课程编号：MTH17004　　北京理工大学 2014-2015 学年第二学期

工科数学分析期中试题

班级________　　学号________　　姓名________

(本试卷共 6 页，十一个大题. 试卷后面空白纸撕下做草稿纸，试卷不得拆散.)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	总分
得分												

一. 填空题（每小题 2 分，共 10 分）

1. 设 $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})=9$，则以 $2\vec{a}+3\vec{b},3\vec{b}-5\vec{c},\vec{a}+4\vec{c}$ 为棱的平行六面体的体积 $V=$________.

2. 直线 $\begin{cases}5x-3y+3z-9=0\\3x-2y+z-1=0\end{cases}$ 与平面 $x-y+7=0$ 的夹角 $\varphi=$________.

3. 设 f 是连续函数，将 $I=\int_0^1 dy\int_{-\sqrt{2y-y^2}}^{\sqrt{1-y}} f(x,y)dx$ 交换积分次序后，有

$I=$________.

4. 设 $z=f(x,y)$，其中 f 有一阶连续偏导数，已知四点 $A(1,3)$，$B(3,3)$，$C(1,7)$，$D(6,15)$，

如果在点 A 处有 $\dfrac{\partial z}{\partial \overrightarrow{AB}}=3$，$\dfrac{\partial z}{\partial \overrightarrow{AC}}=26$，则 $\dfrac{\partial z}{\partial \overrightarrow{AD}}=$________.

5. 设 $V:x^2+y^2+z^2\le 1$，则 $\iiint\limits_V (a^2x^2+b^2y^2+c^2z^2)dV=$________.

二. (9 分) 直线 L 在平面 $\pi:x+y+z+1=0$ 上，且与直线 $L_1:\begin{cases}x-2z=0\\y+z-3=0\end{cases}$ 垂直相交，求直线 L 的方程.

三. (9 分) 设 $z=f(x+y,x^2y)$，其中 f 有二阶连续偏导数，求 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2},\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

四. (9 分) 计算 $I=\iint\limits_D \dfrac{dxdy}{\sqrt{4-x^2-y^2}}$，其中 D 是由曲线 $(x+1)^2+y^2=1\ (y\ge 0)$ 与直线 $y=-x$ 所围成的平面有界区域.

五. (8 分) 设 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^3-y^2}{x^2+y^2} & (x,y)\ne(0,0)\\0 & (x,y)=(0,0)\end{cases}$，求 $f_x'(x,y),f_y'(x,y)$.

六. (9 分) 设曲线$C:\begin{cases}3x^2+2y^2=12\\ z=0\end{cases}$. (1)求曲线 C 绕$x$轴旋转一周所得旋转面 S 的方程;

(2)求曲面 S 在点$M(\sqrt{2},\sqrt{\frac{3}{2}},-\sqrt{\frac{3}{2}})$处的切平面$\pi$的方程; (3)求原点到平面$\pi$的距离.

七. (8 分) 已知方程$f(x^2-z^2,x+y,x-u)=0$确定函数$u=u(x,y,z)$, 其中f有不为零的连续偏导数, 求du及 $\mathrm{grad}\,u$.

八. (10 分) 设V是由曲面$x=y^2$, 平面$x+z=1$以及xOy面所围成的区域, 计算

$I_1=\iiint\limits_V(x+z)dV$, $I_2=\iiint\limits_V y\sin x^5 dV$.

九. (8 分) 设$\begin{cases}xy=e^u+uv\\ y=e^u+v\end{cases}$, 求$\frac{\partial u}{\partial x},\frac{\partial u}{\partial y}$.

十. (9 分) 在椭圆$\frac{x^2}{4}+y^2=1$ 内作顶点在上, 底边平行于x轴的内接三角形, 求此类三角形面积的最大值.

十一. (11 分) 设 V 是曲面$z=\sqrt{1-x^2-y^2}$与$z=2-2(x^2+y^2)$所围成的均匀立体(密度为 1).

(1) 求 V 的质量; (2)求 V 的质心.