课程编号：MTH17006　　　　北京理工大学2011-2012学年第二学期

《微积分A》期中试题

班级______________　　学号________________　　姓名_________________

(本试卷共6页，十一个大题)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	总分
得分												

一. 填空题（每小题4分，共20分）

1. 设$|\vec{a}|=4$，$|\vec{b}|=3$，$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角$(\vec{a},\vec{b})=\dfrac{\pi}{6}$，则以$\vec{a}+2\vec{b},\vec{a}-3\vec{b}$为邻边的平行四边形的面积$S=$__________________.

2. 曲线$L: x=e^t\cos t, y=e^t\sin t, z=e^t$在点$t=0$处的切线的标准方程为：________________________；法平面方程为：______________________.

3. 交换累次积分$I=\int_1^e dx\int_0^{\ln x} f(x,y)dy$的积分次序, 则$I=$______________.

4. 曲线$\begin{cases} z=2-x^2-y^2 \\ y^2=z \end{cases}$在$xoy$面上的投影曲线的方程为________________.

5. 设$z=(1+xy)^{2x}$, 则$\left.\dfrac{\partial z}{\partial x}\right|_{\substack{x=1\\y=1}}=$____________，$\left.\dfrac{\partial z}{\partial y}\right|_{\substack{x=1\\y=1}}=$_________________.

二、(8 分) 设$z=x^2f(\sin x,\cos y,e^{xy})$，其中$f$具有二阶连续偏导数，求$\dfrac{\partial z}{\partial x},\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

三、(8 分)计算二重积分$I=\iint\limits_D \sqrt{R^2-x^2-y^2}\,d\sigma$，其中$D$是圆周$x^2+y^2=Rx$所围成的闭区域.

四、(8 分)求函数$f(x,y)=e^{2x}(x+y^2+2y)$的极值，并判别是极大值还是极小值.

五 （8 分）计算 $I=\iiint\limits_V (2xy^5z^4+x^2y+z)dxdydz$，其中 V 是由柱面 $y=x^2$，平面 $y+z=1$ 以及 xoy 面所围成的有界闭区域.

六、（8 分）设直线 L 在平面 $\pi: x+y+z=1$，且与直线 $L_1: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-1}$ 垂直相交，求直线 L 的标准方程.

七、（8 分）计算三重积分 $I=\iiint\limits_V \dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}dxdydz$，其中是由平面 $z=1$ 与锥面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 围成的闭区域.

八、（8 分）设 $u=e^{yz}+\cos xz$，其中 z 由方程 $f(x-y,xz)=0$ 确定的二元函数，f 是可微函数，求 $\dfrac{\partial u}{\partial x},\dfrac{\partial u}{\partial y}$.

九 （8 分）设 S 为曲线 $\begin{cases} z=1-y^2 \\ x=0 \end{cases}$ 绕 z 轴旋转一周所成旋转曲面，Ω 是由曲面 S 与 xoy 面围成的立体，且 Ω 上任意一点处的密度等于该点到 z 轴的距离.

(1) 写出曲面 S 的方程；

(2) 求该立体的质心坐标.

十、（8 分）在椭球面 $x^2+2y^2+3z^2=6$ 上求一点 $M(x,y,z)$，使函数 $f(x,y,z)=x^2+y^2+z^2$ 在点 M 处沿方向 $\vec{l}=\{1,-1,0\}$ 的方向导数最大.

十一、（8 分）设 D 是由曲线 $y=x^2$，直线 $x=t\quad(t>0)$ 与 x 轴围成的区域，求极限

$$\lim_{t\to 0^+}\frac{\iint\limits_D \arctan(1+y)dxdy}{t(1-\cos t)}.$$