课程编号：MTH17006 北京理工大学2014-2015学年第二学期

2014级《微积分A》期末试卷(A)

班 级________________ 学 号________________ 姓 名________________

(注：本试卷共6页，九个大题。请撕下试卷最后一张空白纸做草稿。)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分
得分										
评阅人										

一、填空（每小题4分，共28分）

1、已知平面π过两点$M_1(1,0,-1)$, $M_2(-2,1,3)$, 并且与向量$\vec{a}=2\vec{i}-\vec{j}+\vec{k}$平行, 则此平面的方程为____________________________.

2、设函数$z=z(x,y)$由方程$\sin x+3y-z=e^z$所确定，则$dz=$____________________.

3、设L是曲线弧$x=e^t\cos t$，$y=e^t\sin t$，$z=e^t$（$0\le t\le 2$），则曲线积分$\int_L \frac{dl}{x^2+y^2+z^2}=$________________________.

4、设Ω是由圆锥面$z=\sqrt{x^2+y^2}$与抛物面$z=2-x^2-y^2$所围成的均匀立体(密度$\mu=1$).则Ω绕z轴的转动惯量=_______________.

5、设$u(x,y,z)=x^y z$，记其梯度为grad(u)，则散度div (grad(u))=_____________.

6、已知$a>1$，则级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{a^n}$的和$s=$_____________

7、设$f(x)=\begin{cases}2 & 0\le x<\frac{\pi}{2}\\ x^2-1 & \frac{\pi}{2}\le x<\pi\end{cases}$，$S(x)$是$f(x)$的以$2\pi$为周期的余弦级数的和函数,

则S(π)=__________.

二、（8 分）设 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{2x^3-3y^3}{x^2+y^2} & (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & (x,y)=(0,0)\end{cases}$，求 $f_x'(0,0)$ 和$f_y'(0,0)$.

三、（8 分）计算二重积分 $\iint_D |x+y|dxdy$,其中 D为平面区域$\{(x,y)|x^2+y^2\leq 1\}$

四、（8 分）将函数$y=\arctan x^2$展开为x的幂级数，并指出收敛域。

五、（8 分） 已知函数$z=f(x,y)$的全微分为 $\mathrm{d}z=2xdx-2ydy$，且$f(1,1)=2$，求函数 f 在椭圆域 $D=\{(x,y)|4x^2+y^2\le 4\}$ 上的最大值和最小值。

六、（10 分）设 $f(u)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内有连续的导函数，k 是一个待定常数. 已知曲线积分 $\int_{\Gamma}(x^2y^3+2x^5+ky)dx+[xf(xy)+2y]dy$ 与路径无关，且对任意的 t，

$$\int_{(0,0)}^{(t,-t)}(x^2y^3+2x^5+ky)dx+[xf(xy)+2y]dy=2t^2$$

求 $f(u)$ 的表达式和 k 的值，并求 $(x^2y^3+2x^5+ky)dx+[xf(xy)+2y]dy$ 的原函数.

七、(10 分)计算曲面积分$I=\iint_S xz\mathrm{d}y\mathrm{d}z+2yz\mathrm{d}z\mathrm{d}x+3xy\mathrm{d}x\mathrm{d}y$,其中，$S$ 为曲面：$z=1-x^2-y^2$,$(0\le z\le 1)$ 的上侧。

八、(10 分) 讨论级数$\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\ln^p n}$的收敛性

九、（10 分）试求面密度为常数μ_0的均匀上半球壳Σ：$z=\sqrt{1-x^2-y^2}$对位于原点的质量为常数m的质点的引力