

TOÁN ỨNG DỤNG VÀ THỐNG KÊ

XÍCH MARKOV RỜI RẠC

Ngày 19 tháng 5 năm 2024

Bài 1. Tìm phân phối dừng trong các trường hợp ma trận xác suất chuyển như sau:

$$\text{a) } A = \begin{pmatrix} 1/3 & 2/3 \\ 3/4 & 1/4 \end{pmatrix}, \quad \text{b) } B = \begin{bmatrix} 0,6 & 0,3 & 0,1 \\ 0,3 & 0,3 & 0,4 \\ 0,4 & 0,1 & 0,5 \end{bmatrix}, \quad \text{c) } C = \begin{bmatrix} 0,7 & 0,2 & 0,1 \\ 0,2 & 0,6 & 0,2 \\ 0,1 & 0,4 & 0,5 \end{bmatrix}.$$

Bài 2. Giả sử 1 hệ thống sản xuất có chất lượng sản phẩm tuân theo xích Markov với kí hiệu 1 cho sản phẩm tốt và 0 cho sản phẩm xấu và ma trận xác suất chuyển là :

$$\begin{pmatrix} 0.9 & 0.1 \\ 0.8 & 0.2 \end{pmatrix}.$$

Tính xác suất để phế phẩm đầu tiên xuất hiện ở chu kì thứ năm biết $P(X_0 = 0) = 0.15$.

Bài 3. Hai dịch vụ xe buýt, C và R, hoạt động giữa hai thành phố. Ma trận chuyển tiếp

$$T = \begin{pmatrix} 0.84 & 0.16 \\ 0.21 & 0.79 \end{pmatrix}$$

cho biết sở thích của hành khách sử dụng các dịch vụ này hàng tháng.

Tháng này C chở 425 hành khách và R chở 716 hành khách. Hãy dự đoán số lượng hành khách hàng tháng cho mỗi dịch vụ xe buýt trong dài hạn.

Bài 4. Một đội bóng rổ có 40 cầu thủ. 30 người hiện đang hoàn toàn khỏe mạnh, 5 người đang được điều trị và 5 người không thể tham gia vì chấn thương. Ma trận chuyển tiếp hàng tuần cho tình trạng thể lực của các cầu thủ là:

$$T = \begin{pmatrix} 0.86 & 0.68 & 0.00 \\ 0.12 & 0.24 & 0.32 \\ 0.02 & 0.08 & 0.68 \end{pmatrix}.$$

a) Xác định số người trong mỗi nhóm hoàn toàn khỏe mạnh, đang điều trị, và không thể tham gia vì chấn thương trong các trường hợp:

- Vào tuần sau.
- Sau hai tuần.

- Về lâu dài.

b) Dựa vào ma trận xác suất chuyển, nếu đội được chia thành ba đội hình, mỗi đội hình có 9 người để thi đấu mỗi tuần (mỗi tuần dùng một đội) thì đội bóng rổ cần ít nhất bao nhiêu người để thi đấu trong ba trận tới.

Bài 5. Mỗi năm có một lượng chim di cư đáng kể giữa các đảo Paua, Manu và Chalk. Một nhà nghiên cứu đã quan sát các xu hướng di cư của các đàn chim giữa ba đảo theo thời gian, số liệu được thể hiện trong bảng sau.

	Paua	Manu	Chalk
Paua	75%	20%	15%
Manu	15%	60%	20%
Chalk	10%	20%	65%

- a) Xác định ma trận xác suất chuyển cho thấy mô hình di cư của các loài chim từ năm này tới năm tiếp theo.
- b) Vào năm 2022, 26% số chim sống ở Paua, 39% sống ở Manu và 35% sống ở Chalk. Hãy ước tính số chim trên mỗi hòn đảo trong các năm 2024, 2026.
- c) Tìm tỉ lệ thể hiện trạng thái ổn định của các loài chim sống trên mỗi đảo.

Bài 6. Một quận có hai nhà cung cấp Internet: A và B . Hiện tại có 25% hộ dân có hợp đồng với công ty A , 30% hợp đồng với công ty B và số còn lại không có hợp đồng dịch vụ với công ty nào. Cả hai công ty tung ra các chiến dịch quảng cáo rầm rộ để thu hút khách hàng mới, với những tác động sau đối với việc mua hợp đồng dịch vụ trong vài năm tới: mỗi năm, 35% các hộ dân không có hợp đồng dịch vụ hiện tại quyết định dùng dịch vụ của công ty A và 40% quyết định dùng dịch vụ của công ty B . Ngoài ra, 10% khách hàng trước đây của mỗi công ty quyết định chuyển sang công ty khác và 5% quyết định chấm dứt hợp đồng dịch vụ, không dùng của công ty nào.

- a) Hãy vẽ sơ đồ chuyển tiếp mô tả các trạng thái trong tính huống trên.
- b) Viết ma trận xác suất chuyển.
- c) Có bao nhiêu phần trăm gia đình sẽ dùng dịch vụ của công ty A vào năm tới? Năm sau nữa?
- d) Có bao nhiêu phần trăm gia đình sẽ dùng dịch vụ của công ty B vào năm tới? Năm sau nữa?