课程编号：100172203 北京理工大学 2018-2019 学年第二学期

《工科数学分析》（下）期末试题(A 卷)

座号______班级______________ 学号______________ 姓名______________(试卷共 6 页，十个大题，解答题必须有过程. 试卷后面空白纸撕下做草稿纸. 试卷不得拆散.)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											
签名											

一、填空题（每小题 4 分，共 20 分）

1. 求平行于 z 轴，且过点 $M_1(1,0,1)$ 和 $M_2(2,-1,1)$ 的平面方程是.

2. 函数 $u=xy^2+yz^3+3$ 在点 $P(2,-1,1)$ 处沿向量 $l=(1,2,2)$ 的方向导数为.

3. 交换二次积分的积分次序 $\int_1^2 dx\int_{2-x}^{\sqrt{2x-x^2}} f(x,y)dy=$.

4. 已知 L 是圆周 $x^2+y^2=a^2(a>0)$（按逆时针方向绕行），计算

$$\oint_L \frac{(x+y)dx-(x-y)dy}{x^2+y^2}=.$$

5. 已知级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{|a|^n n!}{n^n}$ 收敛（a 为非零常数），则 a 的取值范围为.

二、计算题（每小题5分，共20分）

1. 求曲线 L：$\begin{cases}2x^2+3y^2+z^2=9\\ z^2=3x^2+y^2\end{cases}$ 在点 M（1，－1，2）处的切线方程与法平面方程.

2. 设 $z=xf(\frac{y}{x})+2yf(\frac{x}{y})$，其中 f 有二阶连续偏导数，求 $x\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+y\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

3. 计算 $I=\iint\limits_{S}(x^2+y^2)dS$, S 是锥面 $z^2=3(x^2+y^2)$ 被平面 $z=0$ 和平面 $z=3$ 所截得的部分.

4. 设数量场 $u(x,y,z)=\ln\sqrt{x^2+y^2+z^2}$, 计算 $div(gradu)$.

三、(8 分) 设 $f(x)$ 是 $[0,+\infty)$ 上的单调减少的连续函数，试证明：对任意 $t\geq 0$，

不等式 $\iint\limits_{D}(\frac{t^2}{x}-6y)f(x)dxdy\geq 0$ 都成立，其中 $D=\{(x,y)\,|\,0\leq x\leq t, 0\leq y\leq x\}$.

四、(6 分)设半球体 $\Omega_1: 0\leq z\leq\sqrt{1-x^2-y^2}$, 密度为 1，现在其底面接上一个同质柱体 $\Omega_2: -h\leq z<0, x^2+y^2\leq 1(h>0)$, 试确定 h, 使整个物体 $\Omega=\Omega_1+\Omega_2$ 的质心恰好在半球的球心处.

五、(8 分)在经过点 $(2,1,\frac{1}{3})$ 的所有平面中求取一个平面，使这个平面在第一卦限内与三个坐标平面所围成的四面体体积最小.

六、(8 分) 设函数 $Q(x,y)$ 在 xOy 平面上具有一阶连续偏导数. 已知曲线积分 $\int_{\Gamma}2xydx+Q(x,y)dy$ 与路径无关，且对任意的 t 恒有，

$$\int_{(0,0)}^{(t,1)}2xydx+Q(x,y)dy=\int_{(0,0)}^{(1,t)}2xydx+Q(x,y)dy$$

（1）求函数 $Q(x,y)$;

（2）求 $2xydx+Q(x,y)dy$ 的原函数.

七、(8 分)求幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{2n-1}x^{2n}$ 的收敛域及和函数.

八、(8 分)将 $f(x)=\frac{1}{x^2+4x+3}$ 展开为 $x-1$ 的幂级数，并求 $f^{(10)}(1)$ 的值.

九、(8 分)计算曲面积分

$$I=\iint_{\Sigma}\frac{x^2dydz+y^2dzdx+z^2dxdy}{x^2+y^2+z^2},$$ 其中 Σ 为上半球面 $z=\sqrt{4-x^2-y^2}$ 夹于 $z=0$ 与 $z=1$ 之间部分，其法线 $\vec{n}$ 向内.

十、(6 分)已知函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 的某邻域内有二阶连续导数，且 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}=0$, 证明级数 $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}f(\frac{1}{n})$ 绝对收敛.