课程编号：MTH17006　　北京理工大学 2010-2011 学年第二学期

《微积分 A》期中试题

班级________________　　学号__________________　　姓名___________________

(本试卷共 6 页，十一个大题)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	总分
得分												

一、 填空题（每小题 4 分，共 20 分）

1. 过点 $M_0(3,-2,-1)$ 和 y 轴的平面方程为____________________________.

2. 设 $u = x\arctan\dfrac{z}{y}$, 点 $M_0(1,-2,2)$, $\vec{l} = \{1,1,-1\}$. 则梯度 $gradu|_{M_0} =$ _____________.

   方向导数 $\dfrac{\partial u}{\partial \vec{l}}|_{M_0} =$ ____________________.

3. 交换累次积分次序 $I = \int_0^1 dx \int_{3x}^3 e^{y^2} dy =$ __________________, 积分值 $I =$ ____.

4. 曲面 $z = x^2 + 2y^2$ 在点 $M_0(1,1,3)$ 处的单位法向量 $\vec{n}^0 =$ ___________________,

   法线的标准方程为：________________________________.

5. 设 $f(x,y) = \begin{cases} x^2 y - \dfrac{x^3 - y^3}{x^2 + y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$ ，则 $f_x'(0,0) =$ __________,

   $f_y'(0,0) =$ ________.

二、（8 分）已知向量 $\vec{a} = \{1,1,1\}, \vec{b} = \{1,2,-2\}, \vec{c} = \{3,-5,4\}$，

（1）求向量 $\vec{d} = (\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{b} + (\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c}$；（2）求 $\vec{d}$ 在 $\vec{a}$ 上的投影；（3）求 $\vec{a} \times \vec{d}$.

三、（8 分）设 $z=f(xy, yg(x))$, 其中 f 具有二阶连续偏导数，函数 $g(x)$ 可导，且

在 $x=1$ 处取得极值 $g(1)=1$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \left.\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right|_{\substack{x=1 \\ y=1}}$.

四、（8 分）在极坐标系下计算二重积分 $I=\iint_D 2(x^2+y^2)dxdy$，其中区域

$D: x \le x^2+y^2 \le 2x$.

五、(8 分) 求函数 $f(x,y)=x^2-4xy-2y^2+y^3$ 的极值，并判别是极大值还是极小值.

六、（8 分）计算 $I=\iiint\limits_{\Omega} x\,dx\,dy\,dz$，其中 Ω 是由三坐标面 $x=0, y=0, z=0$ 及平面 $x+2y+z=1$ 所围成的有界闭区域.

七、（8 分）设直线 L 过点 $M(1,-1,2)$，并与直线 $L_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{2-z}{1}$ 垂直相交，求直线 L 的参数方程.

八、（8 分）设 $f(x)$ 连续，$F(t)=\iiint\limits_V[f(x^2+y^2)+z^2]dV$，其中 $V: x^2+y^2\le t^2\ (t>0),\ \ 0\le z\le 2$，试把 $F(t)$ 表示为定积分，并求 $\dfrac{dF}{dt}$.

九、（8 分）设方程 $F(x+\frac{z}{y}, y+\frac{z}{x})=0$ 确定函数 $z=z(x,y)$，其中 F 可微，

求 $x\frac{\partial z}{\partial x}+y\frac{\partial z}{\partial y}$ 及 dz

十、（8 分）试利用球坐标计算三重积分 $I=\iiint\limits_{\Omega}(x^3+y^3+z^3)dxdydz$，其中 Ω 是由

曲面 $z=\sqrt{3(x^2+y^2)}$ 和曲面 $z=2+\sqrt{4-x^2-y^2}$ 围成的几何体.

十一、（8 分）横截面为长方形的半圆柱形的张口容器，使其表面积等于S，当容器的长度h与断面半径R各为多少时，有最大容积？