，任意一个成立都说明是简谐振动。

$$\boxed{f = -kx}$$

$$\boxed{\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0}$$

$$\boxed{x = A\cos(\omega t + \varphi)}$$

§7.2 谐振动的合成

例如：当两个声波同时传到某一点时，该点处空气质点将同时参与两个振动。
一般的振动合成问题比较复杂，我们只讨论一些特例。

一、同频率同方向简谐振动的合成

二、同方向不同频率简谐振动的合成　　拍

三、相互垂直同频率谐振动的合成

四、相互垂直不同频率谐振动的合成

§7.3 阻尼振动和受迫振动

一、阻尼振动

阻尼振动 —— 振幅(或振动的机械能)随时间减小的振动。

阻尼的种类

- **摩擦阻尼：** 系统受到摩擦力的作用，克服阻力作功，系统的振动能量转化为热能。
- **辐射阻尼：** 振动以波的形式向外传播，使振动能量向周围幅射出去。

我们只研究低速情况下因介质粘滞性而带来的阻尼。

§7.3 阻尼振动和受迫振动

一、阻尼振动

有粘滞阻力时弹簧振子：

阻力： $f_r = -\gamma v = -\gamma \dfrac{dx}{dt}$ 　　低速情况下

动力学方程： $m\dfrac{d^2x}{dt^2} = -kx - \gamma\dfrac{dx}{dt}$ 　　一维情况下

运动微分方程： $\dfrac{d^2x}{dt^2} + 2\beta\dfrac{dx}{dt} + \omega_0{}^2 x = 0$

其中：

$\omega_0 = \sqrt{k/m}$ ，

$\beta = \gamma/2m$ ，　**称阻尼因子，由阻力系数 γ 决定。**

§7.3 阻尼振动和受迫振动

一、阻尼振动

1. 弱阻尼 ($\beta < \omega_0$)

这时上页动力学方程的通解为：$x = A_0 e^{-\beta t}\cos(\omega t + \varphi)$

其中：$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ —— 阻尼振动角频率

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^{\ 2} - \beta^2}}$$ —— 阻尼振动周期

此时的振动不是谐振动，因为振幅是衰减的。

第七章(下) 物质的弹性和波

第七章(下) 物质的弹性和波

本章内容：

1. 应力和应变，弹性模量，泊松比，固体形变的势能；
2. 机械波；
3. 惠更斯原理和波的传播；
4. 多普勒效应。

§ 7.6 机械波

常用概念：

与质点的振动频率相同。

周期： T

(时间)频率： $\boxed{\nu = 1/T}$ $\boxed{\omega = 2\pi/T}$

波长： λ

空间频率： $\tilde{\nu} = 1/\lambda$

波数： $\boxed{k = \frac{2\pi}{\lambda}}$

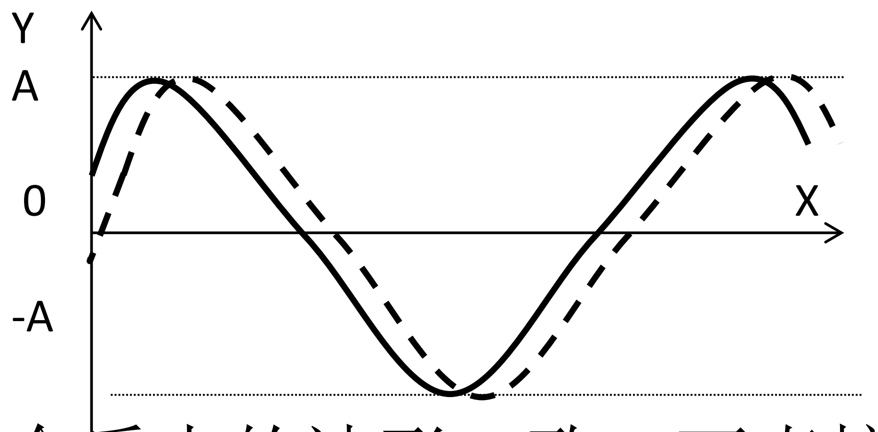
波速/相速： $\boxed{u = \frac{\lambda}{T} = \nu\lambda = \frac{\omega\lambda}{2\pi}}$

