北京理工大学2011-2012学年第二学期

2011级《微积分A》期末试卷（A）

班级____________________ 学号____________________ 姓名____________________

（注：本试卷共6页，十个大题。请撕下试卷最后一张空白纸做草稿）

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											
评阅人											

一、填空（每小题4分，共20分）

(1) 平面区域D是由$x=1, y=1$以及x轴，y轴围成，则$\iint\limits_D xy\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$_______

(2) 曲线Γ：$x=\int_0^t e^u\mathrm{d}u,\ y=2\sin t-\cos t,\ z=e^{3t}$，则曲线$\Gamma$在$t=0$处的切线方程为：____________________________________

(3) 设$u(x,y,z)=\ln(x^2+y^2+z^2)$，则$\mathrm{div}(\mathbf{grad}\ u)$=________________

(4) 判断级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{3^n n!}{n^n}$的敛散性：________________

(5) 幂级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{2^n(x-1)^n}{\sqrt{n}}$的收敛域为：________________

二、（9分）已知f具有二阶连续偏导，且$z=f(xy^2,x^2y)$, 求$\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$, 及$\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

三、（9分）计算曲线积分$\oint\limits_L\sqrt{x^2+y^2}\mathrm{d}l$，$L$为圆周$x^2+y^2=2ax$，$a>0$.

四、（9分）均匀半球壳$x^2+y^2+z^2=16$（其中$z\geq 0$）的密度为常数a，求该半球壳对于z轴的转动惯量.

五、（9分）求全微分方程：$(3x^2+2xe^{-y})\mathrm{d}x+(3y^2-x^2e^{-y})\mathrm{d}y=0$的通解.

六、（9分）已知S是旋转抛物面$z=\frac{1}{2}(x^2+y^2)$介于$z=0$和$z=2$之间的部分，当S取上侧时，计算曲面积分$\iint\limits_S (z^2+x)\mathrm{d}y\mathrm{d}z+y\mathrm{d}z\mathrm{d}x-z\mathrm{d}x\mathrm{d}y.$

七、（9分）设函数$f(x)$使得积分$I=\int\limits_L yf(x)\mathrm{d}x-f(x)\mathrm{d}y$与路径无关，且$f(0)=1,$

(1) 求函数$f(x)$的表达式；

(2) 当L是自点$A(0,0)$沿任意曲线至点$B(2,3)$的弧时，求I的大小

八、（9分）求幂级数$\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{n-1}{n!}(x+1)^n$的收敛域与和函数.

九、（9分）在变力$\vec{F}=yz\vec{i}+xz\vec{j}+xy\vec{k}$的作用下，一质点由原点沿直线运动到椭球面$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$上第一卦限的点$(u,v,w)$，问当$u,v,w$取何值时，变力$\vec{F}$做到功最大？并求该最大值$(a>0,\,b>0,\,c>0)$.

十、（8分）将函数$f(x) = |x|, (-\pi \le x < \pi)$ 展开成傅立叶级数，并求数项级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}$的和.