

姓名

学号

专业

任课教师

南开大学 2018 级信息类一元函数微分学统考试卷（A 卷） 2018 年 11 月 24 日

草稿区

（说明：答案务必写在装订线右侧，写在装订线左侧无效。影响成绩后果自负。）

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	卷面成绩	核分签名	复核签名
得分											

一、选择题(每小题 4 分)

(1) 下列等式中正确的是():

(A) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{x} = 1$; (B) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x} = 1$; (C) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \tan \frac{1}{x} = 1$; (D) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 1$.

一题得分	
------	--

(2) 设 $f(x)$ 是 (a,b) 内单调有界的函数, 则 $f(x)$ 在 (a,b) 内的间断点的类型是():

(A) 第二类间断点; (B) 第一类间断点; (C) 不确定; (D) 无穷间断点;

(3) 若对曲线 $y = f(x)$ 在 $(x_0, f(x_0))$ 处的切线平行于 Ox 轴, 则当 $x \rightarrow x_0$, $f(x) - f(x_0)$

是 $x - x_0$ 的 ():

(A) 同阶,但不等价的无穷小; (B) 等价无穷小; (C) 低阶的无穷小; (D) 高阶的无穷小;

(4) 设函数 $f(x) = \sin(1/x)$, 则 $f'(\frac{1}{\pi}) = ($):

(A) π^2 ; (B) $-\pi^2$; (C) -1; (D) 0.

(5) 设 $f'(x) = (x-1)(2x+1), x \in (-\infty, +\infty)$, 则在区间 $(\frac{1}{2}, 1)$ 内, 函数 $f(x)$ 是(),

(A) 单调增加, 曲线 $y = f(x)$ 是下凸的; (B) 单调减少, 曲线 $y = f(x)$ 是下凸的;

(C) 单调增加, 曲线 $y = f(x)$ 是上凸的; (D) 单调减少, 曲线 $y = f(x)$ 是上凸的.

二、填空题（每小题 4 分）:

(1) 若常数 a 使 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\frac{x+a}{x-a})^x = 9$, 则 $a =$ _____

姓名

学号

院系专业

任课教师

(2) 设 a, b 为常数, 使函数 $f(x) = \begin{cases} ax + b, & x > 1 \\ x^3, & x \leq 1 \end{cases}$ 在 $x=1$ 处可导, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$

(3) 曲线 $y = \frac{x^2}{2x+1}$ 的斜渐近线为 $\underline{\hspace{2cm}}$,

(4) 设函数 $y = y(x)$ 由方程 $y = 1 + xe^{xy}$ 所确定, 则 $\frac{dy}{dx}|_{x=0} = \underline{\hspace{2cm}}$,

(5) 曲线 $y = x^3 + x$ 在 $(0,0)$ 处的切线方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$,

三、求下列极限: (每小题 5 分)

(1) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x + 1})$;

(2) $\lim_{x \rightarrow 1} (\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x})$;

(3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{x - \sin x}$

四、求下列函数的导数 (每小题 5 分):

(1) 设 $y = (1 + x + x^2)^{\sin x}$, 求 $\frac{dy}{dx}$;

(2) 设 $y = y(x)$ 是参数方程 $\begin{cases} x = t^3 + 3t \\ y = t^3 - 3t \end{cases}$ 所确定的函数, 求 $\frac{dy}{dx}$;

(3) 设 $y = (1 + x^2) \arctan x$, 求 $\frac{d^2 y}{dx^2}$

草稿

姓名

学号

专业

任课教师

五、证明下列不等式：（每小题 6 分）

(1) 当 $\frac{\pi}{2} > x > 0, (2 + \cos x)x > 3 \sin x;$

(2) 当 $x > 0, \ln(1 + x) > x - \frac{x^2}{2}$

六、求函数 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ 在 $[-3,3]$ 上的最大值，最小值.（本题 6 分）

四题（1） - （2）得分	
------------------	--

姓名	
学号	
专业	
任课教师	

七、(6 分) 求函数 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 17$ 的极值，并证明方程 $f(x) = 0$ 只有一个实根。

八、(6 分) 设函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上二阶可导,且 $f(a) = f(b)$,

证明：存在 $\xi \in (a, b)$ ，使 $(b - \xi)f''(\xi) = 2f'(\xi)$

草稿区