波面/波前：介质内振动相位相同的点的轨迹——波面。波前是最前面的一个波面。与波面正交的直线——波线，代表了波的传播方向。

纵波相速：$u = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$，横波相速：$u = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$

§7.6 机械波

•**波形曲线**：X表示波的传播方向（或各质点的平衡位置），Y表示 质点的位移。



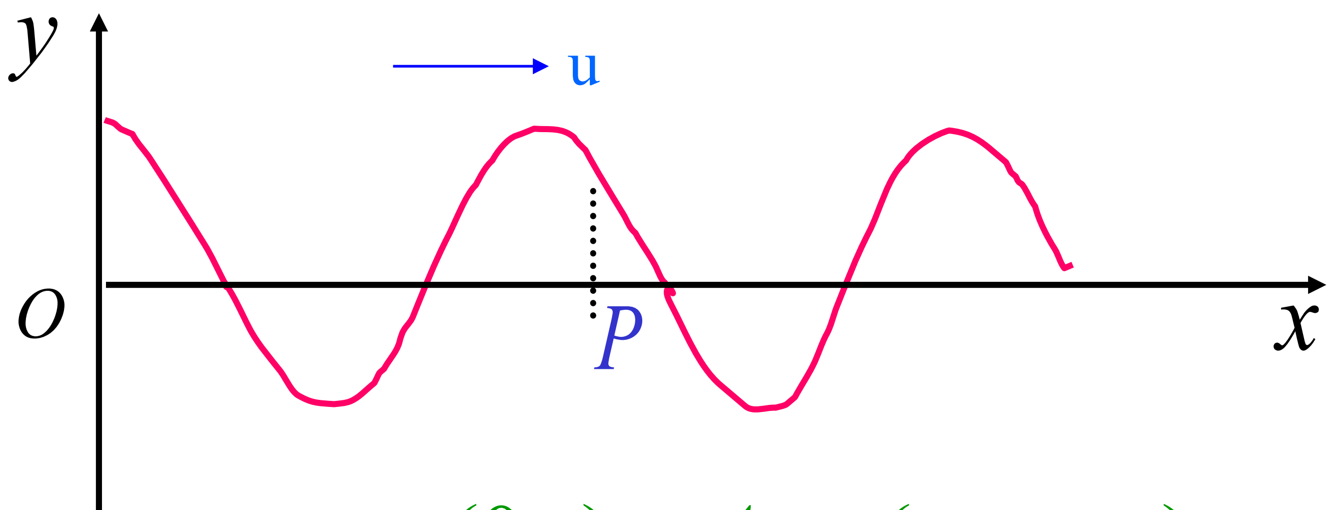
对于横波：曲线正好与介质中的波形一致。可直接看出**波峰**和**波谷**。

对于纵波：质点的运动方向与波的传播方向一致，曲线上某点的Y坐标只代表质点的位移。可推断**疏部**和**密部**的位置。

§7.6 机械波

$\xi=\xi(\vec{r},t)$ **----- 波函数**

设一维简谐行波以相速 u 沿 x 轴正向传播, t时刻波形如图



O 点的振动位移为 $y(0,t)=A\cos(\omega t+\varphi_0)$

P 点的振动位移为 (*op = x*) $y(x,t)=A\cos\left[\omega\left(t-\dfrac{x}{u}\right)+\varphi_0\right]$

P点的相位应落后于O点

第八章　真空中的静电场

主要内容

§1　静电的基本现象和基本规律
§2　电场、电场强度
§3　电场线、电通量、高斯定理
§4　静电场力的功、电势
§5　等势面、电势梯度
§6　静电场中的导体
§7　电容、电容器

