

高等数学期中试题 (A 卷)

班级_____ 学号_____ 姓名_____

(本试卷共 5 页, 八大题)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

一. 填空题 (每小题 4 分, 共 28 分)

1. 设 $\vec{m} = \vec{a} + 3\vec{b}$, $\vec{n} = k\vec{a} + \vec{b}$, 其中 $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 2$, \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角 $(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{5\pi}{6}$, 则当 $k =$ _____ 时, 以 \vec{m} , \vec{n} 为邻边的平行四边形的面积为 18.

2. 设方程 $x - 2z = f(y - 3z)$ 确定 z 是 x, y 的函数, 其中 f 可微. 则 $dz =$ _____.

3. 点 $M(1, 2, 1)$ 到直线 $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{1}$ 的距离 $d =$ _____.

4. 交换累次积分 $I = \int_0^1 dy \int_{-\sqrt{1-y}}^{\sqrt{1-y}} f(x, y) dx + \int_{-1}^0 dy \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx$ 的积分次序, $I =$ _____.

5. 曲线 $L: \begin{cases} 2x^2 + 3y^2 + z^2 = 9 \\ z^2 = 3x^2 + y^2 \end{cases}$ 在点 $M_0(1, -1, 2)$ 处的切向量 $\vec{\tau} =$ _____,

切线的标准方程为: _____.

6. 设直线 $L: \frac{x-a}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{n}$ 在平面 $\pi: 3x - 2y + z - 8 = 0$ 上, 则 $a =$ _____, $n =$ _____.

7. 曲面 $e^z - 3z + xy = 3$ 在点 $(1, 2, 0)$ 处的法向量 (该法向量与 z 轴正向夹角为锐角)

$\vec{n} =$ _____, 数量场 $u = \frac{\sqrt{x^2 + 2y^2}}{z}$ 在点 $(1, 1, 1)$ 处沿上述法向量方向

的方向导数 $\frac{\partial u}{\partial \vec{n}} =$ _____.

二、(10 分) 设 $z = xf(x - y^2, xy)$, 其中 f 具有二阶连续偏导数, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

三、(10 分) 求以曲面 $z = x - y$ 为顶, 以平面有界闭区域 D 为底的柱体的体积,

其中 D 为由直线 $x = 0, y = 0$ 与 $x + y = 2$ 所围成的平面区域.

四、(10 分) 求函数 $f(x, y) = (1 + e^y) \cos x - ye^y + 1$ ($0 < x < 3\pi$) 的极值, 并判别是极大值还是极小值.

五、(10 分) 计算 $I = \iiint_V (x + y + z) dx dy dz$, 其中 V 是由平面 $z = 1$ 及曲面

$x^2 + y^2 = 2z$ 所围成的有界闭区域.

六、(12 分) 设直线 L 过点 $(1, -1, 2)$ 且平行于平面 $\pi: 2x - 3y + z + 6 = 0$ ，又与直线

$\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{2-z}{1}$ 相交，求直线 L 的方程.

七、(10 分) 试利用球坐标计算三重积分 $I = \iiint_{\Omega} (x^2 + y^2) dx dy dz$ ，其中 Ω 是由曲

面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 和曲面 $z = 1 + \sqrt{1 - x^2 - y^2}$ 围成几何体.

八、(10 分) 设长方体的三个面在坐标面上, 其一个顶点 (x_0, y_0, z_0) 位于第一卦

限且在平面 $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$ 上, 求该顶点坐标值, 使得此长方体的体积最大.