2012级《微积分A下》期末试卷（A卷）

班级____________________ 学号____________________ 姓名____________________

（注：本试卷共6页，十个大题。请撕下试卷最后一张空白纸做草稿）

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											
评阅人											

一、填空（每小题4分，共20分）

(1) 设平面区域D为：$x^2+y^2\le 1$，则二重积分$\iint\limits_D \ln(1+x^2+y^2)\mathrm{d}\sigma=$____

(2) 设曲线L为$x^2+y^2+z^2=1$与$x+y+z=0$的交线，则$\oint\limits_L x^2 ds=$___________

(3) 设向量场$\vec{A}=\{x^2+yz, y^2+2xz, z^2+3xy\}$, 则其散度$\mathrm{div}(\vec{A})=$___________

(4) 设$(a>0)$, 幂级数$\sum\limits_{n=0}^{\infty}(ax+\frac{1}{2})^n$的收敛区间为$(-\frac{1}{2},b)$, 则$b=$_____________

(5) 设$f(x,y)=x^2\iint\limits_{\Sigma} f(x,y)ds+x$, 其中$\Sigma$为$x^2+y^2+z^2=1$, 则$f(x,y)=$___

二、选择题（每小题2分，共10分）

(1). 通过曲面S: $e^{xyz}+x-y+z=3$上点$(1,0,1)$的切平面 （　　）

A. 通过y轴；　B. 平行于y轴；　C.垂直于y轴；　D. 上述A,B,C均不对.

(2) 设L为xOy平面内，不经过原点$O(0,0)$的简单光滑闭曲线，逆时针方向，则积分$\int\limits_L \frac{2xydx-x^2dy}{x^4+y^2}$ （　　）

A. 恒为零；

B. L环绕$O(0,0)$时值为零，不环绕$O(0,0)$时值为π;

C. L环绕$O(0,0)$时值为π，不环绕$O(0,0)$时值为零;

D. 以上结论都不对.

(3). 设Σ为球面$x^2+y^2+z^2=1$的上半部分$z\geq 0$，取上侧，则下列结论中，不正确的是： （　　）

A. $\iint\limits_{\Sigma} x^2dydz=0$;　　B. $\iint\limits_{\Sigma} xdydz=0$;

C. $\iint\limits_{\Sigma} ydydz=0$;　　D. $\iint\limits_{\Sigma} y^2dydz=0$.

(4). 设曲面Σ为平面$x-y-z+1=0$在第二卦限取上侧，则

$\iint\limits_{\Sigma} dydz+2dzdx+3dxdy=$ （　　）

A. 2;　　B. 3;　　C. 4;　　D.6

(5) 下列命题中正确的是： （　　）

A. 若$\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$收敛，则$\lim\limits_{n\to\infty}na_n=0$;　　B.若$\lim\limits_{n\to\infty}na_n=0$, 则$\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$收敛;

C. 若$0<a_n<\frac{1}{n}$, 则$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{(\ln n)^2}$收敛；　D.若$\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$收敛，则$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}\leq 1$.

三（本题满分9分）：求二元函数$z=f(x,y)=x^2+y^3-6xy$的极值点和极值。

四（本题满分9分）：已知某一均匀物体（密度μ为常数）占有的区域Ω是抛物面$z=x^2+y^2$与平面$z=0,\ |x|=a,\ |y|=a$围成，求该物体关于z轴的转动惯量.

五（本题满分9分）：设Γ是由起点$(1,0)$经$y=1-x^2$到终点$(-1,0)$, 计算曲线积分$\int\limits_{\Gamma}\frac{(x-y)dx+(x+y)dy}{x^2+y^2}$

六（本题满分9分）：已知Σ为曲面$z=\sqrt{x^2+y^2}\quad(0\le z\le 1)$，取下侧。计算$I=\iint\limits_{\Sigma}x(1+x^2z)dydz+y(1-x^2z)dzdx+z(1-x^2z)dxdy.$

七（本题满分9分）：设$f(x)$具有连续的二阶导数，且$f(1)=f'(1)=1$，$\oint\limits_L (\frac{y^2}{x}-xf(\frac{y}{x}))dx+(y-xf'(\frac{y}{x}))dy=0$，其中$L$是任一不与$y$轴相交的简单光滑闭曲线，求$f(x)$

八（本题满分9分）：设Γ是曲面$z=x^2+y^2$和$x+y+z=\frac{1}{2}$的交线，从z轴的正向看是逆时针方向，求$\oint\limits_\Gamma ydx-xdy+dz$的值。

九（本题满分8分）:求幂级数$\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{3n+5}{n(n-1)}x^n$的收敛半径、收敛域及和函数，并求数项级数$\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}(3n+5)}{n(n-1)}$.

十（本题满分8分）：设有正项级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$, $S_n=\sum\limits_{k=1}^{n}a_k$是它的部分和，

(1)求证：$\sum\limits_{n=2}^{\infty}(\frac{1}{S_{n-1}}-\frac{1}{S_n})$收敛

(2)判断级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}a_n}{S_n^2}$是条件收敛还是绝对收敛，并给出证明。