对于电荷连续分布的带电体，应用叠加原理求场强的方法和步骤：

（1）根据给定的电荷分布，选定便于计算的坐标系，确定电荷元***dq***。

（2）将***dq***作为点电荷，列出场点处 $d\vec{E}$ 的大小，并图示 $d\vec{E}$ 方向：

$$dE = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

写出 $d\vec{E}$ 的分量式$dE_x=dE\cos\theta$，$dE_y=dE\sin\theta$。

（**3**）分析电场的对称性，如果能得出对另一个分量的积分为零，例$\Sigma dE_y=0$，则合电场强度简化为对另一个分量的积分：

$$E=\int dE_x$$

（**4**）有些问题可以利用已有的计算结果：如利用均匀带电细圆环的场强 $E=\dfrac{qx}{4\pi\varepsilon_0(R^2+x^2)^{3/2}}$ ，“无限长”均匀带电直线的场强 $E=\dfrac{\eta}{2\pi\varepsilon_0 r}$ 等，应用叠加原理直接进行运算。（应注意电场的对称性分析，化矢量积分为标量积分。）

$$\vec{E} = \int d\vec{E} = \int \frac{dq}{4\pi\varepsilon_o r^2}\hat{r}$$

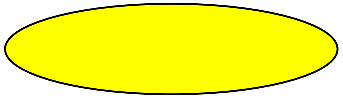
线分布

$$dq = \eta_e(\vec{r})dl$$

线密度

$$\boxed{\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{\eta_e(\vec{r})}{r^2} dl\hat{r}}$$

面分布

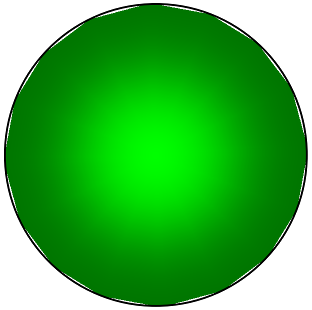


$$dq = \sigma_e(\vec{r})ds$$

面密度

$$\boxed{\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{\sigma_e(\vec{r})}{r^2} dS\hat{r}}$$

体分布



$$dq = \rho_e(\vec{r})dV$$

体密度

$$\boxed{\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{\rho_e(\vec{r})}{r^2} dV\hat{r}}$$

高斯定理：

通过任意闭合曲面S的电通量 = S面包围的电荷的代数和除以ε_0

即：

$$\Phi_E = \oiint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_o} \sum_{S内} q_i$$

若S内的电荷是连续分布：

$$\Phi_E = \oiint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_o} \iiint_V \rho \cdot dV$$

此定理是用电通量表示的电场与场源电荷关系的规律。

$$\boxed{\oiint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_o}\sum_{S内} q_i}$$

或

$$\boxed{\oiint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_o}\iiint_V \rho\cdot dV}$$

说明

1° 定理中E是所取的封闭面S（高斯面）上的场强，它是由全部电荷（S内外）共同产生的合场强，即电场是内外电荷在高斯面上共同激发的;

2° 电场对封闭曲面的通量只与曲面所包围的电荷有关, 等于内电荷的代数和除以ε_0, 高斯面外的电荷对总通量Φ_E没有贡献。即Φ_E只决定于S面包围的电荷，S面外的电荷对Φ_E 无贡献。

(2) 用高斯定理求$\vec{E}$

库仑定律：已知q→求E
$$\begin{cases}\vec{E}=\sum_{i=1}^{k}\dfrac{q_i}{4\pi\varepsilon_o r_i^2}\hat{r}_i \\ \vec{E}=\int\dfrac{dq}{4\pi\varepsilon_o r^2}\hat{r}\end{cases}$$

高斯定理：当q对称分布时→求E
$$\begin{cases}\oint\!\!\!\oint \vec{E}\cdot d\vec{S}=\dfrac{1}{\varepsilon_o}\sum_{S内} q_i \\ \oint\!\!\!\oint \vec{E}\cdot d\vec{S}=\dfrac{1}{\varepsilon_o}\iiint_V \rho\cdot dV\end{cases}$$

静电场力的功、电势

静电场作功与路径无关，只与起点和终点的位置有关，或静电场沿任何闭合环路作功为零。

- 真空中静电场的环路定理 $\oint_L \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$
- 电势的计算
- 电场强度和电势间的关系

$$\boxed{U_a = \int_a^{'0'} \vec{E}\cdot d\vec{l}}$$

$$\boxed{\vec{E} = -\frac{dU}{dn}\vec{n} = -grad\,U}$$

电势计算方法

- 定义法：$U=\int_a^{\infty}\vec{E}\cdot d\vec{l}$
- 叠加法：$U=\int \dfrac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r}$

静电场中的导体:

导体的静电平衡状态:

导体的内部和表面都没有电荷作任何宏观定向运动的状态.

