课程编号：A071001　　北京理工大学 2005-2006 学年第二学期

工科数学分析 B 期中试题

一. 解下列各题（每小题 6 分）

1. 已知 $|\vec{a}|=2, |\vec{b}|=5$, $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角 $(\vec{a},\vec{b})=\dfrac{2\pi}{3}$, 且 $\lambda\vec{a}+17\vec{b}$ 与 $3\vec{a}-\vec{b}$ 垂直, 求 λ 的值.

2. 设 $z=f(x+\varphi(x-y),y)$，其中 f 具有二阶连续偏导数，φ 有二阶导数，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x},\dfrac{\partial z}{\partial y},\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

3. 求曲线 $x^2+y^2+z^2=6, x+y+z=0$ 在点 $(1,-2,1)$ 的切线和法平面方程.

4. 计算积分 $I=\int_1^2 dx\int_{\frac{1}{x}}^2 ye^{xy}dy$.

二. 解下列各题（每小题 7 分）

1. 求函数 $u=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$ 在点 $M(1,2,-2)$ 处沿曲线 $x=t,\quad y=2t^2$, $z=-2t^4$ 在点 M 的切线的正方向(即 t 增大的方向)上的方向导数.

2. 设 $z=x+f^2(y-z)$, 其中 f 是可导函数, 求 $\dfrac{\partial z}{\partial x},\dfrac{\partial z}{\partial y},dz$.

3. 求点 $M(1,0,2)$ 到直线 $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-1}{1}$ 的距离.

4. 设 f 是连续函数, 试将 $\int_0^1 dx\int_0^{1-x} dy\int_0^{1-x-y} f(z)dz$ 化成定积分.

三. (9 分)设 D 是由直线 $x+y=6$ 与 x 轴和 y 轴所围成的平面有界闭区域, 求函数 $z=xy(4-x-y)$ 在区域 D 上的最大值和最小值.

四.（9 分）已知直线 L 在平面 $\pi: x+y+z+1=0$ 上, 且通过直线

$L_1:\begin{cases} x+2z=0 \\ y+z+1=0 \end{cases}$ 与平面π的交点并与L_1垂直，求直线L的方程.

五．（14 分）分别就下列区域V计算积分$I=\iiint\limits_V z\sqrt{x^2+y^2+z^2}\,dV$：

(1) V由曲面$x^2+y^2+z^2=2z$围成;

(2) V由曲面$x^2+y^2+z^2=2\quad (z\ge 0)$与平面$z=1$围成.

六. (8 分) 设$F(t)=\iiint\limits_\Omega [z^2+f(x^2+y^2)]dV$，其中$f$是连续函数,

$\Omega: x^2+y^2\le t^2\ (t>0),\ 0\le z\le h$， 求$\dfrac{dF}{dt}$和$\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{F(t)}{t^2}$.

七．（8 分）求常数a,b,c的值，使函数$f(x,y,z)=axy^2+byz+cx^3z^2$在点

$M(1,2,-1)$处沿z轴正方向的方向导数有最大值 64.