课程编号：MTH17005　　　北京理工大学2010-2011学年第一学期

2010级《微积分A》期中试卷

班级_______________学号______________姓名_______________成绩_____

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	总分
得分												

一、填空（每小题2分，共10分）

1．当 $x \to 0$ 时，无穷小 $\sqrt[10]{1+3x^6}-1$ 的阶为_____________.

2．已知 $f(0)=0, f'(0)=3,$ 则极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x\tan x)}{1-\cos x}=$_____________.

3．设 $y=x^{\tan x}+\ln\sin\dfrac{1}{x}$，则 $y'=$____.

4. 设函数 $y=y(x)$ 由方程 $e^{x+y}-y\sin x=0$ 确定，则 $dy=$________________________.

5．$f(x)=\dfrac{x^3}{\sqrt{1+x}}$ 的五阶麦克劳林展式为（皮亚诺余项）_________________________.

二、（9分）设 $x_1>a>0$ 且 $x_{n+1}=\sqrt{ax_n}\quad(n=1,2,\cdots),$ 证明 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n$ 存在，并求此极限值.

三、（9分）证明：当 $x>1$ 时，$x^2>1+2x\ln x$.

四、（9分）设 $\begin{cases}x=1-\cos t\\ y=t-\sin t\end{cases}$，求 $\dfrac{dy}{dx},\dfrac{d^2y}{dx^2}$.

五、（9分）设 $y=x^2\sin x+\dfrac{1}{x+2},$ 求 $y^{(10)}$.

六、（9分）设函数 $y = a\ln x + bx^2 + x$ 在 $x_1 = 1$ 与 $x_2 = 2$ 时都取得极值，求 a,b 的值；并判断 $f(x)$ 在 x_1, x_2 是取极大值还是极小值.

七、（9分）设 $f(x)$ 具有一阶连续导数，且 $f(0)=0, f'(0)=0, f''(0)=2$，

函数 $g(x) = \begin{cases} \dfrac{f(x)}{x}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$，

（1） 确定 a 的值，使 $g(x)$ 处处连续；

（2） 对上面所确定的 a，证明 $g(x)$ 具有一阶连续导数.

八、（9分）求曲线 $y = \dfrac{3}{5}x^{\frac{5}{3}} - \dfrac{3}{2}x^{\frac{2}{3}} + 1$ 的凹凸区间及拐点.

九、（9分）过椭圆 $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{4} = 1$ 上第一象限的点 (x_0, y_0) 做椭圆的切线，该切线与两坐标轴分别交于 A,B 两点，求点 (x_0, y_0) 使 ΔOAB 的面积最小.

十、（9分）求数列极限 $\lim\limits_{n\to\infty} n^2\left(n\tan\dfrac{1}{n} - 1\right)$.

十一、（9分）设 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上二阶可导，且 $f'(x) > 0, f''(x) < 0$，证明在 (a,b) 内，方程 $f'(x) = \dfrac{f(x) - f(a)}{b - x}$ 有惟一的实根.