导体静电平衡条件:

导体内任一点的电场强度都等于零.

导体处于静电平衡时的性质

- 导体是等势体，导体表面是等势面；
- 导体内部没有净电荷，电荷只分布在导体表面上；
- 导体表面任一点场强方向均与该处导体表面垂直；
- 紧靠导体表面处的电场强度大小与该处电荷面密度σ成正比；

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

- 孤立导体的电荷沿表面的分布与表面曲率有关。

有导体存在时静电场的计算

原则

1.静电平衡的条件 $\boldsymbol{E}_{内}=\mathbf{0}$ $U=常量$

2.基本性质方程

$$\oiint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}\sum_i q_i$$

$$\oint_L \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=0$$

3.电荷守恒定律 $\sum_i q_i=常量$

§7 电容、电容器

孤立导体的电容和电容器的概念

掌握电容器电容的计算方法

电荷在导体表面的分布必须保证满足导体的静电平衡条件。对于孤立导体，电荷在导体表面的分布由导体的几何形状唯一确定。

电容器带有电量Q时具有的能量：

$$W=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}\begin{cases}=\frac{1}{2}CU^2\\ =\frac{1}{2}QU\end{cases}$$

第九章　稳恒磁场

主要内容

§ 1 磁的基本现象和基本规律

§ 2 毕奥 - 萨伐尔定律意义及磁感应强度的计算

§ 3 稳恒磁场的高斯定理

§ 4 安培环路定理

§ 5 磁场对载流导线的作用

§ 6 带电粒子在电磁场中的运动

电流连续方程 $\oiint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = -\frac{\mathrm{dq}}{dt}$

稳恒电流条件 $\oiint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = 0$

欧姆定律的微分形式 $\vec{j} = \sigma\vec{E}$

用毕奥—萨伐尔定律求解问题的基本步骤：

确定电流元 ⇨ 确定元磁场 ⇨ 用毕—萨定律求解

(分解dB，矢量积分化为标量积分)

（或在已有结果的基础上进一步求解）

载流直导线：

$$B=\int_{\theta_1}^{\theta_2}\frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}\sin\theta\,\mathrm{d}\theta=\frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}(\cos\theta_1-\cos\theta_2)$$

$$\boxed{B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r_0}}$$

载流圆线圈轴线上的磁场：

$$\boxed{\vec{B}=\frac{\mu_0 I R^2\vec{i}}{2\left(R^2+r_0{}^2\right)^{3/2}}}$$

$$r_0=0 \qquad B=\frac{\mu_0 I}{2R}$$

运动电荷的磁场

$$\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v}\times\hat{r}}{r^2}$$

安培环路定理

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_{L内} I$$

稳恒电流的磁场中，磁感应强度沿一闭合路径 L *的线*积分等于路径 L 包围的电流强度的代数和的 μ_0 倍。

1. 选取环路原则

若电流分布具有对称性，

(1)环路要经过所研究的场点。

(2)环路的长度便于计算；

(3)要求环路上各点$\vec{B}$大小相等，$\vec{B}$的方向与环路方向一致，

目的是将：

$$\vec{\boldsymbol{B}} \qquad \oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I$$

写成 $B = \dfrac{\mu_0 \sum I}{\oint dl}$

或 $\vec{B}$的方向与环路方向垂直，

$$\vec{B} \perp d\vec{l} \quad , \quad \cos\theta = 0 \qquad \oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = 0$$

