课程编号：MTH17004,MTH17006　　北京理工大学 2009-2010 学年第二学期

高等数学期中试题（A 卷）

班级________________　学号__________________　姓名___________________

(本试卷共 5 页，八个大题)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

一. 填空题（每小题 4 分，共 28 分）

1. 设 $\vec{m}=\vec{a}+3\vec{b}$，$\vec{n}=k\vec{a}+\vec{b}$，其中 $|\vec{a}|=3$，$|\vec{b}|=2$，$\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角 $(\vec{a},\vec{b})=\dfrac{5\pi}{6}$，则当 $k=$________________时，以 $\vec{m}$，$\vec{n}$ 为邻边的平行四边形的面积为 18.

2. 设方程 $x-2z=f(y-3z)$ 确定 z 是 x,y 的函数，其中 f 可微. 则 $dz=$____.

3. 点 $M(1,2,1)$ 到直线 $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-1}{1}$ 的距离 $d=$___________________.

4. 交换累次积分 $I=\int_0^1 dy\int_{-\sqrt{1-y}}^{\sqrt{1-y}} f(x,y)dx+\int_{-1}^0 dy\int_{-\sqrt{1-y^2}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x,y)dx$ 的积分次序，$I=$____.

5. 曲线 $L:\begin{cases}2x^2+3y^2+z^2=9\\ z^2=3x^2+y^2\end{cases}$ 在点 $M_0(1,-1,2)$ 处的切向量 $\vec{\tau}=$________________，切线的标准方程为：__________________________________.

6. 设直线 $L:\dfrac{x-a}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{n}$ 在平面 $\pi:3x-2y+z-8=0$ 上，则 $a=$_____，$n=$________.

7. 曲面 $e^z-3z+xy=3$ 在点 $(1,2,0)$ 处的法向量（该法向量与 z 轴正向夹角为锐角）$\vec{n}=$_________________，数量场 $u=\dfrac{\sqrt{x^2+2y^2}}{z}$ 在点 $(1,1,1)$ 处沿上述法向量方向的方向导数 $\dfrac{\partial u}{\partial \vec{n}}=$_______________________.

二、(10 分) 设 $z = xf(x - y^2, xy)$，其中 f 具有二阶连续偏导数，求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

三、(10 分) 求以曲面 $z = x - y$ 为顶，以平面有界闭区域 D 为底的柱体的体积，其中 D 为由直线 $x = 0,\ y = 0$ 与 $x + y = 2$ 所围成的平面区域.

四、(10 分) 求函数 $f(x, y) = (1 + e^y)\cos x - ye^y + 1 \ (0 < x < 3\pi)$ 的极值，并判别是极大值还是极小值.

五、(10 分) 计算 $I = \iiint\limits_V (x + y + z)dxdydz$，其中 V 是由平面 $z = 1$ 及曲面 $x^2 + y^2 = 2z$ 所围成的有界闭区域.

六、(12 分) 设直线 L 过点 $(1,-1,2)$ 且平行于平面 $\pi: 2x - 3y + z + 6 = 0$，又与直线 $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{2-z}{1}$ 相交，求直线 L 的方程.

七、(10 分) 试利用球坐标计算三重积分 $I = \iiint\limits_\Omega (x^2 + y^2)dxdydz$，其中 Ω 是由曲面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 和曲面 $z = 1 + \sqrt{1 - x^2 - y^2}$ 围成几何体.

八、(10 分) 设长方体的三个面在坐标面上，其一个顶点 (x_0, y_0, z_0) 位于第一卦限且在平面 $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$ 上，求该顶点坐标值，使得此长方体的体积最大.