课程编号：MTH17004　　北京理工大学 2011-2012 学年第二学期

工科数学分析期中试题

班级_______________　　学号__________________　　姓名___________________

(本试卷共 6 页，十一个大题. 试卷后面空白纸撕下做草稿纸，试卷不得拆散.)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	总分
得分												

一. 填空题（每小题 2 分，共 10 分）

1. 曲线 $C:\begin{cases} x^2+y^2+(z-1)^2=5 \\ x^2+y^2=z^2 \end{cases}$ $(z\ge 0)$ 在 xOy 面上的投影曲线的方程为______________.

2. 设 $F(x,y,z)=0$，F 有连续偏导数，且 $F'_x\cdot F'_y\cdot F'_z\ne 0$，则 $\dfrac{\partial x}{\partial y}\dfrac{\partial y}{\partial z}\dfrac{\partial z}{\partial x}=$________________.

3. 设数量场 $u=\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}+\dfrac{z^2}{c^2}$，$\vec{r}$ 是点 $M(x,y,z)$ 的向径，则 $\dfrac{\partial u}{\partial \vec{r}}=$____________________.

4. 设 $I=\int_0^1 dx\int_{\frac{1-x^2}{2}}^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y)dy$，则交换积分次序后 $I=$____________________________.

5. 设 $f(x,y,z)=\dfrac{y^2+z}{x}$，则 $\operatorname{grad} f(1,1,0)$ 与 $\operatorname{grad} f(1,0,1)$ 之间的夹角 $\theta=$________________.

二. (8 分) 证明直线 $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{1}$ 与 $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-3}{4}=\dfrac{z-4}{2}$ 不相交.

三. (8 分) 设 $|\vec{a}|=4,|\vec{b}|=5$，$\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角 $(\vec{a},\vec{b})=\dfrac{\pi}{3}$，且以 $k\vec{a}+2\vec{b}$ 和 $4\vec{a}-5\vec{b}$ 为邻边的三角形的面积等于 $115\sqrt{3}$，求 k 的值.

四. (9 分) 求曲面 $z=2x^2+y^2+1$，$(x-1)^2+y^2=1$ 及 xOy 面所围成立体的体积.

五. (9 分) 设 $f(x,y)=x^2+y^2-y$，D 是由曲线 $y=1-x^2$ 与 x 轴围成的平面有界闭区域，求 $f(x,y)$ 在区域 D 上的最大值和最小值.

六. (9 分) 设 $u=f(x,y,z)$，$z=g(x^2,e^y,u)$，其中 f,g 有连续偏导数，且 $f'_z\cdot g'_u\ne 1$，求 $\dfrac{\partial u}{\partial x},\dfrac{\partial u}{\partial y}$ 及 du.

七. (11 分) 设曲面 $S_1: x^2+y^2+z^2=9$, $S_2: z=xy$. (1) 求曲面 S_1 在点 $M(1,2,2)$ 处的切平面方程; (2) 求曲面 S_2 在点 M 处的法线方程; (3) 求 S_1, S_2 的交线 L 在点 M 处的切向量.

八. (9 分) 计算三重积分 $I=\iiint\limits_V \frac{dxdydz}{x^2+y^2+z^2+1}$, 其中 V 是曲面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 与 $x^2+y^2+(z-\frac{1}{2})^2=\frac{1}{4}$ 所围成且位于 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 上方的空间有界闭区域.

九. (9 分) 一个用同一种薄板做成的长方体无盖水盆, 其体积为定值 a, 当水盆的长, 宽, 高分别为多少时, 所用材料最少.

十. (9 分) 设 S 是由 yOz 面上曲线 $y^2=2z$ 绕 z 轴旋转一周所得旋转曲面, V 是由曲面 S, 平面 $z=2$ 和 $z=8$ 所围成的均匀空间立体, 其密度为 μ, 求 V 关于 z 轴的转动惯量.

十一. (9 分) 设 $u=f(r)$, $r=\sqrt{x^2+y^2}$, f 二阶可导，试将方程 $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0$ 变换成以 r 为自变量的常微分方程.