分析电流系统的对称性 → 取合适的安培环路 → 应用安培环路定理

（使 B 提出积分号） （有向闭合回路） （适用于闭合或无限电流）

具有一圆柱形空腔的无限长载流圆柱，求空腔内的磁场

补偿法 ＋ *安培环路定理*

电场、磁场中典型结论的比较

		电荷均匀分布	电流均匀分布
长直线		$E=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$	$B=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$
长直圆柱面	内	$E=0$	$B=0$
	外	$E=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$	$B=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$
长直圆柱体	内	$E=\dfrac{\lambda r}{2\pi\varepsilon_0 R^2}$	$B=\dfrac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}$
	外	$E=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$	$B=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$

稳恒磁场的性质

高斯定理： $\oiint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}=0$ → 无源场

安培环路定理： $\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_{L内} I_i$ → 有旋场

比较静电场：

静电场高斯定理： $\oiint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{闭合面内} q_i$ → 有源场

静电场环路定理： $\oint \vec{E}\cdot d\vec{l}=0$ → 无旋场

5 磁场对电流的作用

载流导体产生磁场 ⟷ 磁场对电流有作用

一. 安培定律

安培力 $\boxed{\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}}$
$\begin{cases} \text{大小：} \mathrm{d}F = I\mathrm{d}lB\sin\theta \\ \text{方向：由右手螺旋法则确定} \end{cases}$

任意形状载流导线在外磁场中受到的安培力

$$\boxed{\vec{F} = \int \mathrm{d}\vec{F} = \int I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}}$$

在均匀磁场中放置一任意形状的导线，电流强度为I

求 此段载流导线受的磁力。

解 在电流上任取电流元 $I\mathrm{d}\vec{l}$

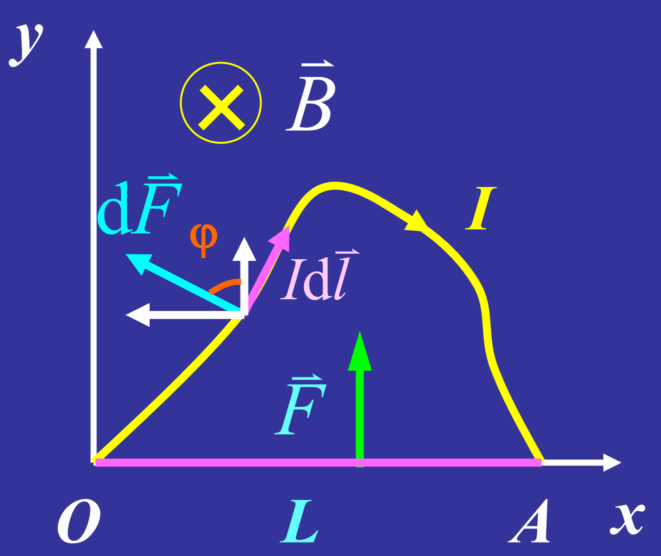
$$\left|\mathrm{d}\vec{F}\right| = \left|I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}\right| = IB\mathrm{d}l$$

$$\mathrm{d}F_x = IB\mathrm{d}l\sin\varphi = IB\mathrm{d}y$$

$$\mathrm{d}F_y = IB\mathrm{d}l\cos\varphi = IB\mathrm{d}x$$

$$F_x = \int_0^0 IB\mathrm{d}y = 0$$

$$F_y = \int_0^L IB\mathrm{d}x = IBL$$



相当于载流直导线 $\overline{OA}$ 在匀强磁场中受的力，方向沿 y 向。

第十章　电磁感应

- 电磁感应定律
- 动生电动势
- 感生电动势　涡旋电场
- 自感与互感

1820年，奥斯特实验：

通电直导线旁的小磁针发生偏转。（“电”生“磁”）

1831年，法拉第提出电磁感应定律。（“磁”生“电”）

在闭合电路中，是什么力量驱使电荷运动？

静电力：使正电荷从高电势——低电势

非静电力：提供能量使正电荷从低电势——高电势

感应电流的出现表明：

存在着某种推动电流的非静电力

——感应电动势

两类实验现象

- 导线或线圈在磁场中运动
- 线圈内磁场变化

感应电动势

- 动生电动势
- 感生电动势

产生原因、规律不相同

都遵从电磁感应定律

- $\varepsilon_i = -\dfrac{d\psi}{dt}$ 适用于一切产生电动势的<u>闭合回路</u>

动生电动势

$$\varepsilon_i = \int_L (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

感生电动势

$$\varepsilon_i = \oint_L \vec{E}_{旋} \cdot d\vec{l} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

