Họ và tên: Nguyễn Nam Khánh
MSSV: 22120157, 22CTT3C

Chương 2: Vi phân của hàm nhiều biến

2.1> Đạo hàm riêng

2.1.1> Định nghĩa và ý nghĩa

Bài tập

1 – 5 : Tính đạo hàm riêng bậc nhất của hàm số

1> $f(x,y) = y^5 - 3xy$

$\Rightarrow$ ⊕ $f_x = \dfrac{\partial}{\partial x}(y^5 - 3xy) = -3x$

⊕ $f_y = \dfrac{\partial}{\partial y}(y^5 - 3xy) = 5y^4 - 3x$

2> $f(x,y) = x^4y^3 + 8x^2y$

⊕ $f_x = \dfrac{\partial}{\partial x}(x^4y^3 + 8x^2y) = 4x^3y^3 + 16xy$

⊕ $f_y = \dfrac{\partial}{\partial y}(x^4y^3 + 8x^2y) = 3x^4y^2 + 8x^2$

3> $f(x,t) = e^{-t}.\cos\pi x$

⊕ $f_x = e^{-t}.\dfrac{\partial}{\partial x}(\cos\pi x) = e^{-t}.\pi.(-\sin\pi x) = -e^{-t}.\pi.\sin\pi x$

⊕ $\cancel{f_y}$ $f_t = \dfrac{\partial}{\partial t}(e^{-t}).\cos\pi x = -e^{-t}.\cos\pi x$

4) $f(x,t) = \sqrt{x}\ln t$

① $f_x = \dfrac{\partial}{\partial x}(\sqrt{x}\ln t) = \ln t \cdot \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

① $\cancel{f_y}\ f_t = \dfrac{\partial}{\partial t}(\sqrt{x}\ln t) = \sqrt{x}\ \dfrac{1}{t}$

5) $z = (2x+3y)^{10}$

① $z_x = \dfrac{\partial}{\partial x}\left[(2x+3y)^{10}\right] = 10(2x+3y)^9 \cdot 2 = 20(2x+3y)^9$

① $z_y = \dfrac{\partial}{\partial y}\left[(2x+3y)^{10}\right] = 10(2x+3y)^9 \cdot 3 = 30(2x+3y)^9$

* 25-27: Tính các đạo hàm riêng tại điểm được chỉ định

25) $f(x;y) = \ln(x + \sqrt{x^2+y^2})$, Tính $f_x(3,4)$

$\Rightarrow f_x = \dfrac{\partial}{\partial x}(x + \sqrt{x^2+y^2})$

$= \dfrac{1 + \dfrac{2x}{2\sqrt{x^2+y^2}}}{x+\sqrt{x^2+y^2}}$

$\Rightarrow f_x(3,4) = \dfrac{1}{5}$; Vậy $f_x(3,4) = \dfrac{1}{5}$

26) $f(x;y) = \arctan\left(\dfrac{y}{x}\right)$. Tính $f_x(2,3)$

$\Rightarrow f_x = \dfrac{\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{y}{x}\right)}{1+\left(\dfrac{y}{x}\right)^2} = \dfrac{y \cdot \dfrac{-1}{x^2}}{1+\left(\dfrac{y}{x}\right)^2}$

$\Rightarrow f_x(2,3) = \dfrac{-2}{13}$

Vậy $f_x(2,3) = \dfrac{-2}{13}$

27>

$$f(x,y,z) = \frac{y}{x+y+z}$$, Tính $f_y(2,1,-1)$

Ta có: $f_y = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{y}{x+y+z}\right)$

$$= \frac{1.(x+y+z) - y.1}{(x+y+z)^2} = \frac{x+z}{(x+y+z)^2}$$

$\Rightarrow f_y(2,1,-1) = \frac{3}{4}$, Vậy $f_y(2,1,-1) = \frac{3}{4}$

* 35-38: Giả sử từ các phương trình sau, giá trị z phụ thuộc theo x vậy như là một ẩn hàm. Tìm $\frac{\partial z}{\partial x}$ và $\frac{\partial z}{\partial y}$

35> $x^2+y^2+z^2 = 3xyz$

Đặt $F(x,y,z) = x^2+y^2+z^2 - 3xyz$

$\Rightarrow F_x = 2x - 3yz$

$F_y = 2y - 3xz$

$F_z = 2z - 3xy$

$\Rightarrow \frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{F_x}{F_z} = \frac{3yz-2x}{2z-3xy}$

$\frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{F_y}{F_z} = \frac{3xz-2y}{2z-3xy}$

36> $yz = \ln(x+z)$

Đặt $F(x,y,z) = yz - \ln(x+z)$

$\Rightarrow F_x = \frac{-1}{x+z}$; $F_y = z$

$F_z = y - \frac{1}{x+z}$

Thứ

Ngày . . No.

$$\Rightarrow \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{-F_x}{F_z} = \frac{-\left(\frac{-1}{x+z}\right)}{y-\frac{1}{x+z}} = \frac{1}{(x+z)\left(y-\frac{1}{x+z}\right)}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{-F_y}{F_z} = \frac{-z}{y-\frac{1}{x+z}}$$

37) $x - z = \arctan(yz)$

Đặt $F(x,y,z) = x - z - \arctan(yz)$

- $F_x = 1$; $F_y = \frac{-z}{1+(yz)^2}$

$$F_z = -1 - \frac{y}{1+(yz)^2}$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{-F_x}{F_z} = \frac{-1}{-1-\frac{y}{1+(yz)^2}} = \frac{-1-(yz)^2}{-1-(yz)^2-y}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{-F_y}{F_z} = \frac{\frac{z}{1+(yz)^2}}{-1-\frac{y}{1+(yz)^2}} = \frac{z}{-1-(yz)^2-y}$$