

$M ilde{\mathbf{A}} \ ext{LUU TR} ilde{\mathbf{U}} \ ext{(do phòng KT-DBCL ghi)}$

Tên học phần: Xác suất thống kê - 21KDL	Mã HP: <u>MTH10404</u>	
Thời gian làm bài: 60 phút	Ngày thi: 01/11/2022	
Ghi chú: $Sinh\ viện\ [oxtimes dược\ phép\ /\ \Box\ không\ được\ phép]\ sử\ dụng\ tài liệu\ khi làm bài.$		

Câu 1 (2,5 diem). Một công ty dược phẩm tiến hành kiểm tra chất lượng thuốc do 3 phân xưởng A, B, và C của công ty sản xuất ra. Biết rằng tỷ lệ thuốc hỏng của 3 phân xưởng lần lượt là $p_A = 0, 10, p_B = 0, 08$ và $p_C = 0, 15$. Giả sử rằng số lọ thuốc do mỗi phân xưởng sản xuất ra là rất lớn.

- (a) Trong phân xưởng A, chọn ngẫu nhiên 5 lọ thuốc. Tính xác suất có ít nhất 1 lọ hỏng. Phải lấy tối thiểu bao nhiêu lọ (ở phân xưởng A) để xác suất có ít nhất 1 lọ hỏng $\geq 0,95$.
- (b) Một cửa hàng thuốc nhập 500 lọ ở phân xưởng A, 300 lọ ở phân xưởng B và 200 lọ ở phân xưởng C. Một khách hàng mua ở cửa hàng này 1 lọ về dùng. Biết rằng khách hàng đã mua được một lọ thuốc tốt, tính xác suất để lọ thuốc này do phân xưởng B sản xuất ra.

Câu 2 $(2,5 \ di em)$. Thời gian chơi thể thao trong một ngày của một thanh niên ở thành phố là biến ngẫu nhiên X (Đv: giờ) có hàm mật độ

$$f(x) = \begin{cases} A \sin\left(\frac{\pi x}{3}\right) & x \in [0, 3], \\ 0 & x \notin [0, 3]. \end{cases}$$

- (a) Xác định hằng số A và tìm thời gian chơi thể thao trung bình.
- (b) Tính tỷ lệ thanh niên có thời gian chơi thể thao dưới 1 giờ trong ngày.

Câu 3 (1,5 $di\acute{e}m$). Cho X là biến ngẫu nhiên có phân phối đều trên [0,1], và đặt $Y=e^{-X}$.

- (a) Tìm hàm phân phối xác suất và hàm mật độ xác suất của Y.
- (b) Tính $\mathbb{E}[Y]$.

Câu 4 (3,0 diểm). Một công ty sản xuất trò chơi điện tử thực hiện một nghiên cứu về thời gian mà người chơi hoàn thành các cấp độ trong một trò chơi mà họ vừa phát hành. Họ ghi nhận rằng thời gian để hoàn thành cấp độ I là một biến ngẫu nhiên X_1 có phân phối chuẩn với trung bình 45 phút và độ lệch chuẩn 12,5 phút.

- (a) Tính xác suất để một người chơi cần ít hơn 46,5 phút để hoàn thành cấp độ I của trò chơi này.
- (b) Nhà sản xuất cần tính ngưỡng thời gian t_0 sao cho 97.32% người chơi sẽ cần ít hơn t_0 phút để hoàn thành cấp độ I của trò chơi này. Tính t_0 .
- (c) Giả sử trò chơi gồm 3 cấp độ, trong đó thời gian để hoàn thành các cấp độ II và III lần lượt là các biến ngẫu nhiên $X_2 \sim \mathcal{N}(35; 11, 5^2)$ và $X_3 \sim \mathcal{N}(49, 2; 14, 7^2)$. Giả sử rằng X_1, X_2 và X_3 là các biến ngẫu nhiên độc lập. Tính trung bình và độ lệch chuẩn cho tổng thời gian để người chơi hoàn thành cả 3 cấp độ của trò chơi này.

		(Đề thi gồm 2 trang)
Họ tên người ra đề/MSCB: Hoàng Văn Hà	Chữ ký:	[Trang $1/2$]
Họ tên người duyệt đề:	Chữ ký:	

Câu 5 (0,5 diểm). Sử dụng kết quả rằng với một biến ngẫu nhiên thực không âm Y,

$$\mathbb{E}[Y] = \int_0^\infty \mathbb{P}(Y > t) dt,$$

để chứng tỏ rằng

$$\mathbb{E}[X^n] = \int_0^\infty nx^{n-1} \mathbb{P}(X^n > x) dx.$$