动生电动势的本质是洛伦兹力，

洛伦兹力是形成动生电动势的非静电力。

感生电动势的来源是感生电场（或者涡旋电场）对电荷的作用力。

涡旋电场和静电场的异同点

互感系数的计算：

①假设线圈中的电流 I；

②求另一个线圈中的磁通量 Φ_m；

③由定义求出互感系数 M。

设 $I_1 \longrightarrow I_1$的磁场分布$\vec{B}_1 \longrightarrow$ 穿过回路2的 Ψ_{12}

$$\Psi_{12} = N_2 \iint_{S_2} \vec{B}_1 \cdot \mathrm{d}\vec{S} \longrightarrow \text{得 } M = \frac{\Psi_{12}}{I_1}$$

求L的步骤

①假设线圈中的电流 I；

②求线圈中的磁通量 Φ_m；

③由定义求出自感系数 L。

设 $I \longrightarrow \vec{B}$ 分布 $\longrightarrow$ 求 $\Psi_m = N\iint_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S} \longrightarrow L = \dfrac{\Psi_m}{I}$

第十一章 电磁介质

§1 电介质

§2 磁介质(分子电流观点)

§3 边界条件、磁路

§4 电磁能

$$\left.\begin{cases}\vec{P} \\ q'(\sigma', \rho') \\ \vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'\end{cases}\right\}\text{描绘极化}$$

$$\oiint_S \vec{P} \cdot d\vec{S} = \sum_{\text{穿出}S\text{面}} q' = -\sum_{S\text{内}} q'$$

$$\sigma'_e = \vec{P} \cdot \vec{n} = P\cos\theta$$

$$\boxed{\vec{P} = \chi_e \varepsilon_0 \vec{E}}$$

（各向同性线性电介质）

在各向同性介质中 $\vec{B}.\vec{H}$ 关系： $\boxed{\vec{B} = \mu_0\mu_r\vec{H} = \mu\vec{H}}$

在真空中 $\mu_r = 1,\ \vec{B}_0 = \mu_0\vec{H}$

即 $\dfrac{\vec{B}}{\vec{B}_0} = \mu_r$ 介质中的磁感应强度是真空中的μ_r倍。

顺磁介质： $\vec{B} > \vec{B}_0, \mu_r > 1$

抗磁介质： $\vec{B} < \vec{B}_0, 0 < \mu_r < 1$

铁磁介质： $\vec{B} >> \vec{B}_0, \mu_r >> 1$

磁化电流和传导电流的异同点

磁介质中的安培环路定理

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_L I + \mu_0 \sum_L I_S$$

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_L I + \mu_0 \oint_L \vec{M}\cdot d\vec{l}$$

$$\oint_L \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}\right)\cdot d\vec{l} = \sum_L I$$

$$\vec{H} \overset{def}{\equiv} \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

$$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = \sum_L I$$

电介质中的高斯定理

$$\oiint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_S (q_0 + q')$$

$$\oiint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_S q_0 - \frac{1}{\varepsilon_0}\oiint_S \vec{P}\cdot d\vec{S}$$

$$\oiint_S (\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P})\cdot d\vec{S} = \sum_S q_0$$

$$\vec{D} \overset{def}{\equiv} \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

$$\oiint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = \sum_S q_0$$

- $\vec{B}, \vec{H}, \vec{M}$之间的关系

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H}$$

$$\vec{H} \overset{def}{\equiv} \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

$$\vec{B} = \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H}$$

$$\mu_r = (1 + \chi_m)$$

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu \vec{H}$$

μ_r 称为相对磁导率

$\mu = \mu_0 \mu_r$ 磁导率

- $\vec{P}$、$\vec{D}$、$\vec{E}$之间的关系

$$\vec{P} = \chi_e \varepsilon_0 \vec{E}$$

$$\vec{D} \overset{def}{\equiv} \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 (1 + \chi_e) \vec{E}$$

$$\varepsilon_r = (1 + \chi_e)$$

$$\vec{D} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \vec{E} = \varepsilon \vec{E}$$

