课程编号：MTH17004　　北京理工大学 2015-2016 学年第二学期

工科数学分析期末试题（A 卷）

班级________　　学号________　　姓名________

(本试卷共 6 页，十一个大题. 试卷后面空白纸撕下做草稿纸，试卷不得拆散.)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	总分
得分												

一. 填空题（每小题 4 分，共 20 分）

1. 过点 $(1,1,1)$ 且与直线 $L: \dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+1}{1}$ 垂直的平面 π 的方程为________；

   直线 L 与平面 π 的交点坐标为________。

2. 设 $z=\ln(\sqrt{x}+\sqrt{y})$，则 $x\dfrac{\partial z}{\partial x}+y\dfrac{\partial z}{\partial y}=$________。

3. 设曲面 $\Sigma: z=\sqrt{a^2-x^2-y^2}$，则曲面积分 $\iint\limits_{\Sigma} z^2 dS=$________。

4. 向量场 $\vec{F}(x,y,z)=(x+y+z)i+xyj+zk$ 的旋度 $rot\vec{F}=$________。

5. 函数 $f(x)=\ln x$ 在 $x=1$ 处的泰勒级数为________，

   其收敛域为________。

二.（8 分）将积分 $I=\int_{-a}^{a}dy\int_{0}^{\sqrt{a^2-y^2}} y^2\sqrt{x^2+y^2}dx$ 化成极坐标系下的累次积分，并计算此积分的值。

三. (8 分) 求 $f(x,y)=x^3+y^3-3(x^2+y^2)$ 的极值。

四.（8 分）（1）求抛物面 $z=1+x^2+y^2$ 在点 $(1,0,2)$ 处的切平面；

（2）设此切平面与该抛物面及圆柱面 $(x-1)^2+y^2=1$ 所围成的立体 Ω 的体密度为 $\rho(x,y,z)=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}$，求 Ω 的质量 M。

五.（8 分）设 $u=f(x,y,z)$ 有一阶连续偏导数，$y=y(x)$ 和 $z=z(x)$ 分别由方程 $e^{xy}-y=0$ 和 $e^z-xz=0$ 所确定，求 $\dfrac{du}{dx}$。

六.（8 分）利用高斯公式计算曲面积分 $I=\iint\limits_{\Sigma}\frac{xdydz+(z+1)^2dxdy}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$，其中 Σ 是下半球面 $z=-\sqrt{1-x^2-y^2}$ 的上侧。

七.（8分）设 L 是柱面 $x^2+y^2=1$ 与平面 $z=x+y$ 的交线，从 z 轴正向往 z 轴负向看去为逆时针方向，计算曲线积分 $I=\oint_L xzdx+xdy+y^2dz$。

八.（8 分）求幂级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{4n^2+4n+3}{2n+1}x^{2n}$ 的收敛域及和函数。

九.（8 分）将函数 $f(x)=x-1\,(0\le x\le\pi)$ 展开成余弦级数，并求 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)^2}$ 的和。

十.（8 分）设函数 $f(x,y)$ 满足 $\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}=(2x+1)e^{2x-y}$，且 $f(0,y)=y$，计算曲线积分 $I=\int_L\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}dx+\frac{\partial f(x,y)}{\partial y}dy$，其中 L 是抛物线 $y=x^2$ 从 $(0,0)$ 到 $(1,1)$ 的一段弧。

十一.（8 分）讨论级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}[f(a+\frac{1}{n^p})-f(a)]$（$a,p$ 是实数，$p>0$）的收敛性，其中 $f(x)$ 单增，二阶可导且 $f''(a)\ne 0$。