课程编号：MTH17004, MTH17006 北京理工大学 2010-2011 学年第二学期

工科数学分析期中试题

班级________________ 学号__________________ 姓名___________________

(本试卷共 6 页，十一个大题，试卷后面空白纸撕下作草稿纸)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	总分
得分												

一. 填空题（每小题 2 分，共 10 分）

1. 已知空间四点 $A(1,0,1), B(4,4,6), C(2,2,3), D(1,2,0)$, 则以此四点为顶点的四面体的体积 $V=$ ________________ 。

2. 直线 $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z}{2}$ 与平面 $2x-2y+z-7=0$ 的夹角 $\varphi=$ _______________。

3. 函数 $u=z\ln(x+y^2)$ 在点 $(0,e,2)$ 处沿方向 ___________________ 增加的最快。

4. 函数 $f(x,y)=e^x\ln(1+y)$ 的带皮亚诺余项的二阶麦克劳林公式为 $f(x,y)=$ ____ 。

5. 设 $I=\int_0^1 dy\int_{y^2}^1 dx\int_0^{1-x} f(x,y,z)dz$，其中 $f(x,y,z)$ 是连续函数，若将积分次序变换成：先对 y 积分，再对 x 积分，最后对 z 积分，则 $I=$ _______________________________。

二. (9 分) 求点 $A(1,2,-2)$ 到直线 $L:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{2}$ 的距离。

三. (9 分) 设 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^2y}{x^4+y^2}, & (x,y)\neq(0,0)\\ 0, & (x,y)=(0,0)\end{cases}$，求 $f_x'(0,0)$， $f_y'(0,0)$，并讨论 $f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 处的连续性。

四. (9 分) 已知点 $\mathrm{A}(1,2), B(2,3), C(1,0)$，函数 $z=f(x,y)$ 可微，且在点 A 处沿 $\vec{AB}$ 方向的方向导数为 $2\sqrt{2}$，沿 $\vec{AC}$ 方向的方向导数为 -3，求 $f(x,y)$ 点 A 处沿 $\vec{AO}$ 方向的方向导数

五. (9 分) 设 $z = f(x, \frac{x}{y}) + g(x^2 + y^2)$，其中 g 二阶可导， f 有二阶连续偏导数，求 $\frac{\partial z}{\partial x}$，$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$，$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$。

六.(9 分)设 V 是曲面 $z = 8 - x^2 - y^2$ 与平面 $z = 2x$ 所围成的空间有界闭区域，求 V 的体积。

七. (9 分) 求曲线 $\begin{cases} z = x^2 + y^2 \\ x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 15 \end{cases}$ 在点 $(1,-1,2)$ 处的切线方程。

八. (9 分) 证明曲面 $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} + z^{\frac{2}{3}} = 4$ 上任一点的切平面在三个坐标轴上截距的平方和为常数。

九.(9 分) 计算 $I = \iint\limits_D \sqrt{1 + \cos(x + y)}\,dxdy$，其中 D 是由直线 $y = 0, y = x, y = \pi$ 所围成的平面有界闭区域。

十.(9 分) 计算 $I = \iiint\limits_V \frac{dxdydz}{1 + (x^2 + y^2 + z^2)^3}$，其中 V 是由 yoz 平面上的区域 D 绕 z 轴旋转一周而成的立体，而 D 是由曲线 $z = \sqrt{1 - y^2}$，直线 $z = \sqrt{3}y$ 及 z 轴所围成的。

十一.(9 分) 已知平面上两定点 $A(1,2), B(0,-2)$，试在曲面 $x^2 - y^2 = 1\ (x \geq 1)$ 上求一点 C，使 ΔABC 的面积最小。