课程编号：MTH17006　　北京理工大学 2014-2015 学年第二学期

《微积分 A》期中试题

班级_______________　学号_________________　姓名__________________

(本试卷共 6 页，九个大题)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分
得分										

一. 填空题（每小题 4 分，共 28 分）

1. 设 $\vec{a}=\{3,-1,-2\}$，$\vec{b}=\{1,2,-1\}$，则 $(-2\vec{a})\cdot(3\vec{b})=$________________，

   两向量的夹角 $(\vec{a},\vec{b})=$__________________.

2. 点 $A(1,2,3)$ 到直线 $L: x=\dfrac{y-4}{-3}=\dfrac{z-3}{-2}$ 的距离 $d=$____________________.

3. 若函数 $z=z(x,y)$ 由方程 $e^{x+2y+3z}+xyz=1$ 确定，则 $dz\big|_{(0,0)}=$____________.

4. 设函数 $f(u,v)$ 满足 $f(x+y,\dfrac{y}{x})=x^2-y^2$，则 $f_u'(1,1)=$________________，

   $f_v'(1,1)=$____________________，

5. 设 D 是第一象限中由曲线 $2xy=1, 4xy=1$ 与直线 $y=x, y=\sqrt{3}x$ 围成的平面区域，函数 $f(x,y)$ 在 D 上连续，则二重积分 $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$ 在极坐标系下的累次积分为：_________________________________.

6. 设 Ω 是由平面 $x+y+z=1$ 与三个坐标面围成的空间区域，则 $\iiint\limits_\Omega (x+2y+3z)dxdydz=$__________________.

7. 由曲面 $z=x^2+2y^2$ 及 $z=6-2x^2-y^2$ 所围成的立体的体积=___________.

二、(8 分) 设 $z = f(y^3, e^{2x}\cos y)$，其中 f 具有二阶连续偏导数，求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$.

三、 (8 分) 求过点 $M(-1,0,4)$ 且平行于平面 $\pi: 3x - 4y + z - 10 = 0$，又与直线 $L: \frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z}{2}$ 相交的直线的标准方程.

四、(8 分)求函数 $f(x,y)=x^3+y^3-3(x^2+y^2)$ 的驻点与极值点，并说明是极大值点还是极小值点.

五、(10 分)计算 $I=\iiint\limits_V z\sqrt{x^2+y^2}\,dxdydz$，其中 V 是由柱面 $x^2+y^2-2x=0$，平面 $y=0, z=0, z=a(a>0)$ 在第一卦限围成的有界闭区域.

六、（10 分）（1）求曲线$\begin{cases} y^2 = x \\ z = 3(y-1) \end{cases}$在 $y=1$ 处的切线 L 的方程；

（2）求平面 π 的方程，使它通过直线 L 并且与曲面 $x^2+y^2=4z$ 相切.

七、(10 分)利用球坐标计算三重积分 $I=\iiint\limits_{\Omega} z^2 dxdydz$，其中 Ω：$z^2 \geq x^2+y^2$，

$x^2+y^2+z^2 \leq R^2$.

八、（10 分）设平面薄片所占的闭区域D由抛物线$y=x^2$及直线$y=x$所围成，

它在点(x,y)处的面密度为$\mu(x,y)=x^2y$，求该薄片的质心坐标.

九、（8 分）已知函数 $f(x,y)=x+y+xy,$ 平面曲线 C 的方程为：$x^2+y^2+xy=3$，求当 (x,y) 在曲线 C 上时，函数 $f(x,y)$ 的方向导数最大值.