电光 计控学院本科生2013——2014学年第一学期线性代数课程期末考试试卷（A卷）

专业：　　　　　　　　年级：　　　　　学号：　　　　　姓名：　　　　　成绩:

说明：A^T表示矩阵A的转置矩阵，A^*表示矩阵A的伴随矩阵，E是单位矩阵，O是零矩阵，A^{-1}表示可逆矩阵A的逆矩阵，$|A|$表示方阵A的行列式，$\langle\alpha, \beta\rangle$表示向量$\alpha, \beta$的内积。

得 分

一 .客观题：1−3小题为判断题，在对的后面括号中填“√”，错的后面括号中填“×”，4−8为单选题，将正确选项前的字母填在括号中. (每小题2分，共16分)。

1. 所有n（$n>2$）阶反对称矩阵关于矩阵的线性运算构成的线性空间的维数为$n(n+1)/2$。　　(　　　)

2. 若n阶矩阵A可逆，则其伴随矩阵A^*也可逆。　　(　　　)

3. 设R^n中向量组$\alpha_1, \alpha_2\cdots, \alpha_s$线性无关，$k_1, k_2\cdots, k_s$为不全为零的实数，则

线性组合$k_1\alpha_1+k_2\alpha_2+\cdots+k_s\alpha_s \neq O$ 。　　(　　　)

4. 设α_1, α_2是5元齐次线性方程组$Ax=O$的基础解系，则矩阵A的秩R(A)=　　(　　　)

（A） 1　　（B）2　　（C）3　　（D）4

5. n阶方阵A具有n个不同的特征值是A与对角阵相似的　　(　　　)

（A）充分必要条件　　（B）充分而非必要条件

（C）必要而非充分条件　　（D）既非充分也非必要条件

6. 设$\alpha_1=(1,1,0,0), \alpha_2=(0,0,1,1), \alpha_3=(1,0,1,0), \alpha_4=(1,1,1,1)$,则它的极大无关组可以是　　(　　　)

（A）α_1, α_2　　（B）$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$

（C）$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_4$　　（D）$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$

7. 设 A 是 n 阶方阵，x_1，x_2 均为线性方程组 $Ax=\beta$ 的解，且 $x_1 \neq x_2$，则 $|A|=$ ( )

（A） 0 (B) 1 (C) $x_1^T x_2$ (D) $|A|$依赖于 β 是否为零向量。

8. 设矩阵 $A=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$，$P=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$，$B=AP$，则 $|B|$ =( )

（A） -1 (B) 6 (C) -6 (D) 1

得 分

二 、行列式计算 （第 1 小题 6 分，第 2 小题 8 分，共 14 分）

1．计算行列式 $D=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ 的值。

2. 计算 n 阶行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \cdots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \cdots & 3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 2 & 3 & \cdots & n \end{vmatrix}$ $(n>2)$

得 分

三、矩阵 X，A，B 满足 $AX=3X+B$，其中 （本题 8 分）

$$A=\begin{pmatrix}3&0&1\\0&5&0\\3&0&3\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}1&-1&1\\-2&2&-2\\3&6&9\end{pmatrix},$$ 求矩阵 X 。

得 分

四、当 a 取何值时，线性方程组： （本题 14 分）

$$\begin{cases}-x_1-4x_2+x_3=1\\ ax_2-3x_3=3\\ x_1+3x_2+(a+1)x_3=0\end{cases}$$ 无解，有惟一解，有无穷多解？

并在方程组有无穷多解时求其通解。

得 分

五、设 R^2 中的两组基分别为： （本题 12 分）

$$\alpha_1=\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix},\alpha_2=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \text{ 和 } \beta_1=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix},\beta_2=\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix},$$

已知线性变换 σ 在基 α_1,α_2 下的矩阵为 $\begin{pmatrix}3&0\\0&2\end{pmatrix}$。

1）求由基 α_1,α_2 到基 β_1,β_2 的过渡矩阵 M；

2）求 σ 在基 β_1,β_2 下的矩阵。

得 分

六、已知二次型： $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+x_2^2+x_3^2+2x_1x_2+2x_1x_3+2x_2x_3$ （本题 14 分）

求一个正交变换 $X=PY$，把 f 化为标准形，并写出该标准型；

指出该二次型的类型(正定、负定、半正定、半负定、不定)。

得 分

七、已知非零向量 α_1,α_2，向量组 $\beta_1=\alpha_1+\alpha_2$， $\beta_2=\alpha_1-\alpha_2$， $\beta_3=3\alpha_1+\alpha_2$

（1）证明 β_1,β_2,β_3 线性相关；

（2）找到一组不全为零的实数 k_1,k_2,k_3 使 $k_1\beta_1+k_2\beta_2+k_3\beta_3=O$ 成立。

（本题 10 分）

得 分

八、A，B 均为 n 阶方阵，E 为 n 阶单位矩阵，矩阵 $M=\begin{pmatrix} E & E+B \\ A & E+A+AB \end{pmatrix}$，

求矩阵 M 的逆矩阵。 （本题 8 分）

得 分

九、设 A 是 n 阶实对称矩阵，t 是一个正实数，证明：当 t 充分大时，$tE+A$ 是正定矩阵。

（其中 E 是 n 阶单位矩阵） （本题 4 分）