电光、计控学院本科生 2015—2016 学年第一学期线性代数课程期末考试试卷（A 卷）

专业：　　　　　　　　　　年级：　　　　　　学号：　　　　　　姓名：　　　　　　成绩：

说明：　A^T表示矩阵 A 的转置矩阵，A^*表示矩阵 A 的伴随矩阵，E 是单位矩阵，O 是零矩阵，
A^{-1}表示可逆矩阵 A 的逆矩阵，$|A|$表示方阵 A 的行列式，$\langle\alpha,\beta\rangle$ 表示向量α,β的内积。

得 分

一 .客观题：1–3 小题为判断题，在对的后面括号中填"√"，错的后面括号中填"×"，4–8 为单选题，将正确选项前的字母填在括号中. (每小题 2 分，共 16 分)。

1. 对于任意 n 阶矩阵 A，B，有$|A+B|=|A|+|B|$。 (　　)

2. n 阶实对称矩阵的特征根必为实数。 (　　)

3. 同一线性变换在不同基底下的矩阵是合同的。 (　　)

4. 下列是 6 阶行列式$|a_{ij}|$展开式中的项，且取"＋"号的是 (　　)

A. $a_{11}a_{26}a_{33}a_{42}a_{54}a_{65}$；　B. $a_{21}a_{53}a_{16}a_{42}a_{65}a_{34}$；

C. $a_{51}a_{32}a_{13}a_{44}a_{25}a_{66}$；　D. $a_{15}a_{23}a_{32}a_{44}a_{51}a_{66}$

5. 设 A,B,C 是同阶可逆方阵，下面各等式中正确的是 (　　)

A. ABC = CBA　　B. $|ABC|=|A||B||C|$

C. $(ABC)^T=A^TB^TC^T$　　D. $(ABC)^{-1}=A^{-1}B^{-1}C^{-1}$

6. 设有实二次型$f(x_1,x_2,x_3)=x_2^2+x_3^2$，则二次型$f(x_1,x_2,x_3)$ 为（　　）二次型。

A．正定　　B．负定

C．不定　　D．半正定

7. 设 3 阶矩阵 A 特征值为 0,1,2,其对应的特征向量分别为$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$，令$P=(\alpha_3,\alpha_1,2\alpha_2)$，则$P^{-1}AP=$ (　　)

A. diag{2, 1, 0}　B. diag{2, 0, 1}　C. diag{0, 1, 4}　D. diag{2, 0, 2}

8. 设 n 阶矩阵 A 满足$A^2=0$,E是 n 阶单位矩阵，则 (　　)

A. $|E-A|\neq 0$,但$|E+A|=0$　　B. $|E-A|=0$，但$|E+A|\neq 0$

C. $|E-A|=0$,且$|E+A|=0$　　D. $|E-A|\neq 0$ 且$|E+A|\neq 0$

得 分

二 、行列式计算　（第 1 小题 6 分，第 2 小题 8 分，共 14 分）

1. 计算行列式$\begin{vmatrix} x & y & x+y \\ y & x+y & x \\ x+y & x & y \end{vmatrix}$的值.

2. 计算行列式$\begin{vmatrix} a+1 & 0 & 0 & 0 & a+2 \\ 0 & a+5 & 0 & a+6 & 0 \\ 0 & 0 & a+9 & 0 & 0 \\ 0 & a+7 & 0 & a+8 & 0 \\ a+3 & 0 & 0 & 0 & a+4 \end{vmatrix}$的值.

得 分

三、设 $A=\begin{pmatrix}0&1&2\\1&1&4\\2&-1&0\end{pmatrix}$，判断 A 是否可逆，若可逆，求 A^{-1}.　　（本题 **10** 分）

得 分

四、对于线性方程组：$\begin{cases}x_1+x_2 \quad\quad =1\\ x_1 \quad\quad -x_3=1\\ x_1+ax_2+x_3=b\end{cases}$　　（本题 **14** 分）

（1）当 ***a,b*** 取何值时，无解，有唯一解，有无穷多解？

（2）当方程组有无穷多解时求其通解。

得 分

五、在线性空间 R^2 中，给定一组基底：$\alpha_1=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$，$\alpha_2=\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$　　（本题 9 分）

在 R^2 中定义变换 σ：$\sigma\begin{pmatrix}x_1\\x_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x_2\\x_1+x_2\end{pmatrix}$

(1) 证明：变换 σ 为线性变换.

(2) 求 σ 在基底 α_1,α_2 下的矩阵 *A*.

得 分

六、已知二次型：$f(x_1,x_2,x_3)=2x_1^2+3x_2^2+3x_3^2+2x_2x_3$　　（本题 14 分）

用正交变换 **X=PY** 化 $f(x_1,x_2,x_3)$ 为标准形，并求出其正交变换矩阵 ***P***;

同时说明该二次型的类型(正定、负定、半正定、半负定、不定).

得 分

七、设 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$ 是齐次方程组 $AX=0$ 的一个基础解系，β 不是 $AX=0$ 的解，　（本题 9 分）

证明：$\beta,\beta+\alpha_1,\beta+\alpha_2,\cdots,\beta+\alpha_s$ 线性无关.

得 分

八、设 **A** 和 **C** 都是 **n** 阶可逆矩阵，$M=\begin{pmatrix}O&A\\C&D\end{pmatrix}$，***O*** 为零矩阵，**D** 为 **n** 阶矩阵　（本题 9 分）

求 M^{-1}.

得 分

九、n 阶矩阵 A 满足 $A^2-A-2E=0$.　　（本题 5 分）

证明 **(1)** A 的特征值为 -1 和 2.

(2) A 与对角形矩阵相似.