课程编号：H0172201　　　　北京理工大学 2017-2018 学年第二学期

《微积分 A》（下）期末试题(A 卷)

座号 ______ 班级______________ 学号______________ 姓名______________

(试卷共 6 页，十个大题，解答题必须有过程. 试卷后面空白纸撕下做草稿纸. 试卷不得拆散.)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											
签名											

得分	

一、填空题（每小题 4 分，共 20 分）

1. 曲面 $x^2+2y^2+3z^2=21$ 在点 $(1,-2,2)$ 处的法线方程为_______________.

2. 函数 $u=xyz$ 在点 $P(5,1,2)$ 处沿从点 $P(5,1,2)$ 到点 $Q(9,4,14)$ 方向的方向导数为______________.

3. 交换二次积分的积分次序 $\int_{-1}^{0}dy\int_{2}^{1-y}f(x,y)dx=$ ________________________.

4. 设 L 为圆周 $\begin{cases}x^2+y^2+z^2=a^2\\x+y+z=0\end{cases}$，则曲线积分 $I=\oint_L x^2dl=$________________.

5. 已知级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a^n}{n^3}(a\geq 0)$ 收敛,则 a 的取值范围为_______________.

得分	

二、计算题（每小题5分，共20分）

1. 求直线 $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{4}=\frac{z-1}{0}$ 上点 $(3,4,1)$ 到此直线与平面 $x+y+z=2$ 交点的距离.

2. 设 $z=yf(\frac{x}{y},2x)$,其中 f 有二阶连续偏导数，求 $\frac{\partial z}{\partial x},\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

3. 计算 $I=\iint_S(2x+\frac{4}{3}y+z)dS$, S 是平面 $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=1$ 在第一卦限中的部分.

4. 设 $\vec{A}=\left\{xe^y, xyz, ze^z\right\}$，计算 $rot\vec{A}$, $div(rot\vec{A})$.

得分	

三、(8 分) 设连续可微函数 $z=z(x,y)$ 由方程 $F(x-z, y-x)y=$(其中 $F(u,v)$ 有连续的偏导数)唯一确定, L 为正向单位圆周. 试求 $I=\oint_L (xz^2+2yz)dy-(2xz+yz^2)dx.$

得分	

四、(6 分) 设曲面 $z=x^2+y^2$ 和平面 $z=2x$ 围成几何体 Ω, 如果 Ω 上任一点 (x,y,z) 处的密度为 $u=y^2$, 求 Ω 对 z 轴的转动惯量.

得分	

五、(8 分) 已知函数 $f(x,y)=x+y+xy$, 曲线 $C: x^2+y^2+xy=3$, 求 $f(x,y)$ 在曲线 C 上的最大方向导数.

得分	

六、(8 分) 设 $f(u)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内有连续的导函数，k 是一个待定常数. 已知曲线积分 $\int_\Gamma (x^2y^3+2x^5+ky)dx+[xf(xy)+2y]dy$ 与路径无关，且对任意的 t，$\int_{(0,0)}^{(t,-t)}(x^2y^3+2x^5+ky)dx+[xf(xy)+2y]dy=2t^2$.

求 $f(u)$ 的表达式和 k 的值，并求 $(x^2y^3+2x^5+ky)dx+[xf(xy)+2y]dy$ 的原函数.

得分	

七、(8 分) 求幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n+1}{n!}x^{2n}$的收敛域及和函数.

得分	

八、(8 分) 求函数 $f(x)=x^2$ 在区间$[-\pi,\pi]$上的傅里叶级数,

并求$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$的和.

得分	

九、(8 分) 计算曲面积分

$I=\iint\limits_{\Sigma}(x^3+az^2)dydz+(y^3+ax^2)dzdx+(z^3+ay^2)dxdy$, 其中 Σ 为上半球面

$z=\sqrt{a^2-x^2-y^2}$ 的上侧.

得分	

十、（6 分）设 $f(x)$ 是在 $(-\infty,+\infty)$ 内的可微函数，且

$|f'(x)|<mf(x)$,其中 $0<m<1$.任取实数 a_0, 定义 $a_n=\ln f(a_{n-1})$, $n=1,2,\cdots$ 证明：

$\sum\limits_{n=1}^{+\infty}(a_n-a_{n-1})$ 绝对收敛.