课程编号：MTH17006　　北京理工大学 2015-2016 学年第二学期

《微积分 A》（下）期末试题(A 卷)

班级________________ 学号__________________ 姓名___________________

(本试卷共 6 页，十一个大题，试卷后面空白纸撕下作草稿纸)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	总分
得分												
签名												

一、填空题（每小题 4 分，共 20 分）

1. 过点 $M(-1,2,0)$ 且与平面 $\pi: x+2y-z+1=0$ 垂直的直线的标准方程为___________________________；点 M 在平面 π 上的投影为：______________.

2. 已知 $\vec{n}$ 是曲面 $x^2+2y^2+\dfrac{z^2}{2}=5$ 在点 $(1,1,2)$ 处指向 x 增大方向的单位法向量，

则 $\vec{n}=$________，设 $u=e^x+\ln(1+y^2+z^2)$，则 $\left.\dfrac{\partial u}{\partial \vec{n}}\right|_{(0,1,1)}=$________________.

3. 设 S 是球面 $x^2+y^2+z^2=4$ 位于平面 $z=1$ 上方的部分，则曲面积分

$I=\iint\limits_S z dS=$___________________.

4.记 D 是由直线 $y=x$ 与曲线 $y=x^2$ 所围成的平面有界闭区域，则二重积分

$I=\iint\limits_D y^2 dxdy=$__________________.

5 在级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\dfrac{\sin\frac{1}{\sqrt{n}}}{\sqrt{n}}$，$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n+1}{\ln n}$，$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sin n}{3^n}$ 中，则绝对收敛的级数

为：_____________，条件收敛的为：_____________，发散的为：________.

二、(8 分) 设 $w = f(x+y, xyz)$, f 有二阶连续偏导数，求梯度 $gradw$ 及散度 $div(gradw)$.

三、(8 分) 求由曲面 $z = a + \sqrt{a^2 - x^2 - y^2}$ 与 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 所围的均匀立体对 z 轴的转动惯量.

四、(8 分) 求二元函数$z = f(x, y) = x^3 + y^2 - 2xy$的极值点与极值.

五、(8 分) 已知沿平面任意闭曲线 L，都有$\oint_L (2xy + \varphi(y))dx + (x - y)^2 dy = 0$，且 $\varphi(0) = 1$，求$\varphi(y)$的表达式及积分$I = \int_{(0,0)}^{(1,2)} (2xy + \varphi(y))dx + (x - y)^2 dy$的值.

六、(8 分)求幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-1)^n}{2^n n}$的收敛域及和函数.

七、（8 分）设$x=u^2+v^2, y=2uv, z=u^2\ln v$，求$\frac{\partial z}{\partial x},\frac{\partial z}{\partial y}$.

八、(8 分) 将 $f(x)=\dfrac{1}{3-x}+\ln x$ 展开成 $x-2$ 的幂级数，并指出收敛域.

九、(8 分) 计算曲面积分 $I=\iint_{\Sigma}\dfrac{(x^2z+1)dxdy+y^2xdydz+z^2ydzdx}{x^2+y^2+z^2}$，其中 Σ 是下半球面 $z=-\sqrt{R^2-x^2-y^2}$ 的上侧.

十、（8 分）计算曲线积分 $I=\oint_L 2ydx-zdy-xdz$ ，其中 L 是球面 $x^2+y^2+z^2=1$ 与平面 $x+z=1$ 的交线，从 z 轴正向看去，L 的方向是逆时针方向.

十一、（8 分）设 $S(x)$ 是函数 $f(x)=\pi+x \quad (0\le x\le\pi)$ 的以 2π 为周期的余弦级数的和函数. 求 $S(x)\ (x\in[\pi,2\pi])$ 的表达式及 $S(-5)$ 的值，并求出余弦级数的系数.