

Viết phương trình tiếp diện và pháp tuyến của mặt cong,

$$z = f(x, y) = y \cdot e^{2x^2 y} \text{ tại } (x, y) = (0, 1)$$

G:

$$\text{Tại: } z'_x = (2x^2 y)'_x \cdot y \cdot e^{2x^2 y} = 2 \cdot 2x \cdot y \cdot y \cdot e^{2x^2 y} = 4xy^2 \cdot e^{2x^2 y}$$

$$\begin{aligned} z'_y &= (y \cdot e^{2x^2 y})'_y = e^{2x^2 y} + y \cdot (2x^2 y)'_y \cdot e^{2x^2 y} \\ &= e^{2x^2 y} + 2x^2 y \cdot e^{2x^2 y} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow z'_x(0, 1) = 4 \cdot 0 \cdot 1^2 \cdot e^{2 \cdot 0^2 \cdot 1} = 0$$

$$z'_y(0, 1) = e^{2 \cdot 0^2 \cdot 1} + 2 \cdot 0^2 \cdot 1 \cdot e^{2 \cdot 0^2 \cdot 1} = 1$$

$$\text{Tại: } z = y \cdot e^{2x^2 y} \Rightarrow z(0, 1) = 1 \cdot e^{2 \cdot 0^2 \cdot 1} = e^0 = 1$$

Phương trình tiếp diện của mặt cong tại $(x, y) = (0, 1)$ là:

$$z = z'_x(x - x_0) + z'_y(y - y_0) + z(x_0, y_0)$$

$$\Rightarrow z = 0(x - 0) + 1(y - 1) + 1$$

$$\Rightarrow y - z = 0 \Rightarrow \vec{n}(0, 1, -1);$$

Pháp tuyến của mặt cong là đường thẳng đi với $\vec{u}(\vec{n}) = \vec{n}' = (0, 1, -1)$

\Rightarrow phương trình pháp tuyến qua $M(0, 1, 1)$

$$\frac{x-0}{0} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1} \rightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=t+1 \\ z=-t+1 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

Vậy tiếp diện mặt cong là $y - z = 0$

$$\text{pháp tuyến của mặt cong là: } \begin{cases} x=0 \\ y=t+1 \\ z=-t+1 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$