ε_r 称为相对电容率或相对介电常量。

铁磁质

磁特性

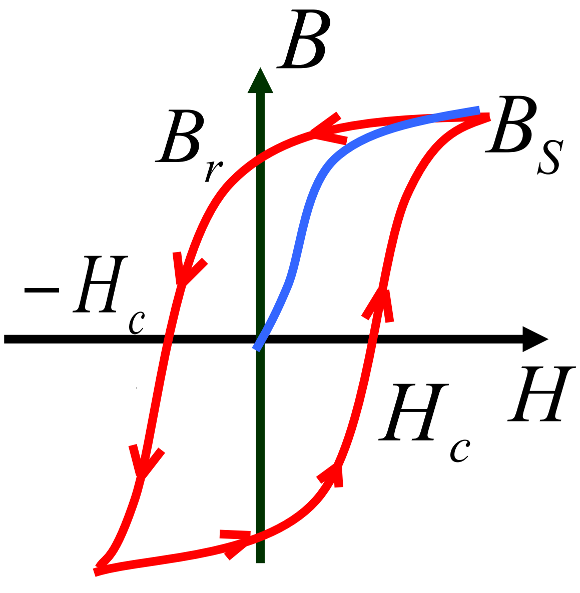
Fe, Co, Ni及稀土族元素的化合物，能被强烈地磁化。

$$\mu_r = \mu_r(H)$$

铁磁质的 μ_r 不是一个常数，它是 H 的函数。

铁磁质的磁化曲线

当外磁场变化一个周期时，铁磁质内部的磁场变化曲线如图所示：



静电场的能量：

电能贮藏在电场中，静电场能量的体密度（电场能密度）为

$$w_e = \frac{W}{V} = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r E^2 = \frac{1}{2}DE$$

任一带电体系的总能量

$$W = \iiint_V w_e \mathrm{d}V = \iiint_V \frac{1}{2}DE\mathrm{d}V$$

磁场能

（1）自感能 $W_{自}=\frac{1}{2}LI^2$

（2）互感能 $W_{互}=MI_1I_2$

（3）磁场能

$$W_{场}=\iiint_{\mathrm{V}}\omega_m dV=\iiint_V \frac{1}{2}\vec{B}\cdot\vec{H}dV$$

第十二章 麦克斯韦电磁理论

- 1864年，英国物理学家麦克斯韦提出了“涡旋电场”和“位移电流”两个假说。总结出描写电磁场的一组完整的方程式～麦克斯韦方程组。

预言：电磁波的存在，其在真空的速度与光速相同。

位移电流和传导电流的异同点

涡旋电场和静电场的异同点

麦克斯韦方程组的积分形式

$$\oiint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\sum q_{0i}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1) \qquad \vec{D}=\vec{D}_{(1)\text{静}}+\vec{D}_{(2)\text{涡}}$$

$$\oint_l \vec{E}\cdot d\vec{l}=-\frac{d\phi_m}{dt}=-\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}\cdots(2) \qquad \vec{E}=\vec{E}_{(1)\text{静}}+\vec{E}_{(2)\text{涡}}$$

$$\oiint_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=0\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3) \qquad \vec{B}=\vec{B}_{(1)\text{传}}+\vec{B}_{(2)\text{位}}$$

$$\oint \vec{H}\cdot d\vec{l}=I_0+\iint_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\cdot d\vec{S}\ \cdots\cdots(4) \qquad \vec{H}=\vec{H}_{(1)\text{传}}+\vec{H}_{(2)\text{位}}$$

麦克斯韦方程组的微分形式

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_{e0}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{j}_0 + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

各向同性线性介质性质方程 (物质方程)

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}$$

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$$

$$\vec{j}_0 = \sigma \vec{E}$$

The end!